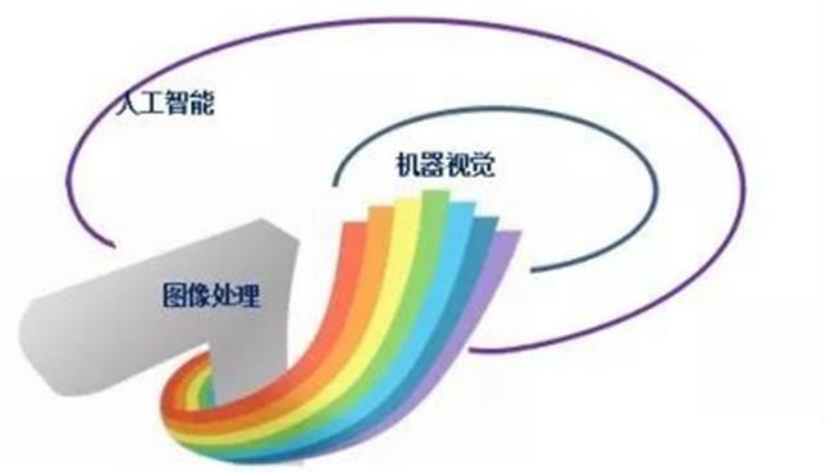
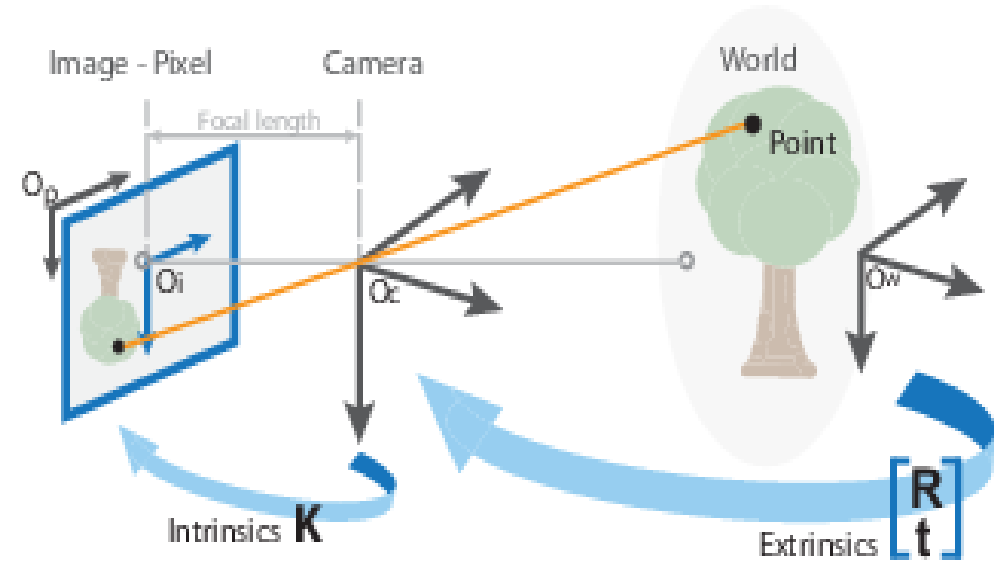
从相机模型到立体视觉

目录

CONTENTS



为什么需要相机标定?

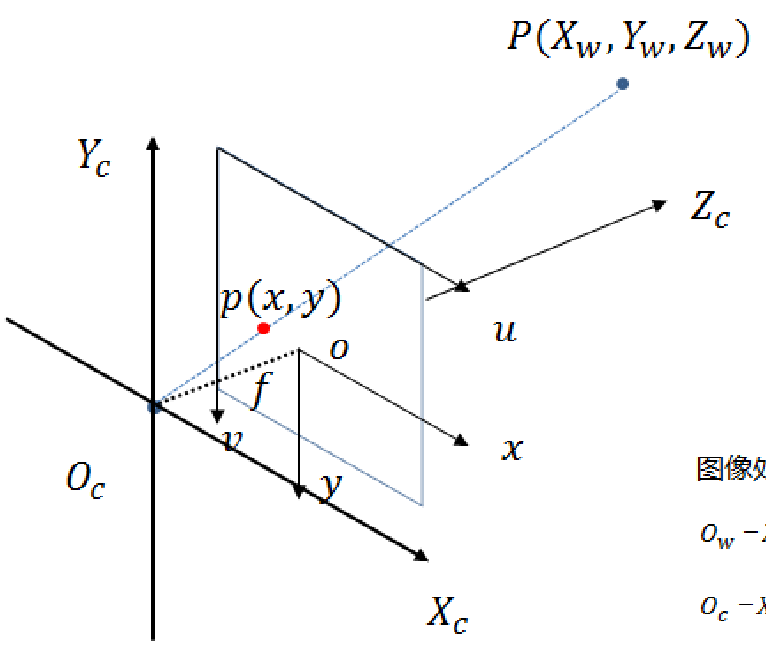


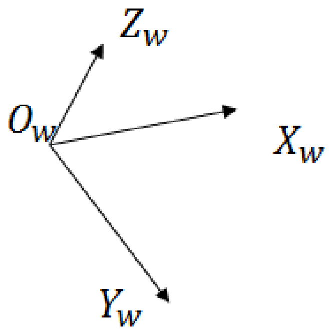
计算机视觉的基本任务之一是从相机获取的图像信息出发计算三维空间中物体的几何信息，并由此重建和识别物体，而空间物体表面某点的三维几何位置与其在图像中对应点之间的相互关系是由相机成像的几何模型决定的，这些几何模型参数就是相机参数。

