

Prova scritta di Metodi Matematici per l'Informatica

Corso di Laurea in Informatica

11 Luglio 2014

Avvertenza: dare giustificazioni dettagliate del ragionamento

1. (5 punti)

Denotiamo con $\{a, b\}^*$ l'insieme di tutte le stringhe sull'alfabeto $\{a, b\}$, e denotiamo con $|w|_a$ il numero delle a presenti nella stringa w . Si consideri la seguente relazione:

$$\forall u, v \in \{a, b\}^*, \quad u\mathcal{R}v \iff |u|_a \leq |v|_a$$

Dire di quali proprietà (riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva) gode la relazione \mathcal{R} .

2. (5 punti)

Si dimostri che per ogni intero non negativo si ha

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

3. (10 punti)

Data una scacchiera 8×8 stabilire in quanti modi è possibile disporre delle pedine di colore distinto in maniera tale che non ci siano due pedine nella stessa riga e nella stessa colonna.

Opzionale: sapreste dire quante sono le possibili configurazioni di questo tipo se le pedine sono tutte dello stesso colore? (significa che scambiando fra loro le pedine si ottiene la stessa configurazione).

4. (10 punti)

Un mazzo di carte standard è costituito da 52 carte: ci sono quattro segni (picche, quadri, cuori e fiori) e 13 carte distinte ($A, 2, 3, \dots, 10, J, Q, K$) in ciascuno dei segni. Una *mano di k carte* è un insieme di k carte diverse prese da questo mazzo.

(a) Quante mani di 13 carte sono possibili?

(b) quante sono le mani di 13 carte che contengono almeno una carta per ogni segno?

(Suggerimento: calcolare le mani che non contengono rispettivamente nessuna carta di un segno fissato e usare il principio di inclusione/esclusione in forma negativa)