

第9讲：函数递归

目录

1. 什么是递归
2. 递归的限制条件
3. 递归的举例
4. 递归与迭代

正文开始

1. 递归是什么？

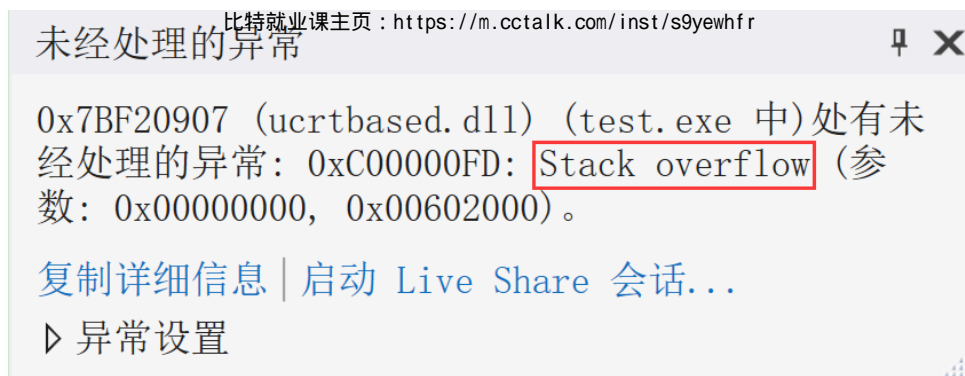
递归是学习C语言函数绕不开的一个话题，那什么是递归呢？

递归其实是一种解决问题的方法，在C语言中，递归就是函数自己调用自己。

写一个史上最简单的C语言递归代码：

```
1 #include <stdio.h>
2
3 int main()
4 {
5     printf("hehe\n");
6     main(); //main函数中又调用了main函数
7     return 0;
8 }
```

上述就是一个简单的递归程序，只不过上面的递归只是为了演示递归的基本形式，不是为了解决问题，代码最终也会陷入死递归，导致栈溢出（Stack overflow）。



递归的思想：

把一个大型复杂问题层层转化为一个与原问题相似，但规模较小的子问题来求解；直到子问题不能再被拆分，递归就结束了。所以递归的思考方式就是**把大事化小**的过程。

递归中的**递就是递推**的意思，**归就是回归**的意思，接下来慢慢来体会。

2. 递归的限制条件

递归在书写的时候，有2个必要条件：

- 递归存在限制条件，当满足这个限制条件的时候，递归便不再继续。
- 每次递归调用之后越来越接近这个限制条件。

在下面的例子中，我们逐步体会这2个限制条件。

3. 递归举例

3.1 举例1：求n的阶乘

计算n的阶乘（不考虑溢出），n的阶乘就是1~n的数字累积相乘。

3.1.1 分析和代码实现

我们知道n的阶乘的公式： $n! = n * (n - 1)!$

- 1 举例：
- 2 $5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1$
- 3 $4! = 4 * 3 * 2 * 1$
- 4 所以： $5! = 5 * 4!$

这样的思路就是把一个较大的问题，转换为一个与原问题相似，但规模较小的问题来求解的。

$n! \rightarrow n * (n-1)!$

$(n-1)! \rightarrow (n-1) * (n-2)!$

....

直到n是1或者0时，不再拆解

再稍微分析一下，当 $n \leq 1$ 的时候，n的阶乘是1，其余n的阶乘都是可以通过上述公式计算。

n的阶乘的递归公式如下：

$$\text{Fact}(n) = \begin{cases} 1, & n \leq 0 \\ n * \text{Fact}(n-1), & n > 0 \end{cases}$$

那我们就可以写出函数Fact求n的阶乘，假设Fact(n)就是求n的阶乘，那么Fact(n-1)就是求n-1的阶乘，函数如下：

```
1 int Fact(int n)
2 {
3     if(n<=0)
4         return 1;
5     else
6         return n*Fact(n-1);
7 }
```