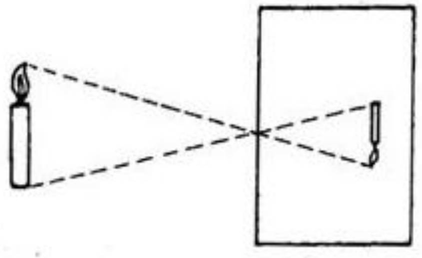
简单来说，标定是为了能够从空间点的像素坐标映射到世界坐标，这是3D立体视觉必须经过的过程。

相机标定的四个坐标系

世界坐标系、相机坐标系、图像坐标系、像素坐标系







小孔成像

图像处理中涉及到以下四个坐标系：

$O_w - X_w Y_w Z_w$：世界坐标系,描述相机位置,单位m

$O_c - X_c Y_c Z_c$：相机坐标系,光心为原点,单位m

$o - xy$：图像坐标系,光心为图像中点,单位mm

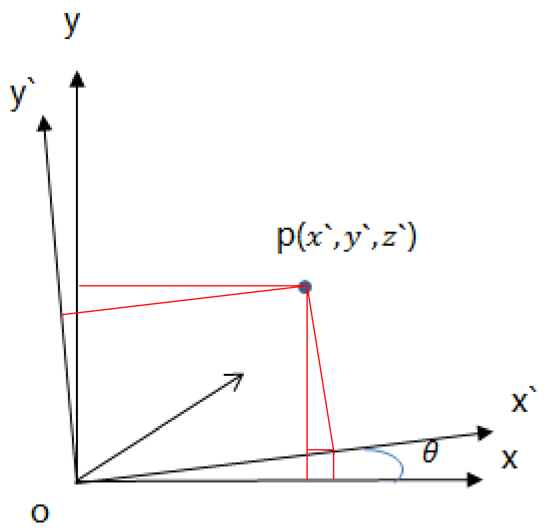
uv：像素坐标系,原点为图像左上角,单位pixel

P：世界坐标系中的一点，即为生活中真实的一点；

p：点P在图像中的成像点，在图像坐标系中的坐标为(x, y)，在像素坐标系中的坐标为(u, v);

f：相机焦距，等于o与O_c的距离，$f = \|o - O_c\|$

三维旋转的矩阵表示



绕Z轴旋转θ示意图

$$\begin{cases} x = x`cos\theta - y`sin\theta \\ y = x`sin\theta + y`cos\theta \\ z = z` \end{cases}$$

⇓

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta & 0 \\ sin\theta & cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x` \\ y` \\ z` \end{bmatrix} = R_1 \begin{bmatrix} x` \\ y` \\ z` \end{bmatrix}$$

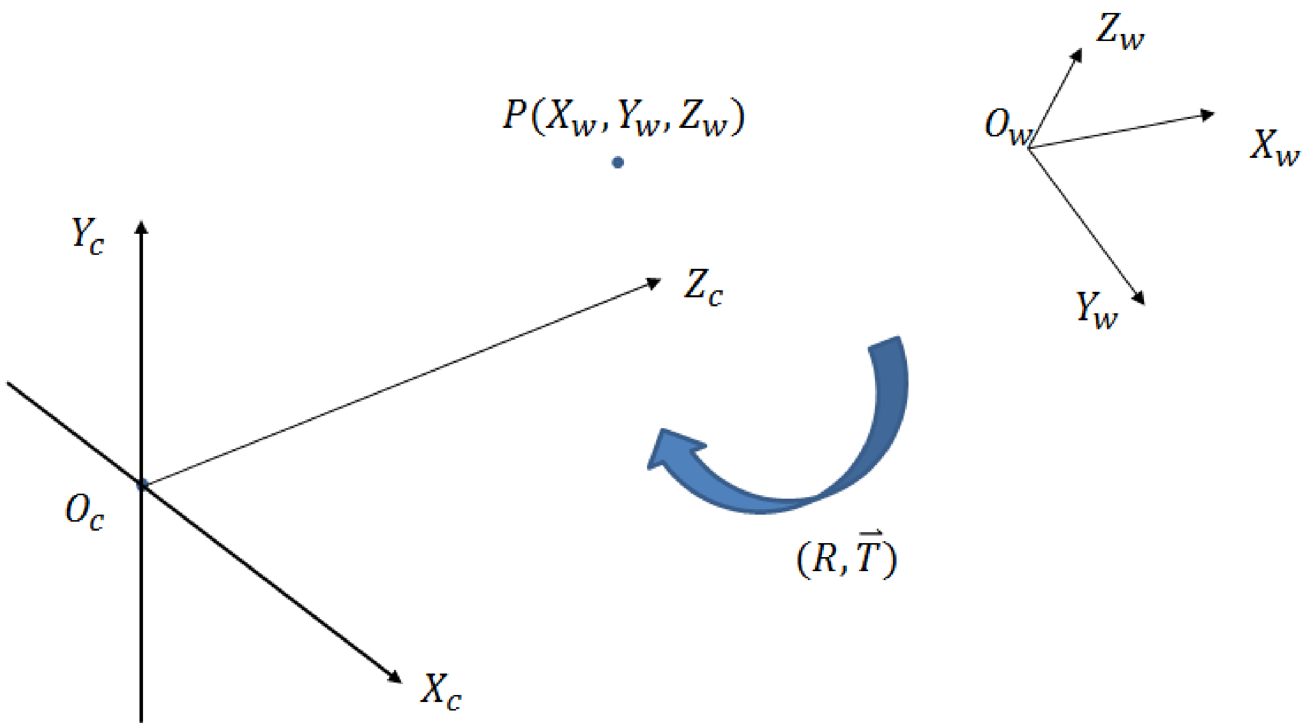
同理，绕x轴、y轴旋转φ和ω，可得到：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\varphi & sin\varphi \\ 0 & -\mathrm{sin}\varphi & cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x` \\ y` \\ 1 \end{bmatrix} = R_2 \begin{bmatrix} x` \\ y` \\ z` \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\varphi & 0 & -sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ sin\varphi & 0 & cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x` \\ y` \\ 1 \end{bmatrix} = R_3 \begin{bmatrix} x` \\ y` \\ z` \end{bmatrix}$$

