Numerische Mathematik Hausaufgaben

von Rico Kölling 192316 und Svaran Singh Chandla 193922

Aufgabe 1

Aufgabe 2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon \end{pmatrix}$$

$\epsilon > 0$ so dass $1 \boxplus \epsilon \neq 1$ aber $1 \boxplus \epsilon^2 = 1$

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ \epsilon \\ -\epsilon \\ \epsilon \end{pmatrix}$$

a) $A^\top \boxdot A$

$$A^\top = \begin{pmatrix} 1 & \epsilon & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \epsilon & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \epsilon \end{pmatrix}$$

$$A^\top A = \begin{pmatrix} 1 \boxplus \epsilon^2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \boxplus \epsilon^2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \boxplus \epsilon^2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Für $j = 1$

  $$q_1 := a_j = \begin{pmatrix} 1 \\ \epsilon \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

  - Für i von 1 bis j-1 also 1 bis 0 $\curvearrowright R_{1,1} = 1$

- Für j=2

  $$q_2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \epsilon \\ 0 \end{pmatrix}$$

  - Für i von 1 bis j-1 also 1 bis 1
    - i=1
    - $R_{1,2} = \frac{q_1^\top q_2}{q_1^\top q_1} = \frac{1}{x^2 \boxplus 1} = 1$

        - $q_2 := q_2 - 1q_1$
          $\rightarrow \begin{pmatrix}1\\0\\\epsilon\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\\epsilon\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\-\epsilon\\\epsilon\\0\end{pmatrix}$
        - $R_{2,2} = 1$

- Für $j = 3$

  $$q_3 := \begin{pmatrix}1\\0\\0\\\epsilon\end{pmatrix}$$

    - Für i von 1 bis j-1 also 1 bis 2
        - i=1
        - $R_{1,3} = \frac{q_1^\top q_3}{q_1^\top q_1} = \frac{1}{x^2 \boxplus 1} = 1$
        - $q_3 := q_3 - 1q_1$
          $\rightarrow \begin{pmatrix}1\\0\\0\\\epsilon\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\\epsilon\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\-\epsilon\\0\\\epsilon\end{pmatrix}$
        - i=2
        - $R_{2,3} = \frac{q_2^\top q_3}{q_2^\top q_2} = \frac{\epsilon^2}{2\epsilon^2} = \frac{1}{2}$
        - $q_3 := q_3 - \frac{1}{2}q_2$
          $\rightarrow \begin{pmatrix}0\\-\epsilon\\0\\\epsilon\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\-\frac{\epsilon}{2}\\\frac{\epsilon}{2}\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\\frac{-\epsilon}{2}\\\frac{-\epsilon}{2}\\\epsilon\end{pmatrix}$
    - $R_{3,3} = 1$

$$\hat{R} = \begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\0 & 1 & \frac{1}{2}\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$\hat{Q} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\\epsilon & -\epsilon & \frac{-\epsilon}{2}\\0 & \epsilon & \frac{-\epsilon}{2}\\0 & 0 & \epsilon\end{pmatrix}$$

b)