

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES Centro de Formación Continua



DATOS GENERALES

Nombre del participante	Murillo Pérez Ricardo Yadel
Asignatura	Cálculo Diferencial e Integral I
Año o semestre en que imparte	2024-1
Horas clase a la semana	4
Unidad	Unidad 1: Procesos infinitos y la noción de límite
Aprendizajes	Utiliza las representaciones gráfica, tabular o algebráica de un proceso inifinito para analizar su comportamiento en cuanto a: cómo cambia la variable, qué comportamiento sigue, cuáles son los valores siguientes, y a la larga cómo son estos.
Problemática que se abordará a través del problema.	El desarrollo de las enfermedades es un asunto de importancia capital para los gobiernos de todo el mundo. Entender la dispersión y comportamiento de una enfermedad nos permite ser previsores y tomar decisiones estratégicas para afrontar cuestiones de salud pública. En los años recientes, el mundo entero se conmocionó ante la aparición del COVID-19. Para afrontar y entender el desarrollo de la pandemia se recurrió a los modelos matemáticos para predecir su comportamiento. Uno de los modelos matemáticos más sencillos para predecir el desarrollo de una enfermedad los encontramos en el modelo SIR. Las siglas SIR hacen referencia a los tres grandes grupos en los que se divide







la población para desarrollar el modelo. Estos grupos son:

- S(t): Número de individuos susceptibles de enfermarse en el tiempo t
- I(t): Número de individuos infectados en el tiempo t
- R(t): Número de individuos removidos de las categorías S e I.

El modelo SIR, a pesar de su sencillez, tiene gran potencial predictivo y es eficaz en la descripción de la dinámica de la dispersión en enfermedades infecciosas. Debido a su sencillez, resulta altamente atractivo como recurso educativo.

El modelo SIR consiste de un sistema de tres ecuaciones diferenciales no lineal donde las primeras dos están acopladas.

$$S' = -\beta SI$$

$$I' = \beta SI - \gamma I$$

$$R' = -\gamma I$$

Para resolver el sistema se echa mano de los métodos numéricos de soluciones de ecuaciones diferenciales. Utilizando el método "Forward Euler" podemos construir el siguiente sistema de ecuaciones en diferencias.

$$S^{n+1} = -\beta h S^n I^n + S^n$$
$$I^{n+1} = \beta h S^n I^n - \gamma h I^n + I^n$$
$$R^{n+1} = \gamma h I^n + R^n$$

Las ecuaciones en diferencias resultantes son un caso particular de sucesiones recursivas. Debido a que las sucesiones son objetos matemáticos que se trabajan en la primera Unidad de Cálculo Diferencial e Integral I, podemos llevar este modelo al aula.

Justificación.

(porque considera que el programa en python o Julia puede apoyar al alumno a entender o lograr el aprendizaje) La gran cantidad de operaciones que se deben realizar vuelve prácticamente imposible encontrar las soluciones del sistema de ecuaciones en diferencias a mano. Los lenguajes de programación como Python y Julia nos permiten manipular grandes cantidades de datos numéricos y realizar una gran cantidad de operaciones en segundos, permitiendo que nos concentremos en el análisis directo de los resultados.

Para construir las soluciones del modelo SIR con base en el sistema de ecuaciones en diferencias resultante al implementar el método "Forward Euler" se deben resolver una serie de problemas asociados.







En primer lugar, necesitamos determinar las constantes β y γ . Para determinar las constantes es necesario recurrir a los datos reales que se recopilaron durante la pandemia. Las constantes β y γ dependen del tipo de enfermedad con la que se trabaje. Sin embargo, debido a las medidas que se implementaron para atenuar los efectos en la población del COVID-19, se espera que los valores de β y γ cambien en cada etapa que se desee analizar.

Un segundo problema consiste en decidir el punto de partida o las "condiciones iniciales" que se deben utilizar. También se debe decidir un "tamaño de salto h adecuado". Una vez teniendo en cuenta las condiciones iniciales y las constantes a utilizar en el modelo, se debe implementar en la computadora un bucle con el número de iteraciones necesarias para construir una aproximación adecuada a la solución. La información obtenida nos debe permitir realizar una gráfica para analizar los resultados.