于是可以得到旋转矩阵$R = R_1 R_2 R_3$

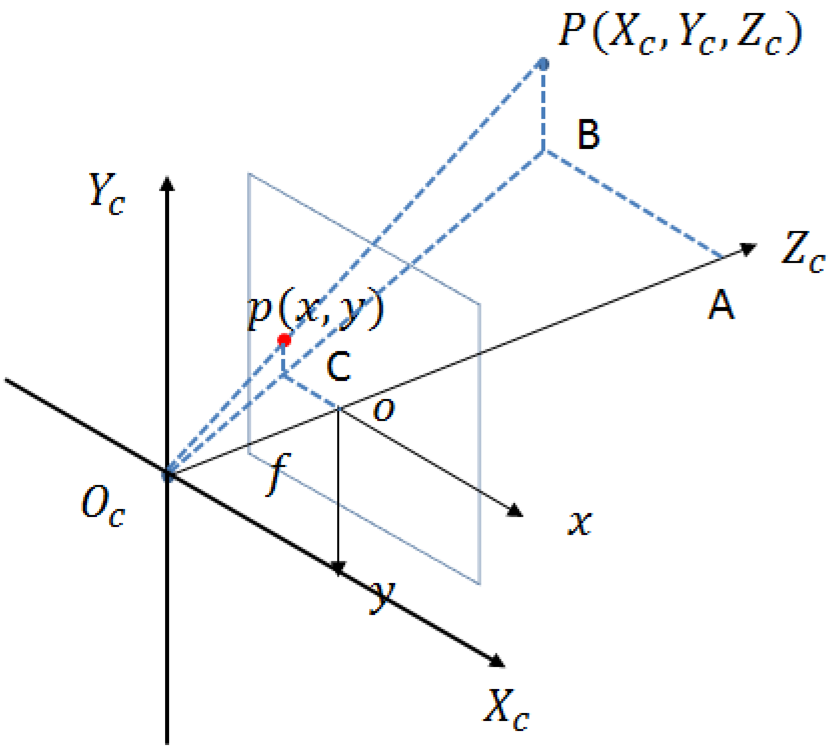
相机坐标与世界坐标系之间的关系



于是可以得到P点在相机坐标系中的坐标：

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{bmatrix} + T \Rightarrow \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & T \\ \vec{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}, R: 3*3, T: 3*1$$

相机坐标系与像平面坐标系



$$\Delta ABO_c \sim \Delta oCO_c$$

$$\Delta PBO_c \sim \Delta pCO_c$$

⬇

$$\frac{AB}{oC} = \frac{AO_c}{oO_c} = \frac{PB}{pC} = \frac{X_c}{x} = \frac{Z_c}{f} = \frac{Y_c}{y}$$

