

1. Тип 1 № 4150

Найдите значение выражения $\frac{5}{9} : \left(\frac{7}{13} - \frac{1}{9} \right)$.

Решение. Вычислим:

$$\frac{5}{9} : \left(\frac{7}{13} - \frac{1}{9} \right) = \frac{5}{9} : \left(\frac{63 - 13}{117} \right) = \frac{5}{9} \cdot \frac{117}{50} = 1,3.$$

Ответ: 1,3.

Ответ: 1,3

2. Тип 2 № 4303

Решите уравнение $15 - 16x + 4x^2 = 0$.

Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов и разделительных знаков в порядке возрастания.

Решение. Решим квадратное уравнение:

$$4x^2 - 16x + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{16 + \sqrt{16}}{8}, \\ x = \frac{16 - \sqrt{16}}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{16 + 4}{8}, \\ x = \frac{16 - 4}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2,5, \\ x = 1,5. \end{cases}$$

Ответ: 1,52,5.

Ответ: 1,52,5

3. Тип 3 № 3761

В цветнике растут только ирисы и пионы. Ирисы составляют две пятых всех растений цветника, а пионов растёт 30 штук. Сколько всего растений в цветнике?

Решение. Ирисы составляют $\frac{2}{5}$ от общего количества растений цветника, тогда пионы составляют $\frac{3}{5}$ от общего количества. Значит, общее количество растений:

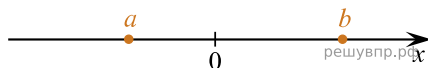
$$\frac{5}{3} \cdot 30 = 50.$$

Ответ: 50.

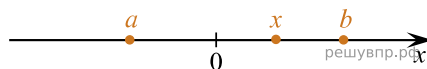
Ответ: 50

4. Тип 4 № 3501

На координатной прямой отмечены числа 0, a и b . Отметьте на этой прямой какое-нибудь число x так, чтобы при этом выполнялись три условия: $-x + a < 0$, $x - b < 0$ и $ax < 0$.



Решение. Из первого неравенства следует, что $x > a$, из второго, что $x < b$, а из третьего, что x положительно, значит, x находится в промежутке $0 < x < b$.



5. Тип 5 № 5677

Найдите координаты точки пересечения прямых $x - 4y + 1 = 0$ и $x - 6y + 3 = 0$.

Ответ: (;).

Решение. Составим и решим систему уравнений методом алгебраического сложения:

$$\begin{cases} x - 4y + 1 = 0, \\ x - 6y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4y - 1, \\ 4y - 1 - 6y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4y - 1, \\ -2y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ y = 1. \end{cases}$$

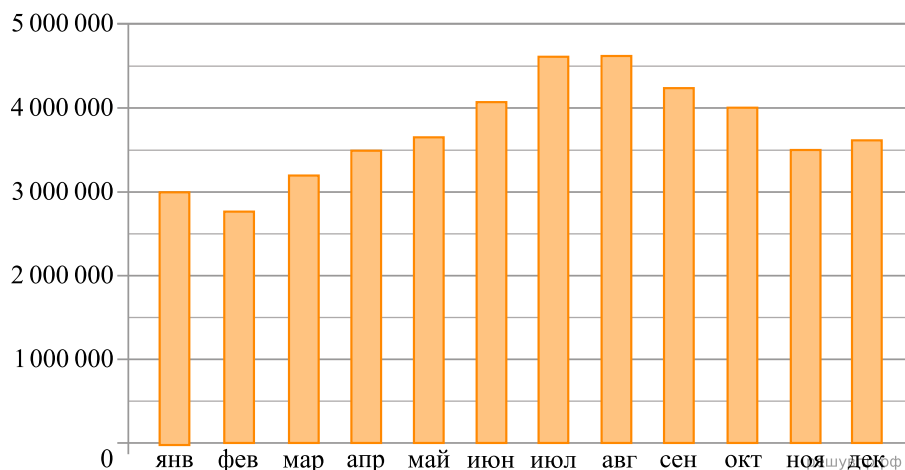
Ответ: (3; 1).

Ответ: 3 & 1

6. Тип 6 № 4212

Пассажиропоток — это количество пассажиров, которых перевозит определённый вид транспорта за определённый промежуток времени (час, сутки, месяц, год). Пассажиропотоком называют также количество пассажиров, проходящих за определённый промежуток времени через транспортный узел (вокзал, аэропорт, автостанцию).

