

Experimentelle Untersuchungen zu schmalbandigen Paarphotonenquellen



Diplomarbeit

Humboldt-Universität zu Berlin
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät I
Institut für Physik

eingereicht von

Martin Kernbach

geboren am 20.08.1978 in Salzwedel

Berlin, 9. März 2012

1. Gutachter: Prof. Dr. Oliver Benson
2. Gutachter: Prof. Achim Peters, Ph.D.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Grundlagen	3
2.1. Modestruktur des Resonators	3
2.2. Fabry-Pérot-Resonator	7
2.3. Nichtlineare Optik	11
2.3.1. Optisch Parametrische Generation	12
2.3.2. Nichtlineare Prozesse mit fokussierten Strahlen	14
2.3.3. Phasenampassung	16
2.4. Interferenz am Strahlteiler	20
2.4.1. Der Strahlteiler	20
2.4.2. Quantisierung des Feldes	25
2.4.3. Korrelationfunktion	28
3. Aufbau der Photonenquelle	36
3.1. Kohärente Laserquelle	37
3.2. Frequenzverdopplung - SHG	38
3.2.1. Bow-Tie-Resonator	38
3.2.2. FSR-Bestimmung	39
3.2.3. Frequenzverdopplung im Kaliumniobat-Kristall	40
3.2.4. Hänsch-Couillaud-Stabilisierung	42
3.3. Paarphotonenquelle - SPDC	43
3.3.1. Aufbau des Optisch Parametrischen Oszillators	44
3.3.2. Konversion im periodisch gepolten Kalium-Titanyl-Phosphat	45
3.3.3. Konfokaler FP-Resonator	46
3.3.4. Dreifachresonante OPO-Justage	49
4. Untersuchung der Paarphotonen	51
4.1. Frequenzverstimmung der Paarphotonen	53
4.2. Signal Idler Korrelation	53
4.3. Hong-Ou-Mandel Interferometer	56
4.4. Paarphotonenzustand	59
4.5. Korellationsfunktion	62
4.5.1. Singlemode	62

4.5.2. Multimode	64
4.6. Simulation der Zweiphotoneninterferenz am Strahlteiler	65
4.6.1. Singlemode	65
4.6.2. Multimode	70
5. Ausblick	76
A. Anhang	78
A.1. Effektiver Konversionskoeffizient	78
A.2. Technische Konstruktion des OPO	80
Literaturverzeichnis	82

1. Einleitung

Die optische Interferenz mit ihrem bekanntesten Beispiel, dem Youngschen Doppelspalt-experiment von 1801 [1], hat mit dem zugrundeliegenden Superpositionsprinzip wesentlich zur Entwicklung der Quantenmechanik im 20. Jh. beigetragen.

Die quantenmechanische Zustandsbeschreibung der Natur erweist sich dabei als sehr komplex. Richard Feynman wandte berechtigt ein, daß der Simulation der Dynamik dieser Zustände, insbesondere deren Wechselwirkung, mit klassischen Rechenkonzepten enge Grenzen gesetzt sind. Einen Ausweg sah er darin, einen Computer zu entwerfen, der diese Komplexität umgeht, indem er die zugrundeliegenden Prinzipien direkt in sein Regelwerk integriert [2].

Der Durchbruch dieser kühnen Idee ist unter anderem Arbeiten von David Deutsch [3], Peter W. Shor [4] oder Lov K. Grover [5] geschuldet, die mit den von ihnen entwickelten Algorithmen die Stärken eines Quantencomputers aufzeigten, der aufgrund hoher Informationskodierung in Quantenzuständen und Verschränkung derselben weit über das klassische Rechnerkonzept hinausragt.

Es gibt eine Vielzahl von Ansätzen für die Realisierung, wie Atome in optischen Gittern oder Ionenfallen, Quantenpunkte und supraleitende Schaltkreise, sowie quantenelektromagnetische Resonatoranregungen oder rein optische Systeme [6].

Die Anforderung an die Kohärenz des Quantensystems erfordert jedoch überwiegend eine strenge Isolierung zur Umgebung (closed box). Eine Ausnahme bilden die nur schwach mit der Umgebung wechselwirkende Photonen. Das Zusammenwirken leicht manipulierbaren Qubits (stationary qubits) und informationsübertragender Photonen (flying qubits) in einem Quantennetzwerk stellt damit ein vielversprechendes Konzept zur Realisierung des Quantencomputers dar.

Erste Zustandsübertragungen zwischen stationären Qubits (Atomen) und fliegenden Qubits (Photonen) sind bereits erreicht, zu denen insbesondere auch die in der Arbeitsgruppe realisierte elektromagnetisch induzierte Transparenz im Cäsiumgas zu zählen ist [7, 8].

Einen vielversprechenden alternativen Ansatz zu Quantennetzwerken mit stationären Qubits bietet die Variante der linearen optischen Netzwerke, ‘linear optical quantum computing’ (LOQC). Ein derartiges rein optische Netzwerk bedarf keiner nichtlinearen Wechselwirkung der Photonen, sondern beschränkt sich allein auf Photonenquellen und die passiven optischen Elemente Strahlteiler und Phasenschieber. E. Knill, R. Laflamme und G.J. Milburn zeigten, daß allein auf dem LOQC-Konzept basierend Quantentele-

portation möglich ist [9]. Ein derartiger Aufbau erfordert freilich eine große Anzahl unabhängig agierender Einzelphotonenquellen und die Interferenzfähigkeit unabhängig voneinander erzeugter Photonen.

Inhalt dieser Arbeit ist es, eine realisierte Quelle für Paarphotonen zu analysieren und das Interferenzverhalten der von ihr emittierten Paarphotonen am Strahlteiler zu beschreiben.

Die Interferenz ist die Grundlage zur zerstörungsfreien Übertragung von Verschränkung und offenbart dabei faszinierende Phänomene, wie den Hong-Ou-Mandel Effekt. Die Koinzidenz zweier über getrennte Eingangspfade in den Strahlteiler propagierender Photonen liefert dabei eine Aussage über die Unterscheidbarkeit ihrer Quantenzustände.

In dieser Arbeit werden die Vorbereitungen zu der Interferenz zweier Photonen bei der Überlagerung am Strahlteiler vorgestellt. Die verwendete schmalbandige Paarphotonenquelle bietet dabei die Aussicht, das zeitaufgelöste Interferenzverhalten der Paarphotonen zu beobachten und daraus deren relative Eigenschaften zueinander bzw. den Grad ihrer Ununterscheidbarkeit zu quantifizieren.

Gliederung

Die Arbeit beschreibt den Aufbau und die Vorbereitung zur Zweiphotoneninterferenz am Stahlteiler. Sie gliedert sich in einen der Einleitung folgenden Abschnitt zur Theorie, der die wesentlichen physikalischen Zusammenhänge aufführt, auf die in der Arbeit zurückgegriffen wird. Anschließend erfolgt die Beschreibung des in einzelne Module gegliederten experimentellen Aufbaus. Dieser umfasst insbesondere die als optisch parametrischer Oszillator realisierte Paarphotonenquelle sowie ein Hong-Ou-Mandel Interferometer.

Das vierte Kapitel widmet sich der Auswertung der Photonenquelle und verwendet die daraus abgeleiteten Eigenschaften der Paarphotonen, um deren Interferenzverhalten am Strahlteiler des Hong-Ou-Mandel Interferometers zu simulieren.

2. Grundlagen

Es liegt im Wesen der Naturwissenschaft, daß jedes Experiment seinen Beitrag zu den theoretischen Modellen einbringt, sei es als Revolution, Bestätigung oder Erratum. Umgekehrt kann der Experimentator der Theorie die Erkenntnisse aller theorieprägenden Experimente in kompakter Form entnehmen.

Für eine Beurteilung und Auswertung der im Experiment erfolgten oder noch ausstehenden Messungen ist somit ein fundiertes Wissen über die zugrundeliegenden theoretischen Modelle notwendig.

In diesem Kapitel soll dieser Hintergrund umrissen werden und der Zusammenhang der physikalischen Größen ausgearbeitet werden, auf die in der späteren Auswertung Bezug genommen wird.

2.1. Modestruktur des Resonators

Die Beschreibung der Dynamik des elektromagnetischen Feldes erfolgt durch die Maxwellgleichungen, bzw. abgeleiteten Wellengleichungen. Die bei gegebenen Randbedingungen eines optischen Systems möglichen Lösungen werden als Moden bezeichnet.

Der Resonator dient hierbei als Werkzeug, die Modenanzahl zu beschränken. Als eindrucksvolles Beispiel steht dafür der 1960 von Theodore Harold Maiman mit Hilfe eines Fabry-Pérot-Resonators realisierte erste Laser [10]. Im folgenden Kapitel wird zunächst die transversale Struktur der Moden und deren Anpassung betrachtet. Anschließend erfolgt ein Blick auf den daraus folgenden Einfluss auf den longitudinalen Mode. Die Gesamtheit der Modenstruktur wird zum Abschluss in wenigen Resonatorparametern zusammengefasst.

Der transversal elektrische Mode - TEM

Ausgehend vom Ansatz einer monochromatischen Welle $\vec{U}(\vec{r}, t) = \vec{A}(\vec{r}) \exp(i\omega t)$, die entlang einer optischen Achse \hat{e}_z , bei gerechtfertigter paraxialen Näherung, $\frac{\partial}{\partial z} A \ll kA$ und $\frac{\partial^2}{\partial z^2} \ll \frac{\partial}{\partial z} A$, propagiert und zudem vollständig homogen polarisiert ist, $\vec{A}(\vec{r}) = A(\vec{r})\hat{e}_\rho$ mit $\hat{e}_\rho \perp \hat{e}_z$, stellt die Lösung der Wellengleichung ebene Wellen mit einer komplexen transversalen Amplitudenmodulation $A(\vec{r})$ dar, wobei $A(\vec{r})$ die skalare paraxialen Helmholtzgleichung erfüllen muß.

$$\Delta_\perp A - 2ikA = 0, \quad k = |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.1)$$

Die verwendeten Größen sind: elektrischer Feldvektor \vec{A} , Ortsvektor \vec{r} , Einheitsvektoren \hat{e} , Wellenvektor \vec{k} , Wellenlänge λ , Kreisfrequenz ω und die Zeit t .

Die Lösungen von [Gl. 2.1] sind in Tabelle [Tab. 2.1] als transversaler elektrischer Mode $\text{TEM}_{m,n}$ für zwei Symmetrien aufgeführt. Die Darstellung zeigt die allgemeine Lösung als Produkt einer gaussförmigen Amplitudenfunktion, der Fundamentalmode oder auch Gaussmode genannt wird, mit einem zusätzlichen Geometriefaktor, der aus einem vollständigen Satz orthogonaler Funktionen entwickelt ist.

TEM_{mn} in $\Sigma [\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z]$	TEM_{pl} in $\Sigma [\hat{e}_\varrho, \hat{e}_\phi, \hat{e}_z]$
$\Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$	$\Delta_\perp = \frac{1}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varrho} \left(\varrho \frac{\partial}{\partial \varrho} \right) + \frac{1}{\varrho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$
$A_{m,n} = H_m \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) \cdot H_n \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right)$	$A_{p,l} = \left(\sqrt{2} \frac{\varrho}{w(z)} \right)^l \cdot L_p^l \left(2 \frac{\varrho^2}{w^2(z)} \right) \cdot e^{-il\phi}$
$\cdot \exp \left\{ -i \left[P + \frac{k}{2q} (x^2 + y^2) \right] \right\}$	$\cdot \exp \left\{ -i \left[P + \frac{k}{2q} \varrho^2 \right] \right\}$
Hermite Polynome	Laguerresche Polynome
$H_0(x) = 1$	$L_0^l = 1$
$H_1(x) = 2x$	$L_1^l = 1 - x + l$
$H_m(x) = (-1)^m e^{x^2} \frac{d^n e^{-x^2}}{dx^n}$	$L_p^l = \frac{e^x x^{-l}}{n!} \frac{d^n (e^{-x} x^{n+l})}{dx^n}$
$\Phi_{\text{Gouy}} = (m+n+1) \arctan \left(\frac{z\lambda}{\pi w_0^2} \right)$	$\Phi_{\text{Gouy}} = (2p+l+1) \arctan \left(\frac{z\lambda}{\pi w_0^2} \right)$

Tabelle 2.1.: Laplace-Operator und vollständiger Satz orthogonalen Funktionen als Lösung der skalaren paraxialen Helmholtzgleichung [Gl. 2.1] in kartesischen (x,y,z) und in Zylinderkoordinaten (ϱ, ϕ, z) , sowie die dazu korrespondierende Gouy-Phase nach Symmetrie und Mode.

Die Auswertung der Lösungen aus Tabelle (2.1) führt für den komplexen Strahlparameter q zu der anschaulichen Zerlegung:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{\tilde{R}(z)} - i \frac{\lambda}{\pi w^2(z)} \quad (2.2)$$

mit dem Krümmungsradius der Phasenfläche $\tilde{R}(z)$ und dem Strahlradius $w(z)$, definiert als transversaler Abstand zur Strahlmitte, an dem die Amplitude der Gaussmode $1/e$ ihres Maximalwerts aufweist. Mit

$$P(z) = -i \cdot \ln \left\{ \frac{w(z)}{w_0} \right\} - \Phi_{\text{Gouy}} \quad (2.3)$$

skaliert $P(z)$ die Amplitude und liefert additiv die Gouy-Phase ϕ_{Gouy} .

Die Gouy-Phase erklärt sich dabei anschaulich mit einer Mittelung der Position der gesamten Phasenfront. Ist diese gekrümmmt, so weicht der Mittelwert vom Einzelwert ab. Der Mittelwert selber propagiert mit konstanter Geschwindigkeit, wohingegen der Phasenfrontpunkt auf der Strahlachse mit zunehmender Krümmung vorausseilt [11]. Die vollständige Wellengleichung einer transversal elektrischen Feldmode $TEM_{m,n}$ in kartesischen Koordinaten schreibt sich damit zu:

$$\vec{E}_{m,n}(x, y, z, t) = E_0 \cdot \vec{e}_p \cdot H_m \cdot H_n \cdot \frac{w_0}{w(z)} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}} \cdot e^{ik\frac{x^2+y^2}{2R(z)}} \cdot e^{i\Phi_{Gouy}^{(m,n)}} \cdot e^{i(kz-\omega t)} + c.c. \quad (2.4)$$

Modenanpassung

Sollen optische Systeme aneinander gekoppelt werden, sind die propagierenden Moden der Subsysteme ineinander zu überführen. Dies wird Modenanpassung genannt und erfolgt durch eine Transformation der Amplitudenfunktion $A_2(\vec{r}) = \mathcal{M} \otimes A_1(\vec{r})$.

Mit Kenntnis des Strahlparameters $q(z)$ [Gl. 2.2] lässt sich dazu, mit Rücksicht auf die paraxiale Näherung, der ABCD-Formalismus der Strahlenoptik anwenden. Hierbei ist jedem konstituierenden optischen Element eine Transformationsmatrix \mathcal{M}_i zugeordnet, womit sich ein überführendes optisches System als Matrixprodukt dieser ergibt [12, 13].

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_a & \mathcal{M}_b \\ \mathcal{M}_c & \mathcal{M}_d \end{pmatrix} = \prod_{i=i_{max}}^1 \mathcal{M}_i = \mathcal{M}_{i_{max}} \cdot \dots \cdot \mathcal{M}_2 \cdot \mathcal{M}_1 \quad (2.5)$$

Die Transformationsvorschrift für den Strahlparameter q ist definiert als:

$$q_2 = \mathcal{M} \otimes q_1 = \frac{\mathcal{M}_a q_1 + \mathcal{M}_b}{\mathcal{M}_c q_1 + \mathcal{M}_d} \quad (2.6)$$

Für den im optisch homogenen Medium frei propagierenden Gaussmode ergibt sich daraus der Verlauf des Strahlparameters und die Entwicklung der Waist und des Krümmungsradius der Phasenfront zu:

$$q(z) = (z - z_0) + q_0 = (z - z_0) + i \frac{\pi w_0^2}{\lambda_n} \quad (2.7)$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{(z-z_0)\lambda_n}{\pi w_0^2} \right)^2} \quad (2.8)$$

$$\tilde{R}(z) = (z - z_0) \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{(z-z_0)\lambda_n} \right)^2 \right] \quad (2.9)$$

Hier entspricht $z = z_0$ dem Fokus an dem mit $P(z_0) = 0$ [Gl. 2.3] die Feldamplitude

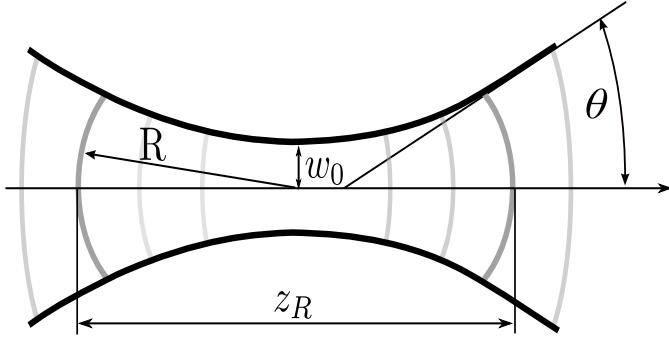


Abbildung 2.1.: Ausbildung des Gaußstrahls mit Phasenflächen und Waistprofil

maximal und die Waist $w_0 = w(z_0)$ minimal wird. Mit der Wellenlänge $\lambda_n = \lambda_0/n$ zeigt sich, daß die Entwicklung der transversalen Mode im optisch dichteren Medium mit einer Brechzahl $n > 1$ langsamer verläuft als im Vakuum. Analog der optischen Weglänge des longitudinalen Modes, wird dies in der effektiven Länge der transversalen Modepropagation $L_{mod} = L_{vac}/n$ bezüglich des Vakuums ausgedrückt.

Moden höherer Ordnung transformieren sich wie der zugehörige Gaussmode, wobei im Geometriefaktor der transformierte Strahlradius des Gaussmodes $w(z)$ zu verwenden ist. Um die Strahlparameter eines aus beliebigen Modenordnungen gemischten Strahlprofils $\tilde{w}(z)$ zu ermitteln, wird dessen Divergenzwinkel θ bestimmt. Da der Geometriefaktor für niedrige Ordnungen eine höhere Intensitätsdichte zur Strahlmitte aufweist, kann daraus der Strahlparameter der Gaussmode $w(z) \leq \tilde{w}(z)$ ermittelt werden.

$$\theta = \frac{\tilde{w}(z)}{z} \Big|_{z \rightarrow \infty} = \frac{\tilde{w}(z)}{w(z)} \frac{w_0}{z} \sqrt{1 + \left(\frac{z\lambda}{\pi w_0^2} \right)} \Big|_{z \rightarrow \infty} = \frac{1}{K} \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (2.10)$$

Die Strahlqualität K ist hierbei ein Maß für die Intensitätsdichte zur Strahlachse, bzw. der Fokussierbarkeit. Mit Definition der Rayleighlänge $z_R = \pi w_0 / \lambda_n$, wird die Strahlqualität direkt messbar [14].

Aus der Vollständigkeit der orthogonalen Funktionen, die das transversale Amplitudiprofil beschreiben, leitet sich ab, daß eine Störung, wie sie durch Beugungseffekte oder partielle Absorption verursacht wird, das Modeprofil beeinflusst. Um die durch eine scharfkantig begrenzte Apertur bedingten Beugungsrißel auf Amplitudenschwankungen von $\max \Delta I/I = \pm 1\%$ zu beschränken, ist für den Gaussmode auf eine Apertur von $d > 4,6 \cdot w$ zu achten [15].

2.2. Fabry-Pérot-Resonator

Das erste Fabry-Pérot-Interferometer (FPI) ist 1897 von Charles Fabry und Alfred Pérot als Werkzeug zur Vielfachüberlagerung von Strahlen entwickelt worden. Er ist der Geburtshelfer des Lasers [16] und findet sowohl dort als Laserresonator als auch zur Spektralanalyse oder zur Feldüberhöhung für die in dieser Arbeit zu beschreibenden nichtlinearen Prozesse seine Anwendung.

Das Funktionsprinzip besteht darin, einen propagierenden Mode mittels zweier sich gegenüberliegender Spiegel auf sich selbst abzubilden.

Stabilitätskriterium und Äquivalenzbeziehung

Mit dem Stabilitätskriterium wird die Voraussetzung der Selbstabbildung eines im Resonator umlaufenden Modes formuliert. Der Resonator ist stabil, wenn die Transformationsmatrix \mathcal{M} eines Resonatorumlaufs die Relation $-1 < \frac{1}{2}Tr[\mathcal{M}] < 1$ erfüllt. Das entspricht dem Fall, in dem ein umlaufender Strahl periodisch refokussiert, bzw. auch nach beliebig vielen Umläufen nicht aus der Apertur des Resonators geführt wird.

Für das Experiment ist unter anderem die Fehlertoleranz der Selbstabbildung ausschlaggebend. Der konfokale Resonator, mit $R_{M_1} = R_{M_2} = R = L$, zeigt dabei die geringste Anfälligkeit bezüglich einer Abweichung zur idealen Justage, z.B. Neigung der Spiegel zur optischen Achse [15], liegt aber kritisch zwischen instabilen Bereichen hoher Verluste [12].

Die folgende Betrachtung sei zur Vereinfachung auf den konfokalen Resonator beschränkt.

Dazu sei ein Mode im konfokalen Resonator betrachtet, wie er in Abbildung (2.2 a) skizziert ist. Der Mode habe die minimale Waist w_0 bei $z = z_0$. Es sei die Selbstabbildung des Modes gefordert, bei der dieser bereits mit Reflexion an einem Spiegel $q_0 = \mathcal{M} \otimes q_0$ erfüllt ist. Diese Bedingung fordert eine Übereinstimmung der Krümmung der Phasenfläche des Modes am Spiegel $\tilde{R}(z = z_{M_i})$ mit der des Spiegels $R = \tilde{R}(z_{M_i})$.

Für die Spiegelpositionen z_{M_i} , die Krümmungsradien R_i und den Spiegelabstand $L = R_1 = R_2$ ergibt sich für die Krümmung der

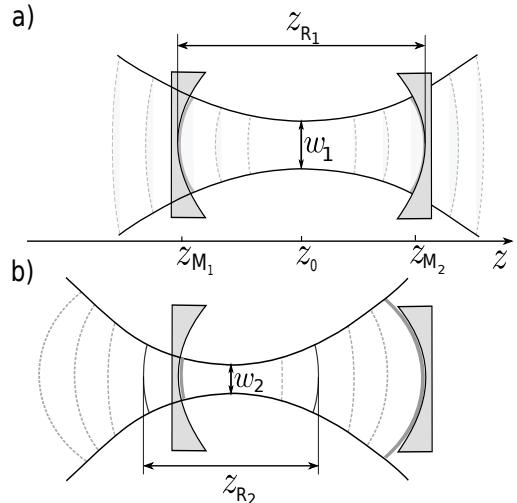


Abbildung 2.2.: Äquivalenzbeziehung des konfokalen Resonators

Phasenfront \tilde{R} mit $z_{M_1} = L + z_{M_2}$:

$$\tilde{R}(z_{M_i}) = z_{M_i} \left[1 + \left(\frac{z_R}{z_{M_i}} \right)^2 \right], \quad i = 1, 2 \quad (2.11)$$

Hierbei ist z_R die Rayleighlänge, die als freien Parameter die minimalen Waist w_0 hat:

$$z_R = \frac{\pi w_0}{\lambda} = \sqrt{z_{M_1} \cdot z_{M_2}} \quad (2.12)$$

Gleichungen [2.11] und [2.12] beschreiben dabei die Äquivalenzbeziehungen des konfokalen Resonators [17]. In der symmetrischen Konfiguration entspricht die Rayleighlänge z_{R_1} dem Spiegelabstand. In der Asymmetrischen ist hingegen eine stärkere Fokussierung notwendig, um an den Spiegelflächen die benötigte Krümmung \tilde{R} der Phasenfronten zu erreichen.

Resonatorparameter

Im Folgenden soll der in den Resonator eingekoppelte Mode bzw. das in den Resonator eingestrahlte elektrische Feld näher betrachtet werden, siehe dazu Abbildung (2.3).

Für einen propagierenden Mode des elektrischen Feldes sei die Relation der Spiegelparameter: $t_i^2 + r_i^2 + v_i^2 = 1$, $i \in \{1, 2\}$. Auf die Intensität bezogen entsprechen sie der Summe aus Transmission $T_i = t_i^2$, Reflektion $R_i = r_i^2$ und dem Verlust $V_i = v_i^2$ durch Streuung und Absorption. Im Inneren des Resonators sei das Medium durch $v_r = \sqrt{V_r} \cdot e^{i\Delta\phi}$ beschrieben, wobei $V_r = |v_r|^2$ der Dämpfungsfaktor der Intensität und $\Delta\phi$ die akumulierte Phase beim Durchlauf der Resonatorlänge L ist.

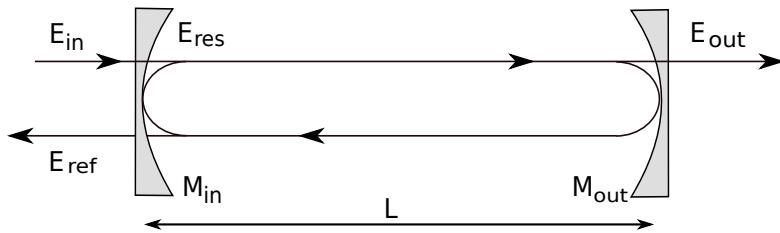


Abbildung 2.3.: Feldbezeichnung im Resonator

Das elektrische Feld sei vor dem Einkoppelspiegel M_{in} als einfallend E_{in} und als reflektiert E_{ref} indiziert, im Resonator auf der reflektierenden Schicht von M_{in} als Resonatorfeld E_{res} und hinter dem Auskoppelspiegel M_{out} als das transmittierte Feld E_{trans} . Die sukzessiv nach Anzahl der Umläufe unterschiedenen Feldanteile ergeben aufsummiert das transmittierte Feld zu [18]:

$$E_{trans} = \underbrace{E_{in} t_1 v_r t_2 e^{i\Delta\phi}}_{\text{direkter Durchlauf}} + \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{E_{in} t_1 \cdot \left\{ v_r e^{i\pi} r_2 v_r e^{i\pi} r_1 e^{2i\Delta\phi} \right\}^n}_{\text{Feld nach n Umläufen}} \cdot v_r t_2 e^{i\Delta\phi}$$

, wobei $e^{i\pi}$ den Phasensprung bei Reflexion an der Grenzfläche zum dichteren Medium einbindet. Mit Identifizierung der geometrischen Reihe und analogem Vorgehen für die übrigen Feldindizierungen folgt:

$$E_{trans} = E_{in} \cdot t_1 t_2 v_r e^{i\Delta\phi} \cdot \frac{1}{1 - r_1 r_2 v_r^2 e^{2i\Delta\phi}} \quad (2.13)$$

$$E_{ref} = E_{in} \cdot \left\{ r_1 - r_2 v_r^2 e^{2i\Delta\phi} (r_1^2 + t_1^2) \right\} \cdot \frac{1}{1 - r_1 r_2 v_r^2 e^{2i\Delta\phi}} \quad (2.14)$$

$$E_{res} = E_{in} \cdot t_1 \cdot \frac{1}{1 - r_1 r_2 v_r^2 e^{i2\Delta\phi}} \quad (2.15)$$

Für die zeitlich gemittelte relative Intensität gilt damit:

$$I_{trans}/I_0 = \frac{E_{trans} \cdot E_{trans}^*}{E_0^2} = \frac{T_1 T_2 V_r}{(1 - r_1 r_2 V_r)^2} \cdot \mathcal{A}(\Delta\phi) \quad (2.16)$$

$$I_{ref}/I_0 = R_1 + T_1 - \left[R_1 + T_1 - \frac{(r_1 - (T_1 + R_1) r_2 V_r)^2}{(1 - r_1 r_2 V_r)^2} \right] \mathcal{A}(\Delta\phi) \quad (2.17)$$

$$I_{res}/I_0 = \frac{T_1}{(1 - r_1 r_2 V_r)^2} \cdot \mathcal{A}(\Delta\phi) \quad (2.18)$$

Diese drei Intensitätsgrößen des Resonators sind durch die Airy-Funktion

$$\mathcal{A} = \left[1 + \frac{2\mathcal{F}^2}{\pi} \sin^2 \Delta\phi \right]^{-1} \quad (2.19)$$

beschrieben. Sie ist eine Funktion der akkumulierten Phase $\Delta\phi$ und der Finess \mathcal{F} . Die akkumulierte Phase ergibt sich beim Durchlauf der optischen Weglänge L_{opt} zwischen den Spiegeln nach:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{c_0} \nu L_{opt} + \Delta\Phi_{Gouy} \quad \text{mit} \quad L_{opt} = \int_L n(z) dz \quad (2.20)$$

mit der Brechzahl n und der Änderung der Gouyphase $\Delta\Phi_{Gouy}$ zwischen den Spiegeln. Die Finess des Resonators \mathcal{F} bestimmt sich zu:

$$\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2 V_r}}{1 - r_1 r_2 V_r} \approx \frac{\pi}{\alpha_{res} L_{opt}} \quad (2.21)$$

Die Abschätzung im letzten Schritt beruht auf einen effektiven Verlustkoeffizienten pro Resonatorumlauf α_{res} : $r_1 r_2 V_r = e^{-2\alpha_{res} L_{opt}}$ im Fall $\alpha_{res} L_{opt} \ll 1$.

Die Periodizität der durch die Airy-Funktion beschriebenen Resonanzen wird als Freier

Spektralbereich (FSR) (*free spectral range*) bezeichnet. Er entspricht der Differenzfrequenz zweier nächster Moden, die resonant umlaufen. Im Fabry-Pérot Resonator entspricht ein voller Umlauf der doppelten optischen Weglänge, womit sich aus der longitudinalen Modezahl $q \approx 2L_{opt}\nu_q/c_0$ der FSR als Frequenzabstandsmaß zu:

$$\Delta\nu(FSR) = \nu_{q+1} - \nu_q = \frac{c_0}{2L_{opt}} \quad (2.22)$$

ergibt. Zusammen mit der Halbwertsbreite FWHM (*Full width at half maximum*) eines Resonanzpeaks der Airy-Funktion ergibt sich die Relation:

$$\frac{FSR}{FWHM} = \frac{\pi}{2 \arcsin \frac{\pi\mathcal{F}}{2}} \approx \mathcal{F} \quad (2.23)$$

Für den resonanten Fall $\mathcal{A} = 1$ sinkt bei Impedanzanpassung

$$R_1 = (1 - V_1)^2 R_2 V_r^2 \quad (2.24)$$

gemäß [Gl. 2.17] die Intensität der rückreflektierten Welle auf Null.

Für die Feldüberhöhung im Resonator lässt sich in diesem Fall nach [Gl. 2.18] schreiben:

$$I_{res}/I_0 = T_1 \frac{\mathcal{F}^2}{\pi^2 R_1} (1 - V_1) \stackrel{\mathcal{F} \gg 1}{=} T_1 \left(\frac{\mathcal{F}}{\pi} \right)^2 \quad (2.25)$$

Mit α_{res} aus [Gl. 2.21] als effektiver Verlustkoeffizient pro Wegstrecke ergibt sich die charakteristische Zeitkonstante des Resonator zu:

$$\tau_{res} = \frac{1}{c_0 \alpha_{res}} \quad (2.26)$$

Sie entspricht der Zeit, die das Feld im Resonator E_{res} bis zum Abklingen auf den halben Wert braucht, wenn das einfallende Feld E_{in} abgeschaltet wird. Entsprechend wird τ_{res} auch Speicherzeit bzw. Photonenlebensdauer genannt.

Als zusammenfassende Kenngröße wird die Güte Q (*Quality Factor*) des Resonators definiert. Er ist der Quotient der gespeicherten Feldenergie zum Verlustanteil pro Umlauf bzw. das Inverse des Verlusts pro Feldschwingung:

$$Q = \frac{2\pi\nu_q}{c_0 \alpha_{res}} = \frac{\nu_q}{\Delta\nu} \mathcal{F} \quad (2.27)$$

2.3. Nichtlineare Optik

Nichtlineare Effekte eröffnen die Möglichkeit zur Generation und Manipulation von Licht in vielfältiger Weise. Wegen dem extrem kleinen Wirkungsquerschnitt der Licht-Licht-Wechselwirkung werden die Nichtlinearitäten für heute verfügbare Laserintensitäten im Zusammenspiel von Licht und Materie realisiert [19].

Propagiert eine elektromagnetische Welle durch ein dielektrisches Medium, werden lokal atomare Dipole zu Schwingungen angeregt. Die entsprechend der atomaren Potentiale nichtlinear modifizierte Materie gibt ihrerseits eine lineare Antwort in Form von Sekundärwellen, die sich der einfallenden überlagern.

Ziel der Betrachtung dieses Abschnitts ist es, die Stärke und Art der nichtlinearen Wechselwirkung bestimmen zu können. Die lineare Ordnung wird sich dabei als wichtiger Steuerparameter herausstellen.

Die Beschreibung der linearen Antwort der modifizierten Materie erfolgt mit den Maxwellgleichungen in Materie. Mit der dielektrischen Verschiebungsdichte $\vec{D} = \epsilon_0(1+\chi)\vec{E} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P}$, schreibt sich die aus den Maxwellgleichungen abgeleitete Wellengleichung im nichtleitenden Medium zu:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (2.28)$$

mit: Nablaoperator ∇ , Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 und Dielektrizitätskonstante ϵ_0 . Die der Polarisierung \vec{P} zu Grunde liegende dielektrische Suszeptibilität χ ist dabei von der Form der atomaren Potentiale geprägt, welche die zu Schwingungen angeregten Ladungen binden. Diese sind nicht symmetrisch und im allgemeinen nicht isotrop, weshalb χ ein richtungsabhängiger Tensor ist. Wird dieser als Taylorentwicklung um die Gleichgewichtslage im Potential dargestellt, so schreibt sich die Polarisierung:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \sum_m \chi^{(m)} \vec{E}^m(t) = \sum_m \vec{P}^{(m)} \quad (2.29)$$

Entsprechend ihrer Ursache, der Asymmetrie der atomaren Potentiale, skalieren die Ordnungen von $\chi^{(i)}$ in der Größenordnung der inversen atomaren Feldstärke: $[\chi^{(i)}] \approx E_{at}^{(1-i)}$ mit $E_{at} \approx e/a_0^2$. Aufgrund dieser niedrigen Skalierung ist es erst mit der Entwicklung des Lasers möglich geworden, optische Nichtlinearität zu beobachten. Als erstes gelang dies 1961 Franken *et al.*, mit dem Prozess der *second-harmonic generation* [20].

