

**Aufbau eines
Optisch Parametrischen Oszillators
als schmalbandige
Einzelphotonenquelle**

Diplomarbeit

Florian Wolfgramm

vorgelegt dem Fachbereich Physik
der Freien Universität Berlin

angefertigt an der
Humboldt-Universität zu Berlin
AG Nanooptik

Berlin, Februar 2007

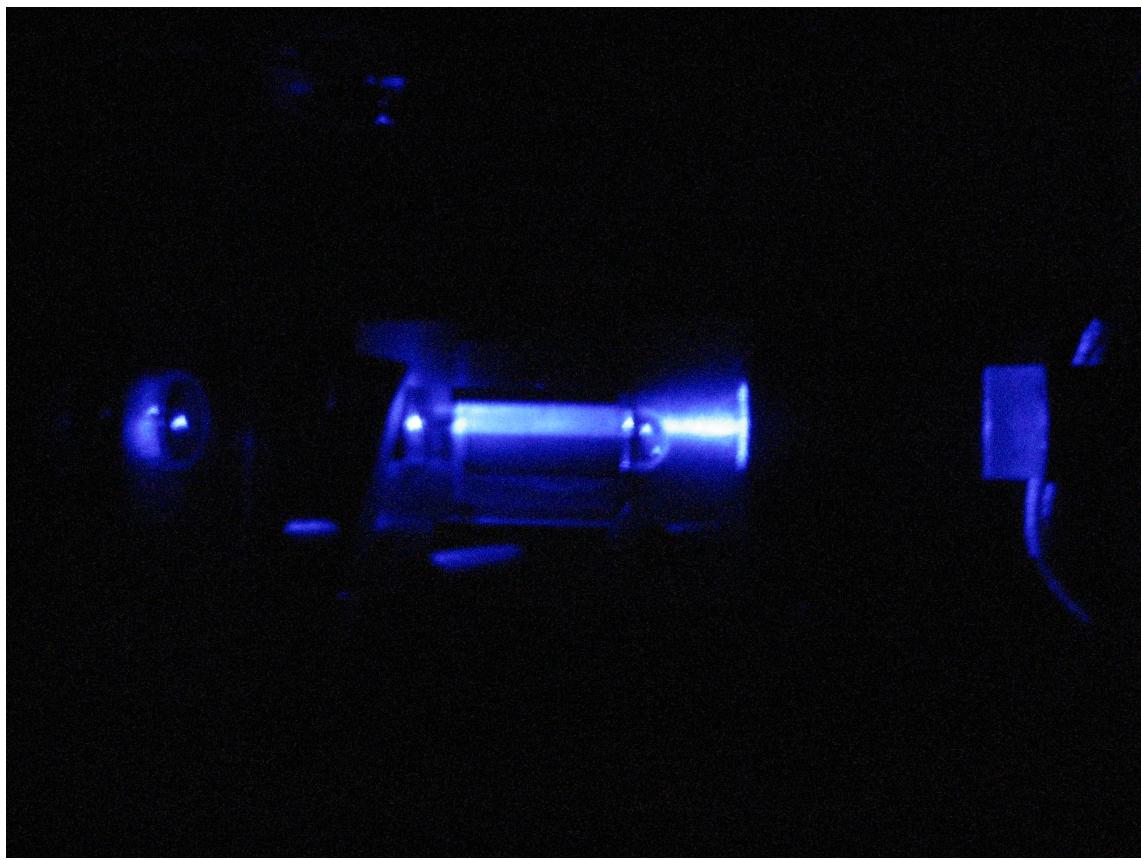


Foto des Optisch Parametrischen Oszillators: Im blauen Pumplicht erkennt man die zwei Resonatorspiegel links und rechts, den nichtlinearen Kristall aus Bismuttriborat in der Mitte und links davon einen Strahlteilerwürfel.

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine neuartige Quelle extrem schmalbandiger Einzelphotonen aufgebaut, die auf dem Effekt der spontanen parametrischen Fluoreszenz (*spontaneous parametric down-conversion, SPDC*) basiert. Bei diesem Prozess findet in einem geeigneten nichtlinearen Medium die Umwandlung eines Pumpphotonen in zwei Fluoreszenzphotonen geringerer Frequenz statt, die als Signal und Idler bezeichnet werden. Durch ihre gleichzeitige Erzeugung determiniert die Detektion des Idlerphotons die Position des Signalphotons, das daher in einem lokalisierten Einzelphotonen-Zustand vorliegt. Die hohe spektrale Bandbreite der parametrischen Fluoreszenz von mehreren THz macht SPDC-Quellen allerdings für viele Anwendungen ungeeignet, wie z. B. der Speicherung einzelner Photonen in einem atomaren Gas. Der in dieser Arbeit verfolgte Ansatz besteht in der resonanten Überhöhung der Fluoreszenzphotonen. Durch diese Anordnung, die als Optisch Parametrischer Oszillator (OPO) bekannt ist, konnte die Bandbreite der parametrischen Fluoreszenz auf die Bandbreite des Resonators von unter 80 MHz verringert werden. Diese extrem schmale Bandbreite liegt im Bereich der Bandbreite atomarer Übergänge, so dass mit den erzeugten Einzelphotonen, deren Wellenlänge über einen Bereich von mehreren 10 nm um den D1-Übergang von Cäsium bei 894,6 nm durchstimmbar ist, prinzipiell eine effektive Wechselwirkung mit einem atomaren Ensemble ermöglicht wird.

Als Pumpquelle kommt ein Diodenlaser zum Einsatz, der in einem externen Resonator frequenzverdoppelt wird, welcher ebenfalls im Rahmen dieser Arbeit aufgebaut wurde. Während der Einsatz von OPOs bei hohen Pumpleistungen üblich ist, wird der OPO in diesem Aufbau weit unterhalb der Schwelle betrieben, so dass die spontanen Prozesse gegenüber den stimulierten überwiegen. In diesem Regime befindet sich im Mittel weit weniger als ein Photonpaar im Resonator, und die Korrelation zwischen Signal- und Idlerphoton bleibt erhalten. Die in einem Bismuttriborat-Kristall kollinear erzeugten Fluoreszenzphotonen sind senkrecht zueinander polarisiert. Bei einer solchen Typ-II-Konfiguration ist eine Überhöhung sonst schwer zu realisieren. Diese wird hier dadurch ermöglicht, dass die Idlerphotonen über einen resonatorinternen Polarisationsstrahlteiler separiert und der Resonator nur für die Signalphotonen stabilisiert wird. Es wurde damit erstmals ein einfachresonanter OPO als Einzelphotonenquelle aufgebaut. Durch die aktive Filterung und die robuste Stabilisierung des Resonators auf die Pumpwellenlänge konnte eine gemessene Koinzidenzzählrate von 660 Koinzidenzen pro Sekunde und Milliwatt Pumpleistung erreicht werden. Die Einkopplung der Fluoreszenzmoden in eine Single-Mode-Faser ist geplant, um die Einzelphotonenquelle flexibel einsetzen zu können.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	i
Einleitung	1
1 Theoretische Grundlagen	5
1.1 Resonatortheorie	5
1.1.1 Theorie Gaußscher Strahlen	5
1.1.2 Transfermatrizen in optischen Systemen	9
1.1.3 Resonatorgeometrie	9
1.1.4 Elektrische Felder im Resonator	12
1.1.5 Hänsch-Couillaud-Stabilisierung	14
1.2 Nichtlineare Frequenzkonversion	17
1.2.1 Nichtlineare Polarisation dielektrischer Medien	17
1.2.2 Phasenanpassung in nichtlinearen Kristallen	19
1.2.3 Boyd-Kleinman-Theorie	24
1.3 Photonenstatistik	27
1.3.1 Quantisierung des elektromagnetischen Feldes	27
1.3.2 Korrelationsfunktionen	27
1.4 Theoretische Beschreibung des Optisch Parametrischen Oszillators	31
1.4.1 Fluoreszenzspektrum	35
1.4.2 Typ-II-Modenstruktur	36
1.4.3 Korrelationsfunktion	37
2 Frequenzverdopplung in einem externen Resonator	39
2.1 Resonatorparameter	39
2.1.1 Frequenzverdopplung mit Kaliumniobat	39
2.1.2 Wahl der Resonatorgeometrie	41
2.1.3 Impedanzanpassung	44
2.2 Experimenteller Aufbau	45
2.2.1 Modenanpassung mit Teleskop	45
2.2.2 Aufbau des Resonators	46
2.3 Charakterisierung der Quelle	48
2.3.1 Modenspektrum und Finesse des Resonators	48

2.3.2	Stabilisierung	49
2.3.3	Bestimmung der Phasenanzahlstemperatur	50
2.3.4	Messung der Verdopplungsleistung	51
2.3.5	Einkopplung in Single-Mode-Faser	51
3	Optisch Parametrischer Oszillator weit unterhalb der Schwelle	53
3.1	Resonatorparameter	53
3.1.1	Bismuttriborat	53
3.1.2	Wahl der Resonatorgeometrie	54
3.1.3	Impedanzanpassung	56
3.2	Experimenteller Aufbau und Resultate	56
3.2.1	Aufbau des Resonators	56
3.2.2	Modenspektrum und Finesse des Resonators	57
3.2.3	Aufbau des Einzelphotonendetektors	58
3.2.4	Charakterisierung der Fluoreszenzquelle	60
3.2.5	OPO-Koinzidenzmessungen	64
3.3	Diskussion der Ergebnisse	66
4	Planung eines neuen Resonator-Designs	67
4.1	Resonatorparameter	67
4.1.1	Kristallparameter	68
4.1.2	Wahl der Resonatorgeometrie	68
4.1.3	Impedanzanpassung	69
Ausblick		71
Literaturverzeichnis		73

Einleitung

In den letzten Jahrzehnten wurde die Realisierung vieler quantenoptischer Experimente möglich, die zu Beginn des 20. Jahrhundert noch als reine Gedankenexperimente angesehen wurden. Dazu gehören fundamentale Tests der Quantenmechanik, wie die Experimente zur Frage der Vollständigkeit der quantenmechanischen Beschreibung [Asp81], deren Problemstellung auf *Einstiens* berühmtes EPR-Paradoxon zurückgeht [Ein35].

Neben Experimenten, die auf ein tiefergehendes Verständnis der Quantenphysik abzielen, traten mit der Zeit auch immer mehr Anwendungsmöglichkeiten quantenoptischer Phänomene zutage. Es entwickelten sich die neuen Gebiete der Quantenkommunikation, Quanteninformationsverarbeitung und Quantenkryptographie, die unter anderem nicht-klassische Lichtzustände als Ressource nutzen. So wurde z. B. gezeigt, dass Informationen über sogenannte Quanten-Bits (Qubits) dichter und intrinsisch sicher übertragen werden können [Mat96, Ben84]. Als Qubit bezeichnet man einen Zustand in einem zweidimensionalen Hilbertraum, der im Gegensatz zu einem klassischen Bit Informationen nicht nur in Form von zwei verschiedenen Zuständen, sondern in einer beliebigen kohärenten Überlagerung dieser beiden Zustände verschlüsselt. Eine Realisierung eines Qubits kann über die zwei zueinander senkrecht stehenden Polarisationszustände eines Photons erfolgen. Kombiniert mit den bereits ausgereiften Verfahren zur Übertragung von Licht über weite Distanzen in Glasfasern stellen einzelne Photonen ideale Träger für Quanteninformation dar. Bei der Speicherung dieser Information sind hingegen andere Systeme, wie atomare Zustände vorzuziehen, so dass eine verlässliche Schnittstelle zwischen diesen beiden Systemen von immenser Bedeutung ist. Einen wichtigen Schritt in diese Richtung stellt, nach der Teleportation von Photonenzuständen [Bou97], die inzwischen gezeigte Teleportation von Zuständen zwischen Licht und Materie [She06] dar.

Grundlage für die rasante Entwicklung in der Quantenoptik war die Verfügbarkeit von Quellen nicht-klassischen Lichts, insbesondere Quellen einzelner Photonen und korrelierter Photonenpaare. Als erste Quellen dieser Art wurden in den Bell-Experimenten Kaskadenübergänge in Calcium verwendet [Fre72, Asp81, Asp82]. In Calcium-Atomen finden Übergänge statt, bei denen gleichzeitig zwei Photonen emittiert werden, die in ihrer Polarisation korreliert sind. Eine Korrelation in ihrer Ausbreitungsrichtung besteht jedoch nicht, da das Atom einen Teil des Impulses aufnimmt, so dass die Abstrahlung der Photonen in alle Raumrichtungen stattfindet und nur wenige Photonenpaare genutzt werden können. Diese geringe Effizienz und der große technische Aufwand sind die Nachteile dieser Quelle.

In der Zwischenzeit wurde eine Vielzahl neuer Quellen von Einzelphotonen entwickelt. Ein

Konzept beruht auf der spontanen Emission eines einzelnen angeregten Atoms [Kuh02, McK04] oder Ions [Kel04], dessen Präparation aber mit erheblichem technischen Aufwand verbunden ist. Eine leichter zu realisierende Einzelphotonenquelle nutzt Defektzentren in Diamant, bei denen zwei benachbarte Plätze im Kristallgitter statt mit Kohlenstoff mit Stickstoff und einer Fehlstelle besetzt sind [Kur00]. Auch die spontane Emission von einzelnen Molekülen wird verwendet [Bru99, Lou00]. Vielversprechend ist ferner der Einsatz niederdimensionaler Halbleiterheterostrukturen wie Quantenpunkten zur Einzelphotonenerzeugung [Bim98, Mic00, San00]. Als Festkörper zeichnen sich diese Quellen durch leichte Integrierbarkeit und hohe Stabilität aus. Neben der üblichen Anregung mit einem gepulsten Laser wurde inzwischen auch eine elektrische Anregung demonstriert [Yua02, Ell06]. Kürzlich konnte mit Quantenpunkten zudem die Erzeugung verschrankter Photonen durch die Nutzung von Übergängen in einem Kaskadensystem gezeigt werden [Ben00, Ako06, Ste06].

Die meisten dieser Einzelphotonenquellen zeigen eine große spektrale Bandbreite und emittieren in alle Raumrichtungen, wodurch viele erzeugte Photonen nicht detektiert werden können. Bei der Verwendung einer auf spontaner parametrischer Fluoreszenz basierenden Quelle von Photonpaaren ist die Emissionsrichtung dagegen durch die Impulserhaltung vorgegeben. In einem geeigneten nichtlinearen Kristall wird dabei ein Pumpphoton in zwei Photonen geringerer Frequenz konvertiert. Diese werden Signal- und Idlerphoton genannt und können in verschiedenen Freiheitsgraden wie Polarisation, Phase und Frequenz korreliert sein. Das Potential dieser Technik wurde früh erkannt [Bye68, Kle68], aber erst durch die Verbesserung der Qualität der Kristalle und nach Entwicklung einer Quelle, die auch die Erzeugung verschrankter Photonpaare erlaubt [Kwi95], wurde sie zu einem Standardinstrument in der Quantenoptik.

Da Signal- und Idler-Photon gleichzeitig entstehen [Bur70], ist durch die Detektion eines der beiden Photonen der Ort des anderen Photons determiniert [Hon86], so dass dieses für weitere Experimente genutzt werden kann, man spricht dabei von einem angekündigten (*heralded*) Einzelphoton. Voraussetzung dafür ist, dass die Wahrscheinlichkeit, zwei Photonpaare innerhalb der Kohärenzzeit des Zustands zu erzeugen, verschwindend gering ist. Diese Voraussetzung ist aufgrund der geringen Konversionseffizienz der parametrischen Fluoreszenz und der kurzen Kohärenzzeit, die typischerweise im Bereich von einigen 100 fs liegt, erfüllt. Diese kurze Kohärenzzeit ist allerdings verknüpft mit einer großen spektralen Breite. Für Anwendungen, die eine schmale Bandbreite erfordern, ist eine Verwendung von Interferenzfiltern notwendig, durch die die Bandbreite auf wenige nm oder sogar Zehntel nm verringert wird. Bei dieser Art der passiven Filterung geht jedoch ein Großteil der Photonen verloren.

Eine schmalere Bandbreite der Photonen ist beispielsweise bei der Wechselwirkung mit atomaren Übergängen notwendig, da deren Linienbreite im MHz-Bereich, die der parametrischen Fluoreszenz hingegen im Bereich von einigen THz liegt. Eine Schnittstelle zwischen Licht und Atomen ist aber gerade von einer effizienten Wechselwirkung und damit von einer vergleichbaren Bandbreite beider Systeme abhängig. Zur Realisierung einer Quelle schmalbandiger Einzelphotonen, deren Zählrate mit der von parametrischen Fluoreszenz-Quellen vergleichbar ist, gibt es einen Ansatz, der auf der resonanten Überhöhung der Fluores-

zenzmoden in einem optischen Resonator basiert. Die Linienbreite der Fluoreszenzmoden wird in einer Resonatoranordnung stark verringert, da nur eine Emission in solche Moden möglich ist, die innerhalb der schmalen Resonatorbandbreite liegen. Aufgrund dieser aktiven Filterung während der Erzeugung wird die Zählrate, im Gegensatz zu einer passiven Filterung hinter der Quelle, nicht herabgesetzt.

Die Verwendung einer SPDC-Quelle in einer Resonatorkonfiguration ist nicht neu und allgemein als Optisch Parametrischer Oszillator (OPO) bekannt. Einsatz finden OPOs als schmalbandige, frequenzabstimmmbare Lichtquellen in der Spektroskopie, wo sie Wellenlängenbereiche abdecken, die mit entsprechenden Lasern unzugänglich sind. Zu diesem Zweck werden OPOs mit hohen Pumpleistungen über der Resonatorschwelle betrieben, so dass die stimulierten Emissionsprozesse im nichtlinearen Kristall die spontanen überwiegen und viele Photonen in der gleichen Mode anschwingen.

Ein anderes Anwendungsgebiet für OPOs ist die Erzeugung von gequetschten Lichtzuständen (*squeezing*). Diese Zustände zeichnen sich dadurch aus, dass das Rauschen in einer Quadraturkomponente des elektromagnetischen Feldes im Vergleich zu einem klassischen Zustand unterdrückt ist. Anwendungen für amplitudengequetschtes Licht ergeben sich vor allem in Absorptions- und Modulationsmessungen, da wegen des geringeren Amplitudenrauschens das Signal-zu-Rausch-Verhältnis für die Amplitudenmodulation verbessert wird. Auch in der Quantenoptik werden gequetschte Zustände, insbesondere gequetschtes Vakuum, verwendet. Bei der Generierung von gequetschten Zuständen ist es von Vorteil, den Resonator in der Nähe des Schwellwerts zu betreiben. Dort geht der Einzelphotonencharakter der parametrischen Fluoreszenz verloren und man beobachtet, z. B. bei der Quetschung der Amplitude, den Wellenaspekt des Lichts.

Um den Einzelphotonencharakter zu erhalten, muss der Resonator weit unterhalb des Schwellwerts betrieben werden, wo es kaum zu stimulierter Emission kommt und damit, wie bei der parametrischen Fluoreszenz, die spontanen Prozesse überwiegen. Es befindet sich dann im Mittel weit weniger als ein Photonpaar im Resonator und dessen Korrelation bleibt erhalten.

In den letzten Jahren wurden einige Experimente mit OPOs weit unterhalb der Schwelle realisiert [Lu00, Obe02, Kuk06, Nee06]. Während die Praktikabilität bei Verwendung von Typ-I-Phasenanpassung, bei der die erzeugten Zwillingsphotonen jeweils parallel zueinander polarisiert sind, gezeigt werden konnte [Lu00, Nee06], traten bei der Generierung von senkrecht zueinander polarisierten Photonen (Typ-II-Phasenanpassung) einige grundsätzliche Schwierigkeiten auf. Zum einen erfahren die Photonen eines Paars aufgrund der unterschiedlichen Polarisation verschiedene Brechungswinkel im nichtlinearen Kristall, so dass die optische Weglänge im Resonator nicht übereinstimmt, was eine Stabilisierung des Resonators für beide Fluoreszenzmoden erschwert. Zum anderen wird die Resonatorgeometrie dadurch komplizierter, dass die beiden erzeugten Photonen im Kristall unter einem Walk-Off-Winkel zueinander emittiert werden.

Die Vorteile der Typ-II-Konfiguration liegen in einer einfachen Trennung der Photonenpaare über ihre Polarisation und der Tatsache, dass aufgrund der zusätzlichen Auswahlbedingung bei der Resonanz von zwei Moden mit unterschiedlicher Weglänge weniger Moden im Resonator anschwingen und ein longitudinaler Single-Mode-Betrieb möglich wird.

In dieser Arbeit wird ein neuer Ansatz verfolgt, der auf relativ einfache Weise eine Typ-II-Einzelphotonenquelle ermöglicht. Die Schwierigkeiten bei der Erfüllung der Resonanzbedingung für beide Polarisationen werden dadurch umgangen, dass eine Polarisationsmode direkt nach ihrer Erzeugung im nichtlinearen Kristall durch einen Dünnschichtpolarisator aus dem Resonator reflektiert wird und der Resonator nur für eine Polarisationsmode stabilisiert werden muss.

Der Aufbau dieser Arbeit

Diese Diplomarbeit wurde als externe Diplomarbeit der Freien Universität Berlin an der Humboldt-Universität zu Berlin angefertigt.

Die Darstellung der theoretischen Grundlagen in *Kapitel 1* beginnt mit der allgemeinen Beschreibung optischer Resonatoren und deren Stabilisierung. Anschließend werden die Effekte der nichtlinearen Frequenzkonversion und deren effiziente Anwendung in Kristallen diskutiert, wobei insbesondere auf die in dieser Arbeit ausgenutzten Effekte der Frequenzverdopplung und der parametrischen Fluoreszenz eingegangen wird. Die letzten beiden Abschnitte dieses theoretischen Teils widmen sich der Photonenstatistik und der quantenmechanischen Beschreibung des Optisch Parametrischen Oszillators.

In *Kapitel 2* wird die Planung und Realisierung eines Frequenzverdopplungsresonators beschrieben. Dieser wird benötigt, um die für die parametrische Fluoreszenz notwendige Pumpwellenlänge im blauen Spektralbereich bereitzustellen. Es findet eine Diskussion der optimalen Resonatorparameter statt, bevor der Aufbau des Resonators und dessen Stabilisierung geschildert wird. Abschließend werden die Messungen der Ausgangsleistung vorgestellt.

Die Beschreibung des Optisch Parametrischen Oszillators ist Gegenstand von *Kapitel 3*. Zunächst wird die Planung und der Aufbau des OPOs dargestellt. Im Anschluss werden die zur Charakterisierung der Einzelphotonenquelle durchgeführten Messungen erläutert und diskutiert. Am Ende dieses Kapitels wird das Design für einen verbesserten OPO vorgestellt.

Der *Ausblick* geht auf die Anwendungsmöglichkeiten des OPOs als Einzelphotonenquellen ein.

Kapitel 1

Theoretische Grundlagen

Als Voraussetzung für die Beschreibung eines optischen Resonators wird im ersten Abschnitt dieses Kapitels das Konzept Gaußscher Strahlen und deren Anwendung in Resonatorgeometrien vorgestellt. Der zweite Abschnitt befasst sich mit den nichtlinearen Effekten der Frequenzverdopplung und der parametrischen Fluoreszenz sowie den Möglichkeiten der effektiven Nutzung dieser Prozesse in Kristallen. Anschließend folgt die Behandlung der Photonenstatistik und die quantentheoretische Beschreibung des Optisch Parametrischen Oszillators.

1.1 Resonatortheorie

1.1.1 Theorie Gaußscher Strahlen

Die Feldverteilung einer elektromagnetischen Welle genügt der skalaren Wellengleichung:

$$(\Delta + k^2)E(x, y, z) = 0. \quad (1.1)$$

Dabei ist Δ der Laplace-Operator und $k = 2\pi n/\lambda$ der Wellenvektor in einem Medium mit dem Brechungsindex n .

Eine Lösung dieser Gleichung ist eine ebene Welle. Betrachtet man allerdings die Ausbreitung eines Laserstrahls in z -Richtung, so kann man neben der schnellen Variation der Feldstärke entlang der Ausbreitungsrichtung mit der Wellenlänge als Periode von einer zusätzlichen langsamen Variation entlang aller drei Raumrichtungen ausgehen. Es bietet sich daher der Separationsansatz

$$E(x, y, z) = u(x, y, z)e^{-ikz} \quad (1.2)$$

an, wobei $u(x, y, z)$ eine komplexe skalare Amplitude ist, die das transversale Profil des Strahls beschreibt. Für kleine Divergenzwinkel $\Theta_{div} < 30^\circ$ ist die langsame Variation in z -Richtung klein gegen die Variation in x - und y -Richtung. Terme mit $\partial^2 u / \partial z^2$ sind dann mindestens eine Größenordnung kleiner als Terme mit $\partial^2 u / \partial x^2$ oder $\partial^2 u / \partial y^2$ [Kog66, Sie86].

Durch Einsetzen von (1.2) in (1.1) erhält man unter dieser Näherung die paraxiale Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}u + \frac{\partial^2}{\partial y^2}u - 2ki\frac{\partial}{\partial z}u = 0. \quad (1.3)$$

Um eine Lösung dieser Differentialgleichung zu bestimmen, ist es sinnvoll, mit einer Kugelwelle eine andere bekannte Lösung der Wellengleichung zu betrachten. In großer Entfernung von einer Quelle wird deutlich, dass das Licht eines Lasers einem Ausschnitt aus einer Kugelwelle

$$E(\vec{r}) = E_0 \frac{e^{-ik\vec{r}}}{|\vec{r}|} \quad (1.4)$$

mit ihren gekrümmten Wellenfronten ähnelt. Betrachtet man nun den Ausschnitt der Kugelwelle in der Nähe der z -Achse, kann man die Welle in einen longitudinalen und einen transversalen Anteil aufteilen. Der transversale Anteil soll hier als axialsymmetrisch angenommen werden und ist daher nur vom Abstand ρ von der Strahlmitte abhängig. Dieser Abstand ist wesentlich kleiner als r und z , so dass die Fresnel-Näherung gilt:

$$\rho \ll z, r \Rightarrow r = \sqrt{z^2 + \rho^2} \approx z + \frac{\rho^2}{2z}. \quad (1.5)$$

Wie in [Sie86] gezeigt, kann im Zähler von (1.4) sogar der quadratische Term vernachlässigt werden. Man erhält mit dieser Näherung folgenden Zusammenhang:

$$E(\rho, z) = \frac{E_0}{z} e^{-ik\rho^2/2z} e^{-ikz}. \quad (1.6)$$

Der Anteil $e^{-ik\rho^2/2z}$ wird Fresnel-Faktor genannt und bildet multipliziert mit E_0/z die sich langsam verändernde Amplitude $u(\rho, z)$, die eine Lösung der paraxialen Wellengleichung darstellt:

$$u(\rho, z) = \frac{E_0}{z} e^{-ik\rho^2/2z}. \quad (1.7)$$

Eine solche paraxial-sphärische Welle kann aber noch nicht als Beschreibung eines Laserstrahls verwendet werden, da sie räumlich unendlich ausgedehnt ist und eine unendliche Energie tragen würde. Bisher erkennt man in Gleichung (1.7) nur die Phasenänderung im Strahlprofil. Um auch die räumliche Begrenzung des Strahls richtig zu erfassen, lässt sich zeigen [Sie86], dass man statt der Variablen z nun den komplexen Strahlparameter $q(z)$ ansetzen kann:

$$z \rightarrow q(z) = z - iz_0. \quad (1.8)$$

Man erhält

$$u(\rho, z) = \frac{E_0}{q(z)} e^{-ik\rho^2/2q(z)}. \quad (1.9)$$

Dies ist die Gaußsche Fundamentalmode. Sie wird häufig mit TEM₀₀ abgekürzt, wobei TEM für transversale elektromagnetische Mode steht. Neben der Fundamentalmode gibt

es noch höhere transversale Moden, deren Beschreibung z. B. ausführlich in [Sie86] vorgenommen wird. Wie man später sehen wird, ist es sinnvoll, den Strahlparameter $q(z)$ umzuschreiben:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{z - iz_0} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi \omega^2(z)}. \quad (1.10)$$

Die Fundamentalmode lautet dann:

$$E(\rho, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{-\rho^2/w(z)^2} \cdot e^{-ik\rho^2/2R(z)} \cdot e^{i(kz-\psi)}. \quad (1.11)$$

Hierbei beschreibt der erste Faktor die transversale Amplitudenverteilung, der zweite Faktor (Fresnel-Faktor) die radiale Phase aufgrund der Krümmung der Wellenfronten und der dritte Faktor die longitudinale Phase, bei der ψ als zusätzliche Gouy-Phase auftritt. Die Gouy-Phase sowie die anderen in Gleichung (1.10) eingeführten Parameter besitzen anschauliche physikalische Bedeutungen:

- **Strahltaille** $2w_0$:

$$w_0^2 = \frac{\lambda z_0}{\pi} \quad (1.12)$$

Die Strahltaille (*beam waist*) bezeichnet den (kleinsten) Strahldurchmesser im Fokus. Oft verwendet man als Größe auch die halbe Strahltaille w_0 .

- **Rayleighlänge** z_0 :

$$z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (1.13)$$

Die Rayleighlänge z_0 gibt den Abstand vom Ort der Strahltaille an, nach dem der Strahlradius um den Faktor $\sqrt{2}$ größer geworden ist. Da die Rayleighlänge quadratisch von der Strahltaille abhängt, bedeutet eine stärkere Fokussierung eine kleinere Rayleighlänge. Der Bereich $-z_0 < z < z_0$ wird auch als Rayleighzone bezeichnet. In der Nahfeldnäherung ($z \ll z_0$) verhält sich der Strahl wie eine ebene Welle, in der Fernfeldnäherung ($z \gg z_0$) wie eine Kugelwelle.

- **Strahlradius** $w(z)$:

$$w^2(z) = w_0^2 \left(1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right) \quad (1.14)$$

Als Strahlradius definiert man den Radius der transversalen Feldverteilung, bei dem die Amplitude auf $1/e$ (ca. 37 %) des axialen Wertes abgefallen ist. Er vergrößert sich mit dem longitudinalen Abstand vom Ort der Strahltaille. Für große Abstände nähert er sich asymptotisch der Geraden $w(z \gg z_0) = \frac{w_0}{z_0} z = \frac{\lambda}{\pi w_0} z$.

