

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Кафедра загальної фізики

ЗВІТ

про виконання лабораторної роботи № 5

Назва роботи «вивчення основного рівняння динаміки
обертального руху твердого тіла»

Виконав: Марущак А.С.

студент групи ПЗ-15

інституту ІКНІ

Лектор: доцент Рибак О.В

Керівник лабораторних занять:

Ільчук Г.А.

Львів - 2022

Мета роботи: Експериментально перевірити основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла.

Прилади та матеріали: Маятник Обербека, секундомір, різноважки (тіла різної маси), штангенциркуль, міліметрова лінійка.

Короткі теоретичні відомості:

На відміну від поступального руху, де мірою інертності тіла є тільки його маса, у випадку обертального руху інертність тіла визначається як масою тіла так і розподілом маси відносно осі обертання. Тому для кількісної характеристики інертності тіл при їх обертальному русі вводиться фізична величина – момент інерції.

Моментом інерції тіла відносно деякої нерухомої осі OZ є величина, що визначається рівністю.

$$J = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2,$$

де m_i – маса i -ї частинки тіла, яке умовно “розбивається” на N частинок, настільки малих, що для кожної з них можна однозначно вказати i і r – відстань частинки від осі OZ

Важливим поняттям динаміки обертального руху є фізична величина, що називається моментом сили. Моментом сили відносно нерухомого центра O називається векторна величина, що дорівнює векторному добутку радіуса - вектора \vec{r} , проведеного з точки O до точки прикладання сили, на вектор сили \vec{F} .

$$M = [\vec{r}\vec{F}]$$

Вектор \vec{M} напрямлений перпендикулярно до площини, у якій лежать вектори \vec{r} і \vec{F} , таким чином, що з його кінця найкоротший поворот від вектора \vec{r} до вектора \vec{F} видно проти напрямку руху годинникової стрілки.

Модуль моменту сили можна подати у вигляді:

$$M = rF\sin\alpha = Fl,$$

де $l = r\sin\alpha$ - плече сили відносно точки O (довжина перпендикуляра, опущеного з точки O на лінію дії сили).

Момент сили відносно осі обертання дорівнює добутку моменту інерції тіла відносно цієї осі на набуте тілом кутове прискорення:

$$J_z \varepsilon = M_z$$

Останнє рівняння нам і необхідно перевірити.

Контрольні запитання:

1. Що називається моментом інерції тіла?

Момент інерції тіла – фізична величина, що характеризує інертність тіла при обретаьльному русі і чисельно дорівнює сумі добутків елементарних мас, на які можна розбити тіло, на квадрат відстані до них від осі обертання.

2. Записати і пояснити основне рівняння динаміки обретаьльного руху твердого тіла.

Основне рівняння динаміки обретаьльного руху: $M = J\varepsilon$ (Момент сили, що викликає обертання, чисельно дорівнює добутку моменту інерції на кутове прискорення).

3. Що називається моментом сили відносно осі обертання?

Моментом сили відносно нерухомого центра О називається векторна величина, що дорівнює векторному добутку радіуса - вектора \vec{r} , проведеного з точки О до точки прикладання сили, на вектор сили \vec{F} : $M = [\vec{r}\vec{F}]$.

4. Що називається плечем сили?

$l = r \sin \alpha$ - плече сили відносно точки О (довжина перпендикуляра, опущеного з точки О на лінію дії сили).

5. У чому полягає суть перевірки основного рівняння динаміки в даній лабораторній роботі?

Перевірка рівняння полягає у підтвердженні прямої пропорційності кутового прискорення від моменту сили та оберненої пропорційності від моменту інерції.

6. Як визначається момент інерції у даній роботі?

У даній роботі момент інерції визначається як величина, обернена до кутового коефіцієнту прямої-графіка функції $\varepsilon = f(M)$: $J = \frac{dM}{d\varepsilon}$

7. Вивести формулу, що описує обретаьльний момент, діючий на маятник Обербека.