Особенностью пассажиропотоков является их неравномерность и изменчивость: они зависят от времени, от направления и от других факторов. Изменение пассажиропотока в зависимости от месяца или времени года называется сезонностью пассажиропотока. На диаграмме показан пассажиропоток аэропорта Шереметьево (Москва) в 2018 году.



На сколько примерно человек снизился пассажиропоток в сентябре по сравнению с августом? Чем можно объяснить рост пассажиропотока во второй половине лета? Напишите несколько предложений, в которых обоснуйте своё мнение по этому вопросу.

Решение. С августа по сентябрь пассажиропоток снизился примерно на 400–550 тысяч человек (в ответе может быть записано любое число из этого промежутка).

Пик пассажиропотока в июле — августе связан с летними отпусками и каникулами в школах и вузах.

7. Тип 7 № 4194

Для учащихся восьмых классов проводился конкурс по решению 15 задач по математике. Каждая задача оценивалась определённым количеством баллов — в зависимости от её сложности. Итоговый балл работы равен сумме баллов за каждую задачу, взятых со знаком «+», если ответ верный, и со знаком «–», если ответ неверный. Если к задаче не дано ответа, она не учитывается при подведении итогов.

Степан Смирнов — один из участников конкурса

В таблице приведены баллы, которыми оценивается каждая задача, и результат работы Степана Смирнова.

Знаками обозначено:

+ — верный ответ,

– — неверный ответ,

0 — ответ отсутствует.

Найдите итоговый балл работы Степана Смирнова.

| Номер задачи | Баллы | Результат |
|----------------|-------|-----------|
| 1 | 3 | – |
| 2 | 4 | + |
| 3 | 4 | + |
| 4 | 5 | 0 |
| 5 | 5 | + |
| 6 | 5 | – |
| 7 | 6 | + |
| 8 | 6 | – |
| 9 | 7 | + |
| 10 | 7 | + |
| 11 | 7 | + |
| 12 | 8 | – |
| 13 | 8 | 0 |
| 14 | 8 | 0 |
| 15 | 9 | 0 |
| Итоговый балл: | | |

Решение. Итоговый балл представляет из себя сумму баллов за каждую задачу, взятых со знаком «+», если ответ верный, и со знаком «–», если ответ неверный. Из таблицы видно, что итоговый балл работы Степана Смирнова равен:

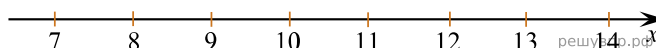
$$-3 + 4 + 4 + 5 - 5 + 6 - 6 + 7 + 7 + 7 - 8 = 18.$$

Ответ: 18.

Ответ: 18

8. Тип 8 № 4004

Отметьте на координатной прямой число $\sqrt{178}$.



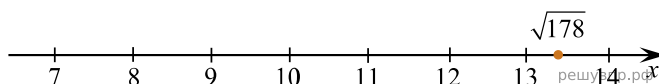
Решение. Возведем все числа в квадрат:

$$\sqrt{178}^2 = 178, \quad 10^2 = 100, \quad 11^2 = 121, \quad 12^2 = 144, \quad 13^2 = 169, \quad 14^2 = 196.$$

Сравним квадраты чисел, получим: $100 < 121 < 144 < 169 < 178 < 196$. Тогда для исходных чисел справедливы неравенства

$$13 < \sqrt{178} < 14.$$

Из этого следует, что точка, соответствующая $\sqrt{178}$, лежит на оси между числами 13 и 14. Середина этого отрезка — число 13,5. Чтобы сравнить числа $\sqrt{178}$ и 13,5, сравним их квадраты. Найдем, что $13,5^2 = 182,25 > 178$, а тогда $13,5 > \sqrt{178}$. Следовательно, числу $\sqrt{178}$ соответствует точка, лежащая левее середины отрезка.



Ответ: см. рис.

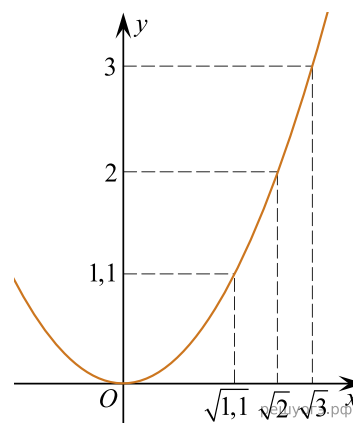
Примечание.