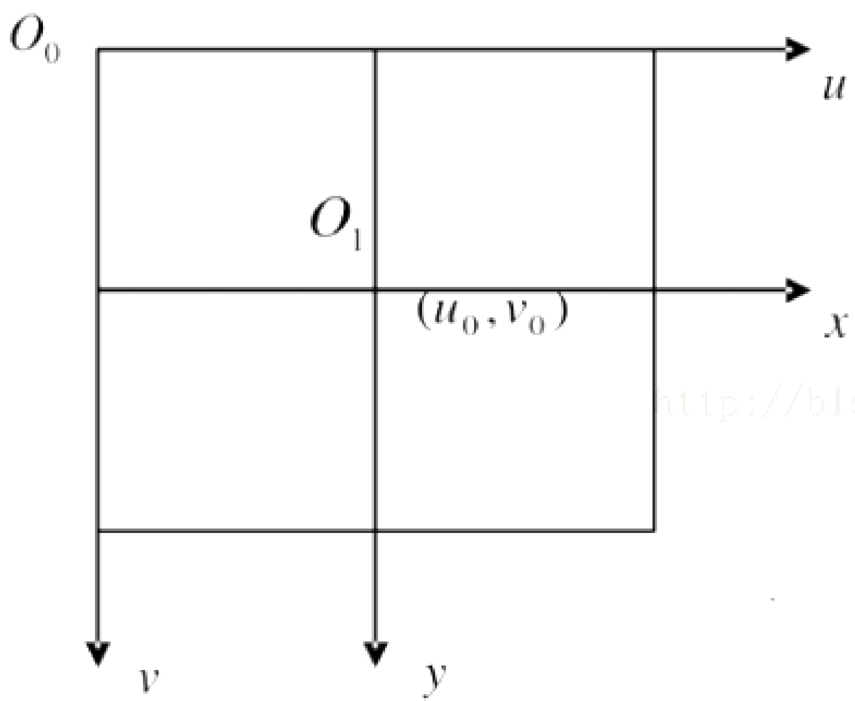
⬇

$$x = f\frac{X_c}{Z_c}, y = f\frac{Y_c}{Z_c}$$

⬇

$$Z_c\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix}$$

像素坐标与像平面之间的关系

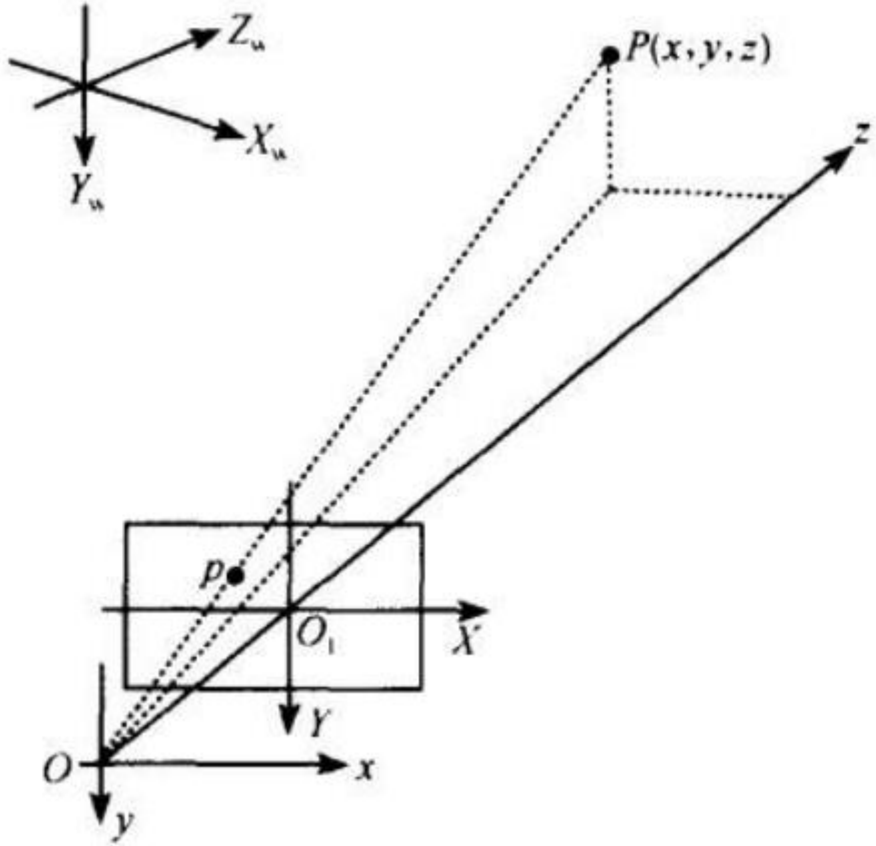


$$\begin{cases} u = \dfrac{x}{dx} + u_0 \\ v = \dfrac{y}{dy} + v_0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{dx} & 0 & u_0 \\ 0 & \dfrac{1}{dy} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

世界坐标与像素坐标之间的关系



$$s\begin{bmatrix}u\\v\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{dX} & 0 & u_0\\0 & \frac{1}{dY} & v_0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f & 0 & 0 & 0\\0 & f & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{R} & t\\0^T & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_w\\Y_w\\Z_w\\1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\alpha & 0 & u_0 & 0\\0 & \beta & v_0 & 0\\0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{R} & t\\0^T & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_w\\Y_w\\Z_w\\1\end{bmatrix}$$

像素坐标与像平面之间的关系

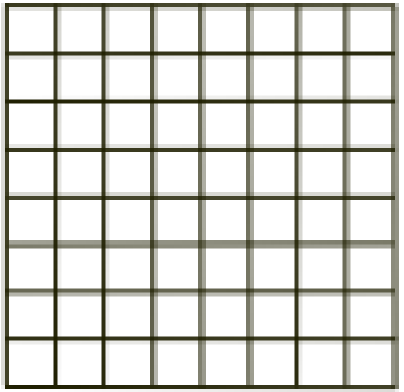
$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}\left[\mathbf{R} \middle| \mathbf{t}\right] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

图像点 $\quad$ $\boxed{\text{相机内参数}}$ $\quad$ $\boxed{\text{相机旋转} \quad \text{相机平移}}$ $\quad$ $\boxed{\text{空间点}}$

