।जय श्री राम।

ॐ

Page No. ______ Date ___/___/___

NAME - YASH KAPOOR

Branch - C.S & Engineering

Roll No. - 54

Sub. - MATHEMATICS (2001) - Tutorial Copy (File)

Year. - Ist (2022-23)

Semester. - IInd Sem.

Sr. No.	Date	Topic	Page No.	Teacher's signature
1.	24/2/2023	Tut-1 (matrix Algebra)		[signature]
2.	3/3/2023	Tut-2 (Inverse of a Matrix)		[signature]
3.	10/3/2023	Tut-3 (Determinants)		[signature]
	24/3	TU-4 AB		[signature]
	31/3	TU-5 AB		[signature]
4.	21/4/2023	Tut-6 (सरल रेखा)		[signature]
5.	28/4/2023	Tut-7 (वृत्त)		[signature]
6.	5/5/23	Tut-8. (vectors)		
7.	12/5/23	Tut-9 (Intregals)		

2/23

Tutorial No - 1

Q-1 यदि $\begin{bmatrix} 3x+4y & x-2y \\ a+b & 2a-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & -5 \end{bmatrix}$ तो x, y, a, b का मान ज्ञात कीजिए?

Q-2 यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ & $A^2 = KA - 2I$, तब $K = ?$

Q-3. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ तब सिद्ध कीजिए $A + A^T$ सममित में दिए है?

Q-4. सिद्ध कीजिए $A = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1+i & -1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix}$ ऐकिक matrix है?

Q-5. $A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ लाम्बिक मैट्रिक्स है, सिद्ध कीजिए?

23.

Answers.

5. → $A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

$$A^T = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$AA^T = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix} \times \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$AA^T = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1+4+4 & -2-2+4 & -2+4-2 \\ -2-2+4 & 4+1+4 & 4-2-2 \\ -2+4-2 & 4-2-2 & 4+4+1 \end{bmatrix}$$

$$AA^T = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow I = AA^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ Ans $= I_2$

Result ?

4. $A = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1+i & -1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix}$

$A^T = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1+i & 1+i \\ -1+i & 1-i \end{bmatrix}$, $A^* = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1-i & 1-i \\ -1-i & 1+i \end{bmatrix}$

$$AA^* = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1+i & -1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1-i & 1-i \\ -1-i & 1+i \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1-i^2+1-i^2 & -1-i^2+1+i^2 \\ -1-i^2+1+i^2 & 1-i^2+1-i^2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1+1+1+1 & 0 \\ 0 & 1+1+1+1 \end{bmatrix} \quad [i^2 = -$$

$$\Rightarrow AA^* = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \text{ Ans}$$

Result

s-3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ तो $A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow A \cdot A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \cdot A^T = \begin{bmatrix} 1+4+1 & 0+2-3 & -1+0+(-2) \\ 0+2-3 & 0+1+9 & 0+0+6 \\ -1+0-2 & 0+0+6 & 1+0+4 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot A^T = \begin{bmatrix} 6 & -1 & -3 \\ -1 & 10 & 6 \\ -3 & 6 & 5 \end{bmatrix} \text{ व } (A \cdot A^T)^T = \begin{bmatrix} 6 & -1 & -3 \\ -1 & 10 & 6 \\ -3 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot A^T = (A \cdot A^T)^T$$

अतः तो यह समभित matrix है। इति सिद्ध

Q-1. (a) $3x + 4y = 2$ — eq ①
(b) $x - 2y = 4$ — ~~eq~~ eq ②

eq ② मे 2 का गुणा करने पर

$3x + 4y = 2$ — eq ③ , $2x - 4y = 8$ — eq ④

eq ③ + eq ④ से

$\Rightarrow 3x + 2x + 4y - 4y = 8 + 2$

$\Rightarrow 5x = 10$

$x = \frac{10}{5} = 2$ $\boxed{x = 2}$

~~(c) a+b~~ अब x की value ~~(a)~~ eq ① व eq ② मे रखने पर –

$3 \times 2 + 4y = 2$

$\Rightarrow 4y = 2 - 6$

$4y = -4$

$y = -\frac{4}{4} = -1$, $\boxed{y = -1}$

(c) $a + b = 5$ eq ①
(d) $2a - b = -5$ eq ②

eq ① + eq ② से

$a + b + 2a - b = 5 - 5$

$\Rightarrow 3a = 0$

$a = \frac{0}{3} \Rightarrow \boxed{a = 0}$

~~b~~ $a + b = 5$

$\Rightarrow 0 + b = 5$

$\boxed{b = 5}$

$x = 2, \ y = -1, \ a = 0, \ b = 5$ Ans

Ans. 2 $A^2 = KA - 2I$ find $K = ?$

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9-8 & -6+4 \\ 12-8 & -8+4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$$

~~L.H.S~~ $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$

$$K \times \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3K & -2K \\ 4K & -2K \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3K-2 & -2K+0 \\ 4K-0 & -2K-2 \end{bmatrix}$$

1 $1 = 3K - 2$

$\Rightarrow 3 = 3K$

$K = \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} 1$ $\boxed{K = 1}$

2 $-2 = -2K$

$K = \frac{\cancel{-2}+1}{\cancel{-2}}$ $\boxed{K = 1}$

3 $4 = 4K$

$K = \frac{\cancel{4}}{\cancel{4}} 1$ $\boxed{K = 1}$

4 $-4 = -2K - 2$

$-4 + 2 = -2K$

$-2 = -2K$

$= K = \frac{\cancel{-2}}{\cancel{-2}} + 1$ $\boxed{K = 1}$

दो $A^2 = KA - 2I$ की तुलना करने पर

$K = 1$ प्राप्त हुआ ! Ans

/2023

Tutorial - 2

प्र- 1 निम्न दिए गए समीकरण को हल कीजिए प्रतिलोम विधि द्वारा :-

$$x+y-2z = 3$$
$$2x-y+z = 0$$
$$3x+y-z = 8$$

प्र-2 निम्न दिए गए समीकरण को क्रेमर नियम से हल कीजिए :-

$$x+y+z = 6$$
$$x+2z = 7$$
$$3x+y+z = 12$$

(3) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ तो सहखण्ड व उपसारणिक ~~of~~ of a_{23} ज्ञात कीजिए?

-4. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ तो A का adjoint तथा A^{-1} ज्ञात कीजिए?

Ans - 1 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}$

A　　X　　B

अतः　　$X = A^{-1}B$

उपसारणिक　$a_{11} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = \cancel{1-10}\ 1-1 = 0$

$a_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -(-2-3) = -(-5) = 5$

$a_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2+3 = 5$

$a_{21} = -\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1+2 = -1$

$a_{22} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -1+6 = 5$

$a_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -(1-3) - (-2) = 2$

$a_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1-2 = -1$

$a_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -(1+4) = -5$

$a_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -1-2 = -3.$

$[A_{ij}]^T = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 5 \\ -1 & 5 & 2 \\ -1 & -5 & -3 \end{bmatrix}^T = adj A$

Page No. 3

$$\text{adj}A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 5 & 5 & -5 \\ 5 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 1(+1-1) - 2(-1-2) + 3(-1-2) \Rightarrow 0 - 2(-3) + 3(-3)$$

$$\Rightarrow 0 + 6 - 9 \Rightarrow -5 = |A|$$

अत: $A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 5 & 5 & -5 \\ 5 & 2 & -3 \end{bmatrix}$

$$X = A^{-1} B$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 5 & 5 & -5 \\ 5 & 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} 0 + 0 - 8 \\ 15 + 0 + (-40) \\ 15 + 0 - 24 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -8 \\ -25 \\ -9 \end{bmatrix}$$ ~~Ans~~

