

Prova scritta di Metodi Matematici per l'Informatica

Corso di Laurea in Informatica

4 Settembre 2013

Avvertenza: dare giustificazioni dettagliate del ragionamento

1. (4 punti)

Sia \mathbb{N} l'insieme dei numeri naturali e sia \leq la naturale relazione d'ordine fra gli interi. Si consideri l'insieme $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ (prodotto cartesiano) e su di esso la relazione \mathcal{R} così definita:

$$(n_1, m_1) \mathcal{R} (n_2, m_2) \iff n_1 \leq n_2 \text{ e } m_1 \leq m_2$$

Dire di quali proprietà (riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva) gode la relazione \mathcal{R} e:

- se si tratta di una relazione di equivalenza, dire quali sono le classi di equivalenza;
- se si tratta di una relazione d'ordine dire se si tratta o no di una relazione d'ordine totale (dare una giustificazione della risposta).

2. (4 punti)

Dimostrare che la seguente uguaglianza è sempre vera per ogni $n \geq 1$

$$\sum_{m=1}^n (2m - 3) = n(n - 2)$$

3. (8 punti)

Un esame è svolto mediante un test a scelta multipla di 30 domande, e per ogni domanda sono proposte 5 possibili risposte.

Supponiamo che uno studente si presenti all'esame senza avere studiato, tentando di dare delle risposte casuali al test.

- Se le risposte alle singole domande vengono date mediante il numero d'ordine della risposta (da 1 a 5) quanti sono le possibili risposte al test, individuate da una sequenza di 30 numeri tra 1 e 5?
- Supponiamo che ogni risposta esatta valga 1 e ogni risposta sbagliata valga 0. Quante sono le sequenze possibili che permettono di ottenere almeno 18 punti?

4. (3 punti)

Determinare i numeri da 0 a 99999 che hanno tra le loro cifre esattamente un 1, un 2 e un 3.

5. (11 punti)

Sia M l'insieme di tutte le matrici 5×5 le cui caselle contengono cifre in $[0, \dots, 6]$. Sia A l'insieme delle matrici di M tali che nella diagonale principale ci sono esattamente due cifre pari. Sia B l'insieme delle matrici di M in cui la terza riga contiene esattamente tre cifre pari.

- Si calcoli la cardinalità di $A \cup B$; (7 punti)
- Si calcoli il numero delle funzioni $f : \{a, b, c, d, e\} \rightarrow M$ tali che ad ogni vocale associa un elemento di A e ad ogni consonante una qualunque matrice in M . (4 punti)