Um die nichtlinearen Prozesse zu beschreiben sei hier der eindimensionale Fall mit einem durch ein nichtlineares Medium propagierenden Feld betrachtet. Dieses Feld bestehe aus zwei Komponenten und schreibe sich mit elektrischer Feldamplitude E_i , Kreis-

frequenz ω_i und Wellenvektor $k_i = 2\pi n/\lambda$:

$$E(z, t) = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^2 E_l(z, \omega_l) e^{i(k_l z - \omega_l t)} + c.c. \quad (2.30)$$

Die Polarisation der ersten nichtlinearen Ordnung ergibt sich damit nach [Gl. 2.29] zu:

$$\begin{aligned} P^{(2)} = \epsilon_0 \chi^{(2)} : E^2 &= \frac{1}{2} \sum_j \tilde{P}_j e^{k_j z - \omega_j t} + c.c. \\ &= \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 \chi^{(2)}}{2} \left\{ E_1^2 e^{2i(k_1 z - \omega_1 t)} + E_2^2 e^{2i(k_2 z - \omega_2 t)} \right. \end{aligned} \quad 2 \times \mathbf{SHG} \quad (2.31a)$$

$$+ 2E_1 E_2 e^{i((k_1 + k_2)z - (\omega_1 + \omega_2)t)} \quad \mathbf{SFG} \quad (2.31b)$$

$$+ 2E_1 E_2^* e^{i((k_1 - k_2)z - (\omega_1 - \omega_2)t)} \quad \mathbf{DFG} \quad (2.31c)$$

$$\left. + E_1 E_1^* + E_2 E_2^* \right\} + c.c. \quad 2 \times \mathbf{OR} \quad (2.31d)$$

Die Zerlegung der Polarisation $P^{(2)}$ zeigt vier Prozesstypen, die entsprechend dem Frequenzcharakter der erzeugten Sekundärwellen als *second harmonic generation* (**SHG**), *sum frequency generation* (**SFG**), *differency frequency generation* (**DFG**) und *optical rectification* (**OR**) bezeichnet werden. Auf mikroskopischer Ebene finden diese Prozesse alle immer statt. Die makroskopische Ausprägung ist jedoch an die noch zu diskutierende Bedingung der Phasenanpassung geknüpft.

Aus historischen Gründen werden die beteiligten Felder als Pump-, Signal- und Idlerfeld unterschieden [19]. Abschließend sei der auf $\chi^{(2)}$ beruhende inverse *SFG* Prozess hervorgehoben, bei dem das einfallende Pumpfeld mit ω_p im nichtlinearen Medium die Frequenzkomponenten ω_s und ω_i des Singal- und Idlerfeldes $\omega_s + \omega_i = \omega_p$ erzeugt. Der Prozess wird *optical parametric generation* (**OPG**) genannt und wird im Folgenden näher betrachtet.

2.3.1. Optisch Parametrische Generation

Ausgangspunkt für den nun betrachteten OPG-Prozess sei die Wellengleichung [Gl. 2.28] in paraxialer Näherung und mit bis zur zweiten Ordnung berücksichtigter Polarisation [Gl. 2.29].

Mit Verwendung der Relation $k^2 c_0^2 = n^2 \omega^2$ für den Wellenvektor, ergibt sich daraus das gekoppelte Differenzialgleichungssystem¹:

$$\left[\frac{1}{2} \Gamma_j + \frac{\partial}{\partial z} \right] E_j(\omega_j, k_j) = \frac{i}{2k_j} \frac{\omega_j^2}{\epsilon_0 c_0^2} \tilde{P}_j^{(2)}(\omega_j) e^{-ik_j z} \quad (2.32)$$

¹Der Vollständigkeit wegen ist hier der Dämpfungsfaktor Γ_j angeführt. Aus der Verwendung der Relation $n - i\kappa = \sqrt{1 + \chi^{(1)}}$ für Suszeptibilität und Brechungindex ergibt sich der Absorptionskoeffizienten $\alpha = n\kappa$, der zusammen mit weiten Verlusten, wie z.B. dem pro Resonatorlauf verbundenen Auskoppelverlust r_j^2 , in Γ_j eingeht. In der weiteren Betrachtung wird Γ_j zur Vereinfachung unterschlagen.

Die Energieerhaltung im OPG-Prozess sei mit der Frequenzverstimmung Ω beschrieben. Zudem wird die Differenz der Wellenvektoren Δk eingeführt, die entscheidend für den Energieübertrag im Prozess sein wird:

$$\omega_{s,i} = \frac{1}{2}\omega_p \pm \Omega \quad k_{p,s,i} = \frac{\omega_{p,s,i} n(\omega_{p,s,i})}{c_0} \quad \Delta k = k_s + k_i - k_p \quad (2.33)$$

Mit diesen Größen schreibt sich das Differentialgleichungssystem [Gl. 2.32] für Pump (p), Signal (s) und Idlerfeld (i):

$$\frac{\partial}{\partial z} E_{s,i}(z) = i K_{s,i} E_{i,s}^* E_p(z) e^{i\Delta k z} \quad K_{s,i} = \frac{d_{eff} \omega_{s,i}}{c_0 n_{s,i}} \quad (2.34a)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} E_p(z) = i \frac{\omega_p}{n_p c_0} d_{eff} E_s E_i(z) e^{-i\Delta k z} \quad (2.34b)$$

Hierbei ist d_{eff} ein aus $\chi^{(2)}$ abzuleitender effektiver Konversionskoeffizient, der die Polarisierung der beteiligten Felder und die Stärke der nichtlinearen Kopplung berücksichtigt. Die Kopplung in Gleichungen [Gl. 2.34] zeigt, daß im nichtlinearen Prozess eine Abnahme der Amplitude des Pumpfeldes E_p , mit der Erzeugung von Signal- und Idlerfeld einhergeht (Manley-Rowe Relation), wobei letztere sich einander bedingen.

Mit der Annahme eines starken Pumpfeldes E_p , dessen Abschwächung im Prozess vernachlässigbar ist ($\frac{\partial}{\partial z} E_p(z) \ll E_p/L$), löst sich das Gleichungssystem in der Kleinfeldnäherung nach [21]:

$$E_s(z) = \left[E_s(0) \left(\cosh(\gamma z) - \frac{i\Delta k}{2\gamma} \sinh(\gamma z) \right) + i \frac{K_s E_p}{\gamma} E_i^*(0) \sinh(\gamma z) \right] e^{\frac{i\Delta k z}{2}} \quad (2.35)$$

$$E_i^*(z) = \left[E_i^*(0) \left(\cosh(\gamma z) + \frac{i\Delta k}{2\gamma} \sinh(\gamma z) \right) - i \frac{K_i E_p^*}{\gamma} E_s(0) \sinh(\gamma z) \right] e^{\frac{i\Delta k z}{2}} \quad (2.36)$$

$$\text{mit } \gamma = \frac{1}{2} \sqrt{4K_s K_i^* |E_p|^2 - \Delta k^2} \quad (2.37)$$

Für reellwertiges γ weisen diese Gleichungen eine konstruktiv mit z zunehmende Amplitude der Konversionsfelder aus, das maximal wird, wenn $\Delta k = 0$ ist. Das ist die makroskopische Bedingung an die Konversion und wird als Phasenanpassung bezeichnet. Mit fehlender Phasenanpassung wird γ komplex und der Konversionsprozess kehrt sich nach einer Kohärenzlänge $\Lambda = \pi / \Im m\{\gamma\} \approx \pi / \Delta k$ in seiner Richtung um.

Das in der Kleinfeldnäherung analytisch abgeleitete generierte Feld in [Gl. 2.38] bedient sich jeweils eines Seedfelds $E_{s,i}$, daß in den gemachten Annahmen verstärkt wird. Daher wird der Prozess *optical parametric amplification (OPA)* genannt.

Dieses initierende Seedfeld ist in der klassischen Herleitung unabdingbar. Der Grenzfall ohne Seeder entspricht der optisch parametrischen Generation (**OPG**) und bedarf der quantenmechanischen Betrachtung. Er entspricht dem spontanen Zweiphotonenzerfall eines angeregten Zustands, weshalb alternativ die Bezeichnung *spontaneous parametric down conversion* (**SPDC**) verwendet wird.

Die in den Prozessen verwendete Bezeichnung 'parametrisch' unterstreicht, daß diese über virtuell angeregte Niveaus laufen.

Der Konversionsprozess ist in seiner Richtung nicht festgelegt und wird sich bei entsprechend großem Signal- und Idlerfeld, das z.B. in einem umgebenden Resonator eingekoppelt ist, umkehren und zu Oszillationen der Amplituden führen. Ein solcher oszillierender Prozess wird als *optical parametric oscillator* (**OPO**) bezeichnet.

Abschließend sei die Verstärkung des Signalfelds im Kristall für den Fall $E_i(0) = 0$ angegeben:

$$G_s = \left| \frac{E_s(L)}{E_s(0)} \right|^2 - 1 = K_s K_i^* |E_p|^2 \frac{\sinh^2(\gamma L)}{\gamma^2} \quad (2.38)$$

2.3.2. Nichtlineare Prozesse mit fokussierten Strahlen

Das Konversionsprofil [Gl. 2.38] ist durch die Differenz der Phasenvektoren Δk bestimmt. Es wird für $\Delta k = 0$ maximal, wobei in der in der Herleitung gemachten Annahme [Gl. 2.30] von ebenen Wellen ausgegangen worden ist.

Die Anforderung hoher Feldintensitäten für das Pumpfeld, sowie eine mögliche gewünschte Modenbeschränkung für Signal und Idler im OPG-Prozess, legt hingegen die Verwendung der in Abschnitt (2.1) eingeführten Resonatormoden nahe.

Für diesen Schritt seien die im Ansatz [Gl. 2.30] verwendeten Feldamplituden E_l durch das transversal modulierte Profil des Gaussmodes ersetzt. Der Gaussmode sei hierfür in einer von [Gl. 2.4] abweichenden Formulierung mit Zylinderkoordinaten ausgedrückt:

$$\zeta = \frac{2z}{b} = \frac{\lambda z}{\pi n w_0^2} \quad (2.39a)$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \zeta^2} \quad R(z) = z \left(1 + \zeta^2 \right) \quad e^{i\Phi_{\text{Gouy}}} = \frac{1 - i\zeta}{\sqrt{1 + \zeta^2}} \quad (2.39b)$$

$$E_l(\rho, z) = \frac{E_0}{1 + i\zeta} \exp \left[\frac{-\rho^2}{w_0^2 (1 + i\zeta)} \right] \quad (2.40)$$

Aufgrund der lokalen Erzeugung wird in [Gl. 2.34] für alle am Konversionsprozess beteiligten Felder (Pump, Signal und Idler) ein solcher Gaussmode angenommen werden können [22], die denselben konfokale Parameter b aufweisen. Das Signal und Idler als Produkt $E_s E_i$ dem Pumpfeld entsprechen, wird im transversalen Amplitudenfaktor dabei

mit dem Faktor 1/2 im Exponenten berücksichtigt.

$$E_p(\rho, z) = \frac{E_0}{1+i\zeta} \exp \left[\frac{-\rho^2}{w_0^2(1+i\zeta)} \right] \quad (2.41)$$

$$E_{s,i}(\rho, z) = \frac{E_{0,s,i}}{1+i\zeta} \exp \left[\frac{1}{2} \frac{-\rho^2}{w_0^2(1+i\zeta)} \right] \quad (2.42)$$

Zur Vereinfachung sei hier eine symmetrische Konfiguration, mit $E_i = E_s = E_{is}$ betrachtet. Damit lautet die Entsprechung von [Gl. 2.34b] in der Formulierung mit fokussierten Strahlen:

$$dE_p(\rho, z) = i \frac{\omega_p d_{eff}}{n_p c_0} E_{s,i}^2 \left\{ \frac{1}{1+i\zeta} \exp \left[\frac{-\rho^2}{w_0^2(1+i\zeta)} \right] \right\} e^{i\Delta kz'} \frac{1}{1+i\zeta'} dz' \quad (2.43)$$

Nach dem gemachten Ansatz [Gl. 2.40] werden die Gaussmodeanteile in der geschweiften Klammer nicht konversionsabhängig seien.

Damit ergibt sich das konvergierte Feld durch Integration von [Gl. 2.43] über die Kristalllänge L , wobei nur die punktierten Größen z', ζ' vom Integral erfasst werden.

$$E_p \propto J(\zeta, \mu, \Delta k) = \int_{\mu-L/2}^{\mu+L/2} e^{i\Delta kz'} \frac{1}{1+i\zeta'} dz' \quad (2.44)$$

Das Ergebnis weist hier nun neben der Abhängigkeit von der Fehlanpassung Δk , ebenfalls die von der Fokussierung und der Fokusposition μ im Konversionskristall auf. Für diese Abhängigkeit können nach [19] zwei Grenzfälle analytisch angegeben werden.

Der ersten betrifft den Grenzfall ebener Wellen $b \gg L$. Hier zeigt der Fokusfaktor $J(\zeta, \mu, \Delta k)$ für die Δk -Abhängigkeit ein sinc-Profil, mit Maximum beim $\Delta k = 0$. Das korrespondiert zu dem Ergebnis aus [Gl. 2.38].

Der zweite Grenzfall $b \ll L$ betrifft die starke Fokussierung:

$$J(\zeta, \mu, \Delta k) = \begin{cases} 0, & \Delta k \leq 0 \\ b\pi e^{\frac{-b\Delta k}{2}}, & \Delta k > 0 \end{cases} \quad (2.45)$$

Hier zeigt sich die Notwendigkeit einer Fehlanpassung der Phasenvektoren. Da die akkumulierte Gouy-Phase und die Strahlendivergenz θ mit der Wellenlänge korreliert sind, müssen bei gleichem Strahlparameter b die Wellenvektoren von Signal und Idler gegenüber dem des Pumpfelds verstimmt sein.

Die von Boyd und Kleinman ausgearbeitete Formulierung [23], mitsamt der Erweiterung auf elliptische Strahlen [24], wird zusammenfassend in dem auf die Konversionsleistung bezogenen Boyd-Kleinman Faktor $h(\sigma, B, \kappa, \xi, \mu)$ angegeben.

In ihm gehen Fehlanpassung der Phasenvektoren $\sigma(\Delta k)$, Fokussierung $\xi(b)$ und Fokusposition im Kristall μ ein, und in der erweiterten Betrachtung auch Doppelbrechung

und Walk-Off $B(\rho)$, Absorptions- und Beugungsverluste κ .

Wenn im Folgenden von der Phasenverstimmung gesprochen wird, so ist damit die Differenz zu der Phasenvektorverstimmung gemeint, die dem maximierten Boyd-Kleinman Faktor $\max_{\sigma} [h(\sigma, B, \kappa, \xi, \mu)]$ entspricht.

2.3.3. Phasenanpassung

Die Richtung des Energieübertrags von eingestrahltem Feld in die vier oszillierenden Felder in [Gl. 2.31] ist lokal durch die Phasenbeziehung der Feldkomponenten bestimmt. Bei normaler Dispersion ist diese im Konversionsmedium im Allgemeinen nicht gegeben, weshalb die Prozesse nur innerhalb einer Kohärenzlänge $\Lambda = \pi/\Delta k$, die typisch in der Größenordnung von $10 \mu m$ liegt, konstruktiv sind.

Mit der Indizierung $\omega_3 > \omega_2 \geq \omega_1$, fordert die Maximierung der Konversion, daß für die drei am Wellenmischprozess beteiligten Frequenzen gilt:

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3, \quad \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 = \omega_3 n_3 \quad (2.46)$$

Doppelbrechende Materialien weisen unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten für unterschiedliche Polarisationen und Richtungen auf, womit bei entsprechender Orientierung eine Phasenanpassung trotz normaler Dispersion $\omega_1 < \omega_2 : n(\omega_1) < n(\omega_2)$ zumindest für eine der Frequenzkonstellationen in [Gl. 2.29] möglich wird. Man nennt diese allein auf Doppelbrechung basierende Phasenanpassung '*birefringence phasematching*' (**BPM**).

Doppelbrechende Phasenanpassung

Der optisch doppelbrechenden Eigenschaft liegt eine anisotrope Kristallstruktur zugrunde. Sie ist durch einen richtungs- und polarisationsabhängigen Brechungsindex charakterisiert. Zur Beschreibung wird die optische Achse definiert, als die Richtung des Wellenvektors \vec{k} , für den der Brechungsindex polarisationsunabhängig ist.

Nach der Anzahl der doppelbrechenden Achsen werden die Kristalle unterschieden in uniaxial doppelbrechende Kristalle, die eine, und biaxial doppelbrechende Kristalle, die zwei optische Achse aufweisen. Hier soll ein biaxialer Kristall beschrieben werden.

Es wird nun ein rechtshändiges Koordinatensystem definiert, in dessen XZ-Ebene die optischen Achsen liegen. Dazu sei auf Abbildung (2.4) verwiesen, wo der erste Oktant eines solchen Bezugssystems gezeigt ist.

In dem Koordinatensystem ist die Propagationsrichtung \vec{k} durch Kugelkoordinaten beschrieben, deren Notation sich zur eindeutigen Zuordnung für biaxial positive und biaxial negative Kristalle unterscheidet. Die Polarisierung ist in den polaren und azimutalen Anteil zerlegt.

Die Koordinatenachsen des Bezugssystems werden Hauptachsen und die durch sie aufgespannten Ebenen Hauptebene genannt, wobei eine Hauptachse normal auf der ihr zugeordneten Hauptebene steht. Der Ursprung ist von zwei Indexflächen umschlossen,

deren Abstand zum Ursprung dem Brechungsindex entspricht. Zur Zuordnung seien die in Abbildung (2.4) eingezeichneten Schnittlinien mit den Hauptebenen betrachtet. Die Schnittlinien bilden je Hauptebene einen Kreis und eine Ellipse. Die Radien der Schnittkreise werden Hauptwerte genannt und sind nach der Hauptachse indiziert, die normal auf dem Schnittkreis steht.

Ist eine Polarisation parallel zu einer Hauptachse, so entspricht ihr der dazugehörige Hauptwert. Entsprechend liegt die orthogonale Polarisation in der zugehörigen Hauptebene und erfährt einen richtungsabhängigen Brechungsindex.

In dieser Form ist der Brechungelipsoide vollständig beschrieben, wobei hier der 'IE-EE/ANSI Std. 176' zugrunde gelegt wurde [25].

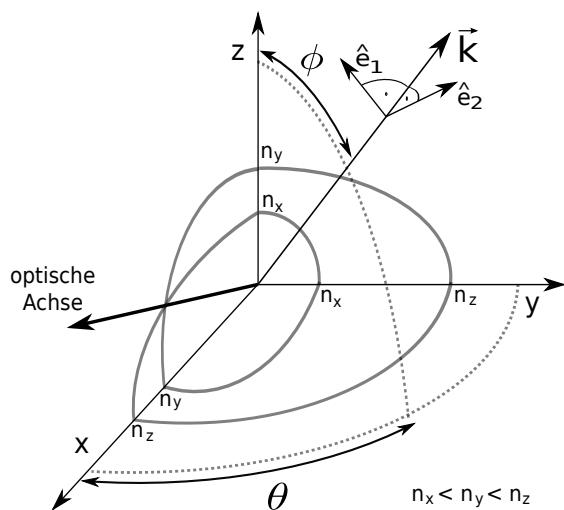


Abbildung 2.4.: Brechungsindizes im biaxialen Kristall

Da eine Phasenanpassung nur in ausgewählten Polarisationskombinationen erfüllt sein wird, unterscheidet man diese nach¹:

$$\begin{array}{ll} \text{Type I} & \hat{e}_i, \hat{e}_i \rightarrow \hat{e}_j \\ \text{Type II} & \hat{e}_i, \hat{e}_j \rightarrow \hat{e}_j \end{array}$$

Walk-off

Entsprechend des Tensorcharakters der Suszeptibilität $\chi^{(1)}$, laufen Wellen- \vec{k} und Poyn- tingvektor $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ im doppelbrechenden Kristall nicht grundsätzlich parallel. Am Beispiel des uniaxialen Kristalls ergibt sich mit den Brechungsindizes des ordentlichen

¹Die eineindeutige Zuordnung betrachtet 6 Typen, die die Relation der Brechungsindizes mit einbindet [25].

n_o bzw. außerordentlichen Strahls n_e :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_e^2 \end{pmatrix} \vec{E}, \quad \vec{k} \perp \vec{D}, \quad \vec{S} \perp \vec{E} \quad (2.47)$$

für den positiv (+) bzw. negativ (-) uniaxialen Kristall ein Divergenzwinkel von

$$\pm \rho(\theta) = \arctan \left[\left(\frac{n_o}{n_e} \right)^2 \tan \theta \right] \theta \quad (2.48)$$

Hierbei gibt θ den Winkel zwischen Propagationsrichtung und der optischen Achse an. Der Energiefluß \vec{S} zeigt demnach in Richtung des Normalenvektors des Brechungelipsoids, am durch \vec{k} ausgewiesenen Aufpunkt [26].

Entsprechend dem Winkelschnitt θ und der Länge L des Kristalls ergibt sich beim Durchlauf ein Strahlversatz von

$$\delta = L \tan \rho \quad (2.49)$$

Der durch den mit der Orientierung abseits der Hauptachsen einhergehende Strahlversatz erhöht den Aufwand einer Justage, weshalb der Fall kritische Phasenanpassung *critical phase matching* (**CPM**) genannt wird. Für eine Propagation entlang der Hauptachsen $\theta = \{0, \frac{\pi}{2}\}$, laufen hingegen Wellen- und Poyntingvektor parallel, was entsprechend unkritische Phasenanpassung *noncritical phase matching* (**NCPM**) genannt wird.

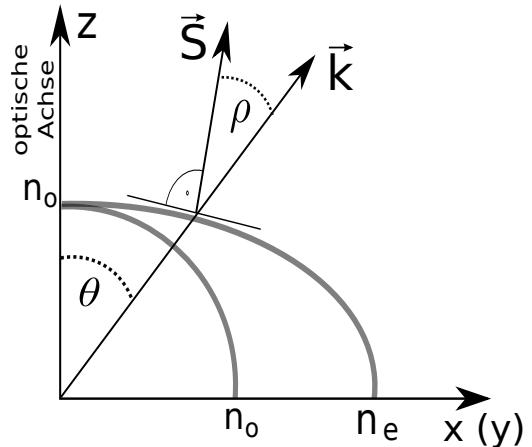


Abbildung 2.5.: Walk-Off Winkel im uniaxialen positiven Kristall

Sellmeier-Gleichungen

Die zum Design der Phasenanpassung notwendige Kenntnis der chromatischen und thermischen Dispersion der Kristalle wird empirisch ermittelt. Dabei wird die Sellmeier-Gleichung angewandt [27]

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{k=1}^m \frac{A_k \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_k^2} \quad (2.50)$$

der das mikroskopische Modell nicht verbreiteter Lorentzoszillatoren zu grunde liegt. Es ist damit ein gutes Modell der chromatischen Dispersion, kann aber folglich nur zwischen den Resonanzen des Mediums gültig sein. Wird das mikroskopische Modell quantenmechanisch erklärt, entsprechen die Fitparameter der Sellmeier-Gleichung (λ_k) den

Anregungsfrequenzen im Kristall und deren Übergangswahrscheinlichkeiten. Auch wenn nur wenige Übergänge relevante Beiträge liefern, sind für weite Spektralbereiche mehrere Summanden nötig, um z.B. vibronische Übergänge im Infraroten mit einzubeziehen [28]. Die thermische Dispersion zeigt ein hyperbolisches Verhalten [29]

$$\Delta n(\lambda, T) = n_1(\lambda)(T - T_0) + n_2(\lambda)(T - T_0)^2 \quad (2.51)$$

$$n_{1,2}(\lambda) = \sum_{m=0}^3 \frac{a_m}{\lambda^m}$$

und wird zuweilen mit in die Sellmeier Gleichung integriert. Ebensolches gilt auch für die Erweiterung auf absorbierende Medien.

Für die experimentelle Ermittlung stehen mehrere Verfahren zur Verfügung. So können sie mit Ermittlung des minimalen Brechungswinkels über die Fresnelschen Formeln abgeleitet werden [30], durch Transmissions- und Reflektionsmessungen (Ellipsometrie) [31], durch interferometrische Pfadlängenbestimmung [29] oder direkt über die Auswertung nichtlinearer Prozesse.

Quasi-Phasenanpassung

Um nichtlineare Prozesse mit gewünschten Frequenzkomponenten realisieren zu können, steht nur eine begrenzte Auswahl von Materialien zur Verfügung, die sowohl hohe Nichtlinearitäten, als auch die nötige Doppelbrechung aufweisen.

Armstrong *et al.* schlugen 1962 vor, die Materialien in dünnen Schichten zusammenzufügen und diese so auszurichten, daß nach einer Kohärenzlänge Λ der effektive Konversionskoeffizient invertiert wird [32]. McMullen berechnet für diesen Fall ein Konversionsverhalten, wie es für perfekte Phasenanpassung $\Delta k = 0$ auftritt, wobei sich jedoch die effektive Konversion d_{eff} um den Faktor $b_{QPM} = 2/\pi$ reduziert [33].

Diese Methode, bei der ein durch die periodische räumliche Invertierung erzeugter kompensierender Wellenvektor $\Delta k_{QPM} = \pi/\Lambda = \Delta k$ die Phasenanpassung ermöglicht, wird 'quasi-phasematching' (**QPM**) genannt.

Der Prozess der Umpolung manipuliert dabei die Kristallstruktur. Zum Beispiel beruht die Ferroelektrizität des im Experiment verwendeten KTP-Kristalls auf zwei stabilen Zuständen, durch die die spontane Polarisation entlang der kristallografischen c-Achse gekennzeichnet ist. Diese gehen auf Kaliumionen zurück, die stabil in einem 9-fach koordinierten und einem benachbarten 8-fach koordinierten Gitterplatz liegen können. Durch Anlegen einer äußeren Spannung, die größer als die elektrische Koerzitivfeldstärke $E_{koerz}(KTP) \approx 2 \text{ kV/mm}$ ist, kann die Polarisation invertiert werden.

Für das Aufbringen einer entsprechenden Maske, mit der die lokal benötigte Feldspannung erzeugt wird, bieten sich aufgrund des relativ geringen Einflusses von Fehlern im Tastgrad ('duty cycle') lithografische Verfahren an.

2.4. Interferenz am Strahlteiler

Die Interferenz räumlich überlagerter Lichtfelder ist seit dem Youngschen Doppelspalt-experiment [1] der Zugang zur Wellennatur des Lichtes. Sie zeigt sich darin, daß das beobachtete Intensitätsmuster nicht durch die Summe der Intensitäten, sondern durch die aufaddierten, phasenabhängigen Amplituden geprägt ist. Dieses Superpositionsprinzip gilt auch für quantisierte Felder.

Das Werkzeug zur Interferenz wird in dieser Arbeit nicht der Doppelspalt, sondern ein Strahlteiler bilden, dessen Wirkung auf die Lichtfelder es zunächst zu erläutern gilt.

Insbesondere der Fall, in dem Quantenzustände einzelner Photonen am Strahlteiler überlagert werden, wird hierbei von Bedeutung sein. Bei deren Überlagerung verlangt die auf Photonen anzuwendende Bosonenstatistik, daß in die Lösung alle Permutationen von Zustandskombinationen einzubeziehen sind, womit das Superpositionsprinzip bei ununterscheidbaren Photonen zu dem bemerkenswerten Hong-Ou-Mandel Effekt führt. Der Effekt äußert sich darin, daß ununterscheidbare Photonen den Strahlteiler immer paarweise über einen Ausgangsport verlassen.

Die Analyse dieses Interferenzeffekts greift auf die Idee von Glauber zurück, der die Erweiterung des klassischen Kohärenzbegriffs in Form der Korrelation höherer Ordnungen einführte [34]. Der Hong-Ou-Mandel Effekt zeigt sich in der Korrelation zweiter Ordnung. Die Auswertung dieser Korrelation ermöglicht darüber hinaus einen Einblick in die Wirkung der Parametervariation auf die Struktur der Interferenz.

Der Zugang erfolgt im Experiment über die Messbarkeit. Bei der Interferenz zweier unabhängiger Felder mit sich selber, wie sie erstmals im Magyar-Mandel Experiment [35] mit getrennten Laserquellen demonstriert wurde, ist die Voraussetzung der Beobachtbarkeit, die Kohärenz innerhalb der Beobachtungsdauer. In der Überlagerung einzelner Photonen wird das Verhältnis der Photonenbreite zur Detektorauflösung über die zu beobachtende Struktur des Interferenzprozesses entscheiden.

Die theoretische Beschreibung der Interferenz am Strahlteiler, die Inhalt der folgenden Abschnitte sein wird, orientiert sich an den Veröffentlichungen von Thomas Legero (MPI Quantenoptik, Garching) [36, 37], der seinen Ergebnissen zur zeitaufgelösten Photoneninterferenz am Strahlteiler eine umfangreiche Herleitung beigefügt hat.

2.4.1. Der Strahlteiler

Der Strahlteiler ist als passives optisches Element in seiner Eigenschaft durch einen nach Eingangspfaden indizierten frequenz- und polarisationsabhängigen Reflexions- $|\rho_{1,2}|^2$ und Transmissionsgrad $|\sigma_{1,2}|^2$, sowie im idealen Fall verlustfrei $|\rho_{1,2}|^2 + |\sigma_{1,2}|^2 = 1$, beschrieben. Mit diesen vier komplexen Parametern umfasst die beschreibbare Funktionsweise ebenso die optischen Elemente Spiegel, Polarisationsstrahlteiler, Bandpassfilter sowie, bei der Eingangszuordnung nach Polarisation, $\lambda/4$ und $\lambda/2$ -Plättchen.

Im Weiteren wird deshalb vom einfachsten Fall ausgegangen, in dem die komplexen Ein-

träige $\{\rho_i, \sigma_i\}$, $i \in \{1, 2\}$ polarisationsunabhängig sind, die Frequenzabhängigkeit zum erwarteten Frequenzbereich vernachlässigbar und der Aufbau kubisch ist, womit sich wie in Abbildung (2.6) aufgeführt, vier räumlich getrennte Pfade ergeben. Den Pfaden werden Feldoperatoren zugeordnet, die nach einfallenden \hat{a}_1, \hat{a}_2 und herausführenden \hat{b}_1, \hat{b}_2 Pfaden unterschieden und die durch die Transformation:

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{pmatrix} = \underline{B} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad \underline{B} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} = e^{i\Phi_0} \begin{pmatrix} \cos \Theta e^{i\Phi_\sigma} & \sin \Theta e^{i\Phi_\rho} \\ -\sin \Theta e^{-i\Phi_\rho} & \cos \Theta e^{-i\Phi_\sigma} \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

paarweise ineinander überführt werden.

Die unitäre Transformationsmatrix \underline{B} ist auf vier reellwertige Parameter zurückzuführen, die mit $\Phi_0 \pm \Phi_i$, $i \in \{\sigma, \rho\}$ die relative Phasenentwicklung beim Durchgang durch den Strahlteiler und mit $\cos \Theta = |\sigma|$, bzw. $\sin \Theta = |\rho|$ den Transmissions-, respektive Reflexionskoeffizienten, beschreiben [38].

Die allgemeine Lösung für die Transformation \underline{B} in [Gl. 2.52] muß die bosonischen Kommutatorrelation $[\hat{b}_i, \hat{b}_j^\dagger] = \delta_{ij}$ erfüllen. Damit ist die unabhängige Messbarkeit der beiden Ausgangsports, bzw. die Energieerhaltung am idealen Strahlteiler gegeben. Diese Bedingungen formulieren sich mit den Matrixelementen zu:

$$|B_{11}|^2 + |B_{12}|^2 = 1, \quad |B_{21}|^2 + |B_{22}|^2 = 1, \quad B_{11}^* B_{21} + B_{12}^* B_{22} = 0 \quad (2.53)$$

Im klassischen Fall ersetzt der propagierende Feldmode $\vec{E}_i(\vec{r}, t)$ die Operatoren und für den idealen symmetrischen Strahlteiler, $\Phi_0 = \Phi_\sigma = \Phi_\rho = 0$ sowie $\Theta = \pi/4$ transformiert sich der Feldmode mit

$$\underline{B}(\Phi_{0,\sigma,\rho} = 0, \Theta = \pi/4) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

Dabei wird der Feldmode des einfallenden Pfads zu gleichem Anteil in die beiden herausführenden transformiert. Der Vorzeichenwechsel in B_{21} ist auf die Energieerhaltung zurückzuführen und entspricht dem Phasensprung π bei der Reflexion am optisch dichten Medium.

In der quantenmechanischen Beschreibung wird der Ausgangszustand $|\Psi_{in}\rangle$ durch die Leiteroperatoren $\{\hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger\}$ definiert, die die Erzeugenden der Anregungen, wie Fock-Zuständen oder Raum-Zeit-Moden, sind. Der Strahlteiler habe dabei keinerlei Einfluss auf weitergehende Modeparameter, wie das transversale Profil oder die Polarsitation. Die Richtung sei geometrisch durch den jeweiligen Port des Strahlteilerwürfels festgelegt. Damit schreibt sich der Eingangszustand mit je einer Anregung pro Pfad als $|\Psi_{in}\rangle = \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger |0\rangle = |1\rangle_1 |1\rangle_2 = |1, 1\rangle$. Die Indizierung ordnet die Zustände den Pfaden zu

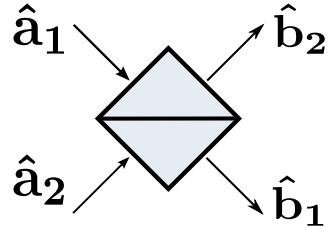


Abbildung 2.6.: kubischer Strahlteiler

und die Operatoren den Pfaden, auf die sie wirken.

