UANL
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FCFM
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Evidencia 1

MÉTODOS ESTADÍSTICOS MULTIVARIADOS

MET. Alejandra Cerda

Nombre: Ricardo Luna Escobedo. **Matrícula:** 1805328. **Grupo:** 001.

I. Considere las matrices

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{5} \\ \mathbf{6} & \mathbf{2} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{4} & \mathbf{0} & \mathbf{6} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{2} & \mathbf{-3} \\ \mathbf{-6} & \mathbf{0} & \mathbf{4} \end{pmatrix}$$

Definimos en Rstudio nuestras 2 matrices.

```
e1 <- c(1,2,6,-3,4,2,0,5,1)
A <- matrix(e1, ncol=3)
e2 <- c(4,-1,-6,0,2,0,6,-3,4)
B <- matrix(e2, ncol=3)
```

⇒

```
> A
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    1   -3    0
[2,]    2    4    5
[3,]    6    2    1
```

```
> B
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    4    0    6
[2,]   -1    2   -3
[3,]   -6    0    4
```

a) Indique si la matriz A es idempotente

Para que la matriz ‘A’ sea idempotente, ‘A’ debe de ser simétrica y ‘A’ = ‘A^2’

1. <u>Prueba simétrica</u>

   ‘A’ debe de ser igual a su transpuesta (A = A’).

```
t(A)
```

⇒

```
> t(A)
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    1    2    6
[2,]   -3    4    2
[3,]    0    5    1
```

2. <u>Prueba de multiplicación matricial</u>

   ‘A’ multiplicada por sí misma debe de ser igual a ‘A’ (A = A^2).

```
A %*% A
```

⇒

```
> A %*% A
     [,1] [,2] [,3]
[1,]   -5  -15  -15
[2,]   40   20   25
[3,]   16   -8   11
```

Respuesta: A ≠ A’, y A ≠ A^2, por lo tanto la matriz A no es idempotente.

b) Calcule la matriz 5A+3B´ e indique las dimensiones de la matriz resultante

1. <u>Multiplicación de ‘A’ por el escalar 5</u>

```
5*A
```

⇒

```
> 5*A
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    5  -15    0
[2,]   10   20   25
[3,]   30   10    5
```

2. <u>Multiplicación de ‘B’ transpuesta por el escalar 3</u>

```
3*t(B)
```

⇒

```
> 3*t(B)
     [,1] [,2] [,3]
[1,]   12   -3  -18
[2,]    0    6    0
[3,]   18   -9   12
```

3. <u>Suma de los puntos 1 y 2</u>

Respuesta 1:

```
(5*A)+(3*t(B))
```

⇒

```
> (5*A)+(3*t(B))
     [,1] [,2] [,3]
[1,]   17  -18  -18
[2,]   10   26   25
[3,]   48    1   17
```

4. <u>Dimensiones de la matriz resultante en el punto 3</u>

Respuesta 2:

```
dim((5*A)+(3*t(B)))
```

⇒

```
> dim((5*A)+(3*t(B)))
[1] 3 3
```

El resultado es una matriz de dimensión 3x3 (3 filas y 3 columnas).

c) Calcule la matriz AB e indique las dimensiones de la matriz resultante

1. Multiplicación matricial de 'A' y 'B'

   Respuesta 1:

```
A %*% B
```

⇒

```
> A %*% B
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    7   -6   15
[2,]  -26    8   20
[3,]   16    4   34
```

5. Dimensiones de la matriz resultante en el punto 1

   Respuesta 2:

```
dim(A %*% B)
```

⇒

```
> dim(A %*% B)
[1] 3 3
```

El resultado es una matriz de dimensión 3x3 (3 filas y 3 columnas).

d) Indique detA e indique si la matriz es singular o no

1. Determinante de A

   Respuesta 1:

```
det(A)
```

⇒

```
> det(A)
[1] -90
```

2. ¿Matriz singular o no singular?

   Respuesta 2: para que una matriz sea singular; primero, debe de ser cuadrada; y segundo, su determinante debe ser 0. Al tener 'A' la misma cantidad de filas y columnas podemos afirmar que es cuadrada, pero como su determinante es ≠ 0, concluimos que 'A' no es singular.

e) Determine si B es una matriz simétrica

Prueba simétrica

'B' debe de ser igual a su transpuesta (B = B').

```
t(B)
```

⇒

```
> t(B)
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    4   -1   -6
[2,]    0    2    0
[3,]    6   -3    4
```

Respuesta: B ≠ B', por lo tanto la matriz B no es simétrica.