Para determinar las contantes β y γ se necesita tener acceso a los datos del COVID-19. Los datos del COVID-19 son datos abiertos y se pueden consultar en internet. Una vez teniendo los datos se podría calcular las constantes para un tiempo de partida que se desee analizar o se podría construir una función que actualice los valores de las constantes para cada etapa.

Las condiciones iniciales se deben tomar al inicio de un "pico de contagio". Las predicciones importantes durante la pandemia fueron para identificar y medir la magnitud de los picos de contagio para construir estrategias para atenuar su crecimiento.

El tamaño de salto se debe tomar como una unidad de medida del tiempo, dependiendo de la unidad temporal que se decida analizar. Finalmente, para implementar la simulación se necesita construir un bucle con una instrucción "while" o "for" para iterar y obtener una cantidad de resultados adecuada.

$$S[n+1] = S[n] - h*beta*S[n]*I[n]$$

 $I[n+1] = I[n] + h*beta*S[n]*I[n] - h*gamma*I[n]$
 $R[n+1] = R[n] + h*gamma*I[n]$

Los resultados se almacenarán en listas y finalmente se graficarán.

Producto esperado

(Después de haber explicado, haber realizado alguna actividad guiada y/o

El producto esperado al término de las actividades que se realicen a lo largo de la secuencia son,

- Libreta notebook de jupiter
- Respuesta de preguntas guiadas enfocadas a la reflexión,





dejar una actividad				
extraclase, ¿Qué evidencia				
tiene que entregar para ser				
evaluada?				

comprensión y actitud crítica del fenómeno analizado.

Reflexión crítica

Recursos materiales /Herramientas TIC

- Computadora o laptop,
- Software: simuladores, IDE (Entorno de desarrollo integrado) www.replit.com,
- Conexión a internet,
- Plataforma educativa: Moodle, Teams, Classroom, etc)
- Videoproyector,
- Pizarrón,
- Plumigis
- Película o video
- Lista de cotejo para evaluar el desarrollo del proyecto, a manera de cronograma, para apoyar en el seguimiento del mismo.

Tiempos de realización.

Dos sesiones de 2 horas cada una

Secuencia didáctica



Presentación del problema a resolver

El desarrollo de las enfermedades es un asunto de importancia capital para los gobiernos de todo el mundo. Entender la dispersión y comportamiento de una enfermedad nos permite ser previsores y tomar decisiones estratégicas para afrontar cuestiones de salud pública. En los años recientes, el mundo entero se conmocionó ante la aparición del COVID-19. Para afrontar y entender el desarrollo de la pandemia se recurrió a los modelos matemáticos para predecir su comportamiento. Frente a esta realidad podemos plantearnos diversas cuestiones.

- 1. ¿Cómo funcionan los modelos matemáticos de predicción de enfermedades infecciosas?
- 2. ¿Qué tan confiable es la predicción que arrojan los modelos matemáticos de





Secuencia didáctica

predicción de enfermedades infecciosas?

3. ¿Cómo podríamos medir la efectividad de las medidas adoptadas por el gobierno para contrarrestar la dispersión del COVID-19?



Inicio de la Sesión

La parte inicial de la sesión se enfoca en la comprensión del planteamiento del problema y de los términos involucrados. Para el desarrollo de la parte inicial se propone una investigación por parte de los alumnos para responder las siguientes preguntas. Esta etapa se desarrollará de manera individual.

- 1. ¿Qué es un modelo matemático?
- 2. Investiga cuál es el modelo matemático que desarrollaron los matemáticos mexicanos para entender y predecir el comportamiento del COVID-19 en México.
- 3. ¿Qué es un modelo SIR?
- 4. ¿Qué significan las siglas S, I y R? Explica con tus palabras su interrelación.



Desarrollo de la sesión

Las actividades propuestas en el desarrollo se espera que sean desarrolladas en equipos cooperativos y colaborativos de 4 personas.

Actividad 1: Modelo SIR

Instrucciones: Considera el sistema de sucesiones que define el modelo SIR y calcula lo que se te pide.