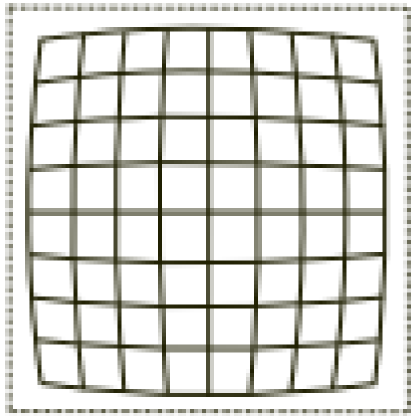
相机硬件 $\quad$ 相机位姿 $\quad$ 场景结构

相机径向畸变

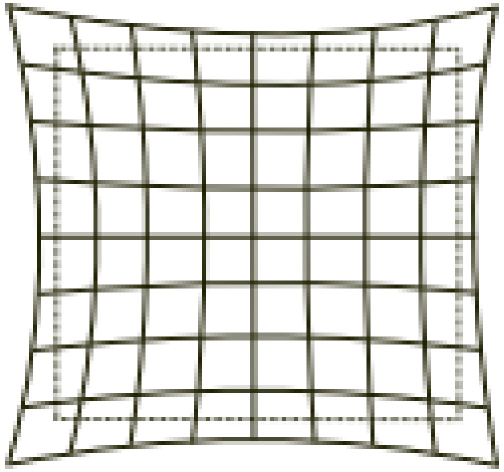
引起径向畸变的主要因素：　**透镜形状**



正常图像



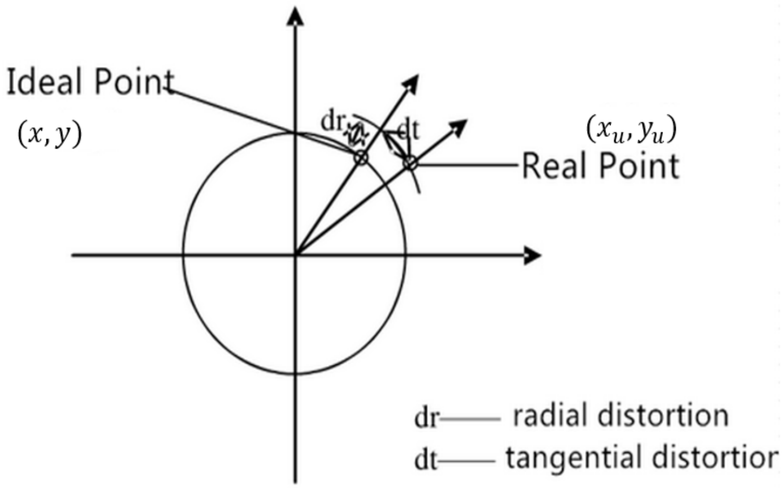
桶形失真

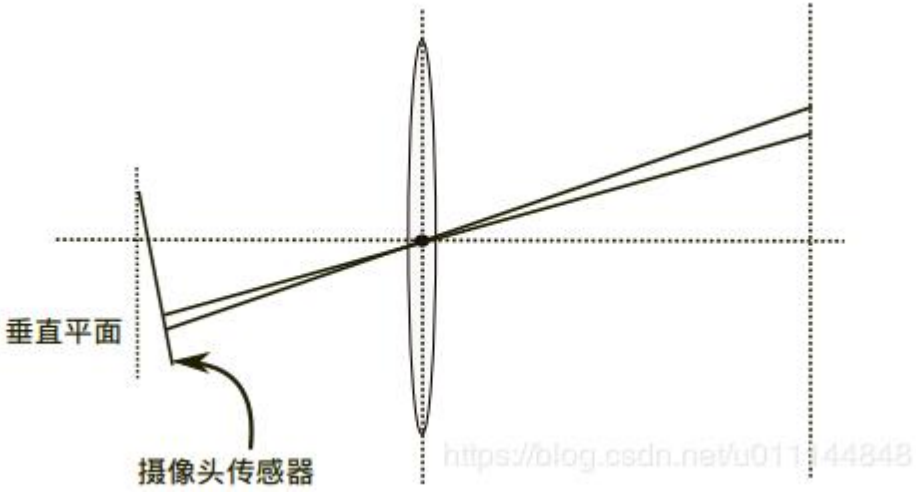


枕形失真

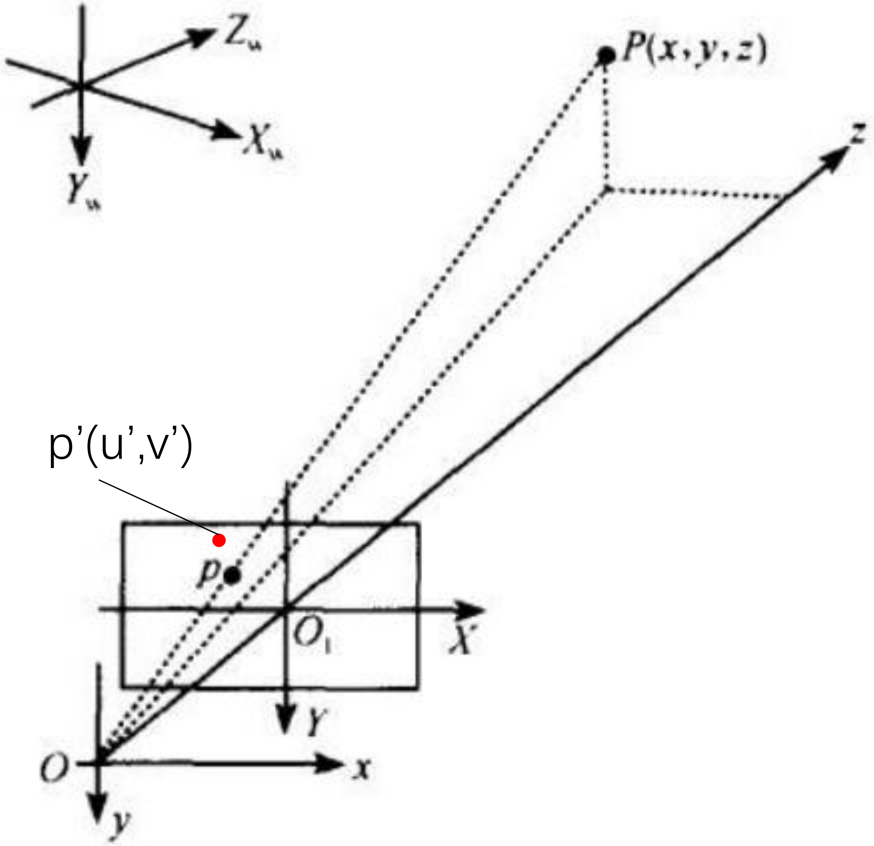
相机切向畸变

引起切向畸变的主要因素：**透镜与成像平面不平行**





像素坐标与像平面之间的关系



$$u = u' + \delta_u(u', v')$$

$$v = v' + \delta_v(u', v')$$

引入畸变参数：k1,k2,k3,p1,p2

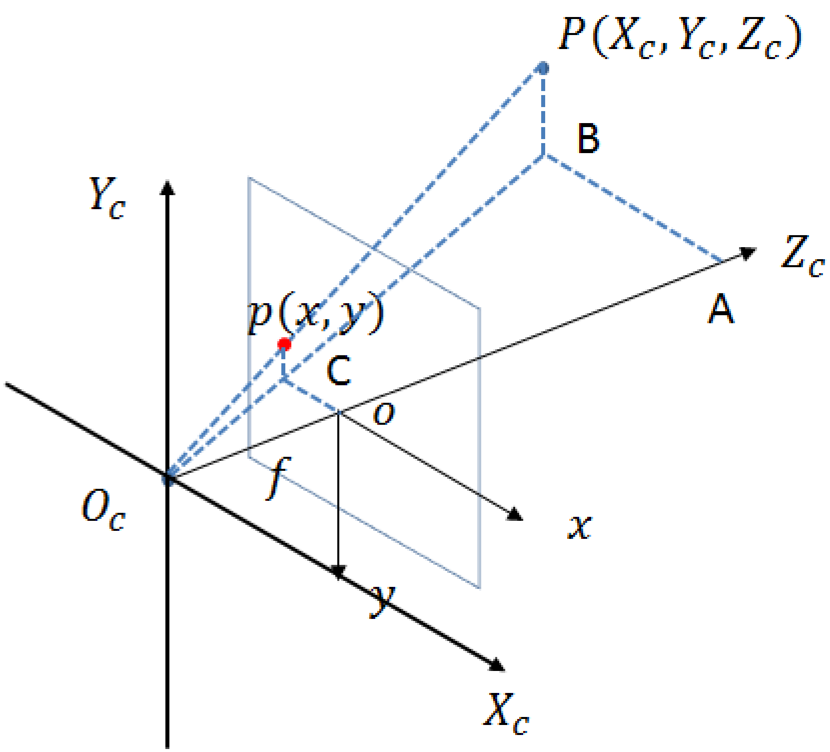
$$\delta_u(u', v') = \Delta u(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + p_1(2\Delta u^2 + r^2) + p_2(2\Delta u \Delta v)$$

$$\delta_v(u', v') = \Delta v(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + p_1(2\Delta u \Delta v) + p_2(2\Delta v^2 + r^2)$$

单相机模型重建未知数分析

$$s\begin{bmatrix}u\\v\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha & 0 & u_0 & 0\\0 & \beta & v_0 & 0\\0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{R} & t\\0^T & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_w\\Y_w\\Z_w\\1\end{bmatrix}$$

$$s\begin{bmatrix}u_1\\v_1\\1\end{bmatrix}=K[R_1 \quad | \quad T_1]\begin{bmatrix}X_w\\Y_w\\Z_w\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}m_{11}^1 & m_{12}^1 & m_{13}^1 & m_{14}^1\\m_{21}^1 & m_{22}^1 & m_{23}^1 & m_{24}^1\\m_{31}^1 & m_{32}^1 & m_{33}^1 & m_{34}^1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_w\\Y_w\\Z_w\\1\end{bmatrix}$$



$$\begin{cases}s_1u_1=m_{11}^1X_w+m_{12}^1Y_w+m_{13}^1Z_w+m_{14}^1\\s_1v_1=m_{21}^1X_w+m_{22}^1Y_w+m_{23}^1Z_w+m_{24}^1\\s_1=m_{31}^1X_w+m_{32}^1Y_w+m_{33}^1Z_w+m_{34}^1\end{cases}$$