$x = +\frac{8}{5}$, $y = 5$, $z = \frac{9}{5}$ Ans

Ans. 2

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$A \quad x = B$

$|A| = 1(-2) - 1(1-6) + 1(1)$
$= -2 + 5 + 1 \quad = -2 + 6 = 4 \neq 0.$

अत: $A_x = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 7 & 0 & 2 \\ 12 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$= 6(0-2) - 1(7-24) + 1(7-0)$
$\Rightarrow -12 - 1(-17) + 7 = -12 + 17 + 7 = 12$

$A_y = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & 7 & 2 \\ 3 & 12 & 1 \end{bmatrix}$

$= 1(7-24) - 6(1-6) + 1(12-21)$
$= -17 + 30 - 9 \quad = -26 + 30 = 4$

$A_z = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 1 & 0 & 7 \\ 3 & 1 & 12 \end{bmatrix}$

$1(0-7) - 1(12-21) + 6(1-0)$
$= -7 + 9 + 6 \quad = -7 + 15 = 8$

फिर

$\Rightarrow x = \frac{\Delta x}{|A|}$, $y = \frac{\Delta y}{|A|}$, $z = \frac{\Delta z}{|A|}$

$x = \frac{12}{4} = 3$

$y = \frac{4}{4} = 1$ $x = 3,\ y = 1,\ z = 2$ Ans

$z = \frac{8}{4} = 2$

Ans-3. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

उपसारणिक $\rightarrow a_{11} \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 6-(3) = 3$

$a_{12} \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow 3+6 = 9$

$a_{13} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow (-1-4) = -5$

$a_{21} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow 3+1 = 4.$

$a_{22} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow (3-2) = 1$

$a_{23} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow (-1-2) = -3$

$a_{31} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} \Rightarrow (-3-2) = -5$

$a_{32} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = (-3-1) = -4$

$a_{33} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (2-1) = 1$

$\begin{bmatrix} 3 & -9 & -5 \\ -4 & 1 & 3 \\ -5 & 4 & 1 \end{bmatrix} =$ सहखण्ड (cofactor)

उपसारणिक (minor) of $a_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = (-1-2) = -3$

Ans-4. $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

$|A| = 1(4-0) - 4(-2-0) + 0$

$= 4+8 = 12$

minors - $a_{11} = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 4-0 = 4$

$a_{12} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -2-0 = -2$

$a_{13} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0-0 = 0$

$a_{21} = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 8-0 = 8$

$a_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = (2-0) \Rightarrow 2$

$a_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0-0 = 0$

$a_{31} = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 8-0 = 8$

$a_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2-0 = 2$

$a_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2+4 = 6$

~~adj A~~ $\begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 8 & 2 & 0 \\ 8 & 2 & 6 \end{bmatrix}^T$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & +2 & 0 \\ -8 & 2 & 0 \\ 8 & -2 & 6 \end{bmatrix} = \text{Adjoint } A$

$A^{-1} = \dfrac{\text{adjoint } A}{|A|}$

$A^{-1} = \dfrac{1}{12} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ -8 & 2 & 0 \\ 8 & -2 & 6 \end{bmatrix}$ Ans.

Page No. ____

__/__/__

10/Mar/2023 (Friday)

Tut - 3

Q-1. $\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ yz & zx & xy \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 \end{vmatrix} = (y-z)(z-x)(x-y)(xy+yz+zx)$

बिना विस्तार सिद्ध कीजिए :

Q-2. यदि $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$ then $xyz = 1$ जहाँ $x \neq y \neq z$

Q-3. $\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3$

Q-4. $\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ q+r & r+p & p+q \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}$

0/3/2023 (Friday) Tut - 3

Ans - 4.
$$\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ q+r & r+p & p+q \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix}$$

$C_1 = C_1 + C_2 + C_3$
$$\begin{vmatrix} b+c+a+c+a+b & c+a & a+b \\ q+r+r+p+p+q & r+p & p+q \\ y+z+z+x+x+y & z+x & x+y \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 2b+2c+2a & c+a & a+b \\ 2q+2p+\cancel{2p}\,2r & r+p & p+q \\ 2x+2y+2z & z+x & x+y \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 2\begin{vmatrix} a+b+c & c+a & a+b \\ \cancel{2}p+q+r & r+p & p+q \\ x+y+z & z+x & x+y \end{vmatrix}$$

$C_1 \to C_1 - C_2$
$$2\begin{vmatrix} \cancel{a}+b+\cancel{c}-\cancel{c}-\cancel{a} & c+a & a+b \\ \cancel{p}+q+\cancel{r}-\cancel{r}-\cancel{p} & r+p & p+q \\ \cancel{x}+y+\cancel{z}-\cancel{z}-\cancel{x} & z+x & x+y \end{vmatrix}$$

$$2\begin{vmatrix} b & c+a & a+b \\ q & r+p & p+q \\ y & z+x & x+y \end{vmatrix}$$

$C_2 \to C_1 - C_2$
$$2\begin{vmatrix} b & c+a-a-b & a+b \\ q & r+p-p-q & p+q \\ y & z+x-x-y & x+y \end{vmatrix}$$

$$C_2 \to C_2 + C_1 \quad 2\begin{vmatrix} b & c - \cancel{b} + \cancel{b} & a+b \\ q & r - \cancel{q} + \cancel{q} & p+q \\ y & z - \cancel{y} + \cancel{y} & x+y \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad 2\begin{vmatrix} b & c & a+b \\ q & r & p+q \\ y & z & x+y \end{vmatrix}$$

$$C_3 \to C_3 - C_1 \quad 2\begin{vmatrix} b & c & a+\cancel{b}-\cancel{b} \\ q & r & p+\cancel{q}-\cancel{q} \\ y & z & x+\cancel{y}-\cancel{y} \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad 2\begin{vmatrix} b & c & a \\ q & r & p \\ y & z & x \end{vmatrix}$$

$$C_1 \leftrightarrow C_2 \quad 2\begin{vmatrix} c & b & a \\ r & q & p \\ z & y & x \end{vmatrix}$$

$$C_1 \leftrightarrow C_3 \quad 2\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

$$2\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}$$ D.

R.H.S

L.H.S = R.H.S

Ans - 3. $\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3$

L.H.S $\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix}$

$C_1 \to C_1 + C_2 + C_3$ $\begin{vmatrix} 2a+2b+2c & a & b \\ 2a+2b+2c & b+c+2a & b \\ 2a+2b+2c & a & c+a+2b \end{vmatrix}$

$\Rightarrow 2(a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & a & b \\ 1 & b+c+2a & b \\ 1 & a & c+a+2b \end{vmatrix}$

$R_1 \to R_1 - R_3$ $2(a+b+c) \begin{vmatrix} 0 & 0 & b-c-a-2b \\ 1 & b+c+2a & b \\ 1 & a & c+a+2b \end{vmatrix}$

$R_2 \to R_2 - R_3$ $2(a+b+c) \begin{vmatrix} 0 & 0 & b-c-a-2b \\ 0 & b+c+2a-a & b-c-a-2b \\ 1 & a & c+a+2b \end{vmatrix}$

$2(a+b+c) \begin{vmatrix} 0 & 0 & -c-a-b \\ 0 & b+c+a & -c-a-b \\ 1 & a & c+a+2b \end{vmatrix}$

mycompanion

$$2(a+b+c)\begin{vmatrix} 0 & 0 & -(a+b+c) \\ 0 & a+b+c & -(a+b+c) \\ 1 & a & (c+a+2b) \end{vmatrix}$$

$$2(a+b+c)^3\begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & a & c+a+2b \end{vmatrix}$$

$$2(a+b+c)^3 - 1\,(0-1) = 2(a+b+c)^3 \text{ Ans}$$

L.H.S = R.H.S

Proved.

