Étude du Pendule Simple : Analyse des Oscillations Harmoniques

Rapport du Laboratoire

Cătălin Bozan, Liviu Arsenescu

05.03.2024

1 Objectifs du laboratoire

- Démontrer expérimentalement le fait que la période ne dépend pas de la masse
- Vérifier la formule de la période d'un pendule
- Trouver l'accélération gravitationnelle de la terre

2 Éléments théoriques

2.1 Les différentes quantités rencontrées

- $\boldsymbol{\theta}$ - l'angle entre la verticale et le pendule
- **L** - la longueur du fil
- **T** - la période du pendule
- **m** - masse d'objet
- **s** - la position de la masse
- **g** - l'accélération gravitationnelle

2.2 La formule fondamentale du pendule

La position de la masse suspendue est calculée à l'aide de la formule suivante:

$$s = L\theta,$$

La deuxième loi de Newton ($\sum_{i=1}^{n} F_i = ma$) selon l'axe tangentiele s'écrit:

$$-mgsin(\theta) = m\frac{d^2s}{dt^2}$$

où $-mgsin(\theta)$ est l'équation obtenue pour la seule force agissant sur l'objet (P - poids), et $\frac{d^2s}{dt^2}$ est l'accélération totale du système, obtenue en dérivant deux fois la position.
On sait que $\frac{d^2s}{dt^2} = L\frac{d^2\theta}{dt^2}$ (L - constante). Alors:

$$-mgsin(\theta) = mL\frac{d^2\theta}{dt^2}$$
$$-\frac{g}{L}sin(\theta) = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}sin(\theta) = 0$$

Pour notre expérience, nous n'utilisons que de petits angles, ce qui nous permet de faire l'approximation suivante: $sin(\theta) \approx \theta$. Le pendule simple devient alors un système oscillatoire harmonique, décrit par l'équation suivante:

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0}$$

En comparant cette équation avec l'équation du mouvement oscillatoire harmonique ($\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0$), nous obtenons:

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}} \quad \text{et} \quad \boxed{T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

Cette approche mathématique permet de tirer les conclusions suivantes:

- La période ne dépends pas de la masse de l'objet
- La période est proportionnelle à la racine carrée de la longueur
- Nous pouvons estimer expérimentalement la norme d'accélération gravitationnelle à l'aide de la formule:
$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

3 Manipulation

3.1 Matériel

- Socle
- Tiges
- Noix-double
- Tige-pince
- Diverses masses
- Fil non élastique
- Ruban métrique
- Camera vidéo
- Ordinateur

3.2 Configuration

La tige est fixée verticalement au socle. En utilisant la noix-double, on fixe horizontalement

4 Mesures

4.1 Manière de mesurer

Pour reduire l'incertitude, on n'a pas utilisé de chronomètre pour mesurer le temps, mais on a pris une vidéo avec une caméra de 60 cadres par seconde. Ensuite, on a analysé la vidéo à l'aide d'un logiciel de montage, pour mieux voir les cadres du début et de la fin.
Bien que les instructions du laboratoire indiquent que nous devrions enregistrer 10 périodes, pendant le laboratoire on a eu une erreur avec les vidéos, ce qui nous a permis d'enregistrer seulement 7 périodes. Cela n'a pas eu un grand impact sur l'incertitude.
Pour le reste des mesures(longueur, masse), on a suivi les instructions de laboratoire.

5 Analyse des mesures et résultats

5.1 Période d'oscillation T en fonction de la masse m

Pour cette expérience, nous avons une longueur fixe pour le fil et on a augmenté la masse.
Les valeurs suivantes restent constantes pour chaque mesure:

- Longueur: $L = 80.0cm$
- Incertitude de la longueur: $\Delta L = \pm 0.4cm$
- Incertitude de la masse: $\Delta m = \pm 0.01g$
- Incertitude de 7 périodes: $\Delta 7T = \pm 0.05s \Rightarrow \Delta T = \pm 0.008s$

Le reste des valeurs peut être représenté dans un tableau:

No.	**m(g)**	**7T(s)**	**T(s)**
1	19.96	12.52	1.788
2	49.76	12.60	1.800
3	99.63	12.55	1.792
4	199.69	12.57	1.795
5	499.46	12.52	1.788

Symb.		description
m(g)	-	masse en grammes
7T(s)	-	mesure de 7 périodes en secondes
T(s)	-	période en secondes

On peut utiliser cet ensemble de données pour faire un graphique:

6 Synthèse et conclusion