

时间复杂度计算

►时间复杂度：

- 算法中所有语句的频度之和记作 $T(n)$;
- 时间复杂度主要分析 $T(n)$ 的数量级;
- 通常采用算法中基本运算的频度 $f(n)$ 来分析算法的时间复杂度;
- $T(n)=O(f(n))$;

►三部曲：

- 找出算法最重要的操作，即所谓的“基本操作”，它们对总运行时间的贡献最大。
- 分析并计算基本操作的运行次数。
- 去掉运行次数的常系数，并且保留次数最高的含 n 项，剩下的即是该算法的时间复杂度。

►循环累加型：

① $x=0$;

$\text{while}(n \geq (x+1)*(x+1)) \quad x=x+1$;

解：设循环次数为 t ，则

t	0	1	2	3	4	...	t
x	0	1	2	3	4	...	t

所以有 $(t+1)^2 > n$, $t+1 = \sqrt{n}$, 所以时间复杂度为 $O(\sqrt{n})$

② $\text{void aFunc}(\text{int } n) \{$

$\text{for}(\text{int } i = 0; i < n; i++) \{$

$\text{for}(\text{int } j = i; j < n; j++) \{$

```

        printf("Hello World\n");
    }
}
}

```

解：当 $i = 0$ 时，内循环执行 n 次运算，当 $i = 1$ 时，内循环执行 $n - 1$ 次运算……

当 $i = n - 1$ 时，内循环执行 1 次运算。

所以，执行次数 $T(n) = n + (n - 1) + (n - 2) + \dots + 1 = n(n + 1) / 2 = n^2 / 2 + n / 2$ 。

根据上文说的三部曲，可以知道，此时时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

③ `int m=0, i, j;`

```

    for (i=1; i<=n; i++)
        for (j=1; j<=2*i; j++)
            m++;

```

解析：当 $i=1$ 时，内循环执行 2 次运算；当 $i=2$ 时，内循环执行 4 次运算；…；

当 $i=n$ 时，内循环执行 $2n$ 次运算。

所以执行次数 $T(n) = 2 + 4 + \dots + 2n = 2 * (1 + 2 + 3 + \dots + n) = (n+1) * n$ ，即时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

递归型

求解递归函数时间复杂度的关键在于——①找关系 ②初始条件(递归出口)

例： `int func (int n){ //n>=0`

```

    if(n<=1) return 1;

```

```

    return n*func(n-1);

```

解：设执行时间为 $T(n)$ 。当 $n=0$ 或 1 时，时间复杂度为 $O(1)$ ，即 $T(0)=T(1)=O(1)$ ；

当 $n>1$ 时， $T(n)=O(1)+T(n-1)$ ——在运行过程中分为两个部分，一个是*，一个是子函数的递归，因此时间叠加起来。这里的 n 与执行时间并没有关系，切勿加进去。

$$T(n) = \begin{cases} O(1) & n \leq 1 \\ O(1) + T(n-1) & n > 1 \end{cases}$$

所以 $T(n)=O(1)+T(n-1)=2O(1)+T(n-2)=3O(1)+T(n-3)=\dots=(n-1)O(1)+T(1)=O(n)$

所以时间复杂度为 $O(n)$