

数图综合作业 2：CT 图像处理

自 64 赵文亮 2016011452

2018 年 11 月 28 日

1 引言

图 1 为一张牙科 CT 图像。由于拍摄时需要对头部进行固定，红色箭头处可以看到存在三根长条形固定装置。而在红色方框位置，由于脊柱的影响，图像变得模糊。

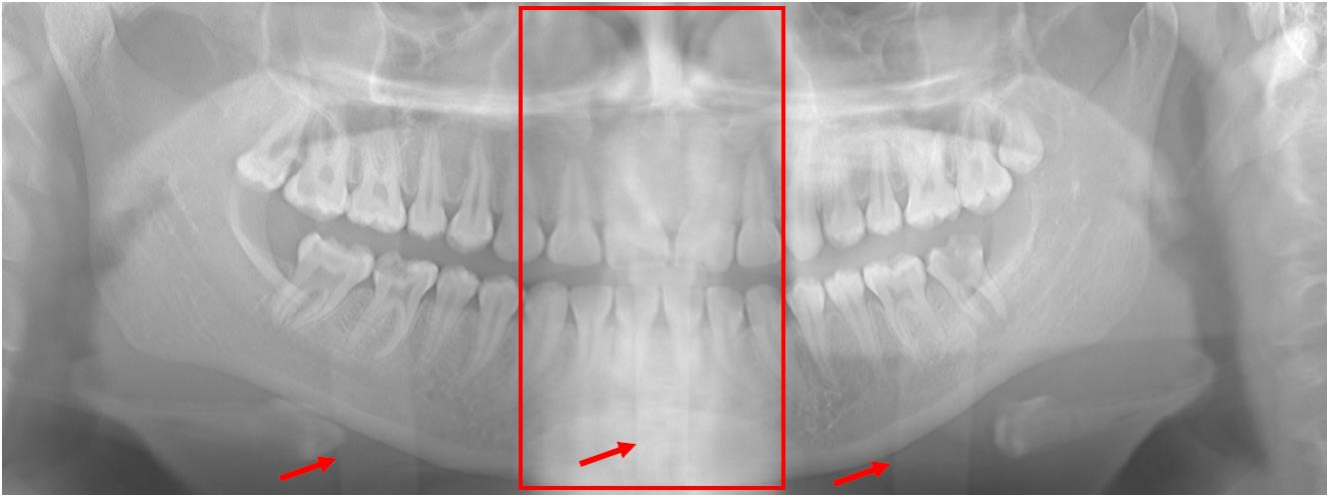


图 1: 待处理牙科 CT 图像

本文将采用一系列图像处理方法，实现脊柱与固定装置的去除，提高图像中牙齿的清晰度。本文后续内容结构如下：第 2 节介绍了去除脊柱的算法，第 3 节介绍了去除固定装置的算法，第 4 节展示了实验的结果，第 5 节对比了本文中的方法和一些其他的方法的处理效果，最后对本次实验进行总结。

2 脊柱去除

本节中将实现对脊柱的去除。从图 1 中可见，脊柱的存在使得图像中对应区域变亮，且牙齿变得模糊。本节中的算法首先针对脊柱区域通过频域滤波的方式去除模糊，再进行亮度调整，最后将处理后的脊柱区域图像与原图进行过渡融合。

2.1 频域滤波

首先选取包含脊柱部分的一个区域作为滤波区域，记作 A ，如图 2 所示。在实验的过程中可以发现，如果该区域选取过小，会造成后续融合步骤的不自然；选取过大则滤波效果不理想。所以滤波区域选取了介于脊柱区域和整张图片之间大小的部分。



图 2: 滤波区域

不难看出, 脊柱的存在增加了图片中的低频分量, 应该使用高通滤波器将其滤除。我构造了频域上的 Butterworth 高通滤波器 [1], 其表达式为:

$$H(u, v) = 1 - \frac{1}{1 + (\sqrt{2} - 1) \left[\frac{D(u, v)}{D_0} \right]^{2n}} \quad (1)$$

其中 $H(u, v)$ 表示滤波器在频域上 (u, v) 点处的取值, $D(u, v)$ 表示点 (u, v) 与频域中心的距离, D_0 为设定的截止频率, n 为滤波器的阶次。该滤波器在频域上如图 3 所示, 本次实验中取 $D_0 = 15$ 。将图 2 中的区域变

