

2021-2022 秋季学期《高等电力网络分析》

第二次课程作业

吕睿可 2021310617

December 12, 2021

1 牛顿-拉夫逊方法求解潮流方程

1.1 牛顿-拉夫逊方法求解潮流方程的基本形式，求解 IEEE 14 节点和 39 节点系统的潮流

所编写的牛顿-拉夫逊（NR）方法求解潮流方程函数见 `myNewtonpf.m`，参数提供节点导纳矩阵 `YBus`，复功率注入矩阵 `Sbus`，初始节点电压（以及 PV 节点的给定电压），节点类型向量 `ref,pv,pq`，输出稳态下各节点复电压。具体求解方法参考教材 (7-21) 式到 (7-30)，采用极坐标形式。程序整体框架参考了内置 `newtonpf` 的架构。其中雅可比矩阵推导如 Figure 1:

主程序见 `main_1.m`。在主程序中，对于 IEEE 14 和 39 节点系统，分别调用内置 `makeYBus`、`makeSbus`、`bustypes` 生成节点导纳矩阵、复功率注入矩阵和节点类型向量，初始电压向量为 `mpc.bus` 中设定值。然后使用 `myNewtonpf` 函数求解潮流，2 次迭代后收敛 ($\text{tol} = 1\text{e-}8$)，所得复电压向量如 Table 1。可以看到解里初始值比较近。

1.2 对比 `runpf` 函数中的 NR 方法 (`newtonpf`)

将所得结果与内置 `runpf('NR')` 结果（用结果构造复电压向量 `V2`）进行比较，发现 IEEE 14 和 39 节点潮流相差分别为：`myNewtonpf` 和 `newtonpf` 的差别： $\text{norm}(V1 - V2, \text{inf})$: $2.2204\text{e-}16/4.5183\text{e-}16$ 。由此验证了所编写程序的正确性。

阅读 `newtonpf.m` 程序。程序主要步骤：

(line: 38-46) 根据参数数量以及选项设置收敛判据、最大迭代次数、线性求解器等参数；

(line: 48-53) 初始化待求量 `V`；

雅可比矩阵

$S = \text{diag}(\dot{V}) \cdot \dot{I}^*$, 其中 $\dot{I} = Y \cdot \dot{V}$, $\text{diag}(\dot{V}) = [\dot{V}_1 \cdots \dot{V}_n]$, 下同。

$S_i = V_i e^{j\theta_i} \cdot Y_{ik}^* [V e^{-j\theta}]$, 其中 $[V e^{-j\theta}] = \dot{V} = [V_1 e^{j\theta_1}, \dots, V_n e^{j\theta_n}]^T$

$\frac{\partial S_i}{\partial \theta_k} = V_i e^{j\theta_i} \cdot Y_{ik}^* \cdot (-j V_k e^{-j\theta_k}) = -j \dot{V}_i \cdot Y_{ik}^* \cdot \dot{V}_k^*$, 其中 $Y = [Y_{11}, \dots, Y_{nn}]^T$, $Y_i = [Y_{i1}, \dots, Y_{in}]^T$

$\frac{\partial S_i}{\partial \theta_i} = j \underbrace{V_i e^{j\theta_i} \cdot Y_{ii}^* (V e^{-j\theta})}_{\dot{V}_i \cdot Y_{ii}^* \cdot \dot{V}_i^*} + \underbrace{(V_i e^{j\theta_i}) \cdot Y_{ii}^* (-j V_i e^{-j\theta_i})}_{-j \dot{V}_i \cdot Y_{ii}^* \cdot \dot{V}_i^*} = j \dot{V}_i \cdot Y_{ii}^* \cdot \dot{V}_i^* - j \dot{V}_i \cdot Y_{ii}^* \cdot \dot{V}_i^* = j \dot{V}_i \cdot (Y_{ii}^* - Y_{ii}^* \cdot \dot{V}_i^* \cdot \dot{V}_i^*)$

因此 $\frac{\partial S}{\partial \theta} = j \cdot \text{diag}(\dot{V}) \cdot [\text{diag}(I^*) - Y^* \cdot \text{diag}(\dot{V}^*)]$
 $= j \cdot \text{diag}(\dot{V}) \cdot [\text{diag}(\dot{I}) - Y^* \cdot \text{diag}(\dot{V})]^*$

对于 $\frac{\partial S_i}{\partial V_k} = V_i e^{j\theta_i} \cdot Y_{ik}^* \cdot e^{-j\theta_k}$ ($i \neq k$)