Ans-2. यदि
$$\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix}$$

इस सारणिक में तीसरा स्तम्भ (C_3) दो पदों का योग है अतः गुणधर्म (3) से -

$$\begin{vmatrix} x & x^2 & 1 \\ y & y^2 & 1 \\ z & z^2 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & x^2 & x^3 \\ y & y^2 & y^3 \\ z & z^2 & z^3 \end{vmatrix}$$

अर्थात दो पंक्तियों या स्तम्भों को जोड़ने या घटाने पर सारणिक का मान अपरिवर्तित रहता है।

$$\begin{vmatrix} x & x^2 & 1 \\ y & y^2 & 1 \\ z & z^2 & 1 \end{vmatrix} + xyz\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix}$$

अतः $C_1 \leftrightarrow C_2$ व $C_2 \leftrightarrow C_3$

$$\begin{vmatrix} x & x^2 & 1 \\ y & y^2 & 1 \\ z & z^2 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^2 (xyz) \begin{vmatrix} x & x^2 & 1 \\ y & y^2 & 1 \\ z & z^2 & 1 \end{vmatrix}$$

तो $\rightarrow$ $(1 + xyz) \begin{vmatrix} x & x^2 & 1 \\ y & y^2 & 1 \\ z & z^2 & 1 \end{vmatrix} = 0$

अतः $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1 \\ y & y^2 & 1 \\ z & z^2 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$ पर $1 + xyz = 0$

तो $xyz = -1$ होगा।

Ans-1. $\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ yz & zx & xy \end{vmatrix} = (y-z)(z-x)(x-y)(xy+yz+zx)$

$\Rightarrow$ L.H.S $\rightarrow$ $C_1 \rightarrow C_1 - C_2$, $C_2 \rightarrow C_2 - C_3$ $\begin{vmatrix} x-y & y-z & z \\ x^2-y^2 & y^2-z^2 & z^2 \\ yz-zx & zx-xy & xy \end{vmatrix}$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} x-y & y-z & z \\ (x+y)(x-y) & (y+z)(y-z) & z^2 \\ z(y-x) & x(z-y) & xy \end{vmatrix}$$

$$(x-y)(y-z)\begin{vmatrix} 1 & 1 & z \\ x+y & y+z & z^2 \\ -z & -x & xy \end{vmatrix}$$

$C_1 \to C_1 - C_2$

$$(x-y)(y-z)\begin{vmatrix} 0 & 1 & z \\ x+y-y-z & y+z & z^2 \\ -z+x & -x & xy \end{vmatrix}$$

$$(x-y)(y-z)\begin{vmatrix} 0 & 1 & z \\ x-z & y+z & z^2 \\ x-z & -x & xy \end{vmatrix}$$

$$(x-y)(y-z)(x-z)\begin{vmatrix} 0 & 1 & z \\ 1 & y+z & z^2 \\ 1 & -x & xy \end{vmatrix}$$

$R_2 \to R_2 - R_3$

$$(x-y)(y-z)(z-x-z)\begin{vmatrix} 0 & 1 & z \\ 0 & y+z+x & z^2-xy \\ 1 & -x & xy \end{vmatrix}$$

$(x-y)(y-z)(x-z)\ 1\{z^2 - xy - z(x+y+z)\}$

$(x-y)(y-z)(x-z)(\cancel{z^2} - xy - zx - zy - \cancel{z^2})$

$\Rightarrow (x-y)(y-z)(x-z)(-1)(xy+yz+zx)$

$(x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx)$ Ans. L.H.S = R.H.S

Page No ___/___

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 \end{vmatrix} = (y-z)(z-x)(x-y)(xy+yz+zx)$$

L.H.S $\rightarrow$ $C_1 \rightarrow C_1 - C_2$, $C_2 \rightarrow C_2 - C_3$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x^2-y^2 & y^2-z^2 & z^2 \\ x^3-y^3 & y^3-z^3 & z^3 \end{vmatrix}$$

Complete it

Make Up

Tut - 4

Q-1. Solve by Matrix Inverse method -

प्रतिलोम विधि द्वारा मैट्रिक्स हल कीजिए :

$$2x - 3y + 4z = 8$$
$$3x + 4y - 5z = -4$$
$$4x - 5y + 6z = -12$$

Q-2 Prove सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(\tfrac{1}{a} + \tfrac{1}{b} + \tfrac{1}{c}\right)$$

Q-3. Prove

$$\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+Px^3 \\ y & y^2 & 1+Py^3 \\ z & z^2 & 1+Pz^3 \end{vmatrix} = (1+Pxyz)(x-y)(y-z)(z-x)$$

Ans 2 $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$

a, b, c common from R_1, R_2 and R_3

$$abc \begin{vmatrix} \frac{1}{a}+1 & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{b}+1 & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{c} & \frac{1}{c} & \frac{1}{c}+1 \end{vmatrix}$$

से

$R_1 \to R_1 + R_2 + R_3$

$$\Rightarrow abc \begin{vmatrix} 1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} & 1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} & 1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{b}+1 & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{c} & \frac{1}{c} & \frac{1}{c}+1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow abc\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{b}+1 & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{c} & \frac{1}{c} & \frac{1}{c}+1 \end{vmatrix}$$

$C_1 \to C_1 - C_2$ और $C_2 \to C_2 - C_3$

$$abc\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & \frac{1}{b} \\ 0 & -1 & \frac{1}{c}-1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow abc\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\{1(1-0)\}$$

$$\Rightarrow abc\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$ Soln

Ans. 3. $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+Px^3 \\ y & y^2 & 1+Py^3 \\ z & z^2 & 1+Pz^3 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} x & x^2 & 1 \\ y & y^2 & 1 \\ z & z^2 & 1 \end{vmatrix} + \cancel{Pxyz} \begin{vmatrix} x & x^2 & Px^3 \\ y & y^2 & Py^3 \\ z & z^2 & Pz^3 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} x & x^2 & 1 \\ y & y^2 & 1 \\ z & z^2 & 1 \end{vmatrix} + Pxyz \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow$ $C_1 \leftrightarrow C_3$ $\quad - \begin{vmatrix} 1 & x^2 & x \\ 1 & y^2 & y \\ 1 & z^2 & z \end{vmatrix}$

$C_2 \leftrightarrow C_3$

$\Rightarrow + \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix} + Pxyz \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix} (1+Pxyz)$

$\Rightarrow$ $R_1 \to R_1 - R_3$, $R_2 \to R_2 - R_3$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & x-z & (x-z)(x+z) \\ 0 & y-z & (y-z)(y+z) \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 1 & x+z \\ 0 & 1 & y+z \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix} (x-z)(y-z)(1+Pxyz)$

$\Rightarrow 1(y+z-x-\cancel{z})(x-z)(y-z)(1+Pxyz)$

$(x-y)(y-z)(z-x)\quad(1+Pxyz)$ Ans

Ans. 1

$2x - 3y + 4z = 8$

$3x + 4y - 5z = -4$

$4x - 5y + 6z = -12$

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 3 & 4 & -5 \\ 4 & -5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -4 \\ -12 \end{bmatrix}$$

Minors of $a_{11} \Rightarrow \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ -5 & 6 \end{vmatrix} = 24-25 = -1$

minors of $a_{12} \Rightarrow \begin{vmatrix} -3 & -5 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = -18-20 = -38$

Minors of $a_{13} \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} \Rightarrow -15-16 = -31$

Minors of $a_{21} \Rightarrow \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ -5 & 6 \end{vmatrix} \Rightarrow -(-18+20) \Rightarrow \cancel{-31}\ -2$

Minors of $a_{22} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} \Rightarrow 12-16 \Rightarrow -4$

Minors of $a_{23} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} \Rightarrow -10+12 \Rightarrow -2$

Minors of $a_{31} \Rightarrow \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} \Rightarrow 15-16 \Rightarrow -1$

Minors of $a_{32} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} \Rightarrow -10-12 \Rightarrow +22$

$\Rightarrow$ Minors of $a_{33} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -8-9 \Rightarrow -17$