Die Transformationsmatrix \underline{B} in [Gl. 2.52], bzw. ihre adjungierte \underline{B}^* , wird in der quantenmechanischen Beschreibung durch unitäre Operatoren \hat{B} und \hat{B}^\dagger dargestellt:

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{pmatrix} = \hat{B} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \hat{B}^\dagger = \underline{B} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11}\hat{a}_1 + B_{12}\hat{a}_2 \\ B_{21}\hat{a}_1 + B_{22}\hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

Die Zustandstransformation im Schrödingerbild erfolgt mit denselben Operatoren wie im Heisenbergbild :

Heisenberg-Bild	Schrödingerbild
$\begin{pmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{pmatrix} = \hat{B} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \hat{B}^\dagger$	$ \Psi_{out}\rangle = \hat{B}^\dagger \Psi_{in}\rangle$

(2.56)

Als Erweiterung der Definition [Gl. 2.55] sei noch die Umkehrabbildung:

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{pmatrix} = \hat{B}^\dagger \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \hat{B} = \underline{B}^* \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

und die zur Berechnung von Erwartungswerten erforderliche Transformation der Funktionen von Leiteroperatoren angegeben:

$$f(\hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{b}_1^\dagger, \hat{b}_2^\dagger) = f(\hat{B}\hat{a}_1\hat{B}^\dagger, \hat{B}\hat{a}_2\hat{B}^\dagger, \hat{B}\hat{a}_1^\dagger\hat{B}^\dagger, \hat{B}\hat{a}_2^\dagger\hat{B}^\dagger) = \tilde{f}(\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger) \quad (2.58)$$

Hiermit ergeben sich die Erwartungswerte $\langle A \rangle$ zu:

Heisenberg-Bild	Schrödingerbild
$A = \langle \Psi_{in} f(\hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{b}_1^\dagger, \hat{b}_2^\dagger) \Psi_{in} \rangle$	$A = \langle \Psi_{in} \hat{B} f(\hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{b}_1^\dagger, \hat{b}_2^\dagger) \hat{B}^\dagger \Psi_{in} \rangle$
$= \langle \Psi_{in} \tilde{f}(\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger) \Psi_{in} \rangle$	$= \langle \Psi_{out} f(\hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{b}_1^\dagger, \hat{b}_2^\dagger) \Psi_{out} \rangle$

(2.59)

Zu dieser Zusammenstellung seien Beispiele gegeben.

Beispiel 1: n Photonenzustand:

Es sei ein Eingangspfad mit Fockzustand $|n\rangle$ angeregt, während der andere im Vakuumzustand $|0\rangle$ ist. Das Beispiel führt links die allgemeine Form und rechts den konkreten Fall. Der Vakuumzustand bleibt von unitären Transformationen unbeeinflusst, wird hier aber zum Verständnis indiziert. Für den Ausgangsport ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 |\Psi_{out}\rangle &= \hat{B}^\dagger |\Psi_{in}\rangle & |n, 0\rangle &= \hat{B}^\dagger |n, 0\rangle \\
 &= \hat{B}^\dagger \tilde{f}(\hat{a}_1^\dagger) |00\rangle_{in} & &= \hat{B}^\dagger \frac{1}{\sqrt{n!}} \hat{a}_1^{\dagger n} |0, 0\rangle \\
 &= \hat{B}^\dagger \tilde{f}(\hat{a}_1^\dagger) \hat{B} |00\rangle_{out} & &= \hat{B}^\dagger \frac{1}{\sqrt{n!}} \hat{a}_1^{\dagger n} \hat{B} |0, 0\rangle \\
 &= \hat{B}^\dagger f(\hat{B} \hat{a}_1^\dagger \hat{B}^\dagger) \hat{B} |00\rangle_{out} & &= \frac{1}{\sqrt{n!}} \left[\underbrace{\hat{a}_1^\dagger B_{11}^*}_{\cong \hat{b}_1} + \underbrace{\hat{a}_1^\dagger B_{21}^*}_{\cong \hat{b}_2} \right]^n |0, 0\rangle \\
 &= f(\hat{a}_1^\dagger) |00\rangle_{out} & &= \sum_{l=0}^n \sqrt{\binom{n}{l}} \left(B_{11}^* \hat{b}_1 \right)^l \left(B_{21}^* \hat{b}_2 \right)^{n-l} |0, 0\rangle
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

In der Superposition der binomialverteilten n-Photonenzustände auf den Ausgangsporten zeigt sich hier ein Unterschied zum klassischen Strahlteiler, bzw. zu dem speziellen Fall mit einem kohärenten Eingangszustand. Klassisch würde das Eingangsfeld anteilig der Matrixkoeffizienten B_{ij} auf die Ausgangsports verteilt werden und diese wären unkorreliert.

Für einen n-Photonzustand ist hingegen eine Korrelation vorhanden, wie das Ergebnis [Gl. 2.60] zeigt. Präzisiert auf den Umstand mit nur einer Anregung im Eingangszustand $n = 1$ zeigt sich, wie durch die Unteilbarkeit eines Photons die Superposition manifestiert wird. Obwohl der Zustand auf beiden Pfaden eine Besetzung enthält, wird eine Messung keine Koinzidenzeignisse aufzeigen, weil ein Photon nur einmal detektiert werden kann [39].

Beispiel 2: Einzelphoton im Überlagerungszustand:

Betrachte sei ein Mach-Zehnder-Interferometers, wie es in Abbildung (2.7) skizziert ist. Der 50/50 Strahlteiler BS_1 präpariert einen Einphotonen-Überlagerungszustand. Dieser ist der Eingangszustand des 50/50 Strahlteiles BS_2 . Dieses Beispiel geht davon aus, daß die verbindenden Pfade zwischen den Strahlteilern gleich sind. Am Ausgang des

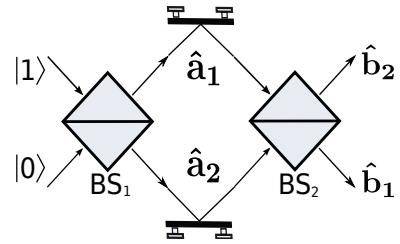


Abbildung 2.7.: Mach-Zehnder Interferometer

Interferometers erwartet man den Zustand:

$$\begin{aligned}
 |\Psi_{out}\rangle &= \hat{B}^\dagger \frac{1}{\sqrt{2}} (|1,0\rangle + |0,1\rangle) \\
 &= \hat{B}^\dagger \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_1^\dagger + \hat{a}_2^\dagger) |0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{B}^\dagger \hat{a}_1^\dagger \hat{B} + \hat{B}^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{B}) |0,0\rangle \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} [(\hat{a}_1^\dagger B_{11}^* + a_1^\dagger B_{21}^*) + (\hat{a}_2^\dagger B_{12}^* + a_2^\dagger B_{22}^*)] |0,0\rangle \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \underbrace{[\hat{a}_1^\dagger B_{11}^* + \hat{a}_2^\dagger B_{12}^*]}_{f(\hat{b}_1^\dagger)} + \underbrace{[\hat{a}_1^\dagger B_{21}^* + \hat{a}_2^\dagger B_{22}^*]}_{f(\hat{b}_2^\dagger)} |0,0\rangle \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \underbrace{\left[\frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}^\dagger - \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}^\dagger \right]}_{\mathbb{1}} + \underbrace{\left[\frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}^\dagger + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}^\dagger \right]}_{\hat{b}_2^\dagger} |0,0\rangle = |0,1\rangle
 \end{aligned} \tag{2.61}$$

Dies ist die Interferenz eines Photons mit sich selber, die sich prinzipiell an einem der beiden Ausgangsports beobachten lässt. Die Beobachtbarkeit gilt insbesondere auch für den Fall, bei dem eine unterschiedliche Phasenentwicklung auf den die Strahlteiler verbindenden Wegen zugelassen wird [39]. Dieser Fall wird in der Behandlung der Korrelationfunktion erster Ordnung noch einmal aufgegriffen.

Beispiel 3: Zwei Einzelphotonen:

Der Eingangszustand habe eine Anregung pro Pfad $|\Psi_{in}\rangle = |1,1\rangle$. Damit lautet der am 50/50-Strahlteiler erwartete Ausgangszustand:

$$\begin{aligned}
 |\Psi_{out}\rangle &= \hat{B}^\dagger |1,1\rangle = \hat{B}^\dagger \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger |0,0\rangle \\
 &= \hat{B}^\dagger \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{B} |0,0\rangle = \hat{B}^\dagger \hat{a}_1^\dagger \hat{B} \hat{B}^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{B} |0,0\rangle \\
 &= (\hat{a}_1^\dagger B_{11}^* + a_1^\dagger B_{21}^*) (\hat{a}_2^\dagger B_{12}^* + a_2^\dagger B_{22}^*) |0,0\rangle \\
 &= \underbrace{\hat{a}_1^\dagger B_{11}^* \hat{a}_2^\dagger B_{12}^*}_{-\frac{1}{2}(\hat{b}_1^\dagger b_1^\dagger)} + \underbrace{\hat{a}_1^\dagger B_{11}^* a_2^\dagger B_{22}^*}_{\frac{1}{2}(\hat{b}_1^\dagger b_2^\dagger)} + \underbrace{\hat{a}_1^\dagger B_{21}^* \hat{a}_2^\dagger B_{12}^*}_{-\frac{1}{2}(\hat{b}_2^\dagger b_1^\dagger)} + \underbrace{\hat{a}_1^\dagger B_{21}^* \hat{a}_2^\dagger B_{22}^*}_{\frac{1}{2}(\hat{b}_2^\dagger b_2^\dagger)} |0,0\rangle \\
 &= \frac{1}{2} \{|0,2\rangle - |2,0\rangle\}
 \end{aligned} \tag{2.62}$$

Dieses dritte Beispiel zeigt die Interferenz zweier unabhängiger Photonen $|1,1\rangle$ am Strahlteiler. Sie muß von der Interferenz eines Photons mit sich selber unterschieden werden. Diese Interferenz des Zweiphotonenzustands mit sich selber ist lediglich durch die Beobachtung beider Ausgangsports zu identifizie-

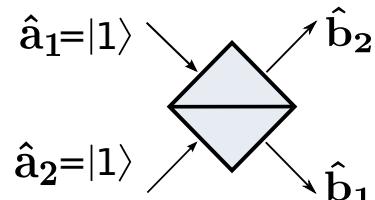


Abbildung 2.8.: Zwei-Photonen Interferenz

ren. Nur wenn ein Detektionsereignis in einem Ausgangspfad ein ausbleibendes Detektionsereignis im dazugehörigen zweiten Ausgangspfad bedingt, ist die Interferenz beobachtet.

Dieses Ergebnis bedarf weiterer Betrachtung bezüglich der Gültigkeit, welche hier Ununterscheitbarkeit der Photonen des Eingangszustands vorraussetzte. Für die detaillierte Auswertung wird das Konzept der Korrelationsmessung herangezogen.

Zunächst soll dazu der Photonenzustand konkret beschrieben werden.

2.4.2. Quantisierung des Feldes

Die Quantisierung wird im Folgenden lediglich in Stichpunkten dargestellt. Entsprechend der beabsichtigten Anwendung sei transversal vom Gaussmode TEM_{00} ausgegangen, womit ein wohldefinierter und begrenzter Strahlquerschnitt A realisiert ist. Die durch Modenanpassung realisierte Überlagerung sei für alle Felder als gleich und vollständig überlagernd angenommen. Davon ausgehend wird im weiteren die longitudinale Festlegung näher betrachtet.

Diskretes Modenspektrum

Die Quantisierung des elektromagnetischen Feldes erfolgt anschaulich über die Energie innerhalb eines begrenzten Volumens $V = A \cdot L$, welches, wie mit den Randbedingungen des Resonators, ein diskretes Frequenzspektrum $\omega_m = 2m\pi c/L$, $m \in \mathbb{N}$ aufweist (siehe z.B. [Gl. 2.21]). Damit ergibt sich die Feldenergie als Summe der einzelnen Feldmoden, die nach der Frequenz ω_m unterschieden und in zueinander orthogonale Polarisationen $s = \{1, 2\}$ zerlegt sind. Diese Moden lassen sich, in verallgemeinerten Koordinaten ausgedrückt, analog dem harmonischen Oszillatoren quantisieren, was in zweiter Quantisierung zur Darstellung des Hamiltonoperators führt.

$$\hat{H} = \sum_{m,s} \hat{H}_{m,s} = \sum_{m,s} \hbar\omega_m \left(\hat{a}_{m,s}^\dagger \hat{a}_{m,s} + \frac{1}{2} \right) \quad (2.63)$$

Die verwendeten Leiteroperatoren werden Erzeugungs- \hat{a}^\dagger und Vernichtungsoperator \hat{a} genannt und bilden als Produkt den Besetzungszahlenoperator $\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$, mit den normierten Eigenzustände $|n\rangle$. Ergänzend sind deren Eigenschaften:

$$[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{ij} \quad \hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad (2.64a)$$

$$[\hat{a}_i, \hat{a}_j] = [\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j^\dagger] = 0 \quad \hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad (2.64b)$$

$$i\hbar \frac{\partial \hat{a}_{m,s}}{\partial t} = [\hat{a}_{m,s}, \hat{H}] = \hbar\omega_m \hat{a}_{m,s} \Rightarrow \hat{a}_{m,s}(t) = e^{-i\omega_m t} \hat{a}_{m,s} \quad (2.65a)$$

$$i\hbar \frac{\partial \hat{a}_{m,s}^\dagger}{\partial t} = [\hat{a}_{m,s}^\dagger, \hat{H}] = -\hbar\omega_m \hat{a}_{m,s}^\dagger \Rightarrow \hat{a}_{m,s}^\dagger(t) = e^{i\omega_m t} \hat{a}_{m,s}^\dagger \quad (2.65b)$$

Entsprechend der vollständigen orthogonalen Basis $\{|n\rangle_{m,s}\}$ lässt sich jeder Eigenzustand des Resonators darstellen. Mit der diskreten Modenstruktur ist die Menge der Eigenzustände abzählbar.

Die Operatoren des skalaren, linear polarisierten elektrischen Feldes ergeben sich zu:

$$\hat{E}_{m,s}(z, t) = \hat{E}_{m,s}^{(+)}(z, t) + \hat{E}_{m,s}^{(-)}(z, t), \quad \hat{E}^{(+)} = \left(\hat{E}^{(-)}\right)^\dagger \quad (2.66)$$

$$\hat{E}_{m,s}^{(+)} = i\sqrt{\frac{\hbar\omega_m}{2\epsilon_0 V}} \cdot \hat{a}_{m,s} e^{-i\omega_m(t-z/c)} \quad (2.67)$$

wobei im Phasenterm von [Gl. 2.67] der frequenz- und brechungsindexabhängige Wellenvektor $k_{m,s} = \omega_m n_{m,s}/c_0$ hier und folgend mit $n_{m,s} = 1$ verwendet wird.

Moden des freien Raums

Im Experiment ist der Resonator in der Regel nur Quelle oder Zwischenschritt und eine Feldanregung (Photon) propagiert von einer Quelle in einen Detektor, wo sie per photoelektrischem Prozess absorbiert wird. Es gibt damit keinen hin- und rücklaufenden, bzw. stehenden Mode, sondern einen unidirektionalen Energiefluss, in dem der Detektor als Senke die Balance zur optischen Energieproduktion der Quelle hält. Es sei zudem nur der Fall eines schmalen Frequenzbandes $\delta\omega$ um eine Zentrfrequenz ω_0 betrachtet, mit $\delta\omega \ll \omega_0$.

Der Ansatz zur Bestimmung der Moden des freien Raums besteht nun im analogen Formalismus wie im diskreten Fall, wobei das Modenspektrum mit der Grenzwertbetrachtung: $L \rightarrow \infty$ und entsprechend $\Delta\omega = \omega_{m+1} - \omega_m \rightarrow 0$ kontinuierlich wird. Daraus folgend ergibt sich:

$$\hat{a}_m \rightarrow \sqrt{\Delta\omega} \hat{a}(\omega), \quad [\hat{a}(\omega), \hat{a}^\dagger(\omega')] = \delta(\omega - \omega'), \quad \sum_{m,s} \rightarrow \frac{1}{\Delta\omega} \sum_s \int d\omega \quad (2.68)$$

womit sich der für die Messung wichtige Operator des elektrischen Feldes als Entsprechung von [Gl. 2.67] ergibt¹:

$$\hat{E}^{(+)}(z, t) = i \int d\omega \sqrt{\frac{\hbar\omega}{4\pi\epsilon_0 c A}} \hat{a}(\omega) e^{-i\omega(t-z/c)} \quad (2.69)$$

, der einer Projektion des Feldzustands auf den Ort z zur Zeit t entspricht. Bei einer Messung im Geiger-Modus (z.B. Lawinendetektor) wird dabei nur der normalisierte Operator von Interesse sein.

¹Mit der Bandbreitenbedingung $\delta\omega \ll \omega_0$ kann sowohl $\sqrt{\omega}$ vors das Integral [Gl. 2.69] gezogen, als auch die Grenzen des eigentlich nur positiv definierten Integrals von $[0, \infty]$ auf $[-\infty, \infty]$ erweitert werden.

Lokalisierte Raum-Zeit Moden des freien Raums

Die Freiheit in der Wahl der Darstellung bietet, mit Blick auf die beabsichtigte Zweiphotoneninterferenz am Stahlteiler, die alternative Methode, Anregungen mittels eines Systems abzählbarer, räumlich lokalisierter Moden zu erklären. Ausgangspunkt sei ein vollständiger¹ Satz orthonormaler² Funktionen $\{\phi_i(\omega)\}$, die als Frequenzverteilung aus den Operatoren $\hat{a}_s(\omega)$ neue Leiteroperatoren $\hat{c}_s(\phi_i)$ definieren [40]:

$$\hat{c}_s(\phi_i) := \int d\omega \phi_i^*(\omega) \hat{a}_s(\omega) \quad \leftrightarrow \quad \hat{a}_s(\omega) = \sum_i \phi_i(\omega) \hat{c}_s(\phi_i) \quad (2.70)$$

Die so definierten Leiteroperatoren beschreiben nun einen abzählbaren Satz von unabhängigen Bosonen im freien Raum mit wohldefinierten Eigenvektoren und Kommutatorregeln, analog dem diskontinuierlichen Fall [Gl. 2.64a, 2.64b].

Die Erweiterung auf Zustände mit beliebig zugrundeliegender normierter Frequenzverteilung $\zeta(\omega)$ erfolgt mit der Zerlegung:

$$\zeta(\omega) = \sum_i c_i \phi_i(\omega) \quad \rightarrow \quad \hat{c}_s(\zeta) = \sum_i c_i^* \hat{c}_s(\phi_i(\omega)) \quad (2.71)$$

Den im Frequenzraum definierten Leiteroperatoren lassen sich Erzeuger und Vernichter für den Raum-Zeit-Mode zuordnen. Dazu dienen, unter Beachtung der Bandbreitenbedingung $\delta\omega \ll \omega_0$, die Fouriertransformationen:

$$\phi_i(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega \phi_i(\omega) e^{-i\omega q} \quad (2.72)$$

$$\hat{a}_s(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega \hat{a}_s(\omega) e^{-i\omega q} \quad (2.73)$$

Mit der Festlegung, daß der Strahlteiler am Ort $z = 0$ liegt, ist hier die Substitution $q := t - z/c$ verwendet. Die Fourierpaardiskriminierung ist auf die angegebene Variable bzw. den Zusammenhang beschränkt und wird nicht gesondert gekennzeichnet.

Mit [Gl. 2.73] veranschaulicht sich $\hat{a}_s(q)$ als die normierte Entsprechung von $\hat{E}(z, t)$ in [Gl. 2.69] zur Raumzeit q . Für einen beliebigen Raumzeitmode ergibt sich:

$$\Rightarrow \quad \hat{c}_s(\phi_i) := \int dq \phi_i^*(q) \hat{a}_s(q) \quad \leftrightarrow \quad \hat{a}_s(q) = \sum_i \phi_i(q) \hat{c}_s(\phi_i) \quad (2.74a)$$

$$\zeta(q) = \sum_i c_i \phi_i(q) \quad \rightarrow \quad \hat{c}_s(\zeta) = \sum_i c_i^* \hat{c}_s(\phi_i(q)) \quad (2.74b)$$

¹vollständig: $\sum_i \phi_i^*(\omega) \phi_i(\omega') = \delta(\omega - \omega')$

²orthonormal: $\int d\omega \phi_i^*(\omega) \phi_j(\omega) = \delta_{ij}$ (impliziert hiermit Quadratintegrabilität)

Mit der erfolgten Definition des Hilbertraums kann die Einzelphotonenbeschreibung nun vereinfacht mit der Einhüllenden $\epsilon_k(q)$ und einer Phasenentwicklungsfunction $\xi(q)$ erfolgen:

$$\zeta_k(q) = \epsilon_k(q) e^{i\xi(q)} \quad (2.75)$$

Die Bandbreitenbedingung ermöglicht es hierbei, daß in der Regel eine Zentralfrequenz ω_0 bestimmt werden kann, über die die Zeitentwicklung des Zustands abzuschätzen sein wird. Mit dieser schreibt sich die Phasenentwicklungsfunction: $\xi(q) = \omega_0 q$.

2.4.3. Korrelationfunktion

Der aus der Beobachtung der Interferenz klassischen Lichts hervorgegangene Kohärenzbegriff der Optik benennt die Eigenschaft eines Feldes dahingehend, inwiefern es in einer hypothetischen Überlagerung mit sich, zur Ausbildung von Interferenzmustern, wie dem beim Youngschen Doppelspalteperiment, fähig ist. Der klassische Interferenzbegriff bezieht sich damit auf zwei Raumzeitpunkte des Feldes.

Dieser Kohärenzbegriff hat mit der Entwicklung der Quantenmechanik eine Präzisierung notwendig gemacht, um Zusammenhänge zwischen mehr als zwei Raumzeitpunkten eines Zustands erfassen zu können. Dazu wird die Korellationsfunktionen n-ter Ordnung $G^{(n)}(x_1 \dots x_{2n})$ definiert [34]. Sie beschreibt die Beziehung zwischen $2n$ Projektionen eines raumzeitgebundenen Operators auf eine Zustandsfunktion. Im Fall der Photonen werden das die Leiteroperatoren sein.

Die Kohärenz in ihrer Präzisierung definiert sich über die Erfüllung der Korellation. Volle Kohärenz ist gegeben, wenn die normierten Korellationsfunktionen $g^{(n)}(x_1 \dots x_{2n})$ aller Ordnungen n eins sind. Mit dieser Definition zeigt sich die klassische Interferenz lediglich mit der Erfüllung der Korrelation erster Ordnung.

Die (normierte) Korellationsfunktion n-ter Ordnung wird in den folgenden Abschnitten noch zu definieren sein.

Die Klassifizierung nach höheren Ordnungen der Korrelation ermöglicht eine klare Differenzierung der Zustandseigenschaften. Als Beispiel sei auf die im Experiment mit dem nach R. Hanbury Brown und R. Twiss benannten Interferometer [41] zugängliche Photonenstatistik der Lichtquellen verwiesen. Dabei erfolgt die Unterscheidung in klassische ($g^{(2)}(0) = 2$) [42], kohärente ($g^{(2)}(0) = 1$) [43] und Einzelphotonenquellen ($g^{(2)}(0) = 0$) [44], bzw. verbal mit den Begriffen des *bunching*, bzw. *antibunching*. Demnach ist klassisches, respektive nichtklassisches Licht, über die zeitliche Korellation der Wahrscheinlichkeit von Detektionsereignissen definiert. Im Fall klassischen Lichts treten Ereignisse vermehrt gehäuft auf ('zusammend klebend'), während sich einzelne Photonen durch entsprechend einzelne ('nicht zusammenklebend') Detektionsereignisse klassifizieren.

Im Interferenzexperiment am Strahlteiler wird für identische Bosonen ein kollektives Paarverhalten der Indikator für den Hong-Ou-Mandel Effekt sein. Entsprechend liegt

das Augenmerk im Folgenden auf der Korrelationsfunktion zweiter Ordnung $G^{(2)}(\tau)$, die mit einer Heranführung über die erster Ordnung $G^{(1)}(\tau)$ definiert wird.

Korrelationfunktion erster Ordnung

Bei der Überlagerung zweier Lichtstrahlen kann durch Messung der Absorption in einem Detektor, aus der dabei beobachtbaren Interferenz zweiter Ordnung¹, die Korellation erster Ordnung abgeleitet werden.

Die Detektionswahrscheinlichkeit $P^{(1)}(q)$ zur Zeit q ergibt sich aus dem Erwartungswert der Intensität $\langle \hat{I}(q) \rangle$ des in den Detektor propagierenden und dort absorbierten Modes, der mit der Dichtematrix ρ repräsentiert ist:

$$P^{(1)}(q_0) = \eta \int_{q_0 - \Delta t}^{q_0} dq \langle I(q) \rangle = \eta \int_{q_0 - \Delta t}^{q_0} dq \operatorname{Tr} [\rho \hat{E}^-(q) \hat{E}^+(q)] \quad (2.76)$$

$$= \eta \int_{q_0 - \Delta t}^{q_0} dq G^{(1)}(q, \tau=0) \quad (2.77)$$

Hierbei sei η die Detektoreffizienz und Δt die Zeitauflösung des Detektors. Der Intensitätsmessung im Geiger-Mode entsprechend, wird die Absorption mit $\hat{E}^+(q) = \hat{a}(q)$, dem vernichtenden Leiteroperator des Hilbertraums, dargestellt. Der Erwartungswert des normalgeordnete² Operatorprodukts $\hat{E}^-(q) \hat{E}^+(q)$ entspricht im Hilbertraum mit abzählbarer Basis der Spur über das Produkt $\langle \hat{E}^-(q) \hat{E}^+(q) \rangle$. Gleichung [2.77] enthält die Definition der Korrelationfunktion erster Ordnung.

Um die Abhängigkeit der Korellationsfunktion vom Zeitabstand τ zu veranschaulichen, soll noch einmal das Beispiel 2 [Gl. 2.61] herangezogen werden, daß nun um die Betrachtung der Raumzeitmode erweitert ist. Wie in Abbildung (2.9) illustriert, erfolgt die Messung mit einem Detektor, hier beispielweise auf dem Ausgangspfad 3. Der die Messung repräsentierende Feldoperator transformiert sich im Heisenbergbild auf die Eingangspfade entsprechend der Transformationsmatrix des Strahlteilers:

$$\hat{E}_3^{(+)}(q) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\hat{E}_1^+(q) + \hat{E}_2^+(q)] \quad (2.78)$$

Der Eingangszustand ist eine, durch den vorgelagerten Strahlteiler (BS_1) und einen Laufzeitunterschied τ auf dem die Strahlteiler verbindenden Pfaden, präparierte Überlagerung der Raumzeitmode $\zeta(q)$ auf beide Eingangspfade des 50/50 Strahlteilers (BS_2):

$$\frac{1}{\sqrt{2}} [\hat{c}_1^\dagger(\zeta_1) + \hat{c}_2^\dagger(\zeta_2)] |0,0\rangle \quad \text{mit} \quad \zeta_1(q) = \zeta_2(q + \tau) \quad (2.79)$$

Mit dem Darstellungswechsel (siehe [Gl. 2.74])

¹Die Ordnung der Interferenz orientiert sich an der Anzahl der in die Messung einbezogenen elektrischen Feldstärkeoperatoren [45]

²normalgeordnet: die Erzeugungsoperatoren stehen allesamt links der Vernichtungsoperatoren

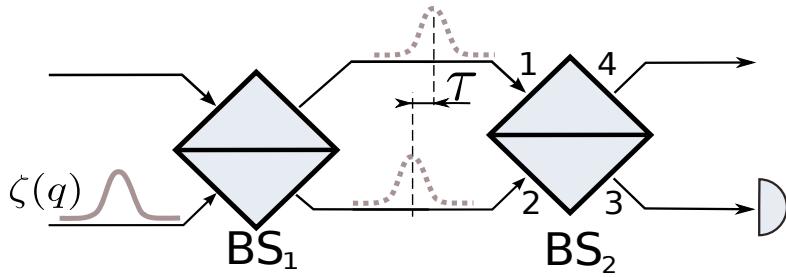


Abbildung 2.9.: Detektion eines Überlagerungszustands eines Photons am Strahlteiler

$$\hat{E}^{(+)}\hat{c}^\dagger(\zeta) = \hat{a}\hat{c}^\dagger(\zeta) = \sum_i c_i \int dq \phi_i(q) \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \quad (2.80)$$

ergibt sich die Korrelationfunktion erster Ordnung nach [Gl. 2.77] als:

$$G_3^{(1)}(q, \tau) = Tr \left[\rho(\tau) \hat{E}_3^-(q) \hat{E}_3^+(q) \right] = \frac{1}{4} |\zeta(q + \tau) + \zeta(q)|^2 \quad (2.81)$$

Um die Detektionswahrscheinlichkeit zu ermitteln, sei der Fall beliebig genauer Detektorauflösung angenommen. Damit kann $G^{(1)}(q, \tau)$ in Zeitintervallen der Detektorauflösung Δt als konstant angenommen und das Integral in [Gl. 2.77] durch den Faktor Δt ersetzt werden. Da im Experiment die Raumzeit q im Allgemeinen von keinem Interesse ist, wird die Detektionswahrscheinlichkeit $P(\tau, q)$ über ein Ensemble von Photonen $\langle \hat{c}(\zeta) \hat{c}^\dagger(\zeta) \rangle_q$ ausgewertet, was einer Integration von [Gl. 2.77] über die Raumzeit q entspricht. Damit folgt für normierte Zustände $\int dq \zeta^*(q) \zeta(q) = 1$ und der Darstellung [Gl. 2.75]:

$$\begin{aligned} \frac{P_3^{(1)}(\tau)}{\eta \Delta \tau} &= \int dq_0 G_3^{(1)}(q_0, \tau) = G_3^{(1)}(\tau) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \int dq 2\epsilon(q) \epsilon(q + \tau) \cos(\xi(q + \tau) - \xi(q)) \end{aligned} \quad (2.82)$$

Für einen harmonischen Phasenverlauf $\xi(q) = q\omega_\zeta$ innerhalb einer Kohärenzlänge τ_c oszilliert die Korrelationsfunktion mit der Frequenz ω_ζ . Die Oszillation wird dabei vom zeitlichen Versatz τ durch die Überlagerung der Einhüllenden modelliert. Für einen chaotischen Phasenverlauf, bzw. für $\tau \gg \tau_c$, wird das Integral im Interferenzterm verschwinden und die Korrelationfunktion den konstanten Wert $G_3^{(1)}(\tau) = 1/2$ annehmen. Der Einfluss der Kohärenzlänge lässt sich vom Einfluss der Breite der Einhüllende nicht unterscheiden.

Die experimentell relevanten Zeitkonstanten für eine zeitaufgelöste Beobachtung der Detektionswahrscheinlichkeit $P^{(1)}(\tau)$ sind zusammengefasst die Zeit-, bzw. Ortsauflösung des Detektors Δt , die Breite der betrachteten Raum-Zeitmode, repräsentiert durch Halbwertsbreite $\delta q = \text{FWHM}_{\zeta(q)}$, die Kohärenzlänge τ_c und die Stabilität der Pfadlängendifferenz zwischen den Strahlteilern $\tau(t)$ über die Dauer der Messung.

Wird das Experiment mit nur einem Strahlteiler und zwei unabhängigen Photonen durchgeführt, ist ein konstanter Zeitversatz für optische Frequenzen nicht realisierbar. Dazu ist eine Messung mit zwei Detektoren nötig, womit eine Auswertung der Korrelationsfunktion zweiter Ordnung verbunden ist, in die die Variable τ als Zeitdifferenz zwischen zwei Detektionsereignissen eingeht.

Korrelationsfunktion zweiter Ordnung

Die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung ist definiert als:

$$G^{(2)}(q_1, q_2) = \text{Tr} \left[\rho \hat{E}_3^{(-)} \hat{E}_4^{(-)} \hat{E}_4^{(+)} \hat{E}_3^{(+)} \right] \quad (2.83)$$

Die Spur ist über das normalgeordnete Operatorprodukt der Feldoperatoren der Ausgangsport des Strahlteilers auszuführen.

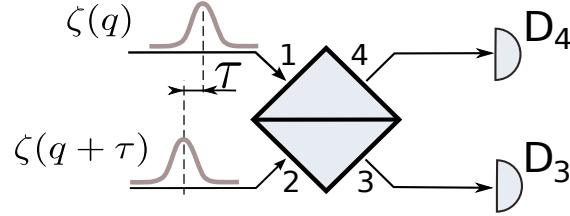


Abbildung 2.10.: Detektion eines Zweiphotonenzustands am Strahlteiler

Die sich aus der Korrelationsfunktion ergebende Detektionswahrscheinlichkeit zweier Photonen, wird mit zwei Detektoren ermittelt. Ein Detektionsereignis wird der Zeit q zugeordnet, wenn innerhalb des Zeitfensters der Detektorauflösung Δt_i , $i \in \{1, 2\}$ des Detektors D_i mit Quanteneffizienz η_i das mit dem Zustand $\hat{c}^\dagger(\zeta_i) |0\rangle_i$ beschriebene Photon der Raum-Zeitmode $\zeta_i(q)$ absorbiert wurde. Entsprechend wird einem Doppereignis zur Zeit q der Wert τ zugeordnet, wenn es zu einer Absorption im Detektor D_1 zur Zeit $q_1 = q$ ein Absorptionsereignis in Detektor D_2 zur Zeit $q_2 = q_1 + \tau$ gibt.

$$P^{(2)}(\tau, q, \Delta t_i) = \eta_1 \eta_2 \int_{q-\Delta t_1}^q dq_1 \int_{q+\tau-\Delta t_2}^{q+\tau} dq_2 \quad G_{34}^{(2)}(q_1, q_2) \quad (2.84)$$

Es liegt auch hier an dem Auflösungsvermögen der Detektoren Δt_i , ob eine zeitliche Auflösung der Korrelation zweiter Ordnung $G^{(2)}(q_1, q_2)$ möglich sein wird. Für den Fall, daß $G^{(2)}$ über die Detektorbreite Δt_i als konstant angenommen werden kann, ist

$$P^{(2)}(\tau, q_0, \Delta t_i) = \eta_1 \eta_2 \Delta t_1 \Delta t_2 \quad G_{34}^{(2)}(q, q + \tau) \quad (2.85)$$

womit durch Messung der Detektionswahrscheinlichkeit ein direkter Zugang zur dazu proportionalen Korrelation zweiter Ordnung besteht, in der sich die Zweiphotoneninterferenz widerspiegelt.

Zweiphotonenzustand:

Für den Erwartungswert der Zweiphotonendetektion mit zwei Detektoren sei von dem Zweiphotonenzustand $\hat{c}_1(\zeta_1)\hat{c}_2(\zeta_2)|0,0\rangle$, mit den beiden voneinander unabhängigen Raumzeitmoden der Photonen $\zeta_i(q)$, ausgegangen.