Чтобы определить, правее или левее середины отрезка лежит некоторое число, необходимо сравнить его с серединой отрезка. Вместо этого некоторые учащиеся рассуждают так:

— число 85 ближе к 81, чем к 100, поэтому $\sqrt{85}$ ближе к 9, чем к 10;

— число 2 ближе к 1,1, чем к 3, поэтому $\sqrt{2}$ ближе к $\sqrt{1,1}$, чем к $\sqrt{3}$.

Этот подход неверен (см. рис.).



Сравнивая квадраты двух чисел, мы можем заключить, какое из них больше, но ничего не знаем о том, насколько близки эти числа между собой. Число 1,1, действительно, ближе к числу 2, чем число 3. Но если сравнить корни из этих чисел

$$\sqrt{1,1} = 1,04..., \quad \sqrt{2} = 1,41..., \quad \sqrt{3} = 1,73...$$

то видно, что число $\sqrt{1,1}$ дальше от $\sqrt{2}$, чем число $\sqrt{3}$.

Ответ: см. рис.

9. Тип 9 № 5440

Найдите значение выражения $\frac{(a-2)^2 - 2(a-2) + 1}{a-3}$ при $a = 0,71$.

Решение. Упростим выражение:

$$\frac{(a-2)^2 - 2(a-2) + 1}{a-3} = \frac{(a-2-1)^2}{a-3} = \frac{(a-3)^2}{a-3} = a-3.$$

Подставим исходные данные и найдем значение выражения: $0,71 - 3 = -2,29$.

Ответ: -2,29.

Ответ: -2,29

10. Тип 10 № 3987

В чемпионате мира по футболу участвуют 32 команды. С помощью жребия их делят на восемь групп, по четыре команды в каждой. Группы называют латинскими буквами от *A* до *H*. Какова вероятность того, что команда Ямайки, участвующая в чемпионате, окажется в группе *G*?

Решение. Вероятность того, что команда Ямайки окажется в группе *G*, равна отношению количества групп, в которых команда может оказаться, к общему числу групп. Следует, она равна:

$$\frac{1}{8} = 0,125.$$

Ответ: 0,125.

Ответ: 0,125

11. Тип 11 № 4464

Натуральное число сначала увеличили на 15%, а потом результат уменьшили на 25%, получилось число 4485. Найдите исходное натуральное число.

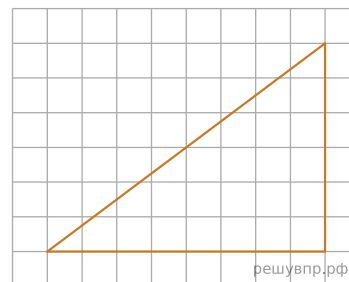
Решение. Поскольку число сначала увеличили на 15%, а потом результат уменьшили на 25%, исходное натуральное число равно $4485 : 0,75 : 1,15 = 5200$.

Ответ: 5200.

Ответ: 5200

12. Тип 12 № 4294

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большей средней линии.



Решение. Длина средней линии равна половине стороны треугольника, которой она параллельна. Заметим, что большая средняя линия должна быть параллельна большей стороне прямоугольного треугольника — гипотенузе. По теореме Пифагора найдём длину гипотенузы:

$$\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10.$$

Значит, длина большей средней линии треугольника равна $\frac{1}{2} \cdot 10 = 5$.

Ответ: 5.

Ответ: 5

13. Тип 13 № 2787

Найдите высоты равностороннего треугольника, если его сторона равна $4\sqrt{3}$.

Решение. Высота равностороннего треугольника определяется формулой $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, где a — сторона треугольника. В нашем случае имеем:

$$h = \frac{4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 6.$$

Ответ: 6.

Ответ: 6

14. Тип 14 № 4144

Выберите неверные утверждения и запишите в ответе их номера.

- 1) Все углы прямоугольника равны.
- 2) Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.
- 3) Если две параллельные прямые пересечены третьей, то сумма накрест лежащих углов всегда равна 180° .

Решение. 1) Верно, все углы прямоугольника равны 90° .

2) Неверно, центр описанной вокруг прямоугольного треугольника окружности, лежит на его стороне.

