Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Compito Analisi II Parte A

Pisa, 17 settembre 2007

________________________ (Cognome) ________________________ (Nome) ________________________ (Numero di matricola)

Esercizio 1. Integrare la funzione $f(x, y) = \dfrac{1}{(x+y)^2}$ sul rettangolo $D = [3, 4] \times [1, 2]$.

Esercizio 2. Data $g(x, y) = \dfrac{7}{x} - 3y - e^{x+y} - 9$

(a). verificare che l'equazione $g(x, y) = 0$ definisce in un intorno di $x = 1$ una funzione implicita $f(x)$, tale che $f(1) = -1$;

(b). calcolare $f'(1)$.

Esercizio 3. Sia studi la convergenza delle seguenti serie di funzioni

(a). $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\sin n^3|}{x^2+n^3}$ (conv. puntuale e totale);

(b). $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\log x)^n}{(n+2)5^n}$ (solo conv. puntuale).

Esercizio 4. Si dica se la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^2 \sqrt[3]{|x-2|}}{y^2 + (x-2)^2} & (x,y) \neq (2,0) \\ \\ 0 & (x,y) = (2,0) \end{cases}$$

è continua.

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Compito Analisi II Parte B

Pisa, 17 settembre 2007

________________________ ________________________ ________________________

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. Sia $\omega(x, y) = \dfrac{-x}{y^4 - x^2}\ dx + \dfrac{2y^3}{y^4 - x^2}\ dy$.

(a). Si trovi il campo di esistenza di ω e si dica se la forma è chiusa ed esatta.

(b). Si calcoli $\displaystyle\int_\gamma \omega$, dove $\gamma = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$ per $t \in [1, 3]$.

Esercizio 2. Data la funzione $f(x,y) = x^3 - 3x + (e^y - x)^2$.

(a). Si trovino e si classifichino i suoi punti critici.

(b). Si dica se la funzione è limitata su $\mathbb{R}^2$.

(c). Si trovino (se esistono) il valore massimo ed il valore minimo della funzione sul quadrato di vertici (0,0); (0,2); (2,2); (2,0).

Esercizio 3. Sia data l'equazione differenziale $y' = \dfrac{xy}{2\log y}$.

(a). Si dica per quali valori iniziali (x_0, y_0) vale il teorema di Cauchy.

(b). Si studino le zone di crescenza e decrescenza delle soluzioni.

(c). Si determini esplicitamente la soluzione del problema di Cauchy con dato iniziale $y(0) = \frac{1}{2}$.

(d). Si determini l'intervallo di esistenza massimale della soluzione trovata al punto precedente.