Aus der Definition der Raumzeitmoden [Gl. 2.74] bieten sich alternative Varianten an, Effekte der Korrelationsfunktion auszuwerten. Nach [46] wird das zweite Photon gemäß dem Gram-Schmidtschen Orthogonalisierungsverfahren in einen zum ersten Photon identischen und in einen orthogonalen Anteil zerlegt. Entsprechend des dritten Beispiels zur Physik des Strahlteilers [Gl. 2.62], werden die parallelen Anteile den Strahlteiler immer gemeinsam verlassen. Dies entspricht einer Korrelation zweiter Ordnung von Null. Dem entgegen passieren die zueinander orthogonalen Anteile voneinander unbeeinflußt den Strahlteiler.

Hier soll vorerst auf eine Zerlegung der Raumzeitmoden $\zeta_i(q)$ verzichtet werden, sondern nur eine entsprechende Zerlegung bezüglich der Polarisierung erfolgen. Dazu seien zwei zueinander orthogonale Polarisationszustände, (H) und (V), betrachtet. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit, sei das erste Photon vollständig in (H) und das zweite gemischt polarisiert:

$$|1,1\rangle = \hat{c}_{1H}^\dagger(\zeta_1) \left[\cos(\alpha)\hat{c}_{2H}^\dagger(\zeta_2) + \sin(\alpha)\hat{c}_{2V}^\dagger(\zeta_2) \right] |0,0\rangle \quad (2.86)$$

Feldoperatoren

Mit Einbeziehung der Polarisierung ergeben sich die Feldoperatoren entsprechend:

$$\hat{E}_i^+ = \hat{E}_{iH}^+ + \hat{E}_{iV}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\hat{E}_{1H}^+ + \hat{E}_{1V}^+ \right] \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\hat{E}_{2H}^+ + \hat{E}_{2V}^+ \right] \quad (2.87)$$

wobei im letzten Schritt die Transformation der Feldoperatoren des Strahlteilerausgangs E_i^+ , $i \in \{3, 4\}$ auf die Strahlteilereingänge E_1^+ und E_2^+ vollzogen wurde.

Korrelationsfunktion

Die Korrelationsfunktion ergibt sich gemäß [Gl. 2.83; 2.86; 2.87] als Summe von 64 Termen, die sich algebraisch¹ reduzieren und in einen ungemischt und einen gemischt

¹

$$\begin{aligned} \hat{a}|0\rangle &= 0 & \rightarrow & \hat{a}_{ix}\hat{a}_{jy}^\dagger|0,0\rangle = \delta_{ij}\delta_{xy}|0,0\rangle \quad i, j \in \{1, 2\}; x, y \in \{H, V\} \\ \hat{a}(q')\hat{a}^\dagger(q)|0\rangle &= \delta(q - q')|0\rangle & \rightarrow & \hat{a}(q')\hat{c}^\dagger(\zeta(q)) = \sum_i c_i \int dq \phi_i(q) \hat{a}(q')\hat{a}^\dagger(q) = \sum_i c_i \phi_i(q') = \zeta(q') \end{aligned}$$

polarisierten Anteil zerlegt darstellen lassen:

$$G_{34}^{(2)}(q_1, q_2) = \cos^2(\alpha) \cdot G_{34,HH}^{(2)}(q_1, q_2) + \sin^2(\alpha) \cdot G_{34,HV}^{(2)}(q_1, q_2) \quad (2.88)$$

mit:

$$G_{34,HH}^{(2)}(q_1, q_2) = \frac{|\zeta_1(q_1)\zeta_2(q_2) - \zeta_1(q_2)\zeta_2(q_1)|^2}{4} \quad (2.89)$$

$$G_{34,HV}^{(2)}(q_1, q_2) = \frac{|\zeta_1(q_1)\zeta_2(q_2)|^2 + |\zeta_1(q_2)\zeta_2(q_1)|^2}{4} \quad (2.90)$$

In dieser Darstellung der Korellationsfunktion zweiter Ordnung zeigt sich der Hong-Ou-Mandel Effekt.

Der gemischt polarisierte Anteil $G_{34,HV}^{(2)}(q_1, q_2)$ wird nur dann Null, wenn eine der Photonenfunktionen vom Betrag Null wird.

Der parallele Anteil $G_{34,HH}^{(2)}(q_1, q_2)$ weist eine interessante Struktur auf. Für den Zeitabstand $\tau = q_1 - q_2 = 0$ wird die Korrelation zweiter Ordnung unabhängig der Form der Einzelphotonen verschwinden. Das Ergebnis erscheint überraschend, da alternative Ansätze, die eine Funktionszerlegung in einen orthogonalen und parallelen Anteil verwenden, nur eine auf Null gehenden Korellation bei verschwindendem orthogonalen Anteil erwarten, also $G_{34,HH}^{(2)}(q_1, q_2 = q_1) = 0$ nur für vollständig identische Photonen vorhersagen.

Interferenzterm der Korrelationsfunktion

Mit der Zerlegung der Raum/Zeitmoden [Gl. 2.75] in eine reellwertige Einhüllende $\epsilon(q)$ und einen Phasenterm $\xi(q)$ zeigt sich der gemischt polarisierte Anteil der Korrelationsfunktion [Gl. 2.90] als unabhängig vom Phasenterm:

$$G_{34,HV}^{(2)}(q_1, q_2) = \frac{|\epsilon_1(q_1)\epsilon_2(q_2)|^2 + |\epsilon_1(q_2)\epsilon_2(q_1)|^2}{4} \quad (2.91)$$

wohingegen sich der Korrelationsterm des parallel polarisierten Anteils [Gl. 2.89] zerlegen lässt in:

$$G_{34,HH}^{(2)}(q_1, q_2) = G_{34,HV}^{(2)}(q_1, q_2) - F(q_1, q_2) \quad (2.92)$$

mit dem Interferenzterm:

$$F(q_1, q_2) = A_F \cdot \cos \Phi_F \quad (2.93)$$

$$A_F = \frac{\epsilon_1(q_1)\epsilon_2(q_1)\epsilon_1(q_2)\epsilon_2(q_2)}{2} \quad (2.94)$$

$$\Phi_F = \xi_1(q_1) - \xi_2(q_1) + \xi_2(q_2) - \xi_1(q_2) \quad (2.95)$$

Mit dem Interferenzterm zeigt sich die zeitaufgelöste Zweiphotoneninterferenz am Strahlteiler aufgeschlüsselt.

Das Argument des Kosinus Φ_F ist offensichtlich für $\tau = q_1 - q_2 = 0$ immer Null. $\Phi_F \neq 0$ wird nur sein, und zu Oszillationen in $G_{34,HH}^{(2)}(q_1, q_2)$ führen, wenn die Phasenterme ξ_1 und ξ_2 der beiden Photonen sich durch eine unterschiedliche Zeitabhängigkeit auszeichnen, was z.B. bei einer Frequenzenverstimmung der Photonen der Fall ist.

Für A_F im Interferenzterm zeigt sich über die Dreiecksungleichung $A_F \leq G_{34,HV}^{(2)}$. Die Gleichheit gilt immer, wenn $\tau = 0$ ist und auch, wenn die Einhüllenden $\epsilon_i(q)$ der beiden Photonen identisch, bzw. ununterscheidbar sind.

Bemerkenswert hierbei ist, daß bei identischer Profilfunktion der Raum/Zeitmoden $\epsilon_1(q) = \epsilon_2(q)$, jedoch unterschiedlicher Zentralfrequenz, die Oszillation mit der Amplitude $A_F = G_{34,HV}^{(2)}$ auch zu Nullwerten der Korrelation zweiter Ordnung für $\tau \neq 0$ führt.

Das oszillierende Interferenzverhalten soll noch unter einem weiteren Aspekt diskutiert werden:

Dazu sei der Ausgangszustand [Gl. 2.86] für $\alpha = 0$ angenommen, auf den zunächst nur einer der beiden Feldoperatoren aus [Gl. 2.87] wirke. Dies beschreibt den Paarphotonenzustand zum Zeitpunkt unmittelbar nach der Detektion eines ersten Photons. Durch die Detektion des ersten Photons wird ein konditionierter Zustand zum Zeitpunkt q_0 erzeugt:

$$|\Psi_{\text{cond}}\rangle = \hat{E}^{(+)} |1, 1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\hat{a}_1 \pm \hat{a}_2 \right) \hat{c}_1^\dagger \hat{c}_2^\dagger |0, 0\rangle \quad (2.96)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\zeta_1(q_0) \hat{c}_2^\dagger \pm \hat{c}_1^\dagger \zeta_2(q_0) \right) |0, 0\rangle \quad (2.97)$$

Mit dem Augenmerk auf die Oszillation sei hier $\zeta_1 = \zeta_2$ angenommen. Für die Detektion des zweiten Photons zur Zeit $q_0 + \tau$ ist nun die Zeitentwicklung des konditionierten Zustands zu bestimmen. Diese ergibt sich im Heisenbergbild über den Kommutator mit dem Hamiltonoperator (vergleiche [Gl. 2.65]).

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{c}_i^\dagger = \left[\hat{c}_i^\dagger, \hat{H} \right] = -\omega_i \hat{c}_i^\dagger \quad \Rightarrow \quad \hat{c}_i^\dagger(q_0 + \tau) = e^{-i\omega_i \tau} \hat{c}_i^\dagger(q_0) \quad (2.98)$$

Mit $\Delta_\omega = \omega_2 - \omega_1$ schreibt sich der renormierte, konditionierte Zustand in seiner Zeitabhängigkeit als:

$$|\Psi_{\text{cond}}(q_0 + \tau)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\hat{c}_2^\dagger \pm \hat{c}_1^\dagger e^{-i\Delta_\omega \tau} \right) |0, 0\rangle \quad (2.99)$$

Dies entspricht dem Eingangszustand am Strahlteiler wie er bei der Korellationsfunktion erster Ordnung [Gl. 2.81] auftrat. Das Pendant zur Frequenz ω des mit sich selbst interferierenden Photons stellt, bei dem mit sich selbst interferierenden Zweiphotonenzustand,

die Differenz Δ_ω zwischen den Frequenzen der konstituierenden Einzelphotonen dar. Analog zum Fall der Korrelation erster Ordnung, legt die Phase $\Delta_\omega\tau$ die pfadaufgeschlüsselte Detektionswahrscheinlichkeit für das zweite Photon fest.

3. Aufbau der Photonenquelle

In diesem Kapitel soll ein Überblick über den Aufbau der Paarphotonenquelle vermittelt werden. Dazu werden nach einer einleitenden Zusammenstellung des Gesamtaufbaus des Experiments, die Module und ihre Funktionsweisen im Detail vorgestellt.

Das Gesamtexperiment umfasst eine Vielzahl von optischen Subsystemen. Gespeist werden diese durch einen stabilisierten Masterlaser. Um die Strahlführung in den Subsystemen voneinander zu entkoppeln, werden diese nicht Freistrahl, sondern mit einer Faserkopplung zusammengeführt.

Der Gesamtaufbau ist in seiner Gliederung nach Modulen in Abbildung (3.1) gezeigt und umfasst:

- Kohärente, frequenzstabilisierte Laser Quelle
- Modul zur Frequenzverdoppelung (SHG)
- Paarphotonenquelle (OPO)
- (optional) Etalon zur spektralen Modenfilterung der Paarphotonen
- Hanbury Brown - Twiss Interferometer (HBT)
- Hong-Ou-Mandel Interferometer (HOM)

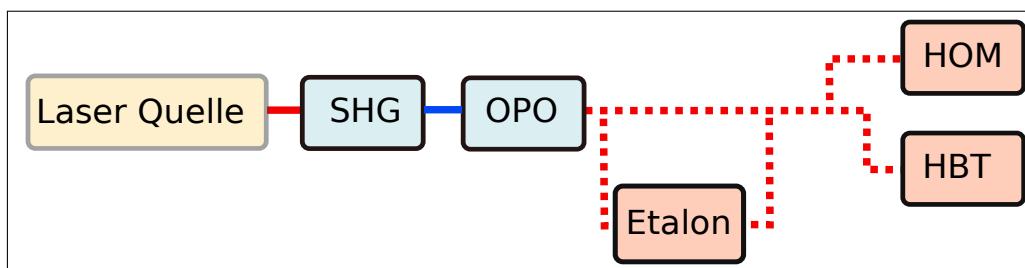


Abbildung 3.1.: Komponenten des Experiment

3.1. Kohärente Laserquelle

Im Experiment werden Diodenlaser im Littrow-Design eingesetzt, die eine robuste und einfach zu handhabene Quelle für kohärente Laserstrahlung darstellen. Das Emissionsverhalten der Fabry Perot Laser Diode wird mit dem in erster Ordnung zurückgeworfenen Feedback eines piezogesteuerten externen Bragggitters, ergänzend bestimmt. Die verwendeten Diodenlaser emittieren in einem weiten Frequenzbereich ($\approx 20 \text{ nm}$) mit einer Linienbreite von wenigen 100 kHz . Um eine gewählte Zentrfrequenz ist die Wellenlänge mit je einen langsamen Regelpfad über die Piezospansnung, welche das Bragggitter ausrichtet, und einen schnellen Pfad, der den Diodenstrom regelt, modulierbar. Das Resonanzverhalten der teilverspiegelten Diode wird über die Temperatur auf den Diodenstrom und das externe Feedback des Bragggitters abgestimmt. Sind Diodenstrom und Temperatur optimiert, ist über den Piezopfad ein modensprungfreier Frequenzscan von 15 GHz möglich.

Im DL100 Design emittiert der ECDL (*extended-cavity diode laser*) einen elliptisch ($\approx 1 \times 3 \text{ mm}^2$) geformten Freistrahl, der mit Hilfe eines anamorphen Prismenpaars (PP) von elliptisch auf kreisrund geformt wird. Ein Faraday-Isoaltor (FI) mit einer Unterdrückung von 60 dB schützt den ECDL vor Rückreflexen aus dem Experiment.

Der Ausgangsleistung von $\approx 20 \text{ mW}$ werden 5% zur Stabilisierung nach der Methode der Frequenzmodulationsspektroskopie (FMS) entnommen. Die verbleibende Leistung wird in ein linear aufgeweitetes Verstärkungsmedium (Tapered Laser Diode) eingestrahlt und dort verstärkt. Die im niedrigen Leistungsbereich angepasste Laserperformenz wird dabei mit ihren optimierten Eigenschaften in den Bereich hoher Laserleistung überführt (*master oscillator power amplifier* (MOPA)) [47, 48]. Im Experiment wird dazu ein 'BoosTA' der Firma Toptica verwendet, der eine fasergekoppelte Leistungsverstärkung von $\approx 20 \text{ dB}$ realisiert. Dieser Aufbau ist in Abbildung (3.2) dargestellt.

Alternativ steht ein 'TA pro' der selben Firma zur Verfügung, der die bisher geschilderte Anordnung in einem Gerät integriert und eine Ausgangsleistung von $> 1,5 \text{ W}$ liefert.

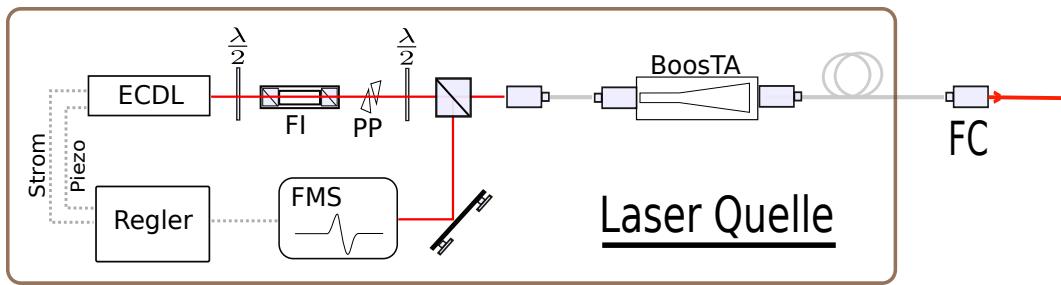


Abbildung 3.2.: Aufbau der Laser-Quelle

3.2. Frequenzverdoppelung - SHG

Die optische Frequenzverdoppelung wurde 1961 von Khokhlov *et al.* [49] vorgeschlagen und im selben Jahr erstmals von Franken *et al.* mit einem gepulstem Rubin-Laser im Quarzkristall beobachtet [20].

Um Paarphotonen zu erzeugen, die spektral mit atomaren Cäsiumübergänge korrespondieren, ist der spontanen parametrischen Konversion der invers symmetrische SHG-Prozess vorgelagert. Mit dem Entartungsfall der erzeugten Photonen als Referenzmaß, ist deren Frequenz damit direkt an den auf einen Cäsiumübergänge stabilisierten Masterlasers gekoppelt.

Die Erzeugung der optisch zweiten Harmonischen hängt vom Quadrat der Pumpleistung $P(\omega_p)$ und der effektiven nichtlinearen Suszeptibilität $\chi^{(2)}$ ab. Zur effektiven Feldüberhöhung dient ein Resonator im Bow-Tie-Aufbau und als nichtlineares Medium ein monolithisch gewachsener Kaliumniobat Kristall (KNbO_3).

Die kohärenten Eigenschaften des Pumplasers werden im frequenzverdoppelten Strahl von einem prozessbedingten Amplitudenrauschen überlagert. Um dies zu minimieren ist eine Temperaturstabilisierung (Phasenanpassung) und eine Stabilisierung des Resonators auf die Resonanz des Pumpfelds (effektive Feldüberhöhung) erforderlich.

Von der Pumpleistung werden ca. 4% horizontal zur Erzeugung des Regelsignals polarisiert, die aufgrund des doppelbrechenden Resonatormediums direkt rückreflektiert werden. Der in der SHG erzeugte frequenzverdoppelte Strahl wird hinter dem Resonator mit zwei Filterstufen, die jeweils eine Unterdrückung von $6,6 e^{-6}$ und $8 e^{-6}$ für $\lambda = 894 \text{ nm}$ aufweisen, frequenzgereinigt und das elliptische Strahlprofil mittels Zylinderlinse zur Einkopplung an die Fasermoden angepasst. Hinter einer 2 m langen Singelmodefaser stehen ca. 50% der frequenzverdoppelten Leistung im TEM_{00} -Mode zur weiteren Verfügung. Abbildung (3.3) zeigt den Aufbau des Moduls der SHG. Aufgrund der Faserkopplung an den Masterlaser, sowie der Faserauskopplung der frequenzverdoppelten Leistung, ist der SHG-Aufbau als Modul eigenständig beschreibbar.

3.2.1. Bow-Tie-Resonator

Der Bow-Tie-Resonator bietet sich aufgrund seiner geometrieverbedingten Festlegung der Propagationsrichtung für Anwendungen mit hoher Pumpleistung an, da Rückreflexe ins vorgelagerte Experiment reduziert sind (siehe Abbildung (3.3)).

Zur Selbstabbildung des Modes dienen im Versuchsaufbau zwei fokussierende, sphärische Spiegel M_{in} und M_{out} mit Radius $R = 80 \text{ mm}$ im Abstand von 103 mm , sowie zwei planen Spiegel im langen Umlauf, von denen einer zur Pfadlängenstabilisierung mit einem Piezoelement unterlegt ist. Der Resonatoraufbau zielt auf eine minimale Waist des eingekoppelten Pumpfelds mittig im Konversionskristall von $w_0 = 40 \mu\text{m}$.

Der FSR des Resonators wurde mit der im nächsten Abschnitt vorgestellten Methode zu

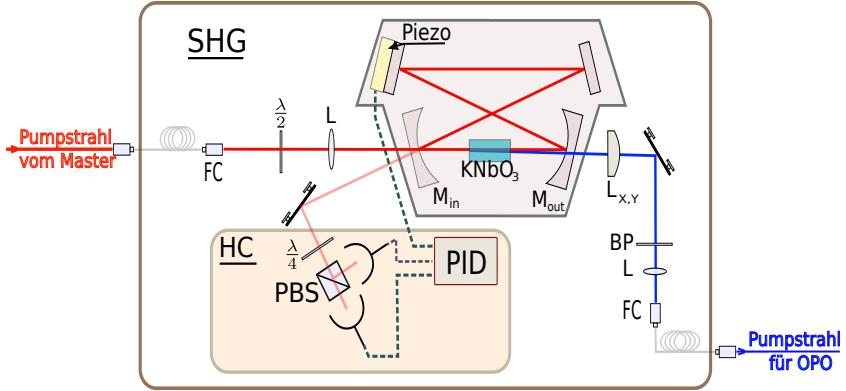


Abbildung 3.3.: Aufbau des SHG-Modul. Beschreibung siehe Text.

598,2 MHz, bestimmt, woraus mit ermittelter Finess $\mathcal{F} = 166$ eine Airy-Peakbreite von 3,6 MHz folgt. Für die Pumpwellenlänge $\lambda_p = 894,3\text{ nm}$ werden die Spiegelparametern mit $R_{out} > 0,999$ und $R_{in} > 0.98$ abgeschätzt¹. Damit steht für den SHG-Prozess nach [Gl. 2.25] eine Feldüberhöhung von $I_{res}/I_0 \approx 56$ zur Verfügung bei einer Einkoppeleffizienz von $R_{in}I_0/T_{in}I_{res} \approx 0,88$.

3.2.2. FSR-Bestimmung

Zur Bestimmung des Freien Spektralbereichs (FSR) wurden zwei Ansätze verfolgt.

1.) Aus der Geometrie des Aufbaus und den Brechzahlen der optischen Elemente im Strahlgang, lässt sich die optische Weglänge L_{opt} abschätzen. Daraus ergibt sich mit [Gl. 2.22] der FSR, aus dem weitere Resonatorkenngrößen abgeleitet werden. Für die daraus abzuleitende Resonanzbreite ist zusätzlich die Finessbestimmung und damit ein Resonatorscan über einen FSR erforderlich.

Sowohl die benötigten hohen und nicht in ihrer Linearität geprüften Piezospannungen ($\approx 100\text{ V/FSR}$), als auch die ungenaue Bestimmung der optischen Umlauflänge, legen insbesondere im Bow-Tie Resonator mit der vorhandenen Laserquelle eine alternative Möglichkeit der Messung nahe.

2.) Die FSR-Bestimmung ist ebenfalls möglich, wenn anstelle der Umlauflänge des Resonators, die Frequenz des eingekoppelten Lasers über einen oder mehrere FSR gefahren wird. Bei einer parallel zum Reflektionssignal des Resonators aufgezeichneten dopplergelen Absorptionsmessung der vier Hyperfeinübergänge der ^{133}Cs D1-Linie wurde der

¹Hierbei steht die in [50] gemessene Eingangsreflektivität von $R_{in} = 0.96$ im Widerspruch zur erreichten Finess und wurde entsprechend auf den erforderlichen Mindestwert erhöht

	λ [nm]	n (22°C)	$\delta n/\delta T$
X	447	2,26	$2,3 \cdot 10^{-5}$
Y	894	2,23	$-3,4 \cdot 10^{-5}$
Z	894	2,27	$12,5 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 3.1.: Hauptwerte der Brechzahlen von KNbO₃ [52]

TA-pro Laser über 20 FSR gescannt, was ca 12 GHz entsprach. Die Abweichung von einem äquidistanten FSR-Kamm durch Dispersion und Nichtlinearität der Laserelektronik, beläuft sich bei Anwendung an der SHG auf $\mathcal{O}(\delta_{\text{FSR}}) = 10^{-4}$.

Diese zweite Methode ergibt mit den definierten Frequenzabständen der Cs-Übergänge einen FSR des Resonators zu 598,2 MHz, woraus sich mit einer zu $\mathcal{F} = 166$ bestimmten Finess eine Airy-Peakbreite von 3,6 MHz ergibt¹. Nach [Gl. 2.22] beträgt die optische Umlauflänge des Bow-Tie Resonators $L_{\text{opt}} = 501,2$ mm, die justagebezogen variiert.

Da eine direkte Messung der Umlauflänge dieser Genauigkeit im justierten Aufbau ausgeschlossen ist, zeigt sich hiermit der Vorteil der zweiten FSR-Bestimmungsvariante.

3.2.3. Frequenzverdopplung im Kaliumniobat-Kristall

Die Wahl des Konversionskristalls erfolgte nach den Kriterien Transparenzfenster, Phasenanpassungsmöglichkeit, der dieser entsprechenden effektiven Nichtlinearität, Leistungsgrenze des Materials, Temperaturverhalten und Preis.

Kaliumniobat KNbO₃ weist hohe Nichtlinearitäten in weiten Phasenanpassungsbereichen bei Raumtemperatur auf und kann zerstörungsfrei bis $< 8.5 \cdot 10^2$ W/cm² verwendet werden [51]. Es handelt sich um einen negativ biaxial doppelbrechenden Kristall, der für die gewünschte Phasenanpassung der Konversion $\lambda_e = 894,3$ nm → $\lambda_o = 447,14$ nm vom Hersteller (FEE) mit einem Schnitt von [$\theta = 90^\circ$, $\phi = 35,2^\circ$] bereitgestellt ist.

Die Konversion vom Type I konstituiert sich mit dem als außerordentlichen Strahl propagierenden Pumpfeld (Index 'e'), daß in der YZ-Ebene polarisiert ist, sowie dem kolinear als ordentlicher Strahl propagierenden und normal zur YZ-Ebene polarisierten konvergierten Feld (Index 'o').

Für den außerordentlichen Strahl berechnet sich nach [26] mit den Werten aus Tabelle

¹Das Wertensemble ist mit Phasenanpassung bei der Temperatur $T = 25^\circ C$ gemessen worden und weicht sowohl zu den experimentell zu $\mathcal{F} = 135$, als auch den theoretisch zu $\mathcal{F} = 145$ bestimmten Finesswerten in [50] nach oben ab. Experimentell läßt sich mit einer verbesserten Auslesung der Detektoren bei niederfrequentem Scan, hier 5 Hz, einer Neujustage der Einkopplung, sowie der Linearität des Scans die Differenz zu früheren Auswertungen deuten. Die theoretische Abschätzung beruht auf Annahmen zu den Verlusten im Resonator, die sich somit nach unten korrigieren.

(3.1) ein Brechungsindex von

$$n_e(\phi=35,2^\circ) = n_y \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \phi}{1 + n_y^2/n_z^2 \tan^2 \phi}} = 2,24 \quad (3.1)$$

womit noch keine Phasenpassung erreicht wird. Daher ist ein Tuning erforderlich, für das prinzipiell eine Temperaturanpassung oder Winkelveränderung möglich sind. Eine rechnerische Temperaturabsenkung von $\Delta T \approx 20^\circ\text{K}$ ist, wie die experimentell ermittelte von $\Delta T \approx 15^\circ\text{K}$ aufgrund der Luftfeuchtigkeit und damit verbundener Kondensation auf den Kristallfacetten, nicht zielführend, weshalb der Winkel um $\Delta\phi \approx 3,8^\circ$ reduziert wurde, was bei einem Querschnitt von $3 \times 2,7 \text{ mm}^2$ noch zu keinen wesentlichen Beugungseffekten führt.

Der KNbO₃ Kristalls besitzt in der orthorhombischen Phase (A mm2) drei unabhängige nichtlineare Koeffizienten, von denen der Maximale $d_{33} = -20,6 \text{ pm/V}$ mit den Phasenpassungswinkeln nicht zugänglich ist. Statt dessen ergibt sich der entsprechende nichtlineare Koeffizient für die Polarisation in der YZ-Ebene nach [53] mit Werten $d_{31} = -15,8 \text{ pm/V}$ und $d_{32} = -18,3 \text{ pm/V}$ aus [54] zu¹:

$$d_{eeo}(\phi=31,4^\circ) = d_{32} \sin^2 \phi - d_{31} \cos^2 \phi \approx -16,5 \text{ pm/V} \quad (3.2)$$

Die Konversion im monolitschen, doppelbrechenden Kristall ist vom Walk-Off Effekt begleitet, der ein Auseinanderlaufen von Pump und konvergierten Feld bewirkt², weshalb sich ein stark elliptisches transversales Modenprofil ausprägt, das von TEM_{0n} Moden höherer Ordnung begleitet wird.

Aus dem Brechungsindex, der Kristalllänge und die durch den Resonator festgelegte Lage und Größe der Taille des Pumpstrahls ermittelt sich der nach Phasenverstimmung maximierte Boyd-Kleinmann Faktor zu $h = 0,12$, wobei [Gl. 2.45] um die Doppelbrechung erweitert ist und die analytische Methode aus [55] zur Berechnung herangezogen wurde. Damit liegt die Konfiguration nahe dem für gegebene Phasenpassung möglichen Maximalwert von $h = 0,126$, der mit einer minimalen Strahltaile von $31 \mu\text{m}$ realisiert wäre. Weiterführende Betrachtungen, die den Walk-Off mit einbeziehen und nach der Elliptizität des Pumpstrahlprofils optimieren [56], hätten in ihrem Aufwand

¹nach [26] und [25] (Anmerkung zu Quelle Nr 30) ist mit einer $d_{eff} = 0$ Messung das Koeffizientenverhältnis mit $d_{31}/d_{32} \approx -1.13$ negativ, womit für den gegenwärtigen Kristallschnitt $d_{eff} \approx 4,5 \text{ pm/V}$ folgt. Das steht im Widerspruch zu [50], in der jedoch keine Quelle angegeben ist. Im Fall einer Verifizierung, wirkt sich das Winkeltuning positiv auf die Konversionseffizienz aus. Die Differenz in d_{eff} würde bei Einbeziehung des Winkeltunings die in [50] beschriebene Diskrepanz zwischen gemessener und theoretisch ermittelten Konversionseffizienz erklären.

²Bei einem Walkoffwinkel von $\rho(\phi=31,4^\circ i=-1,14^\circ)$ entspricht dies nach [Gl. 2.49] über der Kristalllänge von 20 mm einem sukzessiven Strahlversatz der erzeugten Mode von 0,4 mm

den Nutzen überschritten. Abschließend sei der Verstärkungsfaktor angegeben mit:

$$\eta = P_{res} \frac{2\omega_p^2 d_{eff}^2}{\pi n_e^2 n_o \epsilon_0 c_0^3} L k_p h = P_{res} \frac{0,01}{[\text{W}]} \quad (3.3)$$

3.2.4. Hänsch-Couillaud-Stabilisierung

Die mechanische Stabilität des Bow-Tie Resonators ist durch einen abdeckbaren starren Aluminiumcase gegeben. Geometrisch ist dieser dahin ausgelegt, thermisch bedingte Längenausdehnungen vornehmlich in Strahlrichtung zu lenken. Damit thermisch träge Längenänderungen, als auch akustisch schnelle, nicht als Störgrößen die Resonanz des Resonators beeinflussen und damit Amplitudenrauschen des frequenzverdoppelten Strahls verursachen, ist eine aktive Stabilisierung notwendig. Im Experiment findet das Verfahren nach Hänsch-Couillaud Anwendung und soll im Folgenden näher betrachtet werden.

Mit ihrer Entwicklung [57] zielten Hänsch und Couillaud 1980 auf die Stabilisierung eines Resonators, um ihn als Referenz zur Laserstabilisierung zu nutzen. Sie entwarfen dabei eine einfache Methode ein dispersionsähnliches Regelsignal für Resonatoren zu erzeugen, wobei sich dieses lediglich auf ein polarisationsabhängiges Resonanzverhalten bezieht und damit ohne weitere Modulation des eingekoppelten Lichtfeldes, wie es alternative Verfahren wie das nach Pound-Drever-Hall [58] erfordern, auskommt. Der polarisationsspektroskopische Aspekt wird dabei von eingebauten Glasscheiben im Brewsterwinkel, Polarisatoren oder einen doppelbrechenden Kristall erfüllt.

Zur Beschreibung wird das eingestrahlte Feld in die Polarisationen parallel (\parallel) und senkrecht (\perp) zur einzukoppelnden Polarisationsrichtung zerlegt.

$$E^{in} = E_{\parallel}^{in} + E_{\perp}^{in} = E^{in} \cos \Theta + E^{in} \sin \Theta \quad (3.4)$$

Wird eine Resonanz des z.B. parallel polarisierten Feldes gewünscht und kann davon ausgegangen werden, daß die Resonanz des dementsprechend senkrecht polarisierten Feldes einen genügenden Abstand aufweist, ergibt sich um die Resonanzlage für das vom Resonator reflektierte Signal gemäß [Gl. 2.14]:

$$E_{\perp}^{ref} = E_{\perp}^{in} \cdot r_1 \quad (3.5)$$

$$E_{\parallel}^{ref} = E_{\parallel}^{in} \left[r_1 - \mathcal{R}_1 \frac{e^{i\delta_\phi}}{1 - r_v e^{i\delta_\phi}} \right] \quad (3.6)$$

$$= E_{\parallel}^{in} \left[r_1 - \mathcal{R}_1 \frac{\cos(\delta_\phi) - r_v + i \sin(\delta_\phi)}{(1 - r_v)^2 + 4r_v^2 \sin^2(\delta_\phi/2)} \right] = E_{\parallel}^{ref} + i E_{\parallel}^{ref} \quad (3.7)$$

, wobei $r_v = r_1 r_2 v_r^2$ alle Verluste eines Resonatorumlaufs zusammenfasst und $\mathcal{R}_1 = r_v t_1^2 / r_1$ die Übersichtlichkeit fördert.

Das senkrechte und somit nichtresonante Signal wird nur von der Reflektivität des Einkoppelspiegels r_1 bestimmt, während der parallele Anteil eine starke Phasenverschiebung $\delta_\phi = \Delta\phi - n\pi$, $n \in \mathbb{N}$ um die Resonanzlage erfährt. In Resonanz, insbesondere im Grenzfall der Impedanzanpassung, ist das rückreflektierte Feld $E^{ref} = E_{\perp}^{ref} + E_{||\cos}^{ref}$ linear polarisiert, während es außerhalb der Resonanz elliptisch wird.

Wird ein $\lambda/4$ -Plättchen entsprechend dem in der Phase vorlaufenden Polarisationsanteil ausgerichtet, retardiert es den außerhalb der Resonatorresonanz auftretenden Anteil des Sinusterms und das Signal ist wieder linear.

Wird es mit einem Polarisationsstrahlteiler auf zwei Detektoren D_a und D_b gegeben, so ist in der Intensitätsdifferenz nach [57] die Sinusabhängigkeit der Resonanzverstimmung enthalten:

$$\langle I_a \rangle - \langle I_b \rangle = |E^{in}|^2 \cdot 2 \cos \Theta \sin \Theta \cdot \frac{t_1^2 r_v \sin(\delta_\phi)}{(1 - r_v)^2 + 4r_v^2 \sin^2(\delta_\phi/2)} \quad (3.8)$$

3.3. Paarphotonenquelle - SPDC

Die Erzeugung von Paarphotonen mit gezielt designten spektralen Eigenschaften ist das Kernstück des Experiments und erfordert eine detaillierte Betrachtung der zusammenwirkenden Effekte, um den Charakter als Quelle nichtklassischer Paarphotonenzustände zu garantieren, deren spektrale Eigenschaften zu kontrollieren und eine hohe Erzeugungsrate zu erreichen.

