

Prova scritta di Metodi Matematici per l'Informatica

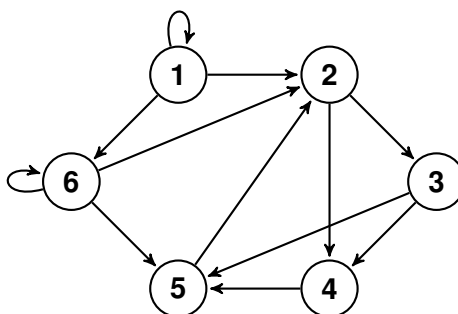
Corso di Laurea in Informatica

4 Settembre 2014

Avvertenza: dare giustificazioni dettagliate del ragionamento

1. (5 punti)

Un *grafo orientato* è definito da un insieme di nodi, denotati con dei cerchi con dentro un'etichetta, e un insieme di archi (coppie ordinate di nodi), denotati da frecce che congiungono due nodi. Un cammino è una sequenza di archi consecutivi percorsi nella direzione delle frecce. Dato il seguente grafo orientato:



si consideri la seguente relazione fra i nodi del grafo, denotati con i numeri $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$: Se u e v sono due nodi

$u\mathcal{R}v \iff$ è possibile raggiungere u da v mediante un cammino

Dire di quali proprietà (riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva) gode la relazione \mathcal{R} .

Opzionale: è possibile estrarre dal grafo un sottoinsieme di nodi ed archi (un sottografo) in maniera tale che in tale sottoinsieme la relazione \mathcal{R} goda delle proprietà riflessiva, simmetrica e transitiva?

2. (5 punti)

Si dimostri, utilizzando il principio di induzione, che per ogni intero $n \geq 6$ si ha

$$5n + 5 \leq n^2$$

3. (4 punti)

Dire quante sono le funzioni surgettive $f : A \rightarrow B$ dove $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e $B = \{a, b, c\}$.

4. (8 punti)

Sia $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$ e sia $B = A^5$ l'insieme delle parole di lunghezza 5 sull'alfabeto A . Si contino quante sono le funzioni $f: A \rightarrow B$ tali che:

- l'immagine di ogni vocale è una parola di lunghezza 5 costituita da sole consonanti;
- l'immagine di ogni consonante è una parola di lunghezza 5 in cui la consonante stessa figura al terzo posto, e tutte le lettere che la compongono sono distinte.

Si conti inoltre quante sono le funzioni iniettive di questo tipo.

5. (8 punti)

Sia A l'insieme delle cifre da 1 a 9 e sia M l'insieme delle matrici 4×4 contenenti elementi nel prodotto cartesiano $A \times A$ (cioè coppie di elementi di A) tali che si verifichi almeno una delle seguenti proprietà:

- gli elementi della diagonale sono coppie di elementi (x, x) , tutti tra loro distinti;
- gli elementi della terza colonna sono coppie (x, y) tali che $x + y = 10$, tutti fra loro distinti;