$\frac{\partial S_i}{\partial V_i} = V_i e^{j\theta_i} \cdot Y_{ii}^* \cdot e^{-j\theta_i} + e^{j\theta_i} \cdot Y_{ii}^* \cdot [V e^{-j\theta}]$

因此 $\frac{\partial S}{\partial V} = \text{diag}(\dot{V}) \cdot Y^* \cdot \text{diag}(e^{j\theta})^* + \text{diag}(e^{j\theta}) \cdot \text{diag}(I^*)$

而 $e^{j\theta_k} = \frac{\dot{V}_k}{V_k}$, 令 $\text{norm}(\dot{V}) = [\frac{\dot{V}_1}{V_1}, \dots, \frac{\dot{V}_n}{V_n}]^T$, 则

$\frac{\partial S}{\partial V} = \text{diag}(\dot{V}) \cdot Y^* \cdot \text{diag}(\text{norm}(\dot{V}))^* + \text{diag}(\text{norm}(\dot{V})) \cdot \text{diag}(I^*)$
 $= \text{diag}(\dot{V}) \cdot [Y \cdot \text{diag}(\text{norm}(\dot{V}))]^* + \text{diag}(I^*) \cdot \text{diag}(\text{norm}(\dot{V}))$

$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \text{real}(S)}{\partial \theta^T} & \frac{\partial \text{real}(S)}{\partial V^T} \\ \frac{\partial \text{img}(S)}{\partial \theta^T} & \frac{\partial \text{img}(S)}{\partial V^T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{real}(\frac{\partial S}{\partial \theta}), \text{real}(\frac{\partial S}{\partial V}) \\ \text{img}(\frac{\partial S}{\partial \theta}), \text{img}(\frac{\partial S}{\partial V}) \end{bmatrix}$
 其中 $\text{real}(\cdot)$, $\text{img}(\cdot)$ 分别表示复数的实部/虚部

Figure 1: 雅可比矩阵推导

Table 1: 复电压向量计算结果

| 初始值 V0 | 计算值 V1 | V1-V0 |
|------------------|------------------|-------------------|
| 1.0600 + 0.0000i | 1.0600 + 0.0000i | 0.0000 + 0.0000i |
| 1.0411 - 0.0907i | 1.0411 - 0.0908i | -0.0000 - 0.0000i |
| 0.9852 - 0.2224i | 0.9852 - 0.2225i | -0.0000 - 0.0001i |
| 1.0025 - 0.1827i | 1.0012 - 0.1822i | -0.0013 + 0.0005i |
| 1.0080 - 0.1557i | 1.0076 - 0.1555i | -0.0005 + 0.0002i |
| 1.0372 - 0.2628i | 1.0372 - 0.2629i | -0.0000 - 0.0000i |
| 1.0332 - 0.2456i | 1.0328 - 0.2453i | -0.0004 + 0.0003i |
| 1.0605 - 0.2519i | 1.0605 - 0.2519i | 0.0000 + 0.0000i |
| 1.0203 - 0.2722i | 1.0202 - 0.2722i | -0.0001 + 0.0000i |
| 1.0147 - 0.2738i | 1.0147 - 0.2737i | -0.0000 + 0.0001i |
| 1.0220 - 0.2698i | 1.0219 - 0.2698i | -0.0001 + 0.0000i |
| 1.0187 - 0.2743i | 1.0189 - 0.2744i | 0.0002 - 0.0001i |
| 1.0135 - 0.2746i | 1.0138 - 0.2746i | 0.0004 - 0.0000i |
| 0.9957 - 0.2863i | 0.9952 - 0.2860i | -0.0004 + 0.0002i |