$\Rightarrow$ Minor Matrix $\begin{bmatrix} -1 & -38 & -31 \\ -2 & -4 & -2 \\ -1 & 22 & 17 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow$ Adjoint $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -38 & -4 & +22 \\ -31 & -2 & 17 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A^{-1} = \dfrac{\text{Adjoint } A}{|A|} \Rightarrow A^{-1} \dfrac{1}{12} \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -38 & -4 & +22 \\ -31 & -2 & 17 \end{bmatrix}$

$X = A^{-1}B$ put the value of A^{-1}

$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \dfrac{-1}{12} \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -38 & -4 & 22 \\ -31 & -2 & 17 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ -4 \\ -12 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \dfrac{-1}{12} \begin{bmatrix} -8 + 8 + 12 \\ -304 + 16 - 264 \\ -248 + 8 - 204 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \dfrac{-1}{12} \begin{bmatrix} 12 \\ -552 \\ -444 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 46 \\ 37 \end{bmatrix}$

$x = -1$, $y = 46$, $z = 37$ Ans

Make up

Tutorial - 5

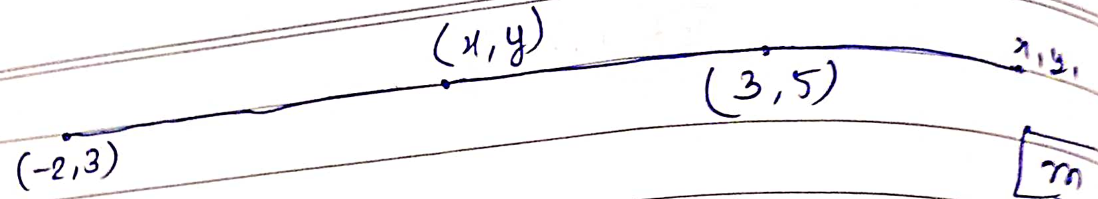
Q-1. Find Co-ordinate of point which divides the joining parts $(-2,3)$ & $(3,5)$ in ratio $3:5$ internally & externally.

Q-2. Find the ratio in which line joining parts $(2,3)$ & $(4,5)$ is divided by
a) x-axis b) y-axis c) by line $2x+3y=5$

Q-3. Find the value of K, So that points $(2,3)$, $(-1,2)$ & $(K,5)$ may by co-linier.

Q-4. ~~Co-co~~ Co-ordinate of A & B are $(3,4)$ & $(5,-2)$. Find point P; if $PA = PB$ and $\Delta PAB = 10$

Q-5. Co-ordinate of vertics of Δ are $(0,-1)$, $(2,1)$ and $(0,3)$. Find length of median and co-ordinate of centroid of Δ.



$\boxed{m : 3}$

Ans-1

External $= x = \dfrac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + n_1}$, $y = \dfrac{m_1 y_2 + n_1 y_1}{m+n}$

$x = \dfrac{3 \times (3) + 5(-2)}{3+5} = \dfrac{9-10}{8} = \dfrac{-1}{8}$ Ans

$y = \dfrac{3 \times (5) + 5(3)}{5+3} = \dfrac{15+15}{8} = \dfrac{30}{8}$ Ans

Internal $\Rightarrow x' = \dfrac{m x_2 - n x_1}{m-n}$, $y' = \dfrac{m y_2 - n y_1}{m-n}$

$x' = \dfrac{3(3) - 5(2)}{\cancel{5+}3-5} = \dfrac{9+10}{-2} = \dfrac{-19}{2}$ Ans

$y' = \dfrac{3(5) - 5(3)}{3-5} = \dfrac{15-15}{-2} = \dfrac{0}{-2} = 0$ Ans

$x = \dfrac{-1}{8}$, $y = \dfrac{30}{8}$, $x' = \dfrac{-19}{2}$, $y' = 0$ Ans

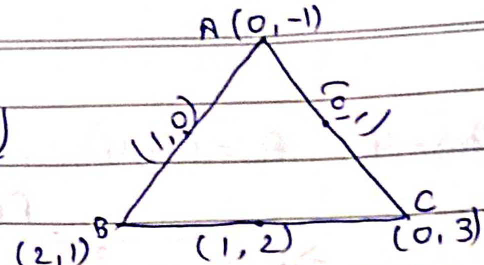
Ans-3a. Area of $\Delta = \dfrac{1}{2}\left[x_1(y_2-y_3) + x_2(y_3-y_1) + x_3(y_1-y_2)\right]$

हमे ज्ञात है की त्रिभुज का समतल बिंदु 0 है।

$0 = \dfrac{1}{2}\left[2(2-5) + (-1)(5-3) + K(3-2)\right]$

$0 = \dfrac{1}{2}\left[2 \times (-3) + -1 \times 2 + K \times 1\right]$

$0 = \dfrac{1}{2}\left[-6 + (-2) + K\right] \Rightarrow 0 = \dfrac{1}{\cancel{2}}\left[\dfrac{\overset{4}{\cancel{-8}} + K}{2}\right] \Rightarrow \dfrac{K}{2} = 4 \Rightarrow K = 8$ Ans



Ans 5. $A = (0,-1)$, $B = (2,1)$, $C = (0,3)$ (given)

middle point of AB $= \left(\frac{2+0}{2}, \frac{1-1}{2}\right) = (1,0)$

middle point of BC $= \left(\frac{0+2}{2}, \frac{3+1}{2}\right) = (1,2)$

middle point of CA $= \left(\frac{0+0}{2}, \frac{3-1}{2}\right) = (0,1)$

Length of median AB $= \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

Length of median AB $= \sqrt{(2-1)^2 + (1-0)^2}$

$= \sqrt{1^2 + 1^2} \Rightarrow \sqrt{2}$

Length of median BC $= \sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2}$

$\sqrt{1^2 + 1^2} \Rightarrow \sqrt{2}$

Length of median AC $= \sqrt{(0-0)^2 + (3-1)^2}$

$= \sqrt{0 + 2^2}$

$= \sqrt{4} \Rightarrow 2$

Centroid of $\triangle ABC$ $= \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$; $\frac{y_1+y_2+y_3}{3}$

Centroid of $\triangle ABC$ (x) $= \frac{0+2+0}{3} = \frac{2}{3}$

Centroid of $\triangle ABC$ $(y) = \frac{-1+1+3}{3} = \frac{3}{3} = 1$

Centroid of $\triangle ABC$ $\left(\frac{2}{3}, 1\right)$

Ans- 4. $A = (3,4)$, $B = (5,-2)$, $P = (x, y)$ (given)

$PA = PB$

$\Rightarrow \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$\Rightarrow \sqrt{(5-x)^2+(y+2)^2} = \sqrt{(3-x)^2+(4-y)^2}$

$\Rightarrow 25-10x+x^2+y^2+4y+4 = 9-6x+x^2+16-8y+y^2$

$\Rightarrow -10x+4y+29 = -6x-8y+25$

$\Rightarrow -10x+6x+8y+4y+29-25 = 0$

$\Rightarrow -4x+12y+4 = 0$

$4(-x+3y+1) = 0$

$(-x+3y+1) = 0$ —— ①

$10 = \frac{1}{2}\left[3(-2-y)+5(y-4)+x(4+2)\right] \Rightarrow 10 = \frac{1}{2}\left[-6-3y+5y-20+6x\right]$

$10 = \frac{1}{2}\left[6x+2y-26\right]$

$\Rightarrow 20 = 6x+2y-26 \quad \Rightarrow 0 = 6x+2y-26-20$

$\Rightarrow 0 = 6x+2y-46 \quad \Rightarrow 0 = 2(3x+y-23)$

$0 = 3x+y-23$ —— ②

~~Compa~~ eq ① व eq ② की तुलना करने पर।

$3\times(-x)+3y+1 = 0$

$3x+y-23 = 0$

eq ① को eq ③ से गुणा करने पर।

$\cancel{-3x}+3y+3 = 0$

$\cancel{3x}+y-23 = 0$

$10y-20 = 0$

$y = \frac{20}{10} \Rightarrow \cancel{y=10}\ \boxed{y=2}$

Companion

put the value of y e' in eq. (2)

$$3x + y - 23 = 0$$

$$3x + 2 - 23 = 0$$

$$3x - 21 = 0$$

$$3x = 21$$

$$x = \frac{21}{3} \Rightarrow \boxed{x = 7}$$

तो बिन्दु $P = (2,7)$ होगा Ans

61

DATE / /
PAGE NO.

