Inhaltsverzeichnis

1 Zwei-Zustands-Theorie

Im Falle geringer Rauschintensitäten nehmen die Übergänge zwischen Burst- und Ruhezustand deutlich weniger Zeit ein als die Verweildauer in dem jeweiligen Zustand. Deshalb bietet es sich an, das Modell in diesem Regime mit einer Zwei-Zustands-Theorie zu beschreiben.
Für die Übergangsraten wird angenommen, dass sie einer Arrhenius-Gleichung genügen:

$$r_\pm = r_{0,\pm} \mathrm{e}^{-\frac{\Delta U_\pm}{D}}$$

wobei r_- die Übergangsrate vom ruhendem zum burstenden Zustand bezeichnet, und r_+ die Rate für den anderen Übergang. $\Delta U_\pm$ ist dabei die jeweilige Potentialbarriere, und D die Rauschintensität. Der Diffusionskoeffizient lässt sich aus der Feuerrate v im burstenden Zustand und den Übergangsraten berechnen:

$$D_{\text{eff}} = \frac{v^2 r_+ r_-}{(r_+ + r_-)^3}$$

Zunächst gilt es herauszufinden, wo sich die Kurven der Diffusionskoeffizienten schneiden, sie also unabhängig von der Rauschintensität werden. Es ist

$$D_{\text{eff}}(\alpha_{eq}) = \frac{\mathrm{e}^{-\frac{\Delta U_+ + \Delta U_-}{D}}}{\left(\mathrm{e}^{\frac{-\Delta U_m + \alpha}{D}} + \mathrm{e}^{\frac{-\Delta U_m - \alpha}{D}}\right)^3} = \frac{\mathrm{e}^{-\frac{2\Delta U_m}{D}}}{\mathrm{e}^{-\frac{3\Delta U_m}{D}} \left(\mathrm{e}^{\frac{\alpha}{D}} + \mathrm{e}^{-\frac{\alpha}{D}}\right)^3} = c$$

Mit $c = 1$ führt dies auf:

$$\mathrm{e}^{\frac{\Delta U_m}{3D}} = \mathrm{e}^{\frac{\alpha}{D}} + \mathrm{e}^{-\frac{\alpha}{D}}$$

Im Limes $D \to 0$ ergeben sich dann zwei Schnittpunkte:

$$\alpha_\pm = \pm \frac{\Delta U_m}{3}$$

sodass die eine Potentialbarriere genau doppelt so hoch ist wie die andere($\Delta U_1 = 2/3 \Delta U_m$ sowie $\Delta U_2 = 4/3 \Delta U_m$ und umgekehrt).
Als nächstes ist zu untersuchen, ob der Fano-Faktor ein ähnliches Verhalten aufweist. Dieser ergibt sich aus dem Quotienten von Diffusionskoeffizient und mittlerer Feuerrate $< v >$:

$$F = \frac{D_{\text{eff}}}{< v >}$$

Wenn man berücksichtigt, dass die Feuerrate im Ruhezustand null ist, lässt sich der Mittelwert mit folgender Formel ermitteln:

$$< v > = v \frac{r_-}{r_+ + r_-}$$

Damit ist

$$F(\alpha_{eq}) = \frac{r_+}{(r_+ + r_-)^2} = \frac{\mathrm{e}^{\frac{-\Delta U_m - \alpha}{D}}}{\mathrm{e}^{-\frac{2\Delta U_m}{D}} \left(\mathrm{e}^{\frac{\alpha}{D}} + \mathrm{e}^{-\frac{\alpha}{D}}\right)^2} = \frac{\mathrm{e}^{\frac{\Delta U_m - \alpha}{D}}}{\left(\mathrm{e}^{\frac{\alpha}{D}} + \mathrm{e}^{-\frac{\alpha}{D}}\right)^2} = c$$

Wieder erhält man mit $c = 1$ eine transzendente Gleichung:

$$\mathrm{e}^{\frac{\Delta U_m - \alpha}{2D}} = \left(\mathrm{e}^{\frac{\alpha}{D}} + \mathrm{e}^{-\frac{\alpha}{D}}\right)$$

welche im Grenzfall $D << 1$ zu zwei Lösungen führt:

$$\alpha_+ = \frac{\Delta U_m}{3}, \qquad \alpha_- = -\Delta U_m$$

Der linke Schnittpunkt verschiebt sich also weiter nach links, während der rechte sich nicht verändert.