

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**

**Кафедра загальної фізики**

**ЗВІТ**

**про виконання лабораторної роботи № 15**

**Назва роботи «дослідження механічних згасаючих коливань»**

**Виконав:** Марущак А.С.

**студент групи ПЗ-15**

**інституту ІКНІ**

**Лектор:** доцент Рибак О.В

**Керівник лабораторних занять:**

**Ільчук Г.А.**

---

**Львів - 2022**

**Мета роботи:** Визначити основні параметри згасання коливань механічної системи.

**Прилади та матеріали:** Коливна система, секундомір.

### Короткі теоретичні відомості:

Реальні механічні коливання здійснюються за наявності сил опору середовища. Тому механічна енергія коливної системи з часом зменшується, а самі коливання згасають. Сила опору середовища переважно пропорційна швидкості руху тіла, що здійснює коливання:

$$F_{\text{оп}} = -ru,$$

де  $r$  – коефіцієнт опору середовища, знак (  $-$  ) вказує на протилежний напрям сили опору і швидкості руху.

Нехай тіло масою  $m$  під дією пружної сили  $-kx$  і сили опору  $-ru_x = -r\dot{x}$  здійснює коливання вздовж осі  $OX$ . Рівняння руху такого тіла:

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = 0,$$

або

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

Позначивши:

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2; \frac{r}{m} = 2\beta,$$

де  $\beta$  – коефіцієнт згасання, запишемо диференціальне рівняння згасаючих коливань:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2x = 0$$

Якщо  $\omega_0 > \beta$ , розв'язком є рівняння:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

, яке описує гармонічні коливання з циклічною частотою  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  і змінною у часі амплітудою  $A = A_0 e^{-\beta t}$  при початковій амплітуді  $A_0$ .

- *Період згасаючих коливань:*

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

- *Декрементом згасання  $D$  називається відношення амплітуд двох послідовних коливань:*

$$D = \frac{A_n}{A_{n+1}} = e^{\beta T}$$

- *Логарифмічним декрементом згасання називається фізична величина:*

$$\lambda = \ln D = \beta T$$

- *Часом релаксації коливальної системи  $\tau$  називається проміжок часу, протягом якого амплітуда коливань зменшується в  $e$  разів ( $e$  – основа натурального логарифму). Коефіцієнтом згасання називається фізична величина, обернена до часу релаксації:*

$$\beta = \frac{1}{\tau}$$

- $N_e$  – число коливань, після здійснення яких амплітуда зменшується в  $e$  разів, так що  $\tau = N_e T$ .

$$\lambda = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{T}{N_e T} = \frac{1}{N_e}$$

Отже, логарифмічний декремент згасання – це фізична величина, обернена до числа коливань  $N_e$ , після здійснення яких амплітуда зменшується в  $e$  разів.

- *Добротністю системи називається фізична величина:*

$$Q = 2\pi \frac{E}{|\Delta E|},$$

де  $E$  – енергія системи у даний момент часу;  $\Delta E$  – енергія, втрачена протягом одного періоду. Отже, добротність системи тим більша, чим менші втрати енергії системи  $\Delta E$ . Можна показати, що:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e$$

### **Контрольні запитання:**

- 1. Під дією яких сил тіло може здійснювати згасаючі гармонічні коливання?**

Найважливішою умовою виникнення згасаючих коливань є наявність сили опору середовища, а самі коливання можуть здійснюватися, наприклад, під дією сили пружності або тяжіння.