11/4/2023.

Tutorial-6

Q-1. उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु (3,4) से गुजरती है व अक्षों पर काटे गए अन्तः खण्ड की लम्बाई का योग 14 है।

Q-2. बिंदुओं (3,4) व (-1,2) को मिलाने वाली सरल रेखा के मध्य बिन्दु से गुजरती है व झुकाव 1/2 है।

Q-3. $3x-4y+5=0$ के लम्बवत रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु (1,-2) से भी गुजरती है।

Q-4. बिन्दु (3,4) से गुजरने वाली व रेखा $2x+3y+4=0$ के समान्तर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए?

Q-5. बिंदु (1,2) की रेखा $3x-4y+5=0$ से दूरी ज्ञात कीजिए?

Q-6. (-4,3) से गुजरने वाली व बिन्दुओं (1,3), (2,-4) को मिलाने वाली रेखा की लम्बवत रेखा ज्ञात कीजिए?

DATE / /
PAGE NO.:

Ans. यदि किसी अन्तः खण्ड की लम्बाई का योग 14 है। तो ~~8~~ सरल रेखा समी. से

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$

$\{a+b=14\}$
$\hookrightarrow b = 14-a$

बिन्दु (3, 4) पर $\frac{3}{a} + \frac{4}{b} = 1$

$$\Rightarrow \frac{3}{a} + \frac{4}{(14-a)} = 1.$$

$$\Rightarrow \frac{3(14-a) + 4a}{a(14-a)} = \frac{a(14-a)}{\cancel{a(14-a)}}$$

$$\Rightarrow 42 - 3a + 4a = 14a - a^2$$

$$\Rightarrow 42 - 3a + 4a - 14a + a^2 = 0$$

$$\Rightarrow 42 - 13a + a^2 = 0$$

$$a^2 - 13a + 42 = 0$$

$$a^2 (-6-7)a + 42$$

$$a^2 (-6a - 7a) + 42 = 0$$

$$\Rightarrow \cancel{(a-7)} (a-6)(a-7) = 0$$

$\boxed{a = 7}$, $\hookrightarrow b = 14 - a$

$b = 14 - 7 = 7$ $\boxed{b = 7}$

$\boxed{a = 6} \rightarrow b = \cancel{14-a}\ 14 - a$

$= 14 - 6 = 8$ $\boxed{b = 8}$

तो इस सरल रेखा के दो समीकरण प्राप्त होंगे -

$\frac{x}{7} + \frac{y}{7} = 1$, $\frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$

Teacher's Signature..........

Q-2. यदि बिन्दुओं (3,4) व (-1,2) से जाने वाली रेखा का झुकाव $1/2$ है

(3,4) ——— (1,3) ——— (-1,2)

$m_1 = 1/2$

तो रेखाखण्ड का मध्यबिन्दु

$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ से

$\left(\frac{3-1}{2}, \frac{4+2}{2}\right) \Rightarrow \{1, 3\}$

बिन्दु (1,3) से जाने वाली रेखा जिसका झुकाव $1/2$ है। $(m = 1/2)$

तो

$y - y_1 = m(x - x_1)$ से (एकल बिन्दु formula से)

$\Rightarrow y - 3 = m\cancel{(x-3)}\ (x-1)$

$\Rightarrow y - 3 = m(x-1)$

$\Rightarrow y - 3 = \frac{1}{2}(x-1)$

$\Rightarrow y - 3 = \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow y = \left(\frac{1}{2}x\right)\left(+3 - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow y = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}x$

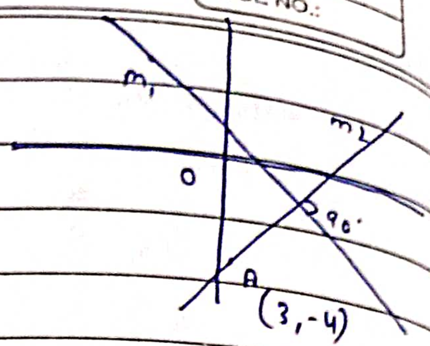
$\Rightarrow \frac{1}{2}x + y - \frac{5}{2} = 0$ ~~Ans~~

$-\frac{1}{2}x + y - \frac{5}{2} = 0$ Ans

$x - 2y + 5 = 0$

Teacher's Signature..........

DATE / / PAGE NO.:



Ans -3 $3x - 4y + 5 = 0$

$\Rightarrow \cancel{3x} \quad -4y = -3x - 5$

$4y = 3x + 5$

$y = \frac{3x}{4} + \frac{5}{4}$ ---(1)

$y = mx + c$ से तुलना करने पर

$y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$ $m = \frac{3}{4}$, $c = \frac{5}{4}$

यदि $3x - 4y + 5 = 0$ लम्बवत है तो ढाल (प्रवणता) =

$m = -\left(\frac{b}{a}\right) \Rightarrow -\left(\frac{-4}{3}\right)$

$m = \frac{4}{3}$

यदि यह रेखा बिन्दु (1, -2) से गुजरती है तो, रेखा का समी० $(y - y_1) = m(x - x_1)$

$\Rightarrow (y+2) = \frac{4}{3}(x-1)$

$\Rightarrow y + 2 = \frac{4x - 4}{3}$

$\Rightarrow 3y + 6 = 4x - 4 \Rightarrow$

~~$4x - 3y - 4 + - 4 - 6 \Rightarrow 4x - 3y - 10 = 0$ Ans~~

$\Rightarrow -4x + 3y + 6 - 4 = 0$

$\Rightarrow -4x + 3y + 2 = 0$ Ans

Teacher's Signature

DATE / /
PAGE NO.:

(4) यदि गुजरने वाली रेखा $2x + 3y + 4 = 0$ है
तो समान्तर ~~अर~~ समी॰

→ $2x + 3y + k = 0$ —(1)

$x = 3,\ y = 4$ ↳ समी (1) को संतुष्ट करते हैं।

$2 \times 3 + 3 \times 4 + k = 0$

$\Rightarrow 6 \cancel{+2} + 12 + k = 0$

$\Rightarrow 18 + k = 0 \Rightarrow \cancel{\boxed{k = 18}}$ $\boxed{k = -18}$

तो k का मान समी (1) में रखने पर –

$\boxed{2x + 3y - 18 = 0}$ समान्तर रेखा का समी॰

Ans-5. बिन्दु (1,2) की रेखा ~~3x − 4y~~ $3x - 4y + 5 = 0$ से दूरी

दूरी सूत्र = $d = \dfrac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ से

समीकरण $3x - 4y + 5$ में $A = 3,\ B = -4,\ C = 5$

और बिन्दु (1,2) से $x_1 = 1\ \ y_1 = 2$

Ans-6 Not done do it Comp

$d = \dfrac{|3 \times 1 + (-4 \times 2) + 5|}{\sqrt{9 + 16}} \Rightarrow \dfrac{|3 - 8 + 5|}{\sqrt{25}} \Rightarrow \dfrac{|0|}{\sqrt{25}}$

$\Rightarrow \dfrac{|0|}{5} = 0$ Ans $\Rightarrow$ ~~$\dfrac{|0|}{5} \Rightarrow 5^{-1}$ Ans~~

Teacher's Signature..................

8/4/2023

DATE / /
PAGE NO:

Circle

Tutorial - 7.