测试：

```
1 #include <stdio.h>
2
3 int Fact(int n)
4 {
5     if(n<=0)
6         return 1;
7     else
8         return n*Fact(n-1);
9 }
10
11 int main()
12 {
13     int n = 0;
14     scanf("%d", &n);
```

```

15     int ret = Fact(n);
16     printf("%d\n", ret);
17     return 0;
18 }

```

运行结果（这里不考虑n太大的情况，n太大存在溢出）：

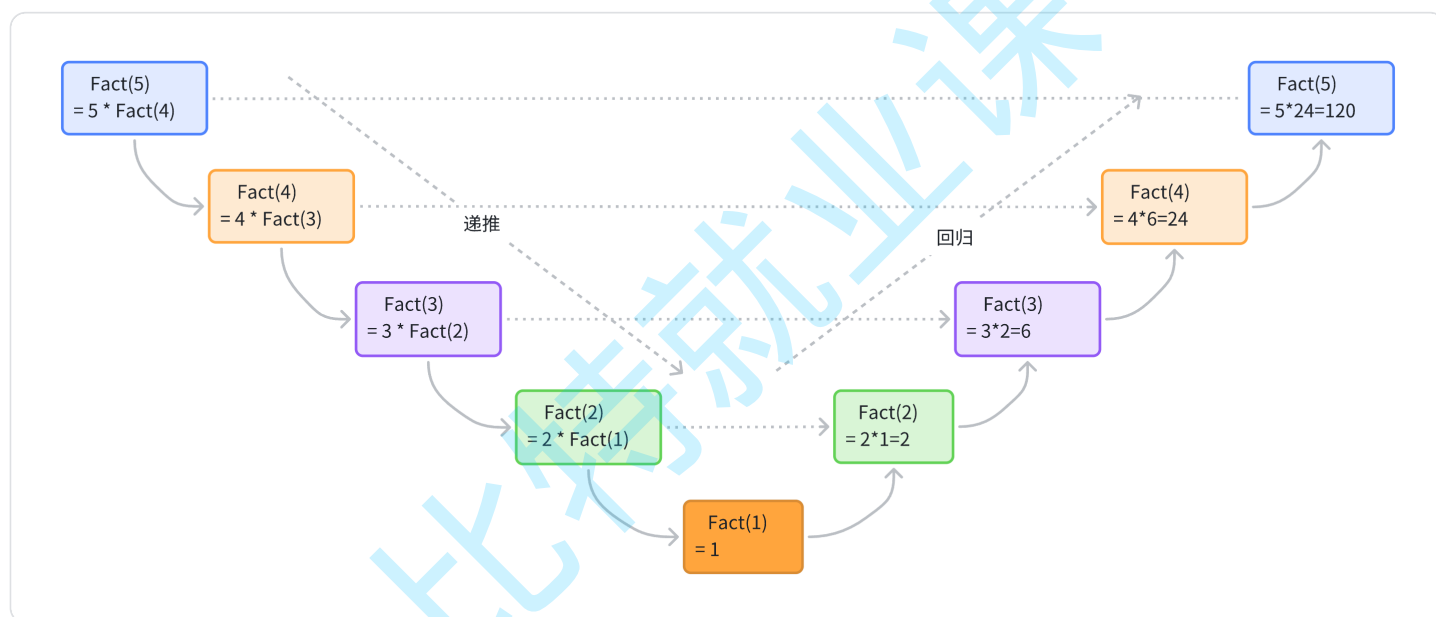
Microsoft Visual Studio 调试控制台

```

5
120
D:\code\2023\test\课件代码测试\Debug\课件代码测试.exe (进程 52252) 已退出，

```

3.1.2 画图推演



3.2 举例2：顺序打印一个整数的每一位

输入一个整数m，打印这个按照顺序打印整数的每一位。

比如：

输入：1234 输出：1 2 3 4

输入：520 输出：5 2 0

3.2.1 分析和代码实现

这个题目，放在我们面前，首先想到的是，怎么得到这个数的每一位呢？

如果n是一位数，n的每一位就是n自己

n是超过1位数的话，就得拆分每一位

1234%10就能得到4, 然后1234/10得到123, 这就相当于去掉了4

然后继续对123%10, 就得到了3, 再除10去掉3, 以此类推

不断的 %10 和 \10 操作, 直到1234的每一位都得到;