3) Неверно, если две параллельные прямые пересечены третьей, то внутренние накрест лежащие углы равны.

Ответ: 23.

Ответ: 23|32

15. Тип 15 № 6245

Механический одометр (счётчик пройденного пути) для велосипеда — это прибор, который крепится на руле и соединён тросиком с редуктором, установленным на оси переднего колеса. При движении велосипеда спицы колеса вращают редуктор, это вращение по тросику передаётся счётчику, который показывает пройденное расстояние в километрах.

У Максима был велосипед с колёсами диаметром 18 дюймов и с одометром, который был настроен под данный диаметр колеса.

Когда Максим вырос, ему купили дорожный велосипед с колёсами диаметром 24 дюйма. Максим переставил одометр со своего старого велосипеда на новый, но не настроил его под диаметр колеса нового велосипеда.

В воскресенье Максим поехал кататься на велосипеде в парк. Когда он вернулся, одометр показал пройденное расстояние — 15,3 км. Какое расстояние на самом деле проехал Максим?

Запишите решение и ответ.

Решение. Большое колесо сделает меньше оборотов, чем маленькое, проехав то же расстояние. Количество оборотов колеса и, стало быть, показания счётчика километров обратно пропорциональны диаметру колеса.

Можно записать пропорцию $\frac{x}{15,3} = \frac{24}{18}$, где x — реальное расстояние.

Найдём реальное расстояние: $x = \frac{4}{3} \cdot 15,3 = 20,4$ км.

Ответ: 20,4 км.

Ответ: 20,4 км.

16. Тип 16 № 4050

Самым известным и престижным турниром по автомобильным гонкам считается чемпионат мира «Формула-1». В этих соревнованиях ежегодно принимают участие 10 команд, за каждую из которых выступают два пилота (гонщика). В течение спортивного сезона проводится несколько этапов (соревнований) «Формулы-1». Эти этапы проводятся в разных странах и называются Гран-при (франц. Grand Prix — большая, главная премия), например, Гран-при Австрии, Гран-при Бельгии.

В зависимости от места, которое занял пилот на очередном этапе, он получает некоторое количество очков. Чем выше место, тем больше очков. В течение сезона ведётся подсчёт суммы очков каждого спортсмена. Чемпионом мира становится спортсмен, набравший наибольшую сумму очков за все гонки сезона.

С 20 сентября по 2 декабря состоялось семь этапов «Формулы-1» сезона 2019 года. Во всех этих гонках принимали участие Пьер Гасли, Себастьян Феттель и Шарль Леклер. В таблице показано, какое место занял каждый из этих трёх спортсменов на каждом этапе. Прочтите фрагмент сопровождающей статьи.

| Этап | Спортсмен | | |
|--------------------|-----------|----|----|
| | А | Б | В |
| Гран-при Сингапура | 8 | 1 | 2 |
| Гран-при Россия | 14 | 18 | 3 |
| Гран-при Японии | 7 | 2 | 6 |
| Гран-при Мексики | 9 | 2 | 4 |
| Гран-при США | 16 | 20 | 4 |
| Гран-при Бразилии | 2 | 17 | 18 |
| Гран-при Абу-Даби | 18 | 5 | 3 |

На последних семи этапах «Формулы-1» 2019 года Гасли и Феттель по четыре раза попали в десятку лучших. Лучший результат, который смог показать Гасли на этих этапах, — призовое 2-е место. Леклер также выше 2-го места на этих этапах не поднимался.

Ландо Норрис тоже принимал участие во всех этих семи гонках. На Гран-при Сингапура он опередил Пьера Гасли на одно место. На Гран-при России Норрис опустился на одно место (по отношению к занятому месту на предыдущем этапе), заняв то же место в двух последних этапах сезона. На Гран-при Японии он отстал от Гасли на четыре места, а на следующем этапе занял последнее, 20-е место. На Гран-при США Ландо Норрис попал в десятку лучших, заняв то же место, что и на Гран-при Сингапура.

- 1) На основании прочитанного определите, какому спортсмену соответствует столбец А.
- 2) По имеющемуся описанию заполните таблицу, показывающую места, занятые Ландо Норрисом на последних семи этапах «Формулы-1» в 2019 году.

| Этап | Место, занятое Ландо Норрисом |
|--------------------|-------------------------------|
| Гран-при Сингапура | |
| Гран-при России | |
| Гран-при Японии | |
| Гран-при Мексики | |
| Гран-при США | |
| Гран-при Бразилии | |
| Гран-при Абу-Даби | |

Решение. 1) Исходя из диаграммы видно, что столбец А соответствует спортсмену Пьеру Гасли.