Q-1. x, y - अक्षों को स्पर्श करने वाले व त्रिज्या 5 इकाई के वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए?

Q-2. वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसका केन्द्र रेखाओं $2x+3y-1=0$ व $x-2y+3=0$ का प्रतिच्छेद बिन्दु है व बिन्दु $(2,-3)$ से गुजरता है?

Q-3. वृत्त $2x^2+2y^2-4x+6y-16=0$ का केन्द्र व त्रिज्या ज्ञात कीजिए?

Q-4. बिन्दुओं $(1,2)$, $(3,-4)$ व $(5,-6)$ से गुजरने वाले वृत्त का समीकरण, केन्द्र व त्रिज्या ज्ञात कीजिए?

Q-5. बिन्दुओं $(1,-2)$ व $(4,-3)$ से गुजरने वाले उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसका केन्द्र $3x+4y=7$ पर स्थित है?

DATE / /
PAGE NO.:

Answers

Ans - 4 बिन्दुओं $P(1,2)$ को P, $(3,-4)$ को Q, $(5,-6)$ को R माना .

तो $P(1,2)$, $Q(3,-4)$, $R(5,-6)$ से

माना $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ — eq ①

यदि बिन्दु $P(1,2)$ से गुजरती है तो,

$\Rightarrow 1^2 + 2^2 + 2g \times 1 + 2f \times 2 + c = 0$

$\Rightarrow 1 + 4 + 2g + 4f + c = 0$

$\Rightarrow \cancel{2g + 8f + 5 = 0}$ $2g + 4f + 5 + c = 0$ — eq ②

यदि बिन्दु $Q(3,-4)$ से गुजरती है तो,

$\Rightarrow 3^2 + (-4)^2 + 2g \times 3 + \cancel{4f \times} 2f \times (-4) + c = 0$

$\Rightarrow 9 + 16 + 6g + (-8f) + c = 0$

$25 + 6g - 8f + c = 0$ — eq ③

यदि बिन्दु $R(5,-6)$ से गुजरती है तो

$\Rightarrow 5^2 + (-6)^2 + 2g \times 5 + 2f \times (-6) + c = 0$

$\Rightarrow 25 + 36 + 10g + (-12)f + c = 0$

$\Rightarrow 61 + 10g - 12f + c = 0$ — eq ④

③ - ② से $(25 + 6g - 8f + c) - (2g + 2f + 5 + c) = 0$

$\Rightarrow 20 + 4g - 10f = 0$ — ④

④ - ② $\rightarrow (61 + 10g - 12f + c) - (2g + 4f + 5 + c) = 0$

$\Rightarrow 56 + 8g - 16f = 0$ — ⑤

Teacher's Signature........

DATE / /
PAGE NO.:

eq ⑤ को 2 से भाग करने पर

$\rightarrow \frac{56+8g-16f}{2} = 0 \Rightarrow 28+4g-8f=0$ — ⑥

eq ⑥ – ④ से

$(28+4g-8f)-(20+4g-10f)=0$

$\Rightarrow 8+2f=0 \Rightarrow 2f=-8$

$\Rightarrow f = \frac{-8}{2} \Rightarrow \boxed{f=-4}$

eq ④ मे f की value रखने पर –

$\rightarrow 20+4g-10(-4)=0$

$\Rightarrow 20+4g-40=0 \Rightarrow 4g = 40-20$

$\Rightarrow 4g = 20 \Rightarrow g = \frac{20}{4} \; 5$

$\boxed{g=5}$

eq. ② में g व f की value रखने पर।

$\Rightarrow 2g+4f+5+c=0 \Rightarrow 2\times5+4\times(-4)+5+c=0$

$\Rightarrow 10+(-16)+5+c=0$

$\Rightarrow c = 16-10-5$

$\boxed{c=1}$

अब सभी values को eq ① मे रखने पर।

~~$\rightarrow x^2+y^2+2(-13/2)x+2($~~

Teacher's Signature..................

DATE / /
PAGE NO.:

eq. ① में g, f, c की value रखने पर –

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2(5)x + 2(-4)y + 1 = 0$

$\Rightarrow \boxed{x^2 + y^2 + 10x - 8y + 1 = 0}$ eq of circle.

$radius = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$ से –

$r = \sqrt{(5^2) + (-4)^2 - 1}$

$\Rightarrow \sqrt{25 + 16 - 1}$

$r \Rightarrow \sqrt{40}$ $\qquad r = \sqrt{40}$ Ans

Ans. 3. वृत $2x^2 + 2y^2 - 4x + 6y - 16 = 0$ को 2 से भाग देने पर।

$x^2 + y^2 - 2x + 3y - 8 = 0$

तो $Centre = (-g, -f)$ से –

$Centre = \left(-x + \frac{3}{2}y\right) \Rightarrow \left(-1 + \frac{3}{2}\right)$

$r = \sqrt{(-1)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 8}$ $\qquad r = \sqrt{\frac{45}{4}}$

$r \Rightarrow \sqrt{1 + \frac{9}{4} + 8}$ $\qquad$ ~~$\Rightarrow r = \sqrt{4 + \frac{9-8}{4}}$~~

$r = \sqrt{\frac{45}{4}}$

~~$r = \sqrt{8}$ Ans~~ ~~$r = \sqrt{\frac{5}{4}}$~~ $\Rightarrow$ ~~$r = \sqrt{5/4}$ Ans~~

Teacher's Signature.........

यदि $P(1,-2)$ व $Q(4,-3)$ है तो

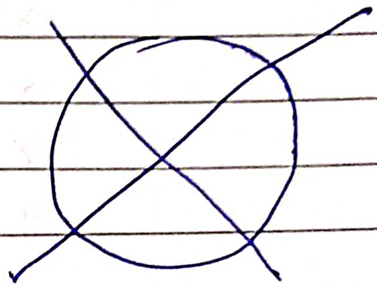
5. $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)\cdot(y-y_2)=0$ से -

$(x-1)(x-4)+(y+2)(y+3)=0$

$\Rightarrow (x^2-x-4x+4)+(y^2+2xy+3y)+6=0$

$\Rightarrow x^2+y^2+(-5x)+(5y)+10=0$

$\Rightarrow x^2+y^2-5x+5y+10=0$ eq. of circle



2. $2x+3y-1=0$ — ①

$x-2y+3=0$ — ②

eq ② को 2 से गुणा करने पर -

$\cancel{2x}$ $\cancel{2x-2y+6=0}$ — ③

अब eq ① − ③ से — $\cancel{2x+3y-1-(2x-2y+6)=0}$

$\Rightarrow \cancel{+5y-7=0}$

$2x-4y+6=0$ — ③

$\Rightarrow$ eq. ③ − eq ① से —

$\cancel{2x+3}$ $2x-4y+6-(2x+3y-1)=0$

$\Rightarrow -7y+7=0 \Rightarrow y=\frac{-7}{-7}$ $\boxed{y=+1}$

DATE / /
PAGE NO.:

y की value समी ② में रखने पर -

$$x - 2(1) + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x - 2 + 3 = 0$$

$$x = -3 + 2 \Rightarrow \boxed{x = -1}$$

बिन्दु $(2, -3)$

मध्य बिन्दु $= (h, k) = (-1, 1)$

$$r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$r = \sqrt{(-1-2)^2 + (1+3)^2}$$

$$r = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$$

$$r = \sqrt{9 + 16}$$

$$r = \sqrt{25}$$

$$r = 5$$

वृत्त समीकरण $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ में h व k रखने पर

$$\Rightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = 25$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 = 25$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 = 25$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 2y - 25 + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 + y^2 + 2x - 2y - 23 = 0}$$ Ans

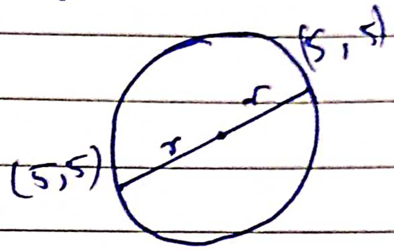
eq of circle

Teacher's Signature.........