- **Krümmungsradius** $R(z)$:

$$R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z_0}{z} \right)^2 \right) \quad (1.15)$$

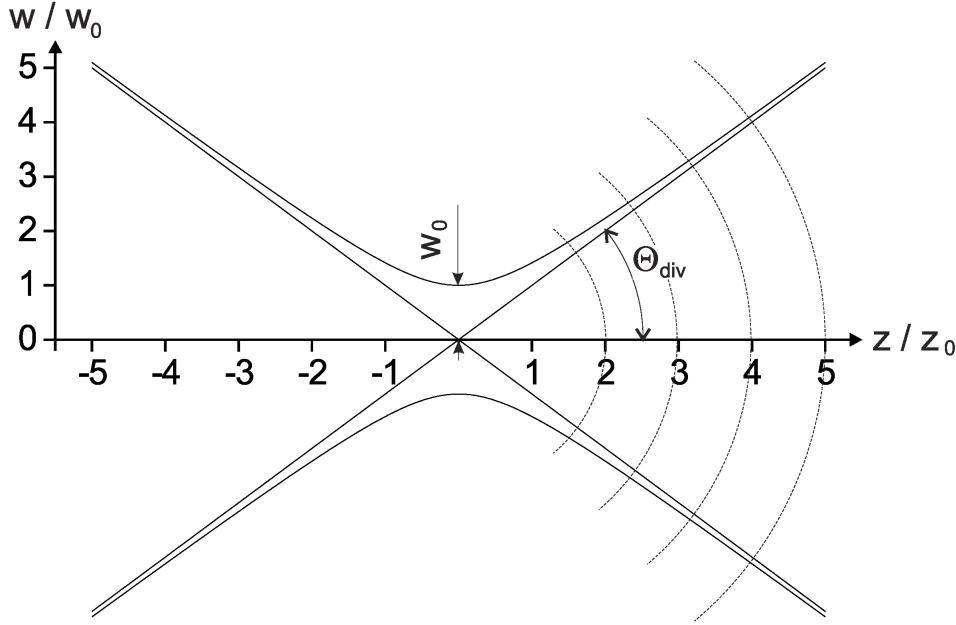


Abbildung 1.1: Verlauf des Strahlradius eines Gaußschen Strahls normiert auf die Strahltaille in Abhängigkeit von der Entfernung vom Ort der Strahltaille in Einheiten der Rayleighlänge [Obe02].

Der Krümmungsradius der Wellenfront ist am Ort der Strahltaille unendlich groß, am Rand der Rayleighzone minimal und nähert sich im Fernfeld dem Wert von z an.

- **Divergenzwinkel Θ_{div} :**

Der Divergenzwinkel ist der Winkel zwischen der Ausbreitungsrichtung des Strahls und der Geraden, der sich der Strahlradius für große Abstände annähert. Mit der Näherung für kleine Winkel ($\tan \Theta_{div} \approx \Theta_{div}$) lässt sich folgende Beziehung angeben:

$$\Theta_{div}(z \ll z_0) = \frac{w(z)}{z} \approx \frac{w_0}{z_0} = \frac{\lambda}{\pi w_0}. \quad (1.16)$$

- **Gouy-Phase ψ :**

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (1.17)$$

Es gibt bei Gaußstrahlen eine geringe Abweichung der longitudinalen Phase von der Phasenentwicklung einer ebenen Welle, die als Gouy-Phase bezeichnet wird. Die Phase ändert sich zwischen $-\infty$ und $+\infty$ um π , wobei die Hälfte dieser zusätzlichen Phase in der Rayleighzone aufgesammelt wird.

1.1.2 Transfermatrizen in optischen Systemen

Da die Parameter eines Lichtstrahls durch die meisten optischen Elemente linear transformiert werden, lässt sich die Propagation eines Gaußschen Strahls durch ein System von optischen Elementen, wie z. B. Linsen und Spiegeln, mathematisch mit Hilfe sogenannter Transfermatrizen beschreiben.

Der Effekt eines linearen optischen Elements wird in diesem Formalismus durch eine Matrix \hat{M} mit den Elementen A, B, C, D dargestellt, so dass sich der Strahlparameter $q(z)$ folgendermaßen transformiert:

$$q_1 = \hat{M} \otimes q_0 = \frac{Aq_0 + B}{Cq_0 + D}. \quad (1.18)$$

Die Transformation durch ein System von mehreren optischen Elementen lässt sich durch Hintereinanderausführung von Matrixmultiplikationen beschreiben:

$$q_2 = \hat{M}_2 \otimes (\hat{M}_1 \otimes q_0). \quad (1.19)$$

Häufig verwendete und besonders einfache Matrizen sind die freie Propagation über eine Strecke d durch ein Material mit dem Brechungsindex n , der Durchgang durch eine Linse mit der Brennweite f und die Brechung an einer Grenzschicht zwischen Materialien mit den Brechungsindizes n_1 und n_2 :

$$\hat{M}_{frei} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{d}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{M}_{Linse} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{M}_{Grenze} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}. \quad (1.20)$$

1.1.3 Resonatorgeometrie

Der oben vorgestellte $ABCD$ -Matrizenformalismus kann dazu verwendet werden, die Eigenschaften eines Resonators, wie zum Beispiel seine Stabilität oder die Größe der Strahltaille, zu untersuchen. Die zwei am häufigsten eingesetzten Arten von Resonatoren, der Fabry-Perot-Resonator und der Bow-Tie-Resonator, werden in diesem Abschnitt diskutiert.

Fabry-Perot-Resonator: Ein Fabry-Perot-Resonator besteht aus zwei einander zugewandten ebenen oder gekrümmten Spiegeln. Für eine stabile Resonatorkonfiguration muss eine im Resonator propagierende elektromagnetische Welle nach einem Umlauf auf sich selbst abgebildet werden, so dass eine axiale stehende Welle entsteht. Eine Mode des Resonators ist also eine selbstkonsistente Feldkonfiguration.

Die Beschreibung eines Resonators ist äquivalent zu einem periodischen Linsensystem. Die Krümmung der Spiegel bewirkt eine Fokussierung des Strahls mit der Brennweite $f = R/2$, wobei R der Krümmungsradius der Spiegel ist. Die $ABCD$ -Matrix eines linearen Resonators, dessen Spiegel die Krümmungsradien R_1 und R_2 besitzen, ist demnach:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_2} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_1} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.21)$$

Aus der Selbstkonsistenz-Bedingung

$$q = \frac{Aq + B}{Cq + D} \quad (1.22)$$

wird die Strahltaille w_0 im Resonator berechnet

$$w_0 = \sqrt{\frac{2\lambda|B|}{\pi\sqrt{4 - (A + D)^2}}} \quad (1.23)$$

Es ergibt sich nur dann eine reelle Strahltaille und damit eine stabile Konfiguration, wenn $|A+D| < 2$ erfüllt ist. Eine äquivalente häufig verwendete Form dieses Stabilitätskriteriums ist

$$0 < g_1 g_2 < 1 \quad (1.24)$$

mit den Resonatorparametern

$$g_{1,2} = 1 - \frac{d}{R_{1,2}} \quad (1.25)$$

Bei der graphischen Darstellung von d/R_2 gegen d/R_1 in Abbildung 1.2 befinden sich die stabilen Resonatorgeometrien im schraffierten Bereich.

Oft soll in der Mitte des Resonators eine bestimmte Strahltaille erreicht werden. Dies geschieht durch geeignete Wahl des Abstandes der Spiegel und der Krümmungsradien.

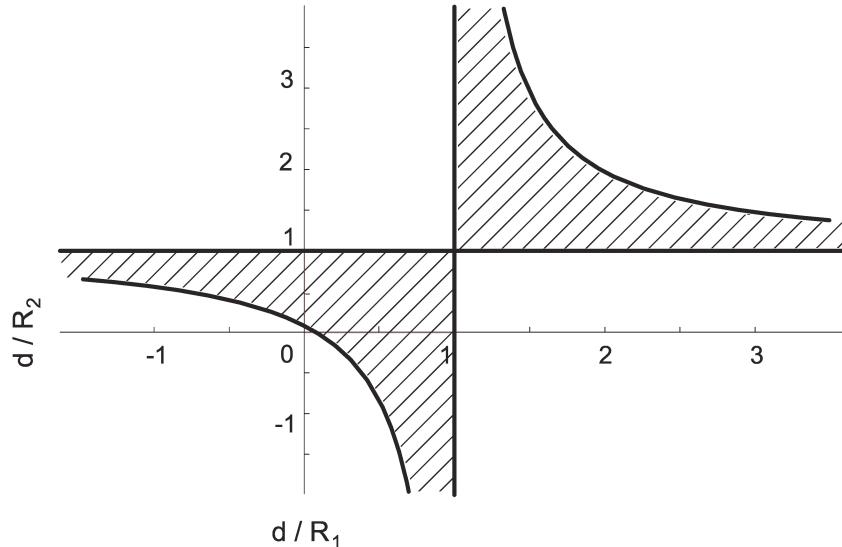


Abbildung 1.2: Stabilitätsdiagramm eines Fabry-Perot-Resonators der Länge d , dessen Spiegel Krümmungsradien von R_1 bzw. R_2 besitzen. Die stabilen Konfigurationen liegen im schraffierten Bereich [Obe02].

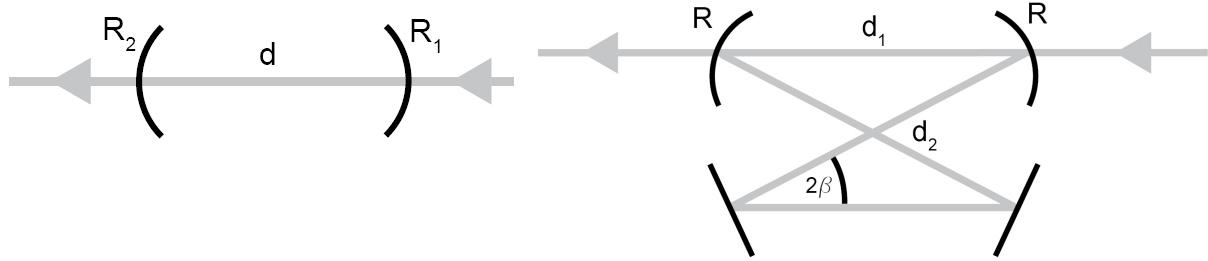


Abbildung 1.3: links: *Fabry-Perot-Resonator*. rechts: *Bow-Tie-Resonator*.

Bow-Tie-Resonator: Ein Bow-Tie-Resonator besteht aus zwei gekrümmten Spiegeln mit dem gleichen Krümmungsradius R und zwei planen Spiegeln. Ein im Resonator zirkulierender Strahl durchläuft diese Anordnung auf eine Art (vgl. Abbildung 1.3), die einer Fliege ähnelt, woraus sich der englische Name ableitet. Je nach Spiegelabstand bilden sich dabei zwei verschieden große Strahltaillen aus, der Hauptfokus zwischen den beiden gekrümmten Spiegeln und der Nebenfokus zwischen den planen Spiegeln.

Die Gleichungen für einen Fabry-Perot-Resonator lassen sich mit leichter Modifikation auch auf einen Bow-Tie-Resonator anwenden. Beim Bow-Tie-Resonator muss bei den g -Faktoren allerdings berücksichtigt werden, dass es zwei unterschiedlich lange Resonatorarme gibt. Der kürzere Arm d_1 ist die Strecke zwischen den gekrümmten Spiegeln, mit d_2 wird der restliche Weg im Resonator über die planen Spiegel bezeichnet:

$$g_{1,2} = 1 - \frac{d_{1,2}}{R}. \quad (1.26)$$

Bei einer stabilen Konfiguration kann d_1 um eine Strecke Δd_1 variiert werden, ohne die Instabilität des Resonator zu verursachen:

$$\Delta d_1 \approx \frac{R^2}{d_2}. \quad (1.27)$$

Der Strahl fällt beim Bow-Tie-Resonator nicht senkrecht auf die Spiegel. Daher unterscheidet sich die Brechkraft der gekrümmten Spiegel, die bei senkrechtem Einfall durch $f = -R/2$ beschrieben wird, in horizontaler und vertikaler Richtung. Die Gleichungen lauten:

$$f_x = f \cdot \cos \beta, \quad f_y = \frac{f}{\cos \beta}. \quad (1.28)$$

Um einen daraus resultierenden Astigmatismus des Strahls zu vermeiden, sollte der Verkipungswinkel β der sphärischen Spiegel möglichst klein gewählt werden. Ist der Astigmatismus nicht vernachlässigbar, müssen bei der Modenanpassung des Strahls in den Resonator die unterschiedlichen Waistgrößen in horizontaler und vertikaler Richtung berücksichtigt werden.

1.1.4 Elektrische Felder im Resonator

Leistungsüberhöhung: Als Leistungsüberhöhung bezeichnet man das Verhältnis aus im Resonator zirkulierender Leistung P_{zirk} und einfallender Leistung P_i . Es wird im Folgenden von verlustfreien Spiegeln ausgegangen, bei denen für Reflektivität R und Transmissionsvermögen T der Intensität gilt:

$$R_{1,2} + T_{1,2} = 1. \quad (1.29)$$

Das im Resonator umlaufende elektromagnetische Feld E_{zirk} setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Der eine Teil ist das durch den Einkoppelspiegel einfallende Feld, der andere das zirkulierende Feld multipliziert mit einem Faktor g_{rt} , der die Verluste nach einem Umlauf berücksichtigt

$$E_{zirk} = i\sqrt{T_1}E_i + g_{rt}E_{zirk}, \quad (1.30)$$

wobei der Faktor i durch einen Phasensprung bei der Transmission entsteht. Für die Leistungsüberhöhung ergibt sich dann:

$$\frac{P_{zirk}}{P_i} = \left| \frac{E_{zirk}}{E_i} \right|^2 = \frac{T_1}{(1 - g_{rt})^2}. \quad (1.31)$$

Die Verluste bei einem Umlauf resultieren aus nicht perfekten Spiegeln ($R_i < 1$) sowie aus Absorption und Reflexion durch im Resonator befindliche optische Elemente, die in einem Faktor V zusammengefasst werden. Der Verlustfaktor eines Umlaufs (*round-trip gain*, g_{rt}) lautet für den Fall des linearen Resonators:

$$g_{rt}(\omega) = \sqrt{R_1 R_2 (1 - V)} e^{-i\frac{\omega l}{c}}. \quad (1.32)$$

Der Faktor $e^{-i\frac{\omega l}{c}}$ beschreibt eine Phasenverschiebung im Resonator. Im Folgenden soll vom Resonanzfall ausgegangen werden, in dem dieser Faktor gerade 1 ist. Die Absorptions- und Streuverluste hängen im Grenzfall kleiner Verluste linear von der Länge des Kristalls l und von dessen Absorptionskoeffizienten α ab. Im Fall der Frequenzverdopplung und der parametrischen Fluoreszenz ergeben sich auch Verluste durch Konversion in die zweite Harmonische bzw. parametrische Fluoreszenz. Der Parameter V lautet dann: $V = \alpha l + \kappa_{NL} P_{zirk}$, mit dem nichtlinearen Koeffizienten κ_{NL} (siehe Abschnitt 1.2.3).

Impedanzanpassung: Koppelt man in einen Resonator ein externes Feld ein, so überlagert sich das am Einkoppelspiegel reflektierte Feld mit dem Anteil des zirkulierenden Feldes, der am Einkoppelspiegel transmittiert wird. Insgesamt ergibt sich für das Feld der auslaufenden Welle:

$$E_r = \sqrt{R_1}E_i + i\sqrt{T_1} \frac{g_{rt}}{\sqrt{R_1}} E_{zirk}. \quad (1.33)$$

Da nur der zirkulierende Anteil eine Rolle spielt, der am Einkoppelspiegel transmittiert wird, muss der Verlustfaktor g_{rt} dabei um den Faktor R_1 bereinigt werden. Einsetzen von E_{zirk} liefert:

$$\frac{E_r}{E_i} = \sqrt{R_1} - T_1 \frac{g_{rt}}{\sqrt{R_1}} \frac{1}{1 - g_{rt}} = \frac{R_1 - g_{rt}}{\sqrt{R_1}(1 - g_{rt})}. \quad (1.34)$$

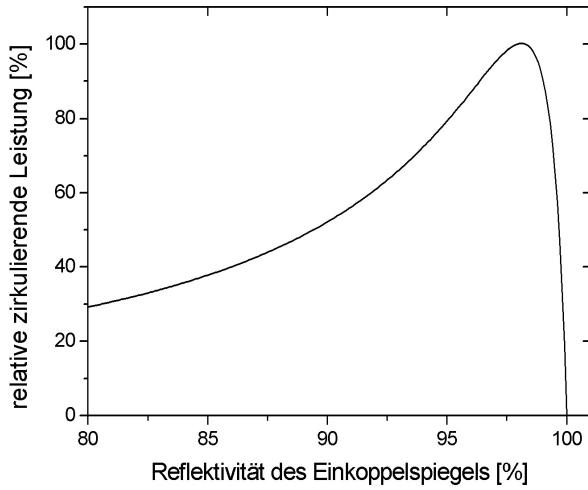


Abbildung 1.4: Im Resonator zirkulierende Leistung in Abhängigkeit von der Reflektivität des Einkoppelspiegels. Wenn die Impedanzanpassungsbedingung erfüllt ist, wird die gesamte eingestrahlte Leistung in den Resonator eingekoppelt.

Für die Leistungen gilt damit:

$$\frac{P_r}{P_i} = \frac{(R_1 - \sqrt{R_1 R_2 (1 - V)})^2}{R_1 (1 - \sqrt{R_1 R_2 (1 - V)})^2}. \quad (1.35)$$

Man erkennt aus dieser Gleichung, dass die reflektierte Leistung Null wird, wenn die Reflektivität des Einkoppelspiegels dem Verlustfaktor g_{rt} entspricht. In diesem Fall wird folglich die gesamte eingestrahlte Leistung in den Resonator eingekoppelt. Man spricht dann von einer optimalen Impedanzanpassung.

Die Gleichungen (1.31) und (1.32) bilden zusammen mit der Impedanzanpassungsbedingung $g_{rt} = R_1$ ein Gleichungssystem, aus dem sich der optimale Wert für die Reflektivität des Einkoppelspiegels und die dazugehörige zirkulierende Leistung berechnen lassen. Eine graphische Darstellung der Abhängigkeit zwischen R_1 und P_{zirk} zeigt Abbildung 1.4.

Finesse, freier Spektralbereich und Linienbreite: Weitere wichtige Größen zur Charakterisierung eines Resonators sind der freie Spektralbereich $\Delta \Omega$ und die Finesse F . Der freie Spektralbereich (*free spectral range, FSR*) ist der spektrale Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden longitudinalen Resonatormoden. Er ist proportional zur inversen Umlaufzeit $\tau_{rt} = 2L/c$:

$$\Delta\Omega = 2\pi \frac{c}{2L}. \quad (1.36)$$

Bei einem Bow-Tie-Resonator, bei dem die Länge L des Resonators nicht zweimal, sondern nur einmal durchlaufen wird, muss dabei $2L$ durch L ersetzt werden.

Die Finesse bezeichnet das Verhältnis aus freiem Spektralbereich und der Halbwertsbreite der Resonanzlinien $\Delta\omega$:

$$F = \frac{\Delta\Omega}{\Delta\omega} = \frac{\pi\sqrt{g_{rt}}}{1 - g_{rt}}. \quad (1.37)$$

Die Finesse sinkt bei steigenden Verlusten und ist ein Maß für die Anzahl der Umläufe eines Photons im Resonator.

1.1.5 Hänsch-Couillaud-Stabilisierung

Damit eine maximale Einkopplung erzielt wird und sich im Resonator eine stabile Feldkonfiguration in Form einer stehenden Welle ausbildet, muss die Länge des Resonators ein ganzzahliges Vielfaches der halben Pumpwellenlänge sein. Durch die Kopplung der Spiegel an mechanische, thermische und akustische Anregungen, ist es meistens nötig, den Resonator aktiv zu stabilisieren, d. h. die Position der Spiegel so anzupassen, dass die Resonanzbedingung erfüllt ist. Dazu benötigt man ein sogenanntes Regelsignal, dass angibt, in welche Richtung ein Spiegel bewegt werden muss, wenn sich die Resonatorlänge geändert hat. Zur Erzeugung dieses Regelsignals gibt es verschiedene Möglichkeiten. In dieser Arbeit wird die von *Hänsch* und *Couillaud* entwickelte Stabilisierungsmethode verwendet [Haen80]. Sie kommt im Gegensatz zur häufig eingesetzten Pound-Drever-Hall-Methode [Pou46, Dre83] ohne eine Phasenmodulation des einfallenden Laserstrahls aus, ist allerdings nur anwendbar, wenn sich ein polarisationsselektives Element, wie zum Beispiel ein Polarisationsfilter oder ein doppelbrechender Kristall, im Resonator befindet. Dessen Transmissionsachse bilde einen Winkel α mit der Polarisationsachse des einfallenden elektrischen Feldes E_i , das sich in zwei Anteile zerlegen lässt:

$$E_i^{\parallel} = E_i \cdot \cos \alpha. \quad E_i^{\perp} = E_i \cdot \sin \alpha. \quad (1.38)$$

Der senkrechte Anteil erfährt einen Resonator mit hohen Verlusten und wird daher nicht eingekoppelt, sondern am Einkoppelspiegel reflektiert:

$$E_r^{\perp} = \sqrt{R_1} \cdot E_i^{\perp}. \quad (1.39)$$

Der parallele Anteil sieht einen Resonator mit geringen Verlusten und wird eingekoppelt, wenn Resonanz-, Moden- und Impedanzanpassung erfüllt sind. Die Welle erfährt dabei eine Phasenverschiebung, deren Größe von der Länge des Resonators abhängt. Das Verhältnis von reflektiertem zu eingestrahltem Feld wurde bereits in (1.34) hergeleitet:

$$\frac{E_r^{\parallel}}{E_i^{\parallel}} = \sqrt{R_1} - T_1 \frac{g_{rt}}{\sqrt{R_1}} \frac{1}{1 - g_{rt}}. \quad (1.40)$$

Die Phasenverschiebung wird durch den zusätzlichen Faktor im Round-Trip-Gain berücksichtigt: $g_{rt} = g'_{rt} e^{-i\frac{\omega l}{c}} \equiv g'_{rt} e^{i\delta}$.

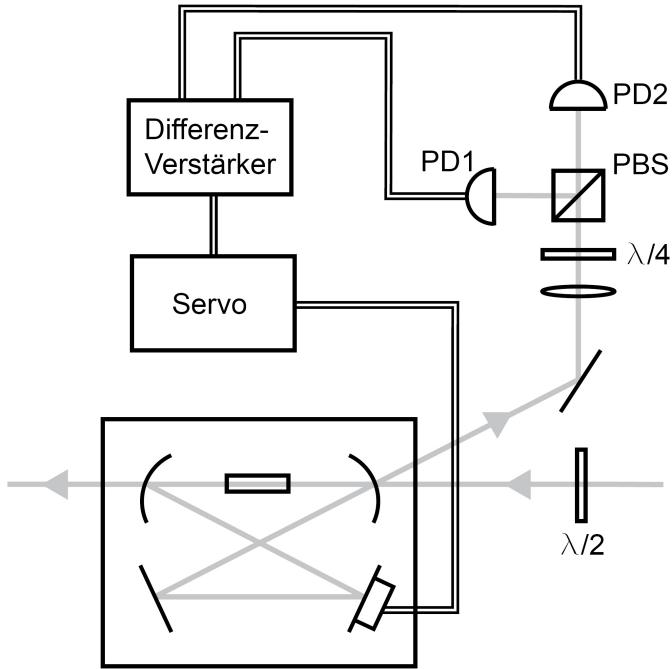


Abbildung 1.5: Schematischer Aufbau der Hänsch-Couillaud-Stabilisierung.

Weit entfernt von der Resonanzbedingung wird auch die parallele Komponente reflektiert, so dass keine Phasenverschiebung auftritt, die beiden Komponenten also in Phase sind und die Superposition von beiden wieder eine linear polarisierte Welle bildet. In der Nähe der Resonanz wird durch die Phasenverschiebung der parallelen Komponente eine elliptisch polarisierte Welle erzeugt. Ist der Resonator genau in Resonanz, so ist die Phasenverschiebung ein Vielfaches von π und die auslaufende Welle wieder linear polarisiert. Deren Polarisation ist also ein Maß für die Abweichung des Resonators von der Resonanz, wobei der Drehsinn des Polarisationsvektors abhängig davon ist, ob die Wegstrecke des Resonators zu groß oder zu klein ist.

Zur Analyse der Polarisation verwendet man eine $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte, gefolgt von einem Polarisationsstrahlteiler (PBS) (vgl. Abbildung 1.5). Ein elliptisch polarisierter Strahl kann als eine Überlagerung aus zwei zirkular polarisierten Strahlen mit unterschiedlicher Amplitude angesehen werden. Die schnelle Transmissionsachse der $\lambda/4$ -Platte wird auf 45° zur Achse des PBS eingestellt, so dass im Falle der linearen Polarisation des Strahls die beiden senkrecht zueinander stehenden Komponenten, die vom PBS getrennt werden, gleich groß sind. Aus den Signalen der beiden Photodetektoren, die sich an den beiden Ausgängen des PBS befinden, wird ein Differenzsignal gebildet. Dieses ist wegen der gleichen Größe der Amplituden Null, wenn sich der Resonator in Resonanz oder weit außerhalb der Resonanz befindet, in der Nähe der Resonanz hingegen von Null verschieden. Um die Größe der E -Felder an den beiden Photodetektoren zu berechnen, verwendet man den

Jones-Formalismus [Jon56]:

$$\vec{E}_{a,b} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & E_r^\parallel \\ E_r^\perp & E_r^\parallel \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} E_r^\perp \pm i E_r^\parallel \\ \pm E_r^\perp + i E_r^\parallel \end{pmatrix}. \quad (1.41)$$

Für die Intensitäten gilt:

$$I_{a,b} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 \left| \vec{E}_{a,b} \right|^2 = \frac{1}{2} c \epsilon_0 \left| \frac{1}{2} (E_r^\perp \pm E_r^\parallel) \right|^2. \quad (1.42)$$

Insgesamt ergibt sich damit folgendes Differenzsignal:

$$\Delta I = I_a - I_b = \frac{1}{2} c \epsilon_0 |E_i|^2 2 \cos \alpha \sin \alpha \frac{T_1 g_{rt} \sin \delta}{(1 - g_{rt})^2 + 4 g_{rt} \sin^2(\frac{\delta}{2})}. \quad (1.43)$$

Diese Funktion erreicht ihr Maximum bei $\alpha = 45^\circ$. Da unter diesem Winkel die Einkoppeleffizienz jedoch klein ist, wählt man den Winkel α zwischen der Eingangspolarisation und der Transmissionsachse des polarisationsselektiven Elements über eine $\lambda/2$ -Platte so, dass er nur wenig vom Winkel der optimalen Einkopplung bei $\alpha = 0^\circ$ abweicht.

Abbildung 1.6 zeigt ein berechnetes Fehlersignal. Es hat einen steilen Verlauf um die Resonanz und unterscheidet sich auf den beiden Seiten um die Resonanz durch das Vorzeichen, außerdem hat es durch den relativ langsamen Abfall an den Flanken einen weiten Fangbereich. Dieses Fehlersignal dient als Eingangssignal für einen elektronischen Regelkreis,

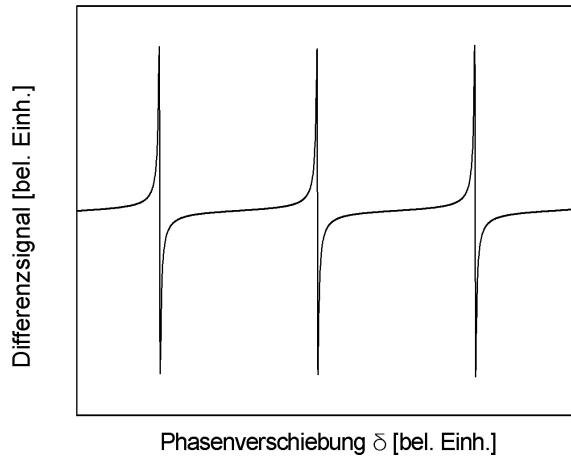


Abbildung 1.6: Analytisches Fehlersignal der Hänsch-Couillaud-Stabilisierung. Ist die Resonanzbedingung erfüllt, zeigt das Differenzsignal eine steile Flanke.

der unter anderem aus einem Tiefpass und einem Proportional-Integral-Regler besteht und

auf den Nulldurchgang regelt. Der Regelkreis treibt einen piezoelektrischen Aktor, auf den einer der Resonator-Spiegel geklebt ist, so dass auf diese Weise die Resonatorlänge nachgeregelt werden kann. Entscheidend für die Funktionsfähigkeit des Regelkreises ist die richtige Wahl der Parameter für die Kapazität und den ohmschen Widerstand des Integrators zur Festlegung der Zeitkonstanten der Regelung.

1.2 Nichtlineare Frequenzkonversion

1.2.1 Nichtlineare Polarisation dielektrischer Medien

Bei der Propagation einer elektromagnetischen Welle durch ein dielektrisches Medium findet eine Verschiebung von Ladungsträgern statt, so dass mikroskopische Dipole induziert werden, die sich zu einer makroskopischen Polarisation aufsummieren können. Die Abhängigkeit der Polarisation von elektromagnetischem Feld und Materialparametern kann durch eine Reihenentwicklung ausgedrückt werden:

$$\vec{P} = \epsilon_0 (\chi^{(1)} \cdot \vec{E} + \chi^{(2)} \cdot \vec{E}^2 + \chi^{(3)} \cdot \vec{E}^3 + \dots). \quad (1.44)$$

Die Parameter $\chi^{(n)}$ sind die Suszeptibilitäten n -ter Ordnung, dargestellt durch Tensoren $(n+1)$ -ter Stufe. Es gilt zwar $\chi^{(n)} \ll \chi^{(n-1)}$, bei hohen Intensitäten, wie sie mit Laserstrahlen erreicht werden, sind die Terme höherer Ordnung aber nicht mehr vernachlässigbar. Bei den in dieser Arbeit behandelten Prozessen der Frequenzverdopplung und der parametrischen Fluoreszenz handelt es sich um Effekte zweiter Ordnung. Auf diese beschränkt sich die folgende Darstellung daher, wobei vorausgesetzt wird, dass Nichtlinearitäten dritter und höherer Ordnung vernachlässigbar sind.

Die Suszeptibilität zweiter Ordnung ist in isotropen Kristallen und Kristallen mit Inversionssymmetrie, wie sich leicht einsehen lässt, immer Null, denn bei Inversion der räumlichen Koordinaten ($\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$) ändern sich die Vorzeichen der E -Felder und der Polarisation:

$$P(\vec{r}) = \chi^{(2)} E(\vec{r}) E(\vec{r}) \rightarrow -P(\vec{r}) = \chi^{(2)} E(-\vec{r}) E(-\vec{r}). \quad (1.45)$$

Die Suszeptibilität zweiter Ordnung muss also für inversionssymmetrische Medien verschwinden, so dass 11 der 32 Kristallklassen für Prozesse zweiter Ordnung entfallen. Im Gegensatz dazu existiert die kubische Suszeptibilität in allen Kristallen. Für die Polarisation zweiter Ordnung ergibt sich in Komponentenschreibweise:

$$P_i^{(2)} = \epsilon_0 \sum_j \sum_k \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k. \quad (1.46)$$

Der Suszeptibilitätstensor zweiter Ordnung $\chi_{ijk}^{(2)}$ besitzt 27 Komponenten, die allerdings nicht alle voneinander unabhängig sind. Aufgrund der generellen Austauschbarkeit von zwei elektrischen Feldern gilt $\chi_{ijk}^{(2)} = \chi_{ikj}^{(2)}$, woraus sich die Zahl der unabhängigen Komponenten auf 18 reduziert. Aufgrund von Symmetrieeigenschaften verringert sich diese Anzahl bei

den meisten der gewöhnlich verwendeten Kristalle noch einmal stark. So entarten beispielsweise in isotropen Medien und im Vakuum die Suszeptibilitätstensoren aller Ordnungen zu Skalaren. Auch in anisotropen Medien ist es bei gegebener Raumorientierung von Kristallachsen, Ausbreitungsrichtung und Polarisation zur weiteren Vereinfachung möglich, einen skalaren effektiven nichtlinearen Koeffizienten d_{eff} einzuführen.

