

Prova scritta di Metodi Matematici per l'Informatica

Corso di Laurea in Informatica

13 Febbraio 2013

1. (6 punti)

Dimostrare che per ogni intero positivo n si ha:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

2. (6 punti)

Da un mazzo di carte italiane (con 40 carte di 4 semi diversi e 3 figure per ogni seme) vengono estratte 10 carte. Con le carte estratte si genera una sequenza. Calcolare il numero di sequenze che si ottengono in ognuna delle seguenti diverse situazioni:

- (a) le carte estratte non vengono reinserite nel mazzo, e nelle posizioni dispari sono presenti solo figure;
- (b) le carte estratte vengono ogni volta reinserite nel mazzo, e sono presenti esattamente quattro carte di denari.

3. (9 punti)

Sia A l'insieme di tutti i numeri naturali compresi tra 1 e 16 (inclusi). Determinare il numero di vettori di lunghezza 20 con elementi in A tali che o nelle posizioni pari vi sono numeri dispari o nelle posizioni multiplo di 3 vi sono numeri minori di 10.

4. (9 punti)

Sia $A = \{a, 1, b, 2, c, 3\}$ e B l'insieme delle parole su A di lunghezza ≤ 4 . Si calcoli il numero delle funzioni $f: A \rightarrow B$ che non soddisfano nessuna delle seguenti condizioni:

- (a) l'immagine di un numero è una sequenza di lunghezza 4 che contiene almeno due volte il numero stesso;
- (b) l'immagine di un qualunque elemento di A è una sequenza di B costituita solo da numeri.