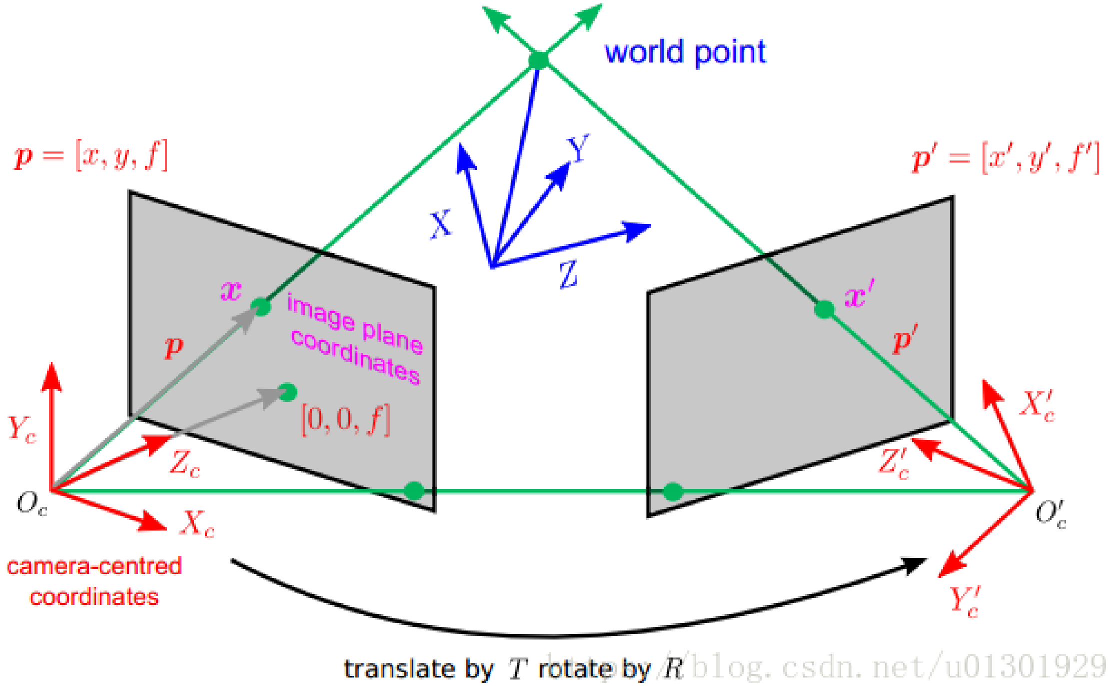
$$\begin{cases}(u_1m_{31}^1-m_{11}^1)X_w+(u_1m_{32}^1-m_{12}^1)Y_w+(u_1m_{33}^1-m_{13}^1)Z_w=m_{14}^1-u_1m_{34}^1\\(v_1m_{31}^1-m_{21}^1)X_w+(v_1m_{32}^1-m_{22}^1)Y_w+(v_1m_{33}^1-m_{23}^1)Z_w=m_{24}^1-v_1m_{34}^1\end{cases}$$

2个等式，3个未知数
无法得唯一解!

双相机模型重建未知数分析

$$s_1 \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{bmatrix} = K_1[I \quad | \quad 0] \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