| Bus Data | | | | | | | Bus Data | | | | | | |
|----------|-----------------|------------|-------------------|----------|-------------|----------|----------|-----------------|------------|-------------------|----------|-------------|----------|
| Bus # | Voltage Mag(pu) | Angle(deg) | Generation P (MW) | Q (MVar) | Load P (MW) | Q (MVar) | Bus # | Voltage Mag(pu) | Angle(deg) | Generation P (MW) | Q (MVar) | Load P (MW) | Q (MVar) |
| 1 | 1.060 | 0.000* | 232.39 | -16.55 | - | - | 1 | 1.060 | 0.002 | 232.40 | -16.55 | - | - |
| 2 | 1.045 | -4.983 | 40.00 | 43.56 | 21.70 | 12.70 | 2 | 1.045 | -4.981 | 40.00 | 43.56 | 21.70 | 12.70 |
| 3 | 1.010 | -12.725 | 0.00 | 25.08 | 94.20 | 19.00 | 3 | 1.010 | -12.724 | 0.00 | 25.08 | 94.20 | 19.00 |
| 4 | 1.018 | -10.313 | - | - | 47.80 | -3.90 | 4 | 1.018 | -10.311 | - | - | 47.80 | -3.90 |
| 5 | 1.020 | -8.774 | - | - | 7.60 | 1.60 | 5 | 1.020 | -8.772 | - | - | 7.60 | 1.60 |
| 6 | 1.070 | -14.221 | 0.00 | 12.73 | 11.20 | 7.50 | 6 | 1.070 | -14.220* | -0.01 | 12.73 | 11.20 | 7.50 |
| 7 | 1.062 | -13.360 | - | - | - | - | 7 | 1.062 | -13.358 | - | - | - | - |
| 8 | 1.090 | -13.360 | 0.00 | 17.62 | - | - | 8 | 1.090 | -13.358 | 0.00 | 17.62 | - | - |
| 9 | 1.056 | -14.939 | - | - | 29.50 | 16.60 | 9 | 1.056 | -14.937 | - | - | 29.50 | 16.60 |
| 10 | 1.051 | -15.097 | - | - | 9.00 | 5.80 | 10 | 1.051 | -15.096 | - | - | 9.00 | 5.80 |
| 11 | 1.057 | -14.791 | - | - | 3.50 | 1.80 | 11 | 1.057 | -14.790 | - | - | 3.50 | 1.80 |
| 12 | 1.055 | -15.076 | - | - | 6.10 | 1.60 | 12 | 1.055 | -15.075 | - | - | 6.10 | 1.60 |
| 13 | 1.050 | -15.156 | - | - | 13.50 | 5.80 | 13 | 1.050 | -15.155 | - | - | 13.50 | 5.80 |
| 14 | 1.036 | -16.034 | - | - | 14.90 | 5.00 | 14 | 1.036 | -16.032 | - | - | 14.90 | 5.00 |
| Total: | | | 272.39 | 82.44 | 259.00 | 73.50 | Total: | | | 272.39 | 82.44 | 259.00 | 73.50 |

Figure 2: 修改平衡节点前/后潮流计算结果

(line: 55-60) 由于在雅可比矩阵中, PQ 节点、PV 节点的编号是分别连续的, 但是实际的节点编号却并不是按照其节点类型来的, 因此需要建立一个原始节点编号到解向量中所处位置的映射;

(line: 62-79) 计算初始 PQ 失配量, 并判断是否符合收敛判据; 若不符合则开始迭代;

(line: 81-89) 线性求解器选择;

(line: 91-140) NR 法迭代过程, 其中雅可比矩阵的构造 (line: 96-107) 中, dSbus_dV 中 S 对解的偏导的推导 (line: 97) 见 Figure 1, 此外还考虑了节点负荷关于电压的变化以及偏导 (line: 98-99)。迭代过程还包括: x 更新 (line: 019-122)、失配量计算和收敛判断 (line: 124-139)。

(line: 142-146) 超出最大迭代次数判断。

主要编程技巧:

(1) 矩阵语言: 在雅可比矩阵构造和解向量构造、更新过程中, matpower 都不是用循环语句, 而是用矩阵语言巧妙索引, 代码十分简洁;

(2) 函数封装: 对于求解偏导的函数, 直接用 dSbus_dV 函数;

(3) 函数句柄: newtonpf 中考虑了负荷功率可能受电压幅值影响而变化, 因此复功率注入写成了电压幅值的函数 Sbus(Vm), 同时, 这个函数是由 makeSbus 的函数句柄实现的 (runpf.m, line: 252), 这样每次计算 Sbus 只需要输入一个参数。
(Sbus = @(Vm)makeSbus(baseMVA, bus, gen, mpop, Vm))

