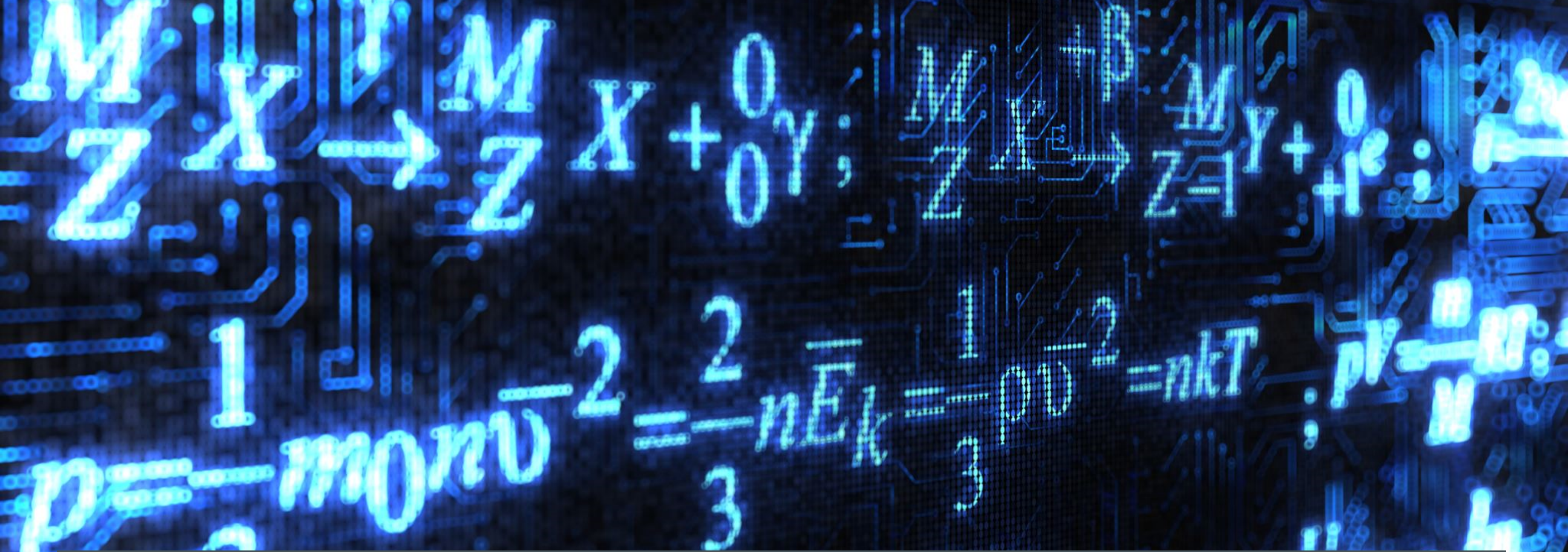

INTERPOLAZIONE DI LAGRANGE

CHE COS’È E A COSA SERVE?

L’interpolazione di Lagrange in analisi numerica può essere considerata un’eccezione particolare di interpolazione polinomiale .

Per interpolazione si intende un metodo per individuare nuovi punti del piano cartesiano a partire da un insieme finito di punti dati.

L’interpolazione polinomiale equivale ad una interpolazione lineare solo che ha lo scopo di trovare un polinomio di grado n e non lineare.

LEFORMU LE

La produttoria e la sommatoria

$$P(x) = \sum_{i=0}^{n} f(a_i) \prod_{j\neq i, j=0}^{n} \frac{x - a_j}{a_i - a_j}$$

L’algoritmo di risoluzione

$$P(x) = y_1 \frac{(x-x_2)(x-x_3)\ldots(x-x_{n+1})}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)\ldots(x_1-x_{n+1})} + $$
$$+ y_2 \frac{(x-x_1)(x-x_3)\ldots(x-x_{n+1})}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)\ldots(x_2-x_{n+1})} + \ldots +$$
$$+ y_{n+1} \frac{(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)}{(x_{n+1}-x_1)(x_{n+1}-x_2)\ldots(x_{n+1}-x_n)}$$

ESEMPIO DI UN ESERCIZIO

$x_0 = 2, x_1 = 2.5, x_2 = 4$. Si vuole trovare il polinomio di interpolazione di secondo grado di $f(x) = 1/x$.

$\Rightarrow y_0 = 1/x_0 = 0.5 \quad y_1 = 1/x_1 = 0.4 \quad y_2 = 1/x_2 = 0.25$

$p_2(x)$ è una parabola.

$$
\begin{aligned}
L_0(x) &= \frac{(x-2.5)(x-4)}{(2-2.5)(2-4)} = x^2 - 6.5x + 10 \\
L_1(x) &= \frac{(x-2)(x-4)}{(2.5-2)(2.5-4)} = (-4x^2 + 24x - 32)/3 \\
L_2(x) &= \frac{(x-2)(x-2.5)}{(4-2)(4-2.5)} = (x^2 - 4.5x + 5)/3
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
p_2(x) &= 0.5.(x^2 - 6.5x + 10) + 0.4.(-4x^2 + 24x - 32)/3 + \\
&+ 0.25(x^2 - 4.5x + 5)/3 = \\
&= 0.05x^2 - 0.425x + 1.15
\end{aligned}
$$