# Inhaltsverzeichnis

# 1 Zwei-Zustands-Theorie

Im Falle geringer Rauschintensitäten nehmen die Übergänge zwischen Burst- und Ruhezustand deutlich weniger Zeit ein als die Verweildauer in dem jeweiligen Zustand. Deshalb bietet es sich an, das Modell in diesem Regime mit einer Zwei-Zustands-Theorie zu beschreiben.
Für die Übergangsraten wird angenommen, dass sie einer Arrhenius-Gleichung genügen:

$$r_\pm = r_{0,\pm}\mathrm{e}^{-\frac{\Delta U_\pm}{D}}$$

wobei $r_-$ die Übergangsrate vom ruhendem zum burstenden Zustand bezeichnet, und $r_+$ die Rate für den anderen Übergang. $\Delta U_\pm$ ist dabei die jeweilige Potentialbarriere, und $D$ die Rauschintensität. Der Diffusionskoeffizient lässt sich aus der Feuerrate $v_0$ im burstenden Zustand und den Übergangsraten berechnen:

$$D_{\text{eff}} = \frac{v_0^2 r_+ r_-}{(r_+ + r_-)^3}$$

Zunächst gilt es herauszufinden, wo sich die Kurven der Diffusionskoeffizienten schneiden, sie also unabhängig von der Rauschintensität werden. Es ist

$$\begin{aligned}
D_{\text{eff}} &= \frac{v_0^2 r_{0,+} r_{0,-}\mathrm{e}^{-\frac{\Delta U_+ + \Delta U_-}{D}}}{\left(r_{0,+}\mathrm{e}^{\frac{-\Delta U_+}{D}} + r_{0,-}\mathrm{e}^{\frac{-\Delta U_-}{D}}\right)^3} \\
&= \frac{v_0^2 r_{0,+} r_{0,-}}{\left(r_{0,+}\mathrm{e}^{-\frac{3\Delta U_+ - \Delta U_+ - \Delta U_-}{3D}} + r_{0,-}\mathrm{e}^{-\frac{3\Delta U_- - \Delta U_+ - \Delta U_-}{3D}}\right)^3} \\
&= \frac{v_0^2 r_{0,+} r_{0,-}}{\left(r_{0,+}\mathrm{e}^{-\frac{2\Delta U_+ - \Delta U_-}{3D}} + r_{0,-}\mathrm{e}^{-\frac{2\Delta U_- - \Delta U_+}{3D}}\right)^3}
\end{aligned}$$

Im Grenzfall $D \to 0, \Delta U_+ > U_-$ führt dies auf:

$$D_{\text{eff}} = \frac{v_0^2 r_{0,+}}{r_{0,-}^2}\mathrm{e}^{-\frac{\Delta U_+ - 2\Delta U_-}{D}}$$

Unter der Annahme, dass sich die Vorfaktoren langsam im Vergleich zu der e-Funktion verändern, ergibt sich daraus folgende Bedingung:

$$\Delta U_+ = 2\Delta U_-$$

Aufgrund der Symmetrie des Problems liefert der andere Fall $D \to 0, \Delta U_+ < U_-$:

$$\Delta U_- = 2\Delta U_+$$

In beiden Fällen ist die eine Potentialbarriere genau doppelt so hoch wie die andere. Als nächstes ist zu untersuchen, ob der Fano-Faktor ein ähnliches Verhalten aufweist. Dieser ergibt sich aus dem Quotienten von Diffusionskoeffizient und mittlerer Feuerrate $< v >$:

$$F = \frac{2D_{\text{eff}}}{< v >}$$

Wenn man berücksichtigt, dass die Feuerrate im Ruhezustand null ist, lässt sich der Mittelwert mit folgender Formel ermitteln:

$$< v >= v_0 \frac{r_-}{r_+ + r_-}$$

Damit ist

$$F = \frac{2v_0 r_+}{(r_+ + r_-)^2} = \frac{2v_0 r_{0,+} \mathrm{e}^{\frac{-\Delta U_+}{D}}}{\left(r_{0,+} \mathrm{e}^{\frac{-\Delta U_+}{D}} + r_{0,-} \mathrm{e}^{-\frac{\Delta U_-}{D}}\right)^2}$$

Im Grenzfall $D \ll 1$ gibt es erneut zwei Lösungen. Für $\Delta U_+ > \Delta U_-$:

$$F = \frac{2v_0 r_{0,+}}{r_{0,-}^2} \mathrm{e}^{-\frac{\Delta U_+ - 2\Delta U_-}{D}} \rightarrow \Delta U_+ = 2\Delta U_-$$

sowie für $\Delta U_+ < \Delta U_-$:

$$F = \frac{2v_0}{r_{0,+}} \mathrm{e}^{-\frac{\Delta U_+ - 2\Delta U_+}{D}} \rightarrow \Delta U_+ = 0$$

Der rechte Schnittpunkt verschiebt sich also nicht, während für den zweiten Schnittpunkt die eine Potentialbarriere exakt verschwinden muss.