Als Beispiel für die Verwendung von Symmetrieverlegungen soll wegen der starken Vereinfachung, die in diesem Fall möglich ist, die Frequenzverdopplung in einem Kalium-Dihydrogen-Phosphat-Kristall (KDP) betrachtet werden.

In KDP gibt es aus Symmetriegründen nur drei beitragende Koeffizienten: $\chi_{xyz}^{(2)}$, $\chi_{yxx}^{(2)}$ und $\chi_{zxy}^{(2)}$ [Dem96]. Betrachtet man nun eine in z -Richtung durch den Kristall propagierende elektrische Welle mit der Frequenz ω

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t - \vec{k} \cdot \vec{z} \quad \text{und} \quad \vec{E}_0 = (E_x, E_y, 0), \quad (1.47)$$

so verbleibt wegen $E_z = 0$ nur eine einzige Polarisationskomponente zweiter Ordnung:

$$P_z^{(2)}(2\omega) = \epsilon_0 \chi_{zyx} E_y(\omega) E_x(\omega). \quad (1.48)$$

Nach Einsetzen der Kosinus-Abhängigkeit folgt

$$P_z^{(2)}(2\omega) = \epsilon_0 \chi_{zyx} \cos^2(\omega t) E_y E_x, \quad (1.49)$$

was sich mit Hilfe der trigonometrischen Beziehung $2 \cos^2 \alpha - 1 = \cos 2\alpha$ zu

$$P_z^{(2)}(2\omega) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \chi_{zyx} E_y E_x (1 + \cos(2\omega t)) \quad (1.50)$$

umformen lässt. In dieser Form erkennt man, dass die Polarisierung aus einem frequenzunabhängigen Term und einem zweiten Term besteht, der mit der doppelten Frequenz der einfallenden Welle oszilliert. Es wird also eine frequenzverdoppelte Welle erzeugt, die senkrecht zur einfallenden Welle linear polarisiert ist.

Neben der Erzeugung der zweiten Harmonischen (*second harmonic generation, SHG*) sind in nichtlinearen Medien auch andere Effekte möglich. Als Effekt zweiter Ordnung kann z. B. auch die Wellenmischung auftreten, bei der zwei Wellen mit unterschiedlichen Frequenzen eingestrahlt werden, die im Kristall eine neue Welle erzeugen, deren Frequenz der Summe oder Differenz dieser Wellen entspricht. Ein wichtiger Spezialfall der Differenzfrequenz-Erzeugung ist die spontane parametrische Fluoreszenz (*spontaneous parametric down-conversion, SPDC*), bei der eine schwache Signalwelle zusammen mit einer starken Pumpwelle eingestrahlt wird. Es wird dann nicht nur eine Welle, die sogenannte Idlerwelle, mit der Differenzfrequenz generiert, sondern unter bestimmten Voraussetzungen ist es auch möglich, dass die Signalwelle verstärkt wird. Dieser Prozess findet auch statt, wenn nur die Pumpwelle eingestrahlt wird, da anstelle der Signalwelle auch Vakuumfluktuationen ausreichen, um den Prozess anzutreiben.

Die parametrische Fluoreszenz findet unter Beachtung der Energie- und Impulserhaltung statt:

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i , \quad (1.51)$$

$$\vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_i . \quad (1.52)$$

Findet der Prozess der parametrischen Fluoreszenz in einem Resonator statt, spricht man von einem Optisch Parametrischen Oszillatoren (OPO). Abhängig davon, welche Wellen in dem Resonator die Resonanzbedingung erfüllen, nennt man den OPO einfachresonant, wenn nur eine der beiden Fluoreszenzwellen in Resonanz gehalten wird, oder doppelresonant. Wenn darüber hinaus auch noch die Pumpwelle resoniert wird, spricht man von einem pumpverstärkten OPO.

1.2.2 Phasenanpassung in nichtlinearen Kristallen

Das Konzept der Phasenanpassung wird im Folgenden der Übersichtlichkeit halber nur für den Prozess der Frequenzverdopplung besprochen. Für die parametrische Fluoreszenz gelten analoge Gleichungen.

Phasenfehlanpassung: Die Phasenfehlanpassung

$$\Delta k = k_{2\omega} - 2k_\omega = \frac{2\omega}{c} (n_{2\omega} - n_\omega) \quad (1.53)$$

ist die Differenz der Wellenvektoren von Grund- und Oberwelle. Für ebene Wellen ist die Leistung der Oberwelle eine sinc^2 -Funktion der Phasenfehlanpassung [Boy92]:

$$P_{2\omega} \propto \text{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k l}{2} \right) P_\omega^2 . \quad (1.54)$$

Ist $\Delta k \neq 0$, so haben Grund- und Oberwelle unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten und es kommt zu einem Phasenunterschied zwischen den an verschiedenen Orten im Kristall erzeugten Teilen der Oberwelle. Dadurch baut sich die Leistung der Oberwelle nur bis zu einer bestimmten Länge im Kristall auf, der Kohärenzlänge

$$l_c = \frac{\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda}{4(n_{2\omega} - n_\omega)} . \quad (1.55)$$

Nach der Kohärenzlänge nimmt die Konversionsleistung wieder ab und ist nach Durchlaufen der doppelten Kohärenzlänge auf Null abgefallen. Energetisch betrachtet findet eine Rückkonversion in die Fundamentalwelle statt. Aufgrund des großen Wellenlängenunterschieds zwischen Grund- und Oberwelle bei der Frequenzverdopplung ergibt sich oft eine Differenz der Brechungsindizes $|n_{2\omega} - n_\omega|$ von mehreren Prozent. Die im Abstand von einigen zehn Wellenlängen erzeugten Anteile der zweiten Harmonischen sind daher bereits weit außer Phase, dass sie sich destruktiv überlagern. Die Kohärenzlänge liegt deshalb in typischen Kristallen im Bereich von etwa 5 bis 100 μm .

Kritische Phasenanpassung: Um die Erzeugung einer makroskopischen Oberwelle zu ermöglichen, ist es notwendig, die Wellen der Fundamentalen und der Harmonischen über die gesamte Länge des Kristalls in Phase zu halten. Dies ist im Grenzfall von ebenen Wellen nur erreichbar, wenn deren Phasengeschwindigkeit gleich ist und damit die Wellenvektoren für die Fundamentalwelle und die frequenzverdoppelte Welle die Beziehung

$$\vec{k}_{2\omega} = \vec{k}_\omega + \vec{k}_\omega = 2\vec{k}_\omega \quad (1.56)$$

bzw.

$$\Delta\vec{k} = \vec{k}_{2\omega} - 2\vec{k}_\omega = 0 \quad (1.57)$$

erfüllen. Für den wichtigen Fall der kollinearen Ausbreitung bei der SHG ist die Phasenanpassung genau dann erfüllt, wenn die Brechungsindizes von Pumpe und zweiter Harmonischer gleich sind: $n_\omega = n_{2\omega}$. In isotropen Kristallen gilt aber aufgrund der normalen Dispersion immer $n_\omega < n_{2\omega}$. Anomale Dispersion kann nicht zum Erreichen der Phasenanpassungsbedingung verwendet werden, da die Absorption in Materialien, die anomale Dispersion zeigen, im Allgemeinen zu hoch ist. Erreichen lässt sich die Bedingung $n_\omega = n_{2\omega}$ allerdings in anisotropen Kristallen aufgrund der Doppelbrechung.

Bei anisotropen Materialien unterscheidet man zwischen optisch einachsigen und zweiachsigen Kristallen. Einachsige Kristalle besitzen aufgrund ihrer Gitterstruktur eine ausgezeichnete Richtung, die als optische Achse bezeichnet wird. Zusammen mit dem k -Vektor der Fundamentalwelle spannt diese eine Ebene, die Hauptebene, auf. Eine senkrecht zur Hauptebene polarisierte Welle wird ordentlich (*ordinary*), eine in der Hauptebene polarisierte außerordentlich (*extraordinary*) genannt. Der Brechungsindex des ordentlichen Strahls n^o ist nicht vom Winkel θ zwischen Ausbreitungsrichtung und optischer Achse abhängig, der des außerordentlichen Strahls n^e hingegen schon. Diese Abhängigkeit lässt sich durch eine Ellipsengleichung wiedergeben [Dmi99]:

$$\frac{1}{n^e(\theta)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2}. \quad (1.58)$$

Äquivalent dazu kann man schreiben:

$$n^e(\theta) = n_o \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 + (n_o/n_e)^2 \tan^2 \theta}}. \quad (1.59)$$

Die Hauptachsen dieser Ellipse n_o und n_e geben in ihrer Länge die Brechungsindizes in der Ebene an, die senkrecht auf der optischen Achse steht und werden Hauptwerte genannt. Da die Polarisation des ordentlichen Strahls immer senkrecht zur optischen Achse steht, gilt $n^o \equiv n_o$. Die Differenz der beiden Hauptwerte $\Delta n = n_e - n_o$ ist ein Maß für die Stärke der Doppelbrechung des Materials. Je nach Vorzeichen von Δn nennt man das Material optisch positiv bzw. optisch negativ. Durch den Effekt der Doppelbrechung kann die normale Dispersion, also die Wellenlängenabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit, durch die Polarisationsabhängigkeit ausgeglichen werden. Dazu muss bei der Frequenzverdopplung in

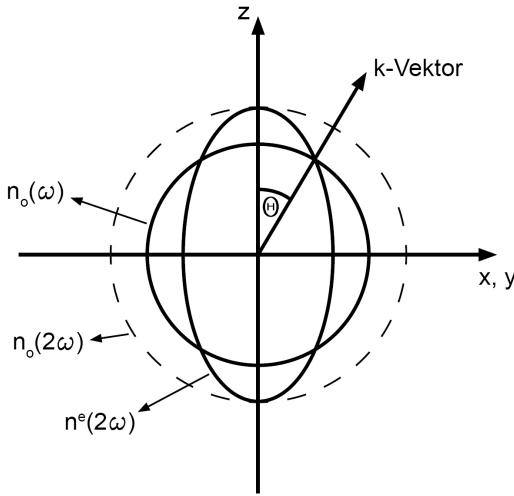


Abbildung 1.7: Winkelabhängigkeit der Brechungsindizes für außerordentlichen und ordentlichen Strahl von Grund- und Oberwelle in einem optisch negativen Kristall. Am Schnittpunkt zwischen Ellipse und Kreis ist die Phasenanpassung erfüllt. Strahlt man die Fundamentalwelle unter dem Winkel Θ ein, kann sich eine makroskopische Oberwelle aufbauen.

optisch positiven Kristallen die Fundamentalwelle als außerordentliche Welle eingestrahlt werden, bei optisch negativen Kristallen als ordentliche. Man spricht in diesen Fällen von Typ-I-Phasenanpassung. Besteht bei der Frequenzverdopplung die Eingangswelle bzw. bei der parametrischen Fluoreszenz die Ausgangswelle aus ordentlich und außerordentlich polarisierten Anteilen, bezeichnet man den Prozess als Typ-II-Phasenanpassung.

Im Falle eines optisch negativen Kristalls muss also der Brechungsindex für ordentliche Strahlen bei der Pumpwellenlänge $n_o(\omega)$ mit dem Brechungsindex für außerordentliche Strahlen bei der doppelten Wellenlänge $n^e(2\omega)$ übereinstimmen. Dies ist bei der Darstellung als Indexellipsoid wie in Abbildung 1.7 an den Schnittstellen von Kreis und Ellipse der Fall. Der entsprechende Winkel θ ist der gesuchte Phasenanpassungswinkel. Wird die Pumpwelle unter diesem Winkel eingestrahlt kann sich eine makroskopische Oberwelle ausbilden. In der Praxis verursacht eine Verkippung des nichtlinearen Kristalls bei der Suche nach dem optimalen Winkel oft eine Neujustage des Resonators, weshalb man diese Art der Phasenanpassung auch als kritische Phasenanpassung bezeichnet. Für die Anwendung sind nichtlineare Kristalle daher oft bereits im richtigen Winkel geschnitten. Die Brechungsindizes für den jeweiligen Spezialfall können mit sogenannten Sellmeier-Gleichungen [Dmi99] berechnet werden, die semi-empirisch die Wellenlängen- und Temperaturabhängigkeit der Brechzahlen beschreiben.

In optisch biaxialen Kristallen ist die Berechnung der Abhängigkeit der Brechungsindizes von der Ausbreitungsrichtung und der Polarisation sehr viel aufwändiger als im uni-

axialen Fall. Die Brechungsindizes sind nun auch vom azimuthalen Winkel ϕ abhängig, da die Brechungsindizes entlang aller drei kristallographischen Achsen unterschiedlich sind ($n_x \neq n_y \neq n_z$). Es ergeben sich zwei ausgezeichnete optische Achsen. Zur Vereinfachung beschränkt man sich oft auf die Brechungsindizes in den Hauptebenen. Für bestimmte Fälle ist dann eine Rückführung auf den uniaxialen Fall möglich. So kann z.B. ein biaxialer Kristall, für den $n_x < n_y < n_z$ gilt, in der xz -Ebene wie ein negativer uniaxialer Kristall behandelt werden, wobei $n_y = n_o$ ist und

$$n^e(\phi) = n_z \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \phi}{1 + (n_z/n_x)^2 \tan^2 \phi}}. \quad (1.60)$$

Entsprechende Formeln gelten für die anderen Ebenen.

Walk-Off-Effekt: Durch den Tensorcharakter der Suszeptibilität fällt die Richtung der Strahlausbreitung im Allgemeinen nicht mit der des Wellenvektors zusammen. Die Ausbreitungsrichtung wird durch den Energiefluss, repräsentiert durch den Poyntingvektor S , bestimmt. Dieser liegt senkrecht zur Tangente an das Indexellipsoid am Schnittpunkt zwischen dem Ellipsoid und dem k -Vektor. Für ordentlich polarisierte Wellen ist die $n(\theta)$ -Kurve immer ein Kreis, so dass die Normale an der Tangente mit dem Wellenvektor zusammenfällt. Für die Ellipse einer außerordentlichen Welle ergibt sich jedoch ein Winkel ρ zwischen Poyntingvektor und Wellenvektor, der sogenannte Walk-Off-Winkel [Dmi99]. Er ist vom Winkel θ zwischen dem k -Vektor und der optischen Achse abhängig und, über die Brechungsindizes, auch von der Wellenlänge und der Temperatur:

$$\rho(\theta) = \pm \arctan \left(\frac{n_o^2}{n_e^2} \tan \theta \right) \mp \theta. \quad (1.61)$$

Das obere Vorzeichen gilt dabei jeweils für einen optisch negativen Kristall, das untere für einen optisch positiven.

Für nichtlineare Wechselwirkungen in Kristallen bedeutet der Walk-Off oft eine Begrenzung der Wechselwirkungslänge, da die unterschiedlich polarisierten Anteile der Wellen auseinanderlaufen und nach einer gewissen Wegstrecke nicht mehr überlappen.

Unkritische Phasenanpassung: Da die Brechungsindizes auch eine Temperaturabhängigkeit zeigen, lässt sich für manche Materialien für bestimmte Wellenlängenbereiche die Phasenanpassung auch über eine Variation der Kristalltemperatur erreichen. Voraussetzung dafür ist das unterschiedliche Temperaturverhalten von ordentlichem und außerordentlichem Brechungsindex. Der Winkel θ zwischen Ausbreitungsrichtung und optischer Achse ist dann nicht mehr durch die Phasenanpassung vorgegeben, sondern frei wählbar. Man verwendet bei der Frequenzverdopplung oft Materialien, bei denen diese Art der Phasenanpassung für $\theta = 90^\circ$ möglich ist, weil dann die Ausbreitungsrichtungen für Grund- und Oberwelle übereinstimmen. Aufgrund des nicht vorhandenen Walk-Offs kann das Wechselwirkungsvolumen dann sehr groß werden. Da bei dieser Abstimmungsmöglichkeit im Gegensatz zur Winkelanpassung keine Nachjustage erforderlich ist, wird sie als unkritische

Phasenanpassung bezeichnet.

Häufig wird auch eine Kombination beider Varianten angewendet. Die Grobeinstellung erfolgt dabei über die Einstellung des Winkels, die Feinabstimmung über eine Temperaturänderung.

Quasi-Phasenanpassung: Seit einigen Jahren bestehen die fertigungstechnischen Voraussetzungen für eine weitere Möglichkeit, die Rückkonversion der zweiten Harmonischen nach der Kohärenzlänge l_c von einigen $10 \mu\text{m}$ zu verhindern, die ohne Erfüllung der üblichen Phasenanpassungsbedingung auskommt. Bei der Quasi-Phasenanpassung (*quasi-phase matching, QPM*) wird beim Herstellungsprozess des Kristalls die Richtung seiner optischen Achse jeweils nach der Kohärenzlänge umgekehrt. Dies geschieht durch das kurzzeitige Anlegen eines Hochspannungsfeldes an den notwendigerweise ferroelektrischen Kristall, wodurch dieser Domänen mit alternierender Polarität erhält. Man bezeichnet dieses Verfah-

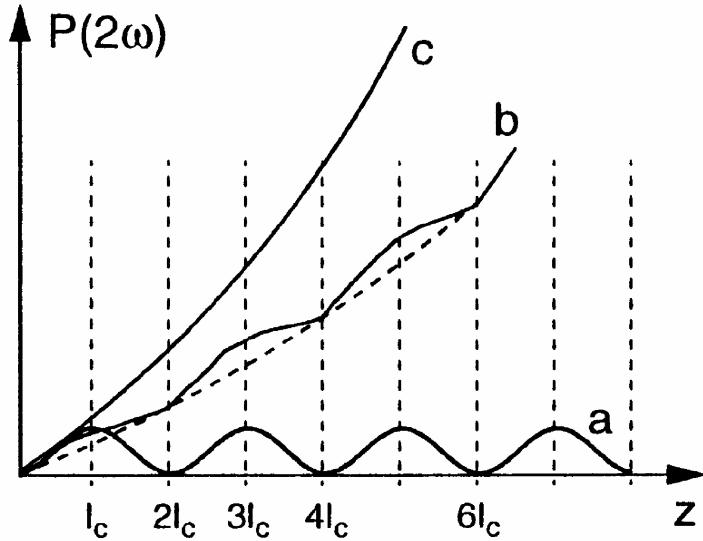


Abbildung 1.8: Frequenzverdoppelte Leistung innerhalb eines Kristalls a) ohne Phasenanpassung, b) bei Quasi-Phasenanpassung und c) bei Phasenanpassung [Dem00].

ren als periodische Polung. Die nichtlineare Suszeptibilität ändert in einem so hergestellten Kristall periodisch ihr Vorzeichen, wodurch die Phasenfehlplanpassung jeweils zurückgesetzt wird und es zu einer sukzessiven Verstärkung der zweiten Harmonischen kommt. Die Größe der Polungsperiode ist:

$$\Lambda = \frac{2\pi}{\Delta k} . \quad (1.62)$$

Wenn die Umpolung nicht nach der Kohärenzlänge, sondern ungeradzahligen Vielfachen davon, vorgenommen wird, spricht man von einer QPM höherer Ordnung. Die effektive Nichtlinearität m . Ordnung lautet für diesen Fall [Fej92]

$$d_{\text{eff}} = \frac{2}{m\pi} d . \quad (1.63)$$

Auch in erster Ordnung ist die Effektivität also durch den konstanten Faktor $2/\pi$ im Vergleich zur gewöhnlichen Phasenanpassung herabgesetzt. Da die Propagationsrichtung nun aber nicht mehr durch die Phasenanpassung festgelegt ist, kann die Richtung mit dem höchsten nichtlinearen Koeffizienten des Suszeptibilitätstensors verwendet werden, was ein entscheidender Vorteil ist. Hinzu kommt, dass durch die periodische Polung auch der Walk-Off des außerordentlichen Strahls verhindert werden kann und damit eine Nutzung von längeren Kristallen möglich ist.

Besonders erfolgreich wird QPM zur Zeit bei Lithium-Niobat (PPLN) und Kalium-Titanyl-Phosphat (PPKTP) eingesetzt. Ein Nachteil ist die fertigungsbedingt begrenzte Größe der Kristalle in Polungsrichtung von etwa 1-1,5 mm. Begrenzt wird die Anwendung der Quasi-Phasenanpassung derzeit aber vor allem durch die Länge der Polungsperiode. Für kurze Wellenlängen ist diese nur einige μm groß, wodurch bei einigen Materialien Schwierigkeiten beim Polungsprozess auftreten. Benachbarte Domänen haben dann eine höhere Wahrscheinlichkeit zusammenzulaufen, was zu einer Verringerung der Effizienz führt.

1.2.3 Boyd-Kleinman-Theorie

Ein entscheidendes Kriterium beim Aufbau einer Frequenzverdopplung ist eine möglichst hohe Leistung der zweiten Harmonischen bzw. eine hohe Konversionseffizienz. Gleichung (1.54), die die Abhängigkeit der Oberwellenleistung von der Grundwellenleistung beschreibt, beruht auf der Näherung ebener Wellen. Die quadratische Abhängigkeit der Leistung der zweiten Harmonischen von der Pumpwellenleistung lässt allerdings auf eine Erhöhung der Konversionseffizienz durch eine Fokussierung der Pumpwelle im Kristall schließen. Eine Behandlung als ebene Welle ist nicht mehr möglich, da die Wellenfronten außerhalb des Fokus gekrümmmt sind und der Strahl ein gaußförmiges Intensitätsprofil aufweist.

Die Optimierung der Strahlparameter eines Gaußschen Strahls wurde von *Boyd* und *Kleinman* ausführlich untersucht [Boy68]. Berücksichtigt wurden dabei die Fokussierung, die Phasenanpassung, der Walk-Off und die Absorptionsverluste im Kristall. Die für diese Arbeit wichtigen Ergebnisse sollen hier zusammengefasst werden.

Unter Berücksichtigung aller oben genannten Parameter ergibt sich als Leistung der zweiten Harmonischen:

$$P_{2\omega} = \frac{16\pi^2 d_{\text{eff}}^2 l}{\epsilon_0 c n_\omega n_{2\omega} \lambda_\omega^3} e^{-\alpha l} h(\beta, \kappa, \mu, \sigma, \xi) P_\omega^2 \equiv \kappa_{\text{NL}} P_\omega^2. \quad (1.64)$$

Durch die quadratische Abhängigkeit der Oberwellenleistung von der Pumpleistung P_ω ist es sinnvoll, den Prozess der Frequenzverdopplung in einem Resonator stattfinden zu lassen, da dann die überhöhte zirkulierende Leistung als Pumpleistung genutzt wird.

Auch der effektive nichtlineare Koeffizient d_{eff} geht quadratisch in die Oberwellenleistung $P_{2\omega}$ ein. Dieser hängt, wie in Abschnitt 1.2.1 gezeigt, von der Wahl des Kristalls und der Kristallorientierung ab. Die lineare Abhängigkeit von der Kristalllänge l relativiert sich dadurch, dass bei einem längeren Kristall die optimale Fokussierung schwächer ist, was wiederum zu einer Reduktion der Effizienz führt. Hinzu kommt, dass die Wechselwir-

kungslänge oft ohnehin durch den Walk-Off-Effekt begrenzt ist. Außerdem können viele Kristalle nicht in beliebigen Längen hergestellt werden oder die Qualität wird bei längeren Kristallen schlechter.

Neben den von Kristall und Wellenlänge abhängigen Faktoren ist der Konversionskoeffizient κ_{NL} auch von einem von *Boyd* und *Kleinman* eingeführten und nach ihnen benannten Faktor

$$h(\beta, \kappa, \mu, \sigma, \xi) = \frac{1}{4\xi} \int_{-\xi}^{\xi} \int_{-\xi}^{\xi} d\tau d\tau' \frac{e^{i\sigma(\tau-\tau') - \beta^2(\tau-\tau')^2}}{(1+i\tau)(1-i\tau')} \quad (1.65)$$

abhängig. Über diesen Parameter kann die Frequenzkonversion bei gegebenem Kristall optimiert werden. h ist abhängig von den Größen $\beta, \kappa, \mu, \sigma, \xi$:

- **Doppelbrechungsparameter β :**

$$\beta = \frac{\rho}{2} \sqrt{\frac{2\pi n_\omega l}{\lambda}} \quad (1.66)$$

Der Doppelbrechungsparameter β beschreibt den Einfluss des Walk-Off-Effekts. Im Fall der unkritischen Phasenanpassung gibt es keinen Walk-Off und β verschwindet. Existiert ein Walk-Off, so steigt β linear mit ρ an.

- **Absorptionsparameter κ :**

$$\kappa = \frac{\lambda}{4\pi\alpha w_0^2 n_\omega} \quad (1.67)$$

Für die Beschreibung der Absorption im Kristall wird ein reduzierter Absorptionskoeffizient eingeführt $\alpha = \alpha_\omega - \frac{1}{2}\alpha_{2\omega}$. Sind die Absorptionsverluste klein ($\alpha l < 10\%$), kann man $\kappa = 0$ setzen und die Absorption durch einen Faktor $e^{-\alpha l}$ in (1.64) berücksichtigen.

- **Fokusposition μ :**

$$\mu = \frac{l - 2f}{l} \quad (1.68)$$

Die Konversionseffizienz ist auch von der Lage des Fokus im Kristall abhängig, der durch den Parameter μ beschrieben wird, wobei f den Abstand des Fokus von der Kristallendfläche angibt. Es ist intuitiv einleuchtend und wurde von *Boyd* und *Kleinman* gezeigt, dass die Effizienz im verlustfreien Fall dann maximal wird, wenn sich der Fokus in der Mitte des Kristalls befindet, also $\mu = 0$ gilt.

- **Phasenverschiebung σ :**

$$\sigma = z_0 \cdot \Delta k \quad (1.69)$$

Die Phasenverschiebung über die Rayleighlänge z_0 wird durch den Faktor σ bestimmt. Die optimale Phasenfehlانpassung Δk verschwindet nur im Falle ebener Wellen. Bei

einem fokussierten Strahl wird mit zunehmender Krümmung der Wellenfront eine Phasenverschiebung erzeugt, wodurch die an unterschiedlichen Orten im Kristall erzeugten Anteile der Oberwelle außer Phase geraten. Minimale destruktive Interferenz ergibt sich dann für einen von Null verschiedenen Wert von Δk .

- **Fokusstärke ξ :**

$$\xi = \frac{l\lambda}{2\pi n_\omega w_0^2} \quad (1.70)$$

Über ξ wird die Stärke der Fokussierung bestimmt. Bei der Frage nach der optimalen Fokussierung der Pumpwelle sind zwei gegenläufige Effekte zu berücksichtigen. Zum einen bedeutet eine stärkere Fokussierung eine höhere Intensität, was zu einer höheren Konversionsleistung führt. Zum anderen vergrößert sich bei einer stärkeren Fokussierung die Divergenz des Strahls, so dass die Phasenanpassung nur in einem kleineren Wechselwirkungsvolumen erfüllt ist. Mathematisch spiegelt sich das in der reziproken Abhängigkeit des Boyd-Kleinman-Faktors von der Fokusstärke ξ wieder. Es muss also ein Kompromiss bei der Fokussierung gefunden werden, dessen Ziel die Bestimmung des optimalen Werts für die Strahltaille $w_{0,opt}$ ist.

Die Optimierung des Boyd-Kleinman-Faktors erfolgt numerisch, da sich das Integral in (1.65) nicht analytisch lösen lässt.

Bei unkritischer Phasenanpassung erhält man für $h_{opt}(\beta, \kappa, \mu, \sigma, \xi)$ einen Maximalwert von 1,068. Im Falle der kritischen Phasenanpassung ist der optimale Wert wegen des Walk-Off-Effekts kleiner. Mit Kenntnis von ξ_{opt} lässt sich dann die optimale Strahltaille bestimmen

$$w_{0,opt} = \sqrt{\frac{l\lambda}{2\pi n_\omega \xi_{opt}}}. \quad (1.71)$$

Bei der Optisch Parametrischen Oszillation ergibt sich ein ganz ähnlicher Konversionskoeffizient. Für einen einfachresonanten OPO mit Pumpverstärkung lautet er [Wei99]:

$$\kappa_{NL} = \frac{2\mu_0\omega_s^2\omega_i^2d^2}{c^2n_p^2\omega_p}\frac{z_0}{\pi} \int_{-\xi}^{\xi} \int_{-\xi}^{\xi} \frac{e^{i\Delta kz_0(\tau-\tau')}}{(1-i\tau)(1+i\tau') - (1 - \frac{n_i\omega_i}{n_p\omega_p})^2(1+i\tau)(1-i\tau')} d\tau d\tau'. \quad (1.72)$$

Man erkennt auch hier eine, dem Boyd-Kleinman-Faktor ähnliche, Größe.

1.3 Photonenstatistik

1.3.1 Quantisierung des elektromagnetischen Feldes

In diesem Abschnitt sollen die zum Verständnis der Messergebnisse notwendigen Grundlagen eingeführt werden. Für eine ausführliche und strenge Begründung der hier verwendeten Konzepte sei auf die Fachliteratur verwiesen (z.B. [Lou91, Wal95, Mes05]). Diese Ausführungen sowie die von Glauber [Gla63] werden im Folgenden zusammengefasst.

Das elektrische Feld im Inneren eines leitenden Hohlraums lässt sich in seine Eigenschwingungen zerlegen

$$\begin{aligned} E(\vec{r}, t) &= i \sum_k \left(\frac{\hbar \omega_k}{2\epsilon_0} \right)^{1/2} [a_k u_k(\vec{r}) e^{-i\omega_k t} - a_k^\dagger u_k^*(\vec{r}) e^{i\omega_k t}] \\ &= E^{(+)} + E^{(-)}, \end{aligned} \quad (1.73)$$

wobei $u_k(\vec{r})$ die Modenfunktionen bei den Frequenzen ω_k beschreiben. Die diskrete Variable k ist dabei der Modenindex, die dimensionslosen adjungierten Operatoren a_k und a_k^\dagger sind Vernichtungs- und Erzeugungsoperatoren. In der klassischen elektromagnetischen Theorie stehen an ihrer Stelle die komplexen Fourieramplituden. Für die Operatoren gelten die Vertauschungsrelationen für Bosonen

$$[a_k, a_{k'}] = [a_k^\dagger, a_{k'}^\dagger] = 0, \quad [a_k, a_{k'}^\dagger] = \delta_{k,k'}. \quad (1.74)$$

Setzt man in den Hamiltonoperator des elektromagnetischen Feldes

$$H = \frac{1}{2} \int (\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2) d\vec{r} \quad (1.75)$$

das quantisierte elektrische Feld aus (1.73) und den entsprechenden Ausdruck für \vec{H} ein, so erhält man nach einiger Rechnung den bekannten Ausdruck für den Hamiltonian des elektromagnetischen Feldes:

$$H = \sum_k \hbar \omega_k \left(a_k^\dagger a_k + \frac{1}{2} \right). \quad (1.76)$$

Das Produkt $a_k^\dagger a_k$ ist dabei der Besetzungszahloperator n_k , der die Anzahl der Photonen mit der Energie $\hbar \omega_k$ in der jeweiligen Mode beschreibt. Die Energie der Vakuumfluktuationen wird durch den Term $\hbar \omega_k / 2$ repräsentiert.

