Étude du Pendule Simple : Analyse des Oscillations Harmoniques

Rapport du Laboratoire

Cătălin Bozan, Liviu Arsenescu

05.03.2024

1 Objectifs du laboratoire

- Démontrer expérimentalement le fait que la période ne dépend pas de la masse
- Vérifier la formule de la période d'un pendule
- Trouver l'accélération gravitationnelle de la terre

2 Éléments théoriques

2.1 Les différentes quantités rencontrées

- $\boldsymbol{\theta}$ - l'angle entre la verticale et le pendule
- **L** - la longueur du fil
- **T** - la période du pendule
- **m** - masse d'objet
- **s** - la position de la masse
- **g** - l'accélération gravitationnelle

2.2 La formule fondamentale du pendule

La position de la masse suspendue est calculée à l'aide de la formule suivante:

$$s = L\theta,$$

La deuxième loi de Newton ($\sum_{i=1}^{n} F_i = ma$) selon l'axe tangentiele s'écrit:

$$-mgsin(\theta) = m\frac{d^2s}{dt^2}$$

où $-mgsin(\theta)$ est l'équation obtenue pour la seule force agissant sur l'objet (P - poids), et $\frac{d^2s}{dt^2}$ est l'accélération totale du système, obtenue en dérivant deux fois la position.
On sait que $\frac{d^2s}{dt^2} = L\frac{d^2\theta}{dt^2}$ (L - constante). Alors:

$$-mgsin(\theta) = mL\frac{d^2\theta}{dt^2}$$
$$-\frac{g}{L}sin(\theta) = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}sin(\theta) = 0$$

Pour notre expérience, nous n'utilisons que de petits angles, ce qui nous permet de faire l'approximation suivante: $sin(\theta) \approx \theta$. Le pendule simple devient alors un système oscillatoire harmonique, décrit par l'équation suivante:

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0}$$

En comparant cette équation avec l'équation du mouvement oscillatoire harmonique ($\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0$), nous obtenons:

$$\boxed{\begin{gathered} \omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \\ T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \end{gathered}}$$

Cette approche mathématique permet de tirer les conclusions suivantes:

- La période ne dépends pas de la masse de l'objet
- La période est proportionnelle à la raacine carrée de la longueur
- Nous pouvons estimer expérimentalement la norme d'accélération gravitationnelle à l'aide de la formule:
$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

3 Manipulation

4 Mesures

5 Analyse des mesures et résultats

6 Synthèse et conclusion