但是这里有个问题就是得到的数字顺序是倒着的

但是我们有了灵感, 我们发现其实一个数字的最低位是最容易得到的, 通过%10就能得到

那我们假设有写一个函数Print来打印n的每一位, 如下表示:

```
1 Print(n)
2 如果n是1234, 那表示为
3 Print(1234) //打印1234的每一位
4
5 其中1234中的4可以通过%10得到, 那么
6 Print(1234)就可以拆分为两步:
7 1. Print(1234/10) //打印123的每一位
8 2. printf(1234%10) //打印4
9 完成上述2步, 那就完成了1234每一位的打印
10
11 那么Print(123)又可以拆分为Print(123/10) + printf(123%10)
```

以此类推下去, 就有

```
1 Print(1234)
2 ==>Print(123) + printf(4)
3 ==>Print(12) + printf(3)
4 ==>Print(1) + printf(2)
5 ==>printf(1)
```

直到被打印的数字变成一位数的时候, 就不需要再拆分, 递归结束。

那么代码完成也就比较清楚:

```
1 void Print(int n)
2 {
3     if(n>9)
4     {
5         Print(n/10);
6     }
7     printf("%d ", n%10);
8 }
9
```

```
10 int main()  
11 {  
12     int m = 0;  
13     scanf("%d", &m);  
14     Print(m);  
15     return 0;  
16 }
```

输入和输出结果:



在这个解题的过程中, 我们就是使用了大事化小的思路

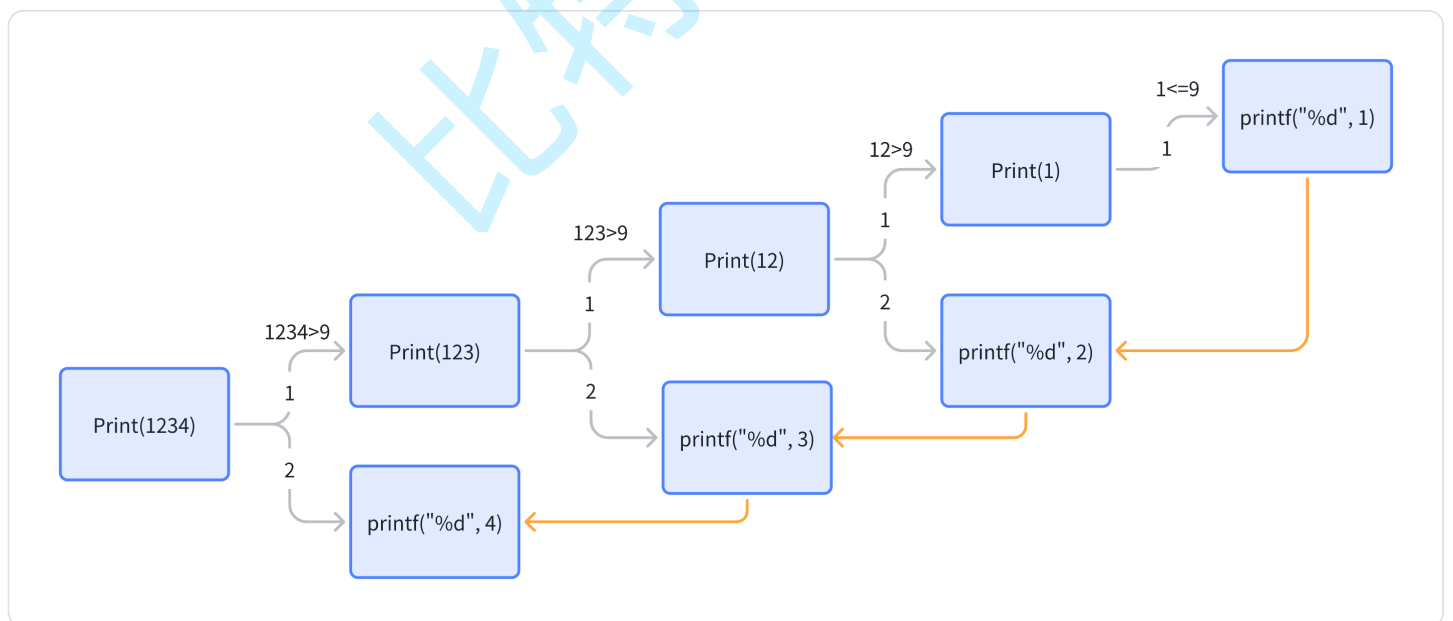
把Print(1234) 打印1234每一位, 拆解为首先Print(123)打印123的每一位, 再打印得到的4