2) Заполним таблицу, показывающую места, занятые Ландо Норрисом на последних семи этапах «Формулы-1» в 2019 году.

| Этап | Место, занятое Ландо Норрисом |
|--------------------|-------------------------------|
| Гран-при Сингапура | 7 |
| Гран-при России | 8 |
| Гран-при Японии | 11 |
| Гран-при Мексики | 20 |
| Гран-при США | 7 |
| Гран-при Бразилии | 8 |
| Гран-при Абу-Даби | 8 |

17. Тип 17 № 4451

В треугольнике ABC стороны AB и AC равны. На стороне AC взяли точки X и Y так, что точка X лежит между точками A и Y и $AX = BX = BY$. Найдите величину угла CBY , если $\angle XBY = 28^\circ$. Запишите решение и ответ.

Решение. В равнобедренном треугольнике XBY

$$\angle BXY = \angle BYX = (180^\circ - 28^\circ) : 2 = 76^\circ.$$

По теореме о внешнем угле треугольника $\angle BXY = \angle BAX + \angle ABX$, откуда в равнобедренном треугольнике ABX

$$\angle BAX = \angle ABX = 76^\circ : 2 = 38^\circ.$$

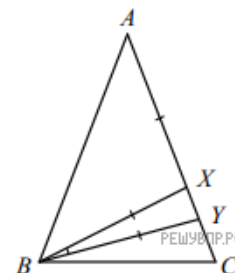
В равнобедренном треугольнике ABC

$$\angle ABC = \angle ACB = (180^\circ - 38^\circ) : 2 = 71^\circ.$$

Получаем $\angle CBY = 71^\circ - (28^\circ + 38^\circ) = 5^\circ$.

Ответ: 5° .

Ответ: 5° .



18. Тип 18 № 4300

Двое рабочих одновременно начали выполнять два одинаковых заказа, состоящих из одинакового количества деталей. Первый рабочий выполнял весь заказ равномерно, изготавливая определённое число деталей в день. Второй сначала изготавливал на 11 деталей в день меньше, чем делал первый рабочий, а когда выполнил половину заказа, то стал делать по 66 деталей в день, в результате чего закончил работу одновременно с первым. Какое количество деталей в день делал первый рабочий, если известно, что оно больше 40? Запишите решение и ответ.

Решение. Пусть весь заказ составляет $2A$ деталей, а производительность первого рабочего x деталей в день, тогда, выполняя первую половину заказа, второй рабочий делал по $(x - 11)$ деталей в день. Получаем уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{2A}{x} &= \frac{A}{x-11} + \frac{A}{66} \Leftrightarrow 132x - 1452 = 66x + x^2 - 11x \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x^2 - 77x + 1452 = 0, \end{aligned}$$

откуда $x = 44$, $x = 33$. Условию задачи удовлетворяет корень $x = 44$.

Ответ: 44 детали в день.

Ответ: 44 детали в день.

19. Тип 19 № 3796

В многоподъездном доме в каждом подъезде одинаковое число этажей, а на каждом этаже по 6 квартир. Петя живёт в третьем подъезде на шестом этаже в квартире № 238. Даша живёт в пятом подъезде того же дома и тоже на шестом этаже. Какой номер квартиры у Даши, если он делится на число этажей дома без остатка?

Решение. Пусть высота дома n этажей. Тогда $238 = (3 - 1) \cdot 6 \cdot n + (6 - 1) \cdot 6 + r$, где r может принимать значения 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Получаем:

$$238 = 12n + 30 + r \Leftrightarrow 208 = 12n + r.$$

Поскольку 208 при делении на 12 даёт неполное частное 17 и остаток 4, то $n = 17$, то есть дом 17-этажный. Поскольку Даша живёт в 5-м подъезде на 6-м этаже, то номер её квартиры больше $(5 - 1) \cdot 17 \cdot 6 + (6 - 1) \cdot 6 = 438$, но меньше или равен $(5 - 1) \cdot 17 \cdot 6 + 6 \cdot 6 = 444$.

442 делится на 17 без остатка.

Ответ: 442.

Ответ: 442.