Der verwendete Aufbau der Paarphotonenquelle für die Erzeugung schmalbandiger Photonen ist im Kern in früheren Arbeiten entworfen worden. Das Wirkprinzip beruht auf dem spontanen parametrischen Zerfall eines in einem nichtlinearen Medium propagierenden Pumpphoton. Das bei diesem Konversionsprozess übliche breite Spektrum ist mit einem umschließenden Resonator immanent gefiltert. Dies führt in Verbindung mit der durch die Modenverstärkung verbundenen Zunahme der Konversion zu einer hohen Erzeugungsrate von Photonen der gewünschten Frequenz. Mit den durch die Resonatorkonfiguration zurückgekoppelte Modenstruktur der Konversionsfelder, entspricht die Quelle einem optisch parametrischen Oszillator, der für die Paarphotonen doppeltresonant weit unterhalb der Schwelle betrieben wird.

In diesem Kapitel sollen, nach einer einleitenden Aufbaubeschreibung, die aus der Quelle ableitbaren Eigenschaften der erzeugten Paarphotonen ausgearbeitet werden. Anschließend wird ergänzend zu vorhergehenden Arbeiten ein Überblick über das zur Inbetriebnahme notwendige Justageverfahren gegeben. Im Rahmen der Arbeit wurde der mechanische Aufbau der Photonenquelle auf die Erfahrungen bei der Inbetriebnahme

hin optimiert und neu umgesetzt. Eine Auflistung der überschaubaren Neuerungen wird das Kapitel abschließen.

3.3.1. Aufbau des Optisch Parametrischen Oszillators

Der Gesamtaufbau der Paarphotonenquelle als doppeltresonanter optisch parametrischer Oszillator (OPO) ist in Abbildung (3.4) skizziert.

Der Aufbau wird hier mit einem fasergekoppelten Pumpfeld, sowie der polarisationsselktierten Einkopplung der Paarphotonen in Singlemodefasern, mit definierten Ein- und Ausgangszuständen, als eigenständiges Modul betrachtet.

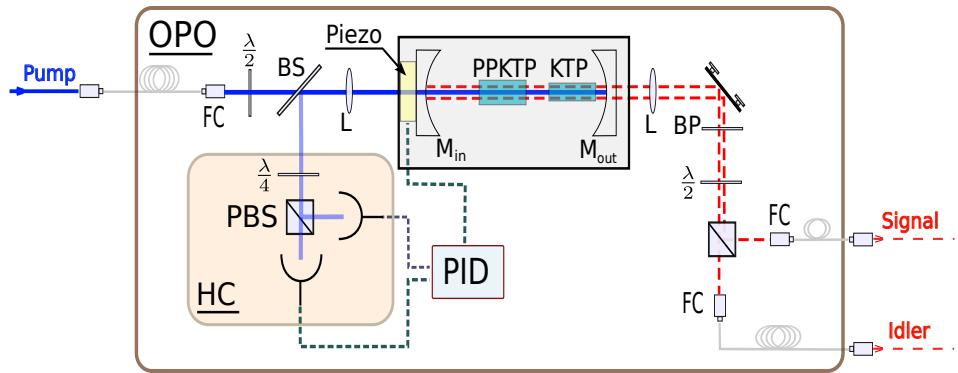


Abbildung 3.4.: Gesamtaufbau des Moduls der Paarphotonenquelle. Mit Konversionskristall (PPKTP) und Kompensationskristall KTP für die doppeltresonanten Resonatorkonfiguration. Stabilisierung nach Hänsch Couillaud.

Das Pumpfeld mit $\lambda = 447 \text{ nm}$ wird mit der Faserkopplung (FC) ausgekoppelt und in seiner Polarisation auf die für die Konversion und Resonatorstabilisierung notwendige Orientierung gedreht. Der Pumpstrahl wird mit einer Sammellinse (L) auf die transversalen Moden des konfokalen Resonators angepasst. Der kollinear vom Resonator reflektierte Anteil des Pumpfeldes ist von der Resonatorresonanz bestimmt. Er wird mit einem 10/90-Strahlteiler aus dem einfallenden Feld gelenkt und bezüglich der Phasenverschiebung mit dem Verfahren nach Hänsch-Couillaud ausgewertet. Mit dem erzeugten Regelsignal wird die Resonatorlänge über eine Piezo aktiv stabilisiert.

Die Konversion des Pumpfeldes in Signal- und Idlerphotonen erfolgt im mittig des konvokalen Resonator positionierten PPKTP-Kristall. Um die durch Phasenanpassung im doppelbrechenden Konversionskristall auftretenden Resonanzverstimmung zwischen Signal und Idler zu kompensieren, ist ein ungepolter KTP-Kristall mit um 90° gedrehter optischen Orientierung in den Strahlengang eingebracht.

Die Resonatorspiegel (M_{in}) und (M_{out}) sind hinsichtlich ihrer Reflektion auf eine kontralineare Auskopplung des Photonenaars ($\lambda_{S,I} = 894 \text{ nm}$) gegenüber dem Pumpfeld

	λ [nm]	n (13°C)	$\delta n/\delta T$ [K $^{-1}$]	$\delta n/\delta \lambda$ [μm^{-1}]
Y	447	1,82	$1,9 \cdot 10^{-5}$	-0,452
Y	894	1,75	$0,9 \cdot 10^{-5}$	-0,047
Z	894	1,84	$1,5 \cdot 10^{-5}$	-0,061

Tabelle 3.2.: Hauptwerte der Brechzahlen von KTP [59]

optimiert. Um parasitär durch den Resonator transmisierte Pumpleistung aus den Signal und Idlerpfad weiter zu reduzieren, sind zusätzliche Bandpassfilter (BP) zur spektralen Trennung in den Auskoppelpfad integriert.

Mit dem Konversionprozess vom Typ II sind die Paarphotonen immanent orthogonal zueinander polarisiert. Dadurch kann mithilfe eines Polarisationsstrahlteiler (PBS) die räumliche Aufteilung und anschließende Einkopplung in zwei getrennte Fasern erfolgen. Dazu ist eine erneute Modenanpassung erforderlich, für die sphärische Linsen (L) verwendet werden.

In Kenntnis des Gesamtaufbaus des OPO-Moduls wenden sich die nächsten Abschnitte der detaillierten Funktionsweise der primären Komponenten, dem Konversionsmedium und dem Resonator, zu.

3.3.2. Konversion im periodisch gepolten Kalium-Titanyl-Phosphat

Der positiv biaxiale Kalium-Titanyl-Phosphat besitzt eine hohe Nichtlinearität, die ihn, verbunden mit der technischen Realisierbarkeit (siehe Kapitel (3.3.2)) einer die Phasenfehlanpassung kompensierenden periodischen Polung (*periodic poled KTP*), für die Konversion $\lambda_P(447,3 \text{ nm}) \Rightarrow \lambda_{S,I}(894,6 \text{ nm})$ auszeichnet. Für die Konversion vom Type II ist dafür eine Polarisation entlang der optischen Hauptachsen $Y \rightarrow YZ$ gewählt.

Im Experiment wird ein 20 mm langer PPKTP Kristall mit $2 \times 1 \text{ mm}^2$ ARC Facetten im Schnitt $\phi = 0, \theta = 90^\circ$ verwendet.

Das Konversionsmaximum für Signal und Idler weist Frequenzentartung bei einer Temperatur von ca. 13°C auf. Die Abweichung von der gewünschten Entartung bei 25°C, ist auf die Polungsperiode und den sensiblen Einfluss durch die unzureichende Genauigkeit der mit den Sellmeiergleichungen zu ermittelnden und dem Design zugrundeliegenden linearen optischen Koeffizienten zurückzuführen.

Mit den Werten aus Tabelle (3.2) ermittelt sich die notwendige Polungsperiode erster Ordnung des PPKTP zu $\Lambda_{QPM} = 2\pi/\Delta k_{QPM} = 20,817 \mu\text{m}$, wobei Abweichungen mit einer Temperaturabhängigkeit von $-0,0013 \mu\text{m}/^\circ\text{C}$ kompensiert werden.

Die Schwelleistung und Photonenpaar-Erzeugungsrate des OPO's beträgt nach [50] $P_{\text{thr}} \approx 91,4 \text{ mW}$ und $R_{I,S} \approx 14000 \text{ (s mW MHz)}^{-1}$. Mit dem tabellierten nichtlinearen Koeffizienten $d_{24} = 3,7 \pm 0,4 \text{ pm/V}$ [60, 61, 62] entspricht der zugrundeliegende effektive nichtlineare Koeffizient, unter Einbeziehung der periodischen Polung durch den

Faktor $2/\pi$ [19]

$$d_{eff} = \frac{2}{\pi} \sin \theta d_{24} = 2,3 \pm 0,3 \text{ pm/V} \quad (3.9)$$

Die allein auf die linearen optischen Koeffizienten ermittelte Phasenanpassung ergibt ein sinc^2 -Profil mit der Halbwertsbreite '*Full Width at Half Maximum*' (FWHM) von $\Delta\nu_{\text{Sinc}^2} = 66 \text{ GHz}$. Der Boyd-Kleinman-Faktor (BKF) berücksichtigt den Einfluss der Fokussierung auf den Konversionsprozess. Während der SHG-Prozess mit optimierter Phasenanpassung nur das Maximum des BKF einbindet, nimmt bei der parametrischen Fluoreszenz das gesamme Phasenanpassungsprofil Einfluss, welches in der Breite von der Fokussierung abhängt. Vor diesem Hintergrund wurde zu der durch den Resonator vorgegebenen Strahlfokussierung der maximalen Boyd-Kleinman Faktor $h(\sigma(\Delta k_h)) = 0.208$ ermittelt, der mit einem angenäherten sinc^2 -Profil der Halbwertsbreite von $\Delta\nu_{\text{BK}} = 133 \text{ GHz}$ einhergeht.

Die Doppelbrechung des Konversionskristalls bedingt eine polarisationsabhängige optische Weglänge und eine damit verbundene Resonanz im Resonator. Um im Betrieb Dreifachresonanz bei gleichzeitiger Phasenanpassung zu erreichen, wird die optische Weglängendifferenz im PPKTP mit einem um $\pi/2$ um die optische x-Hauptachse gedrehten monolithischen Kalium-Titanyl-Phosphat (KTP) kompensiert, wobei davon ausgängen wird, daß der Umpolungsprozess keinen wesentlichen dispersiven Einfluß auf $\chi^{(1)}$ innerhalb der Phasenanpassungsbreite hat.

3.3.3. Konfokaler FP-Resonator

Der für den OPO verwendete Fabry-Perot Resonator schränkt das für die spontane Fluoreszenz vom Konversionskristall vorgegebenen Spektrum auf die resonanten Resonatormoden ein.

Der Resonator ist hierbei für die Moden des Idler- und Signalfeldes zu stabilisieren, für die im Konversionsprozess sowohl Energie-, wie auch Impulserhaltung gelten [Gl. 2.33]. Für die aktive Stabilisierung sind die konvergierten Felder mit ihrem Einzelphotonencharakter als Referenz ungeeignet. Deshalb wird der zu Signal- und Idler frequenzkorrelierte Pumpstrahl ebenfalls resonant eingekoppelt. Damit läßt sich aus dem Resonanzverhalten des Pumpstrahls ein Regelsignal nach Hänsch-Couillaud (Abschnitt 3.2.4) zur Stabilisierung des nunmehr dreifach resonanten Resonators ableiten.

Longitudinale Modeeigenschaften

Es werden zunächst die durch den Resonator erwarteten longitudinalen Eigenschaften bestimmt. Dabei interessiert zunächst vornehmlich der Wellenlängenbereich der erzeugten Paarphotonen, deren abzuleitende Eigenschaften in nachfolgenden Kapiteln wieder aufgegriffen werden.

Der Resonator wird durch zwei sphärische Spiegel mit Radius $\mathcal{R}_{in,out} = 50$ mm gebildet, die frequenzspezifisch reflektierend sind.

$$\begin{aligned}\text{Einkoppelspiegel: } R_{in} &\approx 48,0\%_{(447 \text{ nm})} & \& > 99,97\%_{(894 \text{ nm})} \\ \text{Auskoppelspiegel: } R_{out} &\approx 99,9\%_{(447 \text{ nm})} & \& > 98,9\%_{(894 \text{ nm})}\end{aligned}$$

Um den FSR der Signal- und Idlermoden zu bestimmen, wurde die Methode der Gegenkopplung verwendet. Dabei wird mit dem frequenzgleichen Masterlaser in umgekehrter Strahlrichtung über den Auskoppelspiegel M_{out} in den Resonator eingekoppelt und das (schwache) Transmissionsignal hinter dem Einkoppelspiegel M_{in} analysiert.

Der FSR ist im Laserscan (siehe Abschnitt 3.2.2) zu $\Delta\nu_{FSR} = 1,452$ GHz ermittelt. Eine mit der Wellenlänge $\lambda = 894,6$ nm bestimmte Finess von $\mathcal{F} \approx 370^1$ ergibt damit eine FWHM der Resonanz von $\Delta\nu_{res} = 3,9$ MHz. Mit [Gl. 2.22] ergeben sich die für die transversale Modebeschreibung benötigten Werte der optischen Weglänge und des räumlichen Spiegelabstands $L_{opt} = 103,2$ mm und $L_{res} = 71,4$ mm. Die für den Resonator als Einzelphotonenquelle wichtige Zeitkonstante der Auskopplung entspricht nach [Gl. 2.26] für $\lambda_{S,I}$ einer Dauer von $\tau_{S,I} = 41$ ns.

Das für die Stabilisierung nach Hänisch-Couillaud erzeugte Regelsignal entspricht der Ableitung der Resonanzkurve. Hierfür wurden die Resonatorparameter für das blaue Pumpfeld mit Blick auf eine breite Regelflanke und damit einen weiten Tuningbereich gewählt. Der FSR der Wellenlänge $\lambda = 447$ nm beträgt $\Delta\nu_{FSR} = 1,41$ GHz, woraus mit der Finess $\mathcal{F} = 3,9$ eine Resonanzbreite von $\Delta\nu_{res} = 361$ MHz folgt, innerhalb derer der Setpoint der Regelung der Resonatorstabilisierung variiert werden kann.

Nach dieser allgemeinen Parameterbeschreibung sei im Hinblick auf den nach Boyd-Kleinman ermittelten und um den Faktor 2 gegenüber früheren Veröffentlichungen abweichenden Phasenanpassungsbereich um eine abschließende Betrachtung ergänzt, die den dispersiven Einfluss der Kristalle auf die korrespondierenden Moden bei der Photonenpaarerzeugung beleuchtet.

Für die Photonenpaarerzeugung wird der Resonator auf eine ausgewählte longitudinale Mode M_{q_0} stabilisiert. Der damit verbundene feste Spiegelabstand L_{res} führt dazu, daß der $FSR = 2\pi/nL_{res}$ aufgrund der dispersiven Eigenschaften der Kristalle frequenzabhängig ist.

Ein Modenpaar $M_{q_0+\Delta q}$ und $M_{q_0-\Delta q}$ trägt zur Konversion bei, wenn ihre Zentralfrequenzen $\omega_{+\Delta q} = \omega_0 + \Omega_{(+)}$ und $\omega_{-\Delta q} = \omega_0 - \Omega_{(-)}$ der Energieerhaltung $\Omega_{(+)} = \Omega_{(-)}$ genügen. Mit zunehmendem Frequenzverstimmung sind die Modenabstände asymmetrisch von der Dispersion verschoben: $\pm\delta\omega \approx \pm dn/d\omega \cdot \Omega_{(\pm)}$.

¹Der ermittelte Wert entstammt einer nicht selbst durchgeführten Messung mit gescanntem Piezo. Die im Laserscan ermittelten Fehler sind laut Messprotokoll nicht einbezogen

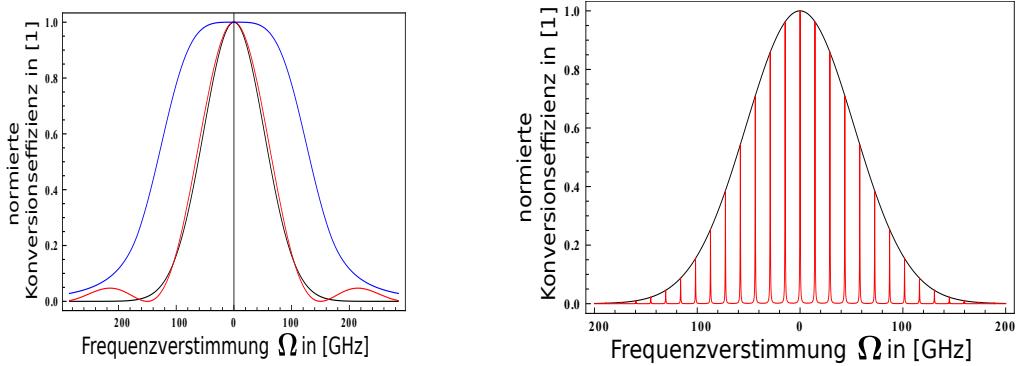


Abbildung 3.5.: Links: Konversionprofil OPO mit (rot) sinc^2 -Profil der Phasenpassung, (blau) dispersive Modebeschränkung, (schwarz) resultierendes Verstärkungsprofil. Rechts: resultierendes Verstärkungsprofil als Einhüllende Amplitudenfunktion der OPO-Resonanzen. Reduzierte Darstellung der Airyfunktion mit $\mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}/10$ und $\text{FSR} \rightarrow \text{FSR}/10$

Betrachtet man eine Resonatormode $M_{q_0+\Delta q}$, so ist mit zunehmender Frequenzverstimmung die dazu gemäß Energieerhaltung korrespondierende Sollmode um $2\delta\omega$ gegenüber der Resonatormode $M_{q_0-\Delta q}$ verschoben.

In Abbildung (3.5) ist die normierte Überlagerung der Sollmode mit der nächsten Resonatormode als blaue Kurve dargestellt. Mit zunehmender Frequenzverstimmung skaliert der dispersive Resonator damit das rot eingezeichnete sinc^2 -Profil des Kristalls. Hieraus ergibt sich das resultierende Konversionsprofil annähernd als Gaußkurve der Breite $\Delta\nu_{\text{FWHM}} = 124 \text{ GHz}$. Mit zunehmender Modenbreite, wird der Effekt vernachlässigbar. Daher wird ergänzend darauf hingewiesen, daß diese Simulation mit der Finess von $\mathcal{F} \approx 370$ erfolgte.

Transversale Modeeigenschaften

Die transversalen Modeneigenschaften des Resonators folgen aus den Spiegelradien und den Brechungsindizes der beiden im Stahlengang befindlichen Kristalle. Mit der effektiven Distanz für die Modepropagation von $L_{\text{eff}} = 53,7 \text{ mm}$ ist der Resonator annähernd konfokal ($L_{\text{eff}} \approx \mathcal{R}$). Aus den Krümmungsradien und der Fokusposition in der Mitte des PPKTP-Kristalls folgt, daß mit [Gl. 2.9], für die optimale Selbstabbildung der Mode eine minimale Waist von $w_0(\lambda=894 \text{ nm}) = 83,7 \mu\text{m}$ erforderlich ist².

²Der Aufbau wurde in einer asymmetrischen Konfiguration übernommen. Im Hinblick auf die Äquivalenzbeziehungen, siehe Kapitel (2.2), ist der Mode nur für einen konfokalen Resonator selbstabbildend. Die Abweichung des Spiegelabstands vom konfokalen Fall, birgt demnach prinzipielle

Eine leichte Abweichung von der konfokalen Konfiguration bietet die Möglichkeit, transversale Mode höherer Ordnung zu separieren. Betrachtet sei dazu der Fall mit zentriertem Fokus bei $z_0 = 0$ und Spiegelpositionen bei $\pm z_M$, so daß diese ungleich dem Krümmungsradius R der Spiegel separiert sind: $|z_{M_1} - z_{M_2}| = L \neq R$. Die Differenz der Gouyphase Φ_{Gouy} (siehe Tabelle (2.1)) höherer transversaler Moden TEM_{mn} bezogen auf den Gaußmode TEM_{00} beträgt nach einem vollen Umlauf im Resonator:

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{Gouy} &= 4(\Phi_{Gouy}(\text{TEM}_{mn}) - \Phi_{Gouy}(\text{TEM}_{00})) \\ &= 4(m+n) \arctan\left(\frac{z_M}{z_R(L)}\right)\end{aligned}\quad (3.10)$$

Mit der sich aus der für den Spiegelabstand optimalen Waist ergebenen Rayleighlänge $z_R = \pi w_0^2/\lambda = \sqrt{R \cdot z_M - z_M^2}$ zeigen sich in konfokaler Konfiguration alle Moden als resonant mit $\Delta\Phi_{Gouy}(m, n) = (m+n)\pi$, wohingegen sie sich im nichtkonfokalem Aufbau wohldefiniert unterscheiden.

Im vorliegenden OPO-Resonator ergibt sich damit die Offresonanz höherer Moden zu $\Delta\Phi_{Gouy}(m, n) = \text{mod}[(m+n) \cdot 0.26]_1 \text{ FSR}$.

Die höheren Moden zeigen sich bei schlechter Strahlqualität im FSR-Scan als Nebenmaxima zu den Hauptresonanzen. Für die Ursache der Nebenmaxima nahe der Resonanz, wie sie im alten OPO-Aufbau beobachtet wurden, konnte nicht ausgeschlossen werden, daß diese auf Verschlechterung der Kristallfacetten zurückzuführen sind. Mit einer OPO-internen Streuung wäre eine anteilige Konversion in falsche Mode verbunden, die mit Photonenverlust bei der Modenkopplung verbunden wäre und damit unerwünscht ist.

3.3.4. Dreifachresonante OPO-Justage

Wie vorhergehend beschrieben, erfordert die aktive Stabilisierung des OPO-Resonators die Dreifachresonanz der Pump-(P), Signal- (S), und Idlermoden (I), wobei als Referenz die Frequenzentartung von Signal und Idler zugrunde gelegt wird.

Die Justage erfordert demnach neben der Optimierung der drei Strahlrichtungen ebenfalls die optimale Orientierung der beiden Kristalle und die Anpassung der Kristalltemperaturen auf die Frequenzentartung und die Doppelresonanz von Signal und Idler.

1. Schritt

Nach erfolgter Modenanpassung auf die gemeinsame Fokusposition im Konversionskristall und die optimale Waist der drei Konstituenten zueinander, wurde und wird die Resonatoreinkopplung bezüglich der Transmission, bzw. der Reflektion für den Pumpstrahl, iterativ für alle drei Moden optimiert.

Verluste. Für einen entsprechenden symmetrischen Aufbau beträge die optimale minimale Waist $w_0 = 84,3 \mu\text{m}$. Die Fehlertoleranz des Modematchings $\delta w_0 \approx 3 \mu\text{m}$, $\delta z_{w_0} \approx 3 \text{ mm}$, schließt beide Konfigurationen ein.

Hierbei wird von einer optimalen Einkopplung aller drei Moden ausgegangen, wenn in der gemeinsamen Kopplung jeder Mode dieselbe maximale Finess aufweist, wie sie im Fall einer Einzeleinkopplung ohne Rücksicht auf die übrigen zwei erreichbar ist. Im so justierte Resonator kann damit von der Überlagerung der im Betrieb erzeugten Einzelphotonenmoden mit den in der Gegenkopplung eingekoppelten Moden ausgegangen werden.

2. Schritt

Die Facetten der Kristalle sind vom Hersteller mit einer Parallelität $< 30 \text{ arc sec}$ und einem Fehler im Schnitt, bzw der Polungrichtung, $< 15 \text{ arc min}$ angegeben. Als Startposition wird die Propagation entlang der Facettennormalen gesucht, die damit innerhalb der Fehlerangabe der optischen x-Achse entsprechen wird.

Mit $L_{opt} = L_{kris} n_{y,z} \sqrt{1 + (n_x/n_{y,z})^2 \tan^2 \alpha}$ ist für $\alpha = 0$ das Minimum der optischen Wegstrecke im Kristall erreicht. Die Lage der Resonanzen im FSR-Scan wird sich mit Variation von α verschieben, wobei bei $\alpha = 0$ eine Richtungsumkehr erfolgt. Damit ist die optimale Orientierung der Kristalle gefunden.

3. Schritt

Der polarisationsbedingte Wegunterschied durch den PPKTP wird durch den optisch um $\pi/2$ gedrehten KTP-Kristall kompensiert. Die Differenz der Temperaturabhängigkeit der Brechungsindizes (Tabelle (3.2)) erlaubt dabei eine Feinanpassung der Resonanzpositionen der S- und I-Mode zueinander.

Ist die Entartungstemperatur für die Phasenanpassung im PPKTP bekannt, so ist der Resonator mit der KTP und PPKTP-Temperatur bis zur Doppelresonanz justierbar.

Im Betrieb wird jedoch auf die Resonanz des Pumpstrahls gelockt, für dessen relative Lage zu der Resonanz der S/I-Moden nur noch die optische Wegstrecke durch die Kristalle als freier Parameter zur Verfügung steht.

In diesem Sinne ist mit einer iterativen Änderung der KTP-Orientierung mit $\delta\phi$ oder $\delta\theta$ zur Strahlachse, gefolgt von einer KTP-Temperaturanpassung, oder der Änderung der KTP-Orientierung mit dem zweiten Winkel die S/I Doppelresonanz gegenüber der Pumpstrahlresonanz verschiebbar.

4. Untersuchung der Paarphotonen

Die Photonenquelle beruht auf dem Prozess der spontanen parametrischen Fluoreszenz, der seit den ersten Koinzidenzmessungen der vom Zerfall resultierenden Photonen von Burnham und Weinberg [63], als Quelle einzelner Photonenpaare für Experimente zur Untersuchung von Quanten-Nichtlokalität, Photoninterferenz oder im weiten Anwendungsbereich der Quanteninformationsprozesse genutzt wird.

Nach der Aufbaubeschreibung der Quelle und des Interferometers widmet sich dieses Kapitel der Untersuchung der erzeugten Paarphotonen. Bereits in früheren Arbeiten diskutierte Ergebnisse werden mit eigenen Messungen, soweit vorhanden, verglichen und die Ergebnisse zur Simulation der noch ausstehenden Zweiphotoneninterferenz am Strahlteiler verwendet. Der zu erwartende Hong-Ou-Mandel Effekt (HOM-Effekt) wird durch die Simulation nach Parametern variiert werden und eine Äquivalenz verschiedener Parameterkonfiguration bezüglich des HOM-Effekts aufgeschlüsselt. Zunächst soll die Charakteristik der Paarphotonenquelle skizziert werden.

Die Betrachtungen zum OPO beruhten bislang, abgesehen vom Bezug auf eine kohärente Laserquelle, auf Überlegungen der klassischen Optik. Die Interferenz zweier einzelner Photonen erfordert hingegen die quantenmechanische Formulierung, die in diesem Kapitel nicht streng hergeleitet, sondern anhand von Analogieüberlegungen postuliert wird.

Im einfachsten Fall propagiert das Pumpfeld durch einen nichtlinearer Kristall und wird wegen der schwachen Wechselwirkung beim Einfachdurchgang durch spontane Fluoreszenz nur eine geringe Paarphotonenrate erzeugen. Aufgrund der thermischen Statistik, die dem Prozess zugrundeliegt, wäre eine einfache Erhöhung der Pumpleistung mit vermehrtem Auftreten von ($n > 1$)-Photonenpaarzuständen verbunden und würde die Quelle disqualifizieren. Neben der geringen Konversionsrate disqualifiziert sich ein simpler Aufbau zusätzlich durch die mit einem weiten Phasenanpassungsbereich verbundene Bandbreite der Photonen. Da für diese zur Anpassung an das Auflösungsvermögen technisch realisierbarer Detektoren eine spektrale Filterung notwendig ist, sinkt mit den damit verbunden zusätzlichen Verlusten die verwertbaren Photonenanzahl.

Lu und Ou [64] veröffentlichten im Jahr 2000 Arbeiten zu einer Photonenquelle, die auf der spontanen parametrischen Fluoreszenz beruht und in Verbindung mit dem Konzept eines optisch parametrischen Oszillators, der weit unterhalb der Schwelle betrieben wird, die genannten Defizite kompensiert. Zum einen ist durch den umschließenden Resonator

die Wechselwirkung aufgrund der Modenverstärkung um jeweils die Größenordnung der Modefiness verstärkt. Zum anderen stellt die damit verbundenen Unterdrückung nicht-resonanter Frequenzbereiche eine erste verlustfreie Filterung dar.

Nach dem beschriebenen Prinzip arbeitet die in dieser Arbeit als doppeltresonanter OPO betriebene Quelle für Paarphotonen. Die als Multimode erzeugten Photonen stehen bei nachgelagerter Filterung als schmalbandigen Singlemodephotonen zur Verfügung. Die experimentelle Charakterisierung der Quelle umfasst die Signal-Idler Korrelation und Dreifachkoinzidenzmessungen [65, 66, 67, 68]. Dabei wird durch Detektion eines Idlerphotons eine Koinzidenzmessung im Signalkanal getriggert, um erzeugte Paarzustände höherer Ordnungen identifizieren zu können. Entsprechend dem thermischen Charakter des Konversionsprozesses der Quelle handelt es sich dabei um die zeitliche Korrelation zweier spontaner Zerfälle zueinander.

Die thermische Charakteristik der isoliert betrachteten Signal und Idlerkanäle qualifiziert den Aufbau noch nicht als Einzelphotonenquelle. Erst in der Kombination beider Photonen und dem Betrieb des OPOs in einem niedrig gepumpten Regime, wo die auftretende Korrelation zwischen zwei Zerfällen gegenüber der zwischen Signal und Idler eines Zerfalls stark unterdrückt ist, wird der OPO zur Einzelphotonenquelle. Hierbei wird durch Detektion eines Idlerphotons ein Zeitfenster definiert, in dem ein, und entsprechend dem Pumpregimen nur ein, Signalphoton zu erwarten ist. Entsprechend dieser zeitlichen Selektionsvorschrift, bei der mit der Messung des Idlerphotons eine Projektion des Signalphotons auf einen Anregungszustand im Signalkanal erfolgt, wird das Signalphoton als angekündigt ('heralded') verstanden, was den OPO als 'heralded single photon source' klassifiziert.

Zur detaillierten quantenmechanischen Beschreibung der erzeugten Multimode Photonenpaare sei auf die theoretische Arbeit aus der Arbeitsgruppe verwiesen, die sich auf den analog zu diskutierende einfachresonaten Fall bezieht [69].

Das erzeugte Signal-Idler Paar ist zeitlich, in der prozessbedingten Polarisation zueinander und, aufgrund der Energieerhaltung, in der paarweise zueinander konjugierten Frequenz korreliert. Für die angestrebten Zweiphotoneninterferenz wird die zeitliche Korrelation zwischen Signal und Idler aus einer Paarerzeugung in die Auswertung einzugehen haben. Ebenso von Interesse ist der Einfluss der Frequenzverstimmung, weshalb zu beidem vorweggehende Messungen erfolgten.

4.1. Frequenzverstimmung der Paarphotonen

Die spektrale Erzeugungsrate ist durch die Phasenanpassungsbedingung bestimmt, die sich auf Energie und Impulserhaltung gründet (siehe Kapitel (2.3.1)) und mit letzterem auf die temperaturabhängigen Brechungsindizes des Konversionskristalls. Der Zusammenhang soll mit einer Messung belegt und quantifiziert werden.

Die Temperatur des Konversionskristall wird über den Spannungsabfall an einem Platinwiderstand (PT100) gemessen und aktiv stabilisiert. Eine Solltemperatur ist auf 10^{-2} °K einstellbar und digital auslesbar.

Um die Frequenzverstimmung der Signal Idler Photonen zueinander zu bestimmen, wurde eine spektral aufgelöste Detektion der Paarphotonen unter der Variation der Temperatur des Konversionskristalls ausgewertet.

Dazu stand ein Gitterspektrometer (grating 1800 l/mm) zur Verfügung. Die durchgeführte Messung ist ohne Gittereichung erfolgt, weshalb sie zur Auswertung mit der theoretischen Konversionsbreite, siehe Abschnitt (3.3.2), skaliert ist. Der lineare Fit weist die Entartungstemperatur bei 12,59°C aus und eine Wellenlängenänderung eines Photons von $d\lambda/dT = 0.034$ nm/°K, bzw. eine Frequenzänderung von -13 GHz/°K.

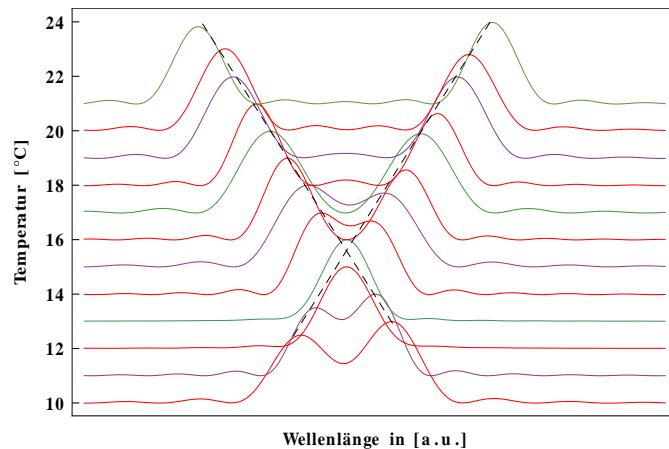


Abbildung 4.1.: Signal-Idler Verstimmung in Abhängigkeit der PPKTP-Temperatur

4.2. Signal Idler Korrelation

Die durch den Konversionsprozess bedingte zeitliche Korrelation zwischen dem Signal- und Idlerphoton erfährt durch die Zerfallskonstante des Resonators eine zusätzliche Modulation, die mit der Korrelationfunktion zweiter Ordnung ausgewertet wird. Die Korrelationfunktion entspricht dem Fall nicht interferierender Photonen, wie sie in [Gl. 2.91] aufgeführt ist, wobei der Nenner entsprechend der fehlenden Konfigurationsentartung,

von 4 auf 2 zu reduzieren ist.

Der Aufbau gestaltet sich nach dem Prinzip, das Hanbury Brown und Twiss (HBT) 1954 für die ersten Intensitätskorrelationsmessungen [43] entwarfen.