यदि त्रिज्या 5 इकाई है तो व्यास के सिरो के निर्देशांक के समीकरण से -

P(5,5)   Q(5,5) से

eq formula $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$ से



$\Rightarrow (x-5)(x-5)+(y-5)(y-5)=0$

$\Rightarrow (x^2-5x-5x+25)+(y^2+25-5y-5y)=0$

$\Rightarrow (x^2-10x+25)+(y^2+25-10y)=0$

$\Rightarrow x^2+y^2-10x-10y+50=0$ Ans

↳ eq of circle.

DATE / /
PAGE NO.:

Vectors

Tutorial – 8

Q-1. निम्न को परिभाषित कीजिए –

सदिश

इकाई सदिश

(a) समतलीय सदिश

(b) सदृश व असदृश सदिश

(c) संगामी सदिश

(d)

Q-2. सदिशों के त्रिभुज ~~ब~~ व बहुभुज नियम को ~~भी~~ परिभाषित कीजिए?

Q-3. ABCDEF एक समषट्भुज है। सदिश $\vec{AC}$, $\vec{AD}$, $\vec{AE}$ तथा $\vec{AF}$ को $\vec{AB}$ व $\vec{BC}$ के पदों में व्यक्त कीजिए?

Q-4. पाँच बल ~~AB, BC~~ $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{AD}$, $\vec{AE}$, $\vec{AF}$ समषट्भुज ABCDEF के शीर्ष A पर क्रियाशील हैं। सिद्ध करो कि परिणामी $6\vec{AO}$ है, जहाँ O समषट्भुज का केन्द्र है।

Q-5. A, B, C एवं D बिन्दुओं के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{3a} + 2\vec{b}$ और $2\vec{a} - 3\vec{b}$ हैं। सदिश $\vec{AC}$, $\vec{DB}$, $\vec{BC}$ को $\vec{a}$ एवं $\vec{b}$ के पदों में व्यक्त कीजिए।

Q-6. समान्तर चतुर्भुज ABCD के विकर्णों का कटान बिन्दु P हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = 4\vec{OP}$ जहाँ O एक स्थिर बिन्दु है।

Teacher's Signature..................

Ans - 1 (a) इकाई सदिश → जिस सदिश परिणामी एक इकाई हो।

(b) समतलीय सदिश → वे भिन्न सदिश जो एक समतल में अस्थित हो तथा दूसरे समतल के समान्तर हो।

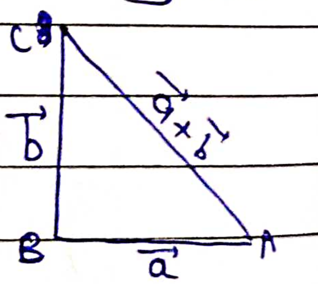
(c) ~~सद्~~ सदृश व असदृश सदिश → यदि किन्ही दो सदिशो की दिशा समान है, तो वह ~~सद्~~ सदृश सदिश है।
यदि किन्ही दो या दो से अधिक सदिशो की दिशा विपरित हो ~~है~~, तो वह असदृश सदिश है।

(d) संगामी सदिश → सदिशो को निरूपित करने वाले भिन्न रेखाखण्ड स्वतः या बढ़ाने पर किसी एक बिन्दु पर मिलते हो, तो उन सदिशों को संगामी सदिश कहते है।

Ans - 2. सदिशो का त्रिभुज नियम → यदि किसी त्रिभुज में की दो भुजाए AB व BC का परिणामी a, b ~~ही~~ ~~ह~~ हो, तो तीसरी भुजा ~~a~~AC का परिणामी दो भुजाओ के परिणामी के योग के बराबर होगा।

$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

$\vec{a} + \vec{b} = \cancel{\vec{ab}}\ \vec{a}+\vec{b}$



सदिशो का बहुभुज नियम → यदि किसी बहुभुज की दिशा समान ~~क्रम~~ में हो, तो बहुभुज के सभी परिणामी का मान ~~व~~ वहीं पर दिशा विपरित होती है। बहुभुज नियम में परिणामी का मान शुरुआती बिन्दु से अंतिम बिंदु की दूरी के बराबर होती है

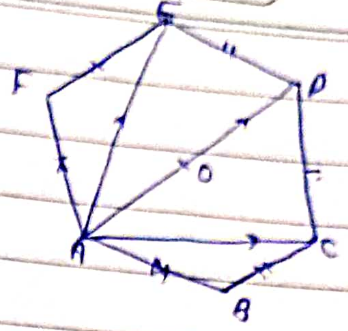
Teacher's Signature........

DATE / /
PAGE NO.

Qus-4.

सिद्ध कीजिए

$\vec{AB} + \cancel{BC}\ \vec{AC} + \vec{AD} + \vec{AE} + \vec{AF} = 6\vec{AO}$



~~समत्र~~ समषट्भुज में सभी भुजाएं समान होती हैं, तो

$\vec{AB} = \vec{AF}$, $\vec{ED} = \vec{AB}$

यदि $AD = 2AO$ है तो O मध्य बिन्दु होगा। $(AD = 2AO)$
अर्थात् केन्द्र है।

ΔAFE –

$\vec{AF} + \cancel{\vec{AE}}\,\vec{FE} = \vec{AE}$ — ①

Δ AED –

$\vec{AE} + \vec{ED} = \vec{AD}$ $[\vec{ED} = \vec{AB}]$

Δ ~~AED~~ $\vec{AE} + \vec{AB} = 2\vec{AO}$ — ②

ΔACD – $\vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD}$ $[\vec{AD} = 2\vec{AO}]$

$\vec{AC} + \vec{AF} = \vec{AD}$ $[\vec{CD} = \vec{AF}]$

$\vec{AC} + \vec{AF} = 2\vec{AO}$ — ③

$\vec{AD} = 2\vec{AO}$ — ④

समी. ② + ③ + ④ से

$\Rightarrow \vec{AE} + \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AF} + \cancel{\vec{AF}} + \vec{AD} = 2\vec{AO} + 2\vec{AO} + 2\vec{AO}$

$= 6\vec{AO}$ ~~Ans~~

$\Rightarrow \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} + \vec{AE} + \vec{AF} = 6\vec{AO}$ Ans

परिणामी

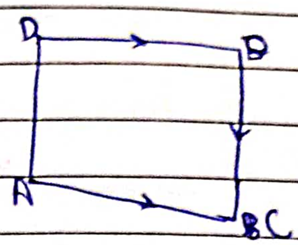
Ans-5. यदि

A = a

B = b

C = 3a+2b

D = 2a−3b



$\overrightarrow{AC}$ = ~~a +~~ 3a + 2b − a = 2a + 2b ⇒ 2(a+b)

$\overrightarrow{DB}$ = b − (2a − 3b) = b − 2a + 3b

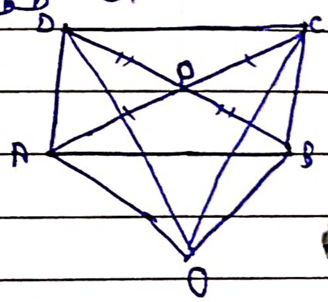
= −2a + 4b = 4a − 2b

= 2(2a − b)

$\overrightarrow{BC}$ = 3a+2b − b ⇒ 3a − b

Ans-6. यदि ABCD एक ~~स्थित बिन्दु~~ समांतर चतुर्भुज है।

तो सिद्ध कीजिए $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{OP}$



समान्तर चतुर्भुज में $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PC}$, $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{PD}$

Δ ODB में − $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OP}$ − ①

{ यदि P मध्य बिन्दु है AC व DB का तो AO = OC, DO = BO }

Δ OAC में − $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OP}$ − ②

समी० ① + ② से −

$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OP}$ Ans H.P

यदि A से O की व B से O की दूरी समान हो तो, O एक स्थित बिन्दु है।

Teacher's Signature..................