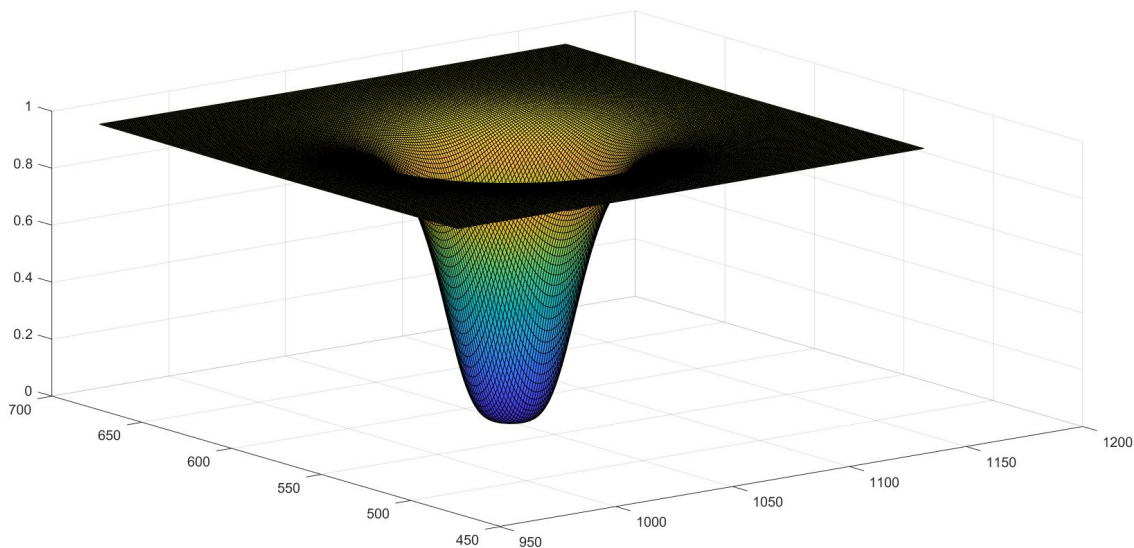


图 3: Butterworth 高通滤波器

换到频域, 经过高通滤波, 再反变换到空域, 得到的区域记作 \hat{A}_1 。然而由于滤波器对高频部分也会有一定的衰减, 上述过程后得到的图片亮度有所降低, 故需要进一步的亮度调整。

2.2 亮度调整

对滤波后的区域 \hat{A}_1 进行亮度调整，分为线性调整和 Gamma 校正两个步骤。线性调整的目的是补偿滤波时对图像亮度的衰减，Gamma 校正的目的是进一步恢复图像中较暗的区域。线性调整的目标是让调整后的区域 \hat{A}_2 的亮度范围与原图 I 中的亮度范围一致，即

$$\hat{A}_2 = \frac{\hat{A}_1 - \min \hat{A}_1}{\max \hat{A}_1 - \min \hat{A}_1} \cdot (\max I - \min I) + \min I \quad (2)$$

再对 \hat{A}_2 进行 Gamma 校正，得到亮度调整后的图像 \tilde{A} :

$$\tilde{A} = a\hat{A}_2^\gamma \quad (3)$$

其中 a 和 γ 为可调参数。再将得到的 \tilde{A} 填充回原图，得到 \tilde{I} 。如图 4 所示。可见由于区域 A 是从原图中截取而来，处理后直接拼接回去能看到明显的分界线。下一节将通过过渡融合的方式处理这一问题。