1.3.2 Korrelationsfunktionen

Korrelationsfunktion 1. Ordnung: Die Wahrscheinlichkeit, mit einem Photonendetektor ein Photon zu messen, beträgt

$$T_{fi} = |\langle f | E^{(+)}(\vec{r}, t) | i \rangle|^2, \quad (1.77)$$

wobei $|i\rangle$ und $|f\rangle$ Anfangs- und Endzustand des Feldes beschreiben. Um die in einer Messung relevante Zählrate zu bestimmen, summiert man über alle möglichen Endzustände und erhält die durchschnittliche Feldintensität

$$\begin{aligned} I(\vec{r}, t) &= \sum_f T_{fi} = \sum_f \langle i | E^{(-)}(\vec{r}, t) | f \rangle \langle f | E^{(+)}(\vec{r}, t) | i \rangle \\ &= \langle i | E^{(-)}(\vec{r}, t) E^{(+)}(\vec{r}, t) | i \rangle. \end{aligned} \quad (1.78)$$

Dies ist das Ergebnis für einen reinen Zustand $|i\rangle$. Die Verallgemeinerung für einen gemischten Zustand erhält man durch eine gewichtete Mittelung über die Anfangszustände

$$\begin{aligned} I(\vec{r}, t) &= \sum_i P_i \langle i | E^{(-)}(\vec{r}, t) E^{(+)}(\vec{r}, t) | i \rangle \\ &= \text{Sp}\{\rho E^{(-)}(\vec{r}, t) E^{(+)}(\vec{r}, t)\}, \end{aligned} \quad (1.79)$$

mit dem Dichteoperator

$$\rho = \sum_i P_i |i\rangle \langle i|. \quad (1.80)$$

Dabei erhält man für den Vakuumzustand

$$\rho = |0\rangle \langle 0| \quad (1.81)$$

eine Intensität von Null. Man bezeichnet die Funktion 1.79 auch als Korrelationsfunktion erster Ordnung $G^{(1)}$. Da zwei Operatoren im Allgemeinen nicht vertauschen, ist deren Reihenfolge entscheidend. Die Korrelationsfunktion ist normal geordnet, d. h. alle Vernichtungsoperatoren stehen rechts von allen Erzeugungsoperatoren.

Die Korrelationsfunktion erster Ordnung ist positiv definit und erfüllt die Cauchy-Schwarz-Ungleichung. Mit ihr kann klassische optische Interferenz wie im Young'schen Doppelpaltexperiment beschrieben werden. Die Funktion trägt auch den Namen Kohärenzfunktion. Beim Doppelpaltexperiment wird der Grad der Kohärenz am Kontrastverhältnis (*visibility*)

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (1.82)$$

des Interferenzmusters gemessen. Die größte Visibility wird erreicht, wenn

$$|G^{(1)}(x_1, x_2)| = [G^{(1)}(x_1, x_1) G^{(1)}(x_2, x_2)]^{1/2} \quad (1.83)$$

gilt, dabei ist $x = (\vec{r}, t)$. Zur einfacheren Beschreibung kann man daher die normalisierte Korrelationsfunktion

$$g^{(1)}(x_1, x_2) = \frac{G^{(1)}(x_1, x_2)}{[G^{(1)}(x_1, x_1) G^{(1)}(x_2, x_2)]^{1/2}} \quad (1.84)$$

introduzieren, die Werte zwischen 0 und 1 annimmt, wobei $g^{(1)}(x_1, x_2) = 1$ im Fall maximaler Kohärenz gilt. Dies ist dann der Fall, wenn es möglich ist $G^{(1)}(x_1, x_2)$ zu faktorisieren, d. h. wenn sich schreiben lässt

$$G^{(1)}(x_1, x_2) = \epsilon^{(-)}(x_1) \epsilon^{(+)}(x_2), \quad (1.85)$$

wobei $\epsilon^{(-)}(x_1)$ und $\epsilon^{(+)}(x_2)$ komplexe Zahlen sind.

Man kann diese Ergebnisse verallgemeinern, indem man eine Korrelationsfunktion n -ter Ordnung einführt:

$$G^{(n)}(x_1, \dots, x_n, x'_1, \dots, x'_n) = \text{Sp}\{\rho E^{(-)}(x_1) \dots E^{(-)}(x_n) E^{(+)}(x'_1) \dots E^{(+)}(x'_n)\}. \quad (1.86)$$

Ein Feld wird dann als vollständig kohärent bezeichnet, wenn sich die Korrelationsfunktion n -ter Ordnung faktorisieren lässt.

Korrelationsfunktion 2. Ordnung: Im Gegensatz zur $G^{(1)}$ -Funktion, die Aussagen über die Korrelation der Amplituden macht, beschreibt die $G^{(2)}$ -Funktion die Intensitätskorrelation. Zur Vereinfachung wird im Folgenden vorausgesetzt, dass die Photonen alle am selben Ort detektiert werden, wobei ein Photon zur Zeit t , ein anderes zur Zeit $t + \tau$ gemessen wird. Die normal geordnete $G^{(2)}$ -Funktion lautet:

$$\begin{aligned} G^{(2)}(\tau) &= \langle E^{(-)}(t)E^{(-)}(t + \tau)E^{(+)}(t + \tau)E^{(+)}(t) \rangle \\ &= \langle :I(t)I(t + \tau): \rangle \\ &\propto \langle :n(t)n(t + \tau): \rangle. \end{aligned} \quad (1.87)$$

Es ist wiederum nützlich, die normalisierte Korrelationsfunktion

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{G^{(2)}(\tau)}{|G^{(1)}(0)|^2} \quad (1.88)$$

einzu führen. Diese hat für ein klassisches Feld mit einer einzelnen Mode bei $\tau = 0$ folgende Gestalt:

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{\int P(\epsilon)(|\epsilon|^2 - \langle |\epsilon|^2 \rangle)^2 d\epsilon}{(\langle |\epsilon|^2 \rangle)^2}. \quad (1.89)$$

Für klassische Felder ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(\epsilon)$ positiv definit, daher gilt:

$$g^{(2)}(0) \geq 1. \quad (1.90)$$

Betrachtet man ein Feld, das sich durch Gaußsche Statistik beschreiben lässt, so lautet die $G^{(2)}$ -Funktion:

$$\begin{aligned} G^{(2)}(\tau) &= \langle E^{(-)}(\epsilon, t)E^{(-)}(\epsilon, t + \tau)E^{(+)}(\epsilon, t)E^{(+)}(\epsilon, t + \tau) \rangle \\ &= \langle E^{(-)}(\epsilon, t)E^{(-)}(\epsilon, t + \tau) \rangle \langle E^{(+)}(\epsilon, t + \tau)E^{(+)}(\epsilon, t) \rangle \\ &\quad + \langle E^{(-)}(\epsilon, t)E^{(+)}(\epsilon, t) \rangle \langle E^{(-)}(\epsilon, t + \tau)E^{(+)}(\epsilon, t + \tau) \rangle \\ &\quad + \langle E^{(-)}(\epsilon, t + \tau)E^{(+)}(\epsilon, t) \rangle \langle E^{(-)}(\epsilon, t + \tau)E^{(+)}(\epsilon, t) \rangle. \end{aligned} \quad (1.91)$$

Für Felder, die keine phasenabhängigen Fluktuationen zeigen, kann der erste Term vernachlässigt werden:

$$G^{(2)}(\tau) = G^{(1)}(0)^2 + |G^{(1)}(\tau)|^2 \quad \text{bzw.} \quad g^{(2)}(\tau) = 1 + |g^{(1)}(\tau)|^2. \quad (1.92)$$

Diese Gleichung kann man noch weiter umschreiben, da die $G^{(1)}$ -Funktion die Fouriertransformierte des Spektrums $S(\omega)$ ist:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{-i\omega t} G^{(1)}(\tau). \quad (1.93)$$

Für ein Feld, dessen Spektrum die Form einer Lorentzkurve hat, folgt

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + e^{-\gamma\tau}, \quad (1.94)$$

für ein Feld mit einem Gaußschen Spektrum

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + e^{-\gamma^2 \tau^2} \quad (1.95)$$

und für ein kohärentes Feld

$$g^{(2)}(\tau) = 1. \quad (1.96)$$

Die bisherigen Ausführungen beschränkten sich auf klassische Felder. Betrachtet man hingegen eine einzelne Mode eines Quantenfeldes, so führt das bei $\tau = 0$ auf

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle a^\dagger a^\dagger a a \rangle}{\langle a^\dagger a \rangle^2} = 1 + \frac{V(n) - n}{\bar{n}^2}, \quad (1.97)$$

wobei

$$V(n) = \langle (a^\dagger a)^2 \rangle - \langle a^\dagger a \rangle^2 \quad (1.98)$$

die Varianz des Feldes ist.

Ein kohärenter Zustand unterliegt der Poisson-Statistik und die Varianz ist gleich der mittleren Photonzahl $V(n) = \bar{n}$, so dass man aus (1.97) $g^{(2)}(0) = 1$ abliest.

Ein Fock-Zustand hingegen ist ein Zustand, dessen Photenzahl n scharf und der folglich durch eine verschwindende Varianz ausgezeichnet ist. Es gilt für $n > 2$:

$$g^{(2)}(0) = 1 - \frac{1}{n}. \quad (1.99)$$

An dieser Gleichung zeigt sich der nicht-klassische Charakter eines Fock-Zustands. Während die $g^{(2)}$ -Funktion für klassische Felder ≥ 1 ist, liegt sie für Fock-Zustände bei $\tau = 0$ unter 1. Dies entspricht einem negativen Wert von $P(\epsilon)$, der für eine Wahrscheinlichkeitsverteilung ausgeschlossen ist, man spricht im quantenmechanischen Fall daher von einer Quasi-Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Wenn es sich um eine Lichtquelle handelt, bei der nach der Detektion eines Photons die Wahrscheinlichkeit erhöht ist, noch ein Photon zu messen ($g^{(2)}(0) > g^{(2)}(\tau)$), bei der die Photonen also gebündelt (*bunched*) auftreten, bezeichnet man das als Bunching.

Im umgekehrten Fall ($g^{(2)}(0) < g^{(2)}(\tau)$) spricht man von Antibunching. Da man im Grenzfall $t \rightarrow \infty$ keine Korrelation, also $g^{(2)}(\infty) = 1$ erwartet, ergibt sich für Fock-Zustände Antibunching.

Die Korrelationsfunktion 2. Ordnung für den Zwei-Photonen-Zustand eines entarteten doppelresonanten Optisch Parametrischen Oszillators wird im folgenden Abschnitt berechnet.

1.4 Theoretische Beschreibung des Optisch Parametrischen Oszillators

Zur theoretischen Beschreibung des OPOs wird die Methode des Input-Output-Formalismus verwendet. Mit diesem mathematischen Ansatz ist es möglich, die in den Resonator einlauenden Moden mit den auslaufenden über die interne Dynamik des Systems in Beziehung

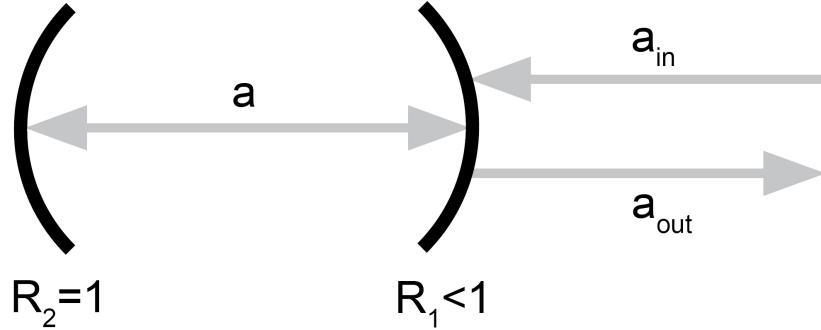


Abbildung 1.9: Schematische Darstellung eines Resonators, dessen interne Mode a über den Spiegel R_1 an die externen Badmoden a_{in} und a_{out} koppelt.

zu setzen. *Collett* und *Gardiner* haben diesen Formalismus auf einen doppelresonanten Optisch Parametrischen Oszillator angewendet [Col84]. Diesem Ansatz folgend sollen in diesem Abschnitt die Operatorgleichungen der auslaufenden Moden und darauf aufbauend die experimentell zugänglichen Größen der Koinzidenzrate und der Korrelationsfunktion hergeleitet werden.

Ein optischer Resonator wird gewöhnlich durch einen Hamiltonoperator der Form

$$H_{tot} = H_{sys} + H_b + H_{int} \quad (1.100)$$

beschrieben, wobei H_{sys} der Hamiltonian der resonatorinternen Moden ist, H_b die Moden eines externen Bades und H_{int} die Wechselwirkung zwischen Bad- und Resonatormoden beschreibt. Setzt man diesen Hamiltonoperator in die Heisenbergsche Bewegungsgleichung für die Resonatormode ein

$$\frac{da}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[a, H_{tot}] = -\frac{i}{\hbar}[a, H_{sys}] - \underbrace{\frac{i}{\hbar}[a, H_b]}_{=0} - \frac{i}{\hbar}[a, H_{int}], \quad (1.101)$$

erhält man

$$\frac{da}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[a, H_{sys}] - \frac{\gamma}{2}a + \Gamma, \quad (1.102)$$

wobei a der Vernichtungsoperator der internen Mode ist, γ die Dämpfungskonstante des Resonators und Γ der Rauschoperator des externen Bades. Wenn man einen der beiden Resonatorspiegel als ideal reflektierend annimmt, so besteht das externe Bad aus dem Feld, das sich jenseits des zweiten Spiegels befindet. Eine solche Situation ist in Abbildung 1.9 dargestellt. Der Rauschoperator Γ besteht damit nur aus dem einfallenden Teil des externen Feldes a_{in} , der mit der Kopplungskonstanten $\sqrt{\gamma}$ an das interne Feld koppelt:

$$\Gamma = \sqrt{\gamma}a_{in}. \quad (1.103)$$

Bei der Zeitumkehr von Gleichung (1.102) müssen die Operatoren der einfallenden Welle durch die der ausfallenden ersetzt und das Vorzeichen im Systemteil geändert werden:

$$\frac{da}{d(-t)} = \frac{i}{\hbar} [a, H_{sys}] - \frac{\gamma}{2} a + \sqrt{\gamma} a_{out}. \quad (1.104)$$

Addition von (1.102) und (1.104) ergibt die Randbedingung am Ort des Spiegels, die eine Beziehung zwischen internen und externen Moden herstellt:

$$\sqrt{\gamma} a = a_{in} + a_{out}. \quad (1.105)$$

Die zwei erhaltenen äquivalenten Gleichungen

$$\frac{da}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [a, H_{sys}] - \frac{\gamma}{2} a + \sqrt{\gamma} a_{in} = -\frac{i}{\hbar} [a, H_{sys}] + \frac{\gamma}{2} a - \sqrt{\gamma} a_{out} \quad (1.106)$$

können für lineare Systeme auch in Matrixform geschrieben werden

$$\frac{d\hat{a}}{dt} = \hat{A}\hat{a} - \frac{\gamma}{2}\hat{a} + \sqrt{\gamma}\hat{a}_{in} = \hat{A}\hat{a} + \frac{\gamma}{2}\hat{a} - \sqrt{\gamma}\hat{a}_{out}, \quad (1.107)$$

mit

$$\hat{a} = \begin{pmatrix} a \\ a^\dagger \end{pmatrix}, \quad \hat{a}_{in} = \begin{pmatrix} a_{in} \\ a_{in}^\dagger \end{pmatrix}, \quad \hat{a}_{out} = \begin{pmatrix} a_{out} \\ a_{out}^\dagger \end{pmatrix} \quad (1.108)$$

und der Systemmatrix \hat{A} . Macht man einen Übergang in den Frequenzraum durch

$$a(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} a(t) dt \quad (1.109)$$

und entsprechenden Gleichungen für a_{in} , a_{out} , a^\dagger , a_{in}^\dagger und a_{out}^\dagger , so erhält man aus (1.107)

$$\left[\hat{A} + (i\omega - \frac{\gamma}{2})\hat{1} \right] \hat{a}(\omega) = -\sqrt{\gamma}\hat{a}_{in}(\omega) \quad (1.110)$$

bzw.

$$\left[\hat{A} + (i\omega + \frac{\gamma}{2})\hat{1} \right] \hat{a}(\omega) = \sqrt{\gamma}\hat{a}_{out}(\omega). \quad (1.111)$$

Die Operatoren des externen Feldes genügen dabei folgenden Vertauschungsrelationen:

$$[a_{in}(\omega), a_{in}(\omega')] = 0, \quad [a_{in}(\omega), a_{in}^\dagger(\omega')] = \delta(\omega - \omega'). \quad (1.112)$$

Die interne Mode kann nun eliminiert werden, so dass man einen Zusammenhang zwischen der einlaufenden und der auslaufenden Mode erhält:

$$\hat{a}_{out}(\omega) = - \left[\hat{A} + (i\omega + \frac{\gamma}{2})\hat{1} \right] \left[\hat{A} + (i\omega - \frac{\gamma}{2})\hat{1} \right]^{-1} \hat{a}_{in}(\omega). \quad (1.113)$$

Dieses Ergebnis lässt sich auf einen leeren Resonator anwenden, dessen Resonatorfeld sich durch den Operator des freien harmonischen Oszillators mit dem Hamiltonoperator

$$H_{sys} = \hbar\omega_0 a a^\dagger \quad (1.114)$$

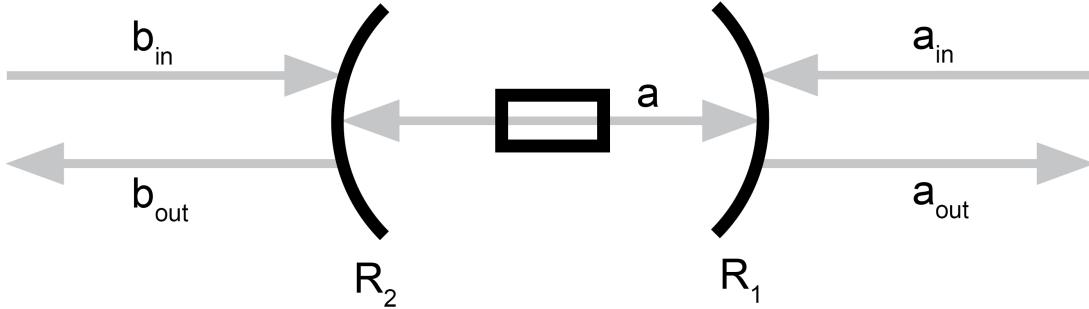


Abbildung 1.10: Zweiseitiger Resonator mit nichtlinearem Kristall als Fluoreszenzquelle.

ausdrücken lässt. Damit ist

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} -i\omega_0 & 0 \\ 0 & i\omega_0 \end{pmatrix}, \quad (1.115)$$

was eingesetzt in (1.113)

$$a_{out}(\omega) = \frac{\frac{\gamma}{2} + i(\omega - \omega_0)}{\frac{\gamma}{2} - i(\omega - \omega_0)} a_{in}(\omega) \quad (1.116)$$

liefert. Das auslaufende Feld unterscheidet sich vom einlaufenden durch eine Phasenverschiebung, die von der Differenz zwischen der Eigenfrequenz der Resonators ω_0 und der externen Frequenz ω abhängt.

Zweiseitiger Resonator mit Fluoreszenzquelle: Die Einschränkung, dass die Resonatormoden nur über einen Spiegel an das äußere Feld koppeln, ist für einen realen Resonator nur näherungsweise erfüllt. Die Beschreibung soll daher auf einen Resonator ausgeweitet werden, bei dem auf beiden Seiten Moden in den Resonator ein- und austreten können:

$$\frac{da}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[a, H_{sys}] - \frac{\gamma_1}{2}a - \frac{\gamma_2}{2}a + \sqrt{\gamma_1}a_{in} + \sqrt{\gamma_2}b_{in}. \quad (1.117)$$

Zudem soll es sich nicht mehr um einen leeren Resonator handeln, sondern um einen Resonator, der ein nichtlineares Medium enthält, in dem, gepumpt durch ein klassisches Feld, parametrische Fluoreszenz auftritt (vgl. Abbildung 1.10). Durch die Wechselwirkung der internen Resonatormode mit dem klassischen Pumpfeld können in der Resonatormode entweder zwei Photonen erzeugt oder zwei Photonen vernichtet werden. Entsprechend lautet der System-Hamiltonoperator

$$H_{sys} = \hbar\omega_0 a^\dagger a + \frac{1}{2}i\hbar(\epsilon e^{-i\omega_p t}(a^\dagger)^2 - \epsilon^* e^{i\omega_p t}a^2), \quad (1.118)$$

wobei es sich um den entarteten Fall handeln soll, in dem die Pumpfrequenz doppelt so groß wie die Frequenz der Resonatormode ist ($\omega_p = 2\omega_0$). Der Faktor ϵ ist ein Maß für die effektive Pumpintensität. Einsetzen des Hamiltonians in (1.117) liefert

$$\frac{da}{dt} = -i\omega_0 a + \epsilon e^{-i\omega_p t}a^\dagger - \frac{\gamma_1}{2}a - \frac{\gamma_2}{2}a + \sqrt{\gamma_1}a_{in} + \sqrt{\gamma_2}b_{in}. \quad (1.119)$$

Transformiert man nun in ein rotierendes Bezugssystem

$$a' = e^{i\omega_p t/2} a, \quad (1.120)$$

so erhält man in Matrix-Notation

$$\frac{d\hat{a}}{dt} = \left[\hat{A} - \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)\hat{1} \right] \hat{a} + \sqrt{\gamma_1}\hat{a}_{in} + \sqrt{\gamma_2}\hat{b}_{in} \quad (1.121)$$

mit

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & \epsilon \\ \epsilon^* & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.122)$$

Im Frequenzraum gilt

$$-i\omega a(\omega) = \left[\hat{A} - \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)\hat{1} \right] \hat{a}(\omega) + \sqrt{\gamma_1}\hat{a}_{in}(\omega) + \sqrt{\gamma_2}\hat{b}_{in}(\omega), \quad (1.123)$$

wobei das rotierende Inertialsystem folgenden Einfluss auf die Operatoren hat:

$$\hat{a}(\omega) = \begin{pmatrix} a(\omega_0 + \omega) \\ a^\dagger(\omega_0 - \omega) \end{pmatrix}. \quad (1.124)$$

Analoge Ausdrücke gelten für \hat{a}_{in} und \hat{b}_{in} . Ein Auflösen nach $\hat{a}(\omega_0 + \omega)$ ist durch Invertieren der Matrix möglich:

$$\begin{aligned} a(\omega_0 + \omega) &= \frac{(\gamma_1/2 + \gamma_2/2 - i\omega)[\sqrt{\gamma_1}a_{in}(\omega_0 + \omega) + \sqrt{\gamma_2}b_{in}(\omega_0 + \omega)]}{(\gamma_1/2 + \gamma_2/2 - i\omega)^2 - |\epsilon|^2} \\ &+ \frac{\epsilon[\sqrt{\gamma_1}a_{in}^\dagger(\omega_0 - \omega) + \sqrt{\gamma_2}b_{in}^\dagger(\omega_0 - \omega)]}{(\gamma_1/2 + \gamma_2/2 - i\omega)^2 - |\epsilon|^2}. \end{aligned} \quad (1.125)$$

Um das Feld der auslaufenden Welle zu berechnen, setzt man diesen Ausdruck nun in die Randbedingung 1.105 ein und erhält

$$\begin{aligned} a_{out}(\omega_0 + \omega) &= G_1(\omega)a_{in}(\omega_0 + \omega) + g_1(\omega)a_{in}^\dagger(\omega_0 - \omega) \\ &+ G_2(\omega)b_{in}(\omega_0 + \omega) + g_2(\omega)b_{in}^\dagger(\omega_0 - \omega), \end{aligned} \quad (1.126)$$

mit

$$\begin{aligned} G_1(\omega) &= \frac{\gamma_1 - \gamma_2 + 2i\omega}{\gamma_1 + \gamma_2 - 2i\omega}, & g_1(\omega) &= \frac{4\epsilon\gamma_1}{(\gamma_1 + \gamma_2 - 2i\omega)^2}, \\ G_2(\omega) &= \frac{2\sqrt{\gamma_1\gamma_2}}{\gamma_1 + \gamma_2 - 2i\omega}, & g_2(\omega) &= \frac{4\epsilon\sqrt{\gamma_1\gamma_2}}{(\gamma_1 + \gamma_2 - 2i\omega)^2}. \end{aligned} \quad (1.127)$$

In (1.127) ist bereits berücksichtigt, dass ein OPO beschrieben werden soll, der weit unterhalb der Schwelle $|\epsilon_{th}| = \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)$ betrieben wird. Daher gilt $|\epsilon| \ll \gamma_1, \gamma_2$ und Terme mit $|\epsilon|^2$ können vernachlässigt werden.

Bisher wurde davon ausgegangen, dass nur die entartete Mode im Resonator anschwingt. Dieser Single-Mode-Fall wird im Allgemeinen jedoch nicht erreicht, sondern es werden alle resonanten Moden innerhalb des Verstärkungsprofils der parametrischen Fluoreszenz angeregt. Die nicht entarteten Moden sind aufgrund der Energieerhaltung paarweise miteinander korreliert ($\omega_{\pm m} = \omega_0 \pm m\Delta\Omega_{opo}$) und Gleichung (1.126) muss im Multi-Mode-Fall modifiziert werden [Gar84]

$$\begin{aligned} a_{out}(\omega_m + \omega) &= G_1(\omega)a_{in}(\omega_m + \omega) + g_1(\omega)a_{in}^\dagger(\omega_{-m} - \omega) \\ &\quad + G_2(\omega)b_{in}(\omega_m + \omega) + g_2(\omega)b_{in}^\dagger(\omega_{-m} - \omega). \end{aligned} \quad (1.128)$$

Ausgehend von Gleichung (1.126) lassen sich nun wichtige Parameter des OPO-Outputs berechnen [Lu00].

1.4.1 Fluoreszenzspektrum

Das Spektrum der Fluoreszenzmoden $S(\omega)$ ist definiert als

$$\langle a_{out}^\dagger(\omega_0 + \omega)a_{out}(\omega_0 + \omega') \rangle \equiv S(\omega)\delta(\omega - \omega'). \quad (1.129)$$

Einsetzen von (1.126) in (1.129) ergibt:

$$S(\omega) = |g_1(\omega)|^2 + |g_2(\omega)|^2 = \frac{16|\epsilon|^2\gamma_1(\gamma_1 + \gamma_2)}{((\gamma_1 + \gamma_2)^2 + 4\omega^2)^2}. \quad (1.130)$$

Integration des Spektrums liefert die Konversionsrate

$$R_{cavity} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega S(\omega) = \frac{|\epsilon|^2\tau_{rt} F^2}{\pi F_0}, \quad (1.131)$$

dabei ist τ_{rt} die Umlaufzeit des Resonators und F die Finesse:

$$F = \frac{\Delta\Omega}{\Delta\omega_{opo}} = \frac{2\pi}{\tau_{rt} \Delta\omega_{opo}}. \quad (1.132)$$

Die Bandbreite des Resonators $\Delta\omega_{opo}$ kann auch über die Kopplungskonstanten ausgedrückt werden: $\Delta\omega_{opo} = \gamma_1 + \gamma_2$. Die Größe F_0 steht für die Finesse, die der Resonator hätte, wenn es keine Verluste am hochreflektierenden Spiegel gäbe ($\gamma_2 = 0$):

$$F_0 = \frac{2\pi}{\tau_{rt} \gamma_1}. \quad (1.133)$$

Um zu berechnen, wie stark die Erhöhung der Konversionsrate durch den Resonator ist, muss die Konversionsrate bei einem einmaligen Durchlauf (*single-pass*) des Kristalls bestimmt werden. In diesem Fall gilt: $g_1(\omega) = r\eta(\omega)$ und $g_2(\omega) = 0$. Der Verstärkungsparameter beim Single-Pass $r = \epsilon l/c$ ist abhängig von der Kristalllänge l und der spektralen Verstärkung der parametrischen Fluoreszenz $\eta(\omega)$. Im Experiment wird meistens ein Interferenzfilter vor dem Detektor eingesetzt, dessen Filter-Bandbreite $\Delta\omega_{IF}$ schmäler als das

Fluoreszenzspektrum ist, so dass innerhalb dieses Frequenzbereichs $\eta(\omega) \approx 1$ und außerhalb $\eta(\omega) \approx 0$ angenommen werden kann. Die Konversionsrate ohne Resonator beträgt damit

$$R_{singlepass} = \frac{|r|^2 \Delta\omega_{IF}}{2\pi} \quad (1.134)$$

und die durchschnittliche Modenverstärkung B des Resonators ist:

$$B = \frac{R_{cavity}/\Delta\omega_{opo}}{R_{singlepass}/\Delta\omega_{IF}} = \frac{F^3}{\pi F_0}. \quad (1.135)$$

B ist proportional zur durchschnittlichen Anzahl der Resonatorumläufe eines Photons zum Quadrat, konsistent mit der Zwei-Photonen-Natur der parametrischen Fluoreszenz. Durch die Resonatorverluste wird die Verstärkung um den Faktor F/F_0 verringert.

