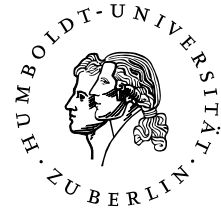


HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN



SPEKTRALE FILTERUNG ZUM EIN-MODEN-BETRIEB
EINES OPTISCH PARAMETRISCHEN OSZILLATORS
WEIT UNTERHALB DER SCHWELLE

Diplomarbeit

Humboldt-Universität zu Berlin

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät I

Institut für Physik

eingereicht von

Roland Ullmann

geboren am 26.03.1984 in Bernau bei Berlin

1. Gutachter: Prof. Dr. Oliver Benson
2. Gutachter: Dr. Hans-Jürgen Wünsche

Berlin, Dezember 2008

Zusammenfassung

Die Quanteninformationsverarbeitung bietet mit den Methoden der Quantenmechanik neuartige, effizientere Lösungsstrategien für bestimmte Probleme. Dabei werden Informationen in Form von Quantenbits dargestellt, die eine kohärenten Überlagerung zweier quantenmechanischer Zustände sind. Für die Speicherung von quantenmechanischer Information sind atomare Systeme besonders geeignet. Der Transport von Quanteninformation erfolgt häufig über Einzelphotonen. Um ein komplexes Quantennetzwerke aufbauen zu können, ist eine effektive Schnittstelle zwischen den Photonen als Datenträgern und atomaren Systemen als Datenspeicher erforderlich.

Eine mögliche Schnittstelle kann etwa in der Kopplung von Photonen an atomare Übergänge bestehen. Für eine hohe Kopplungseffektivität ist die Verwendung schmalbandiger Einzelphotonen erforderlich. Auf dem Effekt der spontanen parametrischen Fluoreszenz basierend, stellt der optisch parametrische Oszillator eine geeignete Quelle zur Erzeugung schmalbandiger Einzelphotonen dar. Dabei wird die spektrale Bandbreite der spontanen parametrischen Fluoreszenz von mehreren THz auf die Bandbreite des Resonators reduziert. Das resultierende Spektrum ist ein mehrere GHz breiter Frequenzkamm aus einer Vielzahl von Linien. Die so erzeugten Einzelphotonen besitzen eine Linienbreite von wenigen MHz und sind daher für die Kopplung an atomare Resonanzen geeignet.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Filteraufbau aus einem schmalbandigen Fabry-Pérot-Resonator, sowie einem breitbandigen Etalon vorgestellt, mit dem eine einzelne Mode aus dem Frequenzkamm selektiert werden kann. Die zu filternden Mode und die Resonanz des Fabry-Pérot-Resonators kann mit einer Frequenzgenauigkeit < 3 MHz eingestellt werden, so dass die selektierte Mode immer über 0.95 ihrer Eingangsintensität behält. Des Weiteren besitzt der Aufbau eine hohe Langzeitstabilität, mit der Betriebszeiten über mehrere Stunden möglich sind. Für den gesamten Zeitraum ist die Transmission auf einem Wert größer 0.8 geblieben.

Durch die Kombination eines optisch parametrischen Oszillators mit dem Filteraufbau, steht erstmals eine schmalbandige Einzelphotonenquelle auf Basis der spontanen parametrischen Fluoreszenz zur Verfügung, die nur eine einzelne Emissionslinie mit einer Linienbreite von wenigen MHz besitzt. Mit einer derartigen Quelle ist die effektive Kopplung der Einzelphotonen an atomare Resonanzen möglich, was die Grundlage für zukünftige Quantennetzwerke darstellt.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	I
Einleitung	1
1 Grundlagen der Optik	5
1.1 Gauß-Strahl	5
1.1.1 Herleitung des Gauß-Strahls	5
1.1.2 Eigenschaften	7
1.1.3 Matrizenoptik	11
1.2 Fabry-Pérot-Resonator	13
1.2.1 Allgemeine Betrachtungen	13
1.2.2 Stabilitätskriterium	16
1.2.3 Impedanzanpassung	19
2 Einzelphotonenquelle	21
2.1 Nichtlineare Optik	21
2.1.1 Phasenanpassung	22
2.1.2 Spontane parametrische Fluoreszenz	23
2.2 Spektrum des DRO	24
2.3 Filterung einer einzelnen DRO Mode	25
3 Transferaufbau	29
3.1 Transferprinzip	29
3.2 Pound-Drever-Hall Verfahren	29
3.2.1 Funktionsprinzip	29
3.2.2 Erzeugung des Fehlersignals	30
3.2.3 Wahl der Modulationsfrequenz	32
3.3 Kompensationskristall	34
3.3.1 Doppelbrechung und Strahlversatz	34
3.3.2 Umsetzung im Experiment	36
3.3.3 Verschieben der Resonanzen	36
3.4 Umsetzung des Transferaufbaus	37
3.4.1 Prinzip des Transferaufbaus	37
3.4.2 Messergebnisse im Transferaufbau	39

4	Filterung des DRO Spektrums	45
4.1	Anforderungen an den Filterresonator	45
4.2	Umsetzung des Filteraufbaus	46
4.2.1	Prinzip des Filteraufbaus	46
4.2.2	Messergebnisse im Filteraufbau	49
5	Ergebnisse und Ausblick	55
5.1	Diskussion der Ergebnisse	55
5.2	Ausblick	56
	Abkürzungsverzeichnis	59
	Literaturverzeichnis	61
	Danksagung	65
	Selbstständigkeitserklärung	67

Einleitung

Als Anfang des 20. Jahrhunderts die Quantentheorie entwickelt wurde, war ein experimenteller Zugang zu dieser wichtigen Teilgebiet der Physik noch undenkbar. Mit zunehmendem technischen Fortschritt konnten viele der Gedankenexperimente im Labor getestet werden. Neben Experimenten aus der Grundlagenforschung [AGR81, PBD⁺00], wachsen auch die Anwendungsmöglichkeiten für quantenmechanische Phänomene. So wurden zu Beginn der achtziger Jahre erstmals quantenmechanische Konzepte auf die Verarbeitung und Übertragung von Informationen zu übertragen [Fey82]. Im Laufe der Jahre entwickelte sich aus diesem Ansatz des Gebiet der Quanteninformationsverarbeitung mit der Quantenkommunikation als Teilgebiet.

Dabei werden Informationen nicht länger in Form klassischer Bits 0 und 1 gespeichert, sondern durch so genannte *Qubits* (Quantenbits) dargestellt. Das Qubit setzt sich aus einer kohärenten Überlagerung zweier quantenmechanischen Basiszuständen $|0\rangle$ und $|1\rangle$ zusammen. Durch die Verwendung von Qubits können Algorithmen verwendet werden, die den klassischen Methoden weit überlegen sind. So ist die Faktorisierung großer Zahlen mit klassischen Verfahren sehr ineffizient. Der Shor-Algorithmus [Sho97] liefert für dieses Problem ein leistungsfähiges Lösungsverfahren.

Ein anderes Problem besteht im sicheren Austausch von Informationen. Werden die Daten verschlüsselt, so muss der verwendete Schlüssel ebenfalls zwischen den beteiligten Parteien ausgetauscht werden. Im Jahr 1984 wurde daher von C. H. Bennett und G. Brassard das *BB84*-Protokoll vorgestellt, das einen abhörsicheren Schlüsselaustausch ermöglicht.

Das Qubit kann über ein frei wählbares Zwei-Niveau-System dargestellt werden, so dass viele verschiedene Ansätze zur Realisierung eines Qubits verfolgt werden. Für die Speicherung von Quanteninformation werden bevorzugt atomare Systeme verwendet, wie z.B. Ionenketten [CZ95] oder Kernspins [GC97, CFH97]. Für die Übertragung von Informationen über weite Strecken sind Einzelphotonen besonders geeignet, da diese nur in geringem Maß mit ihrer Umgebung wechselwirken. Auf Grund ihrer Charakters werden atomare Qubits auch stationäre Qubits genannt, wogegen Photonen als fliegende Qubits bezeichnet werden.

Zu den gebräuchlichsten Methoden zur Erzeugung von Einzelphotonen zählen neben der spontane Emission bei Atomen [KHR02], Ionen [KLH⁺04] und Molekülen [BLTO99], die Verwendung von Stickstoff-Fehlstellen-Defektzentren (NV-Zentren) im Diamantgitter [KMZW00] bzw. niederdimensionalen Halbleiterheterostrukturen wie Quantenpunkten [BGL98, MIM⁺00, AZB⁺03], sowie die Ausnutzung der spontanen parametrischen Fluoreszenz [Kle68, BH68, KMW⁺95]. Da viele der genannten Quellen eine isotrope Abstrahlcharakteristik besitzen, kann eine große Anzahl der erzeugten Einzelphotonen

nicht detektiert werden. Zudem weisen die generierten Photonen oft eine hohe spektrale Bandbreite auf.

So liegt z.B. die Bandbreite der Fluoreszenzphotonen typischerweise im THz-Bereich, jedoch ist die Emissionsrichtung durch die Impulserhaltung vorgegeben. In einer Resonatoranordnung kann die Linienbreite der Fluoreszenzmoden stark verringert werden, da die Emission auf Moden innerhalb der schmalbandigen Resonatormoden begrenzt ist. Eine solche Konfiguration wird häufig als *optisch parametrischer Oszillator* (OPO) bezeichnet.

Bei jeder Emission werden aus einem *Pump*-Photon zwei Photonen niedrigerer Frequenz erzeugt, das *Signal*- bzw. *Idler*-Photon. Wird es der beiden Photonen detektiert, so muss auch das andere Photon existieren. Auf diese Weise werden die erzeugten Einzelphotonen angekündigt. Dies ist allerdings nur gültig, wenn die verwendete Pumpleistung weit unterhalb der Resonatorschwelle liegt. Dann dominiert die spontane Emission gegenüber stimulierten Prozessen, und es befindet sich im Mittel weit weniger als ein Photonenpaar im Resonator, so dass der Einzelphotonencharakter erhalten bleibt.

Mit einem OPO Aufbau lässt sich somit eine schmalbandige Einzelphotonenquelle realisieren. Eine Linienbreite in der Größenordnung weniger MHz ist erforderlich, um eine effektive Kopplung von Einzelphotonen an atomare Resonanzen zu erzielen. Mit einer solchen Schnittstelle zwischen stationären und fliegenden Qubits bildet die Grundlage für die Entwicklung komplexer Quantennetzwerke zur Durchführung von Rechenoperationen. Einen vielversprechenden Ansatz für eine solche Schnittstelle liefert die *elektromagnetisch induzierter Transparenz* (EIT) [Har97, FIM05].

Durch geeignete Wahl eines Drei-Niveau-Systems kann mit EIT die Absorption an der Resonanz herabgesetzt [BIH91] bzw. abgeschaltet werden. Da der Brechungsindex, und somit die Gruppengeschwindigkeit, nahe der Resonanz eine starke Änderung erfährt, kann Licht verlangsamt [HHDB99] bzw. gestoppt [KRS01] werden. Somit eignet sich EIT zur Speicherung von Photonen in atomaren Gasen [PFM⁺01, CMJ⁺05, EAM⁺05].

Zielsetzung im Hinblick auf das Gesamtexperiment

Im Rahmen eines Gesamtprojekts soll ein Quantennetzwerk aufgebaut werden, das die erstmalige Speicherung quantenkryptographisch verschlüsselter Einzelphotonen ermöglicht. Für das Experiment zur Quantenkryptographie werden die Photonen in einem Michelson-Interferometer nach dem so genannten *time-bin-Schema* ver- bzw. entschlüsselt. Das Qubit wird durch zwei unterschiedliche Ankunftszeiten, die time-bins, charakterisiert [BGTZ99, TBZG00, MdRT⁺02]. Mit einer Wegdifferenz von 100m zwischen den Interferometerarmen können Photonen mit einer spektralen Bandbreite in der Größenordnung von 10 MHz zeitlich aufgelöst werden [Neu08].

Für die Photonenspeicherung wurde ein Aufbau mit einer Cäsiumgaszelle realisiert, der EIT Untersuchungen an der Cäsium-D1-Linie bei Raumtemperatur erlaubt [Höc07]. Lichtpulse konnten um 200 ns verzögert werden, was einer reduzierten Lichtgeschwindigkeit von $c/2000$ entspricht.

Zur Erzeugung schmalbandiger Einzelphotonen wurde ein einzelresonanter OPO Aufbau realisiert [Wol07], mit dem die spektrale Bandbreite der parametrischen Fluoreszenz von mehreren THz auf etwa 60 MHz verringert werden [SWHB07] konnte. Derzeit wird im Rahmen einer weiteren Diplomarbeit eine neue OPO Quelle mit verbessertem Resonatordesign aufgebaut, die Photonen mit einer Linienbreite unterhalb 10 MHz emittiert. Obwohl die Linienbreite der generierten Einzelphotonen durch den OPO drastisch gesenkt werden kann, besteht das Spektrum aus einem 60 GHz breiten Frequenzkamm mit 45 Einzelmoden. Um das geplante Quantennetzwerk realisieren zu können, muss aus dem OPO Spektrum eine einzelne Mode selektiert werden. Die Filterung soll über einen Fabry-Pérot-Resonator erfolgen, da durch den Überlapp zwischen Emissions- und Resonatorlinie eine einzelne Mode gefiltert werden kann, ohne dass die Intensität bzw. Zählrate dieser Mode herabgesetzt wird.

Ziel dieser Arbeit ist es daher, ein Filtersystem aufzubauen, mit dem eine einzelne Emissionslinie aus dem OPO Spektrum selektiert werden kann. Dazu wird ein Fabry-Pérot-Resonator als schmalbandiger, durchstimmbarer Interferenzfilter verwendet. Für eine effektive Filterung müssen die Resonanzen des Filterresonators an die zu filternde Linie gekoppelt werden. Um dies zu erreichen, wurde ein zweiter Aufbau realisiert, mit dem relative Frequenzschwankungen zwischen den beiden Resonanzen unterdrückt werden.

Aufbau dieser Arbeit

In Kapitel 1 dieser Diplomarbeit sollen zunächst die theoretischen Grundlagen diskutiert werden. Dabei werden vor allem die Eigenschaften von Fabry-Pérot-Resonatoren behandelt, sowie der Gauß-Strahl als eine mögliche Lösung der Helmholtz-Gleichung mit Randbedingungen durch den Resonator.

Anschließend wird in Kapitel 2 die OPO Quelle mit den entsprechenden Grundlagen zur nichtlinearen Optik und der spontanen parametrischen Fluoreszenz vorgestellt. Des Weiteren soll ein grober Überblick über den OPO Aufbau und die daraus resultierenden Eigenschaften des Spektrums gegeben werden.

Es folgt in Kapitel 3 die Diskussion des Transferaufbaus, mit dem die effektive Kopplung der Resonanzen des Filterresonators an die OPO Emissionslinien erst möglich ist. Dazu wird zunächst das Pound-Drever-Hall Verfahren als Stabilisierungsmethode erörtert. Anschließend wird der Transferaufbau vorgestellt, und die gewonnenen Messergebnisse diskutiert.

Kapitel 4 stellt den Filteraufbau vor. Dazu werden zunächst die theoretischen Anforderungen an die einzelnen Filterstufen diskutiert, um sie anschließend mit den experimentellen Ergebnissen zu vergleichen.

Im letzten Kapitel 5 werden die gewonnenen Ergebnisse noch einmal zusammengefasst, und ein Ausblick auf die zukünftigen Schritte im Hinblick auf die Realisierung eines Quantennetzwerkes gegeben.

1 Grundlagen der Optik

Das Fabry-Pérot-Interferometer stellt die einfachste Form eines Resonators dar. Aufgrund seiner Eigenschaften wird es in diesem Experiment für die Filterung schmalbandiger Einzelphotonen verwendet.

1.1 Gauß-Strahl

1.1.1 Herleitung des Gauß-Strahls

Betrachtet wird eine monochromatische Welle, deren Polarisation nicht vom Ort bzw. der Zeit abhängt. In diesem Fall lässt sich das elektrische Feld durch eine zeitunabhängige, skalare Amplitude \tilde{E} beschreiben

$$E(x, y, z, t) = \tilde{E}(x, y, z) \exp(-i\omega t). \quad (1.1)$$

Die im Allgemeinen komplexe Amplitude \tilde{E} muss dabei die skalare Wellengleichung erfüllen

$$\left(\Delta + \frac{\omega^2}{c^2} \right) \tilde{E}(\mathbf{r}) = 0. \quad (1.2)$$

Für diese auch Helmholtz-Gleichung genannte Formel gibt es unterschiedliche Lösungen, wie etwa die ebene Welle ($\tilde{E} \sim \exp(i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$) oder die Kugelwelle ($\tilde{E} \sim \exp(ikr)/r$). Für beide Lösungsklassen ergibt sich mit dem Wellenvektor \mathbf{k} die Dispersionsbeziehung $k = \omega/c$.

Eine weitere mögliche Lösung erhält man, wenn man sich auf den Fall der paraxialen Näherung konzentriert, bei dem die Ausbreitung der Welle im Wesentlichen entlang der z -Achse erfolgen soll. Ein möglicher Ansatz für die Amplitude \tilde{E} ist dann

$$\tilde{E}(\mathbf{r}) = u(\mathbf{r}) \exp(ikz). \quad (1.3)$$

Hierbei soll die Funktion $u(\mathbf{r})$ nur langsam mit z variieren, d.h. $|\partial_z u| \ll k|u|$. Somit ergibt sich aus der Wellengleichung (1.2) die paraxiale Wellengleichung

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) u + 2ik \frac{\partial u}{\partial z} = 0. \quad (1.4)$$

Eine Kugelwelle erfüllt die paraxiale Näherung, solange $x, y \ll z$ gültig ist. In diesem Fall lässt sich der Krümmungsradius R der Kugelwelle nach z entwickeln

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \underset{x, y \ll z}{\approx} z + \frac{x^2 + y^2}{2z}. \quad (1.5)$$

Mit diesem genäherten Krümmungsradius ergibt sich für eine Kugelwelle

$$\begin{aligned} \tilde{E} &\sim \frac{\exp(ikR)}{R} \approx \frac{\exp\left(ik \frac{x^2+y^2}{2z}\right)}{z} \exp(ikz) \\ \Rightarrow u &\sim \frac{\exp\left(ik \frac{x^2+y^2}{2z}\right)}{z}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Durch Einsetzen in die paraxiale Wellengleichung (1.4) erkennt man, dass dieser Ansatz eine Lösung darstellt. Die Gleichung (1.6) muss auch dann eine Lösung bleiben, wenn der Ursprung der z -Achse um eine Konstante verschoben wird. Für eine Verschiebung um iz_0 entlang der imaginären Achse ergibt sich die Grundform des Gauß-Strahls¹

$$\tilde{E}(\mathbf{r}) = \tilde{E}_0 \frac{q(0)}{q(z)} \exp(ikz) \cdot \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2q(z)}\right) \quad (1.7)$$

$$q(z) = z + iz_0 \quad z_0 \in \mathbb{R}. \quad (1.8)$$

Somit lässt sich der Gauß-Strahl im Gültigkeitsbereich der paraxialen Näherung als eine Kugelwelle mit komplexem Krümmungsradius $q(z)$ deuten.

Um Amplitude und Phase zu entkoppeln, wird der reziproke Wert des *komplexen Strahlparameters* $q(z)$ gebildet und mit Hilfe zweier reeller Funktionen $R(z)$ und $w(z)$ in seinen Real- und Imaginärteil aufgespalten

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi w^2(z)}. \quad (1.9)$$

Mit $w(z)|_{z=0} = w_0$ wird aus dieser Gleichung der als *Rayleigh-Länge* bezeichnete Verschiebungsparameter z_0 definiert

$$z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}. \quad (1.10)$$

Somit erhält man eine Darstellung für den Gauß-Strahl als Produkt aus reeller Amplitude und Phase

$$\tilde{E}(\mathbf{r}) = \tilde{E}_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right) \cdot \exp\left(ikz + ik \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} + i\zeta(z)\right). \quad (1.11)$$

¹Mit dem Gauß-Strahl als Spezialfall stellen die Hermiten-Gauß-Bündel eine ganze Lösungsklasse dar, mit der insbesondere höhere Schwingungsmoden beschrieben werden können.

1.1.2 Eigenschaften

Physikalische Interpretation: Das transversale Profil ist rotationssymmetrisch und hängt über $\exp(-r^2/w^2(z))$ vom Abstand $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ zur z -Achse ab. Somit lässt sich $w(z)$ als den *Strahlradius* interpretieren, bei dem das elektrische Feld auf den $1/e$ -ten Teil abgefallen ist. Auf der anderen Seite entspricht der Term $\exp[ikz + ikr^2/(2R(z))]$ einer Kugelwelle in paraxialer Näherung mit Krümmungsradius R .

Ableitung der Krümmungs- und Strahlradien: Der Krümmungsradius $R(z)$ und der Strahlradius $w(z)$ wurden durch die Formel (1.9) eingeführt. Um einen konkreten Ausdruck für beide Funktionen zu erhalten, betrachten wir zunächst einen frei propagierenden Strahl. Der Strahlparameter q_1 soll bei $z = 0$ rein imaginär sein, d.h. für den Krümmungsradius muss $R(z)|_{z=0} = \infty$ gelten. Damit ergibt sich mit Hilfe der Abkürzung $w(z=0) = w_0$

$$\frac{1}{q_1} = -\frac{i\lambda}{\pi w_0^2}. \quad (1.12)$$

Nach (1.8) ist der komplexe Strahlparameter $q(z)$ direkt proportional zu z . Daher lässt sich q_2 an der Stelle z durch eine einfache Addition aus dem Startparameter q_1 am Ursprung berechnen

$$q_2 = q_1 + z. \quad (1.13)$$

Zusammen mit der Definition von $1/q$ nach Gleichung (1.9) und Gleichung (1.10) für die Rayleigh-Länge z_0 lassen sich damit die Funktionen $R(z)$ und $w(z)$ herleiten

$$R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z_0}{z} \right)^2 \right) \quad (1.14)$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2}. \quad (1.15)$$

Phase: Die Phase des Gauß-Strahls ist gegeben durch

$$\varphi(r, z) = kz + \zeta(z) + \frac{kr^2}{2R(z)} \quad (1.16)$$

$$\zeta(z) = \arctan \left(\frac{z}{z_0} \right). \quad (1.17)$$

Auf der Strahlachse ist $r = 0$, und die Phase des Gauß-Strahls setzt sich zusammen aus der Phase kz einer ebenen Welle und einer zusätzlichen Phasenretardierung $\zeta(z)$. Diese Verzögerung läuft von $-\pi/2$ bei $z \rightarrow -\infty$ bis $\pi/2$ bei $z \rightarrow \infty$. Somit ist die Gesamtverzögerung für einen sich ausbreitenden Gauß-Strahl π . Auf dem Weg von $-\infty$ nach ∞ geht also eine halbe Wellenlänge zwischen den Wellenfronten verloren, was auch als **Gouy-Effekt** bezeichnet wird.

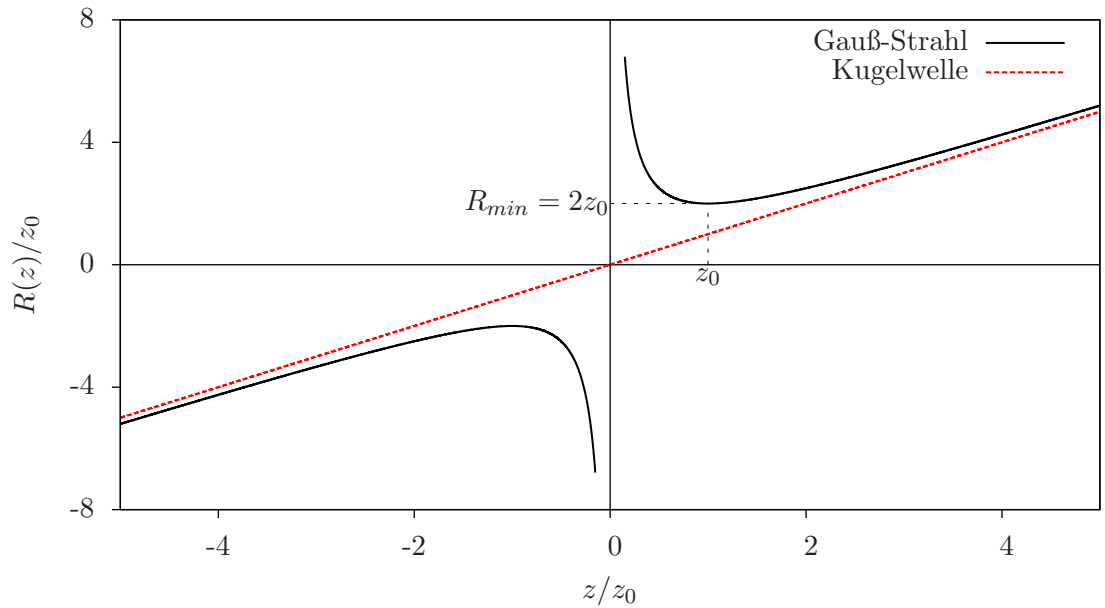


Abbildung 1.1: Verlauf des Krümmungsradius $R(z)$ für einen Gauß-Strahl und eine Kugelwelle. Mit zunehmendem Abstand z nähern sich die Wellenfronten des Gauß-Strahls an die Kugelwelle an.