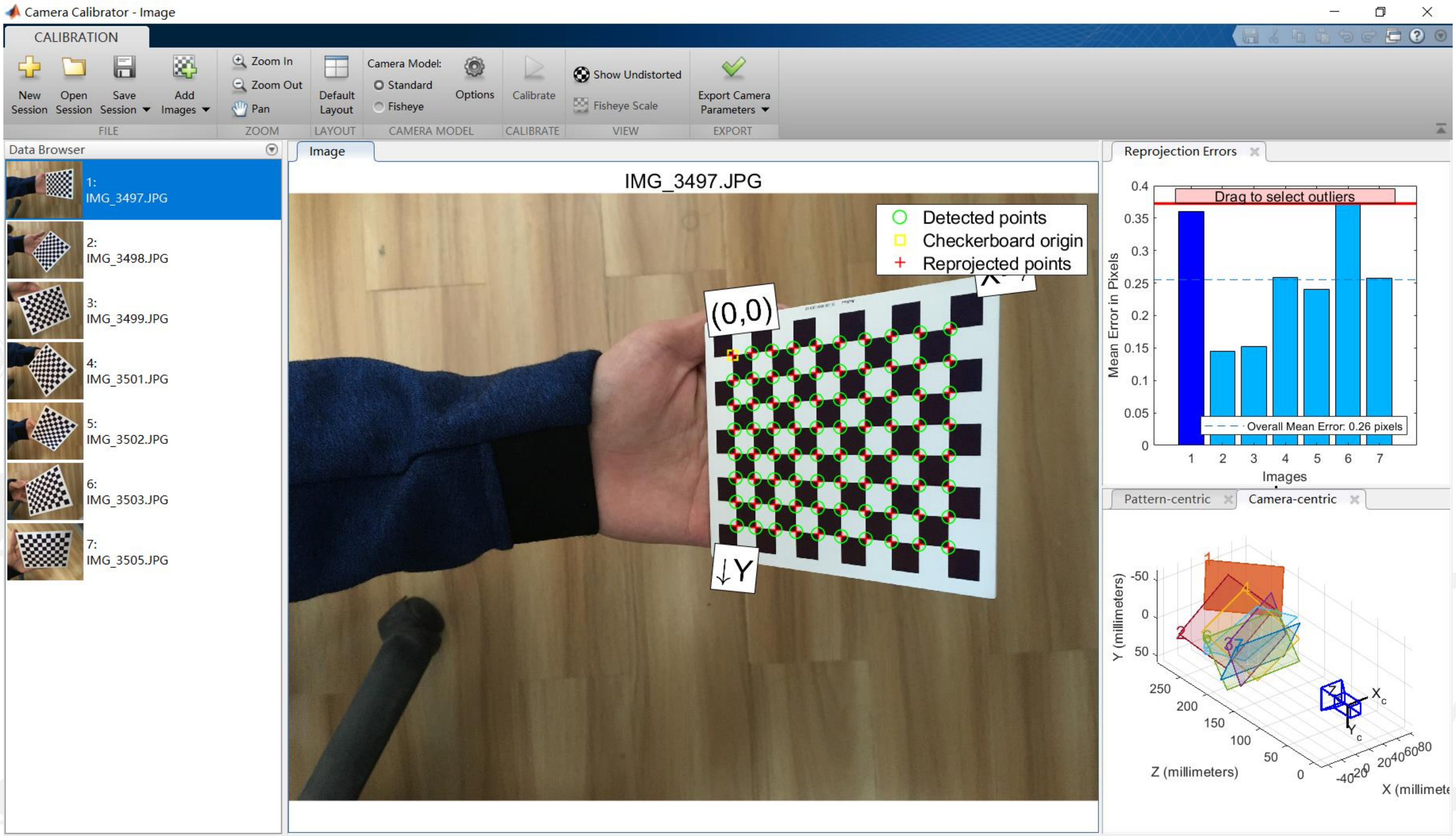
$$s_2 \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{bmatrix} = K_2[R \quad | \quad T] \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{cases} (u_1 m_{31}^1 - m_{11}^1)X + (u_1 m_{32}^1 - m_{12}^1)Y + (u_1 m_{33}^1 - m_{13}^1)Z = m_{14}^1 - u_1 m_{34}^1 \\ (v_1 m_{31}^1 - m_{21}^1)X + (v_1 m_{32}^1 - m_{22}^1)Y + (v_1 m_{33}^1 - m_{23}^1)Z = m_{24}^1 - v_1 m_{34}^1 \\ (u_2 m_{31}^2 - m_{11}^2)X + (u_2 m_{32}^2 - m_{12}^2)Y + (u_2 m_{33}^2 - m_{13}^2)Z = m_{14}^2 - u_2 m_{34}^2 \\ (v_2 m_{31}^2 - m_{21}^2)X + (v_2 m_{32}^2 - m_{22}^2)Y + (v_2 m_{33}^2 - m_{23}^2)Z = m_{24}^2 - v_2 m_{34}^2 \end{cases}$$

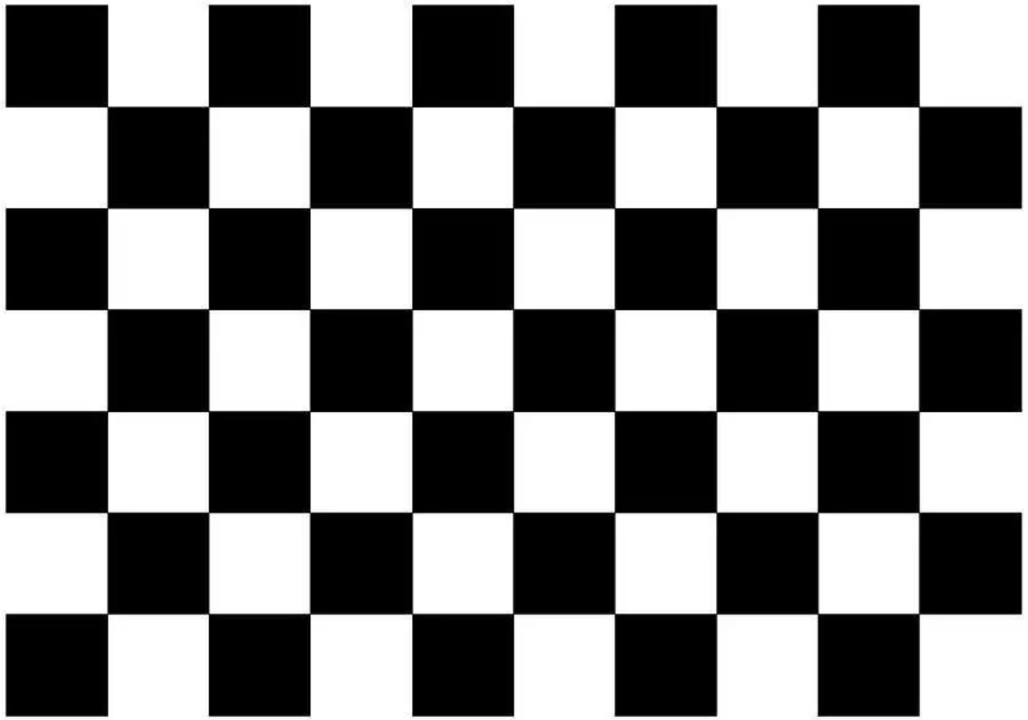
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

MATLAB相机标定实验



用什么进行相机标定?

棋盘格（张正友标定法）



THANK YOU!