El modelo SIR se puede entender como el siguiente sistema de sucesiones.

$$S_{n+1} = -\beta h S_n I_n + S_n$$

$$I_{n+1} = \beta h S_n I_n - \gamma h I_n$$

$$R_{n+1} = \gamma h I_n + R_n$$

Suponga que



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES Centro de Engración

Secuencia didáctica

 $S_0 = 50$

 $I_0 = 1$

 $R_0 = 0$

A este primer término de la sucesión se le conoce como "condición inicial".

- Con tus palabras explica e interpreta la información que está contenida en las condiciones iniciales.
- 2. ¿Cuántos individuos hay en una población donde se den dichas condiciones iniciales?

Vamos a tomar como parámetros los siguientes valores.

 $\beta = 0.0013$

 $\gamma = 0.0083$

Estos parámetros son hipotéticos, sólo los usaremos para entender como funcionan las ecuaciones.

- 1. Calcula los primeros 5 términos de las sucesiones, es decir, calcula $S_1, S_2, \dots, S_5, I_1, I_2, \dots, I_5, R_1, R_2, \dots, R_5$.
- 2. Grafica los puntos correspondientes indicando con un color distinto los valores de S, I y R.

Actividad 2: Analizando los datos de la pandemia

En esta actividad vamos a trabajar en un notebook de jupyter de manera guiada con el profesor.

Instrucciones:

1. Siguiendo las instrucciones del profesor, entramos a la página de datos abiertos sobre el covid

https://datos.covid-19.conacyt.mx/

Vamos a descargas y damos click en "catálogo CSV". Descargamos el archivo CSV y lo colocamos en la carpeta donde vayamos a desarrollar nuestro programa.

- 2. Abre un notebook de jupyter y desarrolla las siguientes instrucciones para explorar los datos contenidos en el archivo CSV. (Anexo 1)
- 3. Responde las siguientes preguntas,
 - 1. ¿Entre que fechas se registró un mayor número de contagios?
 - 2. ¿Qué significan los "picos" en la gráfica?
 - 3. ¿A qué crees que se deba que haya "picos" en la gráfica?



Secuencia didáctica

4. ¿Por qué crees que era importante mantener un constante monitoreo en el número de contagios registrados?

Actividad 3: Predicción del número de contagios

En esta actividad vamos a trabajar en un notebook de jupyter de manera guiada con el profesor.

Instrucciones:

- 1. Responde las siguientes preguntas.
 - 1. ¿Qué es una "Ola" de contagio?
 - 2. ¿Cuántas Olas de contagio se registraron durante la pandemia?
 - 3. Investiga las fechas en que se considera que hubo una ola de contagio.
- 2. Para tener una idea de la magnitud de los efectos de las restricciones por parte del gobierno en el número de contagios registrados durante la pandemia, vamos a contrastar las predicciones que arroja el modelo SIR sobre el número de contagios reales registrados en la primer ola de contagios. Abre un notebook de jupyter y desarrolla las siguientes instrucciones para explorar los datos contenidos en el archivo CSV. (Anexo 2)
- 3. Responde las siguientes preguntas,
 - 1. ¿Cuál fue el máximo número de contagios predichos con base en el modelo SIR?
 - 2. ¿Cuál fue el máximo número de contagios registrados durante la primer ola de contagio del COVID-19?
 - 3. ¿A qué crees que se deba esta diferencia?



Cierre de la sesión

La etapa de cierre se desarrollará en equipos de 4 personas con la intensión de que se contrasten los diferentes puntos de vista y se genere discusión. Finalmente, los resultados de cada equipo se contrastarán en plenaria con el resto del grupo.

Instrucciones: Redacta una breve reflexión con base en el trabajo realizado tomando como base las preguntas siguientes,

- 1. ¿Cuál es la importancia de los modelos matemáticos?
- 2. ¿En qué sentido el modelo SIR constituye un proceso infinito?
- 3. Argumenta y discute la importancia de tener una representación tabular o algebraica de un proceso infinito. ¿Qué tipo de información nos proporciona?



Secuencia didáctica

4. Argumenta y discute la importancia de tener una representación gráfica de un proceso infinito. ¿Qué tipo de información nos proporciona?



Evaluación

- Rúbrica de evaluación.
- Bitácora COI



Evaluación

Rúbrica de evaluación (Anexo 3)

La rúbrica de evaluación considera el grado de profundidad que el alumno alcanzó en su pensamiento reflexivo en cada una de las etapas de la secuencia didáctica.

