

Prova scritta di Metodi Matematici per l'Informatica

Corso di Laurea in Informatica

25 Gennaio 2013

1. (6 punti)

Dimostrare che per ogni intero positivo n si ha:

$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \cdots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$$

2. (6 punti)

Sia $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e sia B l'insieme delle funzioni $f : A \rightarrow A$ tali che $f(4) = 5$ e le immagini dei numeri dispari sono numeri pari.

- Quanti sono gli elementi di B ?
- Quanti degli elementi di B sono funzioni iniettive?

3. (9 punti)

Sia A l'insieme delle matrici con tre righe e 4 colonne ad elementi nell'insieme delle parole nell'alfabeto $\{0, 1\}$ di lunghezza minore di 6.

Calcolare il numero degli elementi di A che soddisfano almeno una delle seguenti condizioni:

- in nessuna delle caselle delle colonne pari vi sono parole di lunghezza pari;
- nella terza riga vi sono solo parole con esattamente 2 occorrenze di 1.

4. (9 punti)

Si consideri un'urna contenente delle palline numerate da 0 a 9. Vengono effettuate 8 estrazioni e ad ogni estrazione il numero della pallina viene riportato in maniera tale da determinare una sequenza di 8 cifre. La pallina viene reinserita nell'urna dopo ogni estrazione.

Contare il numero di sequenze che non contengono 6 numeri consecutivi.

Suggerimento: notare che il fatto che le sequenze sono costituite da numeri consecutivi impone una condizione sul primo numero della sequenza.