II.- Considere los vectores v=[2,3,-1]´ y w=[3,-2,0]´

Definimos en Rstudio nuestros 2 vectores.

```
e3 <- c(2,3,-1)
v <- matrix(e3, nrow=1)
e4 <- c(3,-2,0)
w <- matrix(e4, nrow=1)
```

⇒

```
> v
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    2    3   -1
```

```
> w
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    3   -2    0
```

Definimos en Rstudio la transpuesta de los 2 vectores anteriores.

```
> t(v)
     [,1]
[1,]    2
[2,]    3
[3,]   -1
```

```
> t(w)
     [,1]
[1,]    3
[2,]   -2
[3,]    0
```

a) Indique la norma correspondiente a cada vector

1. Vector v

Respuesta 1:

```
sqrt(sum(t(v)^2))
```

⇒

```
> sqrt(sum(t(v)^2))
[1] 3.741657
```

2. Vector w

Respuesta 2:

```
sqrt(sum(t(w)^2))
```

⇒

```
> sqrt(sum(t(w)^2))
[1] 3.605551
```

b) Indique si v y w son vectores ortogonales

Para saber si 2 vectores son ortogonales, su producto escalar debe de ser 0.

$\Rightarrow$

```
sum(t(v)*t(w))
```

```
> sum(t(v)*t(w))
[1] 0
```

Respuesta: el producto escalar es 0; los vectores son ortogonales.

III.- Considere el sistema de ecuaciones dado por

- $$\begin{aligned} &\mathbf{3x+2y-z=8}\\ &\mathbf{x+y+z=2}\\ &\mathbf{2x-y+3z=-3} \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} &\mathbf{x-2y+z=4}\\ &\mathbf{2x+4y-2z=-8}\\ &\mathbf{\frac{1}{3}x-y+\frac{1}{2}z=2} \end{aligned}$$

a) Indique la forma matricial correspondiente

1. <u>Matriz 1</u>

$$\begin{aligned} &\mathbf{3x+2y-z=8}\\ &\mathbf{x+y+z=2}\\ &\mathbf{2x-y+3z=-3} \end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

2. <u>Matriz 2</u>

$$\begin{aligned} &\mathbf{x-2y+z=4}\\ &\mathbf{2x+4y-2z=-8}\\ &\mathbf{\frac{1}{3}x-y+\frac{1}{2}z=2} \end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 1/3 & -1 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -8 \\ 2 \end{bmatrix}$$

b) Indique la solución del sistema mediante el uso de la matriz inversa

Definimos nuestras matrices en Rstudio

```
e5 <- c(3,1,2,2,1,-1,-1,1,3)
C <- matrix(e5, ncol=3)
e6 <- c(1,2,1/3,-2,4,-1,1,-2,1/2)
D <- matrix(e6, ncol=3)
```

$\Rightarrow$

```
> C
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    3    2   -1
[2,]    1    1    1
[3,]    2   -1    3
```

```
> D
          [,1] [,2] [,3]
[1,] 1.0000000   -2  1.0
[2,] 2.0000000    4 -2.0
[3,] 0.3333333   -1  0.5
```

1. Matrices cuadradas

```
> dim(C)
[1] 3 3
```

⇒

```
dim(C)
```

```
dim(D)
```

⇒

```
> dim(D)
[1] 3 3
```

2. Determinantes

```
det(C)
```

⇒

```
> det(C)
[1] 13
```

```
det(D)
```

⇒

```
> det(D)
[1] 0
```

Podemos ver que ambas matrices, por tener el mismo número de filas y columnas, son cuadradas. Pero tenemos problema con el determinante de una de ellas: Al tener 'D' un determinante = 0 se convierte en una matriz singular; las matrices singulares no tienen inversa, por lo que el sistema de ecuaciones de 'D' no puede ser resuelto a través de dicho método. En cambio, 'C' tiene un determinante ≠ 0, por lo que el método de la inversa si puede usarse en ella.

3. Inversa de 'C' y vector de constantes

```
Inversa_C <- solve(C)
```

⇒

```
> Inversa_C
            [,1]       [,2]        [,3]
[1,]  0.30769231 -0.3846154  0.23076923
[2,] -0.07692308  0.8461538 -0.30769231
[3,] -0.23076923  0.5384615  0.07692308
```

```
e7 <- c(8,2,-3)
z <- matrix(e7, nrow=1)
t(z)
```

⇒

```
> t(z)
     [,1]
[1,]    8
[2,]    2
[3,]   -3
```

4. Operaciones y resultado

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

```
Inversa_C %*% t(z)
```

⇒

```
> Inversa_C %*% t(z)
     [,1]
[1,]    1
[2,]    2
[3,]   -1
```

Respuesta: x = 1, y = 2, z = -1