Лабораторна робота №5

Вивчення основного рівняння динаміки обертального руху твердого тіла

Мета роботи: експериментально перевірити основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла

Прилади та обладнання: маятник Обербека, секундомір, різновагки (тіла різної маси), штангенциркуль, міліметрова лінійка

Теоретичні відомості

Момент інерції - величина, що кількісно характеризує ~~ін~~ інертність тіл при їх обертальному русі. Момент інерції тіла відносно осі дорівнює сумі добутків елементарних мас тіла на квадрати їх відстаней від осі обертання:

$$J_z = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

Від цієї формули можна перейти до інтегралу:

$$J_z = \int_m r^2 dm$$

При $\rho = \frac{m}{V} = const$ формула набуває вигляду:

$$J_z = \rho \int_V r^2 dV$$

Момент інерції деяких геом. тіл:

- Тонкостінне кільце товщини b і радіусу R:
  $J_z \approx mR^2$ (за умови $R >> b$)
- Момент інерції суцільної кулі радіусу R:
  $J_z = \frac{2}{5} mR^2$
- Момент інерції стрижня з перерізом дов. форми:
  $J_z = \frac{1}{12} mb^2$ ($b >> S_{пер}$)
- Суцільний однорідний циліндр:
  $J_z = \frac{1}{2} mR^2$

Теорема Штайнера: $J_z = J_c + md^2$

Момент інерції через довільну вісь дорівнює сумі моменту інерції відносно осі, паралельної даній, що проходить через центр мас тіла

і добутку маси тіла на квадрат відстані між осями.

Момент сили: $\bar{M} = \bar{r} \times \bar{F} = [\bar{r}\bar{F}]$

Моментом сили відносно нерухомого центру O називають векторну величину, що дорівнює векторному добутку радіуса-вектора $\bar{r}$ з точки O до точки прикладання сили на вектор сили $\bar{F}$.

$M = r \cdot F \cdot \sin\alpha = F \cdot l$ ($l = r \cdot \sin\alpha$ - плече сили)

При обертанні навколо Oz сила створює момент сили відносно осі - M_z, що є проекцією вектора $\bar{M}$ на вісь Oz.

Момент імпульсу: $\bar{L} = \bar{r} \times (m\bar{v})$

Момент імпульсу твердого тіла відносно нерухомої осі дорівнює сумі моментів імпульсів елем. мас цього тіла відносно вказаної осі:

$$L_z = \sum_{i=1}^{N} L_{iz}$$

Враховуючи, що $v_i = \omega r_i$, маємо:

$$L_z = \omega \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = J_z \omega$$

Момент сили та момент імпульсу пов'язані співвідношенням:

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{M} \xrightarrow{\text{при обер. навколо } Oz} \frac{dL_z}{dt} = M_z$$

Звідси: $\frac{d(J_z \omega)}{dt} = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon$

Отже: $J_z \varepsilon = M_z$

– Основний закон динаміки обертального руху твердого тіла

Якщо сист. замкнена, то $\frac{d\bar{L}}{dt} = 0$, тому $\bar{L} = \text{const}$

Це – закон збереження моменту імпульсу

Кінетична енергія тіла обертання: $W_k = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i v_i^2}{2}$

Оскільки $v_i = \omega R_i$, то $W_k = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 = \frac{J_z \omega^2}{2}$

Табл № 3.1

$$\varepsilon_1 = \frac{2 \cdot 915 \cdot 10^{-3}}{19{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 5{,}85^2} = 2{,}8 \frac{рад}{с^2}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{2 \cdot 915 \cdot 10^{-3}}{19{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 5{,}07^2} = 3{,}73 \frac{рад}{с^2}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{2 \cdot 915 \cdot 10^{-3}}{19{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}45^2} = 4{,}84 \frac{рад}{с^2}$$

$$M_1 = 0{,}220(98 - 2{,}8 \cdot 19{,}1 \cdot 10^{-3}) \cdot 19{,}1 \cdot 10^{-3} = 0{,}041 \text{ Н} \cdot м$$

$$M_2 = 0{,}303(9{,}8 - 3{,}73 \cdot 19{,}1 \cdot 10^{-3}) \cdot 19{,}1 \cdot 10^{-3} = 0{,}056 \text{ Н} \cdot м$$

$$M_3 = 0{,}386(9{,}8 - 4{,}84 \cdot 19{,}1 \cdot 10^{-3}) \cdot 19{,}1 \cdot 10^{-3} = 0{,}072 \text{ Н} \cdot м$$

$$\Delta\varepsilon_1 = \left(\frac{0{,}05 \cdot 10^{-3}}{915 \cdot 10^{-3}} + \frac{0{,}025 \cdot 10^{-3}}{19{,}1 \cdot 10^{-3}} + 2\frac{0{,}03}{5{,}85}\right) \cdot 2{,}8 = 0{,}031 \frac{рад}{с^2}$$

$$\Delta\varepsilon_2 = \left(\frac{0{,}05 \cdot 10^{-3}}{915 \cdot 10^{-3}} + \frac{0{,}025 \cdot 10^{-3}}{19{,}1 \cdot 10^{-3}} + 2\frac{0{,}12}{5{,}07}\right) \cdot 3{,}73 = 0{,}18 \frac{рад}{с^2}$$

$$\Delta\varepsilon_3 = \left(\frac{0{,}05 \cdot 10^{-3}}{915 \cdot 10^{-3}} + \frac{0{,}025 \cdot 10^{-3}}{19{,}1 \cdot 10^{-3}} + 2\frac{0{,}07}{4{,}45}\right) \cdot 4{,}84 = 0{,}156 \frac{рад}{с^2}$$