把Print(123) 打印123每一位, 拆解为首先Print(12)打印12的每一位, 再打印得到的3

直到Print打印的是一位数, 直接打印就行。

3.2.2 画图推演

以1234每一位的打印来推演一下



4. 递归与迭代

递归是一种很好的编程技巧，但是很多技巧一样，也是可能被误用的，就像举例1一样，看到推导的公式，很容易就被写成递归的形式：

$$\text{Fact}(n) = \begin{cases} 1, & n \leq 0 \\ n * \text{Fact}(n-1), & n > 0 \end{cases}$$

```
1 int Fact(int n)
2 {
3     if(n<=0)
4         return 1;
5     else
6         return n*Fact(n-1);
7 }
```

Fact函数是可以产生正确的结果，但是在递归函数调用的过程中涉及一些运行时的开销。

在C语言中每一次函数调用，都要需要为本次函数调用在栈区申请一块内存空间来保存函数调用期间的各种局部变量的值，这块空间被称为运行时堆栈，或者函数栈帧。

函数不返回，函数对应的栈帧空间就一直占用，所以如果函数调用中存在递归调用的话，每一次递归函数调用都会开辟属于自己的栈帧空间，直到函数递归不再继续，开始回归，才逐层释放栈帧空间。

所以如果采用函数递归的方式完成代码，递归层次太深，就会浪费太多的栈帧空间，也可能引起栈溢出（stack overflow）的问题。

注：关于函数栈帧的详细内容，鹏哥录制了视频专门讲解的，下课导入课程，自行学习。

所以如果不想使用递归就得想其他的办法，通常就是迭代的方式（通常就是循环的方式）。

比如：计算n的阶乘，也是可以产生1~n的数字累计乘在一起的。

```
1 int Fact(int n)
2 {
3     int i = 0;
4     int ret = 1;
5     for(i=1; i<=n; i++)
6     {
7         ret *= i;
8     }
9     return ret;
```

上述代码是能够完成任务，并且效率是比递归的方式更好的。

事实上，我们看到的许多问题是以递归的形式进行解释的，这只是因为它比非递归的形式更加清晰，但是这些问题的迭代实现往往比递归实现效率更高。

当一个问题非常复杂，难以使用迭代的方式实现时，此时递归实现的简洁性便可以补偿它所带来的运行时开销。

举例3：求第n个斐波那契数

我们也能举出更加极端的例子，就像计算第n个斐波那契数，是不适合使用递归求解的，但是斐波那契数的问题通过是使用递归的形式描述的，如下：

$$\text{Fib}(n) = \begin{cases} 1, & n \leq 2 \\ \text{Fib}(n-1) + \text{Fib}(n-2), & n > 2 \end{cases}$$

看到这公式，很容易诱导我们将代码写成递归的形式，如下所示：

```
1 int Fib(int n)
2 {
3     if(n<=2)
4         return 1;
5     else
6         return Fib(n-1)+Fib(n-2);
7 }
```

测试代码：

```
1 #include <stdio.h>
2
3 int main()
4 {
5     int n = 0;
6     scanf("%d", &n);
```

