12. GBI-Tutorium von Tutorium Nr.31

Richard Feistenauer

30.Januar 2015

Inhaltsverzeichnis

die sogenannte strukturelle Induktion

Definition

Die strukturelle Induktion ist eine verallgemeinerte vollständige Induktion.

- Sie besitzt wie auch die vollständige Induktion IA,IV,IS.
- IA: man zeigt die Behauptung für alle atomar
- IS: man zeigt das die atomaren Behauptungen auch für die allgemeine Formel gelten.
- Sie wird verwendet um z. B. eine Abhängigkeit von Elementen von einer Menge zu überprüfen.

Beispiel zur s. Induktion

Beispiel Aufgabe

Die Sprache L $\subseteq \{a,b\}^*$ sei wie folgt definiert:

- $\epsilon \in$ L
- $\forall w_1, w_2 \in L : aw_1bw_2 \in L \wedge bw_1aw_2 \in L$
- Keine anderen Wörter liegen in L.

Zeigen sie durch strukturelle Induktion, dass jedes Wort w $\in$ L ebenso viele a wie b enthält. (Schreibweise für Anzahl der a in w : $N_a(w)$)

Partiell definierte Funktionen

Einschub: Partiell definierte Funktionen

- Bisher bekannt: (Total definierte) Funktionen
- Diese entsprechen linkstotalen rechtseindeutigen Relationen (Jedem Element aus der Definitionsmenge wird genau 1 Element aus der Zielmenge zugewiesen).
- Jetzt: Partiell definierte Funktionen
- Diese entsprechen rechtseindeutigen Relationen (Manchen Elementen aus der Definitionsmenge wird genau 1 Element aus der Zielmenge zugewiesen).
  $\Rightarrow$ Für manche Werte ist die partiell definierte Funktion undefiniert.

Definition der Turingmaschine

$T = \{Z, z_0, X, f, g, m\}$

- eine Zustandsmenge Z
- einen Anfangszustand $z_0 \in Z$
- ein Bandalphabet X
  (meist mit Blanksymbol $\square$)
- eine partielle Zustandsüberführungsfunktion
  $f : Z \times X \rightarrow Z$
- eine partielle Ausgabefunktion
  $g : Z \times X \rightarrow X$
- eine partielle Bewegungsfunktion
  $m : Z \times X \rightarrow \{-1,0,1\}$ oder $\{L,0,R\}$
- f,g,m für die gleichen Paare
  $(z,x) \in Z \times X$ definiert bzw. nicht definiert

Erklärung zur Turingmaschine

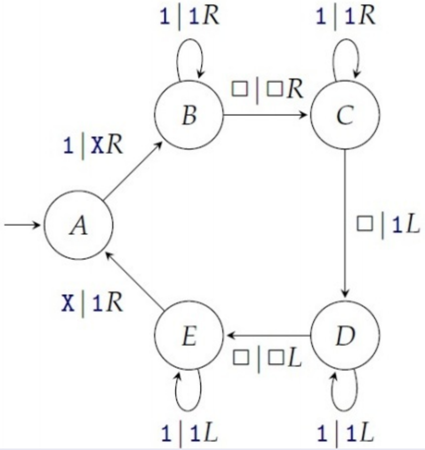
Was ist eine Turingmaschine

Eine Turingmaschine ist eine Maschine, die ein Eingabewort auf einem Band lesen kann, dieses Band überschreiben kann, und somit verschiedene Arbeitsaufträge machen kann. Bestandteile:

- Arbeitsband (hier steht Ein- und Ausgabe)
- ein Kopf der lesen, schreiben und bewegt werden kann, von Buchstabe zu Buchstabe.

eine Turingmaschine hält an wenn für eine Eingabe kein Übergang definiert ist.

Beispiel



1. In neuen Zustand übergehen
2. Feld mit nächstem Symbol beschriften
3. Lesekopf bewegen

Abbildung: Turingmaschine

Tabellen Repräsentation

Turingmaschine als Tabelle

	A	B	C	D	E
□		C,□,R	D,1,L	E,□,L	
1	B,X,R	B,1,R	C,1,R	D,1,L	E,1,L
X					A,1,R

Berechnungen

Berechnungszeit

Wie lang kann so eine Turingmaschine denn schätzungsweise für eine Berechnung maximal brauchen. (in Abhängigkeit zur Länge des Eingabewortes n)

Berechnungen

Berechnungszeit

Wie lang kann so eine Turingmaschine denn schätzungsweise für eine Berechnung maximal brauchen. (in Abhängigkeit zur Länge des Eingabewortes n)

unendlich, da eine Turingmaschine nicht anhalten muss.
In diesem Abschnitt gehen wir jetzt aber von Turingmaschinen aus die für jede Eingabe halten.

Berechnungskomplexität

Funktionen

zur Berechnung der Komplexität einer Turingmaschine gibt es die Funktionen

- für die Zeitkomplexität
  - $\mathrm{time}_T(w)$
  - $\mathrm{Time}_T(n)$
- für die Raumkomplexität
  - $\mathrm{space}_T(w)$
  - $\mathrm{Space}_T(n)$

Wobei üblicherweise die Abbildung
Time_T die Zeitkomplexität der Turingmaschine T heißt und
Space_T die Raumkomplexität der Turingmaschine T.

weiteres zur Berechnungskomplexität

Infos

Man sagt, dass die Zeit- oder Raumkomplexität einer Turingmaschine polynomiell ist, wenn ein Polynom p(n) existiert, so dass $\mathrm{Time}_T \in O(p(n))$ bzw. $\mathrm{Space}_T \in O(p(n))$ ist.
auserdem gilt: space(w) $\leq$ max(—w—, 1 + time(w)).

Ende

Noch Fragen?

Unnützes Wissen

Los Angeles' vollständiger Name ist Ël Pueblo de Nuestra Senora la Reina de los Angeles de Porciunculaünd kann auf 3,6% seiner Länge zu "L. A."verkürzt werden.