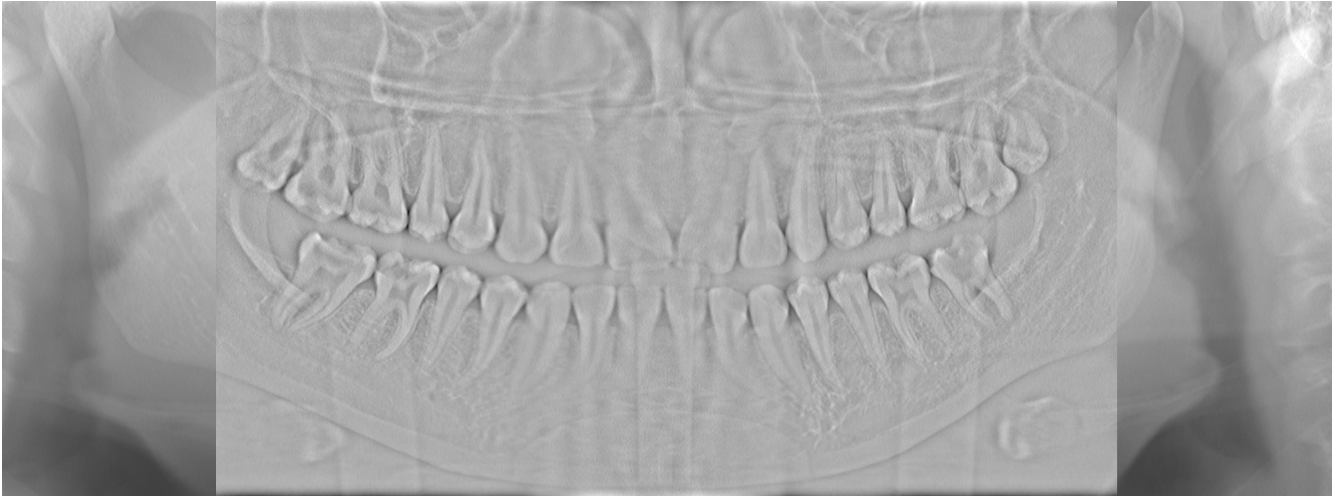


图 4: 经频域滤波和亮度调整后的图像

2.3 过渡融合

本节将对原图 I 和滤波与亮度调整后的图片 \tilde{I} 进行融合。一个基本思路是设定一个融合蒙版 M ，融合后图像 \bar{I} 可以表示为

$$\bar{I} = M \circ \tilde{I} + (1 - M) \circ I \quad (4)$$

其中 \circ 符号表示图像中对应元素相乘。融合的基本要求为:

- 融合后图像在图像中央靠近脊柱的位置近似与 \tilde{I} 相同，在图像两侧近似与 I 相同。
- 蒙版 M 能够做到平滑过渡（一阶导数连续）。

平滑过渡的要求可以借助高斯函数来实现。构造两个子蒙版 M_1, M_2 ，其截面如图 5 所示。可见 M_1 和 M_2 的截面分别为两个高斯函数的一侧。将两个子蒙版中间的区域置为 1，即可得到满足上述两个要求的蒙版，如图 6 所示。

使用该蒙版，通过式 (4) 进行融合，结果如图 7 所示。可见经过本节中的一系列处理，脊柱区域的模糊已经消失，且融合后图片十分看起来过渡比较自然。

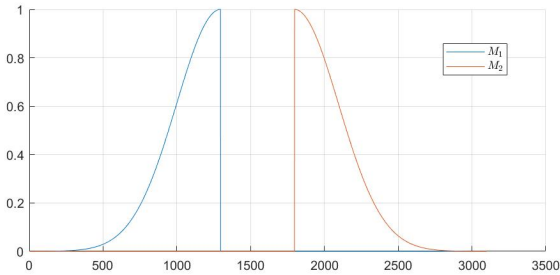


图 5: 子蒙版截面图

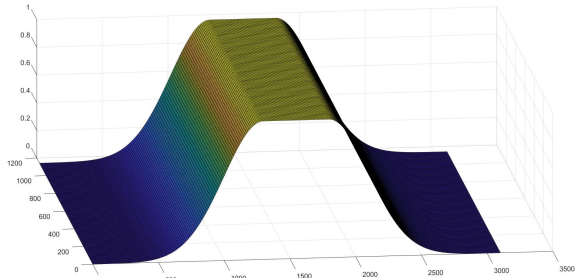


图 6: 蒙版示意图



图 7: 融合后图片

3 固定装置去除

固定装置去除的算法流程如下：首先完成固定装置的检测，再对固定装置区域进行亮度调整，最后对固定装置的边界进行 Hermite 插值平滑。

3.1 固定装置检测

从图 1 中可以看到，固定装置为长条形，所以检测固定装置的关键在于检测两条边界。下面以最左面的固定装置的检测为例说明检测过程。由于原始图像中细节过多，对于每一个固定装置，我只截取包含该固定装置两条边界的一个小区域进行分析，如图 8a 所示，从中并不能明显看出固定装置，但是当使用 Canny 算法 [2] 进行边缘检测后，两条边界就已经很明了了（图 8b）。进一步对边缘进行 Hough 变换，得到图 9。从中求得两个极值，即可作为检测到直线的角度以及到原点的距离，进而可以画出直线，如图 8c。这个过程中利用了固定装置两个边界平行的这一先验条件，若检测到两条直线斜率不一样，则以 Hough 变换极大值对应的直线作为标准对另一条直线的斜率进行修正。