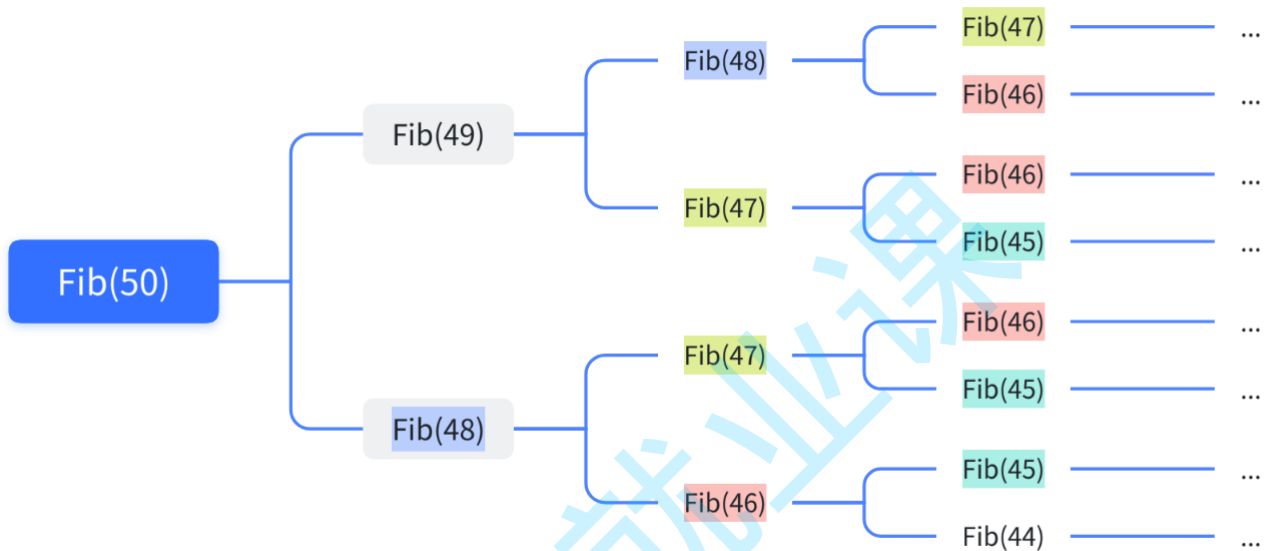


```

7     int ret = Fib(n);
8     printf("%d\n", ret);
9     return 0;
10 }

```

当我们n输入为50的时候，需要很长时间才能算出结果，这个计算所花费的时间，是我们很难接受的，这也说明递归的写法是非常低效的，那是为什么呢？



其实递归程序会不断的展开，在展开的过程中，我们很容易就能发现，在递归的过程中会有重复计算，而且递归层次越深，冗余计算就会越多。我们可以作业测试：


```

1  #include <stdio.h>
2  int count = 0;
3
4  int Fib(int n)
5  {
6      if(n == 3)
7          count++; //统计第3个斐波那契数被计算的次数
8      if(n <= 2)
9          return 1;
10     else
11         return Fib(n-1)+Fib(n-2);
12 }
13
14
15 int main()

```

```
16 {  
17     int n = 0;  
18     scanf("%d", &n);  
19     int ret = Fib(n);  
20     printf("%d\n", ret);  
21     printf("\ncount = %d\n", count);  
22     return 0;  
23 }
```

输出结果：

 Microsoft Visual Studio 调试控制台

```
40  
102334155
```

```
count = 39088169
```

这里我们看到了，在计算第40个斐波那契数的时候，使用递归方式，第3个斐波那契数就被重复计算了39088169次，这些计算是非常冗余的。所以斐波那契数的计算，使用递归是非常不明智的，我们就得想迭代的方式解决。

我们知道斐波那契数的前2个数都1，然后前2个数相加就是第3个数，那么我们从前往后，从小到大计算就行了。

这样就有下面的代码：

```
1 int Fib(int n)  
2 {  
3     int a = 1;  
4     int b = 1;  
5     int c = 1;  
6     while(n>2)  
7     {  
8         c = a+b;  
9         a = b;  
10        b = c;  
11        n--;  
12    }  
13    return c;  
14 }
```

迭代的方式去实现这个代码，效率就要高出很多了。

有时候，递归虽好，但是也会引入一些问题，所以我们一定不要迷恋递归，适可而止就好。

拓展学习：

- 青蛙跳台阶问题
- 汉诺塔问题

以上2个问题都可以使用递归很好的解决，有兴趣可以研究。

完

比特就业课