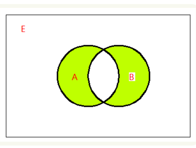
图例
- Like

离散数学

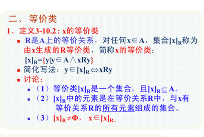
命题逻辑
- 命题
  - 概念 — 能够表达判断的语句，并却具有确定的真值的陈述句
  - 表示
  - 类型
    - 重言式
    - 矛盾式
    - 可满足式 — 至少有一组成真指派
  - 联结词的定义
  - 命题变元
  - 命题公式
  - 公式的正确翻译
- 真值表
- 等价式和蕴含式的概念
- 常用的等价式和蕴含式
- 对偶式 概念 — 除了 取反不变 其他都变 。V ˆ T F变 — A 与A*
- 范式
  - 大项
    - n个变元的析取式
    - 性质
      - 全体大项的合取式为 F
      - 任意两个大项的析取式为T
  - 小项
    - n个变元的合取式
    - 性质
      - 全体小项的析取式为T
      - 任意像个不同的小项的合取式为F
  - 主析取范式
  - 主合取范式
  - 成真指派 / 成假指派 — 互斥
- 命题逻辑的推理方法
  - 真值表法
  - 直接证明
    - P
    - T
  - 间接证明
    - 反证法
    - CP规则
  - 很重要
    - 一般 证明蕴含用反证法
    - 证明命题的有效性用 PT法则

谓词逻辑
- 谓词 — 划分客体性质的词
- 量词
  - 全称量词
  - 存在量词
  - 存在唯一量词 E!
- 个体域 — 命题变元论述的范围
- 谓词公式
  - 合式公式的概念
  - 翻译

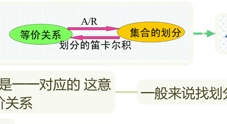
集合与关系
- 集合和元素
  - 概念
    - 全集
    - 空集
    - 幂集 — 幂集的势=2ˆn — P(A)
    - 势 — 势就是集合的元素的个数
    - 有限集
    - 无限集
  - 关系
    - 相等
    - 包含
    - 真包含
  - 表示
  - 运算
    - ∪
    - ∩
    - 差 - 相对补
    - 绝对补 — ~A — 就是补集
    - 对称差 — A⊕B



  - 文氏图 — 应用
- 序偶（元组）
  - N元组
  - 笛卡尔积
    - 概念
    - 性质
- 二元关系
  - 概念
  - 表示方法（集合 / 关系矩阵 / 关系图） — 及其求解
  - 域（定义域 / 值域） — 找准了 找全了 定义域有空集，也要把空集加上
  - 二元关系的性质
    - 自反
    - 反自反
    - 对称
    - 反对称
    - 传递
- 关系的运算
  - 基本集合运算
  - 复合关系 — 类似于传递
  - 逆关系 — Rˆ-1 就是把<a,b>全都改成<b,a>
  - 闭包运算
    - 自反闭包 — R ∪ 恒等关系
    - 对称闭包 — R ∪ R逆
    - 传递闭包 — R∪Rˆ2∪Rˆ3...∪到RˆN为空集的时候
- 覆盖和划分 — 划分一定是覆盖 覆盖不一定是划分
- 特殊的二元关系
  - 空关系 — 自反的、反自反的、对称的、反对称的和传递的
  - 恒等关系 $I_A = \{(x,x) \mid x \in A\}$
  - 全域关系 $E_A = \{(x,y) \mid x,y \in A\} = A \times A$
  - 等价关系R
    - 特点
      - 自反 — 有a在集合就有 <a,a>
      - 对称 — 有<a,b>在里面，那么就要有<b,a>在里面
      - 传递 — 有<a,b><b,c> 那么就要有<a,c>
    - 等价类[a]R — 集合 中的元素y y要∈A 并且 xRy

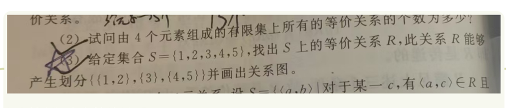


    - 商集 A/R — 由R的所有等价类构成的集合

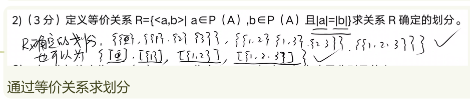


$A/R=\{[a]_R \mid a \in A\}$

    - 与划分的应用
      - 等价关系的数量和集合的划分是一一对应的 这意味着 有几个划分 就有几个等价关系 — 一般来说找划分就是 一个划分快 两个划分快......
      - 一个划分块可以被视为一个商集
    - 例题
      - 通过划分 确定等价关系 — 已经知道划分 求 等价关系 就是划分的笛卡尔乘积