1.4.2 Typ-II-Modenstruktur

Im Resonator schwingen nur solche Moden an, bei denen der Spiegelabstand L einem ganzzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge entspricht:

$$L = \frac{N\lambda}{2}. \quad (1.136)$$

Dabei ist der spektrale Abstand zwischen zwei angeregten longitudinalen Moden der freie Spektralbereich des Resonators:

$$\Delta\Omega = 2\pi \frac{c}{2L}. \quad (1.137)$$

Bei Typ-II-Phasenanpassung sind die erzeugten Photonen orthogonal zueinander polarisiert und erfahren daher innerhalb des Kristalls mit der Länge l unterschiedliche Brechungsindizes. Aus diesem Grund ist der Aufbau eines doppelresonanten OPOs schwieriger als im Typ-I-Fall. Nimmt man an, dass im Typ-II-Fall entartete Doppelresonanz erreicht wird, so gilt

$$(L' + n_1 l)\omega_0 = \pi N_1 c \quad \text{und} \quad (L' + n_2 l)\omega_0 = \pi N_2 c, \quad (1.138)$$

wobei L' die Resonatorlänge außerhalb des Kristalls ist und die Anzahl der Perioden für die beiden verschiedenen Polarisationsmoden nicht genau übereinstimmt ($N_1 \neq N_2$). Die Doppelresonanzbedingung um die entartete Wellenlänge lässt sich schreiben als

$$\begin{aligned} (L' + n_1 l)(\omega_0 + \Delta\omega) &= \pi(N_1 + \Delta N_1)c \\ (L' + n_2 l)(\omega_0 - \Delta\omega) &= \pi(N_2 + \Delta N_2)c \end{aligned} \quad (1.139)$$

mit $|\Delta N_1 - \Delta N_2| = 1, 2, 3, \dots$. Subtrahiert man diese beiden Bedingungen, so erhält man den spektralen Abstand der doppelresonanten Moden:

$$\Delta\omega = \pi c \frac{\Delta N_1 - \Delta N_2}{(n_1 - n_2)l}. \quad (1.140)$$

Der kleinste Abstand zwischen zwei benachbarten Moden ($\Delta N_1 - \Delta N_2 = 1$) ist der freie Spektralbereich des doppelresonanten OPOs:

$$\Delta\Omega_{DRO} = \frac{\pi c}{(n_1 - n_2)l}. \quad (1.141)$$

Vergleicht man dies mit dem FSR im nicht doppelresonanten Fall aus (1.137), so stellt man fest, dass der FSR durch die zusätzliche Bedingung der Doppelresonanz sehr viel größer geworden ist, da im Allgemeinen gilt: $L \gg (n_1 - n_2)l$. Es schwingen daher wesentlich weniger Moden im Resonator an. Verwendet man hinter dem Resonator einen passiven Filter, wie einen Interferenzfilter oder einen Filterresonator, dessen Filterbandbreite schmäler als $\Delta\Omega_{DRO}$ gewählt wird, so erreicht man, dass nur eine einzige longitudinale Mode transmittiert wird, also Single-Mode-Betrieb.

1.4.3 Korrelationsfunktion

Eine wichtige Größe zur Charakterisierung eines Zwei-Photonen-Zustands ist die Korrelationszeit τ_c zwischen den beiden Photonen, die sich proportional zur inversen Bandbreite verhält [Hon85]. Aufgrund der großen Bandbreite der SPDC (~ 1 THz) ist die Korrelationszeit sehr kurz (~ 1 ps) und liegt unter der Auflösung einer Koinzidenzmessung (~ 1 ns). Durch den OPO wird die Bandbreite um viele Größenordnungen auf die Liniendicke des Resonators reduziert (~ 100 MHz), und die Korrelationszeit (~ 10 ns) sollte auflösbar sein. Zur Berechnung betrachtet man die Intensitätskorrelation $G^2(\tau)$ für den Single-Mode-Betrieb:

$$\begin{aligned} G^{(2)}(\tau) &= \langle \hat{E}^{(-)}(t) \hat{E}^{(-)}(t + \tau) \hat{E}^{(+)}(t + \tau) \hat{E}^{(+)}(t) \rangle \\ &= |\langle \hat{E}^{(+)}(t + \tau) \hat{E}^{(+)}(t) \rangle|^2. \end{aligned} \quad (1.142)$$

mit

$$\hat{E}^{(+)}(t) = [\hat{E}^{(-)}(t)]^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-i\omega t} a_{out}(\omega) d\omega. \quad (1.143)$$

Durch Einsetzen von (1.126) und (1.127) erhält man:

$$\begin{aligned} G^{(2)}(\tau) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \left| \int [G_1(\omega)g_1(\omega) + G_2(\omega)g_2(\omega)] e^{-i\omega t} d\omega \right|^2 \\ &= |\epsilon|^2 (F/F_0)^2 e^{-|\tau|(\gamma_1 + \gamma_2)}. \end{aligned} \quad (1.144)$$

Die Korrelationszeit definiert man als die Halbwertsbreite dieses Ausdrucks:

$$\tau_c = \frac{2 \ln 2}{\gamma_1 + \gamma_2} = \frac{2 \ln 2}{\Delta\omega_{opo}}. \quad (1.145)$$

Mit der Intensitätskorrelation kann die Koinzidenzrate berechnet werden:

$$R_{coin} = \int_{-\infty}^{\infty} G^{(2)}(\tau) d\tau = R_{cavity} \frac{F}{F_0}. \quad (1.146)$$

Durch die Erzeugung der Photonen in Paaren ist die Koinzidenzrate proportional zur Konversionsrate und nicht zu R_{cavity}^2 , wie dies für zufällige Koinzidenzen der Fall wäre. Der Proportionalitätsfaktor F/F_0 berücksichtigt die Verluste am zweiten Spiegel.

Multi-Mode-Emission: Die obigen Betrachtungen gelten für den Single-Mode-Fall. Im Multi-Mode-Fall schwingen innerhalb des Verstärkungsprofils der SPDC mit einer Breite von einigen THz im Abstand von jeweils einem FSR im Bereich von einem GHz mehrere tausend Moden an. Die Korrelationsfunktion für den Multi-Mode-Fall lautet

$$\begin{aligned}
 G_{multi}^{(2)}(\tau) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \left| \sum_{m=-N}^N \int [G_1(\omega + m\Delta\Omega_{opo})g_1(\omega + m\Delta\Omega_{opo}) \right. \\
 &\quad \left. + G_2(\omega + m\Delta\Omega_{opo})g_2(\omega + m\Delta\Omega_{opo})] e^{-i(\omega+m\Delta\Omega_{opo})\tau} d\omega \right|^2 \\
 &= G_{single}^{(2)}(\tau) \left| \sum_{m=-N}^N e^{im\Delta\Omega_{opo}\tau} \right|^2 \\
 &= G_{single}^{(2)}(\tau) \left| \frac{\sin[(2N+1)\Delta\Omega_{opo}\tau/2]}{\sin[\Delta\Omega_{opo}\tau/2]} \right|^2, \tag{1.147}
 \end{aligned}$$

wobei $G_{single}^{(2)}$ die Korrelationsfunktion im Single-Mode-Fall ist. Die sinc-Funktion hat ihre Maxima, an den Stellen, an denen der Nenner verschwindet. Die Korrelationsfunktion $G_{multi}^{(2)}$ besitzt daher eine Kamm-Struktur, wobei der Abstand von zwei Peaks

$$\tau_{rt} = \frac{2\pi}{\Delta\Omega_{opo}} = \frac{2L}{c} \tag{1.148}$$

der Umlaufzeit eines Photons im Resonator entspricht. Dies ist plausibel, da ein Photon nur an einem der beiden Spiegel ausgekoppelt werden kann und sich die gemessenen Photonen in der Anzahl ihrer Umläufe unterscheiden. Für die Korrelationsfunktion erwartet man also eine Faltung aus einem exponentiellen Zerfall mit der Bandbreite als Zeitkonstante und einer Kamm-Struktur mit Maxima im Abstand der Resonatorumlaufzeit.

Die im vorigen hergeleiteten Gleichungen gelten für den Fall der Doppelresonanz von Signal und Idler. Für den in dieser Arbeit gewählten einfachresonanten Aufbau liegt noch keine detaillierte quantentheoretische Beschreibung vor. Diese gestaltet sich sehr viel aufwändiger, da Signal und Idler nicht mehr in dieselbe Mode emittiert werden. Nichts desto weniger ist eine genaue theoretische Beschreibung Voraussetzung für ein tieferes Verständnis des aufgebauten Systems. Eine solche Theorie wird daher zur Zeit in der Arbeitsgruppe, in der die vorliegende Arbeit durchgeführt wurde, entwickelt.

Es zeigt sich, dass das die hergeleitete Gleichung für die Multi-Mode-Korrelationsfunktion, die experimentellen Ergebnisse auch im einfachresonanten Fall sehr gut beschreibt.

Kapitel 2

Frequenzverdopplung in einem externen Resonator

Beim Aufbau einer Frequenzverdopplungseinheit ist die Effizienz der Verdopplung die entscheidende Größe. Wie in Kapitel 1.2.3 dargestellt, ist die Leistung der zweiten Harmonischen quadratisch von der Pumpleistung abhängig. Es bietet sich daher der Einsatz eines Resonators an, in dem die überhöhte zirkulierende Leistung als Pumpleistung zur Verfügung steht. Die Wahl des Kristalls muss Parameter wie den nichtlinearen Koeffizienten, Schnittebene und -winkel sowie die Länge berücksichtigen. Für den Kristall wird dann mit der Boyd-Kleinman-Theorie der optimale Durchmesser des Pumpstrahls berechnet. Anschließend wird der Resonator so konzipiert, dass diese Strahlaille im Kristall erreicht wird und die Reflektivitäten der Resonatorspiegel auf eine möglichst gute Impedanzanpassung abgestimmt. Nach der Bestimmung der Resonatorparameter und der Beschreibung des Aufbaus werden die zur Charakterisierung des Frequenzverdopplungsresonators vorgenommenen Messungen dokumentiert.

2.1 Resonatorparameter

2.1.1 Frequenzverdopplung mit Kaliumniobat

Ein wichtiges Kriterium bei der Wahl des Kristalls ist die Größe der Nichtlinearität. Für die hier verwendete Wellenlänge von 894 nm besitzt Kaliumniobat (KNbO_3) den höchsten nichtlinearen Koeffizienten von 20,3 pm/V.

Kaliumniobat ist ein biaxialer Kristall, der zwischen -50°C und +223°C in orthorhombischer Phase vorliegt und zur Punktsymmetriegruppe mm2 gehört [Dmi99, Bro95]. Der Transparenzbereich erstreckt sich von 400 bis 4500 nm, was ihn für den Einsatz im UV-Bereich untauglich macht. Kaliumniobat hat im Gegensatz zu vielen anderen nichtlinearen Kristallen den Vorteil, nicht hygroskopisch zu sein, so dass der Kristall nicht in einer speziellen Umgebung gelagert werden muss. Nachteilig ist bei Anwendungen mit hohen Leistungen das Auftreten von photorefraktiven Effekten und eine niedrige Zerstörschwelle. Für den Einsatz bei niedrigen Leistungen wird Kaliumniobat aber häufig verwendet; auch, weil die

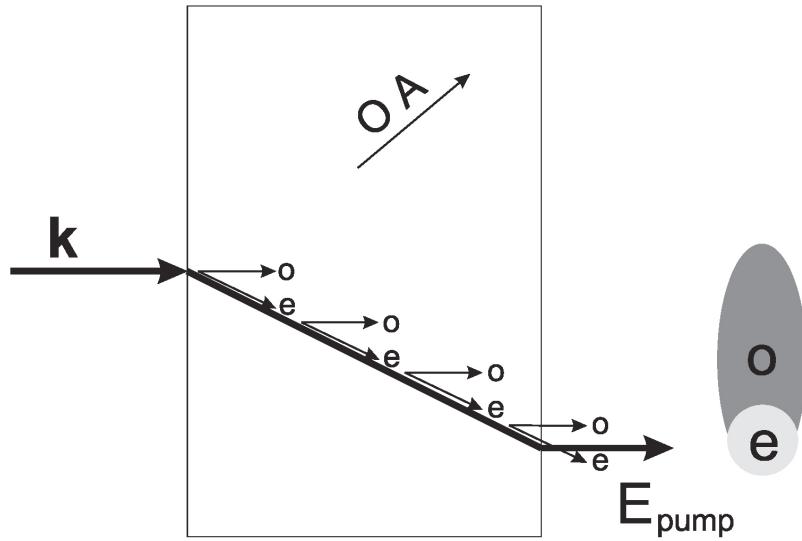


Abbildung 2.1: Walk-Off des außerordentlichen Strahls bei einem eeo-Frequenzverdopplungsprozess; das Profil der ordentlich polarisierten Oberwelle wird elliptisch aufgeweitet [Obe02].

nichtkritische Phasenanpassung in einem relativ weiten Wellenlängenbereich von 840 nm bis 960 nm möglich ist. Die Wellenlänge des in diesem Aufbau verwendeten Lasers befindet sich mit 894 nm zwar in diesem Bereich, um den Aufwand für die Temperaturstabilisierung zu begrenzen und die Phasenanpassung bei Raumtemperatur zu erreichen, wird jedoch ein Kristall verwendet, der vom Hersteller¹ für die kritische Phasenanpassung bei etwa 30°C geschnitten wurde. Durch die Wahl des Arbeitspunktes über Raumtemperatur wird verhindert, dass Wasser an den Kristallendflächen kondensiert.

Der Pumpstrahl fällt in der xy -Ebene ($\theta = 90^\circ$) unter dem Phasenanpassungswinkel ϕ zur x -Achse in den Kristall ein. Sein Polarisationsvektor liegt ebenfalls in der xy -Ebene, während das erzeugte blaue Licht in z -Richtung polarisiert ist. Die Pumpwelle ist also außerordentlich polarisiert und erfährt einen Walk-Off, die erzeugte Welle ist ordentlich polarisiert, erhält aber durch den Walk-Off der Pumpwelle ein räumlich elliptisches Profil (vgl. Abbildung 2.1). Man spricht bei einer solchen Anordnung auch von einem $e + e \rightarrow o -$ Prozess.

Die relevanten Brechungsindizes können über die entsprechenden temperaturabhängigen Sellmeier-Gleichungen [Dmi99] bestimmt werden: $n_{x,\omega} = 2,274$, $n_{y,\omega} = 2,234$ und $n_{z,2\omega} = 2,260$. Mit Gleichung (1.60) und der Phasenanpassungsbedingung $n_\omega^e(\phi) = n_{z,2\omega}$ ergibt sich ein Winkel von $\phi = 35,2^\circ$.

Es kann bei diesem Phasenanpassungswinkel allerdings nicht vom höchsten nichtlinearen Koeffizienten $d_{33} = -20,3 \text{ pm/V}$ Gebrauch gemacht werden, der bei Einstrahlung in der z -

¹Forschungsinstitut für mineralische und metallische Werkstoffe (FEE)

Richtung vorliegt. Die nichtlinearen Koeffizienten in x - und y -Richtung sind: $d_{31} = -11,9 \text{ pm/V}$ und $d_{32} = -13,7 \text{ pm/V}$. Aus diesen ergibt sich mit $\phi = 35,2^\circ$ eine effektive Nichtlinearität von:

$$d_{\text{eff}} = d_{32} \sin^2 \phi + d_{31} \cos^2 \phi = -12,5 \frac{\text{pm}}{\text{V}}. \quad (2.1)$$

Um Verluste durch Reflexion an den Endflächen und die damit verbundene Rückkopplung in den Laser zu unterdrücken, bieten sich zwei Möglichkeiten an. Der Kristall kann im Brewsterwinkel geschnitten werden oder eine Antireflex-Beschichtung erhalten. Ein Schnitt im Brewsterwinkel kann wegen der unterschiedlichen Polarisationen nur für eine der beiden Wellenlängen erfolgen, daher wurde für den in diesem Aufbau verwendeten Kristall eine AR-Beschichtung für beide Wellenlängen vorgezogen. Bei hohen Leistungen kann die AR-Beschichtung zerstört werden, weshalb bei entsprechenden Anwendungen meistens ein Schnitt des Kristalls im Brewsterwinkel vorgezogen wird.

Der Absorptionskoeffizient von Kaliumniobat ist bei der Pumpwellenlänge von 894 nm klein und liegt bei $\alpha_\omega \approx 0,2 \text{ m}^{-1}$ [Dmi99]. Er steigt allerdings für kürzere Wellenlängen stark an und befindet sich bei der Wellenlänge der Oberwelle von 447 nm bereits bei $\alpha_{2\omega} \approx 5 \text{ m}^{-1}$. Die Höhe der Verluste ist auch bei der Entscheidung für eine Kristalllänge zu berücksichtigen. Der Kristall ist 20 mm lang und hat eine Apertur von $3,0 \times 2,7 \text{ mm}^2$. Die Toleranzen liegen jeweils bei $\pm 0,1 \text{ mm}$.

Bei hohen Leistungen wird die Absorption noch durch den BLIIRA-Effekt (*blue-light-induced infrared absorption*) verstärkt [Mab94], durch den die Absorption der Pumpwelle in einem Kaliumniobat-Kristall in Anwesenheit von blauem Licht ansteigt. Da in unserem Experiment mit einer typischen Leistung von 20 mW gepumpt wird, ist dieser Effekt allerdings zu vernachlässigen.

Für die gegebenen Kristallparameter lässt sich über die Boyd-Kleinman-Theorie, wie in Abschnitt 1.2.3 beschrieben, die Strahlgröße für eine optimale Konversionseffizienz bestimmen. Mit den oben angegebenen Werten für Kristalllänge, Pumpwellenlänge und Brechungsindex erhält man:

$$w_0 = 58 \mu\text{m}. \quad (2.2)$$

Mit diesem Wert ergibt sich bei einer angenommenen Pumpleistung von $P_\omega = 20 \text{ mW}$ mit Gleichung (1.64) die frequenzverdoppelte Leistung im Fall ohne Resonator, dem Single-Pass-Fall, zu:

$$P_{2\omega} = \kappa_{\text{NL}} P_\omega^2 = 1,4 \mu\text{W}. \quad (2.3)$$

Um diese Leistung zu erhöhen bietet sich, wie bereits beschrieben, eine Resonatorkonfiguration an. Die Berechnungen zur Resonatorgeometrie sind Gegenstand des folgenden Abschnitts.

2.1.2 Wahl der Resonatorgeometrie

Als grundlegende Entscheidung ist die Wahl zwischen einem Fabry-Perot- und einem Bow-Tie-Resonator zu treffen. Ein großer Vorteil des Bow-Tie-Resonators sind die geringeren Rückreflexe des Pumpstrahls in den Laser. Besonders Diodenlaser reagieren sehr

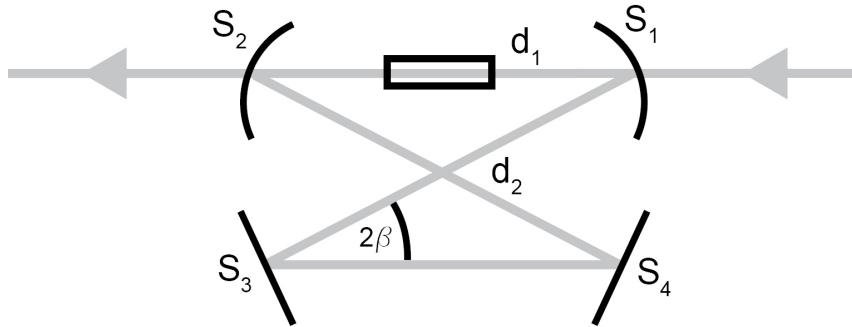


Abbildung 2.2: Frequenzverdopplung in einem Bow-Tie-Resonator.

empfindlich auf Rückkopplungen. Um diese zu unterdrücken, werden Diodenlaser daher meist durch einen Faraday-Isolator geschützt. Auch in unserem Aufbau wird ein solcher Faraday-Isolator genutzt, der eine Unterdrückung von Rückreflexen um 60 dB erreicht. Die Rückkopplung aus einem Fabry-Perot-Resonator würde jedoch möglicherweise trotzdem so groß sein, dass ein stabiler Betrieb des Diodenlasers nicht möglich wäre. Beim Bow-Tie-Resonator hingegen hat die Leistung im Resonator einen vorgegebenen Umlaufsinn, so dass nur ein kleiner Anteil, der durch Reflexe an den Kristallendflächen zustande kommt, zurück in den Laser gelangen kann.

Ein weiterer Vorteil des eindeutigen Umlaufsinns der Fundamentalwelle ist, dass die frequenzverdoppelte Welle auch nur in einer Richtung den Kristall verlässt und ausgekoppelt werden kann, ohne die Resonatoranordnung zu durchlaufen. Bei einem Fabry-Perot-Resonator breitete sich die zweite Harmonische in beiden Richtungen durch den Kristall aus, was eine Auskopplung der frequenzverdoppelten Leistung erschwert.

Beim Aufbau des Frequenzverdopplers wird also eine Bow-Tie-Konfiguration verwendet, deren Design verschiedene Anforderungen erfüllen muss:

- Der Verkippungswinkel der Resonatorspiegel soll so klein wie möglich gewählt werden, um den auftretenden Astigmatismus der resonanten Mode zu minimieren.
- Krümmungsradien und Resonatorarmlängen müssen so gewählt werden, dass sie eine stabile Konfiguration ergeben.
- Die für die Frequenzverdopplung optimale Strahltaille soll im Kristall vorliegen.
- Eine Änderung der Resonatorlänge soll nur eine kleine Änderung der Strahltaille bewirken, um eine leichte Justierbarkeit des Resonators zu gewährleisten.

Der minimale Verkippungswinkel der Spiegel beträgt bei unserem Aufbau $\beta = 3,5^\circ$. Die Realisierung einer Resonatorgeometrie mit einem kleineren Winkel ist nicht möglich, weil der Strahl sonst nicht mehr am Kristallhalter vorbeigeführt werden kann. Bei diesem Winkel verändern sich die Brennweiten der Spiegel in x - sowie in y -Richtung nach Gleichung (1.28)

um weniger als 4 %, so dass bei der Modenanpassung auf eine Berücksichtigung des Astigmatismus verzichtet werden kann.

Die Länge der Resonatorarme bestimmt sich dann aus den verbleibenden Anforderungen. Zur Berechnung wird der in Kapitel 1.1.2 vorgestellte Matrizenformalismus verwendet. Die Transfermatrix lautet:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & \frac{l}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2}(d_1 - l) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2}(d_1 - l) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{l}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

mit der Kristalllänge l , dem Brechungsindex des Kristalls in Ausbreitungsrichtung n , dem Abstand zwischen den beiden gekrümmten Spiegeln d_1 und dem übrigen Weg im Resonator d_2 sowie dem Krümmungsradius R , der für beide gekrümmten Spiegel S_1 und S_2 gleich groß gewählt wird (vgl. Abbildung 2.2).

Berücksichtigt man die Selbstkonsistenzbedingung des Strahlparameters q (1.18), das Stabilitätskriterium (1.24), die zu erreichende Waist von $58 \mu\text{m}$, den Verkipungswinkel von $\beta = 3,5^\circ$ sowie den Brechungsindex von $n = 2,26$, so ergeben sich folgende optimale Parameter:

$$R = 80 \text{ mm}, \quad d_2 = 365 \text{ mm}. \quad (2.5)$$

Mit diesen Werten lässt sich die Größe der Strahltaille in Abhängigkeit vom Abstand der gekrümmten Spiegel d_1 angeben. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 2.3 grafisch

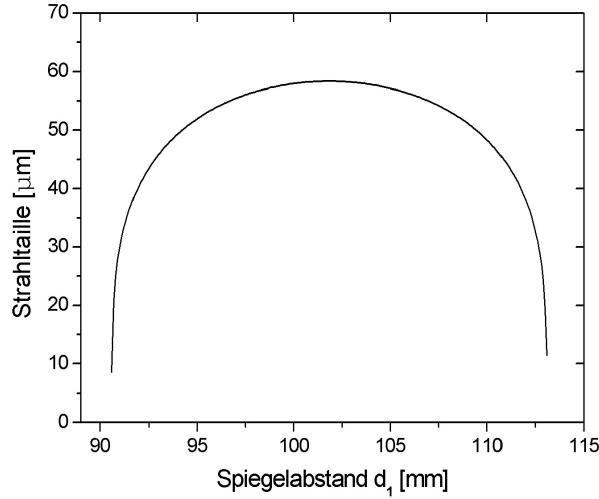


Abbildung 2.3: Größe der Strahltaille im Kristall in Abhängigkeit vom Abstand der gekrümmten Spiegel. Über einen weiten Bereich liegt die Strahltaille in der Nähe des optimalen Werts von $58 \mu\text{m}$.

dargestellt. Es zeigt sich, dass bei $d_1 = 102$ mm eine Strahltaille von $w_0 = 58 \mu\text{m}$ entsteht, die auch bei Variation von d_1 um ± 7 mm nicht unter $50 \mu\text{m}$ abnimmt. Es ist bei diesen Parametern also eine gute Justage möglich. Die Gesamtlänge des Resonators ergibt sich damit zu: $L = 467$ mm. Berücksichtigt man die längere optische Weglänge im Kristall, so erhält man eine effektive Resonatorlänge von $L_{\text{eff}} = 492$ mm, was nach (1.36) zu einem freien Spektralbereich von $\Delta\Omega = 610$ MHz führt.

2.1.3 Impedanzanpassung

Zur Erreichung einer möglichst hohen zirkulierenden Leistung der Fundamentalwelle im Resonator ist eine optimale Wahl der Spiegelreflektivitäten erforderlich. Die Reflektivitäten der Spiegel S_2 , S_3 und S_4 sollen für die Wellenlänge der Fundamentalen möglichst hoch sein. Der Hersteller² spezifizierte die entsprechenden Reflektivitäten mit jeweils $R > 99,5\%$, eine Messung ergab für alle drei Spiegel $R > 99,9\%$. Die Reflektivität des Einkoppelspiegels S_1 muss zur Erfüllung der Impedanzanpassung die gleiche Größe wie der Verlustfaktor g_{rt} haben.

Es ist daher eine Bestimmung der Verluste bei einem Umlauf notwendig. Die im 20 mm langen Kaliumniobat-Kristall gemessenen Verluste bei der Pumpwellenlänge betragen 0,8 %. Dies ist etwas höher als der erwartete sich aus dem Absorptionskoeffizienten von Kaliumniobat ($\alpha = 0,2 \text{ m}^{-1}$) und der trotz AR-Beschichtung auftretenden Restreflexion ($R_{AR} < 0,1\%$) an den Kristallendflächen ergebende Wert. Die Gleichung für den Round-Trip-Gain g_{rt} ist außer von den Kristallparametern auch noch von der Reflektivität des Einkoppelspiegels und über die Konversionsverluste von der zirkulierenden Leistung abhängig:

$$g_{rt}(\omega) = \sqrt{R_1 R_2 R_3 R_4 (1 - \kappa_{\text{NL}} P_{\text{zirk}} - \alpha L)} . \quad (2.6)$$

Die Impedanzbedingung (1.35) bildet zusammen mit Gleichung (1.31) für die Leistungsüberhöhung ein Gleichungssystem, das mit $R_2 = R_3 = R_4 = 99,9\%$ und $P_i = 20 \text{ mW}$ folgende Lösung besitzt:

$$R_1 = 97,5\% , \quad P_{\text{zirk}} = 840 \text{ mW} . \quad (2.7)$$

In Abbildung 2.4 ist die auf ihr Maximum normierte zirkulierende Leistung in Abhängigkeit von der Reflektivität des Einkoppelspiegels dargestellt. Man erkennt ein relativ breites Maximum. So liegt im gesamten Bereich $95,1\% < R_1 < 98,7\%$ eine Einkopplung von über 90 % vor. In unserem Fall beträgt die gemessene Reflektivität des verwendeten Einkoppelspiegels 98,0 %. Damit sind alle Parameter vorhanden, um die gemäß Gleichung (1.37) erwartete Finesse zu berechnen:

$$F = \frac{\pi \sqrt{g_{rt}}}{1 - g_{rt}} = 160 . \quad (2.8)$$

²Laser Components

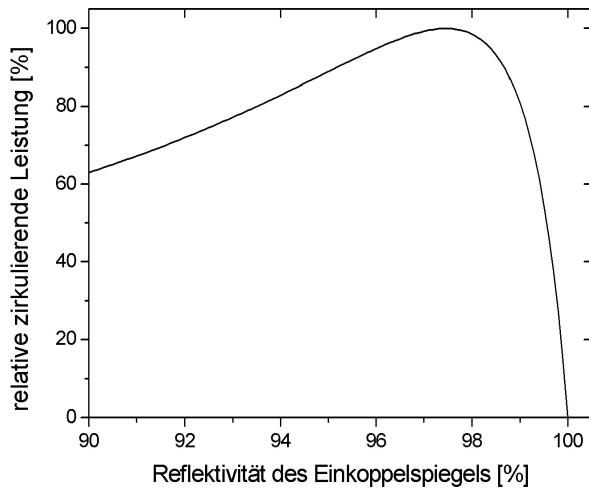


Abbildung 2.4: Abhängigkeit der zirkulierenden Leistung von der Reflektivität des Einkoppelspiegels R_1 . Optimale Einkopplung wird für $R_1 = 98\%$ erreicht.

2.2 Experimenteller Aufbau

2.2.1 Modenanpassung mit Teleskop

Durch die Resonatorgeometrie ist die räumliche Resonatormode vorgegeben. Um eine hohe zirkulierende Leistung zu erzielen, muss es einen möglichst großen Überlapp zwischen dem räumlichen Laserprofil und der Resonatormode geben. Dazu ist es notwendig, ein rundes Strahlprofil des Laserstrahls sowie Position und Größe der richtigen Strahltaille im Kristall über Linsen vor dem Resonator zu realisieren.

Als Laser kommt ein kommerzieller Diodenlaser³ mit einer Ausgangsleistung von 60 mW zum Einsatz, der für mehrere Aufbauten verwendet wird, so dass für dieses Experiment eine Leistung von etwa 20 mW zur Verfügung steht. Zum Schutz des Lasers vor Rückreflexen durchläuft der Laserstrahl zunächst einen 60 dB-Faraday-Isolator. Der vom Laser emittierte Strahl besitzt ein elliptisches Profil. Der Verlauf des Strahldurchmessers wurde mit Hilfe eines Powermeters⁴ und einer Rasierklinge, die auf einem Verschiebetisch montiert war und in verschiedenen Abständen vom Laser durch den Strahl geschoben wurde, vermessen. Die gemessenen Werte für den Strahldurchmesser konnten separat für x - und y -Richtung mit einem M^2 -Wert von 1,00 an einen gaußförmigen Verlauf angepasst werden. Die erhaltenen Werte für Fokusposition und -größe bestimmen den Strahl eindeutig, so dass über den $ABCD$ -Matrizenformalismus (siehe Abschnitt 1.1.2) die benötigten Parameter der Strahlformungslinsen berechnet werden konnten. Mit Hilfe von Zylinderlinsen, die ei-

³Modell TEC-520, Sacher

⁴Fieldmaster, Coherent

ne unabhängige Fokussierung in x - und y -Richtung erlauben, wird der Astigmatismus des Strahls kompensiert. Dadurch kann der Strahl effizient in eine Single-Mode-Glasfaser⁵ eingekoppelt werden, die nur die TEM₀₀-Mode führt. Hinter der Faser wurde der Strahlverlauf wiederum vermessen und Brennweite sowie Position der Linsen berechnet, die zur, für eine effiziente Frequenzverdopplung notwendigen, Waist des Strahls im Verdopplungskristall führen. Zu beachten ist dabei die Linsenwirkung des sphärischen Einkoppelspiegels mit einem Krümmungsradius von 80 mm, der einer konkaven Linse entspricht. Die optimale Strahltaille von $w_0 = 58 \mu\text{m}$ wird mit einer 150 mm-Linse realisiert, deren Abstand vom Kristall durch einen Verschiebetisch um 15 mm variiert werden kann.

2.2.2 Aufbau des Resonators

Eine hohe mechanische Stabilität ist für den zuverlässigen Betrieb des Frequenzverdopplungsresonators notwendig. Das Resonatorgehäuse wurde aus diesem Grund monolithisch aus einem Guss-Aluminiumblock gefertigt. Das Gehäuse ist an der Oberseite durch einen Plexiglasdeckel abgeschlossen, so dass Luftbewegungen im Resonator unterdrückt werden. Aus dem gleichen Grund sind für die Strahlführung Fenster in das Resonatorgehäuse integriert, die zur Vermeidung von Rückreflexen AR-beschichtet und zusätzlich leicht gegen die Strahlachse gekippt sind.