Hinter der Quelle werden die senkrecht zueinander polarisierten Paarphotonen mit einem PBS räumlich getrennt und jeweils modenangepasst in Singlemodefasern eingekoppelt (siehe Abschnitt (3.3.1)). Mit dieser Eingangsbestimmung kann der HBT-Aufbau von der Quelle getrennt betrachtet werden.

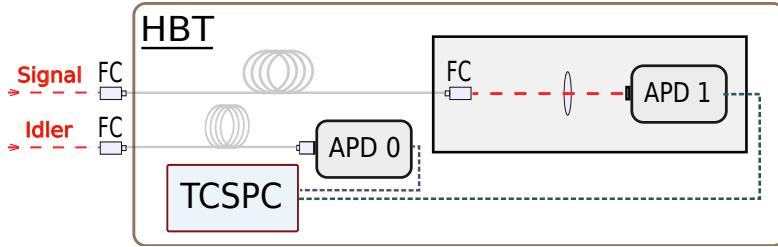


Abbildung 4.2.: HBT-Modul zur Signal-Idler Korrelationsmessung.

Wie in Abbildung 4.3 gezeigt, wird der Idlerpfad direkt mit einer fasergekoppelte APD 'avalanche photodiode' erfasst, während der Signalpfad mit der Faser in eine optisch verschlossenen Box geführt wird, in der die Photonen ausgekoppelt und im Freistrahl auf den Detektor (APD) gelenkt werden.

Im vorliegenden Aufbau werden die von den APDs (Perkin-Elmer SPCM-AQRH-14) mit Detektion ausgegebenen TTL-Signale in ein Modul zur zeitliche Auswertung *Time-Correlated Single Photon Counting* (TCSPC) geleitet, wobei als Gerät die 'Pico-Harp 300' zu Anwendung kommt. Für eine komfortable Auswertung wird diese im Start-Stop Modus betrieben.

In diesem Modus wird eine Detektion im Idlerpfad vom Modul als Startzeit identifiziert und ein folgendes Detektionsereignis im Signalpfad als zugehörige Stopzeit. Folgt einer bereits gesetzten Startzeit eine weitere Idlerdetektion, wird diese als neue Startzeit gesetzt und der vorherige Wert verworfen. Damit sind Fälle mit Verlusten eines Konstituenten aus der Erfassung ausgenommen und falsche Ereignisse beschränken sich auf Einflüsse der Dunkelzählrate $\mathcal{O}_{\text{dark counts}} \approx 100 \text{ c/s}$, bzw. seltene ($n > 1$)-Paarzustände. Um auch vorrausgehende Signaldetektionen in die Erfassung einfließen zu lassen, erfolgte eine Laufzeitverlängerung des TTL-Signals aus dem Signalpfad um die halbe Breite des interessierenden Korrelationsfensters. Dies wurde durch einfache Verlängerung der Koaxialkabel erreicht. Damit gibt die Messung sowohl die auf den Idler getriggerte Ankunftszeit des Signalphotons als auch die umgekehrte Konstellation wieder.

Der zur Auswertung erfolgte Fit geht von equidistanten Gausspeaks aus, mit einer beidseitig der Koinzidenzzeit $\tau = 0$ exponentiell abfallenden Amplitude. Die Gausspeaks entsprechen dem mit der Detektorauflösung $\tau_d \approx 600 \text{ ps}$ gefalteten Zeitfensters des Lauf-

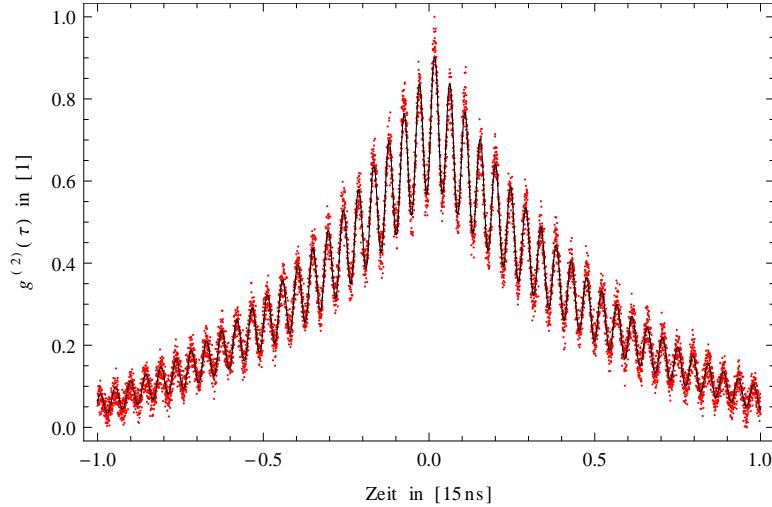


Abbildung 4.3.: Signal-Idler Korrelationsmessung im HBT-Setup, rot: Messung, schwarz: Fit

zeitunterschieds von Signal und Idler im Konversionskristall (siehe Abbildung (4.11)). Diese sind mit Tabelle 3.2 in der Breite zu $\tau_{S/I} \approx 6,7 \text{ ps}$ abgeschätzt und damit nicht auflösbar.

Die Abstände der Gausspeaks wiederum entsprechen der vollen Umlaufzeit t_{um} der Photonenwellenpakete im Resonator, die im Fit zu $t_{rt} = 344 \text{ ps}$ bestimmt wurde. Der exponentielle Abfall gibt die Auskopplung der ungefilterten Multimodephotonen aus dem Resonator mit $\gamma_S = 233 \text{ MHz}$ und $\gamma_I = 238 \text{ MHz}$ wieder. Die Unterschiede der Halbwertszeit von Signal und Idler im Resonator sind auch bei Frequenzentartung zu erwarten und lassen sich z.B. auf Brechung an den Facetten oder auf die Strahlorientierung bezüglich der Kristallachsen zurückführen.

Der thermische Charakter der Photonquelle schließt erzeugte ($n > 1$)-Paarzustände nicht aus. Zur Bestimmung von Anregungen höherer Ordnung kann der HBT-Aufbau erweitert werden, wie es in Abbildung (4.4) aufgeführt ist.

Das Signalphoton wird dabei wie im einfachen Aufbau direkt fasergekoppelt detektiert, während im Signalpfad die Polarisation mit dem Verzögerungsplättchen $\lambda/2$ auf 50/50 Transmission und Reflexion am Polarisationstrahlteiler (PBS) gedreht wird, womit Ereignisse im Signalkanal zu 50% mit zwei Detektoren erfasst werden.

Da einem Detektorereignis im Detektor eine Totzeit $\mathcal{O}_{\text{dead time}} \approx 40 \text{ ns}$ folgt, in der die APD blind ist, kann erst durch die mit dem erweiterten HBT-Aufbau mögliche idlergetriggerte Korrelationsmessung im Signalkanal der Nachweis erbracht werden, daß die konditionierten Einzelphotonen der Quelle nichtklassisches Verhalten in Form von Antibunching zeigt [67, 68].

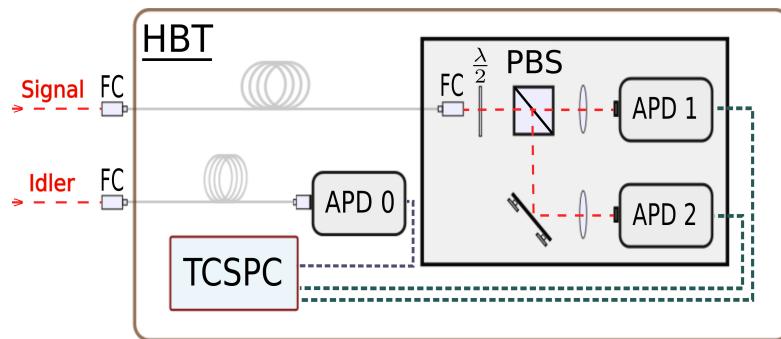


Abbildung 4.4.: HBT-Modul zur idlergetriggerten Signal-Signal Korrelationsmessung.

4.3. Hong-Ou-Mandel Interferometer

Im Hong-Ou-Mandel Experiment werden zwei Photonen raumzeitlich zur Überlagerung gebracht, um aus dem Interferenzbild Aufschluß über den Grad ihrer Ununterscheidbarkeit zu gewinnen.

Mit diesem Experiment sollen die Paarphotonen der SPDC-Quelle untersucht werden. Diese stehen nach räumlicher Trennung in zwei Fasern zur Verfügung, so daß das Interferometer als entkoppeltes Modul betrachtet werden kann.

Aufbau des Hong-Ou-Mandel Interferometers

Der Aufbau des Hong-Ou-Mandel Interferometers ist in Abbildung (4.5) skizziert. Signal und Idler werden in einer optisch isolierten Box ausgekoppelt, im kollimierten Strahl am 50/50 Strahlteiler (BS) überlagert und jeweils auf beide SPADs abgebildet. Mit einem $\lambda/2$ Verzögerungsplättchen werden die Polarisationen aufeinander abgestimmt. Durch

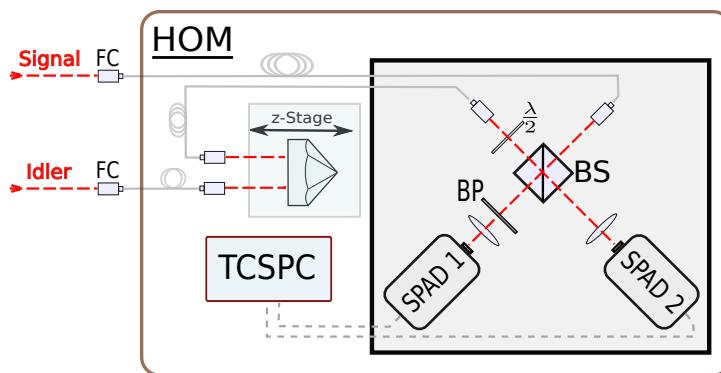


Abbildung 4.5.: Aufbau des Hong-Ou-Mandel Interferometers

einen Bandpassfilter wird strömendes Kommunizieren der Detektoren untereinander unterdrückt.

Um im Experiment Einfluss auf zeitliche Überlagerung zu nehmen, ist im Idlerpfad eine Verzögerungsstrecke, bestehend aus einem auf einem Verschiebtisch (z-Stage) montierten Retroreflektor, integriert.

Detektionsereignisse werden als TTL-Signal an ein Modul zur zeitlichen Auswertung *Time-Correlated Single Photon Counting* (TCSPC) übertragen. Für die einfache Auswertung bietet sich auch hier der Betrieb des TCSPC-Moduls im Start-Stop Modus an (siehe 4.2). In den folgenden Abschnitten werden die einzelnen Aspekte des Aufbaus näher betrachtet.

Transversale Modenüberlagerung

Um die Modenüberlagerung am Strahlteiler zu beurteilen, wurde zunächst das Licht des Masterlasers mit modulierter Frequenz $\omega_L(t)$ über die Signal- und Idlerpfade in gleicher Leistung eingekoppelt, wobei die z-Stage explizit auf einen Weglängenunterschied Δl bei den Pfade zueinander eingestellt wurde. Mit zunehmender Optimierung der Überlagerung geht mit

$$\begin{aligned} \omega_L(t) &= \omega_0 + \omega_\Delta \sin(\nu_{\text{mod}} t), \quad \omega_\Delta \ll \omega_0 \\ E(t, z) &= E_0 e^{i(\omega_L(t)t - \frac{\omega_L(t)}{c_0}z)} \\ E(t, z) + E(t, z + \Delta l) &= E(t, z) \cdot \left\{ 1 + e^{i\phi} \exp \left[-i\omega_\Delta \frac{\Delta l}{c_0} \sin(\nu_{\text{mod}} t) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.1)$$

für eine Modulationsbreite $\omega_\Delta \geq \frac{\pi c_0}{\Delta l}$, der Lichtgeschwindigkeit c_0 und einer für den Detektor auflösbarer Modulationsfrequenz ν_{mod} , die Visibilität V

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (4.2)$$

gegen 1, was einer vollständigen räumlichen Überdeckung beider Moden entspricht.

Temporale Justage

Zur temporalen Überlagerung ist die Laufzeit der Photonen von der SPDC Quelle zum Strahlteiler über beide Pfade zu bestimmen. Dazu wurde ein gepulster Laser, 'supercontinuum laser source', SuperK Versa von NKT Photonics, genutzt, der eine Pulsbreite von 5 ns bei 80 MHz Wiederholrate hat. Damit kann die Laufzeitdiskriminierung auf die Zeitauflösung FWHM $_{\tau\text{-SPAD}}$ der Detektoren von $\Delta t_{\text{det}} = 388$ ps hin erfolgen, womit sich eine Genauigkeit der Weglängendifferenz ΔL von ± 5 cm ergibt.

Bei einem Vergleich der Anstiegsflanken der Detektorsignale kann die Bestimmung von

ΔL auf $\approx \pm 2\text{mm}$ eingegrenzt werden.

Die Weißlichtpulse wurden mit einem Bandpassfilter $895 \pm 5\text{ nm}$ gefiltert, um Dispersionseffekte auszublenden zu können.

Der Retroreflektor ist zur Laufzeitmanipulation auf einem Verschiebetisch montiert, der in einem Bereich von 40 mm eine Positionierung auf die Genauigkeit von $\pm 20\text{ }\mu\text{m}$ zuläßt und in einem Bereich von 40 cm mit einer Motorsteuerung grob verfahrbar ist.

Detektorjustage

Im Detektionereignis wird in dem Einzelphotonen-Lawinen-Detektor *single-photon avalanche diode* (SPAD) ein Photoelektron in einem in Sperrrichtung vorgespanntem pn-Übergang angeregt und beschleunigt und löst damit eine Lawine weiterer Ladungsträger aus, womit ein Photostrom messbarer Größe erzeugt wird. Während dieses Vorgangs treten ebenfalls Photoemissionen in einem weiten Spektralbereich $\mathcal{O}\lambda = 10^2\text{ nm}$ auf, die als Störsignale zurück ins Experiment und in den Interferometeraufbau, insbesondere auf die zweite verwendete SPAD gelangen und dort ein falsches Detektionsereignis auslösen können [70].

Die Störleitung ist bei Verwendung eines kubischen Strahlteilers, z.B. durch die Reflexion an der Strahlteilerrückwand, gegeben. Um den Einfluss falscher Detektionen auf die Photonenstatistik zu reduzieren, wurde ein Bandpassfilter (BPF) $895 \pm 5\text{ nm}$ vor einer der beiden SPADs in den Strahlengang gestellt.

Für die zeitliche Auswertung ist die Kenntnis des Detektionsverhaltens der SPADs notwendig. Der p-n-Übergang der Detektorfläche ist idealerweise mit einer homogenen Vorspannung in der aktiven Zone der SPAD beschaltet. Eine höhere Vorspannung bedeutet höhere Detektionseffizienz, korreliert aber wegen erhöhter Tunnelwahrscheinlichkeit der Elektronen mit einer steigenden Dunkelzählrate. Neben diesem Untergrundeffekt in Korrelationsmessungen, nach dem die Vorspannung optimiert werden kann, ist das zeitliche Auflösungsprofil zusätzlich von der Inhomogenität der Vorspannung aufgrund von Randeffekten betroffen. Diese wirken sich additiv um benannten Untergrund in der Form aus, daß die Lawinenbildung und somit die Auslösezeit variiert und somit die temporale Auflösung verschlechtert wird. Bei Mittelung über die gesamte aktive Zone wird ein der Inhomogenität auf der ausgeleuchteten Fläche entsprechendes verzerrtes Profil erwartet [71].

In Kenntnis dieses Detektorverhaltens ist für die im Experiment verwendeten τ -SPAD Silizium Detektoren vom Hersteller PicoQuant GmbH einer $150 \times 150\text{ }\mu\text{m}^2$ großen aktiven Fläche eine effektiv optimierte zentrierte Zone von $50 \times 50\text{ }\mu\text{m}^2$ zugeordnet, in der eine Homogenität gegeben ist, die zur Detektionseffizienz von ca 47% bei 890 nm mit einer zeitlichen Auflösung (FWHM) von $350 - 800\text{ ps}$ bei einer Dunkelzählrate von $< 100\text{ cps}$ führt.

Dieser Vorgabe nachkommend, wurde im Aufbau der zur Überlagerung im Strahltei-

ler kollimierte Strahl mittels einer im Abstand von 50 mm vor den SPAD's auf einem $x-y$ -Verschiebetisch montierten Sammellinse ($f = 50$) auf die Detektorfläche fokussiert und nach der Breite der Zeitauflösung hin justiert.

4.4. Paarphotonenzustand

Zum Zeitpunkt der Ausarbeitung dieser Arbeit war noch keine Messung der Zweiphotoneninterferenz im Hong-Ou-Mandel Interferometer erfolgt, weshalb hier nur eine begleitende Simulation aufgeführt werden kann.

Für diese Simulation des Interferenzexperiment werden hier die bekannten Eigenschaften der Photonen zusammengetragen. Im Wesentlichen handelt es sich um die Kenntniss des Spektrums, die Auskopplung aus dem Resonator und die Verzögerungszeit im Konversionskristall.

Mit Blick auf die theoretische Betrachtung im Abschnitt (2.4) sollen die Eigenschaften auf die raumzeitliche Modenbeschreibung übertragen werden.

Photonenspektrum

Das Spektrum der Photonen definiert mit der Zentralfrequenz $\omega_{S,I}$ die Phasenentwicklungsfunction $\xi(q) = q \omega_{S,I}$ und über die Fouriertransformation des spektralen Profils, die Envelope $\zeta_{S,I}(q)$ des Raumzeitmodes. Zu letzterem seien zwei Fälle unterschieden.

a) Multimode

Für die als Multimode bezeichneten Photonen wird das volle Spektrum, wie es durch das Phasenanpassungsprofil und den Frequenzkamm des Resonators vorgegeben wird, einbezogen. Die Einhüllende der Frequenzen entspricht dabei dem Gaussprofil, wie es in Abbildung (3.5) mit der Halbwertsbreite $\Delta\nu_{FWHM} = 124\text{ GHz}$ dargestellt war. Damit ist die Fouriertransformierte ebenfalls gaussförmig und es sei hierzu nicht die Halbwertsbreite, sondern die dafür übliche halbe $1/e$ -Breite mit $\delta q_M = 27\text{ ps}$ angegeben.

$$\zeta_{i,M}(q) = \sqrt[4]{\frac{2}{\pi \delta q_M^2}} \cdot \exp \left[-\frac{(q-\delta\tau_i)^2}{\delta q_M^2} \right] \cdot e^{i\omega_i(q-\delta\tau_i)} \quad (4.3)$$

In der Profilfunktion integriert $\delta\tau_i$ eine Verzögerung der Wellenpakete zueinander und die Indizierung unterscheidet mit $i \in \{S, I\}$ zwischen Signal und Idler, bzw. mit $M \hat{=} \text{Multimode}$ zum nun folgenden Fall des Singlemode, der mit $m \hat{=} \text{monomode}$ notiert ist.

b) Singlemode

Wird mit einem Frequenzfilter das beitragende Spektrum auf eine Resonatorresonanz begrenzt, so wird das Photon als Singlemode bezeichnet und das raumzeitliche Profil ergibt sich als Fouriertransformation eines Airy-Peaks. Mit zunehmender Finess gleicht

sich der Airy-Peak der Lorenzfunktion an, deren Fouriertransformierte eine um den Ursprung exponentiell abfallende Funktion darstellt. Dieses zu erwartende raumzeitliche Profil wurde zur Vereinfachung der Rechnung jedoch nicht als Ausgangsbasis für die folgende Simulation herangezogen, sondern stattdessen ein an deren Breite angepasstes Gaussprofil. Mit diesem kann der Singlemode in seiner spektral gegebenen Form analog zu [Gl. 4.4] gelesen werden, wobei nur die halbe $1/e$ -Breite durch δq_m zu ersetzen ist. Die Breite des an das Gaussprofil angepasste Singlemodeprofils ist mit $\delta q_m = 360 \text{ ns}$ bestimmt.

Auskopplung

Die Auskopplung aus dem Resonator hat mit der Zerfallsbreite von $\gamma \approx 240 \text{ MHz}$ auf das Profil des Singlemodes nur einen unwesentlich verzerrenden Einfluss, wohingegen für den Multimode die aus der Signal-Idler Korellationsmessung bekannte Zerfallscharakteristik folgt.

Die durch die Umlaufzeit des Photonwellenpakets im Resonator $t_{rt} \approx 350 \text{ ps}$ separierten Wellenpakete (partiellen Auskopplungen) haben eine abnehmende Amplitude, die sich aus der Zerfallsbreite des Resonators ergibt. Die Umlaufzeit liegt eine Größenordnung über der Breite des Wellenpakets, womit die partiellen Auskopplungen wohlunterscheidbar sind. Die Anzahl der bis zur Auskopplung erfolgten Resonatorumläufe eines partiellen Pakets, wird im Folgenden als Ordnung bezeichnet (siehe Abbildung (4.6)). Mit dieser schreibt sich das Profil des Multimodephotons als Summe über skalierte Ordnungen gauss'scher Profile:

$$\zeta_{i,M}(q) = \mathcal{N} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\gamma_i n t_{rt}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi \delta q_M^2}} \cdot \exp \left[-\frac{(q - \delta \tau_i - n t_{rt})^2}{\delta q_M^2} \right] \cdot e^{i \omega_i (q - \delta \tau_i - n t_{rt})} \quad (4.4)$$

mit einem Normierungsfaktor $\mathcal{N} = [\sum_{n=0}^{\infty} (e^{-\gamma_i n t_{rt}})^2]^{-1}$, der die normierte Quadratintegrierbarkeit erhalten soll. $\delta \tau_i$ ist an dieser Stelle eingeführt, um eine relative Verschiebung der Photonen zueinander einbinden zu können.

Verzögerungszeit

Die Detektion eines Photons bedeutet für den Zweiphotonenzustand eine Projektion auf den Besetzungszahlenoperator $\hat{1} \otimes \hat{N}(q) = \hat{a}^\dagger(q)\hat{a}(q)$. Mit der Raumzeit $q = t - z/c$ ist der Ursprung $z = z_0$ festgelegt, an dem beide Photonen gleichzeitig aus dem Zerfall hervorgingen. Dispersionsbedingt unterscheiden sich die Photonen in der Gruppengeschwindigkeit und weisen mit Erreichen des Auskoppelspiegels des Resonators M_{out} einen zeitlichen Versatz auf. Mit jedem weiteren Umlauf werden Laufzeitunterschiede durch gleiche Propagationslängen in PPKTP und kompensierendem KTP ausgeglichen. Dieser Versatz ist maximal, wenn die Projektion auf die Mitte zwischen den Kristallen fällt, bzw. auf das Kristallende des PPKTPs. Damit ist eine obere Schranke der

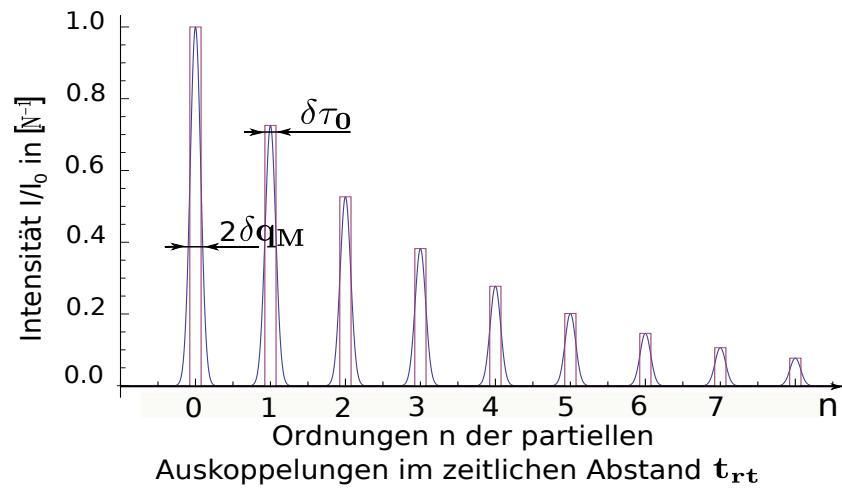


Abbildung 4.6.: Darstellung des Multimodephotons mit halber $1/e$ -Breite der partiellen Auskopplungen δq_M (blaues Gaussprofil) und der Verzögerungszeit $\delta \tau_0$ (violette Stufenfunktion). Die Umlaufzeit t_{rt} ist zur bessere Darstellung um den Faktor 50^{-1} reduziert.

Verzögerung von $\delta \tau_0 < 6,7 \text{ ps}$ gegeben.

Bezogen auf ihre zeitliche Breite ist dies nur für die Multimodephotonen relevant und überträgt sich als zeitliche Streuung der relativen detektierten Ankunftszeit der Photonen. Diese immanente Streuung ist Bestandteil des Paarphotonenzustand und somit grundsätzlich von auftretenden ungewollten Schwankungen in der Laufzeitmanipulation $\delta \tau$ zu unterscheiden, die die Ankunftszeit der Photonen am Detektor beeinflusst.

Ist der Photonenzustand ermittelt, kann auch der Benchmark für die erforderliche Stabilität des Aufbaus gegeben werden. Diese sollte unterhalb der Größenordnung der Breite einer partiellen Auskopplung sein und stellt entsprechende Anforderungen in Bezug auf Vibratoren oder Temperaturdrifts im Aufbau.

4.5. Korellationsfunktion

Mit den vorhergehenden Betrachtungen zum Raumzeitprofil der Multi- und Singlemodephotonen ergibt sich darauf aufbauend die Korellationsfunktion durch Einsetzen in [Gl. 2.91-2.93]. Dies bildet die Ausgangslage der nun folgenden Simulation der Zweiphotoneninterferenz am Strahlteiler.

Hierfür ist die Fortführung der Unterteilung in Single- und Multimodephotonen erneut sinnvoll, da sie bezogen auf die Zeitauflösung der verwendeten Detektoren zwei Klassen der Auswertbarkeit darstellt.

Die Struktur der Korellationsfunktion $G^{(2)}(t_1, t_2)$ wird im Experiment als Konvolution mit der Detektorauflösung wiedergegeben. Mit $\Delta t_{det} = \text{FWHM}_{\tau-\text{SPAD}} = 388 \text{ ps}$ liegt die Detektorauflösung zwei Größenordnungen über der Breite δq_M einer Ordnung von partiellen Auskopplungen der Multimodephotonen, womit keine Aussage über die zeitliche Struktur der Korellationsfunktion möglich sein wird, sondern lediglich ein Erfolgen oder Ausbleiben der Detektion in der Detektorbreite registriert werden kann.

Bezüglich den Singlemodephotonen wird hingegen mit einer um 3 Größenordnungen unter der Photonenspanne liegenden Auflösung die Möglichkeit einer zeitaufgelöste Auswertung der Interferenz erwartet.

4.5.1. Singlemode

Mit diesen Voraussetzungen wird nun zunächst die Korellationsfunktion des Singlemode zusammengestellt. Für den orthogonalen Korelationsterm [Gl. 2.91] gilt:

$$G_{34,HV,m}^{(2)}(q_1, q_2) = \frac{2}{\pi \delta q_m^2} \left[\frac{1}{2} + \sinh^2 \left(\frac{(q_2 - q_1)\delta\tau}{\delta q_m^2} \right) \right] \exp \left[-\frac{2q_1^2 + 2q_2^2 + \delta\tau^2}{\delta q_m^2} \right] \quad (4.5)$$

und den Interferenzterm [Gl. 2.93]:

$$F_m(q_1, q_2) = \frac{2}{2 \cdot \pi \delta q_m^2} \exp \left[-\frac{2q_1^2 + 2q_2^2 + \delta\tau^2}{\delta q_m^2} \right] \cos [\Delta_\omega(q_2 - q_1)] \quad (4.6)$$

Damit ist die Korellationsfunktion nach [Gl. 2.92] vollständig bestimmt. Im Interferenzterm ist die Phasenentwicklung über $\Delta_\omega = (\omega_1 - \omega_2)$ durch die Zentralfrequenzen ω_i der interferierenden Photonen gegeben.

Aus der Korellationsfunktion lässt sich die Detektionswahrscheinlichkeit ableiten. Dafür ist das Verhältnis der Detektorauflösung zur Photonenspanne ausschlaggebend. Aufgrund der einfachen Struktur der Korellationsfunktion für die Singlemodephotonen soll an ihr exemplarisch die Betrachtung für beide Grenzfälle der Auflösung erfolgen.

a) hohe Detektorauflösung

Mit einer Detektoreffizienz von $\eta_{3,4} = 1$ ergibt sich aus der Korellationsfunktion die

detektierte Koinzidenzwahrscheinlichkeit $P_{3,4,m}^{(2)}(\tau, \delta\tau)$ über die Konvolution mit der Detektoraufösung. Wird diese als Gaussprofil mit der halben $1/e$ -Breite Δt_{det} angenommen, so kann im Grenzfall einer Detektorbreite, die wesentlich unterhalb der Photonenbreite δq liegt $\Delta t_{\text{det}} \ll \delta q$, die Korellationsfunktion über die Auflösungsbreite als konstant angenommen werden und die Konvolution liefert lediglich einen konstanten Faktor $\approx \Delta t_{\text{det}}^2 / \delta q$.

Die Substitution $q_2 - q_1 = \tau$ gibt den Zeitabstand τ zwischen beiden Detektionereignissen und eliminiert damit einen der absoluten Werte der Ereigniszeit (z.B. Stopzeit). Der zweite absolute Zeitwert (entsprechend die Startzeit) ist ebenfalls von keinem Interesse, sondern nur der relative Zeitabstand der Detektionen. Daher ist abschließend über die Zeit (alle Startzeiten) zu integrieren, was einem Ensemel von Einzelmessungen entspricht, womit sich die korellierte Detektionswahrscheinlichkeit als Funktion des zeitlichen Detektionsabstands ergibt:

$$P_{3,4,m}^{(2)}(\tau) = \int dq_1 G_{34m}^{(2)}(q_1, \tau) = \int dq_1 G_{34HVm}^{(2)}(q_1, \tau) - F_m(q_1, \tau) \quad (4.7)$$

$$= \frac{\Delta t_{\text{det}}^2}{\sqrt{\pi} \delta q_m} \left[\frac{1 - \cos^2(\alpha) \cos((\omega_1 - \omega_2)\tau)}{2} + \sinh^2\left(\frac{\tau \delta\tau}{\delta q_m^2}\right) \right] \exp\left[-\frac{\delta\tau^2 + \tau^2}{\delta q_m^2}\right] \quad (4.8)$$

Die enthaltenen Größen entsprechen zusammengefasst:

Detektoraufösung: Δt_{det} ; halbe zeitliche $1/e$ -Breite des Photons δq_m ; Winkel zwischen den Polarisationen der beide Photonen α ; die Differenz $\Delta_\omega = \omega_1 - \omega_2$ der Zentralfrequenzen $\omega_{1,2}$ der Photonen; Ankunftszeitdifferenz am Detektor $\delta\tau$ und die Zeitdifferenz der Detektionereignisse τ .

b) geringe Detektoraufösung

Bei ungenügender Detektoraufösung überstreicht das vom Detektor erfasste Koinzidenzfenster die gesamte Photonenlänge, bzw. die einer partiellen Auskopplung des Multimodephotons. Die Konvolution bewirkt im wesentlichen die Addition der Gaussbreiten, was in den Faktoren mit den Zeiten $q_{1,2}$ zum Informationsverlust über das Verhalten innerhalb der Pulsbreite führt. Damit entfällt der Sinn der Substitution $q_2 - q_1 = \tau$ und die Integration in [Gl. 4.7] muß entsprechend über beide Zeiten ausgeführt werden.

Damit enthält die Funktion der Detektionswahrscheinlichkeit im Grenzfall $\Delta t_{\text{det}} \gg \delta q$ keine Information über den Abstand τ der beiden Detektionereignisse, sondern nur die Wahrscheinlichkeit, ob beide Ereignisse aufgetreten sind.

$$P_{3,4}^{(2)} = \frac{1}{2} \left(1 - \cos^2(\alpha) \exp\left[-\frac{\delta\tau^2}{4/\Delta_\omega^2}\right] \exp\left[-\frac{\delta\tau^2}{\delta q_m^2}\right] \right) \quad (4.9)$$

4.5.2. Multimode

Die Korellationsfunktion für die Interferenz mit Multimodephotonen wird in analoger Weise zum Singlemode erhalten, ist aber ungleich umfangreicher, da die Summation über alle partiell ausgekoppelten Wellenpakete zu berücksichtigt ist.

Die Überlagerung dieser wird wieder durch die Ankunftszeitdifferenz $\delta\tau$ bestimmt sein, wobei sich eine Unterteilung in zwei Größenordnungen anbietet.

Die erste betrifft die relative Ordnung der sich überdeckenden partiellen Wellenpakete. Über die Ordnung ist die maximale Amplitude der beteiligten Wellenpakete gegeben, die sich bei unterschiedlicher Ordnung entsprechend der Zerfallsbreite des Resonators unterscheidet (siehe Abbildung (4.14)).

Nach der Unterscheidung bezüglich der Ordnungsdifferenz tritt die zweite Größenordnung der relativen Lage der partiellen Wellenpakete in das Blickfeld. Sie betrifft die Zeitgröße unterhalb der Umlaufzeit des Resonators und lässt sich als Divisionsrest der Ankunftszeit zum Divisor der Umlaufzeit: $\delta\tilde{\tau} = \delta\tau \bmod_{t_{rt}}$ ausdrücken.

Analog zum Fall des Singlemodes beschreibt sie den relativen Versatz der Zentren zweier sich überdeckender (partieller) Wellenpakete. Für einen angenommene zeitauf lösende Detektorauflösung ergibt sich das Multimode Pendant zu [Gl. 4.5] zu:

$$\begin{aligned}
 P_{3,4,m}^{(2)}(\tau) &= \int dq_1 G_{34m}^{(2)}(q_1, \tau) \\
 &\propto \exp\left[-\frac{\tau^2}{\delta q^2}\right] \sum_{m=0}^{\infty} \exp[-2\gamma t_{rt}(n+m)] \\
 &\quad \times \sum_{\substack{k=-n \\ l=-m}}^{\infty} \exp[-\gamma t_{rt}(k+l)] \exp\left[-\frac{(\delta\tau + k t_{rt})^2 + (\delta\tau + l t_{rt})^2}{2\delta q^2}\right] \\
 &\quad \times \left(\frac{1 - \cos^2(\alpha) \cos(\Delta\omega\tau)}{2} + \sinh^2\left[\tau \frac{2\delta\tau + (k+l)t_{rt}}{2\delta q^2}\right] \right)
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Ergänzend zu den Größen in [Gl. 4.5] tritt hier die Zerfallsbreite des Resonators γ auf, welche zur Vereinfachung für Signal und Idler als gleich angenommen ist.