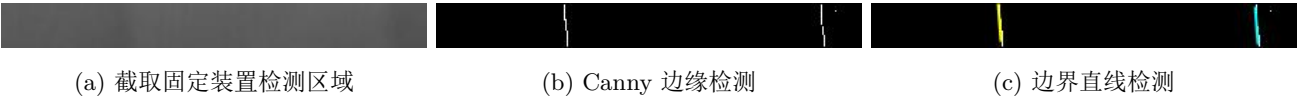


图 8: 固定装置边界检测流程

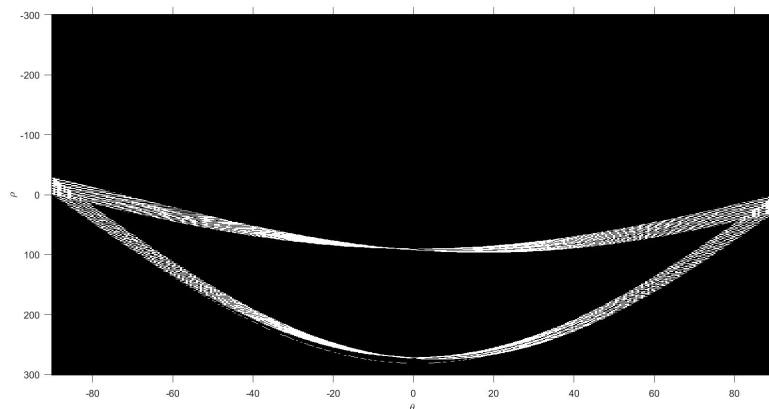


图 9: Hough 变换结果

最终的检测结果如图 10 所示，其中固定装置的边界用彩色标出。

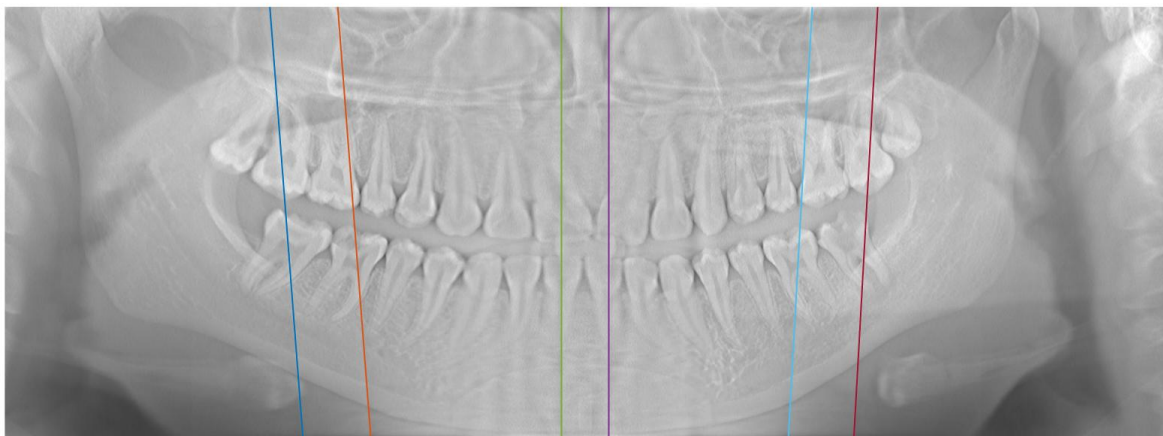


图 10: 固定装置检测结果

3.2 亮度调整

检测出固定装置后，需要对其所在区域进行亮度调整。仍然以左边固定装置为例，首先由固定装置检测的结果得到固定装置所在区域的蒙版，记作 M_{fixer} ；再选取该区域左右两侧一定范围内的区域，记作 M_{neighbor} ，调整 M_{fixer} 范围内图片的亮度，使得亮度平均值与 M_{neighbor} 内图片亮度平均值相等即可。

