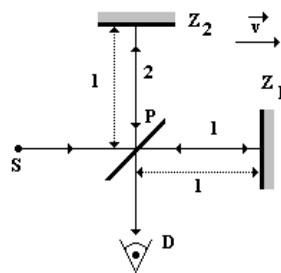


## Teorie relativity

a) v řece tekoucí rychlostí  $v$  plují dvě lodě obě stejnou rychlostí  $c$ ,  $c > v$ . První pluje po proudu do vzdálenosti  $l$  a zpět, druhá kolmo na proud do stejné vzdálenosti  $l$  a zpět. Ukažte, že pro čas plavby platí:  $t_1 = \frac{2l}{c(1-\beta^2)}$ ,  $t_2 = \frac{2l}{c\sqrt{1-\beta^2}}$ ,

kde  $\beta = \frac{v}{c} < 1$ , tudíž  $t_1 > t_2$ .

b) představme si nyní tuto analogii: místo lodí uvažujme světlo vyzárené na pohybující se Zemi. Paprsky se po průchodu polopropustným zrcadlem rozdělí, pohybují k zrcadlům  $Z_1$  a  $Z_2$ , odrazí se zpět a v detektoru D spolu interferují. Pokud je rychlost Země vzhledem k éteru  $v = 30$  km/s (rychlost Země na oběžné dráze kolem Slunce), rychlost světla  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s, vlnová délka světla 450 nm a délka ramen  $l = 11$  m, jaké je zpoždění paprsku, který se odrážel na  $Z_1$ ? O kolik vlnových délek se paprsky rozejdou?  $[\Delta t = 3,7 \cdot 10^{-16}$  s,  $\Delta \lambda = 0,24 \lambda]$



c) při tomto posunutí světelných paprsků (ve skutečnosti se tento interferometr otočil o  $90^\circ$ , zrcadla se prohodila a celkový posun byl dvojnásobný) by musela být výrazně vidět interference paprsků. Ve skutečnosti žádná interference pozorována nebyla – dráhy paprsků byly naprosto stejné. Ukažte, že to lze vysvětlit třeba tak, že rameno k zrcadlu  $Z_1$  je vlivem pohybu  $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  -krát kratší

Světlo vyletuje ze Slunce rychlostí  $3 \cdot 10^8$  m/s. Kosmická raketa letí rychlostí  $2 \cdot 10^8$  m/s. Jakou rychlostí se pohybuje světlo vůči raketě a pokud raketa letí a) přímo ke Slunci? b) přímo od Slunce?

Při srážkách částic primárního kosmického záření s atomy vrchní vrstvy atmosféry vznikají miony. Jsou to nestabilní částice se střední dobou života  $T_0 = 2,2 \cdot 10^{-6}$  s (měřenou v klidové soustavě mionu). Předpokládejme, že mion vznikl ve výšce 15 km a pohybuje se k Zemi rychlostí  $v = 0,9998c$ . Může tento mion doletět na povrch Země?

a) řešte nejprve použitím klasické fyziky

b) řešte ve vztažné soustavě spojené se zemí (vůči ní se mion pohybuje, dochází tak u něj k dilataci času)

c) řešte ve vztažné soustavě spojené s mionem (v ní se mion nepohybuje, čas mu běží normálně, ale vůči němu se pohybuje Země...)

Letadlo o hmotnosti 20 t dlouhé 100 m letí rychlostí 300 m/s. a) jakou délku by naměřil pozorovatel ze Země? b) za jak dlouho by se hodiny v letadle s hodinami na Zemi rozešly o 1 s?, c) o kolik se změnila hmotnost letadla? (pozn: pro malá

čísla  $|x| \ll 1$  platí:  $(1 \pm x)^n \approx 1 \pm nx$ , tedy pro malé rychlosti je  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx 1 + \frac{\beta^2}{2}$ , kde  $\beta = \frac{v}{c}$ )

$[\gamma = 1 + 5 \cdot 10^{-13}$ ;  $\Delta l = 50$  pm; za  $2 \cdot 10^{12}$  s = 63 k let;  $\Delta m = 0,01$  mg]

Kosmická loď se pohybuje vzhledem k Zemi stálou rychlostí  $0,8c$ . V kosmické lodi se pohybuje částice rychlostí  $0,6c$ . Jak velká je rychlost částice vzhledem k Zemi, jsou-li vektory obou rychlostí a) souhlasně orientované, b) nesouhlasně orientované?  $[0,946c, 0,385c]$

Hmotnosti neutronu, deuteria, tritia a helia jsou:  $m_n = 1,008665$  u,  $m_D = 2,014101$  u,  $m_T = 3,016049$  u,  $m_{He} = 4,002602$  u, kde  $u = 1,66 \cdot 10^{-27}$  kg. Jak velká energie se uvolní při fúzním sloučení  $D + T \rightarrow He + n$ ?  $[17,7$  MeV]

Ukažte že pro malé rychlosti dává vzorec pro kinetickou energii z STR ( $E_k = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = \Delta mc^2 = (\gamma - 1)m_0c^2$ ) stejný výsledek, jako vztah odvozený v klasické fyzice ( $E_k = mv^2/2$ ) [opět použijte přibližný vztah  $(1 \pm x)^n \approx 1 \pm nx$ ]

Jak velkou práci musíme vykonat, abychom těleso o hmotnosti 1 kg urychlili: a) z 0 na  $0,01c$ , b) z  $0,60c$  na  $0,61c$  c) z  $0,98c$  na  $0,99c$ . Porovnejte výsledek klasické fyziky a STR [a) 4,5 TJ, 4,5003 TJ, b) 545 TJ, 1079 TJ, c) 0,89 PJ, 186 PJ]

Jakou rychlost má elektron ( $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg) urychlený napětím a) 1 kV, b) 1 MV podle klasické fyziky a podle STR?

[klas:  $U \cdot e = mv^2/2$ , STR:  $U \cdot e = (\gamma - 1)m_0c^2$ ; a)  $0,0625c$  vs.  $0,0624c$ ; b)  $1,98c$  vs.  $0,94c$ ]

Určete napětí potřebné k urychlení elektronu na rychlost  $0,99c$

[3,1 MV]

\* Těleso s klidovou hmotností  $m_0$  (třeba proton) se pohybuje rychlostí  $v = 0,8c$  a dokonale nepružně narazí na nepohybující se těleso o stejné klidové hmotnosti. Vypočítejte rychlost tělesa, které se vytvoří po srážce obou těles a určete jeho klidovou hmotnost  $M_0$ .

[platí ZZH i ZZE, tedy:  $m \cdot v + 0 = M \cdot V$ ,  $mc^2 + m_0c^2 = Mc^2$ , kde  $m = \gamma \cdot m_0$ ,  $M = \Gamma \cdot M_0$ ;  $V = v \cdot \gamma / (1 + \gamma) = 0,5c$ ,  $M_0 = m_0(1 + \gamma) / \Gamma = m_0 \cdot 4 / \sqrt{3} \approx 2,31 \cdot m_0$ ; podle klas. fyziky a spoléhání se na ZZ hmotnosti vede ke špatnému výsledku  $V = 0,4c$ ,  $M_0 = 2 \cdot m_0$ ]