Prova scritta di Metodi Matematici per l'Informatica

Corso di Laurea in Informatica

19 Febbraio 2014

Avvertenza: dare giustificazioni dettagliate del ragionamento

1. (5 punti)
   Si consideri l'insieme $\mathbb{R}$ dei numeri reali e si consideri la seguente relazione:

   $$x\mathcal{R}y \iff \exists n, m \in \mathbb{N} \mid nx = my$$

   Dire di quali proprietà (riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva) gode la relazione $\mathcal{R}$ e:

   - se si tratta di una relazione di equivalenza, dire quali sono le classi di equivalenza;
   - se si tratta di una relazione d'ordine dire se si tratta o no di una relazione d'ordine totale (dare una giustificazione della risposta).

2. (5 punti)
   Dimostrare che la seguente uguaglianza è sempre vera per ogni $n \geq 1$

   $$2^3 + 4^3 + 6^3 + \cdots + (2n)^3 = 2n^2(n+1)^2$$

3. (8 punti)
   Si consideri l'alfabeto $A - \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$. Si conti il numero delle parole di lunghezza 9 tali che:

   - contengono esattamente 4 vocali;
   - contengono esattamente 3 'b';
   - le altre lettere sono tutte distinte.

4. (12 punti)
   Si consideri l'insieme delle cifre $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ e sia B l'insieme dei numeri di 7 cifre ad elementi in A. Contare il numero delle funzioni $f\colon A \to B$ che soddisfano almeno una delle seguenti condizioni:

   - le immagini dei numeri pari sono numeri che non contengono cifre multiple di 3;
   - le immagini dei primi 5 numeri contengono nelle posizioni pari una cifra multipla di 4