4.6. Simulation der Zweiphotoneninterferenz am Strahlteiler

Ausgehend von den hergeleiteten Detektionswahrscheinlichkeiten für die Signal-Idler Korrelation lassen sich diese nun nach dem Einfluss ihrer beschreibenden Parameter untersuchen. Für die Diskussion wird der visuell gestützte Weg gewählt, der sich auf die Beschreibung der qualitativen Unterschiede beschränkt.

Die gewählte Reihenfolge ist ihrer Komplexität folgend gewählt, weshalb mit der Zweiphotoneninterferenz der Überlagerung der Singlemodephotonen am Strahlteiler begonnen wird.

4.6.1. Singlemode

Die Singelmodephotonen sind mit einer raumzeitlich nicht unterbrochenen einhüllenden Profilfunktion beschrieben, die in der Simulation für Signal und Idler als gleich angenommen wird.

Für die Interferenz am Strahlteiler ist hier nach den relativen Parametern der Paarphotonen zueinander zu unterscheiden. Diese sind die relative Polarisation zueinander, die als Winkel α quantifiziert wird, die relative Frequenzverstimmung zueinander $\Delta\omega$ und die Laufzeitdifferenz von der Quelle bis zum Strahlteiler, die mit $\delta\tau$ bezeichnet ist.

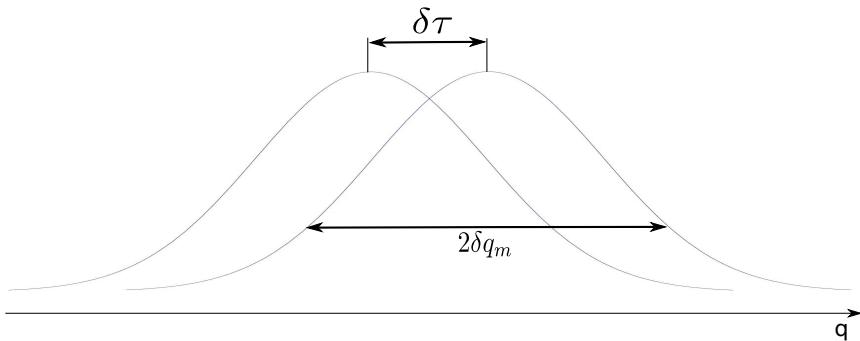


Abbildung 4.7.: Singlemode Photonen

Überlagerung orthogonal zueinander polarisierte Singlemodephotonen

Werden die Paarphotonen am Strahlteiler mit einem Winkel $\alpha = \pi/2$ zueinander polarisiert überlagert, so wird keine Interferenz erwartet. Entsprechend wird die für die Wahrscheinlichkeit der Paardetektion die Summe der beiden Einzeldetektionswahrscheinlichkeiten erwartet. Dieses Verhalten zeigt die Simulation in Abbildung (4.8). Für den Fall gleicher Laufzeiten der Photonen von der Quelle bis zum Strahlteiler, $\delta\tau = \frac{1}{2}(\delta\tau_2 - \delta\tau_1) = 0$, beträgt die normierte Detektionswahrscheinlichkeit $P_{3,4,m}^{(2)}(\tau = 0, \delta\tau = 0) = 1/2$.

Damit sind 50% aller Ereignisse erfasst, was der Anzahl an Konstellationen entspricht, in denen die Photonen den Strahlteiler auf verschiedenen Ausgangspfaden verlassen.

Weisen die Photonen einen Laufzeitunterschied auf, der größer als die Breite der Photonen ist $|\delta\tau| > 2\delta q_m$, so ist eine zeitgleiche Detektion ausgeschlossen.

In 25% aller Konstellationen wird der startzeitgebende Detektor das Photon mit der kürzeren Laufzeit detektieren. Entsprechend wird dazu im stopzeitgebenden Detektor das Photon mit der längeren Laufzeit registriert. Diese Konstellation entspricht dem diagonalen Wahrscheinlichkeitsgrat $P_{3,4,m}^{(2)}(\tau = \delta\tau) = 1/4$. Sein entsprechendes Pendant ist mit umgekehrter Laufzeitzuordnung auf die Detektoren gegeben und entspricht dem diagonalen Wahrscheinlichkeitsgrat $P_{3,4,m}^{(2)}(\tau = -\delta\tau) = 1/4$. Da sich die Photonen nicht beeinflussen, addieren sich die Detektionswahrscheinlichkeiten, was zu der Erhöhung im Zentrum führt.

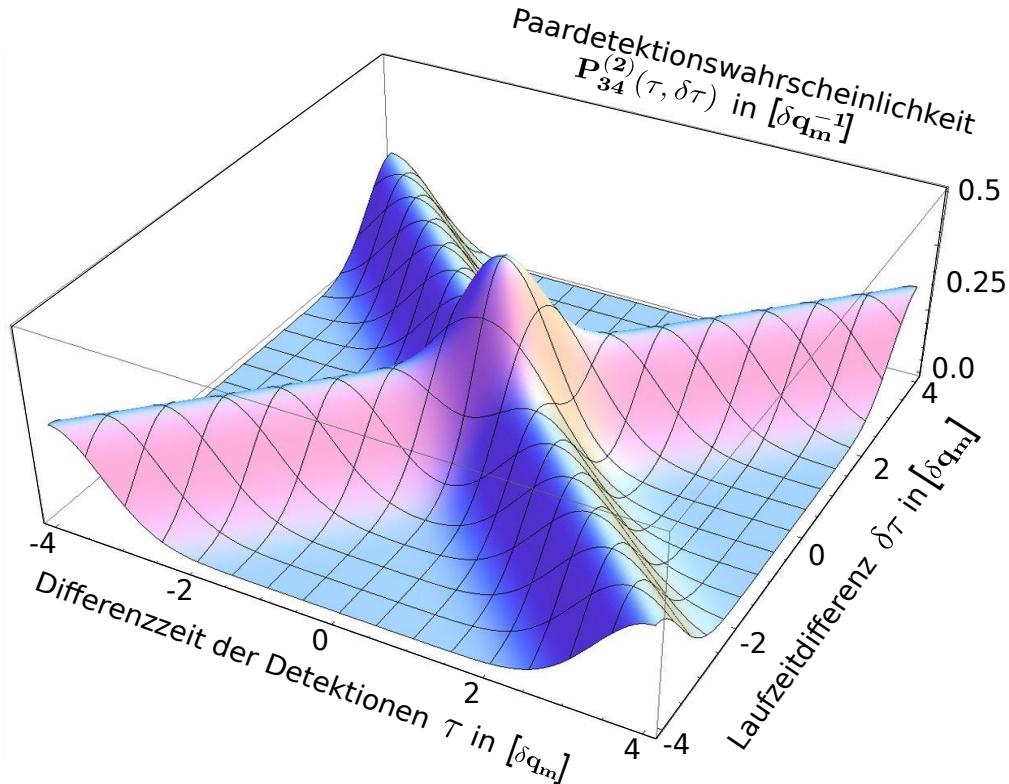


Abbildung 4.8.: Korellationsmessung bei Überlagerung am Strahlteiler von orthogonal ($\alpha = \pi/2$) zueinander polarisierter Singlemodephotonen. Die Differenz der Laufzeit $\delta\tau$ und der Zeitabstand zwischen den Detektionsereignissen τ sind in Größen der halben $1/e$ -Breite der Photonen δq_m aufgetragen.

Überlagerung parallel zueinander polarisierte Singlemodephotonen

Mit der Orientierung auf den zuvor beschriebenen Fall, wird nun die in Abbildung (4.13) die simulierte Paardetektionswahrscheinlichkeit erklärt. Sie zeigt den Fall zueinander parallel polarisierter und somit ununterscheidbarer Photonen, die am Strahlteiler überlagert werden.

Mit einem Laufzeitunterschied $\delta\tau$ größer als die Breite der Photonen, passieren diese den Strahlteiler nacheinander und beeinflussen sich nicht. Die diagonalen Grade in Bereichen von $|\delta\tau| > 2\delta q_m$ haben daher denselben Charakter wie im orthogonalen Fall, wo der Interferenzterm [Gl. 2.93] gleich Null ist.

Geht hingegen der Laufzeitunterschied gegen Null, $\delta\tau \rightarrow 0$, so nimmt der Betrag des Interferenzterm [Gl. 2.93] zu und wirkt destruktiv auf die Paardetektion.

Dies ist der als Hong-Ou-Mandel Effekt beschriebene Interferenzfall identischer bosonischer Zustände.

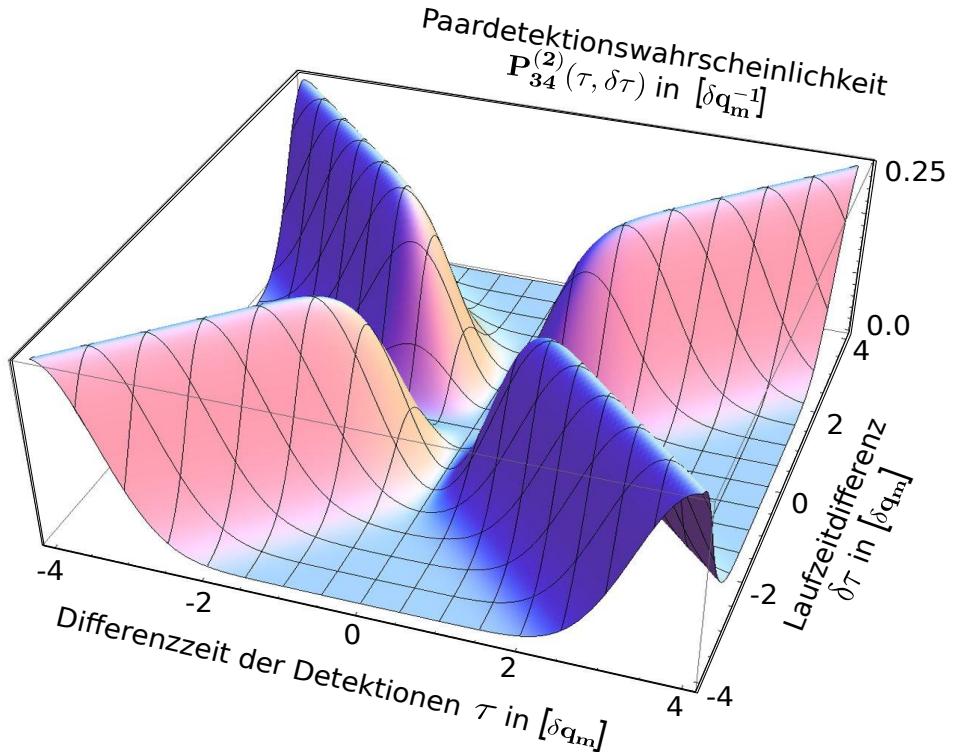


Abbildung 4.9.: Wahrscheinlichkeit der Paardetektion von am Strahlteiler überlagerter, parallel polarisierter identischer Photonen mit Interferenz für $\delta\tau = 0$. Laufzeitdifferenz und Zeitabstand der Detektion in halber $1/e$ -Breite δq_m der Photonen.

Für die Strenge der Kriterien an Identität, bzw. der Ununterscheidbarkeit der Photonen, ist bereits die räumliche Überlagerung illustriert worden, ohne die ein vollständiges Verschwinden der Interferenz auftritt. Für die Polarisation sind die beiden Grenzfälle aufgezeigt worden, wobei der Übergang entsprechend dem Kosinus im Interferenzterm [Gl. 2.93] kontinuierlich ist. Als weiteres Kriterium sei nun die Frequenz betrachtet.

Überlagerung parallel polarisierter und frequenzverstimmter Singlemodephotonen

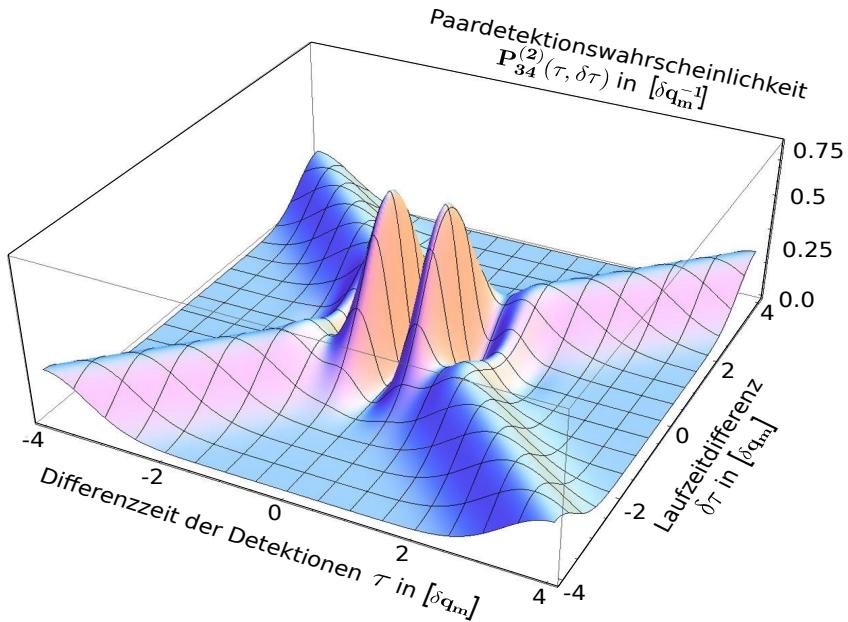


Abbildung 4.10.: zeitaufgelöste Detektionswahrscheinlichkeit parallel polarisierte, um $\Delta_\omega = 2\pi/\delta q_m$ frequenzverstimmter Singlemodephotonen als Funktion der Ankunftszeit am Strahlteiler $\delta\tau$ und dem Zeitabstand der Detektion τ

Der Interferenzterm der Korrelationsfunktion [Gl. 2.93] zeigt für eine Frequenzverstimmung der Photonen zueinander ein oszillierendes Verhalten, das sich für kleine Differenzfrequenzen $\Delta_\omega \ll 2\pi/\Delta_{\text{det}}$ bei einer Zeitauflösung des Detektors Δ_{det} in der zu messenden Paardetektionswahrscheinlichkeit widerspiegeln wird.

Abbildung (4.10) zeigt die zu erwartende Paardetektionswahrscheinlichkeit für eine Frequenzverstimmung von $\Delta_\omega = 2\pi/\delta q_m$. Die Oszillation zeigt sich ausschließlich im zeitlichen Detektionsabstand τ und weist für $\tau = 0$ stets ein Minimum auf.

Die Zunahme der Oszillationsstärke kann mit einem Schnitt entlang der $\delta\tau = 0$ -Achse

verdeutlicht werden, vergleiche hierzu Abbildung (4.11). Die Amplitude der Oszillation beträgt immer $G_{3,4,HV}^{(2)}(\tau)$ und nimmt entsprechend mit abnehmendem zeitleichen Detektionsabstand τ zu.

Da eine spektrale Unterscheidbarkeit der Photonen mit zunehmender Frequenzverstimmung wächst, bestätigt sich in dieser Simulation die intuitive Vermutung, daß die messbare Interferenz mit zunehmender Unterscheidbarkeit der Photonen verschwindet. Dieser Fall entspräche einer starken Oszillation, wo benachbarte Maxima die gleiche Amplitude aufweisen. Kann die Zeitauflösung des Detektors nur noch die mittlere Detektionswahrscheinlichkeit wiedergeben, so ist diese entsprechend ungleich Null.

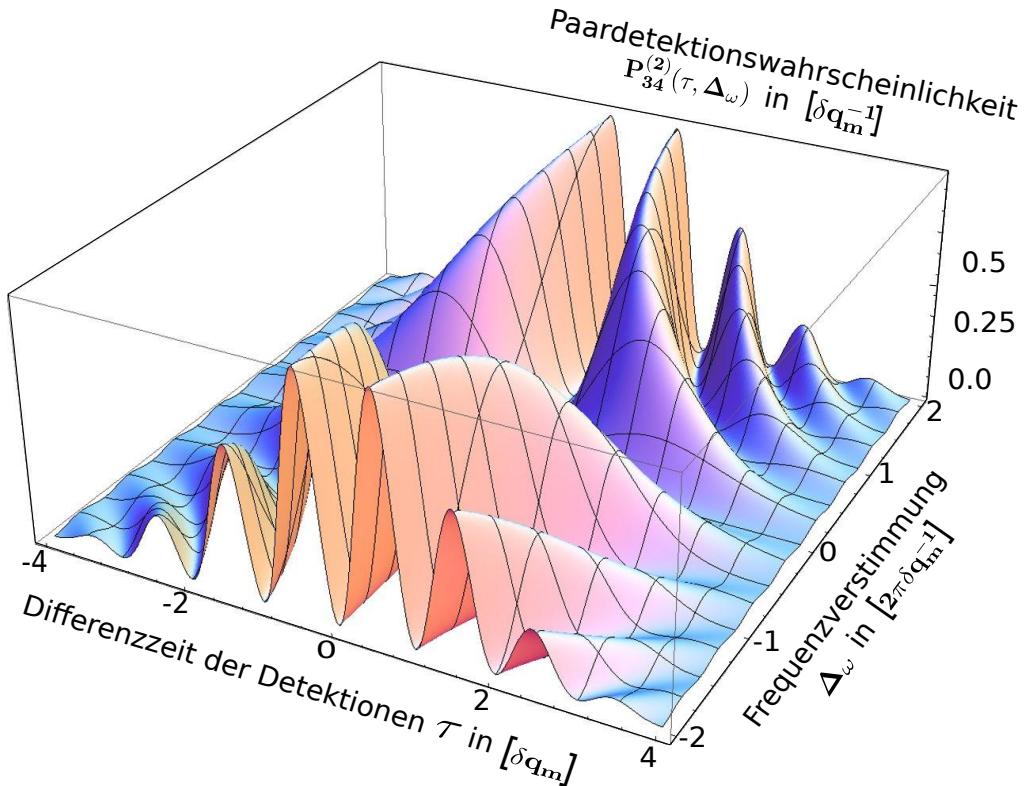


Abbildung 4.11.: zeitaufgelöste Detektionswahrscheinlichkeit parallel polarisierte Single-modephotonen in Abhängigkeit der Frequenzverstimmung Δ_ω und dem zeitlichen Detektionsabstand

Die Oszillation ist über die Unschärferellation plausibel erklärt. Mit der Detektion des ersten Photons wird der Zweiphotonenzustand auf eine feste Zeit projiziert. Damit bleibt seine Energie und somit die Frequenz des detektierten Photons unbestimmt. Das verbleibende zweite Photon ist entsprechend in der Zustandüberlagerung zweier Frequenzen, die

eine unterschiedliche Zeitentwicklung aufweisen. Die Detektionswahrscheinlichkeit steigt, wenn diese sich konstruktiv überdecken. Damit oszilliert die Detektionswahrscheinlichkeit mit der Differenzfrequenz der Photonen.

4.6.2. Multimode

Im Experiment wird im ersten Schritt die Untersuchung zur Überlagerung ungefilterter Photonen stehen.

Es ist die Krux des Experiments, daß der einfachere Aufbau ein Mehr an detaillierter Beschreibung erfordert.

Für die Simulation ist nicht die analytische Gleichung [Gl. 4.10] angewendet worden, sondern ein vektorieller Ansatz, der die Zerlegung in orthogonale Funktionen verwendet. Diese orthogonalen Funktionen sind die zeitlich versetzten und damit sich nicht überlagernden Ordnungen der partiellen Auskopplungen, denen allesamt ein Gaussprofil mit durch die Ordnung bestimmter Skalierung zugrundegelegt ist, siehe Abbildung (4.6).

Von der Simulation wird daher innerhalb der Zeitskala einer Ordnung ein analoges Verhalten zum Fall des Singlemodes erwartet, wobei sämtliche beteiligten Ordnungskombinationen additiv zusammenzuführen sind.

Die folgende Auswertung wird sich daher auf Analogiebeziehung zum Singlemodefall beziehen können.

Überlagerung orthogonal zueinander polarisierte Multimodephotonen

Werden die Multimodephotonen in orthogonaler Polarisation zueinander am Strahlteiler überlagert, so ist mit keiner Interferenz im Sinne des Hong-Ou-Mandel Effekts zu rechnen. Um Verwirrung in Bezug auf die anschließend zu betrachteten Konstellation vorzubeugen, ist zu präzisieren, daß überhaupt keine Interferenz erwartet wird, also weder destruktive noch konstruktiven.

Die Abbildung (4.12) zeigt die zu erwartende Detektionswahrscheinlichkeit. Zur Verbesserung der Darstellung sind die Resonatorauskopplung γ und Photonenbreite δq_M in der Simulation um den Faktor 5, bzw 10 größer angenommen, als wie sie im Experiment zu erwarten sind. Um die wesentliche Struktur des zu erwartende Messergebnis zu zeigen, wurde für den Multimodefall mit einer Detektorbreite simuliert, die die Struktur der Korellationsfunktion auflöst, und somit weit unterhalb der Breite der partiellen Auskopplungen des Multimodephotons liegt: $\tilde{\Delta}t_{\text{det}} \ll \delta q_M$. Damit sei es der Vorstellungskraft des Lesers überlassen, gedanklich die Konvolution der dargestellten Detektionswahrscheinlichkeit mit der um zwei Größenordnung darüberliegenden Detektorbreite, wie sie im Experiment gegeben sein wird, nachzuholen.

Der Darstellung kann eine Ähnlichkeit zum Singlemode entnommen werden, wenn in einem ersten Schritt das Gesamtbild in Bereiche zergliedert wird, die jeweils die Breite eines Ordnungsabstands t_{rt} um die Koordinaten $[\tau, \delta\tau]$ umfassen. Der Bereich um den

Ursprung $[\tau, \delta\tau] = [0, 0]$ ist entsprechend gelb umrissen eingezeichnet.

In einem zweiten Schritt sei auch die Detektionswahrscheinlichkeit zerlegt und zwar in der Form, daß der Anteil der Detektionswahrscheinlichkeit, den die partielle Auskopplung der Ordnung (m) des ersten Photons zusammen mit der partiellen Auskopplung der Ordnung (n) des zweiten Photons zur Gesamtdetektionswahrscheinlichkeit liefert, mit $\tilde{P}_{3,4,M}^{(2)}(m, n, \tau, \delta\tau)$ bezeichnet wird.

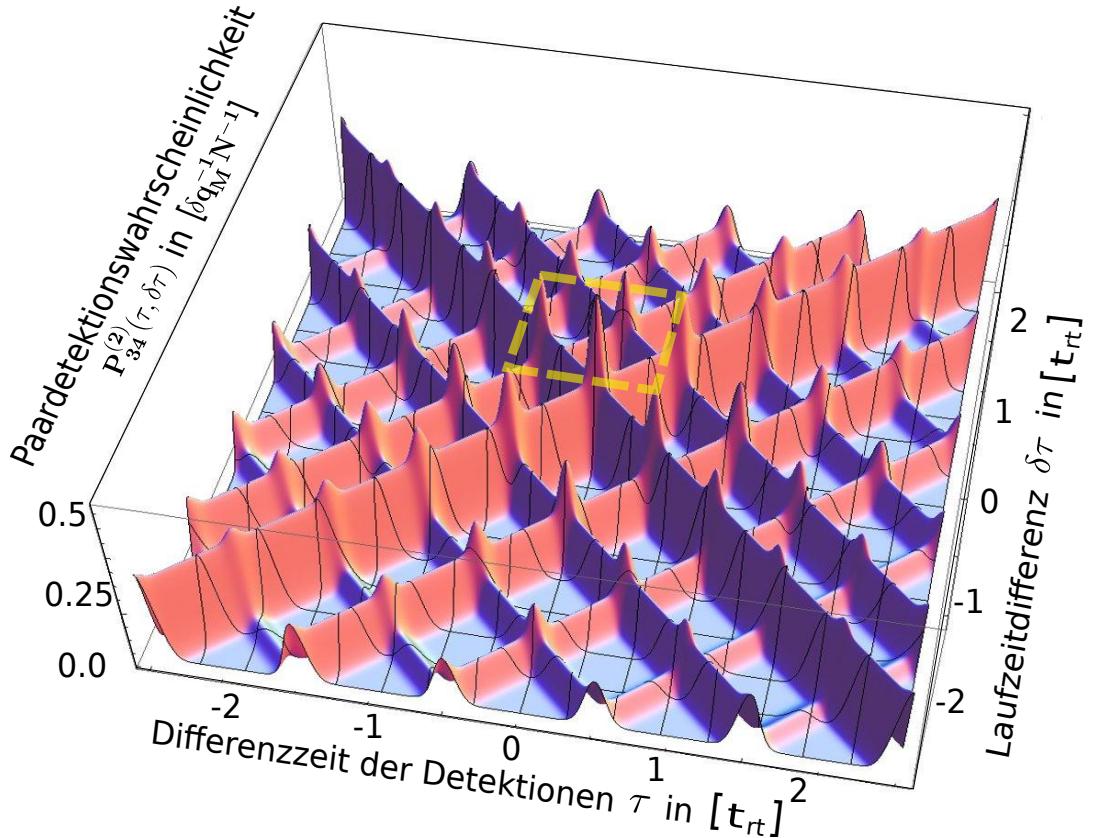


Abbildung 4.12.: Korellationsmessung orthogonal ($\alpha = \pi/2$) zueinander polarisierter Multimodephotonen bei Überlagerung am Strahlteiler. Die Differenz der Laufzeit $\delta\tau$ und der Zeitabstand zwischen den Detektionsereignissen τ sind in Größen der Resonatorumlaufzeit t_{rt} aufgetragen.

In diesem Sinne kann nun der Bereich um $(\tau = 0, \delta\tau = 0)$ interpretiert werden als Summe der Paardektionswahrscheinlichkeiten die von Konstituenten gleicher Ordnung herrührt¹:

$$P_{3,4,M}^{(2)}(\tau, \delta\tau) = \sum_n \tilde{P}_{3,4,M}^{(2)}(n, m = n, \tau, \delta\tau) \quad (4.11)$$

Werden nun Bereiche entlang der $(\delta\tau = 0)$ -Achse betrachtet, die einen Abstand von $k \cdot \delta t_{\text{rt}}$ zum Zentrum aufweisen, so entspricht dort die Gesamtdektionswahrscheinlichkeit der Summen über die Konstituenten, die sich paarweise in der Ordnung um k unterscheiden:

$$P_{3,4,M}^{(2)}(\tau, \delta\tau) = \sum_n \tilde{P}_{3,4,M}^{(2)}(n, n + k, \tau, \delta\tau) \quad (4.12)$$

Die Skalierung der Wahrscheinlichkeit weist dabei denselben exponentiell abfallenden Charakter auf, wie er in der Kreuzkorellationsmessung im HBT-Setup beobachtet wurde:

$$\tilde{P}_{3,4,M}^{(2)}(n, n + k, \tau, \delta\tau) = e^{-k\gamma t_{\text{rt}}} \tilde{P}_{3,4,M}^{(2)}(n, n, \tau, \delta\tau) \quad (4.13)$$

Im Fall orthogonal zueinander polarisierte Photonen ist die Symmetrie zwischen den $(\tau = 0)$ und $(\delta\tau = 0)$ -Achsen gegeben und die Deutung entsprechend zu übertragen.

Die Betrachtung sei weiterhin auf die Bereiche um die Achsen $(\tau = 0)$ und $\delta\tau = 0$ beschränkt. Jeder dieser Bereiche besteht, analog zum Fall des Singelmodes, aus zwei diagonalen Graten, die sich im Zentrum des Bereichs auf der $\tau = 0$, bzw $\delta\tau = 0$ Achse addieren.

Diese Grate sind nicht auf den betrachteten achsennahen Bereich beschränkt, sondern verlaufen jeder für sich betrachtet bis ins Unendliche².

Während sich auf den $(\tau = 0)$ und $(\delta\tau = 0)$ -Achsen jeweils gleichartige Wahrscheinlichkeiten addieren, trifft dies abseits dieser Achsen nicht mehr zu.

Dort treffen sich Grate unterschiedlicher Skalierung, weshalb die additive Detektionswahrscheinlichkeit in den Kreuzungspunkten entsprechend mitskaliert ist.

Überlagerung parallel zueinander polarisierter Multimodephotonen

Werden zwei Multimodephotonen am Strahlteiler mit paralleler Polarisation zueinander überlagert, so ist mit einer Interferenz zu rechnen, die sich als Hong-Ou-Mandel Effekt in der zu messenden Detektionswahrscheinlichkeit widerspiegeln wird.

Abbildung (4.13) stellt die Simulation der Detektionswahrscheinlichkeit dar. Wie im Fall

¹Die Abbildung (4.14) kann vergleichend herangezogen werden, mit der Beschränkung, daß hier keine Interferenz auftritt, sondern nur korellierte Signal/Idler Detektionen

²Mit Einbeziehung von Absorptionsverlusten nimmt die Amplitude mit zunehmende Abstand vom Kreuzungspunkt auf der $(\delta\tau = 0)$ -Achse ab

orthogonal zueinander polarisierter Photonen, wurden zur besseren Darstellung die Relation der Parameter der Resonatorauskopplung und der Breite der partiellen Auskopplungen um den Faktor 5, bzw 10 multipliziert und zudem eine die Struktur auslesende Detektorauflösung angenommen.

Es sei auch in diesem Fall wieder auf die Analogie zum Fall der Überlagerung von Singlemodephotonen Bezug genommen, womit die Bereichseinteilung und die auf die involvierten Ordnungen bezogene anteilige Detektionswahrscheinlichkeit wie im vorhergehenden Fall der orthogonalen Überlagerung von Multimodephotonen verwendet wird.

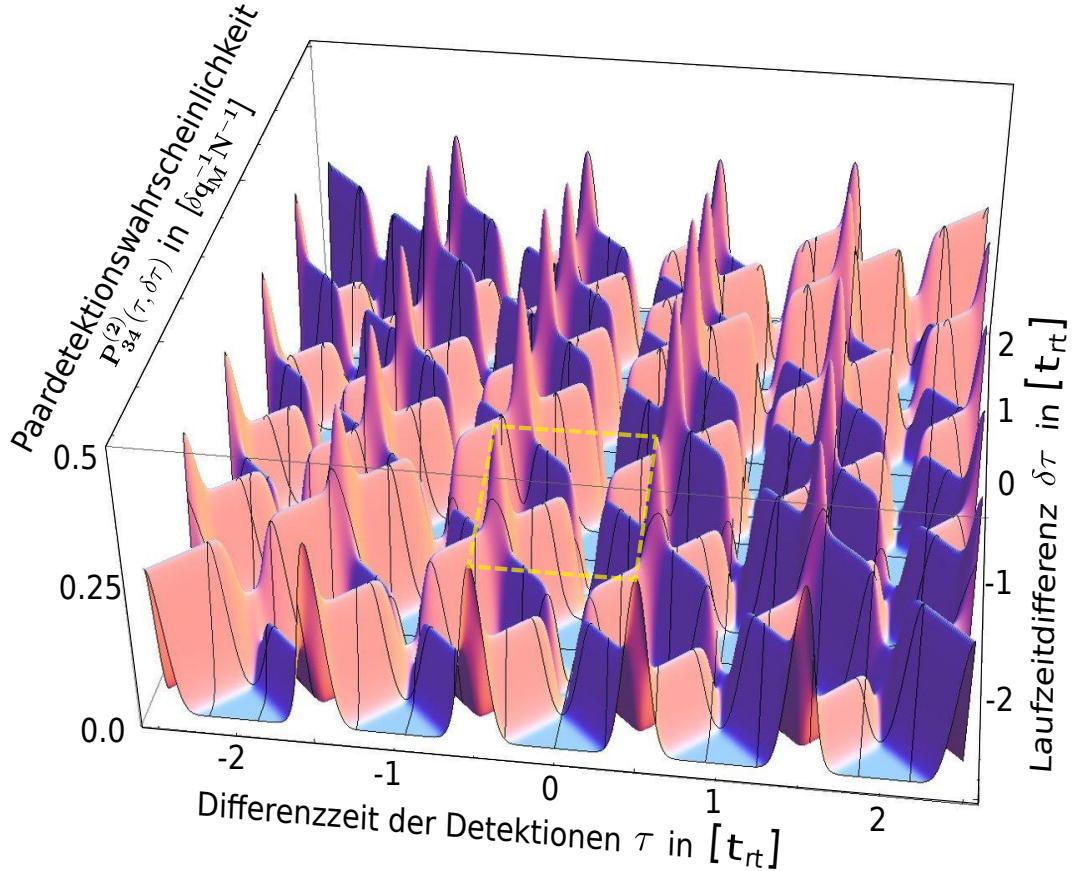


Abbildung 4.13.: Korellationsmessung bei Überlagerung am Strahlteiler von orthogonal $\alpha = \pi/2$ zueinander polarisierter Singlemodephotonen. Die Differenz der Laufzeit $\delta\tau$ und die Zeitabstand zwischen den Detektionsereignissen τ sind in Größen der halbe $1/e$ -Breite der Photonen aufgetragen.

Betrachtet sei zunächst der Bereich um $(\tau, \delta\tau) = (2t_{rt}, 0)$, wie er dem gelb umrissenen Bereich in der Abbildung (4.13) entspricht.

Mit einer Ankunftszeitdifferenz am Strahlteiler $|\delta\tau| < \delta q_M$, werden am Strahlteiler alle Ordnungen der partiellen Auskopplungen des ersten Photons mit denselben Ordnungen des zweiten Photons entsprechend dem relativen Versatz überlagern. Damit verbunden wirkt bei paralleler Polarisation der Interferenzterm [Gl. 2.93] destruktiv und die Paardetektionswahrscheinlichkeit verschwindet. Dieser Fall entspricht dem Einbruch auf der $(\delta\tau = 0)$ -Achse.

Die Einbeziehung aller Paare gleicher Ordnung trifft auf jeden Kreuzungspunkt zu, der auf der $(\delta\tau = 0)$ -Achse liegt.

Mit einer Ankunftszeitdifferenz größer als die Photonenbreite $|\delta\tau| > \delta q_M$ überdecken sich die partiellen Ordnungen nicht. Die diagonal laufenden Grade im zu betrachtenden gelb umrandeten Bereich sind demnach analog dem orthogonalen Fall zu interpretieren. Die Detektionswahrscheinlichkeit ist dort durch die zur Detektion führenden Ordnungsunterschiede bestimmt.

Entgegen dem Fall orthogonal zueinander polarisierter Photonen besteht keine Symmetrie zwischen der $(\tau = 0)$ -Achse und der $(\delta\tau = 0)$ -Achse.