      - 通过等价关系求划分 — 由于关系R =|a|=|b|所以说就是把所有势相同的放一起

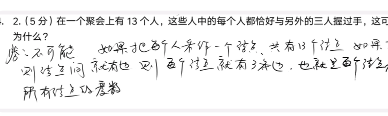


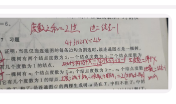
  - 序关系
    - 偏序关系
      - 自反 — 有a在集合就有 <a,a>
      - 反对称 — 有<a,b>在里面，如果有<b,a>那么只能是b=a
      - 传递 — 有<a,b><b,c> 那么就要有<a,c>
      - （以上） — 因题目而改变
      - 哈斯图
        - 极大元 — 没有其他元素 可以从它上面到达它
        - 极小元 — 没有其他元素可以到达它
        - （极大元、极小元） — 如果存在 唯一 只有它不讲关系
        - 最大元 — 在极小元的基础上 任何点都可以到达他
        - 最小元 — 在极小元的基础上 可以到达其他的任意点
        - （最大元、最小元） — 可以有很多个
        - 上界 — 大于或等于它的子集中一切元素的元素
        - 下界
        - 上确界 — 上界中最矮的
        - 下确界 — 下界中最高的
        - （上界至下确界） — 可以跳出所给的集合看全集
    - 全序关系/线序关系 — 链 — 每两个元素都是有关的
    - 良序关系 — 非空集合都有最小元素
- 反链 — 每两个元素都是无关的

函数
- 概念
- 关系的区别
- 函数相等的定义
- 射
  - 单射 — 一个输入对应一个输出
  - 双射 — 每个输出都有至少一个输入
  - 满射 — 一一对应 没有落下的
- 逆函数
  - 定义
  - 性质
- 复合函数 — 左复合 — 一个函数的值域是另一个函数的定义域 — 定义&性质
- **n 个元素的集合上，可以定义多少个关系？** (2^{n^2})
  设集合X,Y, |X|=m, |Y|=n，可以定义多少个从X到Y的函数？ $n^m\ (|Y|^{|X|})$

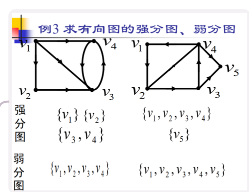
代数系统
- 运算&性质
  - 封闭性 — 运算表中每个元素都属于A。
  - 交换律 — 运算表中 关于主对角线 对称
  - 分配律
  - 吸收率
    - x * (y ˆ z) = x
    - x ˆ (y * z) = x
  - 等幂性 — 主对角线上每一元素都与它所在行（列）表头元素相同。 — a*a=a
  - 零元 — 零元元素所对应的行和列中的元素都与零元相同。
  - 幺元 — 幺元所对应的行或列都与运算表中的行和列一致。
  - 逆元
- 代数系统 +封闭 — 广群+可结合
  - 半群 +有幺元
    - 独异点 +都有逆元
      - 群+ 运算可交换
        - 阿贝尔群/循环群 — 充要条件 — (a*b)*(b*a)=(a*a)*(b*b)
        - 循环群 — 群中的每个元素都是由一个a的幂元生成的 — aˆn=e
      - 群（G）的性质
        - 群 没有零元
        - 若 a,b ∈群G 那么存在唯一 x 使得 a*x=b
        - 消去律在G中成立
        - 群中的每一行/列都是G的置换
        - 群中的幺元在子群中也适用
        - 子群（B）的证明
          - B是有限群 — 运算 *在B中封闭就是G子群
          - B中的任意 a,b — 有 a*bˆ-1 也属于B 也是子群
          - 证明群的方法
            - 封闭
            - 可结合
            - 有幺元
            - 逆元
    - 独异点的性质 — 必有 运算表任意两行/列不相同
  - 半群若是 有限集 那么 必有 a属于半群 使得 a*a=a
  - 子半群 — 证明
    - 群G 子半群B B是G的真子集
    - 并且 B中运算*封闭 那么就是子集
- 等幂元 — a*a=a
- 置换 — 集合S到S的双射
- 陪集
  - 左陪集 — aH =H中的每个元素都与a a*h，h ∈H
  - 右陪集 — aH =H中的每个元素都与a h*a，h ∈H
- 拉格朗日
  - 因子
  - 如果这个 质数阶的群包有 平凡子群（只含有e的

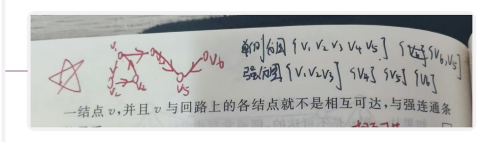
图论
- 图
  - 概念
    - 有向图
    - 无向图
    - 邻边
    - 临点
    - 孤立点
    - 平凡图
    - 零图
    - 结点（度数 / 边） — 关系
      - 有向图&无向图
        - 握手定理 — 所有度数之和=2*边
        - 度数为奇数的节点的个数必定是偶数个
      - 有向图 — 入度和=出度和
      - 完全图中 — 节点为n 边数=(n-1)n/2
      - 树 — 边=节点+1
      - 例题