Der letzte Term in Gleichung (1.16) ist verantwortlich für die Krümmung der Wellenfronten. Durch ihn wird die Phasenabweichung von Punkten einer Transversalebene außerhalb der Strahlachse zum Punkt z auf der Achse bestimmt.

Krümmungsradius: Betrachtet man den Krümmungsradius R , so fällt zunächst auf, dass $R(z)$ für $z \rightarrow 0$ divergiert und die Wellenfront im Ursprung einer ebenen Welle entspricht. Mit zunehmenden z sinkt der Radius, bis er bei $z = z_0$ seinen Minimalwert $R(z_0) = 2z_0$ erreicht. Somit sind die Wellenfronten des Gauß-Strahls an dieser Stelle am stärksten gekrümmt. Anschließend wächst der Krümmungsradius R stetig mit steigendem z . Die Krümmung der Wellenfronten nimmt ab.

Für $z \gg z_0$ kann der zweite Term in Formel (1.14) vernachlässigt werden, es gilt $R \approx z$. Damit verhalten sich die Wellenfronten für große Abstände wie die einer Kugelwelle. Der Verlauf des Krümmungsradius $R(z)$ wird in Abbildung 1.1 gezeigt, wobei von der Konvention ausgegangen wird, dass Radien mit $R < 0$ für konvergierende bzw. mit $R > 0$ für divergierende Wellen stehen.

Der Gauß-Strahl verbindet demnach die beiden Extremfälle einer nicht lokalisierten ebenen Welle mit klar definierter Ausbreitungsrichtung und einer Kugelwelle mit eindeuti-

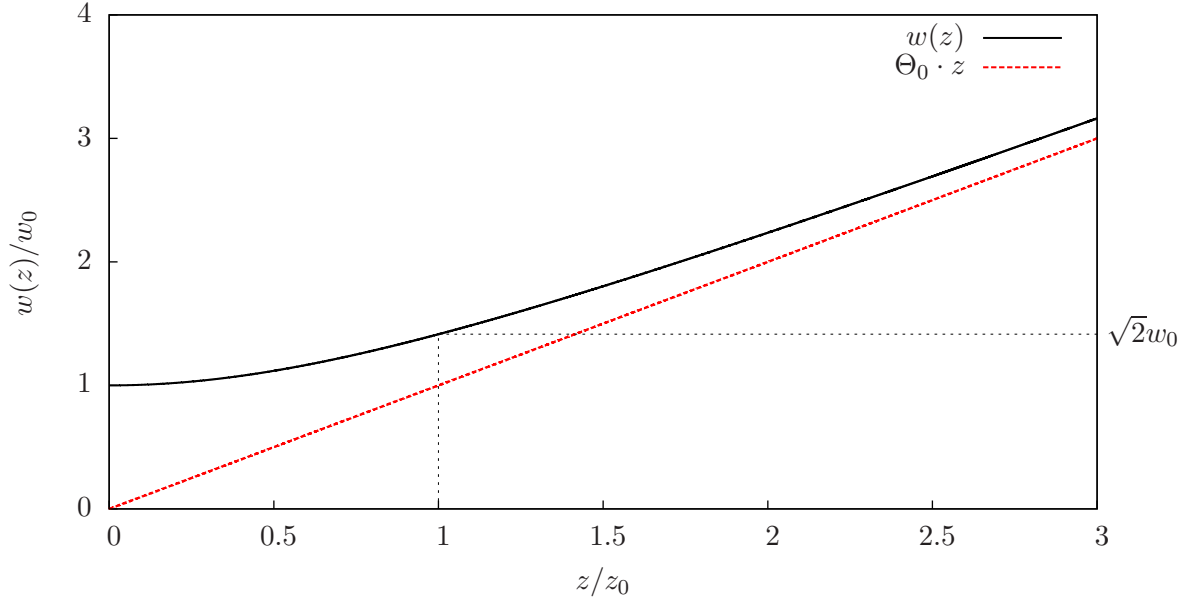


Abbildung 1.2: Verlauf des Strahlradius $w(z)$: Für große Abstände ergibt sich näherungsweise ein linearer Verlauf in z mit dem Anstieg Θ_0 .

gem Ursprung, aber ohne bevorzugte Ausbreitungsrichtung.

Strahlradius und -divergenz: Bei $z = 0$ hat die Funktion $w(z)$ ihren minimalen Wert w_0 , der *Tailenradius* genannt wird. Analog dazu bezeichnet man $2w_0$ als *Strahldurchmesser*. Ausgehend vom Punkt $z = 0$ wächst der Strahlradius w monoton mit steigendem z und erreicht bei $z = z_0$ den $\sqrt{2}$ -fachen Wert des Tailenradius, wodurch sich die Querschnittsfläche des Strahls verdoppelt.

Für $z \gg z_0$ kann der erste Term in Gleichung (1.15) vernachlässigt werden, und es ergibt sich ein linearer Verlauf $w(z) \approx zw_0/z_0$. Zusammen mit Gleichung (1.10) für die Rayleigh-Länge z_0 wird damit die Strahldivergenz Θ_0 definiert

$$\Theta_0 = \frac{w_0}{z_0} = \frac{\lambda}{\pi w_0}. \quad (1.18)$$

Durch die doppelte Strahldivergenz Θ_0 wird der Öffnungswinkel eines Kegels definiert, in dem 0.86 der Gesamtleistung liegen. Bei vorgegebener Wellenlänge führt ein verminderter Tailenradius zu einer Aufweitung des Strahls.

Eine Darstellung des Strahlradius zusammen mit der Strahldivergenz befindet sich in Abbildung 1.2.

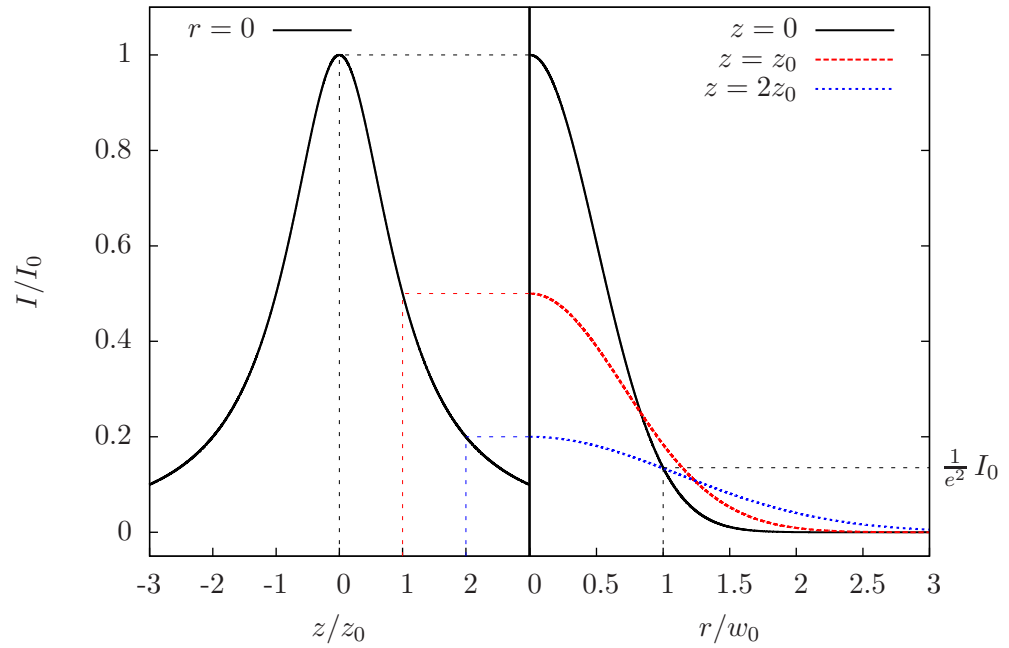


Abbildung 1.3: Intensitätsverteilung eines Gauß-Strahl: (links) Intensitätsverteilung auf der Strahlachse in Abhängigkeit von der Entfernung z zum Tailenradius. (rechts) Radiales Intensitätsprofil in Abhängigkeit vom Achsenabstand r für ausgewählte Punkte z .

Fokustiefe: Der beste Fokus liegt innerhalb der z -Ebene mit geringstem Strahlradius $w(z) = w_0$, also bei $z = 0$. Die Fokustiefe kennzeichnet den Bereich, in dem die Strahlbreite $w(z)$ auf maximal $\sqrt{2}w_0$ angestiegen ist. Anders formuliert hat sich die Querschnittsfläche des Strahls in diesem Bereich verdoppelt. Daher ist die Fokustiefe gegeben durch

$$2z_0 = \frac{2\pi w_0^2}{\lambda}. \quad (1.19)$$

Sie ist direkt proportional zur Fläche des Strahls an seiner Taille und indirekt proportional zur Wellenlänge. Daher lassen sich ein kleiner Tailenradius w_0 und eine große Fokustiefe nur mit kleinen Wellenlängen λ realisieren.

Mit kleineren Strahldurchmessern wird gleichzeitig die Fokustiefe kleiner, und die Fokusebene muss mit höherer Genauigkeit eingestellt werden.

Intensität: Abschließend soll die Intensität des Gauß-Strahls betrachtet werden

$$I(r, z) = |E(\mathbf{r}, t)|^2 = I_0 \left[\frac{w_0}{w(z)} \right]^2 \exp \left[-\frac{2r^2}{w^2(z)} \right]. \quad (1.20)$$

Das radiale Strahlprofil ist für jeden Wert z Gauß-förmig mit dem Maximum auf der Strahlachse. Für $r > 0$ sinkt die Intensität monoton, so dass sie bei $r = w(z)$ auf $1/e^2$ abgefallen ist.

Auf der Strahlachse ist die Intensität bestimmt durch

$$I(0, z) = \frac{I_0}{1 + (z/z_0)^2}. \quad (1.21)$$

Das globale Maximum I_0 liegt im Zentrum des Strahls bei $z = 0$ und $r = 0$. Die Intensität vermindert sich entlang der Strahlachse proportional zu $1/z^2$ und damit langsamer als in radialer Richtung und erreicht an der Stelle $z = z_0$ die Hälfte des Maximums.

Der Intensitätsverlauf ist in Abbildung (1.3) als Funktion des radialen Abstandes r und der Position z auf der Strahlachse dargestellt.

1.1.3 Matrizenoptik

Geometrische Optik: Im Rahmen der geometrischen Optik wurde ein Verfahren entwickelt, mit dem sich die Auswirkung optischer Komponenten auf einen Lichtstrahl berechnen lässt. Der Strahl wird dabei als zweidimensionaler Vektor \mathbf{r} dargestellt, dessen Komponenten durch die Entfernung r von der optischen Achse und den Winkel Θ zwischen Strahl und optischer Achse gegeben ist. Das Gesamtsystem wird durch eine 2×2 -Matrix M beschrieben, die auf den Strahlenvektor angewandt wird. Somit transformiert sich ein Strahl \mathbf{r}_1 bei Eintritt in das optische System in einen Strahl \mathbf{r}_2 direkt dahinter über die Beziehung

$$\mathbf{r}_2 = \begin{pmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{pmatrix} = M \cdot \mathbf{r}_1. \quad (1.22)$$

Hierbei wurde ausgenutzt, dass im Rahmen der paraxialen Näherung gilt

$$\Theta \simeq \tan \Theta = \frac{d r}{d z} = r'. \quad (1.23)$$

Um die Gesamtmatrix M eines Systems zu bestimmen, wird das System auf eine Reihe einfacher optischer Komponenten mit bekannter Matrix zurückgeführt. Da das Matrixprodukt nicht kommutativ ist, erfolgt die Anwendung der Matrizen entgegengesetzt zur

Abfolge der optischen Bauteile. Einige ausgewählte Matrizen sind

$$\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Propagation entlang einer Strecke } L \quad (1.24a)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Brechung an planer Oberfläche} \\ \text{(von Medium } n_1 \text{ nach } n_2) \end{array} \quad (1.24b)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Dünne Linse mit Brennweite } f \quad (1.24c)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Reflexion an sphärischem Spiegel} \\ \text{mit Krümmungsradius } R \end{array} \quad (1.24d)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n_1-n_2}{n_2 R} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Brechung an gekrümmter Fläche mit Radius } R \\ \text{(von Medium } n_1 \text{ nach } n_2) \end{array} \quad (1.24e)$$

Ein positiver Krümmungsradius $R > 0$ steht für eine konkave Oberfläche, d.h. das Zentrum der Krümmung befindet sich vor der Grenzfläche.

Für all diese Matrizen gilt

$$\det M = AD - BC = \frac{n_1}{n_2}. \quad (1.25)$$

Hierbei sind n_1 und n_2 die Brechungsindizes vor Eintritt bzw. nach Verlassen des Systems. Da die Determinante eines Matrixprodukts identisch mit dem Produkt der einzelnen Determinanten ist, gilt diese Relation auch für jegliche Kombination der Matrizen (1.24). Wenn das Medium vor und hinter dem System identisch sind, gilt $n_1 = n_2$ und damit $\det M = 1$.

Anwendung auf Gauß-Strahlen (ABCD-Gesetz): Um die Wirkung eines optischen Systems auf einen Gauß-Strahl zu ermitteln, betrachten wir zunächst die Transformation einer Kugelwelle mit Krümmungsradius R . Wie in Abbildung 1.4 dargestellt, lässt sich jeder beliebige Punkt auf der Wellenfront analog zur Definition des zweidimensionalen Strahlenvektors \mathbf{r} über seinen Achsenabstand r und den Winkel Θ zwischen Strahl und optischer Achse beschreiben. Mit der Näherung $\Theta \simeq r'$ für achsennahe Strahlen ergibt sich

$$R = \frac{r}{r'}. \quad (1.26)$$

Nach Gleichung (1.22) transformiert sich ein beliebiger Strahl \mathbf{r}_1 durch ein optisches System mit Matrix M in einen Strahl \mathbf{r}_2

$$r_2 = Ar_1 + Br_1' \quad (1.27a)$$

$$r_2' = Cr_1 + Dr_1'. \quad (1.27b)$$

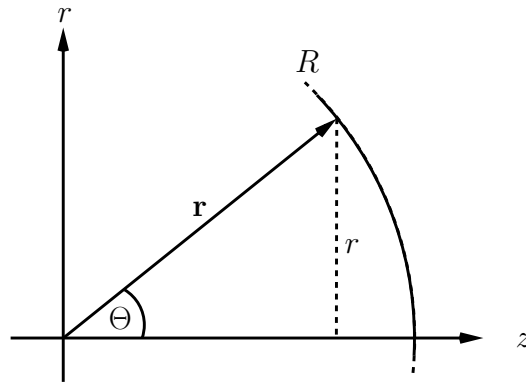


Abbildung 1.4: Ausschnitt einer Kugelwelle mit Krümmungsradius R zur Definition eines beliebigen Strahlenvektors \mathbf{r} .

Durch Einsetzen in die Definition (1.26) lässt sich der Krümmungsradius R_2 hinter dem optischen System aus dem Radius R_1 davor berechnen

$$R_2 = \frac{r_2}{r_2'} = \frac{AR_1 + B}{CR_1 + D}.$$

Verwendet man nun statt des reellen Krümmungsradius R der Kugelwelle den komplexen Strahlparameter q des Gauß-Strahls, so ergibt sich das wichtige $ABCD$ -Gesetz in seiner reziproken Form

$$\frac{1}{q_2} = \frac{C + D/q_1}{A + B/q_1}. \quad (1.28)$$

Bei bekannter Amplitude \tilde{E}_0 und Ausrichtung der Strahlachse sind für die vollständige Beschreibung des Gauß-Strahls zwei weitere Parameter notwendig. Der komplexe Strahlparameter $q(z)$ enthält nach $q(z) = z + iz_0$ diese zwei Parameter in Form der Rayleigh-Länge z_0 und der Lage des Tailenradius. Aus dem Krümmungsradius $R(z)$ und Strahlradius $w(z)$ an einem beliebigen Punkt lässt sich über Gleichung (1.9) der reziproke Strahlparameter $1/q$ berechnen. Jede weitere Änderung ergibt sich dann über das soeben abgeleitete $ABCD$ -Gesetz.

1.2 Fabry-Pérot-Resonator

1.2.1 Allgemeine Betrachtungen

Ein Fabry-Pérot-Resonator besteht aus zwei Spiegeln mit den Reflektivitäten R_1 und R_2 , die sich im Abstand L gegenüberstehen. Der Einfachheit halber wird zunächst angenommen, dass es sich um ebene, parallele Spiegel handelt. Zwischen den Spiegeln befindet sich ein Medium mit dem Brechungsindex n_r . Für diesen einfachsten optischen Resona-

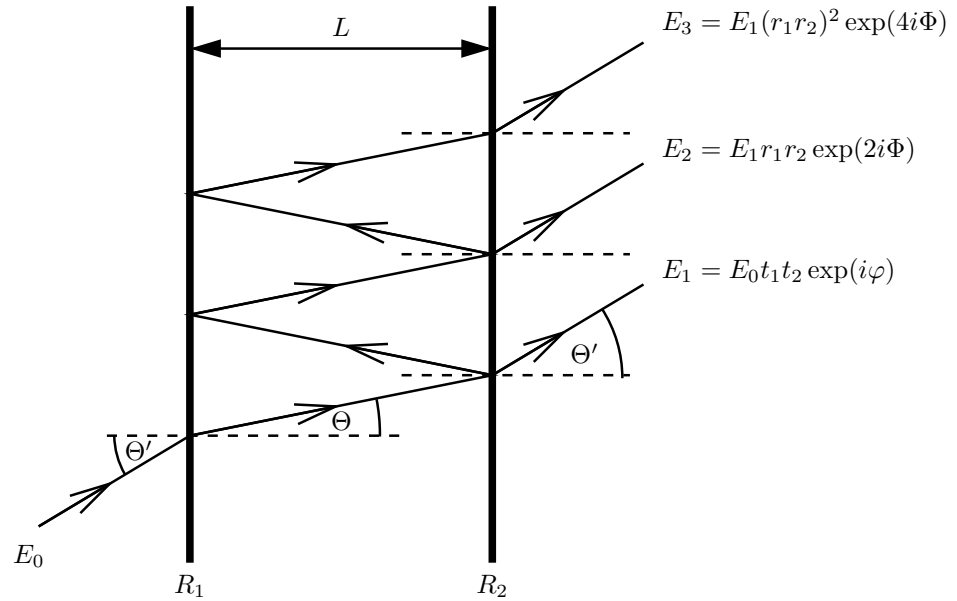


Abbildung 1.5: Vielstrahlinterferenz bei einem Fabry-Pérot-Resonator.

tor sind die Bezeichnungen Fabry-Pérot-Interferometer bzw. Etalon ebenso gebräuchlich. Ein Etalon bezeichnet dabei meist einen Resonator mit fester Länge, wogegen die Resonatorlänge bei einem Fabry-Pérot-Resonator veränderlich ist.

In Abbildung 1.5 ist ein exemplarischer Fall dargestellt, in dem eine ebene Welle mit der Frequenz ν unter dem Einfallswinkel Θ' auf den Eingangsspiegel mit der Reflektivität R_1 trifft. An den Spiegeloberflächen wird das Licht nicht vollständig reflektiert, sondern auch zu einem gewissen Teil transmittiert. Somit entsteht für jeden Umlauf im Resonator ein zusätzlicher Strahl, der mit allen anderen transmittierten Strahlen interferiert. Hierbei müssen die Phasenunterschiede aufgrund der unterschiedlichen Laufwege durch den Fabry-Pérot-Resonator berücksichtigt werden. Mit diesem Ansatz ergibt sich eine geometrische Reihe und damit für das transmittierte elektrische Feld

$$E_t = E_0 e^{i\varphi} \frac{t_1 t_2}{1 - r_1 r_2 \exp(2i\phi)}. \quad (1.29)$$

Hierbei ist E_0 die Amplitude des einfallenden Feldes, t_i , r_i sind die Transmissions- bzw. Reflexionskoeffizienten des elektrischen Feldes für die Spiegel M_1 und M_2 . φ bezeichnet die Phasenverschiebung für einen einfachen Resonatordurchlauf inklusive der Verschiebung durch die Spiegel, und 2ϕ ist die Phasendifferenz für einen Resonatorumlauf. Für diese Phasendifferenz gilt

$$\phi = \frac{2\pi\nu}{c} L' = \frac{2\pi\nu}{c} n_r L \cos \Theta \quad (1.30)$$

mit $\sin \Theta' = n_r \sin \Theta$.

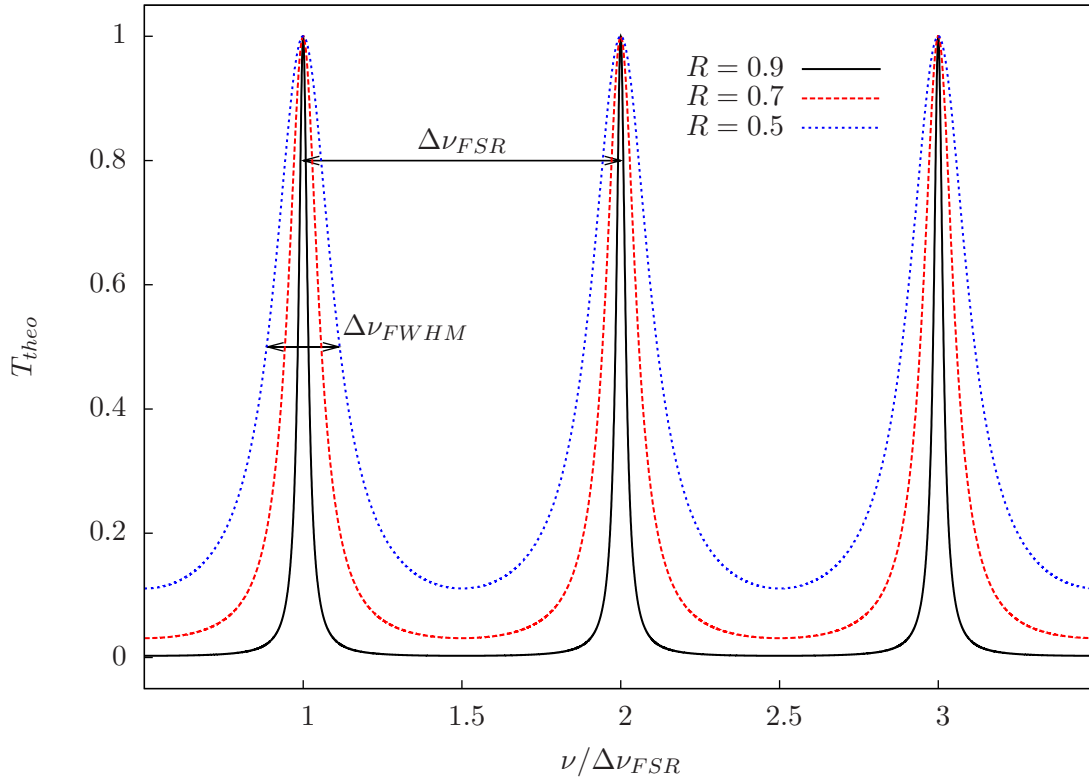


Abbildung 1.6: Transmissionsspektrum eines symmetrischen Fabry-Pérot-Resonators für unterschiedliche Reflektivitäten R .

Der Transmissionskoeffizient T_{theo} für die Intensität lässt sich mit der Leistungsreflektivität $R_i = r_i^2$ aus Gleichung (1.29) berechnen

$$T_{theo} = \frac{|E_t|^2}{|E_0|^2} = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2 + 4 \sqrt{R_1 R_2} \sin^2 \phi} \quad (1.31a)$$

$$\stackrel{R_1=R_2=R}{=} \frac{(1 - R)^2}{(1 - R)^2 + 4 R \sin^2 \phi}. \quad (1.31b)$$

Für den Spezialfall des symmetrischen Resonators, d.h. $R_1 = R_2 = R$, ist die Transmission in Abbildung 1.6 für unterschiedliche Reflektivitäten dargestellt. Man beachte, dass die maximale Transmission $T_{theo}^{max} = 1$ unabhängig von der Spiegelreflektivität ist. Gleichzeitig werden mit zunehmender Reflektivität die Transmissionsmaxima schmäler und das Transmissionsminimum strebt gegen Null.