In Abbildung (4.14 a) ist dazu die zur Interferenz beitragende Ordnungskombination für $\delta\tau = t_{rt}$ gegenüber $\delta\tau = 0$ dargestellt.

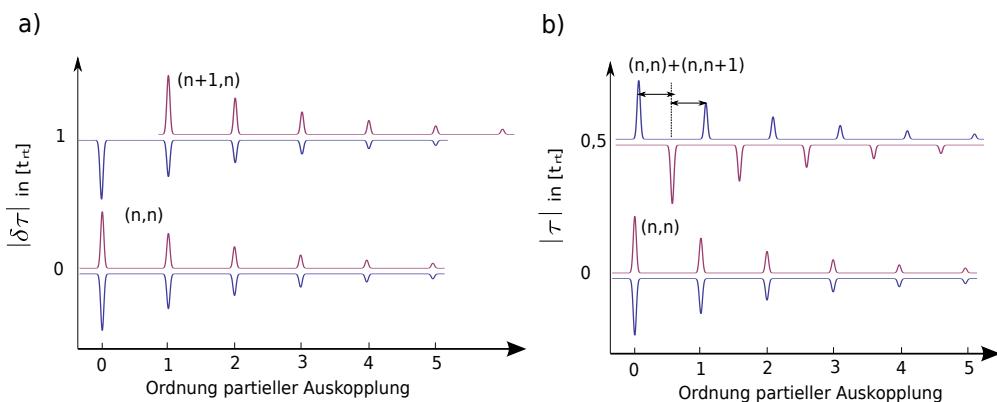


Abbildung 4.14.: relative Lage der Multimodephotonen (rot, blau) zueinander beim Laufzeitunterschied $\delta\tau$. a) Beitrag zur Interferenz durch Überdeckung von Ordnungskombinationen; b) beitragende Ordnungskombinationen zum gemessenen zeitlichen Detektionsabstand τ

Bei zunehmendem Laufzeitunterschied kommt es in Abständen $\delta\tau = l \cdot t_{rt}$ immer wieder zur Überdeckung von partiellen Ordnungen. Die vorauselgenden partiellen Auskopplungen tragen nicht zum Überlapp bei und somit sinkt die Amplitude des Interferenzterms. Entsprechend ist in den Bereichen destruktiver Interferenz auf den $\delta\tau = l \cdot t_{rt}$ -Achsen die Paardetektionswahrscheinlichkeit für $|l| > 0$ nicht Null.

Ein Blick auf Abbildung (4.13) weist noch einen zweiten Fall von Interferenz auf. Diese zweite Interferenz ist in Abbildung (4.13) in den Ecken des gelbumrandeten Bereichs zu finden und ist als nichtlokal wirkende Interferenz zu verstehen.

Dieselbe Überhöhung der Detektionswahrscheinlichkeit trat an diesen Koordinaten auch im Fall zueinander orthogonal polarisierter Multimodephotonen auf, trägt hier aber eine andere Signifikanz in sich.

Obwohl die partiellen Auskopplungen sich 'nicht sehen', verschwindet im Detektionsbild sämtliche Information darüber, welchen Pfad das Photon gegangen war. In Abbildung (4.14 a) ist die Äquivalenz der zeitlichen Detektionsabstand bezüglich der Wegzuordnung illustriert.

Es kann also nicht unterschieden werden, ob es sich bei der zur Detektion führenden Ordnungskombination um den Fall gleicher Ordnungen (n, n) handelt, womit das im startzeitgebenden Detektor absobierte Photon das vorauseilende wäre und dem kürzeren Weg zuordbar ist, oder ob es sich um die Ordnungskombination ($n, n+1$) handelt, womit das stopzeitgebende Photon dem kürzeren Weg zuzuordnen ist.

Damit fällt dieser bei parallel polarisierten Photonen auftretende konstruktive Interferenzterm in die Kategorie der 'quantum eraser'¹.

Erste Untersuchungen auf diesen konstruktiven Interferenzeffekt wurde 1996 von Pittman durchgeführt [73].

Es sei abschließend noch einmal betont, daß die hier gemachte Betrachtung die begrenzte Zeitauflösung der Detektoren unterschlagen hat. Für die Nutzung der Paarphotonen, Verschränkung zu übertragen, ist eine zeitaufgelöste Detektion notwendig, die die Kohärenz der Photonen am Strahlteiler in der Bellzustandsmessung auflösen kann [74]. Dies ist mit den Multimodephotonen nicht gegeben.

¹Die Interferenz stellt quasi die Kohärenz des Zweiphotonenzustand wieder her, in dem Sinn, daß die Information, die aus dem Wegunterschied heraus die Photonen wohlunterscheidbar machte, wieder 'gelöscht' ist. [72]

5. Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Eigenschaften von Paarphotonen, die mit einer SPDC-Quelle auf Basis eines doppeltresonanten OPOs erzeugt werden, untersucht. Zudem ist ein Hong-Ou-Mandel Interferometer vorbereitend aufgebaut worden, mit dem die Zweiphotoneninterferenz am Strahlteiler untersucht werden wird. Es erfolgte eine Auswertung der Frequenzkorellation der Paarphotonen. Diese kann über die temperaturabhängige Phasenanpassung im Konversionskristall angepasst werden. Dabei ist eine Frequenzverstimmung um die Breite der Multimodephotonen realisierbar und wird in ihrem Einfluss auf die Interferenz in die Auswertung integriert werden können. Die im Vergleich zur Bandbreite der Multimodephotonen geringe Auflösung der Detektoren wird im Interferenzbild jedoch keine Differenzierung zwischen spektraler oder raumzeitlicher Überlagerung der Photonen zulassen.

Mit einer noch zu implementierenden Filterung werden schmalbandige Singlemodephotonen für das Interferenzexperiment zur Verfügung stehen. Die raumzeitliche Breite der Singlemodephotonen gegenüber der Detektorauflösung lässt dabei die Möglichkeit der zeitaufgelösten Auswertung der Interferenz zu. Die durchgeführte Simulation weist den qualitativ zu erwartenden Einfluss der Frequenzverstimmung der Photonen in Form von oszillierenden Koaleszenzverhaltens aus.

Die experimentelle Realisierung bedarf noch weiterführender Vorbereitungen. Das zur Filterung vorgesehene Modul ist ein planares Fabry-Perót-Etalon [75] und wird fasergekoppelt zwischen Quelle und Interferometer zu integrieren sein. Ein planares Etalon kann die Erhaltung der transversalen Modenstruktur nicht garantieren, weshalb die damit verbundenen Verluste zu identifizieren sind.

Die Paarphotonen der SPDC-Quelle sind aufgrund ihrer Polarisationsverschränkung geeignete Kandidaten, um beispielsweise eine abhörsichere Kommunikation (quantum key distribution systems) realisieren zu können. Die damit zu erzielende Reichweite ist jedoch aufgrund von Absorption begrenzt. Der mit der Absorption verbundene Verlust an detektierbaren verschränkten Photonenpaaren bildet zudem ein Sicherheitsleck in der Informationsübertragung.

Diese Limitierung macht einen die Absorption kompensierenden Ansatz notwendig (quantum repeater)[76, 77] bzw. die Kontrolle der Übermittlung verschränkter Photonen (device independent QKD)[78]. Mögliche Konzepte hierzu basieren auf LOQC-Systemen und damit auf der Verschränkung von Photonen aus voneinander unabhängigen Quellen.

Zum Beispiel ermöglicht die Kombination von verschränkten Paarphotonen eine solche Übertragung der Verschränkung. Dabei sind zwei Signalphotonen aus unabhängigen Quellen miteinander verschränkt und stehen der Kommunikation als solche zur Verfügung, wenn eine Bellzustandsmessung der beiden am Strahlteiler kohärent überlagerten dazugehörigen Idlerphotonen erfolgte [74].

Die Realisierung von linearen Netzwerken legt eine Kombination unterschiedlicher Konzepte von Photonenquellen nahe. Photonen von nominal gleichen Quellen weisen hierbei einen hohen Grad an Ununterscheidbarkeit auf. Die Kombination nominal unterschiedlicher Photonenquellen bedarf jedoch einer genauen Untersuchung ihrer Interferenzfähigkeit.

Als weiterführendes Experiment ist daher die Überlagerung von idlergetriggerten SPDC-Photonen mit Photonen aus Quantenpunktmettern vorgesehen [79].

A. Anhang

A.1. Effektiver Konversionskoeffizient

Abgeleitete nichtlinearen Gütwerte wie Konversionseffizienz oder Schwellleistungen, werden als Funktionen der skalaren effektiven nichtlinearen Kopplung d_{eff} angeben. Sie enthält das Produkt der für die Phasenanpassung möglichen Feldpolarisationen mit den nichtlinearen Materialkoeffizienten $d_{ijk} = \frac{1}{2}\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_p, \omega_s, \omega_i)$.

Die nichtlineare Suszeptibilität ist im selben Bezugssystem wie die lineare Suszeptibilität definiert und wird ebenfalls experimentell ermittelt. Sie ist über [Gl. 2.29] definiert und entspricht einem dreidimensionalen komplexwertigen Tensor. Im Allgemeinen wird eine reduzierte Darstellung verwendet, die sich auf folgende Punkte stützt:

- wegen der Reellwertigkeit realer Messgrößen gilt:
 $\chi_{i,j,k}^{(2)}(\omega_1; \omega_2, \omega_3) = \chi_{k,i,j}^{(2)*}(-\omega_1; -\omega_2, -\omega_3)$
- für absorptionsfreie Medien sind alle Einträge reell
- gemäß der instrinsischen Permutationssymmetrie vertauschen erzeugende Feldanteile untereinander: $\chi_{i,j,k}^{(2)}(\omega_1 + \omega_2; \omega_1, \omega_2) = \chi_{i,k,j}^{(2)}(\omega_1 + \omega_2; \omega_2, \omega_1)$. Die redundanten Einträge der 27 Tensorelementen entfallen und der Tensor wird 2-dimensional darstellbar, wenn die Konvention $(j, k) \rightarrow (\mu)$ angewendet wird:

μ	1	2	3	4	5	6
j,k	xx	yy	zz	yz=zy	xz=zx	xy=yx

- gemäß der allgemeinen Permutationssymmetrie ist $\chi^{(2)}$ unabhängig von der Prozessrichtung, weshalb $\chi_{i,j,k}^{(2)}(\omega_3; \omega_1, \omega_2) = \chi_{k,i,j}^{(2)}(\omega_2; \omega_3, \omega_1)$ gilt.
- die Kleinman Symmetrie bezeichnet den Fall, wenn alle beteiligten Frequenzen fernab von Resonanzen des Mediums sind, weshalb $\chi^{(2)}$ nahezu unabhängig von der Wellenlänge wird. Damit erweitert sie die allgemeine Permutationssymmetrie und es gilt:

$$\begin{array}{llll} d_{14} = d_{25} = d_{36} & & & \\ d_{12} = d_{26} & d_{13} = d_{35} & d_{15} = d_{31} & d_{16} = d_{21} \\ & d_{23} = d_{34} & d_{24} = d_{32} & \end{array}$$

- Zusätzlich ist die Symmetrie des zugrundeliegenden Kristallsystems einzubinden. Dabei ist $\chi^{(2)}$ z.B. für zentrosymmetrische Konstellationen ohne Beitrag.

Damit schreibt sich in [Gl. 2.29]:

$$\tilde{P}_i(\omega_i) = \frac{\epsilon_0}{2} K \sum_{\mu=1}^6 d_{i\mu}(\omega_i; \omega_1, \omega_2) B_\mu \quad (\text{A.1})$$

mit dem Entartungsfaktor K , der für $\omega_1 = \omega_2$ gleich 1 und für $\omega_1 \neq \omega_2$ gleich 2 ist, sowie:

$$d_{i,\mu} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{31} & d_{21} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{32} & d_{14} & d_{12} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{23} & d_{13} & d_{14} \end{bmatrix} \quad B_\mu = \begin{bmatrix} E_x(\omega_1)E_x(\omega_2) \\ E_y(\omega_1)E_y(\omega_2) \\ E_z(\omega_1)E_z(\omega_2) \\ E_y(\omega_1)E_z(\omega_2) + E_z(\omega_1)E_y(\omega_2) \\ E_x(\omega_1)E_z(\omega_2) + E_z(\omega_1)E_x(\omega_2) \\ E_x(\omega_1)E_y(\omega_2) + E_y(\omega_1)E_x(\omega_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Daraus ergibt sich der effektive Konversionskoeffizient zu

$$d_{eff} = \sum_{i=1}^3 b_{PM} \sum_{\mu=1}^6 \cdot d_{i\mu} \cdot M_{i\mu} \cdot B_\mu \quad (\text{A.3})$$

Hierbei berücksichtigt $b_{PM} \in \{1, 2/\pi\}$ die realisierte Phasenanpassung BPM bzw. QPM. $M_{i\mu}$ ein optionaler Faktor, der nach Miller's Regel [80] die Dispersion der nichtlinearen Suszeptibilität einbindet, wenn diese für eine Wellenlänge Λ tabelliert ist, jedoch bei λ angewendet wird:

$$M_{i\mu} \rightarrow M_{ijk} = \frac{[n_i^2(\lambda_3)-1] \cdot [n_j^2(\lambda_3)-1] \cdot [n_k^2(\lambda_3)-1]}{[n_i^2(\Lambda_3)-1] \cdot [n_j^2(\Lambda_3)-1] \cdot [n_k^2(\Lambda_3)-1]} \quad (\text{A.4})$$

A.2. Technische Konstruktion des OPO

Das Design des OPO-Resonators stand aus einer früheren Arbeit zur Verfügung. Die Justage, insbesondere die Methode der Gegenkopplung, hat sich dabei als sehr sensibel erwiesen. Trotz der AR-Beschichtung der Kristallfacetten, traten Etaloneffekte bei Variation der Ausrichtung des Auskoppelspiegels oder der Kristalle auf, die in der Justage nicht kontrollierbar waren.

Ein weiterer zu überdenkender Aspekt des alten Designs betraf die Lagerung der Kristalle, die in einer ausgefrästen Kante eines Kupferblocks eingelassen und mit einem Winkel überdeckt wurden. Das Prinzip bewährte sich in Bezug auf die Wärmestabilisierung, zeigte jedoch eine kritische mechanische Belastung der Kristalle, da über den abdeckenden Winkel auch der Anpressdruck zur Fixierung der ganzen Lagerungseinheit gegeben wurde. Da das Polungverfahren nur eine Kristallstärke von 1 mm zuläßt, ist bei einer Länge von 20 mm eine spannungsfreie Lagerung vorzuziehen.

Der im Rahmen der Arbeit erfolgte Neubau des OPO-Resonators hat zwar keine direkte Relevanz für die hier zu beschreibende Physik, dennoch soll dieser der Vollständigkeit halber im Folgenden dargestellt werden.

Ein perspektivischer Blick auf die zusammengesetzte Konstruktion ist in Abbildung (A.1) gegeben.

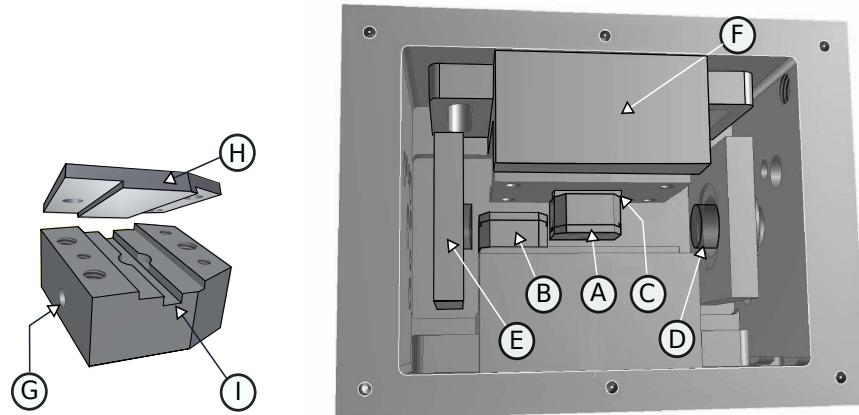


Abbildung A.1.: Neubau des OPO-Resonators. Links: Kristallhalter; Rechts: Zusammengesetzte Resonatorkonstruktion; Beschreibung siehe Text.

- A+B Die Messingblöcke zur temperaturstabilisierten Kristalllagerung sind in gegenüberliegender Anordnung. Damit bleibt auch innerhalb des kompakten Designs eine freie Positionierbarkeit gewährleistet.
- C Die Messingblöcke sind mit Peltierelementen unterlegt. Die Befestigung erfolgt auf einer Montageplatte mit Kunstoffschrauben, um Wärmebrücken zu vermeiden.
- D Die Spiegel sind nahe dem Drehpunkt der Mountplatten platziert. Der piezounterlegte Spiegel ist wegen seiner zusätzlichen Höhe mit einer Zylinderfassung in den Spiegelmout versenkt.
- E Die Spiegelmouts sind mit kräftigen Federn gespannt. Die Justage erfolgt mit Feingewindeschrauben ($150\mu\text{m/turn}$)
- F Die Justageschrauben der x-y/tilt Tische sind im vertikalen Einbau einfach zugänglich. In der Abbdeckung sind zudem Auslassungen vorhanden, um eine Justage auch im temperaturstabilisierten verschlossenen Zustand zu ermöglichen.
- G Die Temperaturerfassung erfolgt mit PT100 Platinwiderständen, die mittig zwischen Kristall und Peltierelement in den Messingblöcken eingeklebt sind. Aufgrund der relativen Massivität der Messingblöcke und der tiefen Einbettung der Kristalle ist von einem gleichmäßigen Wärmegradienten auszugehen.
- I Spannungsfreie Lagerung der Kristalle. In der ausgefrästen Kerbe ist eine Auslassung, um den Kristall bei Bedarf zum Herausnehmen mit einer Pinzette greifen zu können.
- H Die Kristallabdeckung wird mit Messingschrauben fest montiert. Die Passform verhindert eine Übertragung des Anpressdrucks auf den Kristall.

Zusätzlich zu den aufgezählten Aspekten wurde der Aufbau luftdicht gehalten, um ihn mit Stickstoff zu fluten. Damit ist ein Betrieb bei der Entartungstemperatur von 13°C auch ohne Rücksicht auf die Luftfeuchtigkeit im Labor möglich.

Der OPO ist auf einem kompakten Fuß montiert. Zwischen Fuß und OPO sind zusätzliche Peltierelemente und eine Temperaturerfassung integriert. Damit ist eine Temperaturstabilisierung des OPO-Gehäuses möglich.

Literaturverzeichnis

- [1] Thomas Young. *A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts.* London : Printed for J. Johnson, 1807.
- [2] Richard P. Feynman. Simulating physics with computers. *International Journal of Theoretical Physics*, 21(6-7):467–488, June 1982.
- [3] David Deutsch. Quantum theory , the Church-Turing principle and the universal quantum computer. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 400(1818):97–117, 1985.
- [4] Peter W Shor. Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer. *Society*, page 28, August 1995.
- [5] Lov Grover. Quantum Mechanics Helps in Searching for a Needle in a Haystack. *Physical Review Letters*, 79(2):325–328, July 1997.
- [6] T D Ladd, F Jelezko, R Laflamme, Y Nakamura, C Monroe, and J L O'Brien. Quantum computers. *Nature*, 464(7285):45–53, March 2010.
- [7] M D Eisaman, A André, F Massou, M Fleischhauer, a S Zibrov, and M D Lukin. Electromagnetically induced transparency with tunable single-photon pulses. *Nature*, 438(7069):837–41, December 2005.
- [8] David Höckel and Oliver Benson. Electromagnetically Induced Transparency in Cesium Vapor with Probe Pulses on the Single-Photon Level. *Physical Review Letters*, 105(15):6–9, October 2010.
- [9] E Knill, R Laflamme, and G J Milburn. A scheme for efficient quantum computation with linear optics. *Nature*, 409(6816):46–52, January 2001.
- [10] T. H. MAIMAN. Stimulated Optical Radiation in Ruby. *Nature*, 187(4736):493–494, August 1960.
- [11] S Feng and H G Winful. Physical origin of the Gouy phase shift. *Optics letters*, 26(8):485–7, April 2001.
- [12] H. Kogelnik and T. Li. Laser Beams and Resonators. *Applied Optics*, 5(10):1550, October 1966.

- [13] Bahaa E. A. Saleh and Malvin Carl Teich. *Fundamentals of Photonics*. Wiley Series in Pure and Applied Optics. John Wiley & Sons, Inc., New York, USA, August 1991.
- [14] Jürgen Eichler, Lothar Dünkel, and Bernd Eppich. Die Strahlqualität von Lasern – Wie bestimmt man Beugungsmaßzahl und Strahldurchmesser in der Praxis? *Laser Technik Journal*, 1(2):63–66, October 2004.
- [15] A. E. Siegman of Stanford University. *Lasers*. University Science Books, Mill Valley CA, 1986.
- [16] A. Schawlow and C. Townes. Infrared and Optical Masers. *Physical Review*, 112(6):1940–1949, December 1958.
- [17] J.M. Vaughan. *The Fabry-Perot-Interferometer: History, Theory, Practice and Applications*. Adam Hilger, Bristol and Philadelphia, the adam h edition, 1989.
- [18] Emil Born, Max and Wolf. *Principles of Optics M. Born and E. Wolf, 7th (expanded) edition, Cambridge University Press, Cambridge, 1999, 952pp.*, volume 32. Cambridge University Press, 6th edition, July 1986.
- [19] R W Boyd. *Nonlinear optics*. Electronics & Electrical. Academic Press, 2003.
- [20] P. Franken, A. Hill, C. Peters, and G. Weinreich. Generation of Optical Harmonics. *Physical Review Letters*, 7(4):118–119, August 1961.
- [21] D J Armstrong, W J Alford, T D Raymond, A V Smith, and M S Bowers. Parametric amplification and oscillation with walkoff-compensating crystals. *J. Opt. Soc. Am. B*, 14(2):460–474, February 1997.
- [22] Focused Laser Beams. Generation of Light by Focused Laser Beams. 148(1962), 1966.
- [23] G. D. Boyd. Parametric Interaction of Focused Gaussian Light Beams. *Journal of Applied Physics*, 39(8):3597, 1968.
- [24] Tim Freegarde, Julian Coutts, Jochen Walz, Dietrich Leibfried, and T. W. Hänsch. General analysis of type I second-harmonic generation with elliptical Gaussian beams. *Journal of the Optical Society of America B*, 14(8):2010, August 1997.
- [25] D.A. Roberts. Simplified characterization of uniaxial and biaxial nonlinear optical crystals: a plea for standardization of nomenclature and conventions. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 28(10):2057–2074, 1992.
- [26] David N. Dmitriev, Valentin G., Gurzadyan, Gagik G., Nikogosyan. *Handbook of Nonlinear Optical Crystals*. Springer Verlag, springer s edition, 1991.

- [27] Wolfgang von Sellmeier. *Analen der Physik und Chemie*. Verlag von Johann Ambrosius Barth, Berlin, 1871.
- [28] E Hecht. *Optics*. Addison-Wesley, 2002.
- [29] Shai Emanueli and Ady Arie. Temperature-dependent dispersion equations for KTiOPO₄ and KTiOAsO₄. *Applied optics*, 42(33):6661–5, November 2003.
- [30] W. L. Bond. Measurement of the Refractive Indices of Several Crystals. *Journal of Applied Physics*, 36(5):1674, 1965.
- [31] Dirk Poelman and Philippe Frederic Smet. Methods for the determination of the optical constants of thin films from single transmission measurements: a critical review. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 36(15):1850–1857, August 2003.
- [32] J. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. Pershan. Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric. *Physical Review*, 127(6):1918–1939, September 1962.
- [33] J. D. McMullen. Optical parametric interactions in isotropic materials using a phase-corrected stack of nonlinear dielectric plates. *Journal of Applied Physics*, 46(7):3076, 1975.
- [34] Roy Glauber. The Quantum Theory of Optical Coherence. *Physical Review*, 130(6):2529–2539, June 1963.
- [35] G. MAGYAR and L. MANDEL. Interference Fringes Produced by Superposition of Two Independent Maser Light Beams. *Nature*, 198(4877):255–256, April 1963.
- [36] Thomas Legero. *Zeitaufgelöste Zwei-Photonen-Interferenz*. PhD thesis, Technische Universität München und Max-Planck-Institut für Quantenoptik, 2005.
- [37] T. Legero, T. Wilk, a. Kuhn, and G. Rempe. Time-resolved two-photon quantum interference. *Applied Physics B: Lasers and Optics*, 77(8):797–802, December 2003.
- [38] Richard Campos, Bahaa Saleh, and Malvin Teich. Quantum-mechanical lossless beam splitter: SU(2) symmetry and photon statistics. *Physical Review A*, 40(3):1371–1384, August 1989.
- [39] P Grangier, G Roger, and A Aspect. Experimental Evidence for a Photon Anti-correlation Effect on a Beam Splitter: A New Light on Single-Photon Interferences. *Europhysics Letters (EPL)*, 1(4):173–179, February 1986.
- [40] K J Blow, Rodney Loudon, and Simon J D Phoenix. Continuum fields in quantum optics. *Physical Review A*, 42(7):4102–4114, October 1990.

- [41] R Hanbury Brown and R Q Twiss. LXXIV. A new type of interferometer for use in radio astronomy. *Philosophical Magazine Series 7*, 45(366):663–682, 1954.
- [42] B. Morgan and L Mandel. Measurement of Photon Bunching in a Thermal Light Beam. *Physical Review Letters*, 16(22):1012–1015, May 1966.
- [43] R. HANBURY BROWN and R. Q. TWISS. Correlation between Photons in two Coherent Beams of Light. *Nature*, 177(4497):27–29, January 1956.
- [44] H. Kimble, M. Dagenais, and L. Mandel. Photon Antibunching in Resonance Fluorescence. *Physical Review Letters*, 39(11):691–695, September 1977.
- [45] L Mandel. Quantum effects in one-photon and two-photon interference. *Reviews of Modern Physics*, 71(2):S274–S282, March 1999.
- [46] Lei Chen, Chuan-Feng Li, Ming Gong, Fang-Wen Sun, and Guang-Can Guo. A new analysis of multi-photon interference. *EPL (Europhysics Letters)*, 85(1):14001, January 2009.
- [47] John H Marquardt. Grating-tuned semiconductor MOPA lasers for precision spectroscopy. In *Proceedings of SPIE*, volume 2834, pages 34–40. SPIE, 1996.
- [48] H Wenzel, B Sumpf, and G Erbert. High-brightness diode lasers. *Comptes Rendus Physique*, 4(6):649–661, July 2003.
- [49] R. V. Khokhlov. Wave propagation in nonlinear dispersive lines. *Radiotekh. Elektron.*, 6:1116, 1961.
- [50] Lars Koch. *Doppelresonanter Optisch Parametrischer Oszillator zur Erzeugung schmalbandiger Einzelphotonen*. Dipl. arbeit, Humboldt-Universität zu Berlin, 2009.
- [51] J BAUMERT, P GUNTER, and H MELCHIOR. High efficiency second-harmonic generation in KNbO₃ crystals. *Optics Communications*, 48(3):215–220, December 1983.
- [52] Beat Zysset, Ivan Biaggio, and Peter Günter. Refractive indices of orthorhombic KNbO₃ I Dispersion and temperature dependence. *Journal of the Optical Society of America B*, 9(3):380, March 1992.
- [53] B V Bokut. Optical mixing by biaxial crystals. *Journal of Applied Spectroscopy*, 7(4):425–429, October 1967.
- [54] Ivan Biaggio, P Kerkoc, L.-S. Wu*, Peter Günter, and Beat Zysset. Refractive indices of orthorhombic KNbO₃ II Phase-matching configurations for nonlinear-optical interactions. *Journal of the Optical Society of America B*, 9(4):507, April 1992.

- [55] Y.F. Chen and Y.C. Chen. Analytical functions for the optimization of second-harmonic generation and parametric generation by focused Gaussian beams. *Applied Physics B*, 76(6):645–647, June 2003.
- [56] A Steinbach, M. Rauner, F.C. Cruz, and J.C. Bergquist. CW second harmonic generation with elliptical Gaussian beams. *Optics Communications*, 123(1-3):207–214, January 1996.
- [57] T.W. Hansch and B Couillaud. Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity. *Optics Communications*, 35(3):441–444, December 1980.
- [58] R W P Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Applied Physics B Photophysics and Laser Chemistry*, 31(2):97–105, June 1983.
- [59] Kiyoshi Kato and Eiko Takaoka. Sellmeier and Thermo-Optic Dispersion Formulas for KTP. *Applied Optics*, 41(24):5040, August 2002.
- [60] R.C. Eckardt, H. Masuda, Y.X. Fan, and R.L. Byer. Absolute and relative nonlinear optical coefficients of KDP, KD*P, BaB₂O₄, LiIO₃, MgO:LiNbO₃, and KTP measured by phase-matched second-harmonic generation. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 26(5):922–933, May 1990.
- [61] D J Armstrong, W J Alford, T D Raymond, and a V Smith. Absolute measurement of the effective nonlinearities of KTP and BBO crystals by optical parametric amplification. *Applied Optics*, 35(12):2032, April 1996.
- [62] E C Cheung, Karl Koch, Gerald T Moore, and J M Liu. Measurements of second-order nonlinear optical coefficients from the spectral brightness of parametric fluorescence. *Optics Letters*, 19(3):168, February 1994.
- [63] David Burnham and Donald Weinberg. Observation of Simultaneity in Parametric Production of Optical Photon Pairs. *Physical Review Letters*, 25(2):84–87, July 1970.
- [64] Y. Lu and Z. Ou. Optical parametric oscillator far below threshold: Experiment versus theory. *Physical Review A*, 62(3):1–11, August 2000.
- [65] M. Scholz, F. Wolfgramm, U. Herzog, and O. Benson. Narrow-band single photons from a single-resonant optical parametric oscillator far below threshold. *Applied Physics Letters*, 91(19):191104, 2007.
- [66] M. Scholz, L. Koch, R. Ullmann, and O. Benson. Single-mode operation of a high-brightness narrow-band single-photon source. *Applied Physics Letters*, 94(20):201105, 2009.

- [67] Matthias Scholz, Lars Koch, and Oliver Benson. Statistics of Narrow-Band Single Photons for Quantum Memories Generated by Ultrabright Cavity-Enhanced Parametric Down-Conversion. *Physical Review Letters*, 102(6):1–4, February 2009.
- [68] David Höckel, Lars Koch, and Oliver Benson. Direct measurement of heralded single-photon statistics from a parametric down-conversion source. *Physical Review A*, 83(1):1–5, January 2011.
- [69] Ulrike Herzog, Matthias Scholz, and Oliver Benson. Theory of biphoton generation in a single-resonant optical parametric oscillator far below threshold. *Physical Review A*, 77(2):1–8, February 2008.
- [70] Christian Kurtsiefer, Patrick Zarda, Sonja Mayer, and Harald Weinfurter. The breakdown flash of Silicon Avalanche Photodiodes – backdoor for eavesdropper attacks ? pages 1–9, 2008.
- [71] a Tosi, F Acerbi, a Dalla Mora, M a Itzler, and X Jiang. Active Area Uniformity of InGaAs/InP Single-Photon Avalanche Diodes. *IEEE Photonics Journal*, 3(1):31–41, February 2011.
- [72] Marian O. Scully, Berthold-Georg Englert, and Herbert Walther. Quantum optical tests of complementarity. *Nature*, 351(6322):111–116, May 1991.
- [73] Tb Pittman, Dv Strekalov, A Migdall, Mh Rubin, Av Sergienko, and Yh Shih. Can Two-Photon Interference be Considered the Interference of Two Photons? *Physical Review Letters*, 77(10):1917–1920, September 1996.
- [74] M. Żukowski, A. Zeilinger, M. Horne, and A. Ekert. “Event-ready-detectors” Bell experiment via entanglement swapping. *Physical Review Letters*, 71(26):4287–4290, December 1993.
- [75] David Höckel, Eugen Martin, and Oliver Benson. Note: An ultranarrow bandpass filter system for single-photon experiments in quantum optics. *The Review of scientific instruments*, 81(2):026108, February 2010.
- [76] Zhen-Sheng Yuan, Yu-Ao Chen, Bo Zhao, Shuai Chen, Jörg Schmiedmayer, and Jian-Wei Pan. Experimental demonstration of a BDCZ quantum repeater node. *Nature*, 454(7208):1098–101, August 2008.
- [77] Nicolas Sangouard, Christoph Simon, Hugues de Riedmatten, and Nicolas Gisin. Quantum repeaters based on atomic ensembles and linear optics. *Review of Modern Physics*, 83(1):33–80, March 2011.
- [78] Nicolas Gisin, Stefano Pironio, and Nicolas Sangouard. Proposal for Implementing Device-Independent Quantum Key Distribution Based on a Heralded Qubit Amplifier. *Physical Review Letters*, 105(7):1–4, August 2010.

- [79] Glenn S. Solomon, Edward B. Flagg, Sergey V. Polyakov, Tim Thomay, and Andreas Muller. Manipulating single photons from disparate quantum sources to be indistinguishable [Invited]. *Journal of the Optical Society of America B*, 29(3):319, February 2012.
- [80] Robert C. Miller. Optical Second Harmonic Generation in Piezoelectric Crystals. *Applied Physics Letters*, 5(1):17, 1964.

Danksagung

Hiermit möchte ich mich bei allen Beteiligten bedanken, die zum Gelingen dieser Diplomarbeit beigetragen haben:

- Prof. Benson, der in seinen Vorlesung meine Begeisterung für die Quantenoptik weckte und es mir ermöglicht hat, in seiner Arbeitsgruppe mit vielfältiger Unterstützung an interessanten Experimenten zu forschen.
- Prof. Peters, der sich bereit erklärte, dieser Arbeit als Zweitgutachter zur Verfügung zu stehen.
- insbesondere Andreas Ahlrichs, der mir bei der Durchführung und Beurteilung der Arbeiten mit seinem Wissen und seiner Hilfsbereitschaft immer zu Seite stand.
- meinem Betreuer Lars Koch, der es mir ermöglichte, an seinem Projekt teilzuhaben.
- den Mitgliedern der Arbeitsgruppen NANO, QOM und AMO, für die angenehme Arbeitsatmosphäre.

Besonderer Dank geht an meine Mutter und meinen Vater, die mir immer die Freiheit gaben, selber zu entscheiden, die mich auf meinen Wegen immer unterstützten und mir als Eltern immer zur Stärke verhalfen, die Studien sorgenfrei durchzuführen.

Vielen Dank

Selbständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, diese Arbeit selbstständig und nur mit den angegebenen Quellen angefertigt zu haben.

Berlin, den 09. März 2012