Etapa de inicio.

Etapa de desarrollo

Actividad 1: Modelo SIR

Actividad 2: Analizando los datos de la pandemia

Actividad 3: Predicción del número de contagios

Etapa de cierre.

Bitácora COI

Responda las siguientes preguntas.

- 1. ¿Qué aprendí?
- 2. ¿Cómo me sentí?
- 3. ¿Qué cambiaría?



Referencias

- Granville W. (1980) Cálculo diferencial e integral. México: Editorial Limusa.
- Linge S, Langtangen H. (2020) Programming for computations python: a gentle introduction to numerical simulations with python 3.6. Cham: Springer.



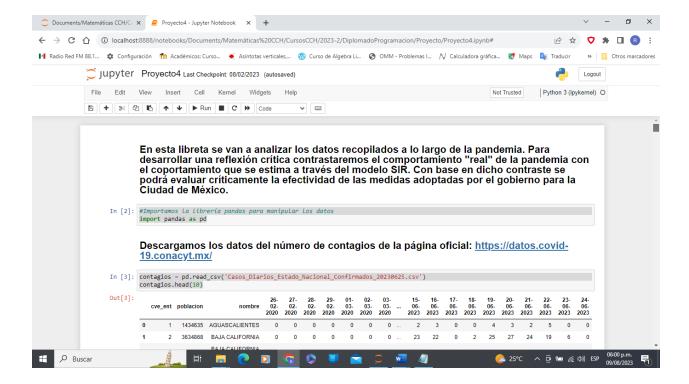




Secuencia didáctica

Stewart J, Clegg D, Watson S. (2021) Cálculo: trascendentes tempranas.
 Ciudad de México: Cengage.

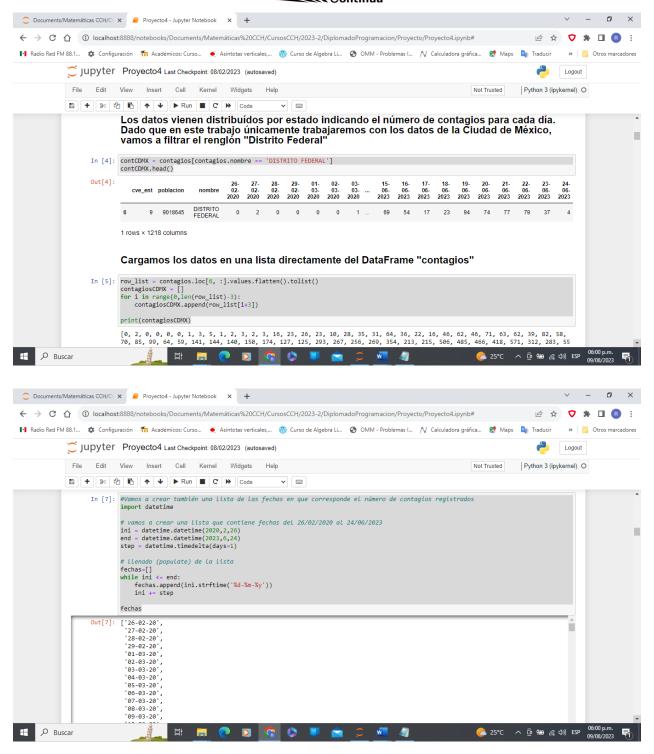
Anexo 1: Código desarrollado para realizar en análisis en la Actividad 2.