Um einen realen Resonator beschreiben zu können, müssen Verluste aufgrund von Beschichtungen oder Absorption im Medium berücksichtigt werden. Diese Verluste werden in einem Faktor A zusammengefasst und sind über $T = (1 - R - A)$ mit den

Transmissions- und Reflexionskoeffizienten $T = t^2$ bzw. $R = r^2$ des Spiegels verknüpft. Mit diesem zusätzlichen Absorptionsfaktor lässt sich der Transmissionskoeffizient des realen, symmetrischen Fabry-Pérot-Resonators analog zu Gleichung (1.31b) bestimmen

$$T_{real} = \left(\frac{T}{1-R} \right)^2 \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \phi}. \quad (1.32)$$

Der maximal zu erreichende Transmissionswert für einen realen Resonator ist danach gegeben durch $T_{real}^{max} = T^2/(1-R)^2 < 1$. Im Gegensatz zum idealen Fabry-Pérot-Resonator wird die Höhe des Maximums durch die Wahl der Spiegelreflektivität R bzw. Spiegeltransmission T beeinflusst.

Die Transmission wird immer dann maximal, wenn $\phi = m \pi$ ($m \in \mathbb{Z}$) erfüllt ist. Zusammen mit Gleichung (1.30) ergibt sich daraus eine Bedingung für die transmittierten Frequenzen ν_m

$$\nu_m = \frac{m c}{2L'} \quad (1.33)$$

$$\Rightarrow \Delta\nu_{FSR} = \frac{c}{2L'}. \quad (1.34)$$

$L' = n_r L \cos \Theta$ ist analog zu Gleichung (1.30) die effektive Länge des Resonators. Der Abstand $\Delta\nu_{FSR}$ zwischen zwei benachbarten Maxima wird als freier Spektralbereich bezeichnet.

Die Halbwertsbreite $\Delta\nu_{FWHM}$ der Funktion berechnet sich zu

$$\Delta\nu_{FWHM} \approx \frac{c}{2L'} \frac{1 - (R_1 R_2)^{1/2}}{\pi (R_1 R_2)^{1/4}} \quad (1.35a)$$

$$\underline{\underline{R_1=R_2=R}} \quad \frac{c}{2L'} \frac{1-R}{\pi \sqrt{R}}. \quad (1.35b)$$

Ein wichtiger Parameter zur Charakterisierung von Resonatoren ist die Finesse \mathcal{F} . Sie gibt das Verhältnis zwischen der Breite $\Delta\nu_{FWHM}$ des Transmissionsmaximums und dem freien Spektralbereich $\Delta\nu_{FSR}$ an. Somit lässt sich die Finesse mit Hilfe der Formeln (1.35) bestimmen

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\nu_{FSR}}{\Delta\nu_{FWHM}} \approx \frac{\pi (R_1 R_2)^{1/4}}{1 - (R_1 R_2)^{1/2}} \quad (1.36a)$$

$$\underline{\underline{R_1=R_2=R}} \quad \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R}. \quad (1.36b)$$

1.2.2 Stabilitätskriterium

Sphärische Resonatoren: Resonatoren mit ebenen Spiegeln sind besonders anfällig gegenüber Ausrichtungsfehlern. Trifft der Strahl nicht orthogonal auf die Spiegeloberflächen oder sind diese nicht vollkommen parallel ausgerichtet, erfolgt mit jedem Umlauf ein Versatz, und der Strahl kann aus dem Resonator herauswandern. Sphärische Spiegel-

resonatoren bieten aufgrund ihrer Geometrie eine stabilere Konfiguration für den Strahleinschluss und reagieren damit weniger sensibel auf Ausrichtungsfehler.

Die Spiegel haben den Krümmungsradius R_1 bzw. R_2 und sind durch eine Strecke L getrennt. Die Spiegelzentren definieren die optische Achse, um die das System eine radiale Symmetrie besitzt. Jeder Spiegel kann konkav ($R > 0$) oder konvex ($R < 0$) sein. Als Spezialfall ist der ebene Spiegel mit $R = \infty$ anzusehen.

Strahleinschluss: Ein Gauß-Strahl beschreibt die Feldverteilung innerhalb eines Resonators, wenn sich der Strahl nach einem Resonatorumlauf reproduziert. Der Strahlparameter nach einem Umlauf muss also identisch zum Strahlparameter q davor sein. Nach dem $ABCD$ -Gesetz aus Gleichung (1.28) folgt

$$\frac{1}{q} = \frac{C + D/q}{A + B/q} \quad (1.37)$$

$$\Rightarrow 0 = B \frac{1}{q^2} + (A - D) \frac{1}{q} - C. \quad (1.38)$$

Der Gauß-Strahl erfordert ein komplexes q , so dass die Wurzel aus der Standardlösung der quadratischen Gleichung negativ sein muss

$$(A - D)^2 + 4BC < 0. \quad (1.39)$$

Nach einem Umlauf kehrt der Strahl wieder zu seinem Ausgangspunkt zurück. Die Brechungsindizes in Gleichung (1.25) sind identisch, d.h. es gilt $\det M = 1$. Setzt man dies in die obige Beziehung ein, so erhält man die Bedingung für einen stabilen Resonator, in dem sich ein Gauß-Strahl reproduziert

$$\frac{|A + D|}{2} < 1. \quad (1.40)$$

Aus der in Gleichung (1.37) formulierten Forderung, dass sich der Strahl nach einem Resonatorumlauf in sich selbst überführt, ergibt sich zusammen mit der Definition des komplexen Strahlparameters in Gleichung (1.9) eine Bedingung für den Strahlradius w

$$w = \sqrt{\frac{2\lambda|B|}{\pi \sqrt{4 - (A + D)^2}}}. \quad (1.41)$$

Nach Definition soll w eine reelle Funktion sein. Daher ergibt sich erneut die Stabilitätsbedingung aus Gleichung (1.40).

Resonator ohne Dielektrikum: Für einen Resonator der Länge L und mit den Spiegelradii R_1 und R_2 berechnet sich die Systemmatrix durch sukzessive Anwendung der in

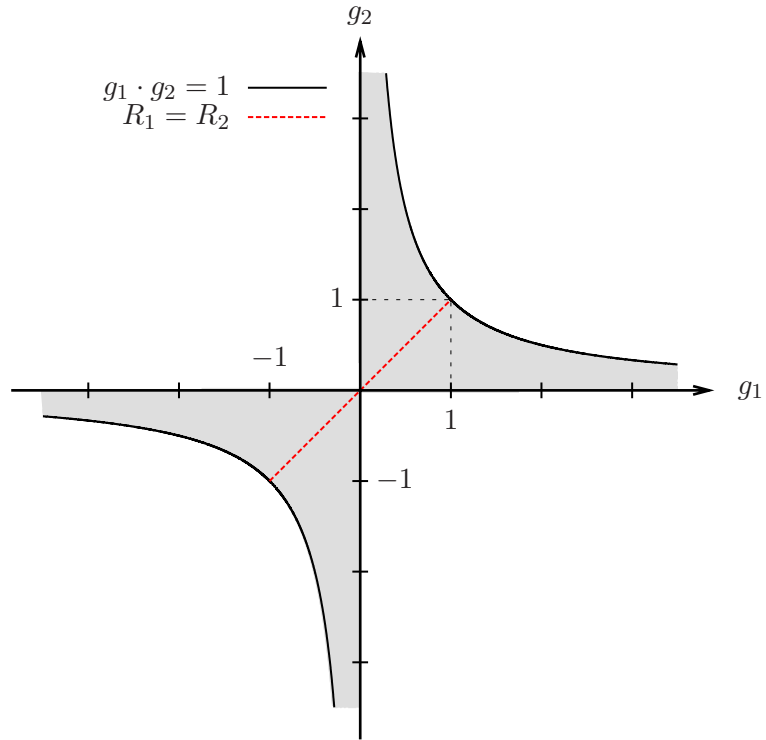


Abbildung 1.7: Stabilitätsbedingung in Abhängigkeit der Parameter g_1 und g_2 . Stabile Resonatoren liegen im grau markierten Bereich. Die rote Linie kennzeichnet symmetrische Resonatoren.

den Gleichungen (1.24) definierten Matrizen

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.42)$$

Unter Einführung der g -Parameter lässt sich die Stabilitätsbedingung umschreiben zu

$$0 < g_1 g_2 < 1 \quad (1.43)$$

$$g_{1,2} = 1 - \left(\frac{L}{R_{1,2}} \right). \quad (1.44)$$

Abbildung (1.7) enthält eine anschauliche Darstellung des Stabilitätskriteriums nach Gleichung (1.43) in der (g_1, g_2) -Ebene.

Konfokalresonator Eine besondere Konfiguration stellt der konfokale Resonator dar, bei dem $L = R_{1,2}$ bzw. $g_1 = g_2 = 0$ gilt. Nach [Sve98] sind die Resonanzfrequenzen

gegeben durch

$$\nu_{lmn} = \frac{c}{4L} [2n + (1 + l + m)]. \quad (1.45)$$

Die Indizes l und m geben die Anzahl der Nullstellen entlang der x - bzw. y -Achse an, der Index n kennzeichnet die Anzahl der halben Wellenlängen einer stehenden Welle entlang der Resonatorachse. Transversalmoden sind Moden mit konstanten (l, m) , aber beliebigem n . Für Longitudinalmoden gilt das entsprechende Gegenteil mit festem Wert für n .

Für Moden mit gleichen Werten $2n + l + m$ kommt es zu einer Entartung in der Resonanzfrequenz. Der minimale Frequenzabstand zweier angrenzender Transversalmoden, z.B. $(n, l, m) \rightarrow (n, l, m + 1)$, ist mit $c/4L$ gerade ein halber freier Spektralbereich (FSR). Für benachbarte Longitudinalmoden $(n, l, m) \rightarrow (n + 1, l, m)$ ist analog zum planparallelen Resonator der Frequenzabstand zwischen den Moden mit dem FSR $c/2L$ identisch. Durch die Frequenzentartung und die diskreten Resonanzfrequenzen mit dem minimalen Abstand $c/4L$ lässt sich die Frequenzzeichnung auch bei mehreren Resonatormoden vornehmen. Dies ist besonders entscheidend, wenn nicht über einen vollen FSR des Resonators moduliert werden kann.

1.2.3 Impedanzanpassung

Um eine optimale Einkopplung zu erzielen, muss das vom Einkoppelspiegel reflektierte Feld E_{ref} minimiert werden. Der Leistungsreflexionskoeffizient eines verlustfreien Fabry-Pérot-Resonators ist nach [NK08] gegeben als das Verhältnis aus reflektierter Leistung P_{ref} und einfallender Leistung P_{inc} . Für einen verlustfreien Resonator folgt

$$R_{FP} = \frac{P_{ref}}{P_{inc}} = \frac{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\omega/\Delta\nu_{FSR})}{1 + r_1^2r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\omega/\Delta\nu_{FSR})}. \quad (1.46)$$

Im Resonanzfall ist der Kosinusterm Eins, und für die reflektierte Leistung gilt

$$P_{ref} = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2. \quad (1.47)$$

Ist die reflektierte Leistung identisch Null, so wird das externe Feld optimal in den Resonator gekoppelt. Für einen verlustfreien, symmetrischen Fabry-Pérot-Resonator folgt aus Gleichung (1.47) die Bedingung $r_1 = r_2$. Dieses Ergebnis lässt sich auf einen Resonator mit N Spiegeln und intrinsischen Verlusten verallgemeinern. Mit Ausnahme des Einkoppelspiegels werden die Reflektivitäten aller Spiegel zusammen in einem Faktor $\sqrt{1 - V}$ für Absorptions- oder Streuverluste in r_2 zusammengefasst

$$r_2' = r_2 \cdot r_3 \cdot \dots \cdot r_N \cdot \sqrt{1 - V}. \quad (1.48)$$

Somit konnte der verlustbehaftete Resonator mit N Spiegeln auf den Fall des verlustfreien Resonators mit zwei Spiegeln zurückgeführt werden. Damit ergibt sich als Bedingung

für die optimale Einkopplung $r_1 = r'_2$ bzw. nach Multiplikation mit r_1

$$R_1 = r_1^2 = r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot \dots \cdot r_N \cdot \sqrt{1 - V}. \quad (1.49)$$

In diesem Fall sind die externen Verluste identisch mit den internen Verlusten, man spricht von Impedanzanpassung.

2 Einzelphotonenquelle

Die Erzeugung schmalbandiger Einzelphotonen erfolgt unter Ausnutzung der spontanen parametrischen Fluoreszenz. Dabei wird in einem nichtlinearen Medium ein Pumpphoton in zwei Photonen niedrigerer Frequenz aufgeteilt. Befindet sich dieses nichtlineare Medium innerhalb eines Resonators, so ist die Bezeichnung Optisch Parametrischer Oszillator (OPO) gebräuchlich. Im folgenden Kapitel soll dieser als Quelle schmalbandiger Einzelphotonen vorgestellt werden.

2.1 Nichtlineare Optik

In der linearen Optik wird die Ausbreitung von Licht durch die frequenzabhängigen Größen Brechungsindex n und Absorption α bestimmt. Dabei ist ihr Wert unabhängig von der Intensität des einfallenden Lichts. Sie sind Konstanten des jeweiligen Mediums und lediglich von der Frequenz abhängig. Aus diesem Grund gilt in der linearen Optik das Superpositionsprinzip, nach dem sich zwei Lichtwellen nicht gegenseitig beeinflussen und daher überlagert werden können, sowie die Erhaltung der Frequenz. Diese besagt, dass durch die Wechselwirkung von Licht und Materie keine neuen Frequenzen erzeugt werden können.

Durch die wechselseitige Beeinflussung von Lichtwellen bei hohen Intensitäten, sind das Superpositionsprinzip sowie die Erhaltung der Frequenz nicht länger allgemein gültig. Es kommt zu nichtlinearen Effekten, die dennoch Energie- und Impulserhaltung erfüllen müssen. In diesem Zusammenhang wird die Impulserhaltung auch häufig als Index- bzw. Phasenanpassung bezeichnet.

Die Polarisation P innerhalb eines Mediums ist eine Funktion der elektrischen Feldstärke E . Bei hohen Intensitäten enthält die Polarisation neben einem linearen Term zusätzliche Anteile höherer Ordnung in E . In Komponentenschreibweise gilt

$$P_i = \epsilon_0 \left(\chi_{ij}^{(1)} E_j + \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots \right). \quad (2.1)$$

Über die Suszeptibilitätstensoren n -ter Ordnung $\chi^{(n)}$ ist die Wirkung hoher Intensitäten der Fundamentalmode enthalten. Der Suszeptibilitätstensor $\chi^{(2)}$ erzeugt Oberwellen zweiter Ordnung und ist damit für Prozesse wie Frequenzverdopplung oder spontane parametrische Fluoreszenz verantwortlich. Bei korrekter Phasenbeziehung interferieren die erzeugten Oberwellen konstruktiv mit dem makroskopischen Feld.

2.1.1 Phasenanpassung

Die Phasenanpassung soll in diesem Abschnitt am Beispiel der Frequenzverdopplung erklärt werden. Die so gewonnenen Erkenntnisse lassen sich dann auf andere nichtlineare Prozesse zweiter Ordnung übertragen. Die Anregung der zweiten Harmonischen der Grundschiwingung kann nur bei konstruktiver Interferenz ein makroskopisches Feld aufbauen. Dazu muss die Phasenfehlanpassung zwischen Grundmode und Anregung

$$\Delta k = k_{2\omega} - 2k_{\omega} = \frac{2\omega}{c}(n_{2\omega} - n_{\omega}) \quad (2.2)$$

minimiert werden. Besteht Phasenfehlanpassung $\Delta k \neq 0$, so breiten sich beide Wellen mit unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten aus. Dadurch ist eine effektive Konversion lediglich über die Kohärenzlänge l_c

$$l_c = \frac{\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda}{4(n_{2\omega} - n_{\omega})} \quad (2.3)$$

möglich. Für Kristalllängen $l_c < L < 2l_c$ sinkt die Leistung der angeregten Welle aufgrund von Rückkonversion in die Grundschiwingung.

Kritische Phasenanpassung Die Phasen von Fundamental- und Oberwelle sind angepasst, wenn die Brechungsindizes identisch sind ($n_{\omega} = n_{2\omega}$). In isotropen Medien lässt sich diese Bedingung nur schwer realisieren, da normale Dispersion $n_{\omega} < n_{2\omega}$ erfordert und anomale Dispersion häufig mit starker Absorption verbunden ist. In anisotropen Kristallen kann die Anpassungsbedingung aufgrund der in Abschnitt 3.3 beschriebenen Doppelbrechung erfüllt werden.

Für einen optisch einachsigen Kristall existieren zwei Hauptbrechzahlen n_o und n_e . Der Winkel Θ zwischen Wellenvektor und optischer Achse bestimmt die Ausbreitungsrichtung. Für jede Ausbreitungsrichtung existieren zwei ausgezeichnete Polarisationsrichtungen. Für die Polarisation des ordentlichen Strahls ist der Brechungsindex unabhängig von der Ausbreitungsrichtung, beim außerordentlichen Strahl ist die Brechzahl nach [ST91] winkelabhängig

$$\frac{1}{n^2(\Theta)} = \frac{\cos^2 \Theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \Theta}{n_e^2}. \quad (2.4)$$

Somit lässt sich die Phasenanpassungsbedingung $n_o(\omega) = n_e(2\omega)$ über den Winkel Θ einstellen. Aufgrund der unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten parallel und senkrecht zur optischen Achse, kommt es für den außerordentlichen Strahl zu einem Strahlversatz. Durch diesen Versatz werden Strahlen unterschiedlicher Polarisation räumlich voneinander getrennt. Damit wird die Wechselwirkungszone kleiner, und der Strahlversatz stellt eine weitere Limitierung für nichtlineare Interaktionen dar.

Erfolgt die Konversion innerhalb eines Resonators, so erfordert eine geänderte Phasenanpassung häufig ein Nachjustieren des Resonators. Daher wird die Phasenanpassung mittels Kristallorientierung auch als kritische Phasenanpassung bezeichnet.

Unkritische Phasenanpassung Neben der Orientierung des Kristalls ist auch die Kristalltemperatur für die Phasenanpassung geeignet. Dies setzt allerdings voraus, dass die Temperaturabhängigkeit der Brechungsindizes n_o und n_e unterschiedlich stark ist. Mit Hilfe der Temperatur ist es für einige Materialien möglich, eine Phasenanpassung bei $\Theta = \pi/2$ zu erreichen. In diesem Fall gibt es keinen Strahlversatz zwischen ordentlichem und außerordentlichem Strahl, so dass die Wechselwirkungszone maximal ist. Auch wenn die Phasenanpassung nur bei $\Theta \neq \pi/2$ möglich ist, so ist die Anpassung über die Temperatur besonders zur Feineinstellung innerhalb von Resonatoren geeignet.

Quasi-Phasenanpassung In unangepassten Kristallen kann sich eine makroskopische Polarisation nur über eine Strecke von der Größenordnung der Kohärenzlänge aufbauen. Diese Strecke lässt sich vergrößern, indem sich das Vorzeichen der Suszeptibilität bei Vielfachen der Kohärenzlänge umkehrt. Diese so genannte periodische Polung kann über verschiedene Verfahren wie etwa ein gepulstes elektrisches Feld oder Elektronenbeschuss hergestellt werden. Die Periode für die Quasi-Phasenanpassung m -ter Ordnung lautet

$$\Lambda_m = \frac{2\pi}{\Delta k} (2m - 1). \quad (2.5)$$

Durch die periodische Polung ist die Propagationsrichtung nicht mehr durch die Phasenanpassung des ungepolten Kristalls bestimmt. In diesem Fall kann die Strahlpropagation entlang der Richtung mit dem höchsten nichtlinearen Koeffizienten des Suszeptibilitätstensors erfolgen. Zusätzlich dazu verhindert die periodische Polung auch den Strahlversatz des außerordentlichen Strahls, so dass längere Kristalle verwendet werden können.

2.1.2 Spontane parametrische Fluoreszenz

Ein wichtiger nichtlinearer Prozess zweiter Ordnung ist die spontane parametrische Fluoreszenz. Dabei werden zwei Felder in einen Kristall eingestrahlt, eine starke Pumpwelle $E_p(\omega_p)$ und eine schwache Signalwelle $E_s(\omega_s)$. Aus den beiden Grundwellen wird die so genannte Idlerwelle mit der Frequenz ω_i angeregt. Häufig werden für die drei beteiligten Wellen lediglich die Kurzformen *Pumpe*, *Signal* und *Idler* verwendet. Aufgrund von Energie- und Impulserhaltung gilt als Randbedingung

$$k_p = k_s + k_i \quad (2.6a)$$

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i. \quad (2.6b)$$

Unter gewissen Voraussetzungen wird nicht nur die Idlerwelle erzeugt, sondern auch die Signalwelle verstärkt. In diesem Fall können bereits Vakuumfluktuationen die spontane parametrische Fluoreszenz anregen, so dass die Pumpwelle als externes Feld ausreicht. Durch einen Resonator kann die spektrale Bandbreite der Fluoreszenzphotonen von mehreren THz auf die Bandbreite des Resonators verringert werden. Sind sowohl Signal als auch Idler resonant in den Resonator eingekoppelt, so ist die Bezeichnung Doppelreso-

nanter OPO (DRO) gebräuchlich. Im folgenden Abschnitt soll die Grundidee des DRO Aufbaus vorgestellt werden.

2.2 Spektrum des DRO

Design des DRO Resonators Für einen doppelresonanten Aufbau ist die Verwendung eines nichtlinearen Kristalls mit periodischer Polung zweckmäßig. Auf diese Weise ist es möglich, dass zwischen Signal- und Idlerstrahl kein Strahlversatz auftritt. In diesem Fall können beide Strahlen entlang der Symmetrieachse des Resonators propagieren. Des Weiteren sollen Signal und Idler in ihrer Frequenz entartet sein. Um beide Strahlen von einander trennen zu können, müssen sie orthogonal zueinander polarisiert sein. Dies ist nur für einen so genannten Typ-II-Prozess möglich, bei dem nach [BS93] aus einer außerordentlichen Grundwelle eine ordentliche und eine außerordentliche Oberwelle entstehen. Als nichtlinearer Kristall wird daher *periodisch gepoltes Kaliumtitanylphosphat* (PPKTP) verwendet, da dies einen großen nichtlinearen Koeffizienten für spontane parametrische Fluoreszenz bei der Cäsium-D1-Linie besitzt. *Kaliumtitanylphosphat* (KTP) gehört zu den optisch zweiachsigen Kristallen [DGN99] und besitzt eine hohe Zerstörungsschwelle sowie ein weites Transparenzfenster (350 nm – 4500 nm).

Da die Signal- und Idler-Photonen orthogonal zueinander polarisiert sind, ist die optische Weglänge durch den Kristall für beide Strahlen nicht gleich. Um diesen Wegunterschied zu kompensieren wird ein ungepolter KTP-Kristall mit einer Drehung um 90° relativ zum PPKTP-Kristall in den Resonator eingesetzt. Damit die beiden orthogonal polarisierten Wellen gleichzeitig resonant sein können [KWS06], müssen der KTP- und PPKTP-Kristall die gleiche Länge besitzen.

Um die Signal- und Idlerwellen resonant zu halten, muss die Resonatorlänge aktiv stabilisiert werden. Dazu wird zusätzlich der Pumpstrahl resonant in den DRO gekoppelt, so dass nach dem Hänsch-Couillaud-Verfahren [HC80] die Längenstabilisierung über den Pumpstrahl möglich ist.

Um eine hohe Einzel-Pass-Konversion zu erreichen, wird ein 20 mm langer PPKTP-Kristall in die Mitte des Resonators gesetzt. Gleichzeitig soll die Anzahl der Longitudinalmoden von vorn herein möglichst niedrig sein., so dass die kleinste mögliche Resonatorlänge gewählt wurde. In Abbildung 2.1 ist eine schematische Skizze des DRO Resonators mit dem Strahlengängen für Pumpe, Signal und Idler enthalten.