**2. Записати і пояснити диференціальне рівняння згасаючих гармонічних коливань.**

Нехай тіло масою  $m$  під дією пружної сили  $-kx$  і сили опору  $-ru_x = -r\dot{x}$  здійснює коливання вздовж осі  $OX$ . Рівняння руху такого тіла:

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = 0,$$

або

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

Позначивши:

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2; \frac{r}{m} = 2\beta,$$

де  $\beta$  – коефіцієнт згасання, запишемо диференціальне рівняння згасаючих коливань:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2x = 0$$

**3. Записати і пояснити розв'язок диференціального рівняння згасаючих гармонічних коливань.**

Якщо  $\omega_0 > \beta$ , розв'язком є рівняння:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

яке описує гармонічні коливання з циклічною частотою  $\omega =$

$\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  і змінною у часі амплітудою  $A = A_0 e^{-\beta t}$  при початковій амплітуді  $A_0$ .

**4. Як залежить період згасаючих коливань від коефіцієнта згасання?**

Період згасаючих коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

**5. У чому полягає фізичний зміст коефіцієнта згасання?**

Коефіцієнтом згасання називається фізична величина, обернена до часу релаксації:

$$\beta = \frac{1}{\tau}$$

Часом релаксації коливальної системи  $\tau$  називається проміжок часу, протягом якого амплітуда коливань зменшується в  $e$  разів ( $e$  – основа натурального логарифму).

**6. У чому полягає фізичний зміст логарифмічного декременту згасання? Як він зв'язаний з коефіцієнтом згасання?**

Логарифмічний декремент згасання – це фізична величина, обернена до числа коливань  $N_e$ , після здійснення яких амплітуда зменшується в  $e$  разів.

$$\lambda = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{T}{N_e T} = \frac{1}{N_e}$$

**7. Що називається добротністю коливної системи?**

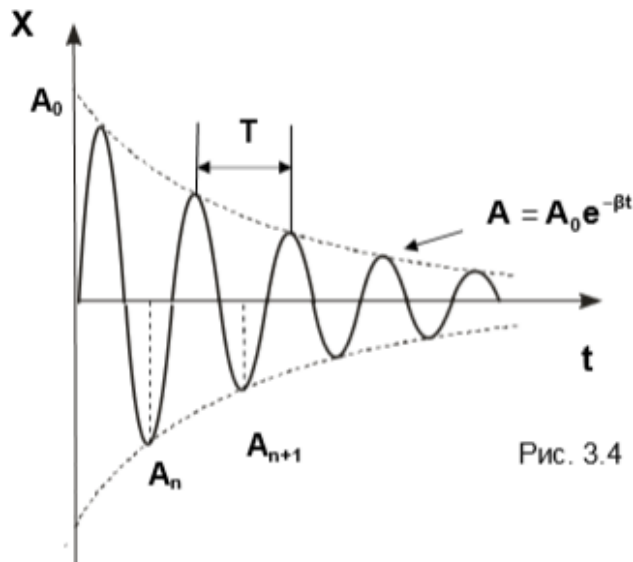
Добротністю системи називається фізична величина:

$$Q = 2\pi \frac{E}{|\Delta E|},$$

де  $E$  – енергія системи у даний момент часу;  $\Delta E$  – енергія, втрачена протягом одного періоду. Отже, добротність системи тим більша, чим менші втрати енергії системи  $\Delta E$ . Можна показати, що:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e$$

**8. Намалювати графіки залежностей  $x(t)$ ,  $A(t)$  для згасаючих коливань при  $j_0 = 0$**



**Робочі формули:**

$$\beta = \frac{\ln Z}{n_z T}$$

$$\Delta\beta = \left( \frac{\Delta n_2}{n_2} + \frac{\Delta T}{T} \right) \beta$$