Табл №2.1

$m = 0{,}220$ кг

$t_{ср} = \frac{5{,}8 + 5{,}85 + 5{,}9}{3} = 5{,}85$ с

$\Delta t_1 = 5{,}85 - 5{,}8 = 0{,}05$ с; $\Delta t_2 = 5{,}85 - 5{,}85 = 0$ с

$\Delta t_3 = 5{,}9 - 5{,}85 = 0{,}05$ с; $\Delta t_{ср} = \frac{0{,}05 + 0{,}05}{3} = 0{,}03$ с

$m = 0{,}303$ кг

$t_{ср} = \frac{5 + 5{,}25 + 4{,}95}{3} = 5{,}07$ с

$\Delta t_1 = 5{,}07 - 5 = 0{,}07$ с; $\Delta t_2 = 5{,}25 - 5{,}07 = 0{,}18$ с

$\Delta t_3 = 5{,}07 - 4{,}95 = 0{,}12$ с; $\Delta t_{ср} = \frac{0{,}07 + 0{,}18 + 0{,}12}{3} = 0{,}12$ с

$m = 0{,}386$ кг:

$t_{ср} = \frac{4{,}48 + 4{,}53 + 4{,}35}{3} = 4{,}45$ с;

$\Delta t_1 = 4{,}48 - 4{,}45 = 0{,}03$ с

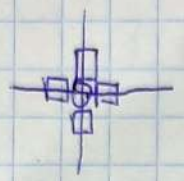
$\Delta t_2 = 4{,}53 - 4{,}45 = 0{,}08$ с

$\Delta t_3 = 4{,}45 - 4{,}35 = 0{,}1$ с

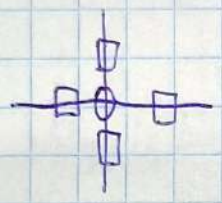
$\Delta t_{ср} = \frac{0{,}03 + 0{,}08 + 0{,}1}{3} = 0{,}07$ с.

Табл 4

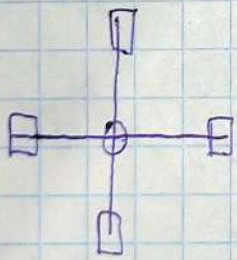
~~m = 0,220~~

 : $J = \frac{0,04 - 0,02}{f_1(0,04) - f_1(0,02)} = \frac{0,02}{2,714 - 1,398} =$

$= \frac{0,02}{1,3161} = 0,15 \ кл \cdot м^2$

 : $J = \frac{0,04 - 0,03}{f_2(0,04) - f(0,03)} = \frac{0,01}{1,395 - 1,012} =$

$= \frac{0,01}{0,383} = 0,026 \ кл \cdot м^2$

 : $J = \frac{0,04 - 0,01}{f_3(0,04) - f_3(0,01)} \frac{0,03}{0,505 - 0} = 0,059 =$ кл · м²

$= 0,06 \ кл \cdot м^2$

Таблиці результатів вимірювань і розрахунків

Табл №1

№	R, мм	ΔR, мм	d, мм	Δd, мм	R, мм	ΔR, мм
1	915		38,2			
2	915		38,2			
3	915		38,2			
сер.	915	0,05	38,2	0,025	199,1	0,025

Табл №2.1

№	m = 0,220 кг		m = 0,303 кг		m = 0,386 кг	
	t, с	Δt, с	t, с	Δt, с	t, с	Δt, с
1	13,16	0,03	11,30	0,32	9,28	0,14
2	12,68	0,45	11,82	0,20	9,77	035
3	13,56	0,43	11,73	0,11	9,22	0,20
сер.	13,13	0,303	11,62	0,21	9,42	0,23

Табл №3.1

m, кг	ε, с$^{-2}$	M, Н·м	Δε, с$^{-2}$	$M_т$, Н·м
0,220	0,56	0,041	0,014	0,001
0,303	0,71	~~0,05~~ 0,052	0,019	0,01
0,386	1,08	0,072	0,028	0,01

Табл №2.2

N	m = 0,220 кг		m = 0,303 кг		m = 0,386 кг	
	t, с	Δt, с	t, с	Δt, с	t, с	Δt, с
1	8,19	0,12	7,06	0,08	6,11	0,11
2	7,93	0,14	6,88	0,10	5,83	0,17
3	8,09	0,02	7,01	0,03	6,06	0,06
сер.	8,07	0,09	6,98	0,07	6	0,11