亮度调整后的图片如图 12 所示。可见固定装置处的亮度已经和两侧的亮度区域一致，但是边界依然可以看见。

3.3 插值平滑

本节将对固定装置的边界进行平滑处理。对于任意固定装置边界上的点 (x_0, y_0) ，对其所在的水平方向邻域 $(x_0 - d : x_0 + d, y_0)$ 内的像素进行平滑。由于不考虑竖直方向，本节中令 $f(x)$ 表示 (x, y) 处的像素值。我

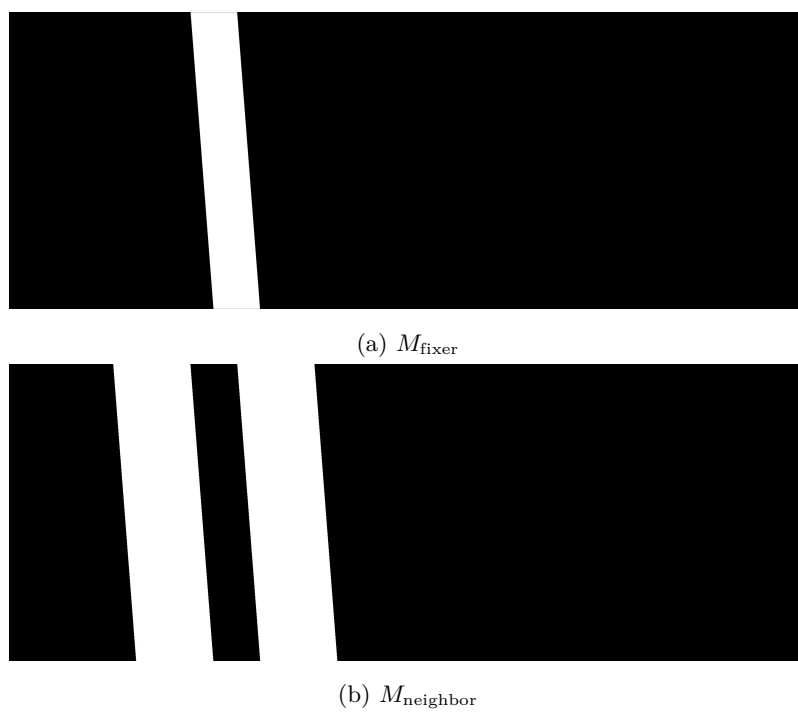


图 11: 亮度调整示意图

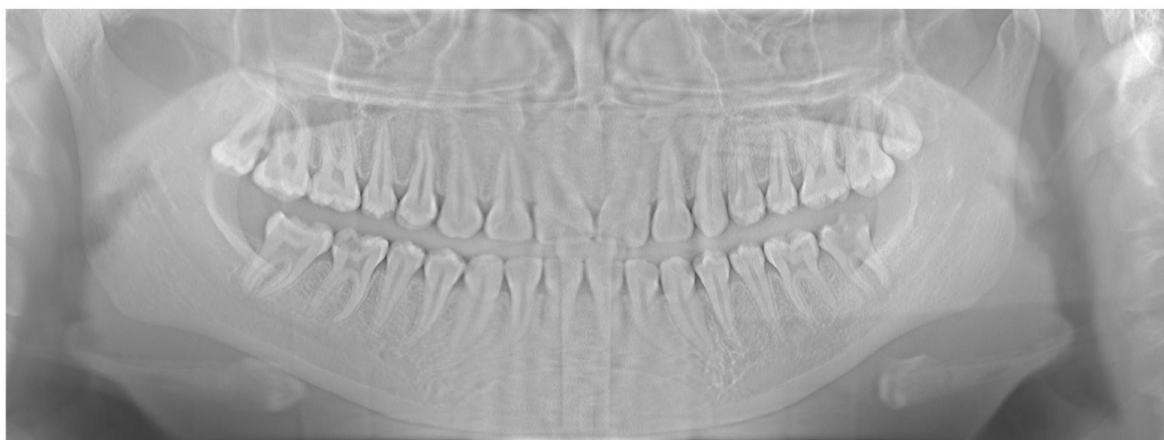


图 12: 固定装置亮度调整结果

使用点 $(x_0 - d, y_0)$ 和 $(x_0 + d, y_0)$ 处的函数值进行 Hermite 插值, 并要求这两个点处的导数为 0。即寻求多项式 P , 使得

$$\begin{cases} P(x_0 - d) = f(x_0 - d) \\ P(x_0 + d) = f(x_0 + d) \\ P'(x_0 - d) = P'(x_0 + d) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