Umsetzung des DRO Resonators Für den DRO Resonator wurde die kleinstmögliche Resonatorlänge $L_{DRO} = 0.103$ m gewählt, die experimentell noch zugänglich ist. Dies entspricht einem freien Spektralbereich $\Delta\nu_{FSR}^{DRO} = 1.45$ GHz. Um das Pumplicht mit einer Wellenlänge $\lambda_P = 447$ nm zu erzeugen, wird der auf die Cäsium-D1-Linie stabilisierte Signallaser mit $\lambda_S = 894$ nm frequenzverdoppelt [Wol07]. Auf diese Weise sind der Pumplaser und der Signallaser aneinander gekoppelt. Da die erzeugten Signal- und Idler-Photonen in der Frequenz entartet sind, haben beide die Wellenlänge $\lambda_S = \lambda_I = 894$ nm. Signal und Idler sind durch den Prozess der spontanen parametrischen Fluoreszenz an das Pumplicht, und damit auch an den Signallaser, gekoppelt. Auf diese Weise übertra-

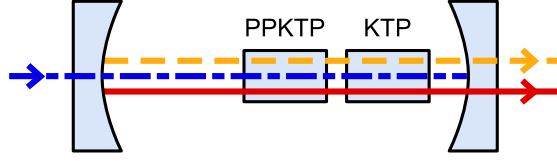


Abbildung 2.1: Schema des DRO Aufbaus: Das Pump-Photon (blau) wird im PPKTP-Kristall aufgrund spontaner parametrischer Fluoreszenz in ein Signal-Photon (rot) und ein Idler-Photon (orange) mit jeweils niedrigerer Frequenz aufgespalten. Durch den KTP-Kristall wird der Weglängenunterschied zwischen Signal und Idler ausgeglichen.

gen sich Frequenzschwankungen des Signallasers sukzessive über das Pumplicht auf die erzeugten Einzelphotonen.

Für die Wellenlänge 894 nm der Signal- und Idlerwelle besitzt der Resonator eine effektive Spiegelreflektivität $R_{DRO} = 0.9882$. Dies führt nach Gleichung 1.36b zu einer Finesse $\mathcal{F}_{DRO} \simeq 265$. Mit dem OPO Resonator lässt sich die Linienbreite der emittierten Einzelphotonen auf $\Delta\nu_{FWHM}^{DRO} = 3.6$ MHz reduzieren. Aufgrund der Phasenanpassungsbedingung ist das DRO Spektrum mit einer sinc^2 -Funktion überlagert, deren Halbwertsbreite $\Delta\nu_{FWHM}^{PA} = 60.65$ GHz beträgt. Damit besteht das emittierte DRO Spektrum aus einem Frequenzkamm von 45 Longitudinalmoden. In Abbildung 2.2 ist eine Simulation des DRO Spektrums zusammen mit der Einhüllenden dargestellt.

Im nächsten Abschnitt sollen die verschiedenen Möglichkeiten diskutiert werden, mit denen eine einzelne Mode aus dem Frequenzkamm gefiltert werden kann.

2.3 Filterung einer einzelnen DRO Mode

Da der Frequenzabstand zwischen den einzelnen Longitudinalmoden ~ 1.5 GHz beträgt, muss für die Filterung besondere Sorgfalt getroffen werden. Ein herkömmlicher Interferenzfilter kann nicht zur Selektion einer einzelnen Mode verwendet werden, da die Intensitätsverluste bei der zu filternden Mode zu groß wären. Daher soll ein Fabry-Pérot-Resonator als durchstimmbarer Interferenzfilter verwendet werden.

Eine Mode wird durch einen Fabry-Pérot-Resonator vollständig transmittiert, wenn die Halbwertsbreite der Resonatorlinie größer als die entsprechende Linienbreite der DRO Mode sein. Andererseits muss die FWHM des Resonators klein genug sein, so dass nicht weitere Moden durch den Resonator transmittiert werden. Außerdem darf der freie Spektralbereich des Resonators kein Vielfaches vom Frequenzabstand zweier aufeinander folgender DRO Moden sein. Wäre dies der Fall, so würden neben der gewünschten Mode auch entsprechend weitere Moden selektiert. Durch eine weitere Filterstufe, wie etwa ein breitbandiges Etalon, können nur teilweise transmittierte Moden auf Grund eines unbeabsichtigten Überlapps mit den Fabry-Pérot-Resonanzlinien erfolgreich unterdrückt werden.

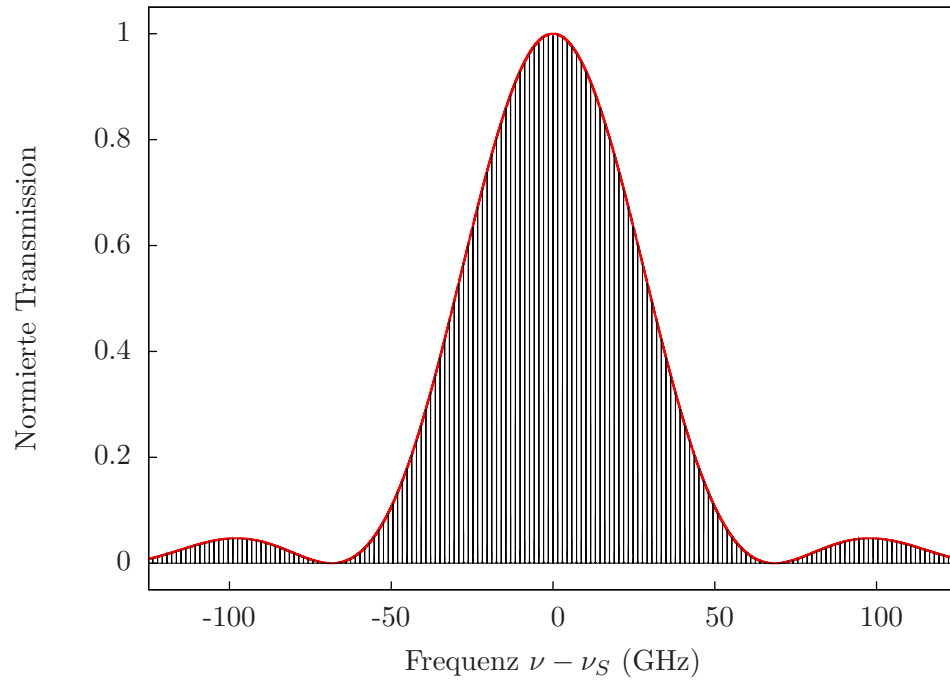


Abbildung 2.2: Simulation des DRO Spektrums (schwarz) mit der Einhüllenden sinc^2 -Funktion (rot). Der DRO emittiert einen Frequenzkamm von 45 Longitudinalmoden im Abstand $\simeq 1.5$ GHz. Die Linienbreite der einzelnen Moden ist $\simeq 4$ MHz.

Somit gibt die Beschaffenheit des Frequenzkamms die Randbedingungen für die einzelnen Filterstufen vor. In Abschnitt 4.1 werden die genauen Parameter eines schmalbandigen Fabry-Pérot-Resonators in Kombination mit einem breitbandigen Etalon vorgestellt. An dieser Stelle sollen die verschiedenen Möglichkeiten diskutiert werden, mit denen der Filterresonator stabilisiert werden kann.

Da das Etalon im Vergleich zu den sonstigen Resonanzlinien sehr breitbandig ist, reicht eine aktive Stabilisierung der Etalonlänge nicht erforderlich. Eine passive Temperaturstabilisierung ist ausreichend. Bei dem deutlich schmaleren Fabry-Pérot-Resonator hingegen ist eine aktive Stabilisierung zwingend erforderlich.

Um den Fabry-Pérot-Resonator zu stabilisieren, gibt es mehrere Möglichkeiten. Die Stabilisierung mit dem DRO Spektrum ist ungeeignet, da dies zu einem schlechten Signal-Rausch-Verhältnis und einer gleichzeitigen Zerstörung des gefilterten Zustandes führen würde. Durch die im vorherigen Kapitel beschriebene Kopplung zwischen Signallaser und DRO Emissionen, ist die Stabilisierung mit einem entgegenlaufendem Strahl des Signallasers möglich. Da das DRO Spektrum und der Signallaser die gleiche Wellenlänge besitzen, ist es bei dieser Methode kompliziert, die transmittierten DRO Photonen von dem reflektierten Anteil des Signallasers zu trennen.

Daher erfolgt die Stabilisierung auf einen Referenzlaser mit einer Wellenlänge $\lambda_R = 852 \text{ nm}$. Die Wellenlängendifferenz ist hinreichend groß, dass der reflektierte Anteil des Referenzlichts und die transmittierten DRO Photonen über kommerzielle Interferenzfilter getrennt werden können. Als Stabilisationsverfahren wird eine Methode nach Pound-Drever-Hall verwendet. Bei diesem Verfahren wird die Phase des Lasers moduliert und somit ein Fehlersignal erzeugt. Anders als beim Hänsch-Couillaud-Verfahren muss sich bei dieser Methode kein polarisationsselektives Element im Resonator befinden. Auf diese Weise können zusätzliche Verluste innerhalb des Filterresonators vermieden werden.

Um den Filteraufbau betreiben zu können, muss der bis dahin freilaufende Referenzlaser auf den Signallaser stabilisiert werden. Dadurch wird die Stabilität des stabilisierten Signallasers auf den Referenzlaser übertragen und Frequenzschwankungen gegeneinander minimiert. Um dies zu gewährleisten wurde der Transferaufbau konzipiert, der im folgenden Kapitel ausführlich vorgestellt werden soll.

3 Transferaufbau

In diesem Kapitel wird der Aufbau vorgestellt, mit dem es möglich ist, die Stabilität des auf die Cäsium-D1-Linie gelockten Signallasers ($\lambda_S = 894 \text{ nm}$) auf den Referenzlaser ($\lambda_R = 852 \text{ nm}$) zu übertragen und somit Frequenzschwankungen beider Laser gegeneinander zu verhindern.

3.1 Transferprinzip

Für dieses Experiment werden zwei gitterstabilisierte Diodenlaser (*Toptica, DL 100*), (*Toptica, DL Pro*) verwendet. Der Signallaser wird nach dem Prinzip der Frequenz-Modulationsspektroskopie auf den Cäsium-D1-Übergang stabilisiert. Anschließend wird mit dem *Pound-Drever-Hall Verfahren* ein freilaufender Resonator auf die Resonanz des Signallasers stabilisiert. Somit dient der Resonator als Frequenzstandard, auf den der Referenzlaser stabilisiert werden kann. Auf diese Weise überträgt sich die Stabilität des Signallasers sukzessive über den Transferresonator auf den Referenzlaser.

3.2 Pound-Drever-Hall Verfahren

3.2.1 Funktionsprinzip

Um den freilaufenden Referenzlaser an den stabilisierten Signallaser zu koppeln, wird das Pound-Drever-Hall (PDH) Verfahren verwendet. Die PDH Technik wurde zum ersten Mal von R.V. Pound im Mikrowellenbereich demonstriert [Pou46] und von R. Drever und J. Hall [DHK⁺83, HTY99] für optische Frequenzen weiterentwickelt. Ein phasenmodulierter Laserstrahl wird in einen Fabry-Pérot-Resonator eingekoppelt. Aus dem Reflexionssignal wird mit einem phasenempfindlichen Gleichrichter ein Dispersions- bzw. Fehlersignal gewonnen, dass bei der Resonanzfrequenz einen Nulldurchgang besitzt. Die Regelung erfolgt über dieses Fehlersignal, sodass Frequenz- und Intensitätsschwankungen von einander entkoppelt werden.

In Abbildung 3.1 ist der schematische Aufbau für die Stabilisierung eines freilaufenden Lasers auf einen Resonator dargestellt. Um Rückreflexe in den Laser zu vermeiden, befindet sich hinter dem Laser ein Faraday-Isolator. Zur periodischen Modulation der Phase des Lasers wird ein elektrooptischer Modulator (EOM) verwendet. Anschließend wird der Laserstrahl hinter einem optischen Isolator in einen Fabry-Pérot-Resonator eingekoppelt. Das gemessene Reflexionssignal wird mit dem Modulationssignal des EOM gemischt und anschließend mit einem Tiefpass gefiltert. Auf diese Weise wird ein Fehlersignal generiert, dass als Regelsignal an den Laser zurückgeführt wird. Durch periodische

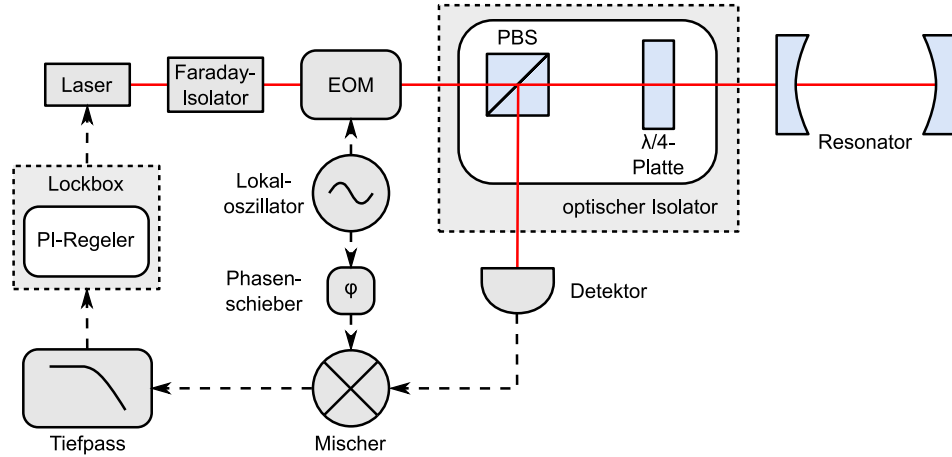


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau zur Regelung eines freilaufenden Lasers auf einen stabilen Resonator mit dem Pound-Drever-Hall Verfahren.

Modulation der Laserfrequenz um die Resonanzfrequenz wird das Fehlersignal abgetastet, d.h. durch Messung über das komplette Modulationsintervall wird die Signalförmigkeit sichtbar gemacht.

PDH eignet sich sowohl zum Regeln eines freilaufenden Resonators auf einen stabilisierten Laser [Bla98] als auch umgekehrt [Bla01], da mit dieser Methode Frequenzschwankungen des Lasers und Längenänderungen des Resonators nicht unterschieden werden.

3.2.2 Erzeugung des Fehlersignals

Das elektrische Feld $E(t)$ des Lasers ist gegeben durch $E(t) = E_0 e^{i\omega t}$. Die Modulation der Phase erfolgt mit einem EOM (*New Focus, 4102-VIS*). Bei diesem Modell sind zwei mit Magnesiumoxid dotierte Lithiumniobat-Kristalle (MgO:LiNbO_3) um 90° gegeneinander verdreht, so dass Driften der Doppelbrechung aufgrund von Temperaturschwankungen minimiert werden [NF]. Wird eine Spannung an den Kristall angelegt, so kommt es aufgrund des elektrooptischen Effekts zu einer Änderung des Brechungsindex.

Zur Erzeugung der periodischen Spannung für die Modulation des Brechungsindex bzw. der Phase wird ein in der Arbeitsgruppe entwickelter Funktionsgenerator verwendet. Dieser liefert zwei sinusförmige Signale fester Frequenz $\Omega/(2\pi)$ im Bereich von 100 Hz bis 20 MHz, aber mit frei wählbarer Phasendifferenz φ und voneinander unabhängigen Amplituden. Eines dieser Signale dient als Lokaloszillator für den Mischer. Das andere Signal passiert einen Verstärker (*Mini Circuits, ZHL-32A*) und wird über einen Schwingkreis resonant überhöht, bevor es als Modulationssignal für den EOM verwendet wird. Das elektrische Feld des phasenmodulierten Lasers ist durch

$$E_{inc}(t) = E_0 e^{i(\omega t + \beta \sin \Omega t)} = E_0 e^{i\omega t} \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l(\beta) e^{il\Omega t} \quad (3.1)$$

gegeben. Hierbei bezeichnet β die Modulationstiefe und J_l die sphärischen Besselfunktionen. Für den Fall kleiner Modulationstiefen ($\beta \ll 1$) kann man Beiträge der Gleichung (3.1) mit $|l| > 0$ vernachlässigen und erhält

$$E_{inc}(t) \approx E_0 \left[J_0(\beta) e^{i\omega t} + J_1(\beta) e^{i(\omega+\Omega)t} - J_{-1}(\beta) e^{i(\omega-\Omega)t} \right]. \quad (3.2)$$

Der einfallende Laserstrahl besteht aus einer Überlagerung von drei Wellen, einem Trägersignal bei $\omega/(2\pi)$ und zwei Seitenbändern bei $(\omega \pm \Omega)/(2\pi)$. Bei gegebener Gesamtleistung $P_0 \equiv |E_0|^2$ und kleiner Modulationstiefe β wird die Leistung fast vollständig zwischen Träger P_c und den beiden Seitenbändern P_s aufgeteilt

$$P_0 \approx P_c + 2P_s = P_0 [J_0^2(\beta) + 2J_1^2(\beta)]. \quad (3.3)$$

Das einfallende Licht wird vom Resonator reflektiert, wobei der Amplitudenreflexionskoeffizient $F(\omega)$ aus reflektierter Welle E_{ref} und einlaufender Welle abhängig von den Eigenschaften des Strahls und Resonators ist. Nach [Bla98] folgt für einen verlustfreien, symmetrischen Resonator der Länge L

$$F(\omega) = \frac{E_{ref}}{E_{inc}} = \frac{r (e^{i\phi} - 1)}{1 - r^2 e^{i\phi}} \quad (3.4)$$

$$\phi = \frac{2\omega L}{c} = 2\pi \frac{2L}{\lambda}.$$

Dabei sind r die Amplitudenreflektivität der Resonatorspiegel und ϕ die Phasenverschiebung pro Resonatorumlauf. Der Reflexionskoeffizient F ist eine periodische Funktion in ϕ und folgt der Airy-Funktion, d.h. $F(\omega)$ verschwindet im Resonanzfall

$$\omega = 2\pi n \cdot \Delta\nu_{FSR} \quad n \in \mathbb{N} \quad (3.5a)$$

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2}. \quad (3.5b)$$

λ ist die Wellenlänge des einfallenden Lichts und $\Delta\nu_{FSR}$ bezeichnet den FSR des Resonators, deren Eigenschaften in Abschnitt 1.2 näher behandelt werden.

Das reflektierte Feld E_{ref} ergibt sich aus der Multiplikation des einfallenden Feldes E_{inc} aus Gleichung (3.2) mit dem Reflexionskoeffizienten $F(\omega)$ aus Gleichung (3.4) unter Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit

$$E_{ref} = E_0 F(\omega) J_0(\beta) e^{i\omega t} + E_0 F(\omega + \Omega) J_1(\beta) e^{i(\omega+\Omega)t} - E_0 F(\omega - \Omega) J_{-1}(\beta) e^{i(\omega-\Omega)t}. \quad (3.6)$$

Das reflektierte Signal wird mit Hilfe eines resonanten AC-Detektoren gemessen, der in der Arbeitsgruppe entwickelt wurde. Mit $P_{ref} = |E_{ref}|^2$ ergibt sich die gemessene

Leistung zu

$$P_{ref} = P_c |F(\omega)|^2 + P_s [|F(\omega + \Omega)|^2 + |F(\omega - \Omega)|^2] + 2 \sqrt{P_c P_s} [\operatorname{Re}(\epsilon) \cos(\Omega t) + \operatorname{Im}(\epsilon) \sin(\Omega t)] + \mathcal{O}(2\Omega) \quad (3.7)$$

$$\text{mit} \quad \epsilon = F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega). \quad (3.8)$$

Die gemessene Leistung zeigt ein Schwebungsmuster mit der Modulationsfrequenz und höheren Harmonischen. Die Ω -Terme entstehen durch die Interferenz des Trägersignals mit den Seitenbändern, die 2Ω -Terme resultieren aus der Interferenz der Seitenbänder untereinander und werden mit dem Tiefpass gefiltert.

Zur aktiven Regelung wird die Phasenverschiebung des Trägers benötigt, die nach den Gleichungen (3.4) und (3.8) im Faktor ϵ enthalten ist. Um diese Phaseninformation aus dem Detektorsignal zu gewinnen, wird das Signal zunächst mit dem Lokaloszillator gemischt. Dabei lässt sich die Phasendifferenz zwischen beiden Signalen frei einstellen. Die entstandenen Mischterme aus Sinus- und Kosinusfunktionen lassen sich durch die folgenden Beziehungen umschreiben

$$\cos(\Omega t) \cdot \cos(\Omega' t) = \frac{1}{2} [\cos(\Omega - \Omega')t + \cos(\Omega + \Omega')t] \quad (3.9a)$$

$$\sin(\Omega t) \cdot \sin(\Omega' t) = \frac{1}{2} [\cos(\Omega - \Omega')t - \cos(\Omega + \Omega')t] \quad (3.9b)$$

$$\sin(\Omega t) \cdot \cos(\Omega' t) = \frac{1}{2} [\sin(\Omega - \Omega')t + \sin(\Omega + \Omega')t]. \quad (3.9c)$$

Da beide Signale mit der gleichen Frequenz $\Omega = \Omega'$ schwingen, lässt sich über die Phasendifferenz ein zu ϵ proportionales DC-Fehlersignal einstellen, das mit dem Tiefpass selektiert wird.

3.2.3 Wahl der Modulationsfrequenz

Langsame Modulation: Bei langsamer Modulation der Laserfrequenz bleibt die stehende Welle im Resonator stets im Gleichgewicht mit der einfallenden Welle. Dieser Spezialfall liegt vor, wenn gilt

$$\Omega \ll \frac{\Delta\nu_{FSR}}{\mathcal{F}}. \quad (3.10)$$

Mit \mathcal{F} wird die Finesse des Resonators bezeichnet, die ein Maß für die Qualität des Resonators ist. Eine ausführlichere Behandlung des Fabry-Pérot-Resonators ist in Abschnitt 1.2 erfolgt.

In diesem Regime lässt sich für den Vorfaktor ϵ aus Gleichung (3.8) folgende Abschätzung treffen

$$\epsilon = F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega) \approx \frac{d|F|^2}{d\omega} \Omega. \quad (3.11)$$

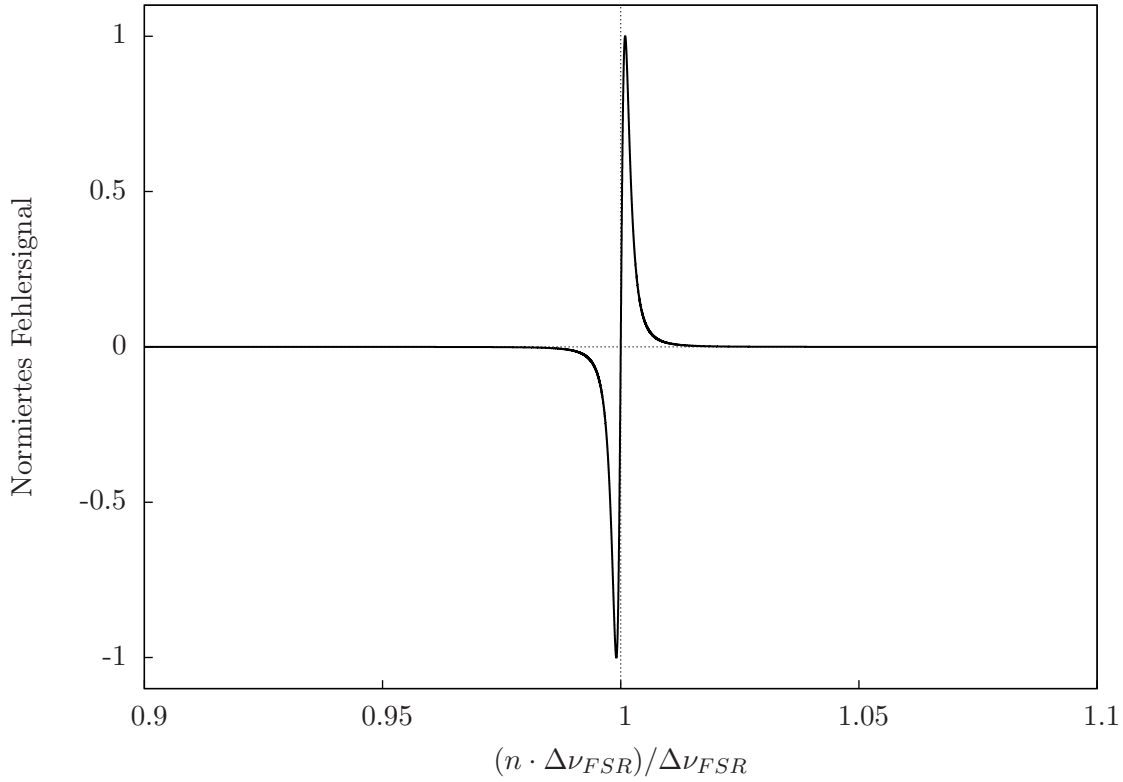


Abbildung 3.2: Theoretisches PDH Fehlersignal für den Fall der langsamen Modulation mit Spiegelreflektivität $R = 0.99$. Dies entspricht einer Finesse $\mathcal{F} \simeq 310$.