Für die vier Resonatorspiegel wurde jeweils ein Durchmesser von 12,7 mm gewählt. Diese haben im Vergleich zu größeren Spiegeln zwei Vorteile. Zum einen besitzen kleinere Spiegel höhere Resonanzfrequenzen, wodurch niederfrequente Schwingungsanregungen der Spiegel vermieden werden, zum anderen ist mit ihnen ein kleinerer Winkel zwischen den Resonatorarmen realisierbar. Jeder Spiegel befindet sich in einem Spiegelhalter, einer Eigenkonstruktion aus Aluminium, der durch drei Mikrometerschrauben positioniert werden kann. Zur Fixierung der Mikrometerschrauben sind in den Spiegelhaltern zylindrische V-Lager und Saphirplättchen versenkt. Ein- und Auskoppelspiegel sind für 894 bzw. 447 nm AR-beschichtet. Einer der planen Spiegel ist zur aktiven Stabilisierung des Resonators auf zwei übereinanderliegende piezoelektrische Aktoren⁶ geklebt. Als Material für den Halter dieses Spiegels wurde im Gegensatz zu den anderen Spiegelhaltern wegen seiner größeren Härte Edelstahl gewählt. Jedes dieser Piezoelemente hat einen maximalen Hub von 3,2 μm , bei einer Längenänderung von 16 nm/V. Zum Durchfahren eines freien Spektralbereichs wird damit eine Spannungsdifferenz von etwa 60 V benötigt, durch den Einsatz von zwei Piezoelementen genügen demnach bereits 30 V.

Der Kristall befindet sich auf einer Halterung, die zwei Aufgaben zu erfüllen hat. Zum einen sollen horizontale und vertikale Position sowie der Winkel des Kristalls mit Mikrometerschrauben variiert werden können, um den optimalen Winkel zur Phasenanpassung zu finden. Zu diesem Zweck wird der Kristall auf einem 4-Achsen-Verschiebetisch gehaltert, der auf den Resonatorboden geschraubt ist.

Die zweite Aufgabe ist die Temperaturstabilisierung des Kristalls. Im Kristallhalter sind daher ein Peltierelement und ein temperaturabhängiger Widerstand (NTC) integriert. Der

⁵Cutoff-Wellenlänge: 670 nm, Schäfter + Kirchhoff

⁶PSt 150/10x10/2, Piezomechanik

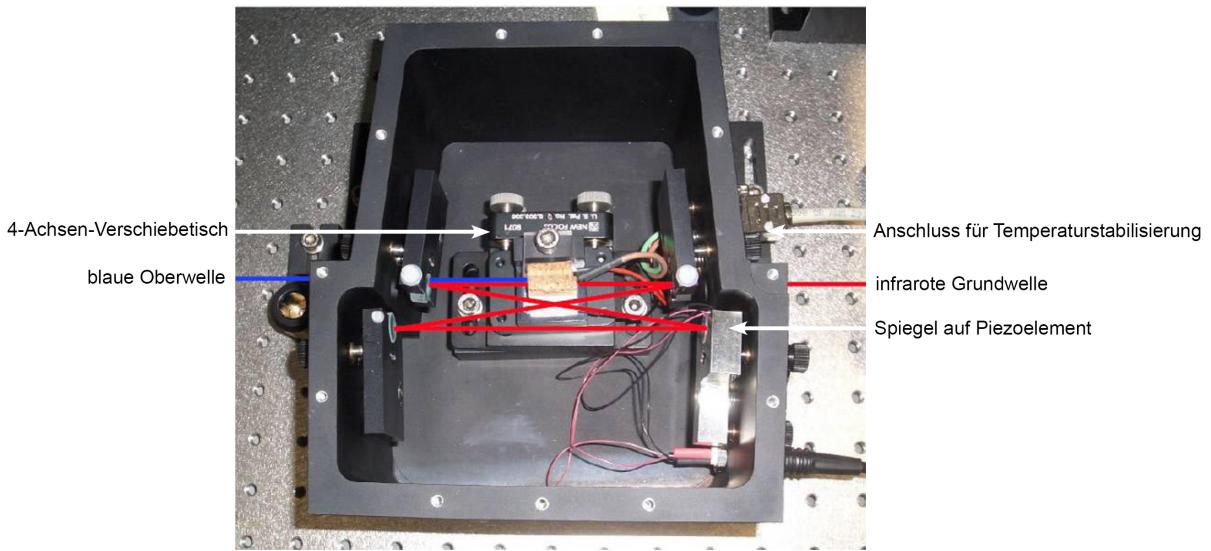


Abbildung 2.5: Externer Resonator zur Frequenzverdopplung. Der Strahlverlauf der Pumpwelle ist rot gekennzeichnet, der der zweiten Harmonischen blau. Ferner erkennt man die vier Spiegelhalter sowie den 4-Achsentisch mit Kristall und Temperaturstabilisierung.

Kristall befindet sich in einer Kupferschiene, die eine gute thermische Ankopplung garantiert und mit Wärmeleitpaste auf dem Peltierelement arretiert ist. Die Temperaturstabilisierung erfolgt über einen externen Temperaturregler, der in einem Bereich von etwa 20°C bis 37°C mit einer relativen Genauigkeit von 0,05°C regeln kann. Da die Phasenanspannungstemperatur des Kristalls etwa bei Raumtemperatur liegen soll, ist der Einsatz eines Kühlwasserkreislaufs nicht notwendig. Die einzigen notwendigen Anschlüsse sind daher die elektrischen Zuleitungen für den NTC-Messwiderstand und das Peltierelement, die über eine 9polige D-Sub-Buchse erfolgen und eine BNC-Buchse, mit der das Piezoelement angeschlossen ist.

2.3 Charakterisierung der Quelle

2.3.1 Modenspektrum und Finesse des Resonators

Wird die Spannung des Piezoelements durch eine Sägezahnspannung moduliert, so ergeben sich in der vom Einkoppelspiegel reflektierten Leistung Minima an den Stellen, an denen die Resonanzbedingung erfüllt ist. Bei perfekter Moden- und Impedanzanpassung würde an diesen Stellen die gesamte Leistung in den Resonator eingekoppelt werden. In der Praxis wird die Einkopplung durch Impedanz- und Modenfehlpanpassung herabgesetzt. In Abbildung 2.6 ist das Reflexionssignal, gemessen mit einer Photodiode⁷, bei Variation der Resonatorlänge über zwei freie Spektralbereiche dargestellt. Die Reflexion am Einkoppelspiegel geht im Resonanzfall auf 17 % zurück, die Einkoppeleffizienz liegt damit bei einem hohen Wert von 83 %.

Die Transmission des Einkoppelspiegels wurde zwar entsprechend einer optimalen Impedanzanpassung gewählt, es kann jedoch beispielsweise durch eine erhöhte Absorption im Kristall bei höheren zirkulierenden Leistungen zu einer leichten Abweichung der Verluste im Resonator kommen, was zu einer Herabsetzung der einkoppelbaren Leistung gemäß (1.35) führt. Modenfehlpanpassung, z. B. durch den Astigmatismus des Resonators trägt ebenfalls zu einer nicht perfekten Einkopplung bei.

Aus Abbildung 2.6 lässt sich die Finesse des Resonators experimentell aus dem Verhältnis

⁷FND-100Q, Perkin Elmer

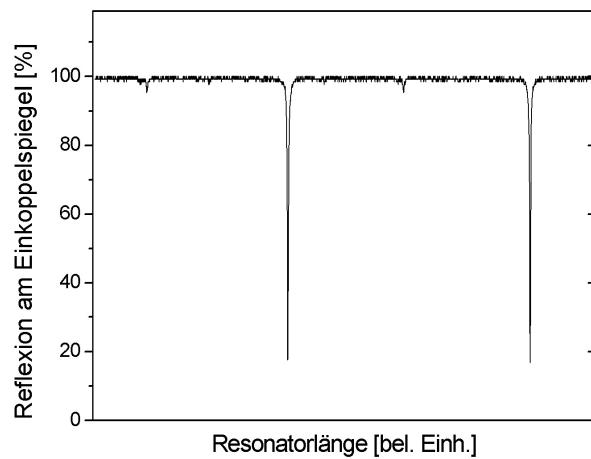


Abbildung 2.6: Normierte Reflexion des einfallenden Strahls am Einkoppelspiegel in Abhängigkeit von der Resonatorlänge. Im Resonanzfall werden 83 % der Leistung in den Resonator eingekoppelt.

von freiem Spektralbereich und Linienbreite bestimmen. Es ergibt sich eine Finesse von

$$F_{\text{exp}} = 167 \pm 12. \quad (2.9)$$

Dies stimmt mit der in Gleichung (1.37) berechneten Finesse von $F = 160$ überein.

2.3.2 Stabilisierung

Das Fehlersignal, das mittels Hänsch-Couillaud-Verfahren gewonnen wurde, ist in Abbildung 2.7 gezeigt. Es wurden wieder durch Anlegen einer Spannungsrampe an den Piezo mehrere freie Spektralbereiche durchgefahren. Das Fehlersignal besitzt eine steile Flanke



Abbildung 2.7: Gemessenes Fehlersignal bei Variation der Resonatorlänge über etwa drei freie Spektralbereiche mit einem Signal-zu-Rausch-Verhältnis von 1:20.

mit dem Nulldurchgang für die Resonatorlängen, bei denen die Resonanzbedingung erfüllt ist. Jeweils in der Mitte zwischen zwei Flanken erkennt man ein um den Faktor 15 kleineres Signal, das durch die Anregung einer transversalen Mode zustande kommt. Erkennbar ist auch der weite Fangbereich.

Mit diesem Fehlersignal, mit einem Signal-zu-Rausch-Verhältnis von etwa 1:20, war eine Stabilisierung der Resonatorleistung über einen im Prinzip beliebig langen Zeitraum möglich. Die Gründe, die zu einem Fallen aus der Stabilisierung führten, waren mechanische Erschütterungen des optischen Tisches und langfristige thermische Driften. Bei letzteren wurde der Resonator durch den Regelkreis automatisch auf die nächste longitudinale Mode stabilisiert.

2.3.3 Bestimmung der Phasenanpassungstemperatur

Der Kristall ist für eine Phasenanpassung bei einer Kristalltemperatur von etwa 30°C geschnitten. Diese Temperatur gilt für einen senkrechten Einfall des Laserstrahls auf die Kristallendfläche und ist stark vom Einfallswinkel abhängig. Bei der Justage wurde der

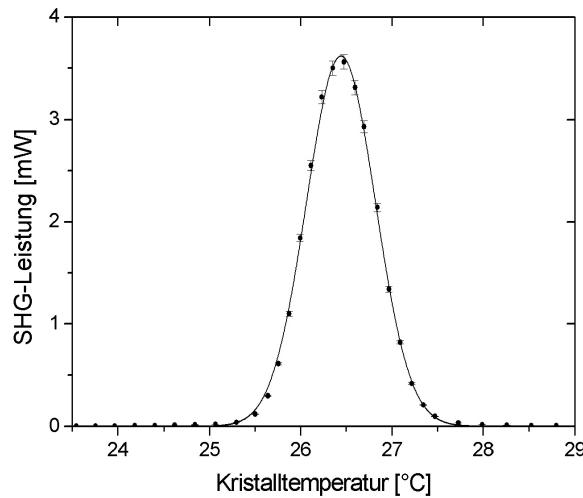


Abbildung 2.8: Leistung der Oberwelle in Abhängigkeit von der Kristalltemperatur mit angepasster Gauß-Funktion.

Kristall über den Rückreflex auf möglichst normalen Einfall eingestellt. Danach wurde die Kristalltemperatur von 23,5°C bis 28,8°C in Schritten von etwa 0,2°C durchfahren und dabei jeweils die Leistung der Oberwelle hinter dem Auskoppelspiegel mit einem Powermeter gemessen, wobei ein Kurzpass-Filter⁸ (SP) die vom Pumplicht stammenden infraroten Anteile blockte. Das Ergebnis der Leistungsmessung zeigt Abbildung 2.8. Die Abhängigkeit der Konversion von der Temperatur wird eigentlich durch den Boyd-Kleinman-Faktor in Gleichung (1.65) beschrieben. An die gemessenen Werte lässt sich aber zur Bestimmung der Lage des Maximums und der Halbwertsbreite sehr gut eine Gauß-Funktion anpassen. Am Maximum der Funktion kann man die optimale Phasenanpassungstemperatur zu

$$T_{PM} = (26,4 \pm 0,2)^\circ\text{C} \quad (2.10)$$

mit einer Halbwertsbreite von 0,9°C ablesen. Die Differenz zu der erwarteten Temperatur von $T_{PM} = 30^\circ\text{C}$ erklärt sich aus einem nicht perfekt normalen Einfall des Pumpstrahls auf den Kristall. So musste bei jedem leichten Verkippen des Kristalls die Temperatur immer etwas nachgeregelt werden.

⁸FGB67, Thorlabs

2.3.4 Messung der Verdopplungsleistung

Setzt man die Resonatorparameter in Gleichung (1.64) ein, so erhält man die erwartete Leistung des frequenzverdoppelten Strahls in Abhängigkeit von der eingekoppelten infraroten Pumpleistung. Es besteht ein quadratischer Zusammenhang zwischen der zirkulierenden und der frequenzverdoppelten Leistung, da die zirkulierende Leistung aber nicht linear mit der Eingangsleistung zunimmt, ist die Abhängigkeit zwischen Ausgangs- und Eingangsleistung nicht rein quadratisch. Die theoretischen Werte sind den mit einem Powermeter direkt gemessenen Leistungen in Abbildung 2.9 gegenübergestellt. Man erkennt im Rahmen der Messgenauigkeit eine exzellente Übereinstimmung mit der Theorie.

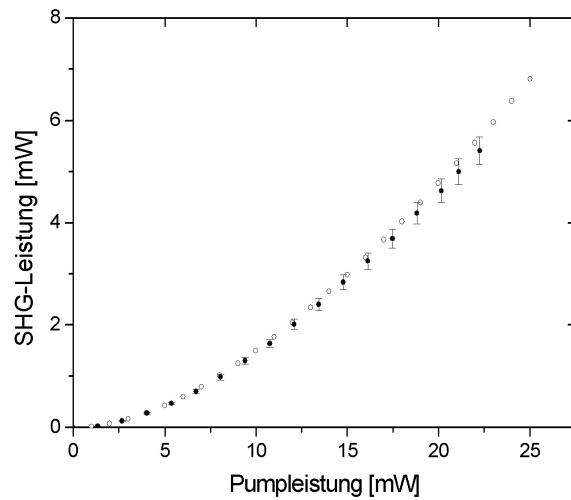


Abbildung 2.9: Theoretische (○) und experimentelle (●) Werte der SHG-Ausgangsleistung in Abhängigkeit von der Eingangsleistung.

Die Konversionseffizienz, also das Verhältnis von frequenzverdoppelter zu einlaufender Leistung, nimmt mit der Eingangsleistung zu. Diese Abhängigkeit ist in Abbildung 2.10 gezeigt. Die gemessene Effizienz erreicht Werte von bis zu 25 %, was für diese geringen Eingangsleistungen ein hoher Wert ist. Die gute Übereinstimmung mit der Theorie lässt darauf schließen, dass alle entscheidenden Effekte mitberücksichtigt wurden. Durch eine Verwendung von Einkoppelspiegeln mit unterschiedlichen Reflektivitäten und eine Berücksichtigung des Astigmatismus bei der Modenanpassung könnte die hohe Einkopplung von 83 % und damit die Leistung der zweiten Harmonischen noch weiter gesteigert werden.

2.3.5 Einkopplung in Single-Mode-Faser

Das im Resonator erzeugte blaue Licht dient als Pumplicht für einen Optisch Parametrischen Oszillator und muss daher ein möglichst gaußförmiges Strahlprofil aufweisen. Das

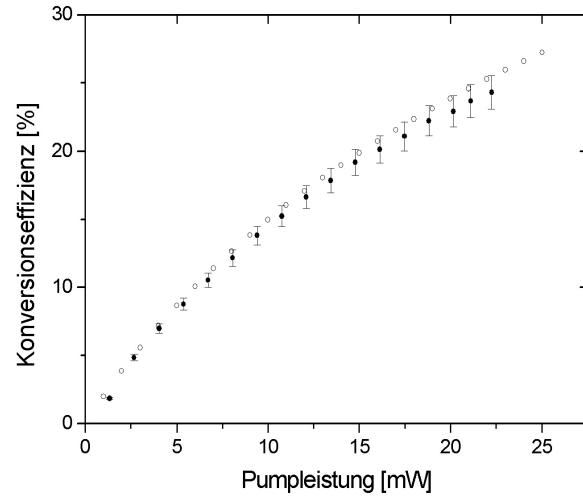


Abbildung 2.10: Zunahme der Effizienz der Frequenzverdopplung mit der Eingangsleistung.

aufgrund des Walk-Off des infraroten Pumpstrahls stark elliptische räumliche Profil wird daher mit Hilfe eines Zylinderlinsenpaars in eine Single-Mode-Faser⁹ eingekoppelt. Zur Berechnung der Brennweiten wurde der Strahl zunächst vermessen. Die Anordnung der Linsen wurde dann noch über die Einkoppeleffizienz in die Faser optimiert. Trotz der starken Elliptizität des Profils konnte eine Effizienz von über 50 % erreicht werden.

⁹Cutoff-Wellenlänge: 400 nm, Schäfter + Kirchhoff

Kapitel 3

Optisch Parametrischer Oszillator weit unterhalb der Schwelle

Durch die Frequenzverdopplung des Diodenlasers und die anschließende Filterung höherer transversaler Moden durch eine Single-Mode-Faser steht eine ausreichende Leistung blauen Lichts mit dem Modenprofil einer Gaußschen Fundamentalmode als Pumpleistung für den Optisch Parametrischen Oszillator zur Verfügung. Dessen Planung und Realisierung wird in den folgenden Abschnitten beschrieben. Die experimentellen Ergebnisse und deren Diskussion finden sich am Ende des Kapitels.

3.1 Resonatorparameter

3.1.1 Bismuttriborat

Bismuttriborat (BiB_3O_6 bzw. BIBO) ist ein seit wenigen Jahren verwendeter negativer biaxialer Kristall. Er besitzt eine monoklinische Struktur und kristallisiert in der Punktgruppe 2 [Hel00]. Seine Vorteile liegen in einem weiten Transmissionsbereich von 286 bis 2500 nm, der nicht vorhandenen Hygroskopie, einer hohen Zerstörschwelle und seinen hohen nichtlinearen Koeffizienten.

In diesem Experiment wird ein BIBO-Kristall verwendet, der kritische Phasenanpassung bei Raumtemperatur erreicht. Als Einfallsebene wird die xz -Ebene gewählt, wobei Pumpwelle und Signalwelle ordentlich polarisiert sind, die Idlerwelle außerordentlich. Es handelt sich also um einen Typ-II-oeo-Prozess.

Zur Bestimmung des dafür notwendigen Schnittwinkels werden zunächst die Brechungsindizes über die Sellmeier-Koeffizienten [Hel00] berechnet. Die relevanten Brechungsindizes lauten: $n_{y,p} = 1,841$, $n_{y,s} = 1,790$, $n_{x,i} = 1,924$ und $n_{z,i} = 1,762$. Die Phasenanpassungsbedingung vereinfacht sich im entarteten Fall zu $n_i^e(\phi) + n_{y,s} = 2n_{y,p}$, womit man den Schnittwinkel $\phi = 65,32^\circ$ berechnet. Die Abhängigkeit der Emissionswellenlängen vom Kristallwinkel ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

Der Walk-Off-Winkel des Idlerstrahls beträgt gemäß den Herstellerangaben beim Schnittwinkel für entartete Emission 70,5 mrad. Bei kritischer Typ-II-Phasenanpassung mit dem

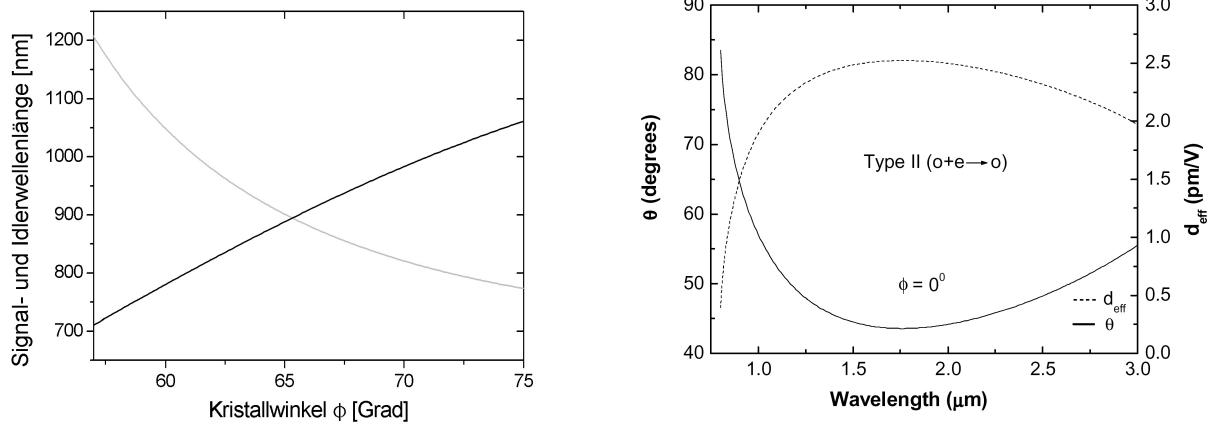


Abbildung 3.1: links: Theoretische Abhängigkeit der Wellenlänge von Signal (grau) und Idler (schwarz) vom internen Kristallwinkel in der xz -Ebene von BIBO bei einem oeo-Prozess mit einer Pumpwellenlänge von 447 nm. rechts: Phasenanpassungswinkel und effektiver nichtlinearer Koeffizient für Wellenlängen zwischen 750 nm und 3,0 μm mit vertauschten Bezeichnungen von ϕ und θ [Gho04].

Phasenanpassungswinkel $\phi = 65, 32^\circ$ lautet der effektive nichtlineare Koeffizient [Gho04]:

$$d_{\text{eff}} = d_{212} \cdot \cos \phi = 3,48 \frac{\text{pm}}{\text{V}} \cdot \cos \phi = 1,45 \frac{\text{pm}}{\text{V}}. \quad (3.1)$$

Dieser Wert lässt sich auch aus Abbildung 3.1 ablesen, in der Phasenanpassungswinkel und nichtlinearer Koeffizient bei einem oeo-Prozess in BIBO in Abhängigkeit von der Fluoreszenzwellenlänge dargestellt sind. Der Absorptionskoeffizient von BIBO liegt in der hier verwendeten Ebene für die Pumpwelle bei $\alpha_p \approx 0,5 \text{ m}^{-1}$ und im nahen Infraroten bei $\alpha_s \approx 0,2 \text{ m}^{-1}$. Neben der Absorption muss auch die Restreflexion an den AR-beschichteten Kristallendflächen beachtet werden; sie beträgt bei dem verwendeten Kristall $R < 0,1\%$ bei 894 nm und $R < 0,2\%$ bei 447 nm. Der Kristall ist 20 mm lang und hat eine Apertur von $3,0 \times 2,8 \text{ mm}^2$. Die Toleranzen liegen jeweils bei $\pm 0,1 \text{ mm}$.

Analog zur Frequenzverdopplung lässt sich eine optimale Strahltailli e für die parametrische Fluoreszenz bestimmen (siehe Abschnitt 1.2.3), die bei diesem Kristall bei $w_0 = 32 \text{ } \mu\text{m}$ liegt. Für eine doppelt so große Strahltailli erreicht der Konversionskoeffizient noch rund 60 % des Optimums.

3.1.2 Wahl der Resonatorgeometrie

Der Vorteil eines Bow-Tie-Resonators, eine geringe Rückkopplung zu zeigen, spielt beim OPO eine untergeordnete Rolle, da die zirkulierende Leistung wesentlich geringer ist als bei der SHG. Die erzeugte Welle wird auch nicht sofort ausgekoppelt, sondern ist resonant, so dass auch die Eindeutigkeit des Umlaufsinns keinen Vorteil bringt. Entscheidendes Kriterium ist im Fall des OPO-Resonators eine große Stabilität, die bei einem kleineren Spie-

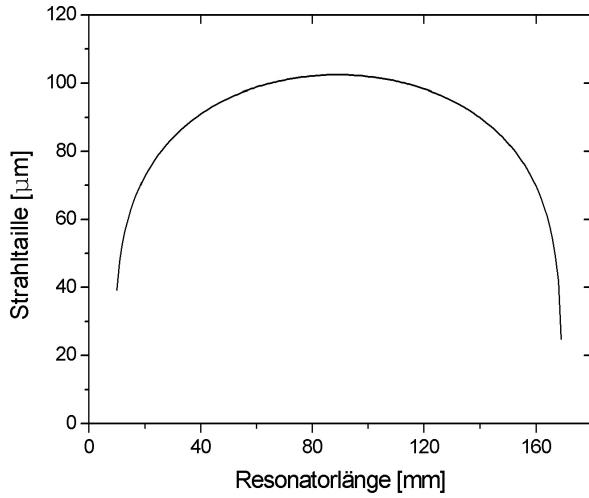


Abbildung 3.2: Abhängigkeit der Strahlgröße der Resonatormode vom Spiegelabstand.

gelabstand erreicht wird, so dass ein Fabry-Perot-Resonator von Vorteil ist. Eine kürzere Resonatorlänge vergrößert auch den freien Spektralbereich, so dass weniger longitudinale Moden innerhalb des Verstärkungsprofils der SPDC liegen. Die Bandbreite des Resonators ist hingegen linear vom FSR abhängig. Zwischen diesen Aspekten muss beim Design des Resonators ein Kompromiss gefunden werden.

Das Stabilitätsdiagramm eines Fabry-Perot-Resonators für Spiegel mit einem Krümmungsradius von $R = 80$ mm ist in Abbildung 3.2 gezeigt. Da die Resonatorlänge so groß gewählt werden muss, dass sie neben dem BIBO-Kristall auch genug Platz für zwei PBS bietet, ist der kleinstmögliche Spiegelabstand 60 mm, was unter Berücksichtigung der Brechungsinizes im Kristall und den PBS einem effektiven Abstand von etwa 80 mm entspricht. Mit den verwendeten Spiegeln mit $R = 80$ mm ist ein variabler Aufbau mit Resonatorlängen zwischen zwischen 80 und 170 mm möglich, wobei man sich bei großen Spiegelabständen am Rande des stabilen Bereichs, aber auch in der Nähe der optimalen Waist von $32 \mu\text{m}$ befindet. Für jede Länge ergeben sich andere Parameter für die effektive Länge, die Strahlgröße der Resonatormode, den freien Spektralbereich, die Bandbreite und die Umlaufzeit, die für drei Armlängen exemplarisch in Tabelle 3.1 zusammengefasst sind.

L/mm	L_{eff}/mm	$w_0/\mu\text{m}$	$\Delta\Omega/\text{GHz}$	$\Delta\nu/\text{MHz}$	τ_{rt}/ps
110	131	95	7,2	14	870
125	146	86	6,5	13	970
140	161	68	5,9	11	1070

Tabelle 3.1: Resonatorparameter für drei verschiedene Spiegelabstände

3.1.3 Impedanzanpassung

Der Einkoppelspiegel muss eine Anpassung an die Impedanz für die Pumpwelle garantieren und soll für die Signalwellenlänge möglichst hohe Reflexion zeigen. Der Auskoppelspiegel hingegen soll hochreflektierend für die Pumpwelle sein und bei der Reflektivität der Signalwelle einen Kompromiss zwischen einer hohen Finesse, die zu einer schmalen Bandbreite führt und einer nicht zu kleinen Auskopplung finden.

Zur Bestimmung der Impedanzanpassung ist eine Quantifizierung der Verluste nötig. Die Absorption in den Polarisationsstrahlteilerwürfeln¹ ist laut Herstellerangaben für beide Wellenlängen kleiner als $1,0 \text{ m}^{-1}$, mit einer Reflexion von 0,2 % pro Grenzfläche. Zusammen mit den Parametern des Kristalls ergibt sich für die Pumpwelle ein Verlustfaktor von $g_{rt} = 93,4 \%$, so dass gemäß der Impedanzanpassungsbedingung auch die Reflektivität des Einkoppelspiegels bei der Pumpwellenlänge auf diesen Wert gesetzt wird.

Für den Auskoppelspiegels wird eine Reflektivität von 98,5 % bei 894 nm gewählt. Da die Abhängigkeit von der zirkulierenden Leistung durch Konversionsverluste wegen des kleinen Konversionskoeffizienten hier vernachlässigt werden kann, lässt sich aus diesen Werten leicht die zirkulierende Leistung berechnen. Bei einer Pumpleistung von 2 mW ergibt sich eine zirkulierende Leistung von $P_{zirk} = 32 \text{ mW}$ und eine Finesse der Pumpwelle von $F_p = 48$ sowie eine Finesse der Signalwelle von $F_s = 82$.

3.2 Experimenteller Aufbau und Resultate

3.2.1 Aufbau des Resonators

Der Resonator ist so konzipiert, dass unterschiedliche Abstände zwischen den Spiegeln gewählt werden können. Je nach Abstand ergeben sich unterschiedliche Resonatormoden, so dass die erreichte Waist im Kristall jeweils geändert werden muss. Die Modenanpassung geschieht über zwei Linsen in einer Teleskopanordnung, mit der Fokusposition und -größe am Ort des Kristalls nahezu unabhängig voneinander durch Verschieben von jeweils einer der beiden Teleskoplinsen optimiert werden können. Hinter den Linsen durchläuft der Strahl eine $\lambda/2$ -Platte, mit der die Polarisation so gedreht wird, dass der Strahl mit ordentlicher Polarisation in den Kristall eintritt. Die zwei Spiegel hinter dem Teleskopaufbau garantieren, dass horizontale und vertikale Position des Strahls so angepasst werden können, dass sowohl Resonatorspiegel als auch Kristall mittig getroffen werden.

Abbildung 3.3 zeigt ein Bild des Resonators. Im Aluminium-Gehäuse befindet sich eine Grundplatte, die durch drei Peltierelemente temperaturstabilisiert werden kann. Für den Kristallhalter ist eine Aussparung in der Grundplatte vorgesehen, damit die Strahlhöhe niedrig ist und kleine stabile Spiegelhalter² verwendet werden können, die direkt auf der Grundplatte verschraubt sind. Der Einkoppelspiegel ist zur Stabilisierung der Resonatorlänge mit Sekundenkleber auf ein Piezoelement³ geklebt.

¹Dünnschichtpolarisator 335743, LINOS Photonics

²LM1, LINOS Photonics

³HPSt 150/14-10/12, Piezomechanik

Im Inneren eines Kupferblocks, dessen Temperatur durch ein Peltierelement geregelt wird, befindet sich der BIBO-Kristall. Die Temperaturstabilisierung erfolgt wie bei der Frequenzverdopplung mit einem NTC-Widerstand und einem externen Temperaturregler. Durch einen 5-Achsen-Verschiebetisch wird eine exakte räumliche Ausrichtung des Kristalls ermöglicht.