Tutorial - 9

निम्न का समाकलन कीजिए :-

1. $\int \frac{1}{1+\cos x}\,dx$ ② $\int \frac{\cos(\tan^{-1}x)}{1+x^2}\,dx$

3. $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^8}}\,dx$ ④ $\int \frac{x\sin^{-1}x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$

5. $\int \frac{x}{x^2+2x-3}\,dx$ ⑥ $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^5 dx$

7. $\int_0^{\pi/6} \cos^4 3\theta \,\sin^2 6\theta \, d\theta$

Q.8 निम्न अवकलन समीकरण की घात (order) व कोटि (degree) ज्ञात कीजिए :-

(i) $\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} = \int x^2\,dx$

(ii) $\frac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{d^2y/dx^2} = K$

(iii) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 2y = 0$

Ans. 8. 1. $\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} = \int x^2 dx$

Ans → इसमें उच्चतम अवकलज कोटि 2 है तथा उच्चतम घात 1 है।

2. $\frac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{(d^2y/dx^2)} = k$

Ans → इसमे अवकलज की कोटि 2 है तथा उच्चतम अवकलज की घात 2 है।

3. $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)+\left(\frac{dy}{dx}\right)+2y=0$

Ans → इसमें अवकलज की कोटि 2 है और उच्चतम अवकलज की घात 1 है।

Ans - 4. $\int \frac{x\sin^{-1}x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$

माना $t = \sin^{-1}x \Rightarrow x = \sin t$

$dt = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ $\quad \therefore \int \sin t\, dt$

$\Rightarrow -t\cos t - \int 1 \int \sin t\, dt$

$\Rightarrow -t\cos t + \cos t\, dt$

$-t\cos t + \sin t + c$

$\Rightarrow \sin^{-1}x\cos(\sin^{-1}x) + x + c$ Ans.

Ans - 7 $\int_0^{\pi/6} \cos^4 3\theta\, \sin^2 6\theta\, d\theta$

माना $3\theta = t$

$\therefore 3d\theta = dt$

माना $I = \int \frac{1}{1+\cos x}\, dx$

$I = \int \frac{dx}{\cancel{1}+2\cos^2 x/2 - \cancel{1}} = \frac{1}{2}\int \sec^2 \frac{x}{2}\, dx$

$I = \frac{1}{2}\,\frac{\tan x/2}{1/2} + c = I = \tan\frac{x}{2} + c$ Ans

माना $I = \int \frac{\cos(\tan^{-1}x)}{1+x^2}\, dx$

माना $\tan^{-1}x = t \Rightarrow \frac{1}{1+x^2}\, dx = dt$

$I = \int \cos t\, dt \Rightarrow \int \sin t + c$

$I = \sin(\tan^{-1}x) + c$ ($\because$ t का मान रखने पर)

यहाँ

$\frac{x}{x^2+2x-3} = \frac{x}{(x+3)(x+1)} = \frac{A}{(x+3)} + \frac{B}{(x-1)}$

$x = A(x-1) + B(x+3)$

$x = Ax - A + Bx + B3$ —(1)

समी (1) में x ~~का~~ के गुणांक तथा स्थिरांक एकत्र करने पर-

$1 = A + B$ —(2)

$0 = -A + 3B$

समी (2) व (3) ~~करके~~ सरल करके A व B के मान ज्ञात करने पर-

$A = 3/4$; $B = 1/4$

Page No. ___/___/___

अत: $\frac{x}{x^2+2x-3} = \frac{3}{4(x+3)} + \frac{1}{4(x-1)}$

$\therefore \int \frac{x}{x^2+2x-3} dx = \frac{3}{4}\int \frac{dx}{(x+3)} + \frac{1}{4}\int \frac{dx}{x-1}$

$= \frac{3}{4} \log(x+3) + \frac{1}{4} \log(x-1) + c$

$= \frac{1}{4} \log\left[(x-3)^3 (x-1)\right] + c$ Ans

Ans.-6. $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^5 x \, dx$

सूत्र $\int_0^{\pi/2} \sin^{2m-1}\theta \cos^{2n-1}\theta \, d\theta = \frac{\Gamma m \Gamma n}{2\Gamma m+n}$

$2m-1 = 6 \qquad 2n-1 = 5$

$2m = 7 \qquad 2n = 6$

$m = 7/2 \qquad n = \cancel{6}/\cancel{2}\ 3$

$\Rightarrow \cancel{\int_0^{\pi/2} \frac{\Gamma\frac{7}{2}\Gamma 3}{}} \frac{\Gamma\frac{7}{2}\Gamma 3}{2\Gamma\frac{7}{2}+3} \Rightarrow \frac{\cancel{\frac{5}{2}}\times\cancel{\frac{3}{2}}\times\cancel{\frac{1}{2}}\times\cancel{\Gamma\frac{1}{2}}\times\cancel{2}\times 2\times 1}{2\times\frac{11}{\cancel{2}}\times\frac{9}{2}\times\frac{7}{2}\times\cancel{\frac{5}{2}}\times\cancel{\frac{3}{2}}\times\cancel{\frac{1}{2}}\times\cancel{\Gamma\frac{1}{2}}\times\cancel{2}}$

$\Rightarrow \frac{2}{693/4} \Rightarrow \frac{2\times 4}{693} = \frac{8}{693}$ Ans

-3. माना $I = \int x^3/\sqrt{1-x^8}\, dx$

माना $x^4 = t \Rightarrow 4x^3\,dx = dt \quad \therefore x^3 dx = dt/4$

$I = \frac{1}{4}\int dt/\sqrt{1-t^2}$

$I = \frac{1}{4}\sin^{-1}(t) + c \Rightarrow I = \frac{1}{4}\sin^{-1}(x^4) + c$ Ans

$$\int_0^{\pi/6} \cos^4 3\theta \ \sin^2 6\theta \ d\theta$$

माना $3\theta = t$ $\therefore 3d\theta = dt$

जब $\theta = 0$ तो $t = 0$; जब $\theta = \pi/6$ तब $t = \pi/2$

$$\therefore \frac{1}{3}\int_0^{\pi/2} \cos^4 t \ \sin^2 2t \ dt$$

$$= \frac{1}{3}\int_0^{\pi/2} \cos^4 t \,(2\sin t \cos t)^2 \, dt$$

[$\because \sin 2t = 2\sin t \cos t$]

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\int_0^{\pi/2} \cos^4 t \ (2\sin t \cos t)^2 \, dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\int_0^{\pi/2} \cos^4 t \cdot 4\sin^2 t \ \cos^2 t \ dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\int_0^{\pi/2} \sin^2 t \cdot \cos^6 t \ dt$$

सूत्र से $2m - 1 = 2$ $\quad 2n - 1 = 6$

$m = 3/2$ $\quad n = 7/2$

$$\frac{4}{3} \times \frac{\Gamma 3/2 \times \Gamma 7/2}{2 \times \Gamma 3/2 + 7/2} \Rightarrow \frac{4}{3} \times \frac{1/2 \times \Gamma 1/2 \times 5/2 \times \cancel{3}/2 \times 1/2 \times \Gamma 1/2}{2 \times 4 \times \cancel{3} \times 2 \times 1}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} \times \frac{5/16 \ \pi}{16} \Rightarrow \frac{\cancel{4}}{3} \times \frac{5}{16} \pi \times \frac{1}{\cancel{16}\,4}$$

$$\Rightarrow \cancel{\frac{5\pi}{3 \times 16 \times 16}} \quad \frac{5\pi}{3 \times 16 \times 4} \Rightarrow \frac{5\pi}{12 \times 16} \Rightarrow \frac{5\pi}{192} \text{ Ans}$$