

Prova scritta di Metodi Matematici per l'Informatica

Corso di Laurea in Informatica

30 Giugno 2014

Avvertenza: dare giustificazioni dettagliate del ragionamento

1. (5 punti)

Sull'insieme \mathbb{R} dei numeri reali si consideri la seguente relazione:

$$x\mathcal{R}y \iff x = y \text{ oppure } xy = 1$$

Dire di quali proprietà (riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva) gode la relazione \mathcal{R} e:

- se si tratta di una relazione di equivalenza, dire come sono fatte le classi di equivalenza e quante sono;
- se si tratta di una relazione d'ordine dire se si tratta o no di una relazione d'ordine totale (dare una giustificazione della risposta).

2. (5 punti)

Si dimostri che per ogni intero non negativo si ha

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n+1)^2 = \frac{(n+1)(2n+1)(2n+3)}{3}$$

3. (10 punti)

Si calcoli il numero di matrici 4×6 a valori in $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ tali che valga una delle seguenti proprietà:

- (a) Ogni riga contenga esattamente 4 occorrenze di 2;
- (b) Le colonne pari contengono solo numeri pari.

Suggerimento: per calcolare l'intersezione degli insiemi, valutare in maniera separata i casi in cui il 2 occupi 1, 2 o 3 posizioni pari, per ogni riga.

4. (10 punti)

Si consideri l'insieme $\{0, 1\}^6$ delle parole di lunghezza 6 sull'alfabeto $\{0, 1\}$. Si consideri l'insieme delle funzioni $f: \{0, 1\}^6 \rightarrow \{0, 1\}^6$ tali che ogni parola di lunghezza 6 è associata ad una parola di lunghezza 6 con lo stesso numero di 1. Calcolare il numero di tali funzioni.

Si consideri inoltre la funzione f_0 che ad ogni sequenza di $\{0, 1\}$ di lunghezza 6 associa la sequenza con lo stesso numero di 1 e che ha all'inizio tutti gli 0 seguiti da tutti gli 1. Per esempio sia la sequenza 011000 che 100010 hanno come immagine la sequenza 000011. Che cosa costituiscono gli insiemi delle antiimmagini della funzione f_0 ?