可以解得

$$P(x) = \alpha(x - x_0)^3 - b(x - x_0) + \frac{f(x_0 - d) + f(x_0 + d)}{2} \quad (6)$$

其中

$$\begin{cases} \beta = -\frac{3(f(x_0 + d) - f(x_0 - d))}{4d} \\ \alpha = \frac{\beta}{3d^2} \end{cases} \quad (7)$$

实际操作时, 给定一个模糊距离 L , 按照以下算法来进行平滑:

算法 1: 固定装置边界平滑算法

input : $L, \text{Img}, \text{Fixer}$

output: OutputImg

foreach $\text{pixel}(x, y)$ on the bound of the fixer **do**

for $d \leftarrow 1$ **to** L **do**

$\text{OutputImg}(x - d : x + d, y) \leftarrow (\text{OutputImg}(x - d : x + d, y) + \text{interp}(x, y, d)) / 2;$

end

end

其中 interp 函数即为上文所推导的 Hermite 插值多项式。上述算法保证了多层次的平滑, 并使得靠近固定装置边界的像素的权值减小。处理后的图像如图 13 所示。



图 13: 固定装置边界平滑处理后图像

4 实验结果

4.1 主要步骤处理结果

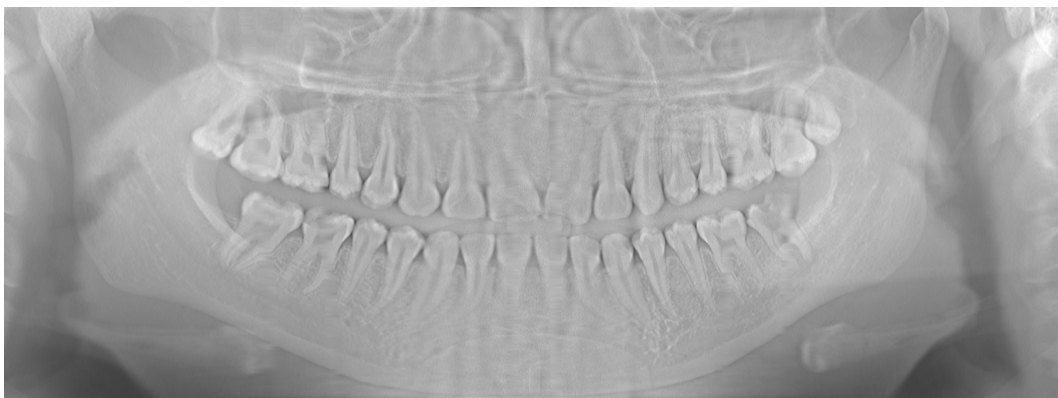
为了便于看出各个处理步骤之间结果的对比，将主要步骤的处理结果与原图重新列出，如图 14 所示。经



(a) 待处理图像



(b) 去除脊柱后图像



(c) 去除固定装置后图像

图 14: 图像处理过程对比

过一系列处理后，原图中脊柱和固定装置的影响得以消除，从而使牙齿变得更加清晰，达到了预期的效果。

4.2 程序界面

为了方便用户使用，我编写了图形界面，初始界面如图 15 所示。界面分为四个标签页，分别为“待处理图像”、“脊柱去除”、“固定装置去除”、“处理后图像”，可以通过切换标签页查看每个步骤处理的结果。