Табл №3.2

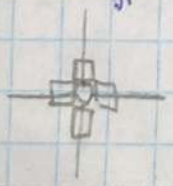
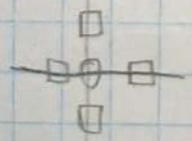
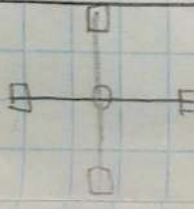
m, кг	ε, с$^{-2}$	M, Н·м	Δε, с$^{-2}$	$M_т$, Н·м
0,220	1,17	0,041	0,035	0,004
0,303	1,97	0,057	0,042	0,004
0,386	2,66	0,072	0,128	0,004

Табл 2.31

№	m = 0,220 кг		m = 0,303 кг		m = 0,386 кг	
	t, с	Δt, с	t, с	Δt, с	t, с	Δt, с
1	5,8	0,05	5,0	0,07	4,48	0,03
2	5,85	0	5,25	0,18	4,53	0,08
3	5,9	0,05	4,95	0,12	4,35	0,1
сер.	5,85	0,03	5,07	0,12	4,45	0,07

Табл. 3.31

m, кг	ε, $с^{-2}$	M, Н·м	Δε, $с^{-2}$	$M_т$, Н·м
0,220	2,8	0,041	0,031	≈0
0,303	3,73	0,056	0,18	≈0
0,386	4,84	0,072	0,156	≈0

Розміщення важків	J, кг·$м^2$	ε, $с^{-2}$	f, $кг^{-1}м^{-2}$
	0,015	2,8	~~16,69~~ 65,8
	0,026	1,47	38,31
	0,06	0,56	16,69

m = 0,220 кг

Таблиці результатів вимірювань і розрахунків

Табл №1

№	R, мм	ΔR, мм	d, мм	Δd, мм	R, мм	ΔR, мм
1	915		38,2			
2	915		38,2			
3	915		38,2			
сер.	915	0,05	38,2	0,025	199,1	0,025

Табл №23

№	m = 0,220 кг		m = 0,303 кг		m = 0,386 кг	
	t, с	Δt, с	t, с	Δt, с	t, с	Δt, с
1	13,16	0,03	11,30	0,32	9,28	0,14
2	12,68	0,45	11,82	0,20	9,77	0,35
3	13,56	0,43	11,73	0,11	9,22	0,20
сер.	13,13	0,303	11,62	0,21	9,42	0,23

Табл №3.1

m, кг	ε, $с^{-2}$	M, Н·м	$\Delta\varepsilon$, $с^{-2}$	$M_т$, Н·м
0,220	0,56	0,041	0,014	0,001
0,303	0,71	0,057	0,019	0,01
0,386	1,08	0,072	0,028	0,01

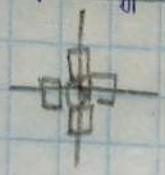
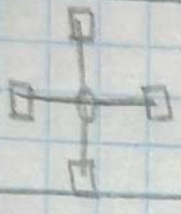
Табл №2.2

N	m = 0,220 кг		m = 0,303 кг		m = 0,386 кг	
	t, с	Δt, с	t, с	Δt, с	t, с	Δt, с
1	8,19	0,12	7,06	0,08	6,11	0,11
2	7,93	0,14	6,88	0,10	5,83	0,17
3	8,09	0,02	7,01	0,03	6,06	0,06
сер.	8,07	0,09	6,98	0,07	6	0,11

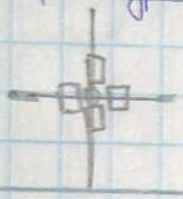
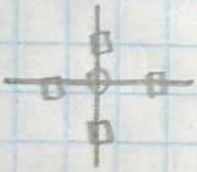
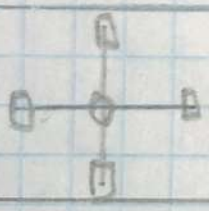
Табл №3.2

m, кг	ε, $с^{-2}$	M, Н·м	$\Delta\varepsilon$, $с^{-2}$	$M_т$, Н·м
0,220	1,47	0,041	0,035	0,004
0,303	1,97	0,057	0,042	0,004
0,386	2,66	0,072	0,128	0,004

$m = 0,303$ кг

Розміщення циліндрів	J, кг·м²	ε, с$^{-2}$	$\frac{1}{J}$, кг$^{-1}$·м$^{-2}$
	0,015	3,73	65,8
	0,026	1,97	38,31
	0,06	0,71	16,69

$m = 0,386$ кг

Розміщення циліндрів	J, кг·м²	ε, с$^{-2}$	$\frac{1}{J}$, кг$^{-1}$·м$^{-2}$
	0,015	4,84	65,8
	0,026	2,66	38,31
	0,06	1,08	16,69