3.2.2 Modenspektrum und Finesse des Resonators

Zur Charakterisierung des Resonators wurde wie bei der Frequenzverdopplung zunächst das Reflexionssignal bei Variation der Resonatorlänge über mehrere FSR mit einem Photodetektor (PD) gemessen. Diese in Abbildung 3.4 dargestellte Messung ergab eine Einkopplungseffizienz von 30 % und eine Finesse von $F = 8 \pm 1$. Bei beiden Werten gibt es große Abweichungen von den theoretischen Werten. Dies liegt an der hohen Absorption der resonatorinternen PBS, deren maximale Transmission mit $T = 88\%$ nicht annähernd an den vom Hersteller spezifizierten Wert von $T = 99\%$ heranreicht. Zudem wird die maximale Transmission nur bei exakt senkrechtem Einfall erreicht. Die dadurch entstehenden unerwartet hohen Verluste verschlechtern die Impedanzanpassung und die Finesse des Resonators für die Pumpwellenlänge so deutlich, dass es sinnvoll ist, nur einen der

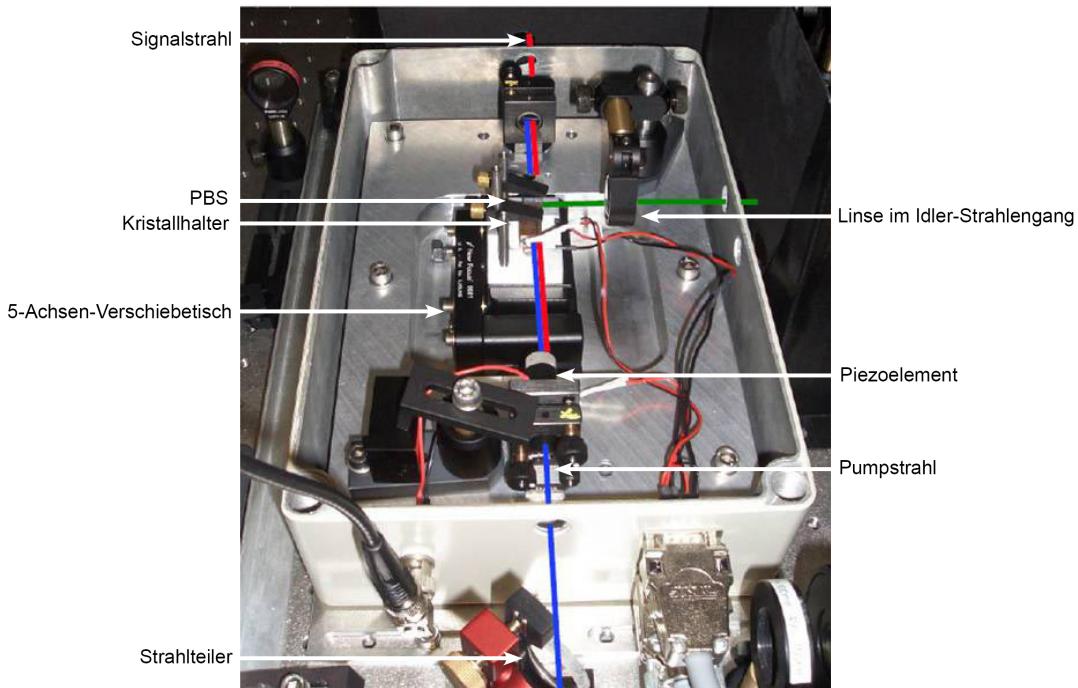


Abbildung 3.3: OPO-Resonator. Man erkennt die zwei Resonatorspiegel, von denen sich der rechte zur Stabilisierung der Resonatorlänge auf einem Piezoelement befindet. Der temperaturstabilisierte BIBO-Kristall ist in der Mitte des Bildes auf einem 5-Achsenverschiebetisch zu sehen.

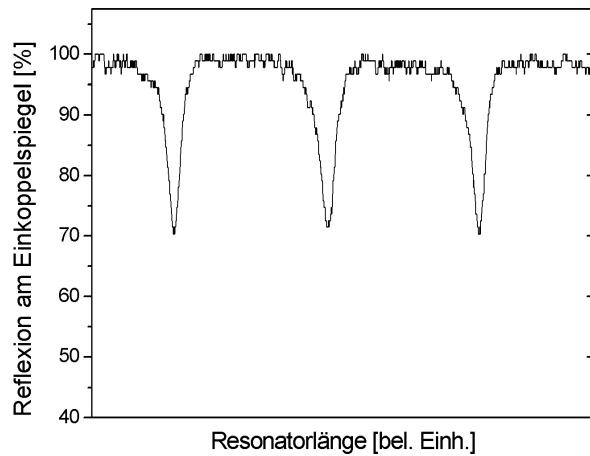


Abbildung 3.4: *Reflexionssignal des OPO-Einkoppelspiegels, bei einer Einkoppeleffizienz von 30 %. Die breiten Resonanzlinien deuten auf eine geringe Finesse hin.*

beiden PBS in den Resonatoraufbau zu integrieren. Es ist dadurch zwar nicht möglich, die Idlerphotonen zu detektieren, die von der in Gegenrichtung propagierenden Pumpwelle erzeugt werden, da diese durch den Walk-Off eine so starke Ablenkung erfahren, dass sie nicht mehr den PBS erreichen. Trotzdem ergibt sich durch die dann höhere Finesse und Einkopplung eine höhere Koinzidenzrate.

Der Transmissionswert der PBS bei der Fluoreszenzwellenlänge liegt mit $T = 97 \%$ ebenfalls unter dem spezifizierten Wert, so dass für die Finesse der Signalstrahlung ebenfalls eine Abweichung vom Theoriewert erwartet wird.

Aufbau der Resonatorstabilisierung Vor dem OPO-Resonator wird ein Strahlteiler (ST) mit einer Reflektivität von 6 % verwendet, der den Rückreflex des Pumplichts vom Resonator für die Stabilisierung bereitstellt. Das Regelsignal der Stabilisierung, die wieder über das Hänsch-Couillaud-Verfahren [Haen80] erfolgt, zeigt Abbildung 3.5. Trotz der geringeren Finesse des Resonators für die Pumpwellenlänge erhält man ein Differenzsignal mit einem Signal-zu-Rausch-Verhältnis von 1 : 10. Mit diesem Fehlersignal war eine Stabilisierung des Resonators über viele Stunden möglich.

3.2.3 Aufbau des Einzelphotonendetektors

Die Detektion von Signal- und Idlerphotonen erfolgt mit zwei Lawinenphotodioden⁴ (*avalanche photodiode, APD*). Diese Dioden bestehen im Wesentlichen aus einem Silizium-pn-Übergang, an den eine Vorspannung angelegt wird. Durch Absorption eines Photons wird

⁴SPCM-AQR-14, Perkin Elmer

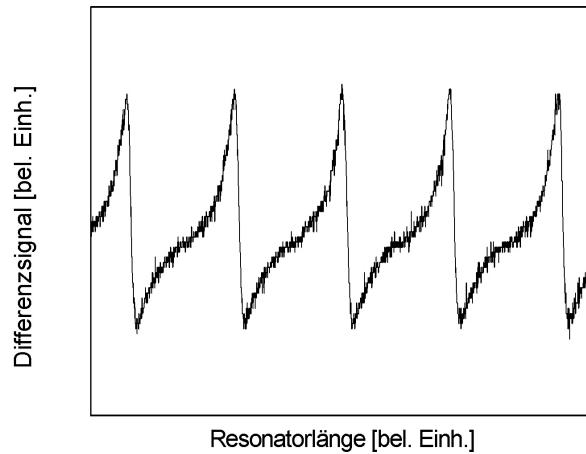


Abbildung 3.5: Hänsch-Couillaud-Fehlersignal des OPOs bei Variation der Resonatorlänge über fünf freie Spektralbereiche.

ein Ladungsträgerpaar erzeugt, das durch Stoßionisation in einem Lawinenprozeß verstärkt wird, so dass ein messbarer Stromfluss zustande kommt. Es kann so lange kein neues Photon gemessen werden, bis der Stromfluss durch Verringern der Vorspannung unter die Durchbruchspannung beendet wird. Geschieht dies elektronisch geregelt, wie bei den in diesem Aufbau verwendeten APDs, spricht man von einer aktiven Löschung. Nach der Löschung der Lawine wird die Vorspannung wieder auf Werte oberhalb der Durchbruchspannung angehoben. Es entsteht eine kurze Totzeit, die hier 50 ns beträgt. Durch die Totzeit resultiert bei hohen Zählraten ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen der gemessenen Zählrate und der Lichtintensität. Um diesem Umstand Rechnung zu tragen, führt man einen Korrekturfaktor ein, der für Zählraten unter 10^6 Zählereignissen pro Sekunde (*counts per second, cps*), unter Annahme einer Poisson-Verteilung weniger als 5 % ausmacht.

Nach der Detektion eines Photons besteht eine erhöhte Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein weiteres Lawineneignis ausgelöst wird, ohne dass ein Photon auf die APD getroffen ist. Das liegt daran, dass Lawinenelektronen in der Kristallstruktur z. B. an Defekten gefangen und später wieder freigesetzt werden, wobei sie erneut eine Lawine auslösen. Die sogenannte Nachpuls-Wahrscheinlichkeit liegt bei den hier verwendeten APDs allerdings nur bei 0,5 %. Der Detektionsbereich erstreckt sich von 400 bis 1060 nm, wobei die Detektoren bei 650 nm die höchste Quanteneffizienz von $\eta = 65\%$ besitzen. Bei der hier verwendeten Wellenlänge von 894 nm liegt die Effizienz noch bei $\eta = 35\%$. Messungen von bis zu 10^7 cps sind möglich, bei einer Dunkelzählrate von unter 100 cps. Dieses Detektorrauschen wird durch die thermische Anregung von Ladungsträgern sowie durch direktes Tunneln von Ladungsträgern in das Leitungsband verursacht.

Der Strahl wird mit jeweils einer Linse ($f = 50$ mm) auf die Detektorfläche mit einem

Durchmesser von $180\ \mu\text{m}$ fokussiert. Zur Optimierung des Abstandes vom Detektor sind die beiden Linsen auf Linear-Verschiebetischen montiert. Zusätzlich befinden sich die Linsen in Spiegelhaltern, die über Mikrometerschrauben eine Variation der x - und y -Position erlauben.

Die in den APDs generierten Spannungspulse werden mit Hilfe einer Messkarte computer-gestützt ausgewertet. Auf dieser TimeHarp-Karte⁵ sind alle zur Einzelphotonen-Detektion notwendigen Komponenten zusammengefasst. Zählraten bis $3 \cdot 10^6$ cps und eine Auflösung von unter 40 ps werden erreicht. Das Signal der einen APD fungiert als Start-Signal, das der anderen als Stop-Signal. Jeder Start-Signalpuls wird invertiert und abgeschwächt, bevor seine führende Pulsflanke durch einen Constant Fraction Discriminator (CFD) lokalisiert und das Signal damit von der Amplitude des Eingangssignals unabhängig wird. Der Zeitunterschied zwischen diesem und dem ebenfalls abgeschwächten Stop-Signal wird in einem Time to Digital Converter (TDC) gemessen und in ein Histogramm eingetragen.

3.2.4 Charakterisierung der Fluoreszenzquelle

Vor der Inbetriebnahme des OPOs wurden zunächst Messungen ohne die Resonatorspiegel vorgenommen, mit dem BIBO-Kristall als Fluoreszenzquelle. Der Vorteil dieses Vorgehens lag darin, dass eine leichtere Justage des Aufbaus möglich war und die Parameter für das Erreichen der entarteten Emission ausgetestet werden konnten. Erst dann wurden die Spiegel in den Aufbau integriert und der Resonator auf die Pumpwellenlänge stabilisiert. Eine schematische Gesamtübersicht über den Aufbau ist in Abbildung 3.7 gezeigt. Hinter dem BIBO-Kristall erfolgte die Trennung der verschiedenen Polarisationskomponenten des Strahls durch einen PBS in zwei verschiedene Detektionsarme. Um den Pumpstrahl herauszufiltern, durchliefen die zwei Strahlen jeweils einen Langpass-Filter⁶ (LP) mit einer Cut-Off-Wellenlänge von 715 nm. In diesen Filtern wird das Pumplicht absorbiert, wobei jedoch eine unerwünschte Emission über einen weiten Wellenlängenbereich auftrat. Zur Verminderung dieser Strahlung wurden hinter den Langpass-Filtern zwei Interferenzfilter^{7,8} (IF) mit Halbwertsbreiten von 10 nm bzw. 1 nm verwendet. Beide Filter wurden so verkippt, dass der Transmissionsbereich sich zu kleineren Wellenlängen verschob, um die maximale Transmission bei 894 nm zu erreichen.

Damit der Fall der entarteten kollinearen Fluoreszenz vorliegt, wurde der Winkel des BIBO-Kristalls über den 5-Achsentisch in der Ebene der Phasenanpassung variiert. Es zeigte sich, dass die vom Hersteller angegebene Winkeltoleranz von $\pm 1^\circ$ nicht erfüllt ist und erst bei einer Verkipfung des Kristalls um 3° die entartete Emission bei 894 nm auftritt. Ansonsten konnte der in Abbildung 3.1 gezeigte Zusammenhang zwischen Verkipfungswinkel und Wellenlänge zwischen 60° und 65° qualitativ nachgewiesen werden, indem verschiedene Interferenzfilter vor den Detektoren verwendet wurden. Eine exakte Messung der Wellenlängenabhängigkeit und der Linienbreite der Emission war nicht möglich, da die dafür

⁵TimeHarp 200, PicoQuant

⁶FGL715, Thorlabs

⁷FB900-10, Thorlabs

⁸Omega

notwendige große Auswahl schmalbandiger Interferenzfilter bzw. ein für Leistungen im fW-Bereich ausgelegtes fasergekoppeltes Spektrometer nicht zur Verfügung standen. Mit den vorhandenen Filtern konnte die Linienbreite zu ca. 10 nm abgeschätzt werden. Der Temperaturkoeffizient von BIBO ist sehr klein, und es konnte keine Temperaturabhängigkeit im Bereich zwischen 23,5°C und 28,8°C festgestellt werden. Die Temperaturstabilisierung wurde daher auf 27,0°C, also etwas über Raumtemperatur eingestellt, um Kondensation an den Kristallendflächen zu verhindern.

Die Korrelationszeit ist invers zur spektralen Breite von 10 nm bzw. 4 THz und liegt damit unter einer Pikosekunde, d. h. weit unterhalb des Auflösungsvermögens der APDs. Mit einer Koinzidenzmessung zwischen Signal- und Idlerphotonen, wie sie in Abbildung 3.6 dargestellt ist, kann die Detektorauflösung von $(1,2 \pm 0,1)$ ns über die Halbwertsbreite des Koinzidenzpeaks bestimmt werden. Die Koinzidenzzählrate beträgt bei dieser Messung etwa $R_{coin,exp} = 2600 \text{ s}^{-1}$ bei einer Pumpleistung von 1,0 mW und einer Gesamtzählrate von $R_s = 2,0 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$ bzw. $R_i = 1,8 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$.

Berücksichtigt man die Absorptionsverluste durch Langpassfilter ($T = 83\%$), 10 nm-Interferenzfilter ($T = 75\%$), 1 nm-Interferenzfilter ($T = 63\%$), die Quanteneffizienz der APDs ($\eta = 34\%$) sowie die Absorption der restlichen optischen Komponenten, so lässt sich die zu erwartende Koinzidenzzählrate pro mW Pumpleistung berechnen. Diese liegt bei $R_{coin,theo} = 4100 \text{ s}^{-1}\text{mW}^{-1}$. Die Differenz zur gemessenen Zählrate von $R_{coin,exp} = 2600 \text{ s}^{-1}\text{mW}^{-1}$ ist darauf zurückzuführen, dass die Emission der Signal- und Idlerstrahlung in einem großen Divergenzwinkel erfolgte, so dass sie nicht vollständig durch die Linsen hinter dem Resonatorgehäuse aufgesammelt werden konnte.

Mit den gemessenen Zählraten kann über die Gesamteffizienz der Detektion auf die Anzahl

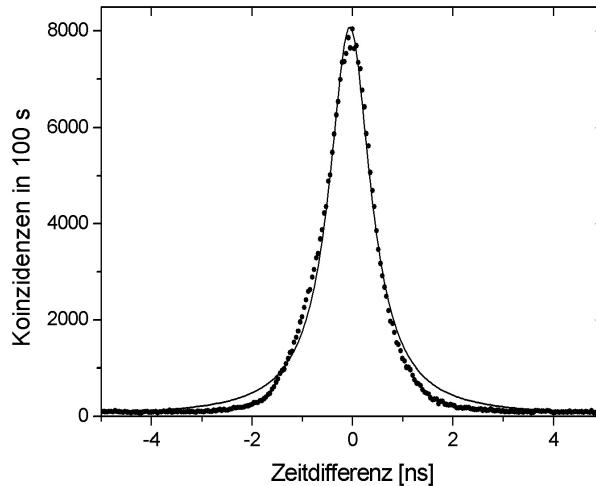


Abbildung 3.6: Messung der Koinzidenzen von Signal- und Idlerphotonen im Single-Pass-Betrieb zur Bestimmung der Detektorauflösung.

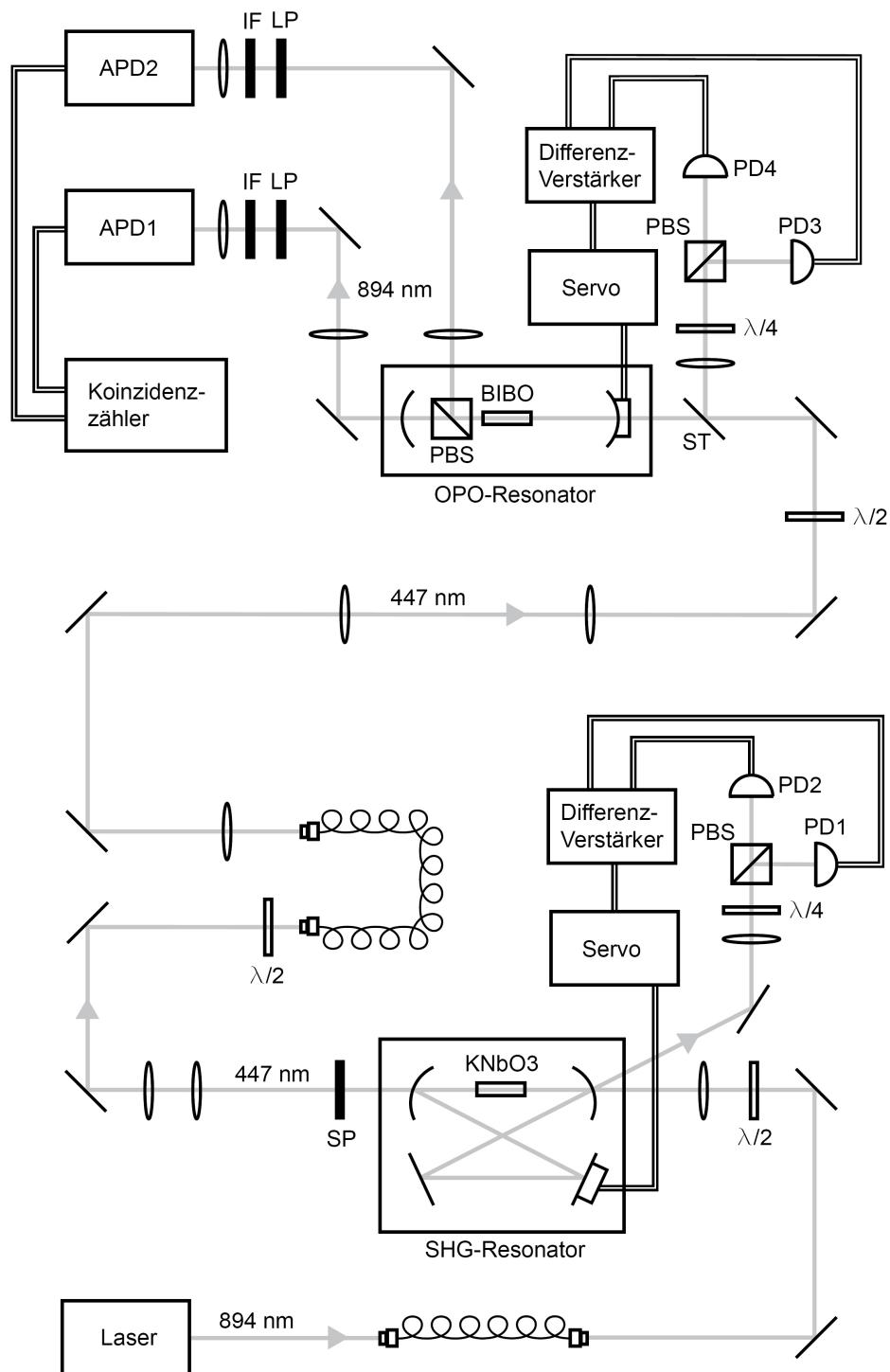


Abbildung 3.7: Schematische Darstellung des Gesamtaufbaus.

der im Kristall erzeugten Photonenpaare geschlossen werden. Sie liegt bei dieser Messung bei $R_{singlepass,exp} = 6,6 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1} \text{ mW}^{-1}$, was etwa der Hälfte der gemäß Gleichung (1.134) erwarteten Rate von $R_{singlepass,tho} = 1,3 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1} \text{ mW}^{-1}$ entspricht. Auch hierfür ist die Ursache im großen Divergenzwinkel der Fluoreszenzstrahlung zu suchen.

Polarisationsmessung Um zu überprüfen, ob die detektierten Photonen die für Signal- bzw. Idlerstrahlen zu erwartende Polarisation zeigen, wurde diese mit Hilfe eines Polarisator-Aufbaus, bestehend aus einer $\lambda/2$ -Platte und einem PBS vor der APD gemessen. Die Resultate für die beiden Detektionsarme zeigt Abbildung 3.8. Wie erwartet sind die in den beiden Detektionsarmen gemessenen Polarisationen senkrecht zueinander.

Die Visibility

$$V = \frac{R_{max} - R_{min}}{R_{max} + R_{min}} \quad (3.2)$$

beträgt bei dieser Messung für den Signal-Detektionsarm $V_s = 92,6\%$ und für den Idler-Detektionsarm $V_i = 90,5\%$. Gründe für die im Minimum nicht verschwindende Zählrate sind die vorhandene unerwünschte Emission in den Langpassfiltern, Streulicht und nicht perfekte PBS.

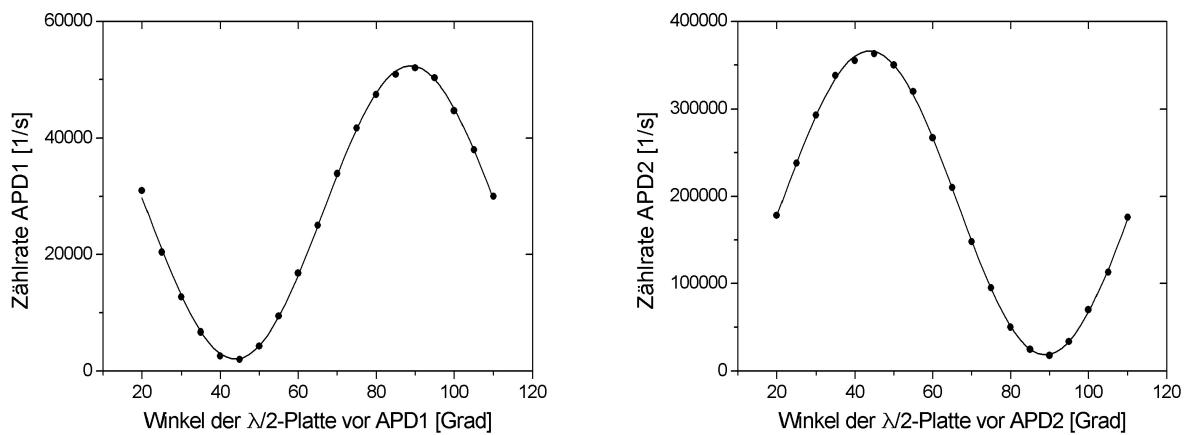


Abbildung 3.8: Polarisationsabhängigkeit der in Signal- und Idlerdetektionsarm gezählten Photonen.

3.2.5 OPO-Koinzidenzmessungen

Der im vorigen Abschnitt vorgestellte Aufbau der parametrischen Fluoreszenz stellt eine breitbandige Einzelphotonenquelle dar. Um die Bandbreite der Emission zu verkleinern, wird diese Quelle nun in einem Resonator verwendet. Durch die Resonatorgeometrie wird eine räumliche Mode ausgewählt, an die das Strahlprofil der einfallenden Welle über den Teleskopaufbau vor dem Resonator angepasst werden muss.

Von den drei in Tabelle 3.1 aufgelisteten Spiegelabständen wurde zunächst eine Länge von 161 mm ausgesucht, weil bei dieser Länge die kleinste Strahltailli im Kristall vorliegt. Die Waistgröße reagiert bei diesem Abstand jedoch auch am stärksten auf kleine Längenänderungen. Wahrscheinlich konnte sich aus diesem Grund keine stabile Fluoreszenzmode im Resonator ausbilden, so dass der effektive Spiegelabstand auf 131 mm verkürzt wurde.

Bei dieser Resonatorlänge konnten nun Koinzidenzmessungen der überhöhten Fluoreszenzmoden durchgeführt werden. Aufgrund der geringen Finesse des Resonators durch die hohe Absorption in den resonatorinternen PBS nahm die Zählrate im Vergleich zur Single-Pass-Messung stark ab.

Trotz der niedrigen Zählrate konnten, vor allem wegen der guten Resonatorstabilisierung, Koinzidenzen zwischen Signal und Idlerphotonen gemessen werden. Abbildung 3.9 zeigt eine solche Messung, die den aus Abschnitt 1.4 erwarteten Verlauf zeigt. Die Koinzi-

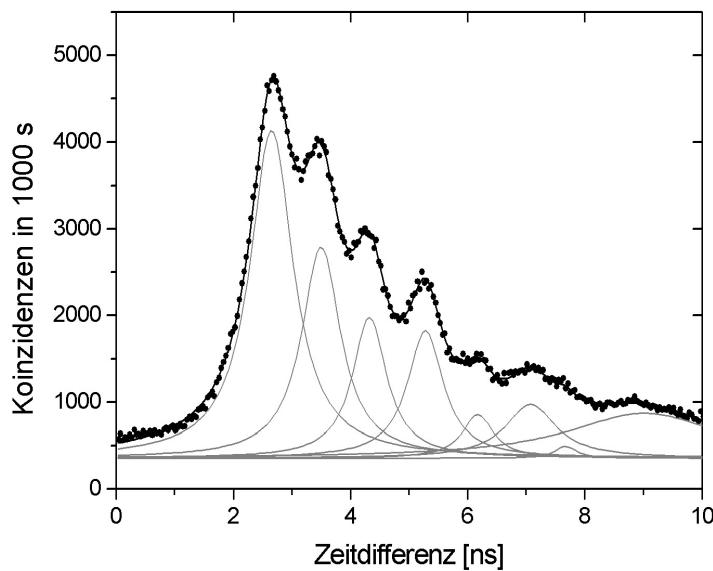


Abbildung 3.9: Koinzidenzen zwischen Signal und Idler in Abhängigkeit ihrer zeitlichen Verzögerung. Die Kurve zeigt einen exponentiellen Abfall mit Maxima, deren Abstände der Umlaufzeit eines Photons im Resonator entsprechen.

denzzählrate bei dieser Messung betrug $R_{coin,exp} = 660 \text{ s}^{-1}\text{mW}^{-1}$, was unter Beachtung der Verluste durch Filter und Detektionseffizienz auf eine Koinzidenzrate von $1,6 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}\text{mW}^{-1}$ hinter dem Kristall schließen lässt. Es sind sechs deutliche Maxima zu erkennen, deren Höhe exponentiell abfällt. Aufgrund der Detektorauflösung von 1,2 ns überlappen die Peaks teilweise. Der Abstand zwischen zwei Maxima beträgt

$$\tau = (880 \pm 20) \text{ ps} \quad (3.3)$$

und entspricht damit wie erwartet der Umlaufdauer eines Photons im verwendeten Resonator mit der Länge 131 mm:

$$\tau_{rt} = \frac{2L}{c} = (870 \pm 10) \text{ ps}. \quad (3.4)$$

Die Abklingkonstante der angepassten Exponentialfunktion entspricht direkt der Bandbreite. Sie beträgt $\Delta\omega = (0,49 \pm 0,05) \text{ ns}^{-1}$ bzw.

$$\Delta\nu = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = (78 \pm 8) \text{ MHz}. \quad (3.5)$$

In Abbildung 3.10 ist das Histogramm einer Koinzidenzmessung bei geänderter Justage der Resonatorspiegel gezeigt. Es ist nur jeder zweite Peak sichtbar, was darauf schließen lässt, dass es sich um die Anregung einer höheren transversalen Mode handelt. Aufgrund

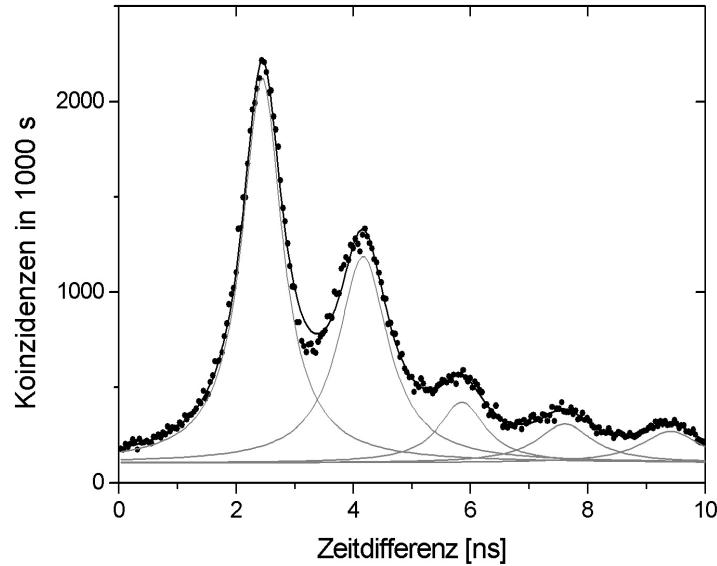


Abbildung 3.10: Koinzidenzen zwischen Signal und Idler bei geänderter Justage der Resonatorspiegel. Die Abstände der Peaks entsprechen der doppelten Resonatorumlaufzeit.

der räumlichen Verteilung treffen Signal-Photonen dann z.B. nur nach einer ungeraden Anzahl von Umläufen auf den Detektor. Der zeitliche Abstand zwischen den Peaks beträgt: $\tau_{2rt} = (1750 \pm 40)$ ps; man erhält also eine einfache Umlaufzeit von: $\tau_{rt} = (875 \pm 20)$ ps.