$$\delta\beta = \frac{\Delta\beta}{\beta} \cdot 100\%$$

$$\lambda = \frac{\Delta(\ln Z)}{\Delta f(n_z)}$$

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}$$

### Хід роботи

1. Ввімкнути повітряний заспокоювач (вертикальне положення)
2. Відхилити стрижень на 10–15 поділок шкали, відпустити; визначити і записати в табл. 1 час  $t$ , протягом якого здійсниться 10 коливань.
3. За формулою  $T = \frac{t}{10}$  розрахувати період коливань і записати результат у табл. 1.
4. Дії, зазначені в п. 2–3, повторити ще двічі.
5. Вимкнути повітряний заспокоювач (горизонтальне положення), увімкнути рідинний заспокоювач (вертикальне положення) і повторити 3 рази дії, зазначені в п. 2–3.
6. Для повітряного заспокоювача, відхилити стрижень на 12 поділок, відпустити і визначити число коливань, протягом яких початкова амплітуда зменшиться у 2; 3 і 4 рази:  $n_2, n_3, n_4$ . Результати записати у табл. 1.
7. Дії, зазначені в п. 6, повторити ще двічі.
8. Для рідинного заспокоювача повторити 3 рази дії, зазначені в п. 6, 7.

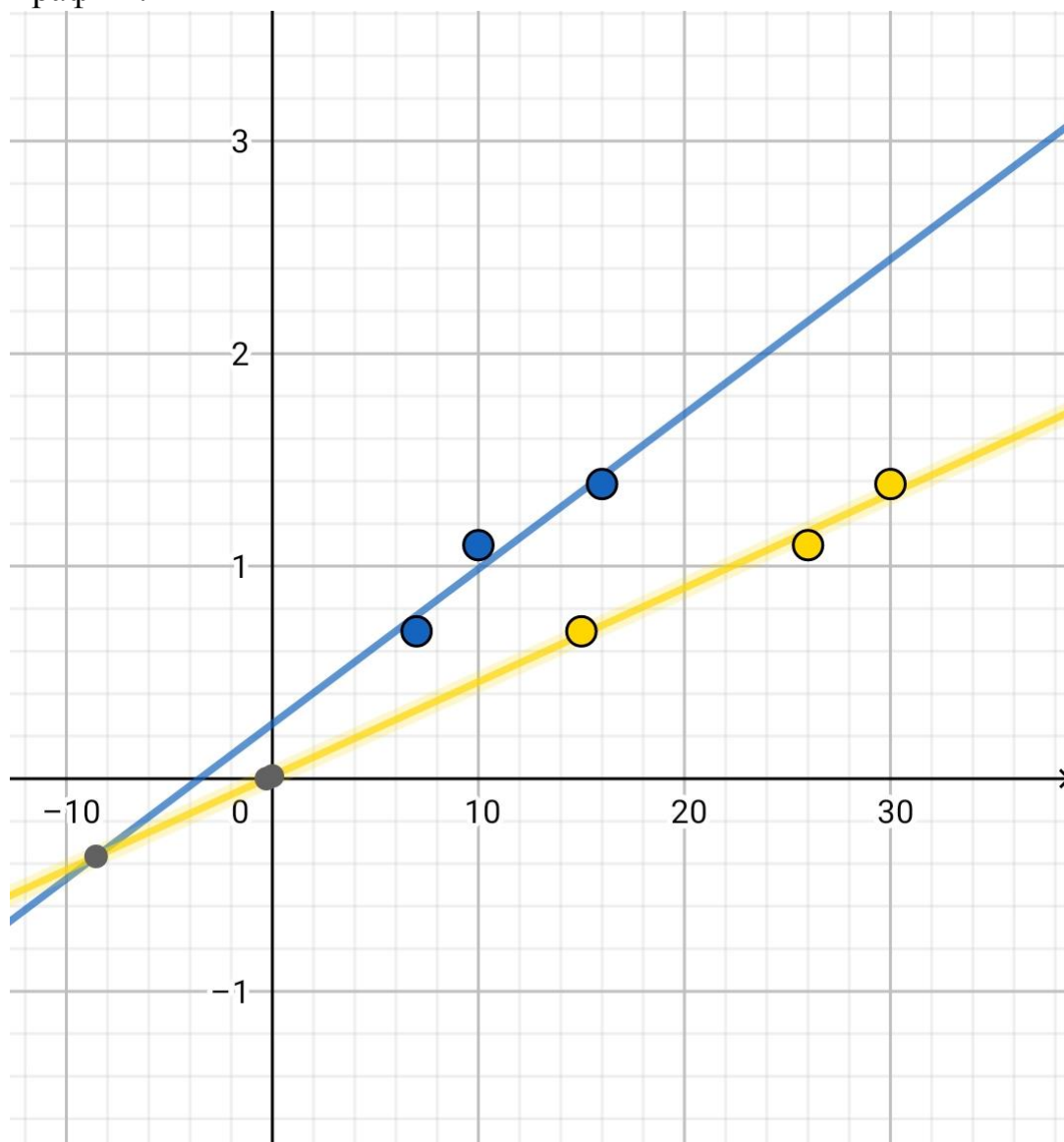
Табл 1

Заспокоювач	№	$t, c$	$T, c$	$\Delta T, c$	$n_2$	$\Delta n_2$	$n_3$	$n_4$
повітряний	1	18,6	1,86	0,01	16	1	26	31
	2	18,7	1,87	0,02	14	1	25	29
	3	18,3	1,83	0,02	16	1	26	30
	Сер.	18,5	1,85	0,02	15	1	26	30
рідинний	1	18,9	1,89	0	8	1	11	16
	2	18,8	1,88	0,01	7	0	9	15
	3	19,0	1,90	0,01	7	0	10	16
	Сер.	18,9	1,89	0,01	7	0	10	16

9. Використовуючи середні значення  $n_2$  і  $T$  для всіх трьох випадків визначити за формулою коефіцієнти згасання.
10. Розрахувати абсолютну і відносну похибки величин  $\beta$ .