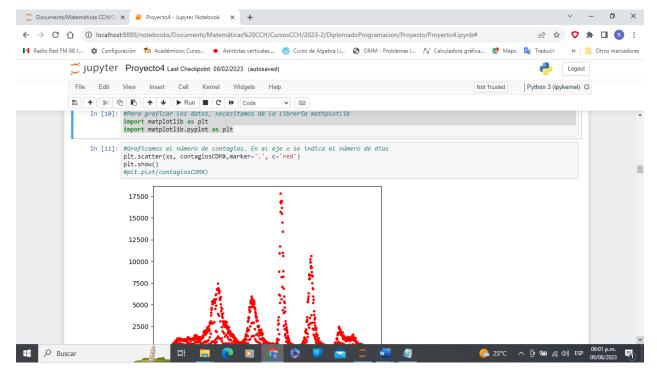




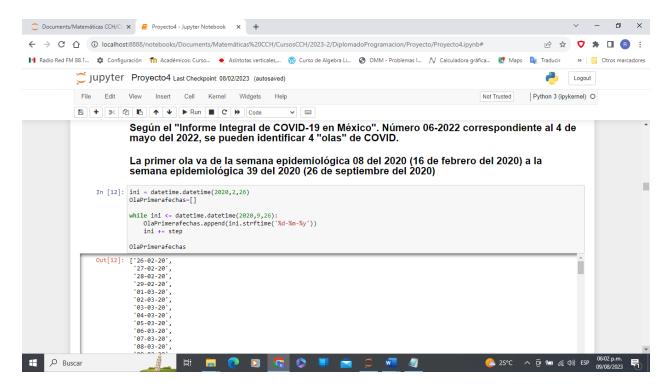








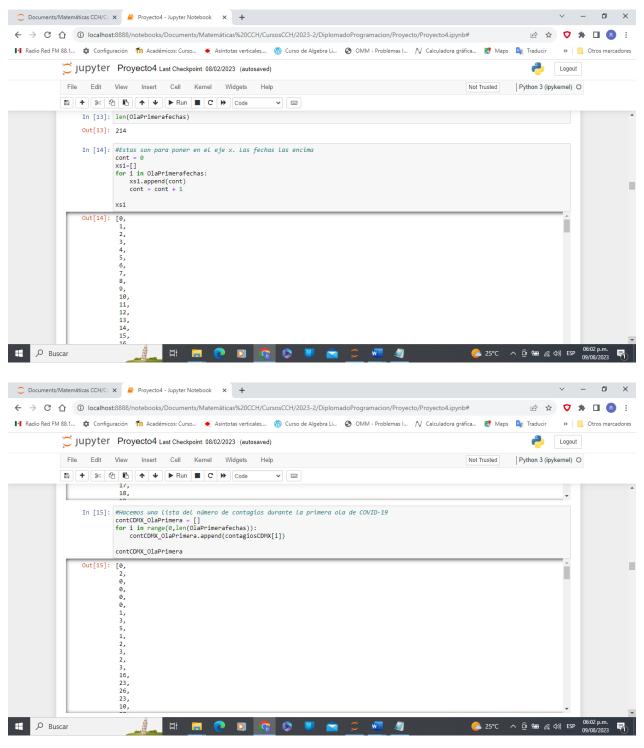
Anexo 2: Código desarrollado para realizar en análisis en la Actividad 3.