Dieser Ausdruck ist rein reell, so dass nur der Kosinusterm der reflektierten Leistung aus Gleichung (3.7) übrig bleibt. Die reflektierte Leistung ist damit gegeben durch

$$P_{ref} \approx \text{const.} + P_0 \frac{d|F|^2}{d\omega} \beta \Omega \cos \Omega t + \mathcal{O}(2\Omega). \quad (3.12)$$

Nachdem dieses Signal mit dem Modulationssignal unter Berücksichtigung eventueller Phasenverschiebungen gemischt und durch den Tiefpass gefiltert wurde, bleibt nur der Koeffizient des Kosinusters übrig. Somit ergibt sich das PDH Fehlersignal für die langsame Modulation

$$\varepsilon_s = P_0 \frac{d|F|^2}{d\omega} \beta \Omega \approx 2\sqrt{P_c P_s} \frac{d|F|^2}{d\omega} \Omega. \quad (3.13)$$

In Abbildung 3.2 ist das Fehlersignal in Abhängigkeit von der Frequenz gezeigt. Dabei ist das Fehlersignal nur in der Nähe der Resonanzfrequenzen $(n \cdot \Delta\nu_{FSR}, n \in \mathbb{Z})$ von Null verschieden.

Schnelle Modulation: Bei höheren Modulationsfrequenzen kann sich das Feld im Resonator nicht mehr vollständig auf- bzw. abbauen. Somit verlieren die zuvor getroffenen Annahmen ihre Gültigkeit. Dennoch ist es mit PDH möglich, Schwankungen zu messen und auszugleichen, die schneller als die Reaktionszeit des Resonators sind. Diese Annahme ist für

$$\Omega \gg \frac{\Delta\nu_{FSR}}{\mathcal{F}} \quad (3.14)$$

zutreffend. In diesem Fall ist es möglich, dass der Träger resonant ist, jedoch die Seitenbänder nicht mehr. Dann werden die Seitenbänder vollständig reflektiert. Somit kann $F(\omega \pm \Omega) \approx 1$ angenommen werden. Die Gleichung (3.8) vereinfacht sich zu

$$\epsilon = F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega) \approx -2i\text{Im}[F(\omega)]. \quad (3.15)$$

Dieser Ausdruck ist rein imaginär und somit bleibt lediglich der Sinusterm aus Gleichung (3.7) hinter dem Mischer und Tiefpass ungleich Null. Das Fehlersignal für die schnelle Modulation ist in Abbildung (3.3) dargestellt und berechnet sich gemäß

$$\epsilon_f = 2\sqrt{P_c P_s} \text{Im}[F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)]. \quad (3.16)$$

In unserem Experiment wird die Phase des Laserstrahls mit $\Omega/(2\pi) \simeq 6$ MHz moduliert. Der Resonator hat einen FSR von $\Delta\nu_{FSR} \simeq 3.331$ GHz und die Finesse beträgt $\mathcal{F} \simeq 65$. Nach Gleichung (3.10) befinden wir uns im Regime der langsamen Modulation, für das Fehlersignal gilt Gleichung (3.13).

3.3 Kompensationskristall

Um das DRO Spektrum effektiv filtern zu können, müssen sowohl der Transfer- als auch der Filterresonator gleichzeitig resonant für den Signal- und Referenzlaser sein. Beim Transferaufbau lassen sich die Resonanzlinien von 894 nm und 852 nm über die Resonatorlänge und den Diodenstrom des Referenzlasers gegeneinander verschieben. Im Filteraufbau kann nur der Resonatorabstand L über die Piezospaltung eingestellt werden. Aufgrund der Resonanzbedingung $L = n\lambda$ lassen sich Resonanzen mit verschiedener Wellenlänge λ nicht kontinuierlich gegeneinander verschieben. Daher wird ein zusätzlicher Regelparmeter benötigt. Dieser wird durch die Temperatur eines doppelbrechenden Kristalls im Transferresonator bereitgestellt.

3.3.1 Doppelbrechung und Strahlversatz

Der optische Weg S durch ein beliebiges Medium ist das Produkt aus der geometrischen Wegstrecke l und dem Brechungsindex n

$$S = nl. \quad (3.17)$$

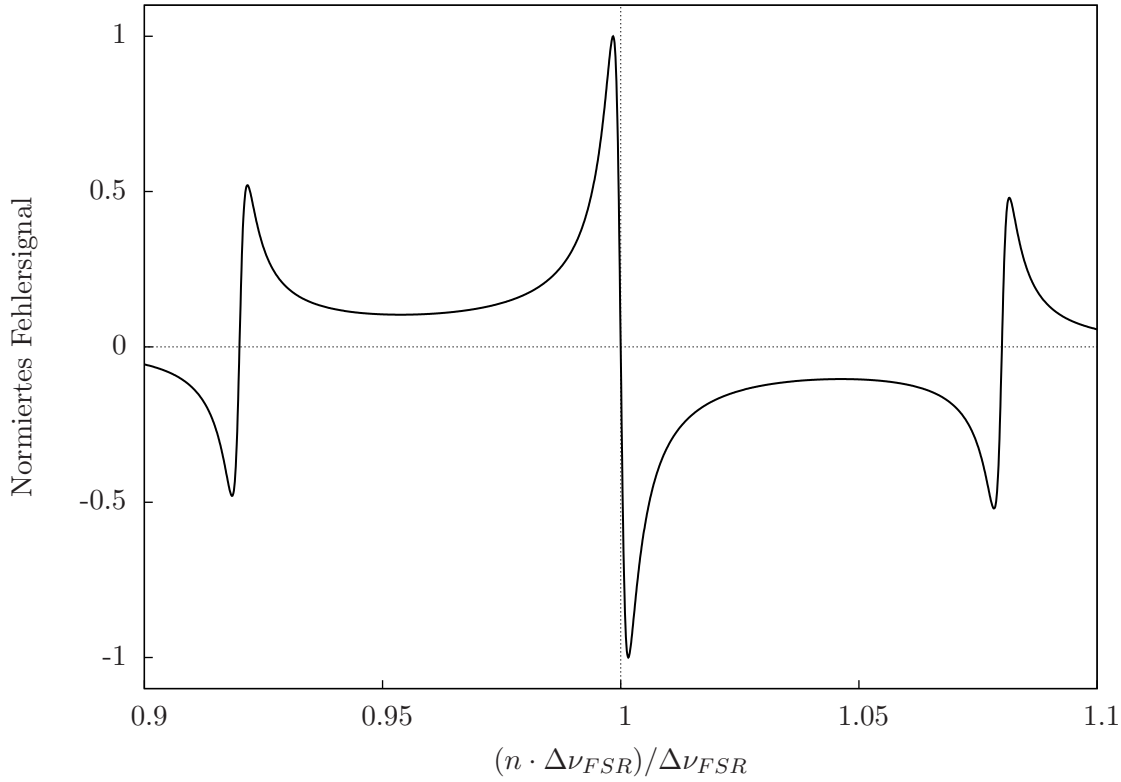


Abbildung 3.3: Theoretisches PDH Fehlersignal für den Fall der schnellen Modulation mit einer Modulationsfrequenz $\Omega/(2\pi) = 0.08 \Delta\nu_{FSR}$ und einer Spiegelreflektivität $R = 0.99$. Dies entspricht einer Finesse $\mathcal{F} \simeq 310$.

Wird ein Kristall innerhalb des Transferresonators platziert, so lässt sich die optische Weglänge des Resonators in Abhängigkeit von der Kristalltemperatur variieren. Da der Effekt der Dispersion nicht ausreicht, um die Resonanzlinien von 894 nm und 852 nm gegeneinander zu verschieben, wird ein doppelbrechender Kristall verwendet. Dieser spaltet unpolarisiertes Licht in zwei linear polarisierte Strahlen auf. Der so genannte ordentliche Strahl erfährt den Brechungsindex n_o unabhängig von seiner Ausbreitungsrichtung und verhält sich somit wie in einem isotropen Medium. Für den außerordentlichen Strahl hingegen ist der Brechungsindex n_e und somit die Ausbreitungsgeschwindigkeit von der Richtung abhängig. Über die Differenz $\Delta n = n_e - n_o$ ist die Stärke der Doppelbrechung definiert.

Die Wellenfronten des außergewöhnlichen Strahls bilden einen Rotationsellipsoiden, dessen Rotationsachse parallel zur optischen Achse ist. Dies führt im Allgemeinen zu einem Strahlversatz. Wird das Licht parallel zur optischen Achse eingestrahlt, so gilt $n_e = n_o$, und der Kristall wirkt wie ein isotropes Medium. Verläuft die Ausbreitung senkrecht zur optischen Achse, so nimmt der Brechungsindex n_e seinen Maximalwert an, d.h. die

Doppelbrechung ist am stärksten. Auch in diesem Fall haben der ordentliche und außerordentliche Strahl dieselbe Ausbreitungsrichtung, und es gibt keinen Versatz zwischen den beiden Strahlen.

3.3.2 Umsetzung im Experiment

Für den Kompensationskristall wurde Quarz verwendet, das zu den einachsigen, optisch positiven Materialien zählt ($\Delta n > 0$). Das Quarzgitter bildet eine trigonale Einheitszelle aus. Der Laser wird entlang der c -Achse eingestrahlt, die auch gleichzeitig die optische Achse ist.

Der 5 mm lange Quarzkristall befindet sich in einer über ein Peltierelement heizbaren Kupferhalterung. Das entsprechende Stellsignal wird durch einen in der Arbeitsgruppe entwickelten Temperaturregler erzeugt, der eine Stabilität von ± 25 mK ermöglicht. Die Messung der Temperatur erfolgt über einen NTC-Widerstand.

3.3.3 Verschieben der Resonanzen

Um die Resonanzen des Signal- und Referenzlasers effektiv gegeneinander zu verschieben, wird die Polarisierung des jeweiligen Strahls auf die Polarisierung des ordentlichen bzw. außerordentlichen Strahls eingestellt. Nach Gleichung (3.17) ist somit die effektive Länge des Resonators für beide Laser unterschiedlich. Gleichzeitig ändern sich die beiden Brechungsindizes n_o und n_e unterschiedlich stark mit der Temperatur und damit die effektive Resonatorlänge für den Signal- bzw. Referenzlaser. Da die Länge des Transferresonators auf die Resonanz des Signallasers gelockt ist, wird über ein Piezoelement die Länge des Resonators korrigiert. Gleichzeitig muss die Frequenz des Referenzlasers über den Strom nachgestellt werden, um weiterhin die Resonanzbedingung aus Gleichung (3.5) zu erfüllen. Da sich nur die Frequenz des Referenzlasers ändert, verschieben sich die Resonanzen von Signal- und Referenzlaser im Filteraufbau gegeneinander.

Um im Filterresonator das DRO Signal bei 894 nm effektiv filtern zu können, müssen beide Resonanzen exakt überlagert werden. Nur für diesen Fall ist die Transmission des Signallasers durch den Filterresonator maximal. In Abbildung 3.4 ist die Transmission des Signallasers in Abhängigkeit von der Kristalltemperatur dargestellt. Für diese Messung wurden die Resonanzen von 894 nm und 852 nm über das Piezoelement des Filterresonators so weit wie möglich überlappt. Anschließend wurde die Feinjustage über die Temperatur des Kompensationskristalls durchgeführt. Die Halbwertsbreite (FWHM) der Resonanz ist $\Delta T_{FWHM} = (1.18 \pm 0.03)$ K. Das Temperaturfenster, in dem die Transmission nicht unter 0.95 der Maximaltransmission sinkt, ist $\Delta T_{0.95} \approx 290$ mK breit. Die Temperatur lässt sich mit dem verwendeten Controller bis auf 25 mK einstellen. Somit ist die Kristalltemperatur ein geeigneter Parameter, um Signal- und Referenzlaser im Filteraufbau zu überlappen.

In Abbildung 3.5 ist die Verschiebung beider Resonanzen für einen weiten Temperaturbereich $\Delta T_{exp} = 36$ K dargestellt. Die maximal erreichbare relative Frequenzverschiebung ist etwa ein halber FSR. Mit Hilfe der Materialparameter aus [TY83] ergibt sich für die gleiche Verschiebung eine theoretische Temperaturdifferenz $\Delta T_{theo} = 31.4$ K. Der expe-

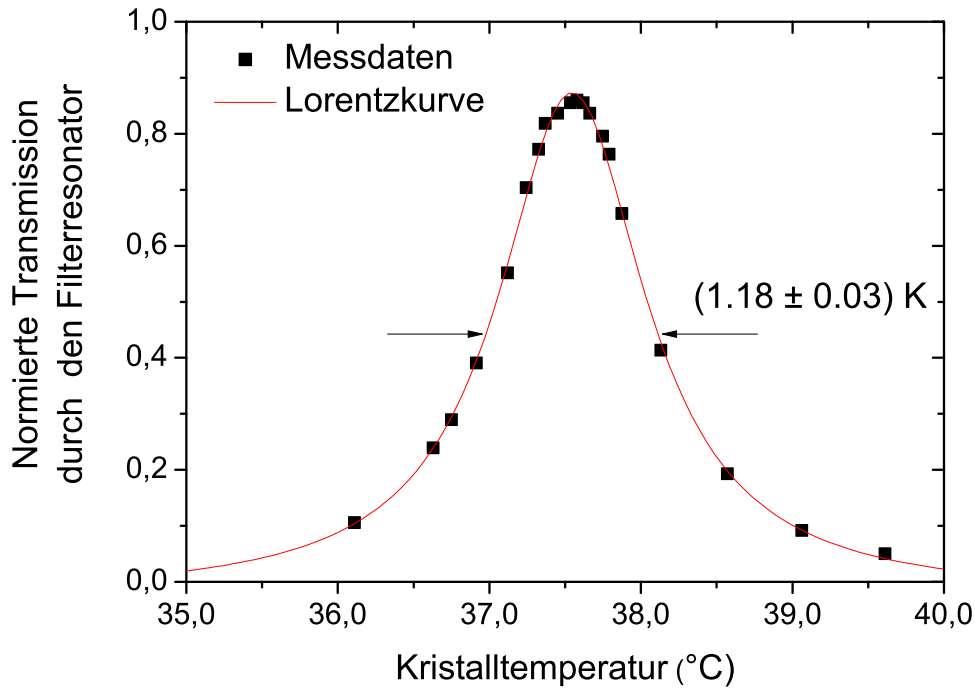


Abbildung 3.4: Transmission des Signallasers in Abhängigkeit von der Kristalltemperatur. In einem 290 mK breiten Intervall sinkt die Transmission nicht unter 0.95 der Maximaltransmission.

rimentell bestimmte Wert ist von der selben Größenordnung wie der Theoriewert. Da in [TY83] kein Licht der Wellenlängen 852 nm bzw. 894 nm verwendet wurde, sind die verwendeten Materialkonstanten lediglich extrapoliert. Somit lässt sich die Abweichung mit leicht unterschiedlichen Materialparametern zwischen Theorie und Experiment erklären.

3.4 Umsetzung des Transferaufbaus

3.4.1 Prinzip des Transferaufbaus

Im Transferaufbau wird das PDH Verfahren verwendet, um Signal- und Referenzlaser aneinander zu koppeln. Ein auf den Signallaser stabilisierter Fabry-Pérot-Resonator dient als Bezugsgröße für die Frequenz des Referenzlasers. Gemäß dem PDH Verfahren wird mit dem Signallaser ein Fehlersignal erzeugt, mit dem die Resonatorlänge über ein Piezoelement geregelt wird. Analog dazu lässt sich die Frequenz des Referenzlasers über den Diodenstrom einstellen.

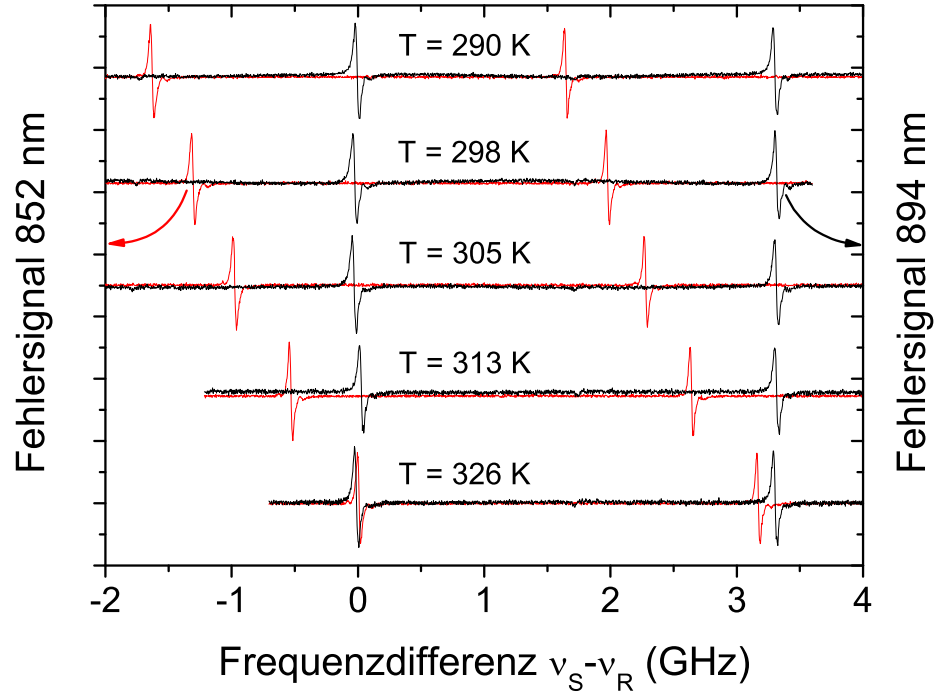


Abbildung 3.5: Gemessene Frequenzverschiebung zwischen dem Signallaser (schwarz) mit der Frequenz ν_S und dem Referenzlaser (rot) mit ν_R für verschiedene Temperaturen. Mit einer Temperaturdifferenz von $\Delta T_{exp} = 36$ K konnte die Frequenz um etwa ein halben FSR verschoben werden.

In Abbildung 3.6 ist der Transferaufbau mit den Strahlengängen schematisch dargestellt. Über eine Halbwellenplatte (HWP) wird die Eingangspolarisation für den EOM eingestellt, die Phasenmodulation erfolgt wie in Abschnitt 3.2 beschrieben. Mit dem folgenden Linsensystem wird für den Resonator die Größe und Position der optimalen Strahltaile eingestellt. Da der Kompensationskristall eine lineare Polarisation erfordert, wird anstelle der Kombination aus Polarisationsstrahlteiler (PBS) und $\lambda/4$ -Platte ein einfacher 50 : 50 Strahlteiler verwendet. Mit diesem kann das vom Resonator reflektierte Licht auf den AC-Detektor gelenkt werden. Über die letzte HWP im Strahlengang wird die Polarisation für ordentliche bzw. außerordentliche Ausbreitung eingestellt. Interferenzfilter vor den Photodetektoren selektieren die jeweils gewünschte Wellenlänge, so dass nur das jeweilige Reflexionssignal, nicht aber das transmittierte Licht des anderen Lasers, gemessen wird.

Für den Transferresonator wurde eine konfokale Konfiguration gewählt, d.h. der Spiegelabstand L ist identisch mit den Krümmungsradii R . In diesem Fall sind die möglichen Resonanzfrequenzen für transversale Moden äquidistant mit einem Frequenzab-

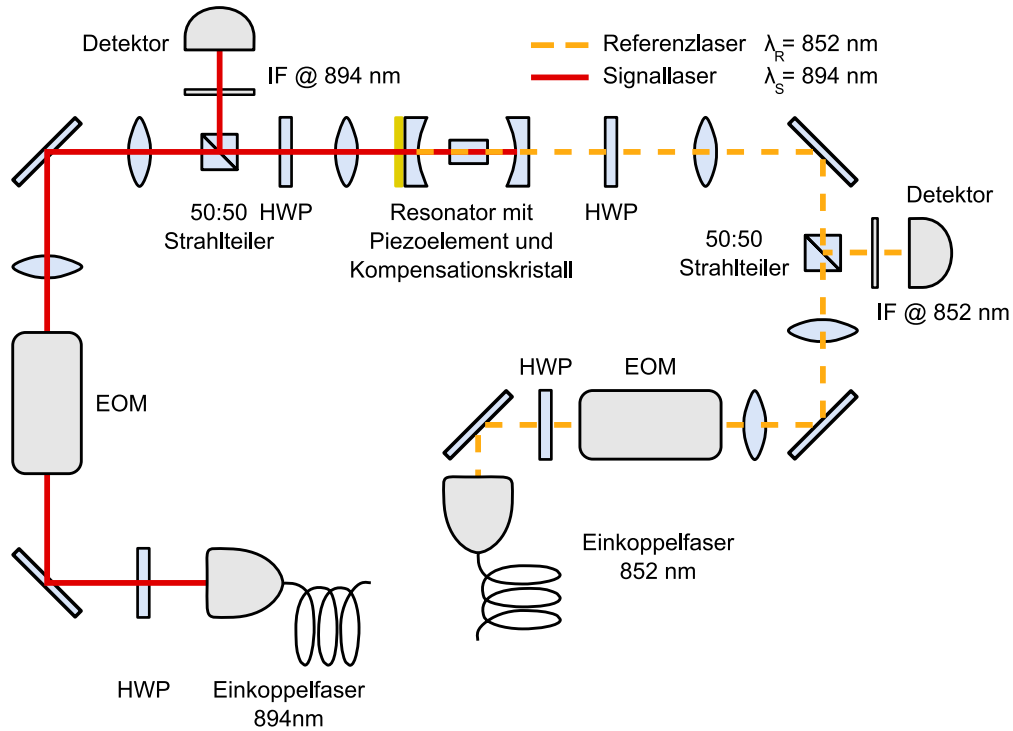


Abbildung 3.6: Prinzip des Transferaufbaus: Mit EOMs wird die Phase von Signal- bzw. Referenzlaser moduliert, anschließend erfolgt die Strahlformung durch ein Linsensystem. Mit Hilfe der HWP wird die Polarisierung auf ordentliche bzw. außerordentliche Ausbreitung gedreht. Die Reflexionssignale werden über Strahlteiler auf den jeweiligen Detektor gelenkt, wobei ein Interferenzfilter Signal- und Referenzlaser voneinander trennt.

stand $\Delta\nu_{FSR}/2$. Eine ausführlichere Behandlung der Eigenschaften des konfokalen Resonators erfolgte in Abschnitt 1.2.2.

Um thermische Driften zu vermindern, wurde der Transferaufbau als Modul mit einer temperaturstabilisierten Grundplatte konzipiert. Akustische Schwingungen werden durch ein Gehäuse mit Abdeckplatte, sowie einer Isolationsschicht aus Gummi zwischen optischem Tisch und Aufbau minimiert. Durch die Verwendung von Kompaktkomponenten wurde zusätzlich die mechanische Stabilität verbessert. Ein Foto des Transferaufbaus ist in Abbildung 3.7 zu finden.

3.4.2 Messergebnisse im Transferaufbau

Beide Laser müssen in den Transferresonator eingekoppelt werden, indem die Strahlen mit der optischen Achse des Resonators überlappt werden. Dazu wird zunächst die optische Achse über die Resonatorspiegel mit dem Signalstrahl überlagert, anschließend wird mit den beiden Ablenkspiegeln hinter dem EOM der Referenzlaser eingekoppelt.