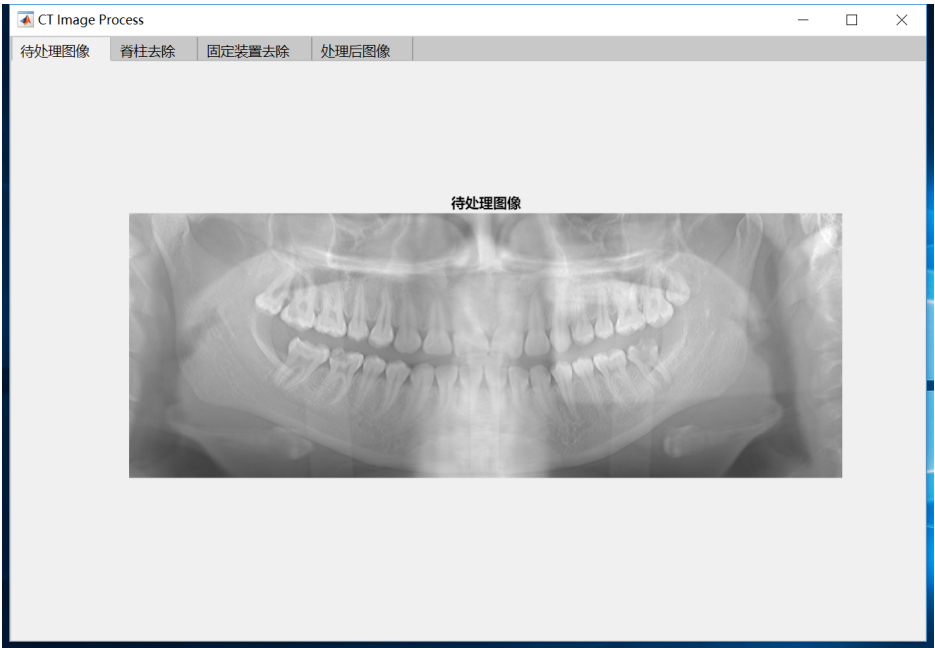


图 15: 程序初始界面

此外，在“脊柱去除”中，我为用户提供了自主设定滤波半径和亮度调整参数的接口。如图 16 所示，用户可以通过滑条来改变这些参数，并可以实时观察结果。

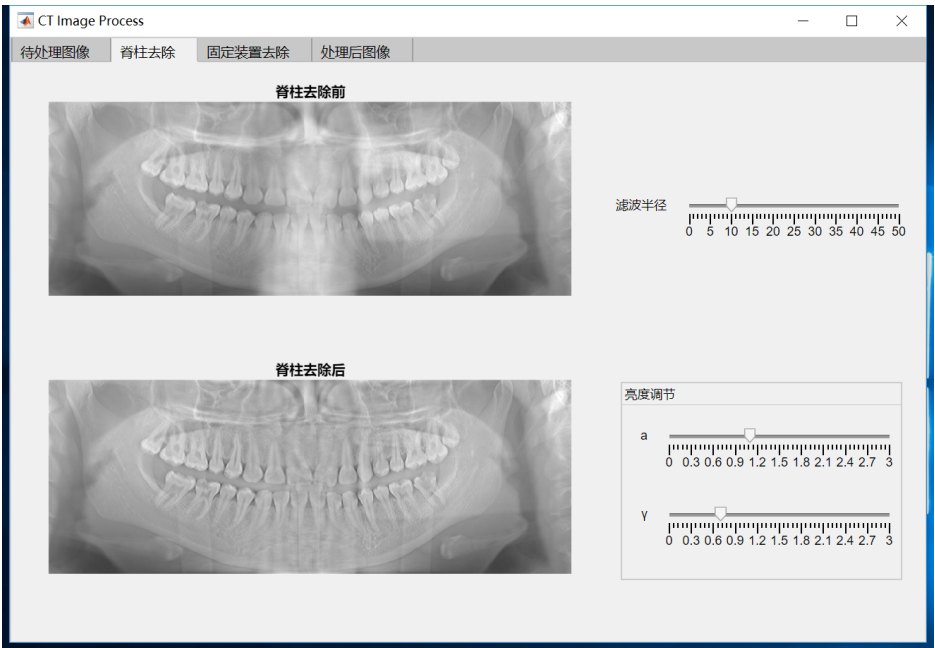


图 16: 脊柱去除界面

事实上我们知道，对于图像处理结果的好坏的评价很大程度上取决于主观因素。尤其在脊柱去除的步骤

中,我们并不知道医生需要观测到哪种程度的细节信息、需要在什么样的亮度下观察。所以此处提供的修改接口可以使用户方便地按照个人的喜好对参数进行调节。程序初始时刻采用的参数为 $D_0 = 15, a = 1.1, \gamma = 0.7$, 本报告中的处理结果采用的也是这组参数。