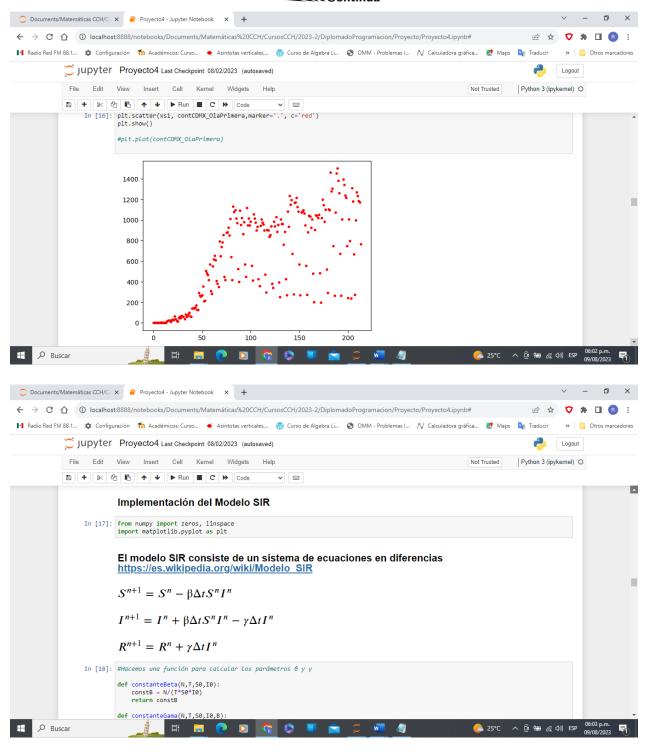








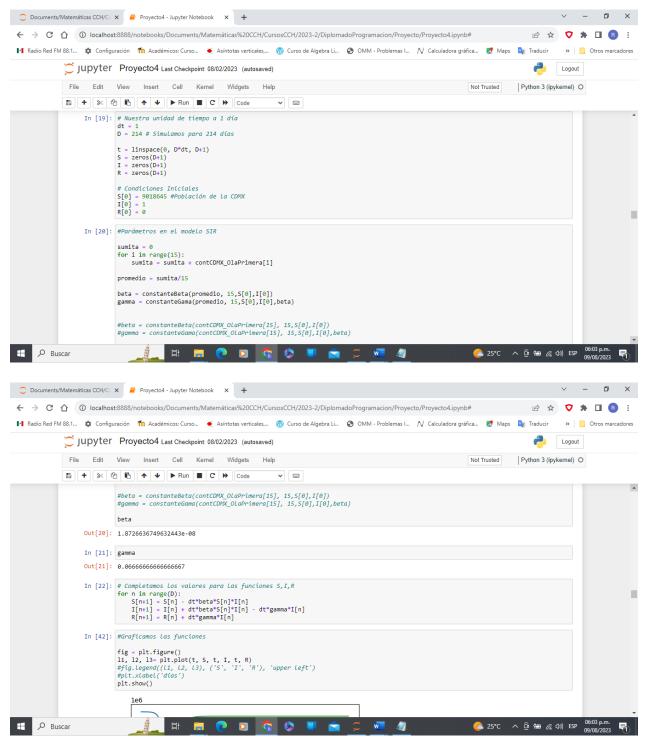












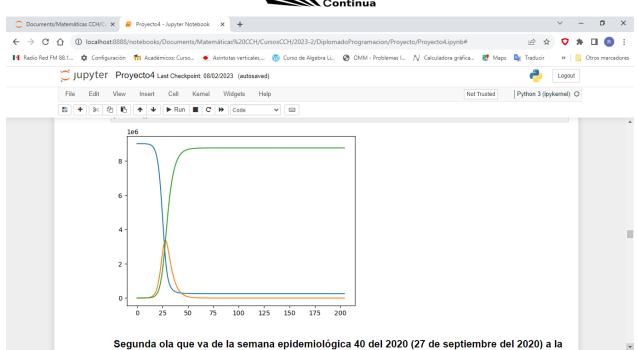


₩ P Buscar

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES Centro de

Formación





Anexo 3: Rúbrica para evaluar la secuencia didáctica.

Productos	Bueno	Regular	Malo
Preguntas de investigación	La investigación cuenta con la profundidad necesaria para entender el contexto del problema (2 puntos)	La investigación es deficiente. Permite entender en contexto del problema pero hay muchos puntos que requieren desarrollo (1 punto)	No desarrollo investigación o la investigación presentada no tiene relación con lo solicitado (0 puntos)
Preguntas correspondientes a la primera actividad (Fase de desarrollo)	Los valores y las respuestas de las cuatro preguntas es correcto. (2 puntos)	Los valores y las respuestas de las cuatro preguntas salvo una es correcto. (1 puntos)	Hay dos o más preguntas incorrectas. (0 puntos)
Preguntas correspondientes a la Segunda actividad (Fase de desarrollo)	Los valores y las respuestas de las cuatro preguntas es correcto. (2 puntos)	Los valores y las respuestas de las cuatro preguntas salvo una es correcto. (1 puntos)	Hay dos o más preguntas incorrectas. (0 puntos)
Preguntas correspondientes a la Tercera actividad (Fase de desarrollo)	Los valores y las respuestas de las tres preguntas es correcto. (2 puntos)	Los valores y las respuestas de las tres preguntas salvo una es correcto. (1 puntos)	Hay dos o más preguntas incorrectas. (0 puntos)



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES Centro de Formación Continua





Reflexión argumentada (Fase de cierre)	La reflexión cuenta con la profundidad necesaria. La redacción es fluida y	La redacción es deficiente. Hay errores en la argumentación y en la redacción.	No presentó reflexión o fue muy pobre. No atacó los puntos de discusión.
	argumentada (2 puntos)	(1 punto)	(0 puntos)