

长安教育暑假班中期考试

数学试卷-平面向量部分

本试卷共 2 页，150 分。考试时长 120 分钟。测试分三个部分：填空、计算和证明。计算题仅给出最后结果不给分。

一、 填空题：本题共。。。。

1. 设 P 是线段 P_1P_2 上的一点，点 P_1 、 P_2 的坐标分别是 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 。
(I) 当 P 是线段 P_1P_2 的中点时， P 的坐标是_____；
(II) 当 P 是线段 P_1P_2 的一个三等分点时，点 P 的坐标是_____；
(III) 当 $\overrightarrow{P_1P} = \lambda \overrightarrow{P_1P_2} (\lambda \neq -1)$ 时，点 P 的坐标是_____。
2. 已知 $\mathbf{a} = (4, 2)$ ，与 \mathbf{a} 垂直的单位向量的坐标为_____。
3. 已知 $A(2, 3)$ 、 $B(4, -3)$ ，点 P 在线段 AB 的延长线上，且 $|\overrightarrow{AP}| = \frac{3}{2} |\overrightarrow{PB}|$ ，点 P 的坐标为_____。

二、 计算题：本题共 80 分。

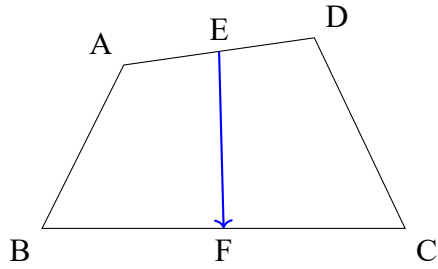
4. 选择题
5. 选择题

三、 证明题：本题共 10 小题，70 分。

6. (10 分) 根据平面向量运算的定义，证明：对于向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 和实数 λ ，有

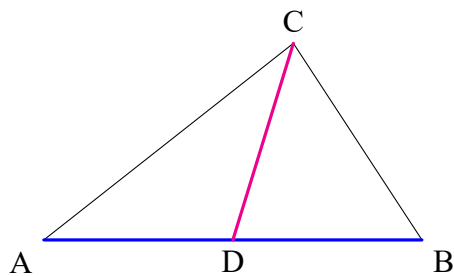
$$\begin{cases} (1) & \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}, \\ (2) & (\lambda \mathbf{a}) \cdot \mathbf{b} = \lambda(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot (\lambda \mathbf{b}), \\ (3) & (\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}. \end{cases}$$

7. 如图, 在任意四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别为 AD, BC 的中点, 求证: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{EF}$.



(第 15 题)

8. 如图, CD 是 $\triangle ABC$ 的中线; 且 $CD = \frac{1}{2}AB$ 。用向量方法证明 $\triangle ABC$ 是直角三角形。



(图 6.3-5)

9. 用向量方法证明两角差的余弦公式

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta.$$

10. 用向量方法证明: 对于任意的 $a, b, c, d \in \mathbf{R}$, 恒有不等式

$$(ac + bd)^2 \leq (a^2 + b^2)(c^2 + d^2).$$