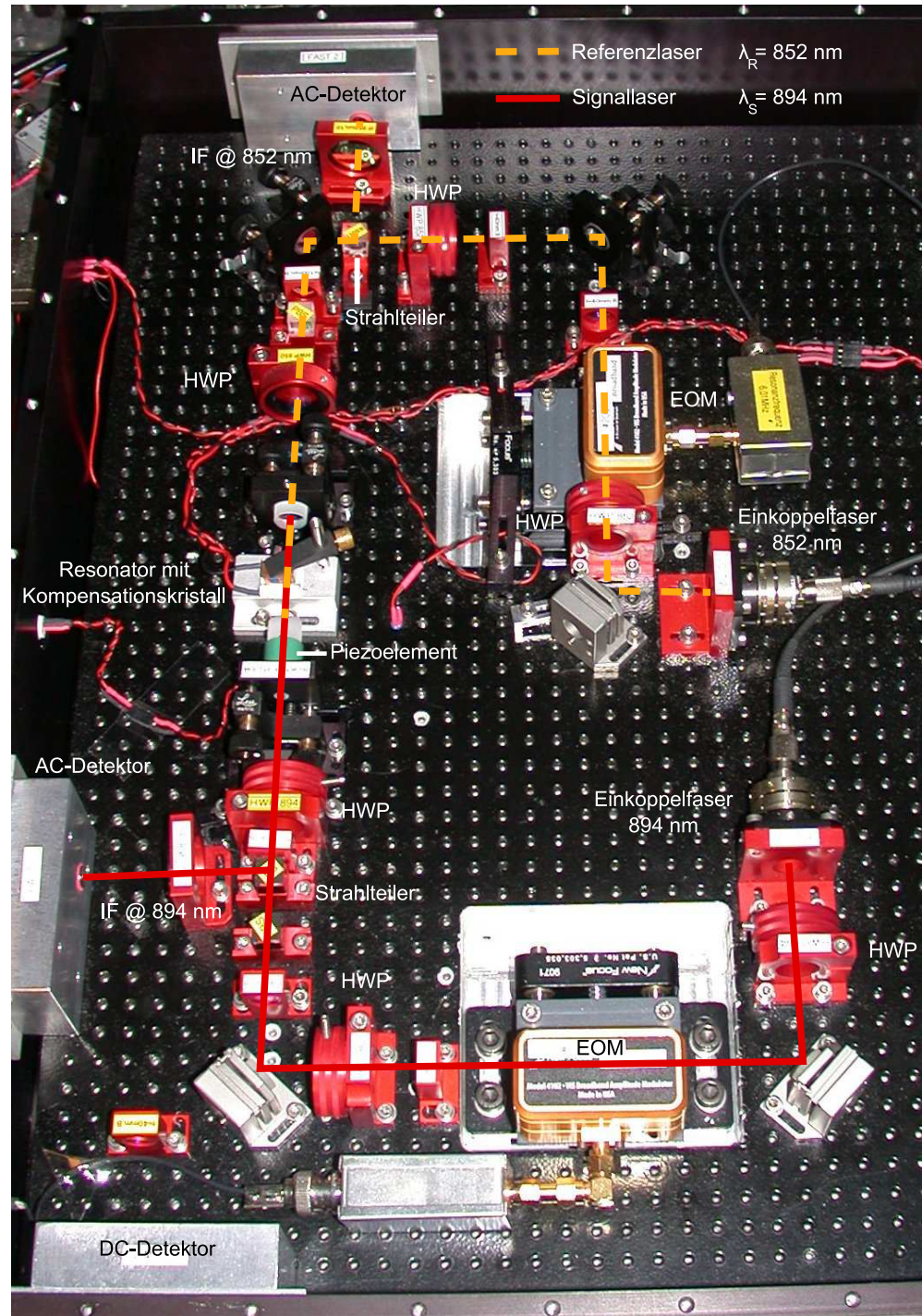


Abbildung 3.7: Foto vom Transferaufbau mit den Strahlengängen für Signal- (rot) und Referenzlaser (orange). Der DC-Detektor im unteren Teil des Bildes wird verwendet um die Absorptionsspektren zu messen. Dazu wird an der Stelle des 894 nm Interferenzfilters ein Spiegel eingebaut.

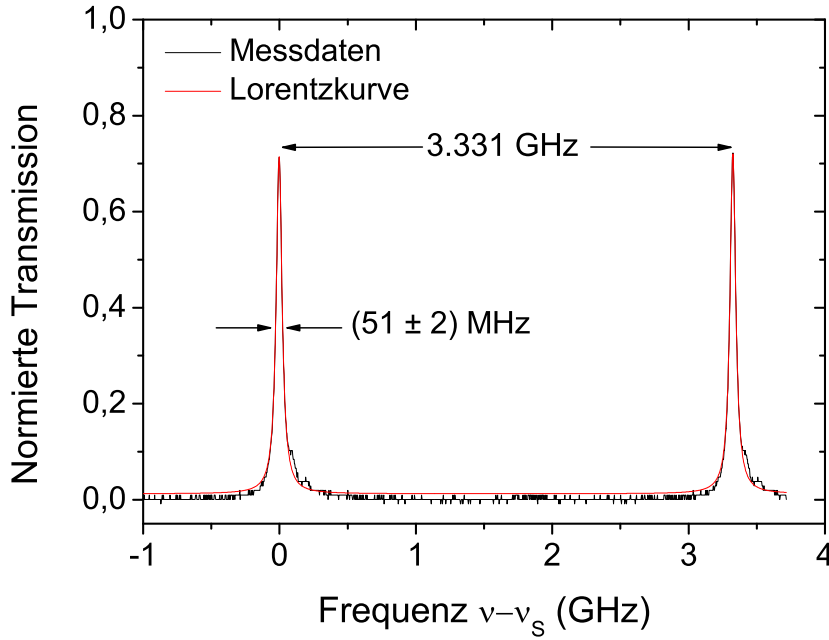


Abbildung 3.8: Normierte Transmission für den Signallaser mit der Resonanzfrequenz ν_S . Für einen 0.045 m langen Resonator mit $\Delta\nu_{FWHM}^S = (51 \pm 2)$ MHz ergibt sich eine Finesse $\mathcal{F} = 65$ und eine Leistungsreflektivität $R_{exp} = 0.953$.

Da die Kompaktkomponenten nicht die erforderliche Präzision bieten, werden an dieser Stelle spezielle Spiegelhalter mit Mikrometerschrauben verwendet.

Im Fall der optimalen Einkopplung existiert nur noch eine Schwingungsmode, die Grundmode des Gauß-Strahls TEM_{00} . Somit lässt sich die Einkopplung über die Absorptionssignale des Resonators optimieren. Ein Ablenkspiegel vor dem AC-Detektor im Signalstrahlengang lenkt Licht auf einen DC-Detektor, der für Signale <1 MHz einen zur Intensität proportionalen Spannungswert ausgibt. Ohne den Interferenzfilter können die Absorptionssignale von Signal- und Referenzlaser gleichzeitig gemessen werden. Dabei wird für 894 nm die Resonatorlänge über ein Piezoelement moduliert, bei 852 nm wird die Laserfrequenz über den Diodenstrom geändert.

Erfüllt der Laser nicht die Resonanzbedingung, so wird das Licht komplett reflektiert. Der Reflexionskoeffizient ist $R = 1$ und das gemessene Reflexionssignal wird maximal. Der Transmissionskoeffizient berechnet sich über $T = 1 - R$, so dass aus dem Reflexionssignal die Transmission durch den Resonator berechnet werden kann. In Abbildung 3.8 ist die normierte Transmission für den Signalstrahl dargestellt. Der Resonator ist 0.045 m lang und besitzt nach Gleichung (1.34) einen FSR $\Delta\nu_{FSR} = 3.331$ GHz. Es wurde eine Spiegelreflektivität von $R_{theo} = 0.96$ gewählt, so dass die erwartete Linienbreite bei $\Delta\nu_{FWHM}^{theo} = 43$ MHz liegt.

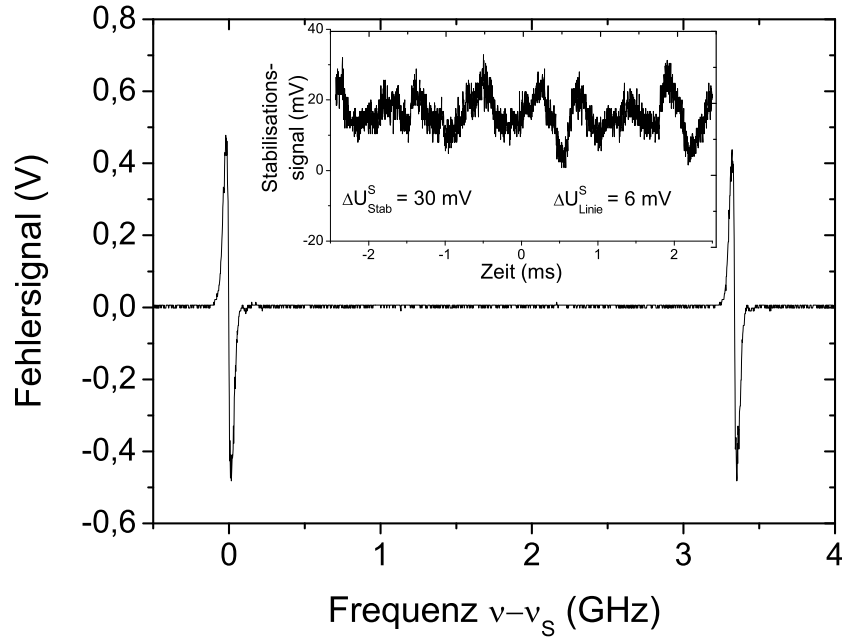


Abbildung 3.9: Das PDH Fehlersignal für den Signallaser mit der Resonanzfrequenz ν_s . Bei einer Einkopplung in den Transferresonator von ≈ 0.75 ist das Signal-Rausch-Verhältnis $\approx 120 : 1$. Das Frequenzrauschen beträgt $\Delta \nu_{Stab}^S \approx 500$ kHz.

Bei einer Einkopplungseffizienz von ≈ 0.75 wurde die FWHM $\Delta \nu_{FWHM}^S = (51 \pm 2)$ MHz gemessen. Mit diesem Wert lässt sich aus Gleichung (1.36b) die Finesse $\mathcal{F} = 65$ bestimmen. Der Unterschied zwischen experimentellen und theoretischen Werten lässt sich mit einer Abweichung von der theoretischen Spiegelreflektivität um 0.007 erklären. Nach Gleichung (1.35b) ist die gemessene Leistungsreflektivität $R_{exp} = 0.953$.

Dieses Reflexionssignal wurde nach der PDH Methode ausgewertet, das resultierende Fehlersignal ist zusammen mit dem zugehörigen Stabilisierungssignal in Abbildung 3.9 dargestellt. Das Stabilisationssignal zeigt die zeitliche Änderung des Fehlersignals bei aktiver Regelung, bei perfekter Regelung ist es identisch Null. Das Signal-Rausch-Verhältnis beträgt $\approx 120 : 1$.

Die Qualität der Regelung kann mit der folgenden Methode abgeschätzt werden. Für den Signallaser wurde im Submillisekundenbereich die Linienbreite $\Delta \nu_{Linie}^S \approx 100$ kHz gemessen. Dies führt im Stabilisationssignal zu einem Spannungsrauschen $\Delta U_{Linie}^S = 6$ mV. Die Amplitude des Stabilisierungssignal schwankt aufgrund von akustischen Störungen um $\Delta U_{Stab}^S = 30$ mV. Dies führt zu einer Änderung in der Resonatorlänge, die sich direkt

als Frequenzabweichung darstellen lässt

$$\Delta\nu_{Stab} = \frac{\Delta U_{Stab}}{\Delta U_{Linie}} \Delta\nu_{Linie}. \quad (3.18)$$

Die Stabilisierung des Resonators auf den Signallaser ermöglicht das Fixieren der Frequenz mit einer Genauigkeit von $\Delta\nu_{Stab}^S \approx 500$ kHz.

Da im Strahlengang des Referenzlasers kein eigener DC-Detektor vorgesehen ist, wird die Einkopplung über das transmittierte Signal durch den Resonator optimiert. Dabei wird nicht der Diodenstrom, sondern die Resonatorlänge moduliert. Nachdem nur noch eine einzelne Mode im Resonator vorhanden ist, wird der Ablenkspiegel zum DC-Detektor entfernt und der Resonator auf die Resonanz des Signallasers stabilisiert. Anschließend wird das PDH Fehlersignal für den Referenzlaser durch Modulation des Diodenstroms abgetastet. Da der maximal zulässige Strom am Modulationseingang des Lasers auf 800 mA begrenzt ist, kann über den Diodenstrom nur der Frequenzbereich $\Delta\nu_{FSR}/2$ abgedeckt werden. Die Frequenzzeichnung lässt sich aufgrund der Eigenschaften des konfokalen Resonators über die TEM₀₀ Grundmode und die zugehörige, nicht vollständig unterdrückte TEM₁₀ Mode realisieren. Es konnte ein Signal-Rausch-Verhältnis von $\approx 105 : 1$ erzielt

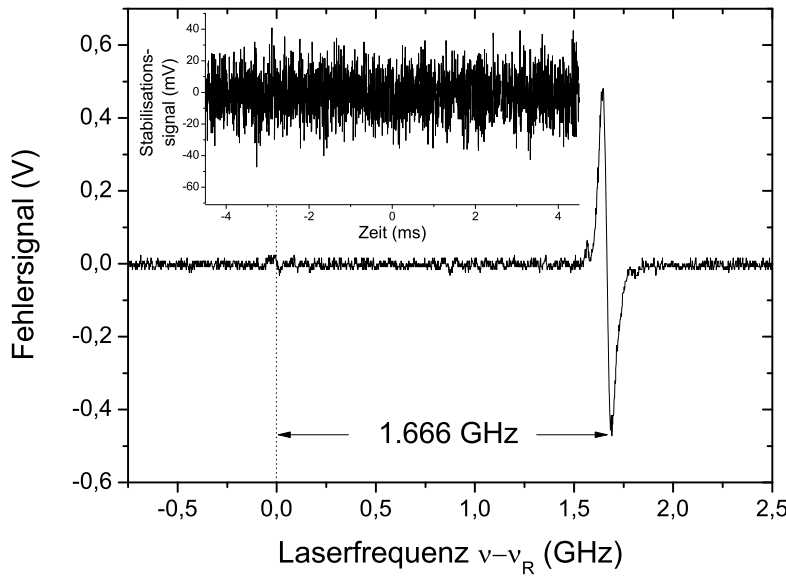


Abbildung 3.10: Das PDH Fehlersignal für den Referenzlaser bei stabilisiertem Transferresonator. Durch den geringeren Modulationsbereich erfolgt die Frequenzzeichnung über zwei verschiedene Moden im Abstand $\Delta\nu_{FSR}/2$. Das Signal-Rausch-Verhältnis beträgt $\approx 105 : 1$. Das Frequenzrauschen des Referenzlasers ist mit $\Delta\nu_{Stab}^R \approx 100$ kHz gegeben.

werden. In Abbildung 3.10 ist das Fehlersignal des Referenzlasers als Funktion $\nu - \nu_R$ abgebildet. Hierbei ist ν die aktuelle Laserfrequenz und ν_R bezeichnet die Resonanzfrequenz für den Referenzlaser.

Das Frequenzrauschen der Laserstabilisierung wird analog zur Frequenzabweichung der Resonatorregelung bestimmt. Die Linienbreite des Referenzlasers beträgt im Submillisekundenbereich $\Delta\nu_{Linie}^R \approx 100$ kHz. Das Stabilisationssignal zeigt im Millisekundenbereich keine Oberstruktur, sondern wird vollständig durch das weiße Rauschen der Linienbreite dominiert. Daher sind die Spannungsschwankungen aufgrund akustischer Schwingungen mit den Spannungsschwankungen durch die Laserlinienbreite identisch. Deswegen ist auch das Frequenzrauschen durch die Stabilisierung gleich der Laserlinienbreite $\Delta\nu_{Stab}^R = \Delta\nu_{Linie}^R \approx 100$ kHz. Damit ist eine Frequenzstabilität zwischen Signal- und Referenzlaser bis auf $\Delta\nu_{Trans} \approx 600$ kHz möglich. Um eine endgültige Aussage über die tatsächliche Frequenzstabilität zwischen den beiden Lasern treffen zu können, muss die Leistungsfähigkeit des Filteraufbaus einbezogen werden. Dies soll ein Thema des Abschnitts 4.2.2 sein.

4 Filterung des DRO Spektrums

In diesem Kapitel soll der Filteraufbau vorgestellt werden, mit dem die zentrale Mode aus dem Spektrum des DRO selektiert werden soll. Dazu passiert das emittierte Licht eine Kombination aus einem Fabry-Pérot-Resonator und einem Etalon. Um die Länge des Fabry-Pérot-Resonators konstant zu halten, wird dieser an den mittels Transferaufbau stabilisierten Referenzlaser gekoppelt.

4.1 Anforderungen an den Filterresonator

Um das Spektrum des DRO zu filtern, sollen zunächst noch einmal die Eigenschaften des Modenspektrums betrachtet werden. Der DRO Resonator besitzt eine Gesamtlänge $L_{DRO} = 0.103$ m und die Spiegelreflektivitäten liegen bei $R_{DRO} = 0.9882$. Der DRO emittiert demnach Longitudinalmoden im Abstand von $\Delta\nu_{FSR}^{DRO} = 1.45$ GHz. Durch den Resonator wird die Halbwertsbreite der DRO Linien auf $\Delta\nu_{FWHM}^{DRO} = 3.6$ MHz herabgesetzt. Das Emissionsspektrum ist aufgrund der Phasenanpassungsbedingung mit einer sinc^2 -Funktion überlagert. Das Modenspektrum entspricht einem Frequenzkamm von 45 Moden mit einer Einhüllenden der Breite $\Delta\nu_{FWHM}^{PA} = 60.65$ GHz breit.

Um das DRO Spektrum effektiv zu filtern, muss der Filterresonator mehrere Bedingungen erfüllen. Zunächst darf der FSR des Filterresonators kein ganzzahliges Vielfaches vom FSR des DRO sein, da sonst neben der gewünschten Mode in periodischen Abständen weitere Resonanzen den Filter passieren würden. Andererseits muss die FWHM des Resonators größer als die Linienbreite der DRO Linien sein, da sonst ein Teil der Linie abgeschnitten wird.

Für den Resonator wurde eine Länge $L_{FP} = 0.045$ m gewählt. Damit liegt der FSR eines Fabry-Pérot-Resonators bei $\Delta\nu_{FSR}^{FP} = 3.331$ GHz. Da sich keine optischen Elemente im Resonator befinden, kann von einem verlustfreien Resonator mit $R+T = 1$, ausgegangen werden. In diesem Fall sind nach der Impedanzanpassung aus Gleichung (1.49) die beiden Spiegelreflektivitäten $R_1 = R_2$ identisch. Mit einer Reflektivität $R_{theo}^{FP} = 0.96$ ergibt sich für die Resonanzen eine Linienbreite $\Delta\nu_{FWHM}^{FP} \simeq 43$ MHz. Mit diesen Parametern sind die Anforderungen an den Filterresonator aus Abschnitt 2.3 erfüllt, und es kann eine einzelne Mode aus dem Frequenzkamm gefiltert werden.

Ein zusätzliches Etalon mit einem FSR $\Delta\nu_{FSR}^{Etalon} \simeq 50$ GHz und einer Spiegelreflektivität $R_{theo}^{Etalon} = 0.9$ filtert jene Anteile, die durch eine teilweise Überlappung zwischen DRO und Fabry-Pérot-Resonanzen in abgeschwächter Form im Spektrum verbleiben würden. In Abbildung 4.1 ist eine Simulation des DRO Spektrums mit den Resonanzlinien von Filterresonator und Etalon dargestellt.

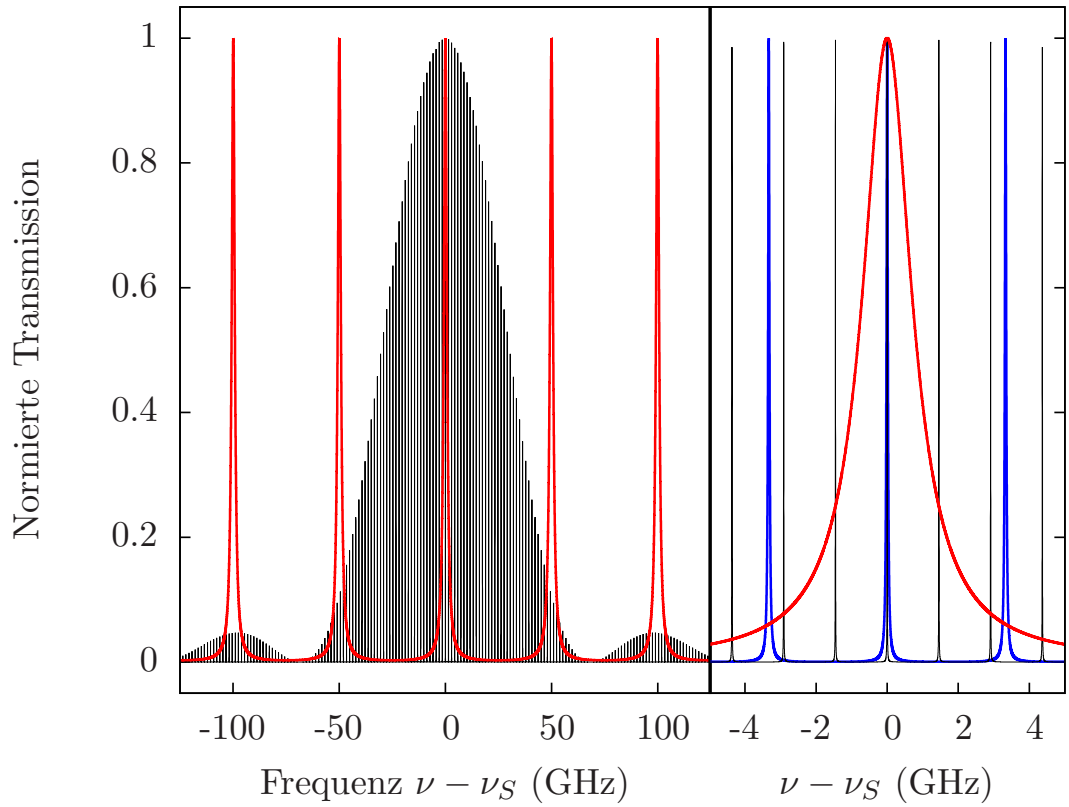


Abbildung 4.1: Simulierte Filterung des DRO Spektrums: (links) DRO Spektrum (schwarz) mit Resonanzen des Etalon (rot). (rechts) Vergrößerter Ausschnitt mit einer zusätzlichen Darstellung der Fabry-P'erot-Resonanzen (blau).

4.2 Umsetzung des Filteraufbaus

4.2.1 Prinzip des Filteraufbaus

Für den Filteraufbau wurde analog zum Transferaufbau ein Modul mit einem geschlossenen Gehäuse, einer temperaturstabilisierten Grundplatte sowie Kompaktkomponenten gewählt. Abbildung 4.2 enthält eine schematische Darstellung des Versuchsaufbaus mit den Strahlengängen von Signal- und Referenzlaser.

Um den Signalstrahl filtern zu können, muss zunächst die Länge des Resonators konstant gehalten werden. Dazu wird der Resonator mittels PDH Verfahren auf den Referenzlaser stabilisiert. Analog zum Transferaufbau wird die Phase des Referenzlasers durch einen EOM moduliert, dann folgt ein Linsensystem zur Strahlformung. Der Referenzlaser wird durch einen dichroitischen Spiegel auf den Resonator gelenkt. Aufgrund seiner Beschichtung ist der Spiegel für den Referenzlaser reflektiv ($R_R \simeq 0.8$) und für den Signallaser

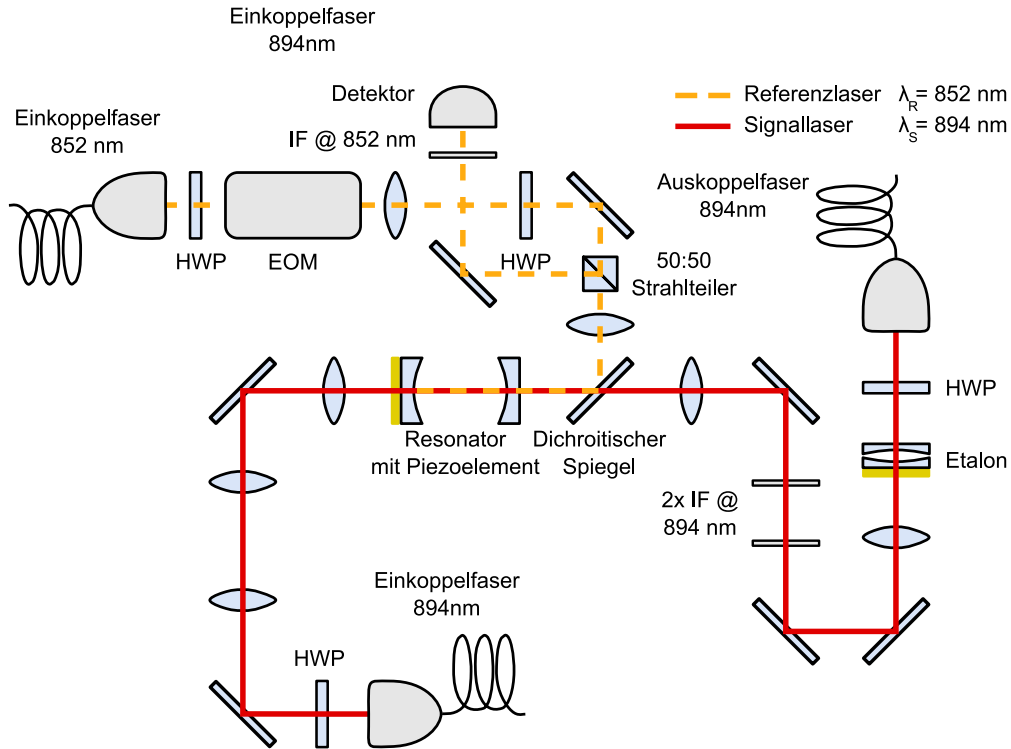


Abbildung 4.2: Prinzip des Filteraufbaus: Nach dem PDH Verfahren wird der freilaufende Resonator auf den Referenzlaser stabilisiert. Anschließend wird der Signallaser durch den Fabry-Pérot-Resonator und das Etalon spektral gefiltert.

transparent ($T_S \simeq 0.9$). Durch Ausrichten der Resonatorspiegel wird der Referenzlaser in den Resonator gekoppelt.