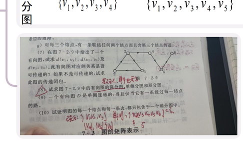




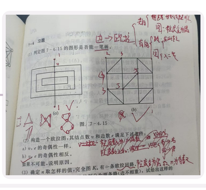
    - 最大度数 最小度数
    - 平行边
  - 完全图 — 每个点都与其他点有线
  - 偶图
  - 子图 生成子图
  - 补图
  - 同构 — 边与边对应 点与点对应
- 路 迹 通路 圈
- 连通图
  - 连通分支
  - 强连通图 — 强分图
  - 单侧连通图 — 单侧分图
  - 弱连通图 — 弱分图
  - 例题



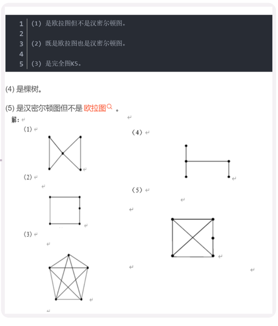




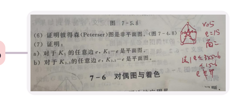
- 图的表示
  - 邻接矩阵
  - 可达矩阵
- 特殊图
  - 欧拉图
    - 概念 — 经过每条边 一次仅仅一次
    - 判定定理
      - 无向图
        - 有欧拉路 — 连通 && 奇数度的节点 是 0/2个
        - 有欧拉回路 — 均为偶数度的节点
      - 有向图
        - 有单向欧拉路
          - 连通 &&有且仅有两个节点，除了那两个 其他的节点的入=出度
          - 那两个节点 一个出度=入度+1 另一个入读=出度+1
        - 有单向欧拉回路 — 全部节点 入度=出度
    - 例题
      - 一笔画问题



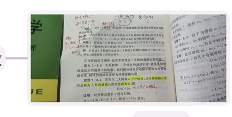
      - 画图



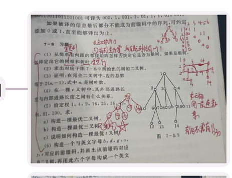
  - 一些混淆点 — 边=节点-1 只能在树中有
  - 汉密尔图
    - 概念 — 只过一次点 一次仅仅一次
    - 判定定理
      - 汉密尔路存在 — G的节点数为n 若每一对节点数度数之和>=n-1 则存在
      - 汉密尔回路存在 — G的节点数为n 若每一对节点数度数之和>=n 则存在
      - 汉密尔图 判定 — 减去一个点集V 如果W(G-V)<=|V| 那就有
  - 平面图
    - 概念
    - 面的次数 — 面=2*边
    - 欧拉公式
      - 节点-边+面=2 — v-e+r=2
      - 推论 当节点数>=3时 边<=3*节点-6 — v>=3时，e<=3v-6
    - K33 K5
      - K33，包含两个顶点集，每个顶点集各有3个顶点，且两个顶点集中的顶点两两相连。
      - K5是一个完全图
    - 平面图判定
      - Kuratowski定理
        - 两个图可以通过在某些节点处插入或删除度为2的节点而变得结构相同，则这两个图在2度节点内是同构的
        - 。这种操作不会改变图的基平面性本，因此如果一个图包含这样的子图，它就不能是平面图。
      - 画一下 看看能不能线不交叉
    - 同胚/内同构 — 反复的插入度为2的节点 让两个图同构
    - 例题 — 证明非平面图
      - v>=3时，e<=3v-6



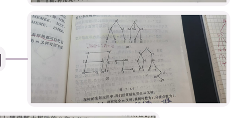
      - 不予K33 K5同构
- 树
  - 无向树
    - 生成树 — 生成子图是个树
    - 最小生成树 — Kruskal
      - 如果有N个节点 就找N-1条边
      - 找边的过程中
        - 找权重最小的
        - 边与边不能组成圈
  - 有向树
    - 根数

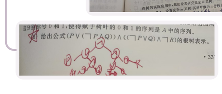


    - N叉树
      - 完全M叉树
        - 树叶为 t
        - 分枝点 i
        - (M-1) i= t-1
      - 最优树
      - 前缀码 — 前面的序列不是后面序列的子集
    - 例题 — 给定一个图 化成二叉树
      - 无向图



      - 有向图





  - 定义 — 无回路的连通图
  - 性质
    - 等价
      - 连通无回路
      - 无回路&&e=v-1
    - 定理 — 一个树 至少有两片树叶
    - 边=节点-1