

Prova scritta di Metodi Matematici per l'Informatica

Corso di Laurea in Informatica

10 Luglio 2013

Avvertenza: dare giustificazioni dettagliate del ragionamento

1. (4 punti)

Data la relazione \mathcal{R} così definita nell'insieme dei numeri naturali positivi:

$$a\mathcal{R}b \iff a \text{ divide } b$$

Dire di quali proprietà gode la relazione \mathcal{R} e:

- se si tratta di una relazione di equivalenza, dire quali sono le classi di equivalenza;
- se si tratta di una relazione d'ordine dire se si tratta o no di una relazione d'ordine totale (dare una giustificazione della risposta).

2. (4 punti)

Dimostrare che data la funzione:

$$\begin{cases} f(n) = 4f\left(\frac{n}{2}\right) + 2n, & n > 1 \\ f(1) = 1 \end{cases}$$

si ha che $f(n) = 3n^2 - 2n$.

3. (12 punti)

L'alfabeto italiano contiene 21 lettere. Quante stringhe di 6 lettere si possono formare che:

- (a) contengono almeno una a ;
- (b) contengono esattamente una a e una b ;
- (c) contengono la stringa ab e tutte le altre lettere distinte;
- (d) non contengono la stringa aba ;
- (e) contengono almeno due lettere uguali.

4. (10 punti)

Si consideri l'insieme $X = \{\text{funzioni } f \mid f: \{0, 1, 2\} \rightarrow \{a, b, c, d, e\}\}$. Sia Y l'insieme delle matrici 4×5 con valori nell'insieme X . Si calcoli il numero di matrici che soddisfano almeno una delle seguenti condizioni:

- nelle righe dispari ci sono solo funzioni iniettive;
- nelle colonne pari ci sono funzioni f tali che d non appartiene al codominio di f .