1.3 修改平衡节点

将 IEEE 14 节点系统的平衡节点从节点 1 修改为节点 6, 节点 1 改为 PV 节点, 重新计算潮流, 得到结果的比较如 Figure 2。可以看到, 修改平衡节点后, 各节点电压幅值没有变化, 相对相角也没有变化, 无功也没有变化, 但是节点 1 和节点 6 的有功功率发生变化。将平衡节点从节点 1 修改为节点 6, 节点 6 注入无功功率为-0.01 MW, 这是因为平衡节点的有功功率不再能给定。这对于该节点而

| delta_P_cal | | | delta_P_est1 | | |
|-------------|-------------|---|--------------|------------|---|
| 46x1 double | | | 46x1 double | | |
| | 1 | 2 | | 1 | 2 |
| 1 | 22.2673 | | 1 | 21.3834 | |
| 2 | -22.2673 | | 2 | -21.3834 | |
| 3 | 12.5019 | | 3 | 11.3328 | |
| 4 | 9.9998 | | 4 | 10.0506 | |
| 5 | -1.4211e-13 | | 5 | 5.3637e-13 | |
| 6 | -14.6056 | | 6 | -14.7863 | |
| 7 | 26.9755 | | 7 | 26.1191 | |
| 8 | -193.8945 | | 8 | -194.8865 | |
| 9 | 179.2485 | | 9 | 180.1002 | |
| 10 | -187.7588 | | 10 | -187.2193 | |

Figure 3: 支路（25,26）开断后的潮流变化：实际变化/LODF1 计算

言应该是不合理的，因为节点 6 没有吸收有功的能力。因此，将节点 1 作为平衡节点的计算结果更为合理。

2 潮流方程的特殊解法

2.1 编写计算支路开断分布因子的程序，开断 IEEE 39 节点系统中的支路（25,26），计算开断后的潮流变化

主程序见 main_2.m。编写计算支路开断分布因子的函数（见 myMakeLODF.m），给定 mpc，生成当前的支路开断分布因子矩阵 LODF。该函数利用教材 (8-42) 式到 (8-47) 式，生成 LODF。其中，以 $1/x$ 为支路参数生成的 $n * n$ 阶电纳矩阵为利用 matpower 内置 makeBdc 函数生成 (line:17)，但需要划去参考节点对应的行和列 (line:19-22)。

对于 IEEE 39 节点，利用 myMakeLODF 生成 LODF1，调用 runpf 函数得到初始潮流 1；然后将 (25, 26) 支路开断，再次调用 runpf 得到潮流 2。将计算开断后的潮流变化（潮流 2 - 潮流 1）与用 LODF1 和潮流 1 的计算的结果比较如 Figure 3。得到 myMakeLODF 与实际开断后潮流变化之差： $\text{norm}(\text{delta_P_cal} - \text{delta_P_est1}, \text{inf}) = 2.6875$ 。

上述结果与 makeLODF 得到的计算结果一致，其中，makeLODF 得到的支路开断分布因子矩阵 LODF2 和所编写程序的 LODF1 的比较如 Figure 4。可以看到，LODF1 和 LODF2 基本相同，但是在树支支路等地方的处理（第五列）不同。

| LODF1 | | | | | | LODF2 | | | | | |
|--------------|-------------|------------|------------|-------------|----|--------------|-------------|------------|------------|-------------|---------|
| 46x46 double | | | | | | 46x46 double | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | -1 | 1.0000 | -0.3546 | -0.1202 | 0 | 1 | -1 | 1.0000 | -0.3546 | -0.1202 | 0.1250 |
| 2 | 1.0000 | -1 | 0.3546 | 0.1202 | 0 | 2 | 1.0000 | -1 | 0.3546 | 0.1202 | -0.2500 |
| 3 | -0.8009 | 0.8009 | -1 | 0.8798 | 0 | 3 | -0.8009 | 0.8009 | -1 | 0.8798 | 0.5000 |
| 4 | -0.1991 | 0.1991 | 0.6454 | -1 | 0 | 4 | -0.1991 | 0.1991 | 0.6454 | -1 | -1 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| 6 | -0.6882 | 0.6882 | -0.4102 | 0.1439 | 0 | 6 | -0.6882 | 0.6882 | -0.4102 | 0.1439 | -0.5000 |
| 7 | -0.1127 | 0.1127 | -0.5898 | 0.7360 | 0 | 7 | -0.1127 | 0.1127 | -0.5898 | 0.7360 | 0.8125 |
| 8 | -0.6701 | 0.6701 | -0.2771 | -0.0266 | 0 | 8 | -0.6701 | 0.6701 | -0.2771 | -0.0266 | -3.5000 |
| 9 | -0.0181 | 0.0181 | -0.1331 | 0.1704 | 0 | 9 | -0.0181 | 0.0181 | -0.1331 | 0.1704 | 0.5000 |
| 10 | -0.1070 | 0.1070 | -0.0738 | 0.0360 | 0 | 10 | -0.1070 | 0.1070 | -0.0738 | 0.0360 | 0 |
| 11 | -0.5631 | 0.5631 | -0.2034 | -0.0626 | 0 | 11 | -0.5631 | 0.5631 | -0.2034 | -0.0626 | 2 |
| 12 | -0.4369 | 0.4369 | -0.1512 | -0.0576 | 0 | 12 | -0.4369 | 0.4369 | -0.1512 | -0.0576 | 2 |
| 13 | 0.3299 | -0.3299 | 0.0774 | 0.0936 | 0 | 13 | 0.3299 | -0.3299 | 0.0774 | 0.0936 | 2 |
| 14 | -2.8538e-15 | 5.6300e-15 | 2.0633e-15 | -1.6461e-15 | 0 | 14 | -2.0091e-14 | 4.5040e-15 | 1.0454e-14 | -5.2676e-15 | -2 |
| 15 | -0.4369 | 0.4369 | -0.1512 | -0.0576 | 0 | 15 | -0.4369 | 0.4369 | -0.1512 | -0.0576 | 0 |