3.3 Diskussion der Ergebnisse

Die Koinzidenzmessungen 3.9 und 3.10 demonstrieren die Funktionsfähigkeit des im Rahmen dieser Arbeit aufgebauten Optisch Parametrischen Oszillators als schmalbandige Quelle einzelner Photonen. Durch die Verwendung des internen PBS ist es möglich, einen robusten und leicht zu stabilisierenden OPO mit einem Typ-II-Kristall zu realisieren, bei dem die Probleme der Doppelresonanz, die sich sonst bei Typ-II-Konfigurationen ergeben, elegant umgangen werden.

Die Stabilisierung des OPOs über den Pumpstrahl konnte über viele Stunden aufrecht erhalten werden. Dies ist ein entscheidender Vorteil im Vergleich zu anderen Typ-II-Quellen, bei denen es entweder zu Stabilitätsproblemen kam [Obe02] oder der Resonator gar nicht stabilisiert werden konnte [Kuk06]. Im letzteren Fall wurde die Resonatorlänge permanent durchgefahren und Resonanz dabei nur jeweils für kurze Zeit erzielt, woraus sehr lange Messzeiten resultierten.

Mit der in dieser Arbeit vorgestellten Quelle wurde es erreicht, die Bandbreite der parametrischen Fluoreszenz von einigen THz auf unter 80 MHz zu reduzieren, wodurch sich neue Anwendungsbereiche für die ansonsten breitbandige parametrische Fluoreszenz eröffnen. Schwierigkeiten ergaben sich durch die unerwartet hohe Absorption in den PBS, die zu einer niedrigen Finesse und damit zu Einbußen in der Zählrate sowie einer höheren Bandbreite führten. Mit Polarisationsstrahlteilern, die eine Transmission von über 99 % bei der Signal- und Pumpwellenlänge zeigen, könnte die angestrebte Bandbreite von 14 MHz und eine deutlich höhere Zählrate erreicht werden.

Die Abstimmbarkeit über einen großen Wellenlängenbereich von mehreren 10 nm mit entarteter Emission im Bereich des D1-Übergangs von Cäsium in Kombination mit einer schmalen Bandbreite lassen eine effektive Wechselwirkung mit atomaren Systemen in greifbare Nähe rücken, was die Grundlage für den Aufbau einer Schnittstelle zwischen Photonen und Atomen darstellt. Ein solches Interface ist integraler Bestandteil vieler Ideen in der Quantenkommunikation und der Quanteninformationsverarbeitung [Koz00, Bri00, Dua01]. Um den für eine gezielte Wechselwirkung notwendigen Single-Mode-Betrieb zu erreichen, können Filterresonatoren hinter dem OPO eingesetzt werden, die aus der großen Anzahl der longitudinalen Moden eine einzelne herausfiltern. Dies wäre jedoch mit einem Verlust an Zählrate verbunden, da sich die Zählrate annähernd proportional zur Anzahl der Moden verhält. Für die Wechselwirkung mit einem atomaren Ensemble wäre daher die Reduktion der longitudinalen Moden wünschenswert, was, wie in Abschnitt 1.4 gezeigt, mit einem doppelresonanten OPO möglich ist. Aus diesem Grund soll ein zweiter OPO aufgebaut werden, dessen Planung Gegenstand des folgenden Kapitels ist. Die Schwierigkeiten, die sich bei dem Versuch ergeben, Signal und Idler gleichzeitig in Resonanz zu halten, müssen dabei natürlich beachtet werden.

Kapitel 4

Planung eines neuen Resonator-Designs

4.1 Resonatorparameter

Bei einer doppelresonanten Resonatorkonfiguration bietet sich als nichtlinearer Kristall ein Kristall mit periodischer Polung an. Die Propagationsrichtung kann dann so gewählt werden, dass sie in einer der Richtungen liegt, die keinen Walk-Off zeigen. Signal- und Idlerstrahl breiten sich in dieselbe Richtung aus, die Brechungsindizes sind aber immer noch leicht verschieden, so dass Signal und Idler unterschiedlich lange optische Weglängen im Kristall durchlaufen und z. B. das Idlerphoton am Kristallende immer vor dem Signalphoton austritt. Die Zeitverzögerung ist davon abhängig, an welcher Stelle im Kristall das Photonenpaar erzeugt wurde, wobei sich die größte Verzögerung bei einer Erzeugung am Anfang des Kristalls ergibt. Die durchschnittliche Verzögerungszeit entspricht der Erzeugung in der Mitte des Konversionskristalls. Es ist möglich, diese mittlere Verzögerung auszugleichen, indem man Signal- und Idlerphotonen einen gleichartigen Kristall durchlaufen lässt, der die halbe Länge des Konversionskristalls besitzt und gegen diesen um 90° gedreht ist. Die Brechungsindizes sind dann für Signal und Idler vertauscht, so dass der Laufzeitunterschied für Paare, die in der Mitte des Konversionskristalls generiert wurden, genau ausgeglichen wird. Für später oder früher erzeugte Paare wird die Differenz nur teilweise ausgeglichen bzw. leicht überkompensiert. Das entscheidende ist, dass die Photonen nicht mehr aufgrund ihrer Ankunftszeit auseinandergehalten werden können, so dass auch Experimente, bei denen die Ununterscheidbarkeit der beiden Photonen notwendig ist, realisiert werden können.

Beim Einsatz in einem Resonator muss der Kompensationskristall so gewählt werden, dass er die optische Weglänge von Signal und Idler unabhängig von der Anzahl der Resonatorumläufe ausgleicht. Eine Möglichkeit ist die Verwendung von einem internen und einem externen Kompensationskristall [Kuk06]. Der interne befindet sich im Resonator vor dem Konversionskristall, so dass er bei einem einmaligen Durchlaufen des Resonators keinen Effekt hat. Der Zeitunterschied wird dann durch den externen Kompensatorkristall (ECC), der die halbe Länge des Konversionskristalls hat, im Mittel ausgeglichen. Wird der Reso-

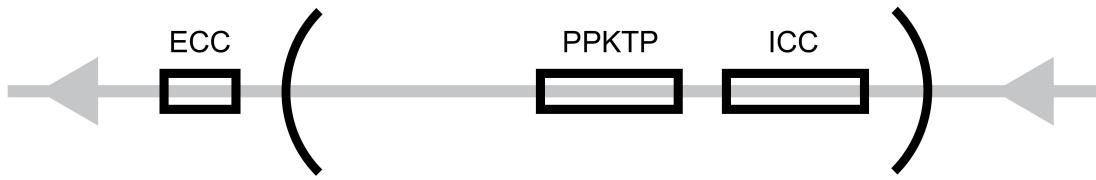


Abbildung 4.1: Resonator mit Konversionskristall (PPKTP), internem Kompensationskristall (ICC) und externem Kompensationskristall (ECC).

nator mehrfach durchlaufen, wird die bei jedem Umlauf im Konversionskristall auftretende Verzögerung durch den internen Kompensationskristall (ICC) ausgeglichen, der dieselbe Länge wie der Konversionskristall besitzt (vgl. Abbildung 4.1).

Die beiden Hauptschwierigkeiten beim Aufbau eines doppelresonanten OPOs, der Walk-Off und die unterschiedlichen Weglängen für Signal und Idler, sind damit behoben.

4.1.1 Kristallparameter

Als periodisch gepolter Kristall empfiehlt sich bei dieser Pumpwellenlänge der Einsatz von periodisch gepoltem Kalium-Titanyl-Phosphat (PPKTP). KTP wird schon seit langem erfolgreich als nichtlinearer Kristall eingesetzt. Es handelt sich um einen biaxialen Kristall, der zur Punktgruppe mm2 gehört [Dmi99] und sich durch hohe nichtlineare Koeffizienten von bis zu $10,7 \text{ pm/V}$, eine hohe Zerstörschwelle und einen großen Transparenzbereich ($350 - 4500 \text{ nm}$) auszeichnet. Der Absorptionskoeffizient liegt bei der Pumpwellenlänge bei $\alpha_p \approx 0,5 \text{ m}^{-1}$ und bei der Fluoreszenzwellenlänge bei $\alpha_{s,i} \approx 3,0 \text{ m}^{-1}$, wobei berichtet wird, dass es bei einzelnen Kristallen zu starken Abweichungen von diesen Werten kommen kann [Wei99, Gar98]. Sowohl PPKTP als auch die aus KTP gefertigten Kompensationskristalle sollen eine AR-Beschichtung besitzen.

Bei der periodischen Polung für den Einsatz von Typ-II-Phasenanpassung wird der Kristall so gefertigt, dass die Propagation in x -Richtung stattfindet ($\theta = 90^\circ, \phi = 0^\circ$), wobei die einfallende Pumpwelle und die Signalwelle in y -Richtung polarisiert sind, die Idlerwelle in z -Richtung polarisiert ist. Die Polungsperiode berechnet sich gemäß (1.62):

$$\Lambda = \frac{2\pi}{\Delta k} = 21,8 \mu\text{m}. \quad (4.1)$$

Der nichtlineare Koeffizient wird durch die periodische Polung im Vergleich zur herkömmlichen Phasenanpassung um einen konstanten Faktor herabgesetzt (siehe Abschnitt 1.2.2):

$$d_{\text{eff}} = \frac{2}{\pi} d_{32} = -1,69 \frac{\text{pm}}{\text{V}}. \quad (4.2)$$

4.1.2 Wahl der Resonatorgeometrie

Die Anforderungen an die Resonatorgeometrie sind ähnlich wie beim Resonator mit BIBO-Kristall (siehe Abschnitt 3.1.2). Die Länge des Resonators muss so gewählt werden, dass

Konversions- und Kompensationskristall, die jeweils eine Länge von 20 mm besitzen, mit den zugehörigen justierbaren Kristallhaltern Platz finden. Es wird daher eine Resonatorlänge von 80 mm gewählt. Der Konversionskristall soll sich dabei in der Mitte des Resonators befinden, da die Wellenfrontdeformation dort am geringsten ist und der kleinste Strahlradius erreicht werden kann. Dieser liegt bei einem Krümmungsradius der Spiegel von 50 mm bei $50 \mu\text{m}$ und damit in der Nähe der optimalen Strahlaille von $32 \mu\text{m}$.

4.1.3 Impedanzanpassung

Die Absorptionsverluste der Pumpwelle sind im Vergleich zum BIBO-Resonator sehr viel geringer, da keine resonatorinternen PBS benötigt werden. Einzige Verlustfaktoren sind die Absorption in den beiden Kristallen ($\alpha_p \approx 0,5 \text{ m}^{-1}$), die Restreflexionen an den Kristallendflächen ($R < 0,2 \%$) und die Transmission am Auskoppelspiegel, die für die Pumpwellenlänge aber $< 0,1 \%$ ist. Berechnet man mit diesen Werten die Impedanzanpassung, so ergibt sich eine optimale Reflektivität des Einkoppelspiegels von 93,5 % und eine damit verbundene zirkulierende Leistung von 30 mW bei 2 mW Pumpleistung.

Bei der Reflektivität des Auskoppelspiegels bei 447 nm muss man einen Kompromiss zwischen einer hohen Zählrate und einer hohen Finesse finden. Es werden daher zwei Auskoppelspiegel mit verschiedenen Reflektivitäten (96 % und 99 %) vorgesehen. Liegt die Reflektivität bei 96 %, so folgt daraus eine Finesse von 58 und mit dem freien Spektralbereich von 1,1 GHz eine Bandbreite von 20 MHz. Bei 99 % erhöht sich die Finesse auf 81, was zu einer Bandbreite von 14 MHz führt.

Ausblick

Um die aufgebaute kompakte Einzelphotonenquelle für andere Experimente leicht nutzbar zu machen, ist als nächstes die Einkopplung der Fluoreszenzmoden in Single-Mode-Fasern geplant. Dies erhöht die Qualität des Strahlprofils und macht die Quelle flexibler einsetzbar. Der Aufbau, bestehend aus Frequenzverdopplungsresonator, Optisch Parametrischem Oszillatoren und Einzelphotonendetektoren befindet sich schon jetzt auf einem Breadboard, so dass er prinzipiell auch portabel einsetzbar ist.

Eine weitere Kompaktifizierung könnte über die Integration in Wellenleitern erfolgen. Diese konnte bereits für einfache- und doppelresonante OPOs demonstriert werden [Bor95, Sch00]. Von den mit dieser Quelle möglichen Experimenten bietet sich, auch zur weiteren Charakterisierung der Quelle, zunächst ein Experiment vom Hong-Ou-Mandel-Typ an [Hon87]. Mit einem ähnlichen Multimode-Zustand wurde ein solches Experiment bereits durchgeführt [Lu03]. Wie von *Shapiro* vorhergesagt [Sha02], wurde dabei durch den Multimoden-Charakter ein erneutes Erscheinen des Hong-Ou-Mandel-Interferenz-Dips bei von Null verschiedenen Zeitabständen zwischen Signal- und Idlerphoton am Strahlteiler beobachtet. Weitere Anwendungsmöglichkeiten für die mit diesem Aufbau demonstrierte, gezielte Anregung von Moden höherer Ordnung sind ebenfalls denkbar.

Experimente, die eine effiziente Wechselwirkung mit atomaren Übergängen realisieren sollen, sind mit diesem Aufbau, wenn überhaupt, nur als Zwischenstufe sinnvoll, da die notwendige Reduktion der longitudinalen Moden die Zählrate stark verringern würde. Für eine solche Anwendung wird die zu diesem Zweck geplante PPKTP-Quelle, die in Kapitel 4 beschrieben wird, besser geeignet sein. Viele Erfahrungen beim Betrieb des einfachresonanten OPOs konnten in die Planung des neuen doppelresonanten OPOs einfließen. So werden die erfolgreiche Stabilisierung auf die Pumpmode über das Hänsch-Couillaud-Verfahren und der kompakte, mechanisch stabile Aufbau für das neue Design übernommen. Auch der externe Frequenzverdopplungsresonator hat sich bewährt und wird in dem neuen Aufbau eingesetzt werden.

Die neue Single-Mode-Quelle eignet sich für die Verwendung in zwei verschiedenen Gebieten. Zum einen werden damit Experimente möglich, die eine effiziente Wechselwirkung zwischen Einzelphotonen und atomaren Ensembles voraussetzen. So würde eine Kombination mit dem im gleichen Labor befindlichen Aufbau zur Elektromagnetisch Induzierten Transparenz (EIT) erstmals eine Demonstration von EIT auf dem Einzelphotonen-Niveau gestatten, bei der die schmalbandigen Photonen nicht aus einem atomaren System stammen. Eine Speicherung einzelner verschränkter Photonenzustände in einem atomaren Ensemble würde den Weg für die Entwicklung eines Speichers für Quanteninformation ebnen.

Zum anderen eignen sich schmalbandige angekündigte Einzelphotonen auch für die Durchführung von Mehrphotoneninterferenz-Experimenten. Die bei den bisher für die Interferenz mehrerer Photonen verwendeten SPDC-Quellen notwendige spektrale Filterung reduziert die Wahrscheinlichkeit von Mehrphotonen-Ereignisse stark. Durch den Wegfall dieser Filterung bei OPO-basierten Einzelphotonenquellen sollten in Zukunft Mehrphotonen-Experimente mit einer größeren Anzahl von Photonen möglich sein.

Literaturverzeichnis

- [Ako06] N. Akopian, N.H. Lindner, E. Poem, Y. Berlitzky, J. Avron, D. Gershoni: *Entangled Photon Pairs from Semiconductor Quantum Dots*, Phys. Rev. Lett. **96**, 130501 (2006)
- [Asp81] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger: *Experimental test of realistic local theories via Bell's theorem*, Phys. Rev. Lett., **47**, 461 (1981)
- [Asp82] A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger: *Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analyzers*, Phys. Rev. Lett., **49**, 1804 (1982)
- [Ben84] C.H. Bennett, G. Brassard: *Quantum cryptography: Quantum key distribution and coin tossing*, Proc. IEEE Int. Conference on Computers, Systems and Signal Processing, Bangalore, Indien, 175 (1984)
- [Ben00] O. Benson, C. Santori, M. Pelton, Y. Yamamoto: *Regulated and Entangled Photons from a Single Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **84**, 2513 (2000)
- [Bim98] D. Bimberg, M. Grundmann, N.N. Ledentsov: *Quantum Dot Heterostructures*, John Wiley & Sons, Chichester (1998)
- [Bor95] M.L. Bortz, M.A. Arbore, M.M. Fejer: *Quasi-phase-matched optical parametric amplification and oscillation in periodically poled LiNbO₃ waveguides*, Opt. Lett. **20**, 49 (1995)
- [Bou97] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, A. Zeilinger *Experimental quantum teleportation*, Nature **390**, 575 (1997)
- [Bou99] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, M. Daniell, H. Weinfurter, A. Zeilinger: *Observation of Three-Photon Greenberger-Horne-Zeilinger Entanglement*, Phys. Rev. Lett. **82**, 1345 (1999)
- [Boy68] G.D. Boyd, D.A. Kleinman: *Parametric Interaction of Focused Gaussian Light Beams*, J. Appl. Phys. **39**, 3597 (1968)
- [Boy92] R.W. Boyd: *Nonlinear Optics*, Academic Press, San Diego (1992)
- [Bri00] H.J. Briegel, W. Dür, S.J. van Enk, J.I. Cirac, P. Zoller in *The Physics of Quantum Information*, 281, Springer, Berlin (2000)

- [Bro95] O.S. Brozek: *Effiziente Frequenzverdopplung mit Diodenlasern*, Diplomarbeit, Universität Hannover (1995)
- [Bru99] C. Brunel, B. Lounis, P. Tamarat, M. Orrit: *Triggered Source of Single Photons based on Controlled Single Molecule Fluorescence*, Phys. Rev. Lett. **83**, 2722 (1999)
- [Bur70] D.C. Burnham, D.L. Weinberg: *Observation of Simultaneity in Parametric Production of Optical Photon Pairs*, Phys. Rev. Lett. **25**, 84 (1970)
- [Bye68] R.L. Byer, S.E. Harris: *Power and Bandwidth of Spontaneous Parametric Emission*, Phys. Rev. **168**, 1064 (1968)
- [Col84] M.J. Collett, C.W. Gardiner: *Squeezing of intracavity and traveling-wave light fields produced in parametric amplification*, Phys. Rev. A **30**, 1386 (1984)
- [Dem96] W. Demtröder: *Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper*, Springer, Berlin (1996)
- [Dem00] W. Demtröder: *Laserspektroskopie: Grundlagen und Techniken*, Springer, Berlin, 4. Auflage (2000)
- [Dmi99] V.G. Dmitriev: *Handbook of Nonlinear Optical Crystals*, Springer, Berlin, 3. Auflage (1999)
- [Dre83] R.W.P. Drever, J.L. Hall, F.V. Kowalski, J. Hough, G.M. Ford, A.J. Munley, H. Ward: *Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator*, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983)
- [Dua01] L.M. Duan, M.D. Lukin, J.I. Cirac, P. Zoller: *Long-distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics*, Nature **414**, 4138 (2001)
- [Ein35] A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen: *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete*, Phys. Rev. **47**, 777 (1935)
- [Ell06] D.J.P. Ellis, A.J. Bennett, A.J. Shields, P. Atkinson, D.A. Ritchie: *Electrically addressing a single self-assembled quantum dot*, Appl. Phys. Lett. **88**, 133509 (2006)
- [Fej92] M.M. Fejer, G.A. Magel, D.H. Jundt, R.L. Byer: *Quasi-phase-matched second harmonic generation: tuning and tolerances*, IEEE J. Quantum Electron. **28**, 2631 (1992)
- [Fre72] S.J. Freedman, J.F. Clauser: *Experimental test of local hidden-variable theories*, Phys. Rev. Lett. **28**, 938 (1972)
- [Gar84] C.W. Gardiner, C.M. Savage: *A multimode quantum theory of a degenerate parametric amplifier in a cavity*, Opt. Comm. **50** (3), 173 (1984)
- [Gar98] A. Garashi, A. Arie, A. Skliar, G. Rosenman: *Continuous-wave optical parametric oscillator based on periodically poled KTiOPO4*, Opt. Lett. **23**, 1739 (1998)

- [Gho04] M. Ghotbi, M. Ebrahim-Zadeh: *Optical second harmonic generation properties of BiB_3O_6* , Opt. Exp. **12**, 6002 (2004)
- [Gla63] R.J. Glauber: *The Quantum Theory of Optical Coherence*, Phys. Rev. **130**, 2529 (1963)
- [Haen80] T.W. Hänsch, B. Couillaud: *Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity*, Opt. Comm. **35** (3), 441 (1980)
- [Hel00] H. Hellwig, J. Liebertz, L. Bohaty: *Linear optical properties of the monoclinic bismuth borate BiB_3O_6* , J. Appl. Phys., **88**, 240 (2000)
- [Hon85] C.K. Hong, L. Mandel: *Theory of parametric frequency down conversion of light*, Phys. Rev. A **31**, 2409 (1985)
- [Hon86] C.K. Hong, L. Mandel: *Experimental Realization of a Localized One-Photon State*, Phys. Rev. Lett. **56**, 58 (1986)
- [Hon87] C.K. Hong, Z.Y. Ou, L. Mandel: *Measurement of Subpicosecond Time Intervals between Two Photons by Interference*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2044 (1987)
- [Jon56] R.C. Jones: *A new calculus for the treatment of optical systems. VIII. Electromagnetic theory* J. Opt. Soc. Am **46**, 126 (1956) und Referenzen darin
- [Kel04] M. Keller, B. Lange, K. Hayasaka, W. Lange, H. Walther: *Continous generation of single photons with controlled waveform in an ion-trap cavity system*, Nature **431**, 1075 (2004)
- [Kle68] D.A. Kleinman: *Theory of Optical Parametric Noise*, Phys. Rev. **174**, 1027 (1968)
- [Kni01] E. Knill, R. Laflamme, G.J. Milburn: *A scheme for efficient quantum computation with linear optics*, Nature **409**, 46 (2001)
- [Koen05] F. König, E.J. Mason, F.N.C. Wong, M.A. Albota: *Efficient and spectrally bright source of polarization-entangled photons*, Phys. Rev. A **71**, 033805 (2005)
- [Kog66] H. Kogelnik, T. Li: *Laser Beams and Resonators*, Appl. Opt. **5**, 1550 (1966)
- [Koz00] A. E. Kozhekin, K. Mølmer, E. Polzik: *Quantum memory for light*, Phys. Rev. A **62**, 033809 (2000)
- [Kuh02] A. Kuhn, M. Hennrich, G. Rempe : *Deterministic Single-Photon Source for Distributed Quantum Networking*, Phys. Rev. Lett. **89**, 067901 (2002)
- [Kuk06] C.E. Kuklewicz, F.N.C. Wong, J.H. Shapiro: *Time-Bin-Modulated Biphotos from Cavity-Enhanced Down-Conversion*, Phys. Rev. Lett. **97**, 223601 (2006)
- [Kur00] C. Kurtsiefer, S. Mayer, P. Zarda, H. Weinfurter: *Stable Solid-State Source of Single Photons*, Phys. Rev. Lett. **85**, 290 (2000)

- [Kwi95] P.G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A.V. Sergienko, Y. Shih: New High-Intensity Source of Polarization-Entangled Photon Pairs, Phys. Rev. Lett. **75**, 4337 (1995)
- [Lou91] R. Loudon: *The Quantum Theory of Light*, Oxford University Press, Oxford, 2. Auflage (1991)
- [Lou00] B. Lounis, W.E. Moerner: Single photons on demand from a single molecule at room temperature, Nature **407**, 491 (2000)
- [Lu00] Y.J. Lu, Z.Y. Ou: Optical parametric oscillator far below threshold: Experiment versus theory, Phys. Rev. A **62**, 033804 (2000)
- [Lu03] Y.J. Lu, R.L. Campbell, Z.Y. Ou: Mode-Locked Two-Photon States, Phys. Rev. Lett. **91**, 163602 (2003)
- [Mab94] H. Mabuchi, E.S. Polzik, H.J. Kimble: Blue-light-induced infrared absorption in KNbO_3 , J. Opt. Soc. Am. B, **11**, 2023 (1994)
- [Mat96] K. Mattle, H. Weinfurter, P.G. Kwiat, A. Zeilinger: Dense Coding in Experimental Quantum Communication, Phys. Rev. Lett. **76**, 4656 (1996)
- [McK04] J. McKeever, A. Boca, A.D. Boozer, R. Miller, J.R. Buck, A. Kuzmich, H.J. Kimble: Deterministic Generation Of Single Photons from One Atom Trapped in a Cavity, Science **303**, 1992 (2004)
- [Mes05] D. Meschede: *Optik, Licht und Laser*, Teubner, Wiesbaden, 2. Auflage (2005)
- [Mic00] P. Michler, A. Imamoğlu, M.D. Mason, P.J. Carson, G.F. Strouse, S.K. Buratto: Quantum correlation among photons from a single quantum dot at room temperature, Nature **406**, 968 (2000)
- [Nee06] J.S. Neergaard-Nielsen, B. Melholt Nielsen, C. Hettich, K. Mølmer, E.S. Polzik: Generation of a Superposition of Odd Photon Number States for Quantum Information Networks, Phys. Rev. Lett. **97**, 083604 (2006)
- [Obe02] M. Oberparleiter: *Effiziente Erzeugung verschränkter Photonenpaare*, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (2002)
- [Pou46] R.V. Pound: Electronic frequency stabilization of microwave oscillators, Rev. Sci. Instr. **17**, 490 (1946)
- [San00] C. Santori, M. Pelton, G. Solomon, Y. Dale, Y. Yamamoto: Triggered Single Photons from a Quantum Dot, Phys. Rev. Lett. **86**, 1502 (2000)
- [Sch98] A. Schmitt: *Ein externer Ringresonator zur Frequenzverdopplung mit Hänsch-Couillaud-Stabilisierung*, Prüfungsarbeit, Universität Mainz (1998)

- [Sch00] G. Schreiber, R. Ricken, K. Rochhausen, W. Sohler: *Dig. Conf. Lasers Electro-Optics*, (CLEO2000), 521 (2000)
- [Sha02] J.H. Shapiro in *Technical Digest of Topical Conference on Nonlinear Optics*, Opt. Soc. Am., Washington D.C., 440 (2002)
- [She06] J.F. Sherson, H. Krauter, R.K. Olsson, B. Julsgaard, K. Hammerer, I. Cirac, E.S. Polzik: *Quantum teleportation between light and matter*, Nature **443**, 557 (2006)
- [Sie86] A.E. Siegman: *Lasers*, University Science Books, Sausalito (1986)
- [Ste03] B. Steinheil: *Aufbau eines frequenzverdoppelten Diodenlasersystems zur Untersuchung ultrakalter Chrom-Atome*, Diplomarbeit, Universität Stuttgart (2003)
- [Ste06] R.M. Stevenson, R.J. Young, P. Atkinson, K. Cooper, D.A. Ritchie, A.J. Shields: *A semiconductor source of triggered entangled photon pairs*, Nature **439**, 179 (2006)
- [Wal95] D.F. Walls, G.J. Milburn: *Quantum Optics*, Springer, Berlin, 2. Auflage (1995)
- [Wei99] D. Weise: *Aufbau und effiziente Frequenzkonversion eines schmalbandigen Hochleistungs-Dauerstrich-Lasers*, Diplomarbeit, Universität Konstanz (1999)
- [Yua02] Z. Yuan, B.E. Kardynal, R.M. Stevenson, A.J. Shields, C.J. Lobo, K. Cooper, N.S. Beattie, D.A. Ritchie, M. Pepper: *Electrically Driven Single-Photon Source*, Science 295, 102 (2002)

Publikationen und Konferenzbeiträge

- F. Wolfgramm, M. Scholz, O. Benson: *Optical Parametric Oscillator Below Threshold as a Narrow-Band Single-Photon Source*, Poster Präsentation, DPG Tagung, 13.-17. März 2006, Frankfurt am Main
- F. Wolfgramm, M. Scholz, O. Benson: *A Narrow-Band Single-Photon Source*, Vortrag, DPG Tagung, 19.-23. März 2007, Düsseldorf
- F. Wolfgramm, M. Scholz, U. Herzog, O. Benson: *A Single-Resonant OPO as a Narrow-Band Source for Single-Photon Generation*, in Vorbereitung

Danksagung

Herzlich möchte ich mich bei allen bedanken, die zum Gelingen dieser Diplomarbeit beigebrachten haben.

Als erstes möchte ich Herrn Prof. Oliver Benson danken, der mich freundlich in seine Arbeitsgruppe aufnahm und mir dieses interessante und anspruchsvolle Projekt anvertraute.

Herrn Prof. Wöste danke ich herzlich für die Bereitschaft, diese externe Arbeit von der Freien Universität aus zu betreuen.

Ein großer Dank geht natürlich an den Betreuer dieser Arbeit Matthias Scholz, von dem ich während des letzten Jahres sehr viel gelernt habe. Er hat dieses Projekt mit großem Einsatz begleitet und hatte nicht nur immer ein offenes Ohr für Fragen und Probleme, sondern meistens auch die richtige Antwort.

Danken möchte ich auch Prof. Achim Peters, dessen große Erfahrung mit allen Arten von Resonatoren eine große Hilfe bei dieser Arbeit war.

Dr. Ulrike Herzog möchte ich dafür danken, dass sie bei der Ausarbeitung der Theorie des OPOs eine so große Hilfe war.

Auch allen anderen NANOs und QOMs am Hausvogteiplatz möchte ich für die angenehme Atmosphäre und die vielen guten Gespräche danken; insbesondere Stefan Schietinger, Katharina Möhle, Stefan Smolka, Gesine Steudle, Michael Barth, Alexander Kuhlicke, David Hoeckel, Rico Henze, Sven Büttner, Nils Neubauer, Tim Schröder, Malte Schmidt, Max Schiemangk, Martin Gohlke, Alexander Senger und Andrea Mazzei, der mir für die letzten Wochen in seinem Büro Asyl gewährt hat.

Dipl.-Ing Klaus Palis hat mich bei den zahlreichen Elektronik-Aufbauten unterstützt. Vielen Dank!

Thilo Schuldt und Sven Hermann danke ich dafür, dass sie immer bereit waren ihren letzten SSqueezing-Detektorbü verleihen und auch Evgeny Kovalchuk danke ich, von dessen reichem Wissen über OPOs ich gerne noch mehr profitiert hätte. Michael Stoll danke

ich für die Unterstützung vom Fritz-Haber-Institut aus.

Herrn Rausche und der Belegschaft der Werkstatt danke ich für die nicht immer ganz einfache Fertigung der Resonatorgehäuse.

Peter Zieger, Dennis Engberding, Florian Hartig und Bianca Lim danke ich für die netten Semester und die zahllosen Sonntage, an denen wir uns gegenseitig die Physik erklärt haben.

Marc Lüttgemann sei herzlich gedankt für das Korrekturlesen dieser Arbeit und die Nachsicht, wenn ich mal unser wöchentliches Arbeitsessen vergessen habe. Auch Matthias Scholz, Peter Zieger und allen anderen Korrekturlesern sei gedankt.

Ganz besonders bedanken möchte ich mich bei meiner Familie und meiner Freundin Alicja, die mich während meines gesamten Studiums in jeder Hinsicht unterstützt haben.