Über ein Linsensystem im Signalstrahlengang wird die optimale Strahltaile für die Einkopplung in den Resonator eingestellt. Mit den beiden Ablenkspiegeln werden Signal- und Referenzlaser im Resonator überlappt, so dass beide Laser gleichzeitig in den Resonator eingekoppelt sind. Das transmittierte Licht bei 894 nm passiert den dichroitischen Spiegel, während das Reflexionssignal von 852 nm abgelenkt wird. Zwei Interferenzfilter blocken eventuell verbleibende Anteile des Referenzlasers ab. Mit einem weiteren Linsensystem wird der Strahl kollimiert und durch das Etalon gefiltert. Über eine Faser lässt sich das gefilterte Signal auskoppeln. Abbildung 4.3 zeigt ein Foto des Filteraufbaus mit den Strahlengängen.

Da der Filteraufbau rein fasergekoppelt ist, kann für den Signalstrahl wahlweise das DRO Spektrum bzw. Laserlicht verwendet werden. Auf diese Weise kann die Filterung zunächst getestet werden, ohne das DRO Spektrum als Lichtquelle verwenden zu müssen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde für die Messungen ausschließlich der Signallaser verwendet, der DRO Frequenzkamm wurde nicht gefiltert.

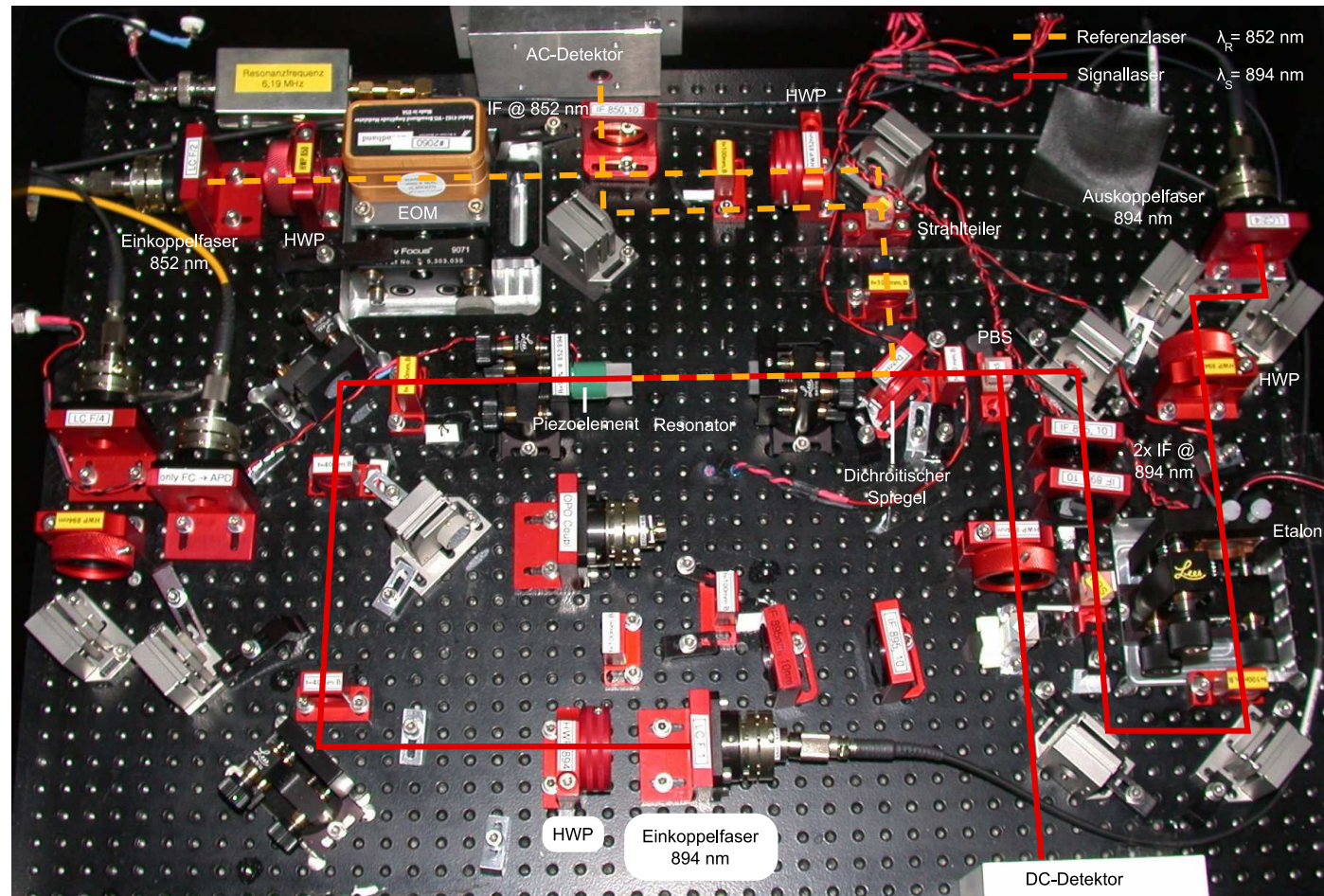


Abbildung 4.3: Foto vom Filteraufbau mit den Strahlengängen für Signal- (rot) und Referenzlaser (orange). Mit der HWP im Signalstrahlengang kann zwischen dem Pfad zum Etalon bzw. DC-Detektor gewechselt werden. Mit weiteren Armen können die Elemente des Filteraufbaus einzeln getestet werden.

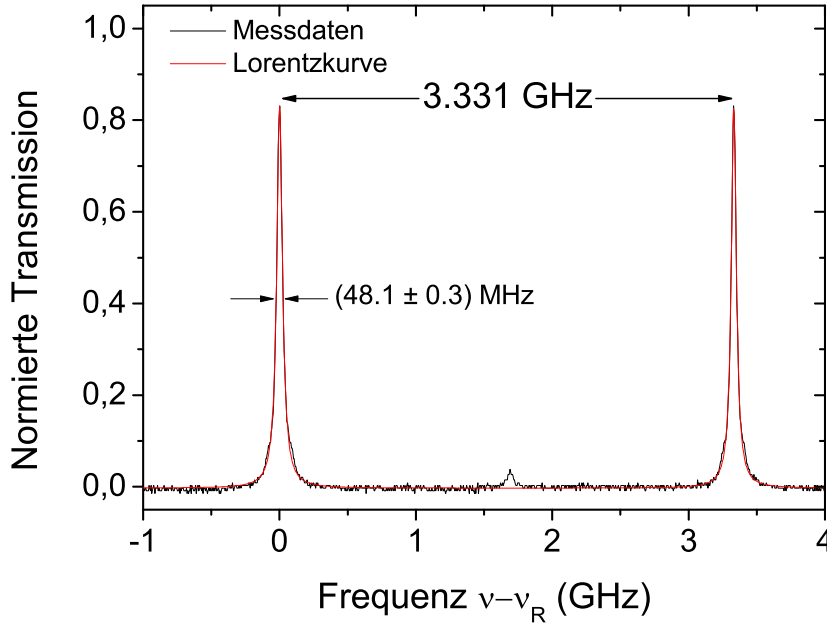


Abbildung 4.4: Normierte Transmission für den Referenzlaser mit der Resonanzfrequenz ν_R . Aus der gemessenen FWHM von $\Delta\nu_{FWHM}^S = (48.1 \pm 0.3)$ MHz ergibt sich eine Finesse $\mathcal{F}_{exp}^{FP} = 69$ und eine Leistungsreflektivität $R_{exp}^{FP} = 0.956$.

4.2.2 Messergebnisse im Filteraufbau

Der Filterresonator besitzt eine konfokale Geometrie mit den aus Abschnitt 1.2.2 diskutierten Eigenschaften. Bei einer Resonatorlänge $L = 0.045$ m ist nach Gleichung (1.34) der FSR $\Delta\nu_{FSR} = 3.331$ GHz. Über ein Piezoelement lässt sich die Länge modulieren, so dass die Resonanzen von Signal- und Referenzlaser abgetastet werden können. Um eine optimale Einkopplung beider Laser in den Resonator zu erzielen, wurden die Absorptionssignale von Signal- und Referenzlaser mit dem DC-Detektor aus Abbildung 4.3 gemessen. Dazu wird der entsprechende Strahl mit einem PBS auf den Detektor gelenkt, so dass über die Stellung der jeweiligen HWP die Intensität zwischen dem Detektor und dem Etalon aufgeteilt werden kann.

Das gemessene Reflexionssignal für den Referenzlaser wird über die Beziehung $T + R = 1$ zwischen Transmissions- und Reflexionskoeffizienten in ein Transmissionssignal umgerechnet. In Abbildung (4.4) ist die normierte Transmission für 852 nm dargestellt. Bei einer Einkoppeffizienz von ≈ 0.83 konnte eine FWHM der Resonanz von $\Delta\nu_{FWHM}^R = (48.1 \pm 0.3)$ MHz gemessen werden. Die Finesse des Resonators ist nach Gleichung (1.36b) $\mathcal{F}_{exp}^{FP} = 69$. Die Differenz zwischen theoretischer und gemessener FWHM beruht auf einer Abweichung der Spiegelreflektivität von 0.004. Nach Gleichung (1.35b) ist die effektive

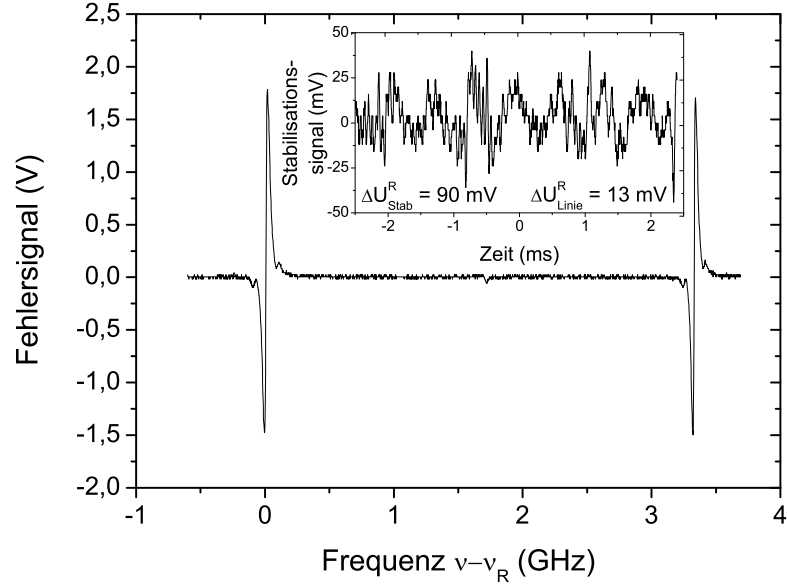


Abbildung 4.5: Das PDH Fehlersignal im Filterresonator für den Referenzlaser. Das Signal-Rausch-Verhältnis beträgt $\approx 150 : 1$. Der Filterresonator besitzt ein Frequenzrauschen $\Delta\nu_{Stab}^R \approx 700$ kHz.

Leistungsreflektivität der Spiegel $R_{exp}^{FP} = 0.956$.

Aus dem Reflexionssignal wurde nach der PDH Methode ein Fehlersignal generiert, welches zusammen mit dem zugehörigen Stabilisationssignal in Abbildung 4.5 zu sehen ist. Ein Signal-Rausch-Verhältnis von $\approx 150 : 1$ konnte erzielt werden. Nach der in Abschnitt 3.4 vorgestellten Methode wird das Frequenzrauschen aus dem Spannungsrauschen des Stabilisationssignals berechnet.

Im Submillisekundenbereich besitzt der Referenzlaser eine Linienbreite $\Delta\nu_{Linie}^R \approx 100$ kHz. Dies führt zu einem Spannungsrauschen von $\Delta U_{Linie}^R = 13$ mV. Das Spannungsrauschen durch akustische Störungen ist mit $\Delta U_{Stab}^R = 90$ mV gegeben. Somit berechnet sich nach Gleichung 3.18 das Frequenzrauschen $\Delta\nu_{Stab}^R \approx 700$ kHz der Regelung.

Da der Referenzlaser nur mit einer Genauigkeit von $\Delta\nu_{Trans} \approx 600$ kHz an den Signallaser gekoppelt werden kann, ergibt sich eine totale Frequenzunschärfe zwischen Signallaser und Filterresonator von $\Delta\nu_{Filter} \approx 1.3$ MHz.

Für den Signallaser konnte eine Koppeffizienz von ≈ 0.9 erzielt werden. Dabei wurde eine FWHM von $\Delta\nu_{FWHM}^S = (47.7 \pm 0.2)$ MHz gemessen. Nach den Gleichungen (1.36b) und (1.35b) ist dies gleichbedeutend mit einer Finesse von $\mathcal{F}_{exp}^{FP} = 69$ und einer effektiven Spiegelreflektivität $R_{exp}^{FP} = 0.956$. Auch in diesem Fall lässt sich die Abweichung zwischen den experimentellen Werten und der Theorie durch eine um 0.004 niedrigere Spiegelreflektivität erklären. Vergleicht man diese Werte mit den Werten für den Referenzlaser, so

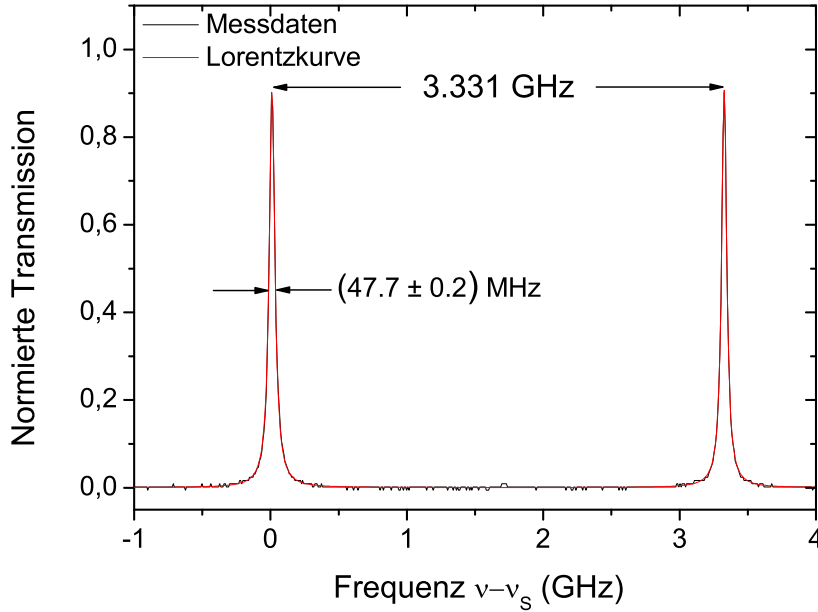


Abbildung 4.6: Normierte Transmission für den Signallaser mit der Resonanzfrequenz ν_S . Die Frequenzzeichnung erfolgt über den FSR. Aus der gemessenen Werte errechnet sich eine Finesse $\mathcal{F}_{exp}^{FP} = 69$ und eine Leistungsreflektivität $R_{exp}^{FP} = 0.956$.

sind die Ergebnisse in sich konsistent. In Abbildung 4.6 ist die normierte Transmission als Frequenzdifferenz $\nu - \nu_S$ zur Resonanzfrequenz ν_S des Signallasers dargestellt.

Wenn beide Laser in den Resonator gekoppelt sind, so können die Resonanzen, wie in Abschnitt 3.3 beschrieben, mit Hilfe des Kompensationskristalls überlappt werden. Dabei führen Schwankungen in der Kristalltemperatur um $\Delta T_{KK} = 25$ mK zu weiterem Frequenzrauschen.

Die Größenordnung dieser Störung lässt sich wie folgt abschätzen. In Abschnitt 3.3 wurde die Transmission durch den Filterresonator in Abhängigkeit von der Kristalltemperatur gemessen (vgl. Abbildung 3.4). Die Resonanz besitzt eine FWHM $\Delta T_{FWHM} = (1.18 \pm 0.03)$ K. Im Frequenzraum entspricht dies einer Halbwertsbreite $\Delta \nu_{FWHM}^S = (47.7 \pm 0.2)$ MHz. Mit Hilfe des Dreisatzes kann das Frequenzrauschen $\Delta \nu_{KK}$ aufgrund von Temperaturschwankungen ΔT_{KK} im Kompensationskristall berechnet werden. Mit den gegebenen Werten kann von einer temperaturbedingten Frequenzabweichung $\Delta \nu_{KK} \approx 1.0$ MHz ausgegangen werden.

Dieses Frequenzrauschen ist von der gleichen Größenordnung wie das Rauschen der Stabilisierung, allerdings sind beide Störungen auf unterschiedlichen Zeitskalen gültig. So gilt für das akustische Rauschen $\Delta \nu_{Filter}$ eine Zeitskala im Millisekundenbereich, wo-

gegen die temperaturbedingten Frequenzänderungen wesentlich träger sind. Zusammengekommen lässt sich die Resonanzfrequenz des Filterresonators mit der Frequenz des Signallasers bis auf $\Delta\nu_{Gesamt} \approx 2.5$ MHz überlagern. Dieses Rauschen bleibt innerhalb eines $\Delta\nu_{0.95} \approx 12$ MHz breiten Fensters, in dem die Transmission des Signallasers auf maximal 0.95 der Gesamttransmission sinkt.

Wenn Signal- und Referenzlaser überlappt sind, so wird der Resonator auf den Referenzlaser stabilisiert. Die Transmission des Signalstrahls ist bei optimaler Einstellung der Kristalltemperatur auf ihrem Maximalwert von 0.91 der Eingangsintensität. Da der Referenzlaser über den Transferaufbau an den Signallaser gekoppelt ist, werden etwaige Frequenzdriften des 894 nm Lasers über die Resonatorlänge kompensiert.

Hinter dem Filterresonator wird der transmittierte Signalstrahl über den PBS und zwei Interferenzfilter von verbleibenden Anteilen des reflektierten Referenzlasers getrennt. Über Ablenkspiegel wird der Strahl auf das Etalon gerichtet, welches sich in einer Kupferhalterung befindet. Die Kupferhalterung ist mit einem Peltierelement verbunden, so dass eine passive Temperaturstabilisierung des Etalons möglich ist. Allerdings ist für das Etalon eine höhere Temperaturstabilität als beim Kompensationskristall erforderlich. Daher erfolgt die Temperaturmessung über einen PT100-Widerstand innerhalb der Kupferhalterung, da die zugehörige Regelelektronik eine Temperaturstabilität von $\Delta T = \pm 500$ μ K ermöglicht. Das Gesamtsystem aus Etalon mit Kupferhalter und Peltierelement ist in einer gesonderten Halterung fixiert, die über Mikrometerschrauben verkippt werden kann. Für eine optimale Einkopplung muss das Etalon so positioniert werden, dass der Strahl senkrecht zu den Spiegelflächen steht. Gleichzeitig muss der Spiegelabstand im Etalon so eingestellt werden, dass die Resonanzen des gefilterten Signallasers und des Etalons überlappen. Um die Einkopplung in das Etalon zu bestimmen, wurde die Leistung vor und hinter dem Etalon mit einem Leistungsmesser aufgenommen. Aus dem Koeffizienten beider Werte ergibt sich die Einkoppleffizienz.

Um diesen Wert zu optimieren, wurde bei konstanter Piezospannung, und damit konstantem Spiegelabstand, das Etalon über die Mikrometerschrauben verkippt. In diesem Fall ändert sich gleichzeitig die effektive Weglänge des Lasers durch das Etalon und damit die Resonanzbedingung für das Etalon. Da der Spiegelabstand bzw. die Piezospannung nicht aktiv stabilisiert wird, muss die Etalonlänge manuell nachgestellt werden. Mit diesem Verfahren konnte mit jedem Iterationsschritt die Einkopplung in das Etalon verbessert werden, der Maximalwert lag bei ≈ 0.9 .

Um die Eigenschaften des Etalons zu bestimmen, wurde das Transmissionssignal durch den gesamten Filteraufbau gemessen. Dazu wurde das gefilterte Licht über die Auskoppelfaser auf einen DC-Detektor außerhalb des Filteraufbaus gelenkt. In Abbildung (4.7) ist die normierte Transmission durch das Etalon aufgetragen. Analog zum Filterresonator lässt sich die Länge des Etalons über ein Piezoelement ändern. Dabei dient das Piezoelement als variabler Abstandshalter. Das Etalon hat einen Spiegelabstand $L = 0.003$ m. Der zugehörige FSR $\Delta\nu_{FSR}^{Etalon} = 49.965$ GHz. Aus dem Transmissionssignal wurde die FWHM des Etalons mit $\Delta\nu_{FWHM}^{Etalon} = (2.36 \pm 0.02)$ GHz bestimmt. Dies entspricht einer Finesse $\mathcal{F}_{exp}^{Etalon} = 21$ und einer effektiven Spiegelreflektivität $R_{exp}^{Etalon} = 0.862$. Die Abweichung zwischen gemessener Reflektivität und der theoretischen Reflektivität $R_{theo}^{Etalon} = 0.9$ ist verglichen mit den anderen Resonatoren groß. Dies lässt sich durch

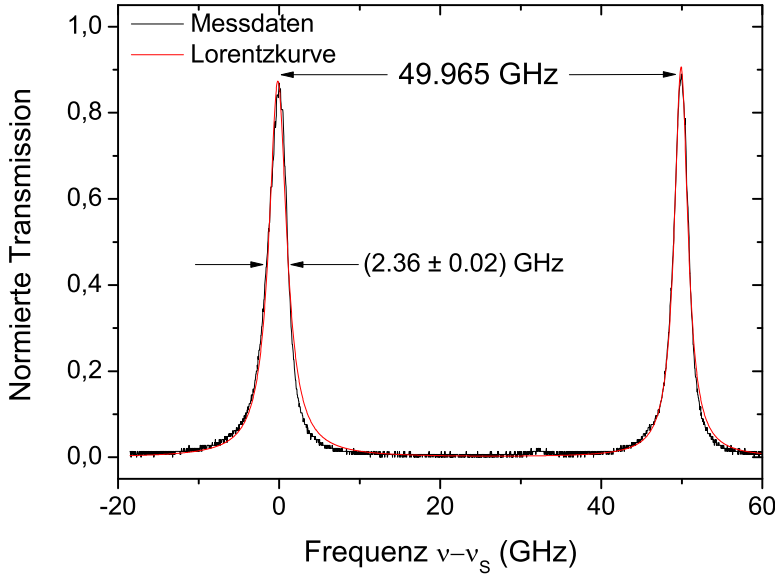


Abbildung 4.7: Normierte Transmission des Signalstrahls durch das Etalon. Das Etalon besitzt eine Finesse $\mathcal{F}_{exp}^{Etalon} = 21$ mit einer effektiven Spiegelreflektivität $R_{exp}^{Etalon} = 0.862$.

eine verminderte Oberflächengüte erklären. Sind andererseits die Etalonspiegel nicht vollkommen parallel zueinander ausgerichtet, so würde dies ebenfalls zu einer geringeren Reflektivität führen. Dennoch ist das Etalon auch mit diesen Parametern geeignet, das DRO Spektrum zu filtern.

Die Transmission durch den gesamten Filteraufbau konnte bei aktiver Stabilisierung zu $T_{Filter} = 0.08$ bestimmt werden. Dieses Ergebnis beinhaltet sowohl die Verluste durch den Filterresonator bzw. das Etalon, als auch sonstige Verluste durch den dichroitischen Spiegel, die Interferenzfilter sowie die Faserkopplung in die Auskoppelfaser. Die größten Verlustquellen sind hierbei die beiden Interferenzfilter mit einer Einzeltransmission $T_{IF} = 0.75$ sowie die schlechte Koppeffizienz $T_{Faser} = 0.22$ in die Auskoppelfaser.

Die Transmission durch den Filterresonator bleibt für ein ≈ 12 MHz breites Frequenzintervall über 0.95 der Maximaltransmission. Das absolute Frequenzrauschen durch akustische Schwingungen und thermische Driften vom Kompensationskristall beträgt $\Delta\nu_{Gesamt} \approx 2.5$ MHz. Somit können die Verluste durch Frequenzrauschen im Vergleich zu den anderen Verlustquellen vernachlässigt werden.