Figure 4: myMakeLODF 得到的 LODF1 与内置 makeLODF 计算得到 LODF2 比较

| delta_P_cal | | | delta_P_est1 | | |
|-------------|------------|--|--------------|------------|---|
| 46x1 double | | | 46x1 double | | |
| | 1 | | | 1 | 2 |
| 1 | 14.4525 | | 1 | 12.6840 | |
| 2 | -14.4525 | | 2 | -12.6840 | |
| 3 | 77.5369 | | 3 | 78.4058 | |
| 4 | -62.9305 | | 4 | -65.7218 | |
| 5 | 5.6843e-14 | | 5 | 5.3637e-13 | |
| 6 | -6.0849 | | 6 | -4.1539 | |
| 7 | 82.9197 | | 7 | 82.5597 | |
| 8 | -201.6939 | | 8 | -200.8228 | |
| 9 | 195.5848 | | 9 | 196.6689 | |
| 10 | -190.9113 | | 10 | -188.2467 | |

Figure 5: 支路 (25,26), (10,13) 开断后的潮流变化: 实际变化/LODF1 计算

Table 2: 开断顺序对潮流变化影响 ($\text{norm}(\text{delta_P_cal} - \text{delta_P_est}, \text{inf})$)

| | LODF 方法 | 开 (25,26) | 开 (25,26),(10,13) | 开 (10,13) | 开 (10,13),(25,26) |
|---------|------------|-----------|-------------------|-----------|-------------------|
| 用新潮流计算 | myMakeLODF | 2.5344 | 5.6093 | 2.6875 | 5.6093 |
| | makeLODF | 2.5344 | 5.6093 | 2.6875 | 5.6093 |
| 用初始潮流计算 | myMakeLODF | - | 5.9108 | - | 10.0506 |
| | makeLODF | - | 5.9108 | - | 10.0506 |

2.2 多条支路开断的情况

在上面已经开断了 (25, 26) 的情况下, 利用 myMakeLODF 重新计算 LODF1'; 然后将 (10, 13) 支路开断, 再次调用 runpf 得到潮流 3。将计算开断后的总的潮流变化 (潮流 3 - 潮流 1) 与用 LODF1' 和潮流 2 的计算结果 (加上 LODF1 和潮流 1 的计算结果) 比较如 Figure 5。得到 myMakeLODF 与实际开断后潮流变化之差: $\text{norm}(\text{delta_P_cal} - \text{delta_P_est1}, \text{inf}) = 5.6093$, 与 makeLODF 的计算结果一致。

此外, 改变支路的开断顺序, 统计 LODF 计算结果与实际开断后潮流变化的差值如 Table 2。可以看出, 两条支路的开断顺序不会导致不同的潮流结果。此外, 所编写的 myMakeLODF 与内置 makeLODF 计算结果一致。但是如果在上面的计算中, 不是用第一次开断后的潮流计算第二次开断对应的潮流变化, 而是都用初始潮流进行计算, 则计算结果会和开断顺序有关。

3 小结

- 1、熟悉 matpower 中潮流计算部分的思路与用法, 明确各类潮流计算方法的具体步骤与实现方法, 学习利用矩阵运算和函数句柄增加代码的可读性和简洁性;
- 2、熟悉 matpower 中开断分布因子程序的编写思路, 自己用代码验证了教材中公式的正确性。