5 其他方法的对比

5.1 Radon 变换

在直线检测的任务上, Radon 变换 [3] 是更为经典的方法。由于 Radon 变换中使用积分得到连续的参数空间, 它相比于 Hough 变换更为精准, 但是消耗时间也更多。事实上, 有研究者已经证明, 当参数的离散区间取得足够小时, Hough 变换会逐渐收敛于 Radon 变换 [4]。本次实验中取 Hough 变换的 ρ 和 θ 的离散区间长度均为 0.5, 得到了很好的效果, 且运行时间也较短。

5.2 空域滤波

去除脊柱影响时, 除了采用频域滤波外, 还可以在空域上进行高通滤波。例如使用大小为 7×7 , 标准差为 4 的 LoG (Laplacian of Gaussian) 滤波器进行滤波, 结果如图 17 所示。虽然低频部分得到去除, 但是许多高频部分也同时被去除, 这是因为滤波器参数选取不当。而对于空域上的滤波, 很难直观地选择滤波器的参数。从这个角度来看, 采用频域滤波更为实用。

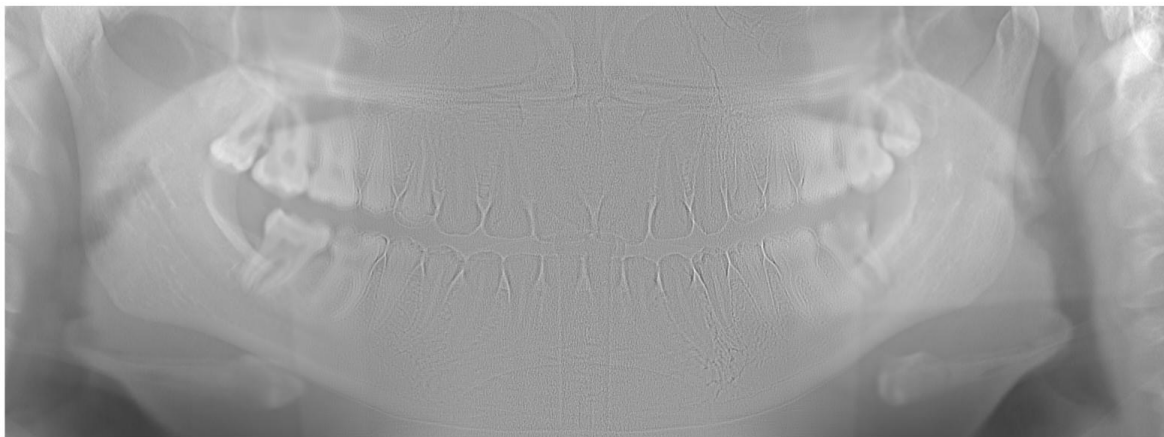


图 17: 空域滤波 (LoG) 结果

6 总结

通过本次大作业, 我亲身体会到了将所学知识应用在实际问题中的过程, 也更加感受到了数图这门课程的实用性。在完成作业的过程中我感受到, 来源于实际生活中的问题往往是复杂的, 很难一眼看出正确的解决方法, 也很难通过一次处理解决。而是需要在不断的尝试中寻找思路, 发现问题后再解决问题。当然, 坚实的理论基础可以让我们少走很多弯路。例如对于脊柱的处理, 基本的思路就是高通滤波; 对于固定装置的检测, 则应该考虑到直线检测的相关算法。所以可以说, 本次作业同时考验了硬实力和想象力。

参考文献

- [1] S. Butterworth, “On the theory of filter amplifiers,” *Wireless Engineer*, vol. 7, no. 6, pp. 536–541, 1930.
- [2] J. F. Canny, “Finding edges and lines in images,” 1983.
- [3] J. Radon, “über die bestimmung von funktionen durch ihre integralwerte längs gewisser mannigfaltigkeiten,” *Classic papers in modern diagnostic radiology*, vol. 5, p. 21, 2005.
- [4] R. Aramini, F. Delbary, M. C. Beltrametti, M. Piana, and A. M. Massone, “The radon transform and the hough transform: a unifying perspective,” *arXiv preprint arXiv:1605.09201*, 2016.