

Prova scritta di Metodi Matematici per l'Informatica

Corso di Laurea in Informatica

11 Giugno 2013

Avvertenza: dare giustificazioni dettagliate del ragionamento

1. (5 punti)

Dimostrare che per ogni intero positivo n si ha:

$$1 + 4 + 7 + \cdots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2}$$

2. (12 punti)

Una bambina ha deciso di produrre delle collane con delle perline colorate. Dispone di perline dei 7 colori dell'arcobaleno (Rosse, Arancioni, Gialle, Verdi, Blu, Indaco e Violetto). Supposto che ogni collana è costituita da 20 perline si risponda alle seguenti domande:

- quante collane diverse è in grado di produrre, ammesso che oltre alle perline ci sia un gancetto che chiude la collana (e che quindi distingue le rotazioni cicliche)? (1pt)
- Supponiamo che la bambina voglia produrre una "linea estiva" di collane in cui ci siano:
 - esattamente 7 perline rosse;
 - esattamente 5 perline arancioni;
 - esattamente 4 perline gialle.
 - le rimanenti perline sono tutte di colori diversi

Quante collane diverse di questo tipo si possono produrre? (4pt)

- calcolare quante sono le collane in cui ci sono almeno 17 perline consecutive uguali. (6pt)
- (opzionale) Quante collane si possono produrre nei tre casi precedenti ammesso che non ci sia un gancetto distintivo e che quindi siano equivalenti collane ottenute da rotazioni cicliche di altre? (+)

3. (13 punti)

Sia $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e sia B l'insieme delle funzioni $f : A \rightarrow \{0, 1\}^6$ (ossia le parole di lunghezza 6 sull'alfabeto $\{0, 1\}$).

- Calcolare il numero totale di tali funzioni. (1pt)
- Calcolare il numero delle funzioni iniettive. (1pt)

- Calcolare il numero di funzioni per cui ogni numero i ha come immagine una parola con esattamente i occorrenze di 1; (2pt)
- Calcolare il numero di funzioni iniettive in cui ogni numero pari ha come immagine una parola con un numero pari di 1 e ogni numero dispari può avere ogni tipo di immagine.(3pt)
- Calcolare il numero di funzioni (non necessariamente iniettive) tali che nessuno dei numeri dispari abbia come immagine una parola che inizia per 111. (6pt)