Abschließend wurde eine Langzeitmessung über 3 Stunden durchgeführt. Dazu wurden die Transmission durch den gesamten Filteraufbau, sowie die Temperaturen des Kompensationskristalls bzw. Etalons gemessen. Die Transmission wurde auf die Gesamttransmission des Filteraufbaus von 0.08 normiert. Die entsprechenden Messdaten sind in

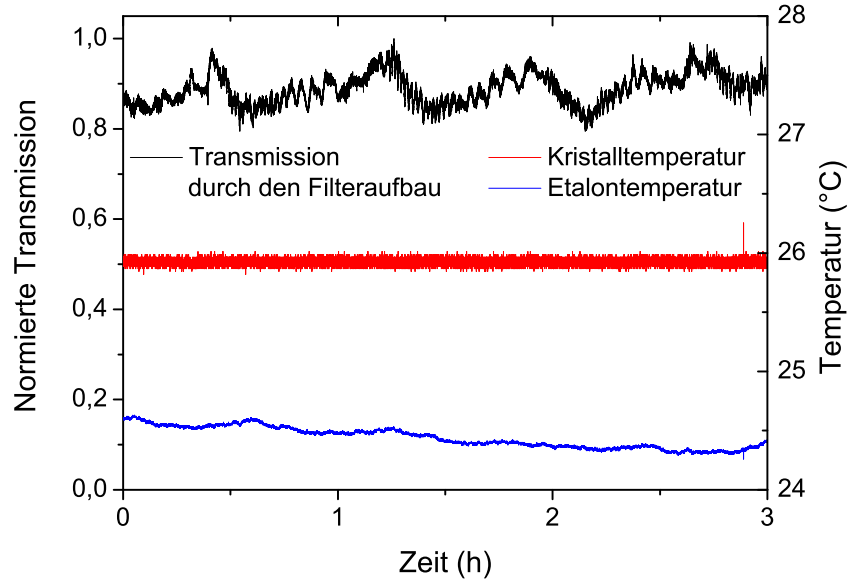


Abbildung 4.8: Langzeitmessung der normierten Transmission durch den Filteraufbau. Die Transmission bleibt während der gesamten Messung über 0.8 der Maximaltransmission. Mit den Temperaturdriften von Kompensationskristall bzw. Etalon können diese Abweichungen nicht erklärt werden. Die Transmissionsschwankungen beruhen daher vermutlich auf Langzeitdriften des Etalonabstandes.

Abbildung 4.8 dargestellt. Für die gesamte Messdauer ist die gemessene Leistung über 0.8 der Maximaltransmission. Mit den Temperaturschwankungen des Kompensationskristalls von $\Delta T_{LZ}^{KK} = 0.05$ K und des Etalons $\Delta T_{LZ}^{KK} = 0.3$ K, sowie den Rauschen der Stabilisierung lassen sich lediglich Transmissionsschwankungen um ≈ 0.05 erklären. Des Weiteren besteht keine offensichtliche Verbindung zwischen Temperatur- und Intensitätsschwankungen. Da die Piezospaltung des Etalons nicht aktiv stabilisiert wird, verursachen vermutlich Langzeitdriften des Etalonabstandes die Transmissionsschwankungen. Durch manuelles Nachregeln der Piezospaltung kann diesen Langzeitdriften entgegengewirkt werden.

5 Ergebnisse und Ausblick

5.1 Diskussion der Ergebnisse

Im letzten Kapitel wurde mit einem Laser gezeigt, dass der Filteraufbau die gestellten Anforderungen zur Filterung des DRO Spektrums erfüllt. Die Transmission durch den Filterresonator sinkt innerhalb eines ~ 12 MHz breiten Frequenzintervalls nicht unterhalb 0.95 der Maximaltransmission. Das absolute Frequenzrauschen im Filterresonator bleibt jedoch mit $\Delta\nu_{\text{Gesamt}} \approx 2.5$ MHz deutlich unterhalb dieser Grenze.

Der Filterresonator besitzt eine Halbwertsbreite ~ 50 MHz. Damit können die Resonanzen des Filterresonators mit den ~ 4 MHz breiten Emissionslinien des DRO Spektrums überlagert werden, ohne dass die Intensität einer einzelnen Linie wesentlich absinkt. Durch die gewählten freien Spektralbereiche für Filterresonator und Etalon ist möglich, eine einzelne Mode aus dem DRO Frequenzkamm zu selektieren und die unerwünschten Linien zu filtern. Somit steht erstmals eine schmalbandige Einzelphotonenquelle auf Grundlage der spontanen parametrischen Fluoreszenz zur Verfügung, die nur eine einzelne Emissionslinie besitzt.

Gleichzeitig besitzt der Filteraufbau eine hohe Langzeitstabilität, mit der Messungen über mehrere Stunden möglich sind. Dabei ist die Transmission immer > 0.8 der Maximaltransmission gewesen. Durch manuelles Nachregeln des Etalonabstandes kann dieser Wert voraussichtlich noch verbessert werden. Gleichzeitig bedeutet die hohe Langzeitstabilität des Filteraufbaus auch eine effektive Kopplung des Referenzlasers an den Signallaser durch den Transferaufbau. Dies ist vor allem für die Interferometer von Bedeutung. Deren Langzeitstabilität war bislang durch gegenläufige Frequenzdriften der beiden Laser begrenzt [Neu08]. Dabei resultiert die hohe Langzeitstabilität aus der Verwendung einer kompakten Bauform, einem abgeschlossenen Gehäuse und der passiven Temperaturstabilisierung der wichtigsten Komponenten, wie etwa dem Etalon, dem Kompensationskristall oder auch der beiden Grundplatten. Die im Rahmen dieser Diplomarbeit aufgebauten Systeme stellen Werkzeuge mit einer hohen Toleranz gegenüber Störungen dar, mit denen es effektiv möglich ist zwei Laserfrequenzen aufeinander zu stabilisieren bzw. schmalbandige Linien aus einem Frequenzkamm zu filtern. Da beide Aufbauten rein fasergekoppelt sind, ist ein mobiler Einsatz möglich.

Im folgenden Abschnitt sollen die nächsten Schritte skizziert werden, um das geplante Quantennetzwerk zu realisieren.

5.2 Ausblick

Nachdem der Filteraufbau fertig gestellt und mit einem Laser getestet wurde, werden derzeit die erforderlichen Messungen mit dem DRO Spektrum durchgeführt. Die vorläufige Auswertung der ersten Daten deutet hierbei auf eine erfolgreiche Filterung einer einzelnen Mode hin. Durch den Ein-Moden-Betrieb des doppelresonanten OPOs können die nächsten Schritte zur erstmaligen Speicherung quantenkryptographisch verschlüsselter Einzelphotonen unternommen werden.

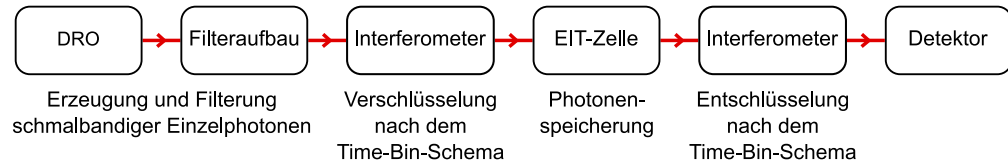


Abbildung 5.1: Blockdiagramm des geplanten Gesamtexperiments zur erstmaligen Speicherung quantenkryptographisch Verschlüsselter Einzelphotonen

In Abbildung 5.1 ist ein Blockdiagramm für das geplante Gesamtexperiment enthalten. Unter Ausnutzung der spontanen parametrischen Fluoreszenz, werden mit dem doppelresonanten OPO schmalbandige Einzelphotonen erzeugt. Durch den Filteraufbau wird aus dem mehrere GHz breiten Frequenzkamm eine einzelne Mode selektiert. Anschließend erfolgt die Verschlüsselung der Einzelphotonen nach dem time-bin-Schema. Die Speicherung im Cäsiumgas erfolgt mittels EIT. Dazu werden über einen starken Pumpstrahl bestimmte Niveaus aus der Cäsium-D1-Hyperfeinstruktur aneinander gekoppelt. Dies führt zu hohen Nichtlinearitäten, und einer damit verbundenen Reduktion der Gruppengeschwindigkeit. Gleichzeitig verschwindet die Absorption, so dass die Photonen gespeichert werden. Mit dem zweiten Interferometer können die Photonen entschlüsselt und darauf detektiert werden.

Photonenspeicherung Im EIT Aufbau wird eine 4cm langen Gaszelle mit 99.99 % isotoopenreines ^{133}Cs verwendet. Damit konnten Lichtpulse um 200 ns verzögert werden, was einer reduzierten Lichtgeschwindigkeit von $c/2000$ entspricht. Das beobachtete Transmissionsfenster hatte eine Breite von ~ 2 MHz und zeigte $\simeq 0.8$ Transmission [Höc07]. Für die Verwendung mit Einzelphotonen wird derzeit die Filterung des Pumplasers verbessert. Dazu wird ein Etalon verwendet, dass mehrmals durchquert wird. Bei erfolgreicher Filterung des Pumplasers können die Einzelphotonen im EIT Aufbau verwendet werden.

Quantenkryptographie mit Michelson-Interferometern Mit den verwendeten Interferometer können Photonen mit einer spektralen Bandbreite in der Größenordnung von 10 MHz zeitlich aufgelöst werden [Neu08]. Dazu wird eine Weglängendifferenz von 100m zwischen kurzen und langem Interferometerarm erzeugt, indem für den langen Arm eine 50 m lange, einseitig verspiegelte Faser verwendet wird. Durch den großen Wegunter-

schied existieren nach dem Passieren der beiden Interferometer drei zeitlich getrennte Ankunftszeiten.

Das mittlere Ankunftsfenster bedeutet, dass das Photon in einem Interferometer den kurzen Arm durchquerte und in dem anderen den langen Arm. Das mittlere Ankunftsfenster wird zur Übermittlung phasenkodierter Information verwendet. Dazu wird mit einem EOM im ersten Interferometer eine relative Phasenverschiebung erzeugt. Durch einen weiteren EOM im zweiten Interferometer wird ebenfalls eine Phasenverschiebung eingeführt, so dass die Phaseninformation anhand von konstruktiver bzw. destruktiver Interferenz im mittleren Zeitfenster ausgelesen werden kann.

Für diese Form der phasenkodierten Quantenkryptographie ist die relative Längenstabilität der Interferometerarm von entscheidender Bedeutung. Die aktive Weglängenstabilisierung erfolgt über ein Piezoelement. Um ein Regelsignal zu erhalten, wird ein zusätzlicher Laser als Längenreferenz verwendet. Über das Interferenzsignal des Referenzlasers ist eine aktive Stabilisierung der Weglänge möglich.

Zur Implementierung der Verschlüsselung nach dem BB84-Protokoll ist eine hohe Langzeitstabilität der Interferometer erforderlich. Diese erfordert wiederum eine hohe Stabilität in der Referenzlaserfrequenz. Diese Frequenzstabilität konnte jedoch erst durch den Transferaufbau erreicht werden.

Somit muss zusätzlich zum Test der Interferometer mit den Einzelphotonen, auch das BB84-Protokoll umgesetzt werden. Das erforderliche Steuerungsschema ist dabei allerdings schon vorhanden.

Daher müssen zunächst die quantenkryptographische Verschlüsselung bzw. die Speicherung der Einzelphotonen getrennt von einander realisiert werden. Anschließend können die beiden Telexperimente verbunden werden, was die erstmalige Speicherung quantenkryptographisch verschlüsselter Einzelphotonen bedeuten würde.

Abkürzungsverzeichnis

In dieser Arbeit wurden die folgenden Abkürzungen verwendet.

DRO Doppelresonanter OPO

EOM elektrooptischer Modulator

FSR freier Spektralbereich

FWHM Halbwertsbreite

HWP Halbwellenplatte

OPO Optisch Parametrischer Oszillator

PBS Polarisationsstrahlteiler

PDH Pound-Drever-Hall

Literaturverzeichnis

- [AGR81] ASPECT, ALAIN, PHILIPPE GRANGIER und GÉRARD ROGER: *Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem*. Physical Review Letters, 47(7):460–463, August 1981.
- [AZB⁺03] AICHELE, THOMAS, VALÉRY ZWILLER, OLIVER BENSON, ILYA AKIMOV und FRITZ HENNEBERGER: *Single CdSe quantum dots for high-bandwidth single-photon generation*. J. Opt. Soc. Am. B, 20(10):2189–2192, 2003.
- [BGL98] BIMBERG, D., M. GRUNDMANN und N. N. LEDENTSOV: *Quantum Dot Heterostructures*. John Wiley & Sons, Chichester, 1998.
- [BGTZ99] BRENDDEL, JÜRGEN, NICOLAS GISIN, WOLFGANG TITTEL und HUGO ZBINDEN: *Pulsed Energy-Time Entangled Twin-Photon Source for Quantum Communication*. Physical Review Letters, 82(12):2594–2597, March 1999.
- [BH68] BYER, R. L. und S. E. HARRIS: *Power and Bandwidth of Spontaneous Parametric Emission*. Physical Review, 168(3):1064–1068, April 1968.
- [BIH91] BOLLER, K. J., ATAC IMAMOGLU und S. E. HARRIS: *Observation of electromagnetically induced transparency*. Physical Review Letters, 66(20):2593–2596, May 1991.
- [Bla98] BLACK, ERIC D.: *Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory*. Technischer Bericht LIGO-T980045-00-D, California Institute of Technology, 1998.
- [Bla01] BLACK, ERIC D.: *An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization*. American Journal of Physics, 69(1):79–87, January 2001.
- [BLTO99] BRUNEL, CHRISTIAN, BRAHIM LOUNIS, PHILIPPE TAMARAT und MICHEL ORRIT: *Triggered Source of Single Photons based on Controlled Single Molecule Fluorescence*. Physical Review Letters, 83(14):2722–2725, October 1999.
- [BS93] BERGMANN, L. und CL. SCHAEFER: *Lehrbuch der Experimentalphysik - Optik*, Band 3. de Gruyter, Berlin; New York, 9. Auflage, 1993.
- [CFH97] CORY, DAVID G., AMR F. FAHMY und TIMOTHY F. HAVEL: *Ensemble quantum computing by NMR spectroscopy*. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Band 94, Seiten 1634–1639, March 1997.

- [CMJ⁺05] CHANELIÈRE, T., D. N. MATSUKEVICH, S. D. JENKINS, S. Y. LAN, T. A. B. KENNEDY und A. KUZMICH: *Storage and Retrieval of Single Photons Transmitted between Remote Quantum Memories*. Nature, 438:833, 2005.
- [CZ95] CIRAC, J. IGNACIO und P. ZOLLER: *Quantum Computations with Cold Trapped Ions*. Physical Review Letters, 74(20):4091–4094, May 1995.
- [DGN99] DMITRIEV, V. G., G. G. GURZADYAN und D. N. NIKOGOSYAN: *Handbook of Nonlinear Optical Crystals*. Springer, Berlin, 3 Auflage, 1999.
- [DHK⁺83] DREVER, R. W. P., JOHN L. HALL, F. V. KOWALSKI, J. HOUGH, G. M. FORD, A. J. MUNLEY und H. WARD: *Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator*. Applied Physics B: Lasers and Optics, 31(2):97–105, June 1983.
- [EAM⁺05] EISAMAN, M. D., AXEL ANDRÉ, F. MASSOU, MICHAEL FLEISCHHAUER, ALEXANDER S. ZIBROV und MIKHAIL D. LUKIN: *Electromagnetically Induced Transparency with Tunable Single-Photon Pulses*. Nature, 438:837, 2005.
- [Fey82] FEYNMAN, RICHARD: *Simulating physics with computers*. International Journal of Theoretical Physics, 21(6):467–488, June 1982.
- [FIM05] FLEISCHHAUER, MICHAEL, ATAC IMAMOGLU und JONATHAN P. MARANGOS: *Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media*. Reviews of Modern Physics, 77(2):633, 2005.
- [GC97] GERSHENFELD, NEIL A. und ISAAC L. CHUANG: *Bulk Spin-Resonance Quantum Computation*. Science, 275(5298):350–356, January 1997.
- [Har97] HARRIS, S. E.: *Electromagnetically Induced Transparency*. Physics Today, 50:36, 1997.
- [HC80] HÄNSCH, TH. und B. COUILLAUD: *Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity*. Optics Communications, 35(3):441–444, December 1980.
- [HHDB99] HAU, LENE VESTERGAARD, S. E. HARRIS, ZACHARY DUTTON und CYRUS H. BEHROOZI: *Light speed reduction to 17 metres per second in an ultra-cold atomic gas*. Nature, 397(6720):594–598, February 1999. 10.1038/17561.
- [Höc07] HÖCKEL, D.: *Slow Light: Experimenteller Aufbau und Untersuchung von elektromagnetisch induzierter Transparenz in Cäsiumgas*. Diplomarbeit, Humboldt-Universität zu Berlin, 2007.
- [HTY99] HALL, JOHN L., MATTHEW S. TAUBMAN und JUN YE: *Laser Stabilization*. Technischer Bericht, JILA, 1999.

- [KHR02] KUHN, AXEL, MARKUS HENNRICH und GERHARD REMPE: *Deterministic Single-Photon Source for Distributed Quantum Networking*. Physical Review Letters, 89(6):067901, July 2002.
- [Kle68] KLEINMAN, D. A.: *Theory of Optical Parametric Noise*. Physical Review, 174(3):1027–1041, October 1968.
- [KLH⁺04] KELLER, M., B. LANGE, K. HAYASAKA, W. LANGE und H. WALTHER: *Continuous generation of single photons with controlled waveform in an ion-trap cavity system*. Nature, 431:1075, 2004.
- [KMW⁺95] KWIAT, PAUL G., KLAUS MATTLE, HARALD WEINFURTER, ANTON ZEILINGER, ALEXANDER V. SERGIENKO und YANHUA SHIH: *New High-Intensity Source of Polarization-Entangled Photon Pairs*. Physical Review Letters, 75(24):4337–4341, December 1995.
- [KMZW00] KURTSIEFER, CHRISTIAN, SONJA MAYER, PATRICK ZARDA und HARALD WEINFURTER: *Stable Solid-State Source of Single Photons*. Physical Review Letters, 85(2):290–293, July 2000.
- [KRS01] KOCHAROVSKAYA, OLGA, YURI V. ROSTOVTSEV und MARLAN O. SCULLY: *Stopping Light via Hot Atoms*. Physical Review Letters, 86(4):628–631, January 2001.
- [KWS06] KUKLEWICZ, CHRISTOPHER E., FRANCO N. C. WONG und JEFFREY H. SHAPIRO: *Time-Bin-Modulated Biphotons from Cavity-Enhanced Down-Conversion*. Physical Review Letters, 97(22):223601, 2006.
- [MdRT⁺02] MARCIKIC, I., HUGUES DE RIEDMATTEN, WOLFGANG TITTEL, VALERIO SCARANI, HUGO ZBINDEN und NICOLAS Gisin: *Time-bin entangled qubits for quantum communication created by femtosecond pulses*. Physical Review A, 66(6):062308, December 2002.
- [MIM⁺00] MICHLER, P., ATAC IMAMOGLU, M. D. MASON, P. J. CARSON, G. F. STROUSE und S. K. BURATTO: *Quantum correlation among photons from a single quantum dot at room temperature*. Nature, 406(6799):968–970, August 2000. 10.1038/35023100.
- [Neu08] NEUBAUER, N.: *Aufbau zweier Michelson-Interferometer zur Time-Bin-Kodierung von schmalbandigen Photonen für die Quanteninformation*. Diplomarbeit, Universität Leipzig, 2008.
- [NF] NEW FOCUS, USA: *Amplitude Modulators - Models 4101, 4102, 4103 & 4104*. Technischer Bericht, NEW FOCUS, 2584 Junction Ave., San Jose CA 95134-1902 USA.
- [NK08] NÖRTERHÄUSER, WILFRIED und THOMAS KÜHL: *Physik des Lasers*. Vorlesungsskript, Universität Mainz, Feb. 2008.

- [PBD⁺00] PAN, JIAN-WEI, DIK BOUWMEESTER, MATTHEW DANIELL, HARALD WEINFURTER und ANTON ZEILINGER: *Experimental test of quantum nonlocality in three-photon Greenberger–Horne–Zeilinger entanglement*. Nature, 403:515–519, 2000.
- [PFM⁺01] PHILLIPS, DAVID F., A. FLEISCHHAUER, ALOIS MAIR, RONALD L. WALSWORTH und MIKHAIL D. LUKIN: *Storage of Light in Atomic Vapor*. Physical Review Letters, 86(5):783–786, January 2001.
- [Pou46] POUND, R. V.: *Electronic Frequency Stabilization of Microwave Oscillators*. Review of Scientific Instruments, 17(11):490–505, 1946.
- [Sho97] SHOR, PETER W.: *Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer*. SIAM Journal on Computing, 26(5):1484–1509, 1997.
- [ST91] SALEH, BAHAA E. A. und MALVIN CARL TEICH: *Fundamentals of Photonics*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1991.
- [Sve98] SVELTO, ORAZIO: *Principles of Lasers*. Plenum Press, New York, 4. Auflage, 1998.
- [SWHB07] SCHOLZ, M., F. WOLFGRAMM, U. HERZOG und OLIVER BENSON: *Narrow-band single photons from a single-resonant optical parametric oscillator far below threshold*. Applied Physics Letters, 91(19):191104, 2007.
- [TBZG00] TITTEL, WOLFGANG, JÜRGEN BRENDDEL, HUGO ZBINDEN und NICOLAS Gisin: *Quantum Cryptography Using Entangled Photons in Energy-Time Bell States*. Physical Review Letters, 84(20):4737–4740, May 2000.
- [TY83] TOYODA, T. und M. YABE: *The temperature dependence of the refractive indices of fused silica and crystal quartz*. Journal of Physics D: Applied Physics, 16(5):L97–L100, 1983.
- [Wol07] WOLFGRAMM, F.: *Aufbau eines Optisch Parametrischen Oszillators als schmalbandige Einzelphotonenquelle*. Diplomarbeit, Freie Universität Berlin, 2007.

Danksagung

Hiermit möchte ich mich bei all denen Bedanken, die einen Anteil zum Gelingen dieser Diplomarbeit beigetragen haben.

Als erstes wäre da Prof. Oliver Benson zu nennen, in dessen Arbeitsgruppe ich an einem sehr interessanten Projekt zur Quanteninformationsverarbeitung arbeiten durfte. Auch möchte ich mich bei ihm für das entgegengebrachte Vertrauen und das gute Arbeitsklima, sowie seine Hinweise zum Erstellen der Diplomarbeit bedanken.

Mein besonderer Dank gilt meinem Betreuer Matthias Scholz, ohne den die Diplomarbeit nicht in dieser Form möglich gewesen wäre. Durch sein vielfältiges Wissen und seinen aktiven Einsatz konnten eine Vielzahl von Problemen gelöst werden. Ich danke ihm aber auch dafür, dass ich die Auswertung seine Ergebnisse zum DRO Spektrum nutzen durfte. Durch seine intensive Betreuung während der Schreibphase ist die Arbeit in dieser Form erst möglich geworden.

Klaus Palis möchte ich für seine Sachkenntnis und Geduld im Umgang mit Problemen aus dem Bereich der Elektronik danken. Ohne sein Mitwirken hätten eine Vielzahl der elektronischen Bauteile nicht realisiert werden können.

Mein Dank gilt auch meinen Laborkollegen: David Höckel für sein umfangreiches Technikwissen und seine Hilfsbereitschaft beim Lösen von Problemen, den beiden anderen Diplomanden Lars Koch und Eugen Martin für die gemeinsame Zeit im Labor.

Alexander Walter danke ich für seine Arbeit in der Elektronikwerkstatt, der einen Großteil der Elektronik produziert hat.

Außerdem möchte ich mich bei allen Mitarbeitern aus den Arbeitsgruppen NANO, QOM und AMO für das angenehme Arbeitsklima bedanken, wodurch das Jahr am Hausvogteiplatz wie im Flug verging.

Den Mitarbeitern der mechanischen Werkstatt des Instituts danke ich für die Anfertigung der meisten mechanischen Komponenten.

Nicht zuletzt möchte ich mich bei meiner Familie für ihre Unterstützung und Liebe während des gesamten Studium bedanken. Mein besonderer Dank gilt dabei meinen Eltern, die mir mein Studium überhaupt ermöglicht haben. Dabei haben sie mich nicht nur finanziell unterstützt, sondern auch immer wieder neu motiviert. Meinen Geschwistern

danke ich für ihr Verständnis in Bezug auf die alltäglichen Probleme eines Studenten. Abschließend möchte ich mich bei meiner Frau Annegret bedanken. Während des gesamten Studiums hat Sie mir mit ihrem freundlichen Wesen und ihrer Liebe Kraft und Mut zur Bewältigung neuer Aufgaben gegeben. Außerdem hat sie mir in der Schreibphase den Rücken frei gehalten und sich liebevoll um unseren Sohn Pepe gekümmert.

Selbstständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass die vorliegende Diplomarbeit von mir selbstständig verfasst und nur die genannten Quellen und Hilfsmittel genutzt wurden.