

GAS IDEALE

Un gas ideale è caratterizzato dal fatto che le molecole non interagiscono tra loro e dunque la loro energia interna è facilmente ricavabile dal Th. di equipartizione:

$u(T) = n \frac{1}{2} kT$ con $n = \text{gradi di libertà}$
ad esempio un gas monoatomico ($n = 3$)

$$\bar{U} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} RT$$

EQUAZIONE DI STATO

$$Pv = RT$$

$$v = \frac{V}{n} \quad (\text{volume molare})$$

CALORI SPECIFICI

Considerando che $u(T)$ è noto in un gas ideale, si ha:

A VOLUME COSTANTE

$$du|_v = Tds|_v = \delta q|_v \quad \text{perché } p\Delta V = 0$$

$$du = C_v dT$$

$$C_v = \left. \frac{du}{dT} \right|_v$$

ma se $u = \frac{n}{2} RT$, si ha:

$$C_v = \frac{n}{2} R$$

A PRESSIONE COSTANTE

$$du = Tds - pdv = Tds - \overbrace{pdv + vdp}^{d(pv)} + vdp$$

$$du = Tds - dpv + vdp$$

$$du + d(vp) = d(U + vp) = dh$$

$$dh = Tds + \underbrace{vdp}_{0 \text{ (p è costante)}}$$

$$dh = Tds$$

$$dh = \delta q|_p$$

$$d(U + v p) = \delta q = d(U + R T)$$

$$C_p = \frac{\delta q}{dT} \Big|_p = \frac{T ds}{dT} = \frac{dh}{dT}(T)$$

$$C_p = \frac{dh}{dT} \Big|_p$$

$$= \frac{d(u + v p)}{dT}$$

$$C_p = \underbrace{\frac{du}{dT}}_{C_v} + \frac{d(RT)}{dT} = C_v + \frac{R dT}{dT}$$

$$C_p = C_v + R$$

⚠ $C_p > C_v$, poiché si richiede un lavoro svolto (che viene in parte dissipato)

POTENZIALI DI GAS IDEALI

Dato che C_p e C_v sono $f(T)$, allora Δu , ΔS , Δh si calcolano a una T_{media}

ENTROPIA

$$du = C_v dT = T ds - p dv$$

$$ds = \frac{C_v}{T} dT - p \frac{dv}{T}$$

$$\Delta S = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

Se la volessi espressa con C_p :

$$dh = C_p dT = T ds + v dp$$

$$ds = C_p \frac{dT}{T} - \frac{v dp}{T}$$

$$\Delta S = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}$$

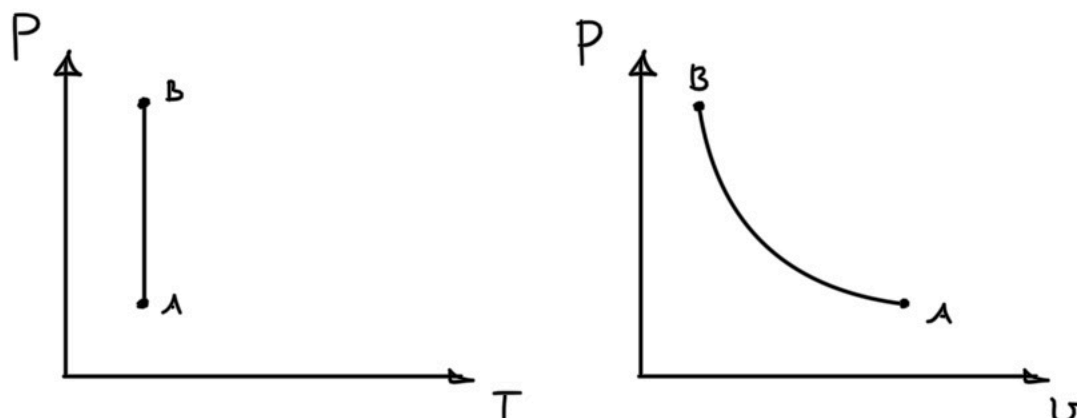
TRASFORMAZIONI DEI GAS IDEALI

ISOTERMA

Una trasformazione con T costante; si può rappresentare come una trasformazione di equilibrio facendo espandere molto lentamente il gas.

$$T = \text{costante}$$

$$dU = 0 \rightarrow q = -w$$



$$q = -w = \int_i^f p dV = RT \ln \frac{V_f}{V_i} = RT \ln \frac{P_i}{P_f}$$

Il calore entrante è lo stesso uscente dalla riserva termica, quindi:

$$\Delta S_{RT} = -q/T = -R \ln \frac{V_f}{V_i} = -\Delta S$$

$$U = 0$$

$$q = -w = RT \ln V_f/V_i$$

$$\Delta S = R \ln \frac{V_f}{V_i}$$

ADIABATICA

Non si ha scambio di calore $\rightarrow \delta q = 0$

$$dU = \delta w$$

$$C_v dT = -P dv = -RT dv/v$$

$$\frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_v} \frac{dv}{v}$$

Definisco γ :

$$\gamma = C_p/C_v$$

$$\frac{R}{C_v} = \gamma - 1$$

$$\frac{dT}{T} = (\gamma - 1) \frac{dv}{v} \rightarrow \text{integro}$$

$$\ln \frac{T_f}{T_i} = (\gamma - 1) \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$$\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{V_f}{V_i} \right)^{\gamma-1}$$

Sostituendo all'equazione di stato si ricava:

$$\begin{aligned} T V^{\gamma-1} &= \text{COSTANTE} \\ \frac{T}{P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} &= \text{COSTANTE} \\ P V^{\gamma} &= \text{COSTANTE} \end{aligned}$$

$$w = -\Delta u = -C_v \Delta T = -\frac{R}{\gamma-1} \Delta T$$

$$= \frac{RT_i - RT_f}{\gamma-1} = \frac{P V_i - P V_f}{\gamma-1}$$

$$w = -\Delta u = \frac{RT_i}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_f}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

ISOCORA

Si ha che $dV = 0 \rightarrow \delta w = 0$ (in una REVERSIBILE)
 $du = \delta q$

$$\Delta u = C_v \Delta T$$

$$\Delta S = C_v \ln \frac{T_f}{T_i}$$

In realtà un'isocora reversibile di equilibrio non è realizzabile, per cui:

$$\Delta S_{\text{TOT}} = \Delta S_{\text{RT}} + \Delta S = C_v \left(\ln \left(1 + \frac{\Delta T}{T_i} \right) - \frac{\Delta T}{T_f} \right)$$



◦ $\Delta S_{\text{TOT}} (\text{Irreversibile}) > 0$

ISOBARA

$$\Delta h = q = C_p \Delta T$$

$$w = \Delta u - q \quad \text{e} \quad \Delta u = C_v \Delta T$$

$$w = -R \Delta T$$

$$\Delta S = C_p \ln T_f / T_i$$

REVERSIBLE

$$\Delta S_{\text{TOT}} = C_p \left(\ln \left(1 + \frac{\Delta T}{T_i} \right) - \frac{\Delta T}{T_f} \right)$$

IRREVERSIBLE