11. Для всіх випадків побудувати графіки  $\ln Z = f(n_z)$  і визначити логарифмічні декременти згасання.

Графіки:



Жовтий графік – повітряний заспокоювач

Синій графік – рідинний заспокоювач

12. За формулою визначити добротність коливної системи при наявності і відсутності заспокоювачів.

13. Результати розрахунків, виконаних у п. 9–12, записати у табл. 2.

Табл 2

Заспокоювач	$\beta, c^{-1}$	$\Delta\beta, c^{-1}$	$\delta\beta, \%$	$\lambda$	$Q$
повітряний	0,025	0,002	8%	0,044	71,4
рідинний	0,052	0,0003	0,58%	0,073	43

**Обчислення**

$$\beta_n = \frac{\ln 2}{15 * 1,85} = 0,025(c^{-1})$$

$$\Delta\beta_n = \left(\frac{1}{15} + \frac{0,02}{1,85}\right) 0,025 = 0,002(c^{-1})$$

$$\delta\beta_n = \frac{0,002}{0,025} * 100\% = 8\%$$

$$\lambda_n = \frac{f_n(0,02) - f_n(0,01)}{0,01} = 0,044$$

$$Q_n = \frac{\pi}{0,044} = 71,4$$

$$\beta_p = \frac{\ln 2}{7 * 1,89} = 0,052(c^{-1})$$

$$\Delta\beta_p = \left(\frac{0}{7} + \frac{0,01}{1,89}\right) 0,052 = 0,0003(c^{-1})$$

$$\delta\beta_p = \frac{0,0003}{0,052} * 100\% = 0,58\%$$

$$\lambda_p = \frac{f_p(0,02) - f_p(0,01)}{0,01} = 0,073$$

$$Q_p = \frac{\pi}{0,073} = 43$$

### **Аналіз результатів:**

Найголовніше, що можна винести, аналізуючи результати, це те, що величина  $\ln Z$  лінійно залежить від кількості коливань  $n_z$ . Це знання є корисним, коли треба обчислити швидкість зупинки системи. Також в цьому можуть допомогти і інші величини, які ми обчислили.

### **Висновок:**

Виконавши цю лабораторну роботу ми визначили основні параметри згасання коливань механічної системи. Ці знання допоможуть нам у майбутньому легше передбачати поведінку коливальної системи за різних умов.