За 2м законом Ньютона: $ma = mg - F \rightarrow F = mg - ma$

Оскільки $M = F * R = m(g - a)R$, а $a = \varepsilon R$, то маємо

$$M = m(g - \varepsilon R)R$$

Задані величини:

$$m_1 = 0.220 \text{ кг}$$

$$m_2 = 0.303 \text{ кг}$$

$$m_3 = 0.386 \text{ кг}$$

Робочі формули:

$$\varepsilon = \frac{2h}{t^2 R}$$

$$M = FR = m \left(g - \frac{2h}{t^2} \right) R \approx mgR$$

$$\Delta \varepsilon = \left(\frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{2\Delta t}{t} \right) \varepsilon$$

$$J = \frac{dM}{d\varepsilon} = \frac{M_2 - M_1}{\varepsilon(M_2) - \varepsilon(M_1)}$$

Хід роботи

Завдання 1. Експериментальна перевірка залежності кутового прискорення ε маятника Обербека від моменту зовнішніх сил.

1. Тричі виміряємо висоту опускання тіла h , і результати записуємо у табл. 1.
2. Три рази виміряємо діаметр шківів d , результати записуємо у табл. 1

Табл 1

Номер	h , мм	Δh , мм	d , мм	Δd , мм	R , мм	ΔR , мм
1	915		38.2			
2	915		38.2			
3	915		38.2			
Середнє	915	0.05	38.2	0.025	19.1	0.025

3. Закріплюємо циліндри на мінімальній відстані від осі обертання.
4. Три рази виміряти час опускання основного вантажу; результати записати у табл. 2.
5. Дії, вказані в п. 4, повторюємо ще двічі для більших мас m . Для цього на основний вантаж, прикріплений до нитки, треба накласти спочатку одну, а потім дві різноважки.
6. Перевішивши результати вимірювань всіх величин в одиниці СІ, за формулами розраховуємо величини M і ε (для трьох значень мас m) Записуємо одержані значення в табл. 3.
7. Будуємо графіки залежності ε від M .

8. Обчислюємо похибки вимірювання кутового прискорення за формулою.
9. Відкладаємо в масштабі, вибраному для ε , відрізки $\pm \Delta \varepsilon$ навколо відповідних експериментальних точок графіку
10. Проводимо через експериментальні точки графіку найбільш оптимальним способом пряму та знаходимо числове значення моменту сил тертя M_T як точку перетину прямої з віссю моментів сил. Записати це значення в табл. 3.
11. Переміщаємо циліндри на середину кожного з чотирьох стрижнів, фіксуємо їх і виконуємо дії, вказані в пп. 3–10.
12. Зафіксуємо циліндри в крайніх положеннях і ще раз повторюємо дії, вказані в пп. 3–10.



Табл 2(1)

Номер	m=0.220кг		m=0.303кг		m=0.386кг	
	t, с	Δt , с	t, с	Δt , с	t, с	Δt , с
1	5.8	0.05	5.0	0.07	4.48	0.03
2	5.85	0	5.25	0.18	4.53	0.08
3	5.9	0.05	4.95	0.12	4.35	0.1
Середнє	5.85	0.03	5.07	0.12	4.45	0.07



Табл 3(1)

m, кг	ε , с^{-2}	M , Н*м	$\Delta \varepsilon$, с^{-2}	M_T , Н*м
0.220	2.8	0.041	0.031	≈ 0
0.303	3.73	0.056	0.18	≈ 0
0.386	4.84	0.072	0.156	≈ 0



Табл 2(2)

Номер	m=0.220кг		m=0.303кг		m=0.386кг	
	t, с	Δt , с	t, с	Δt , с	t, с	Δt , с

1	8.19	0.12	7.06	0.08	6.11	0.11
2	7.93	0.14	6.88	0.10	5.83	0.17
3	8.09	0.02	7.01	0.03	6.06	0.06
Середнє	8.07	0.09	6.98	0.07	6	0.11



Табл 3(2)

m, кг	$\varepsilon, \text{с}^{-2}$	$M, \text{Н}^*\text{М}$	$\Delta\varepsilon, \text{с}^{-2}$	$M_T, \text{Н}^*\text{М}$
0.220	1.47	0.041	0.035	0.004
0.303	1.97	0.057	0.042	0.004
0.386	2.66	0.072	0.128	0.004



Табл 2(3)

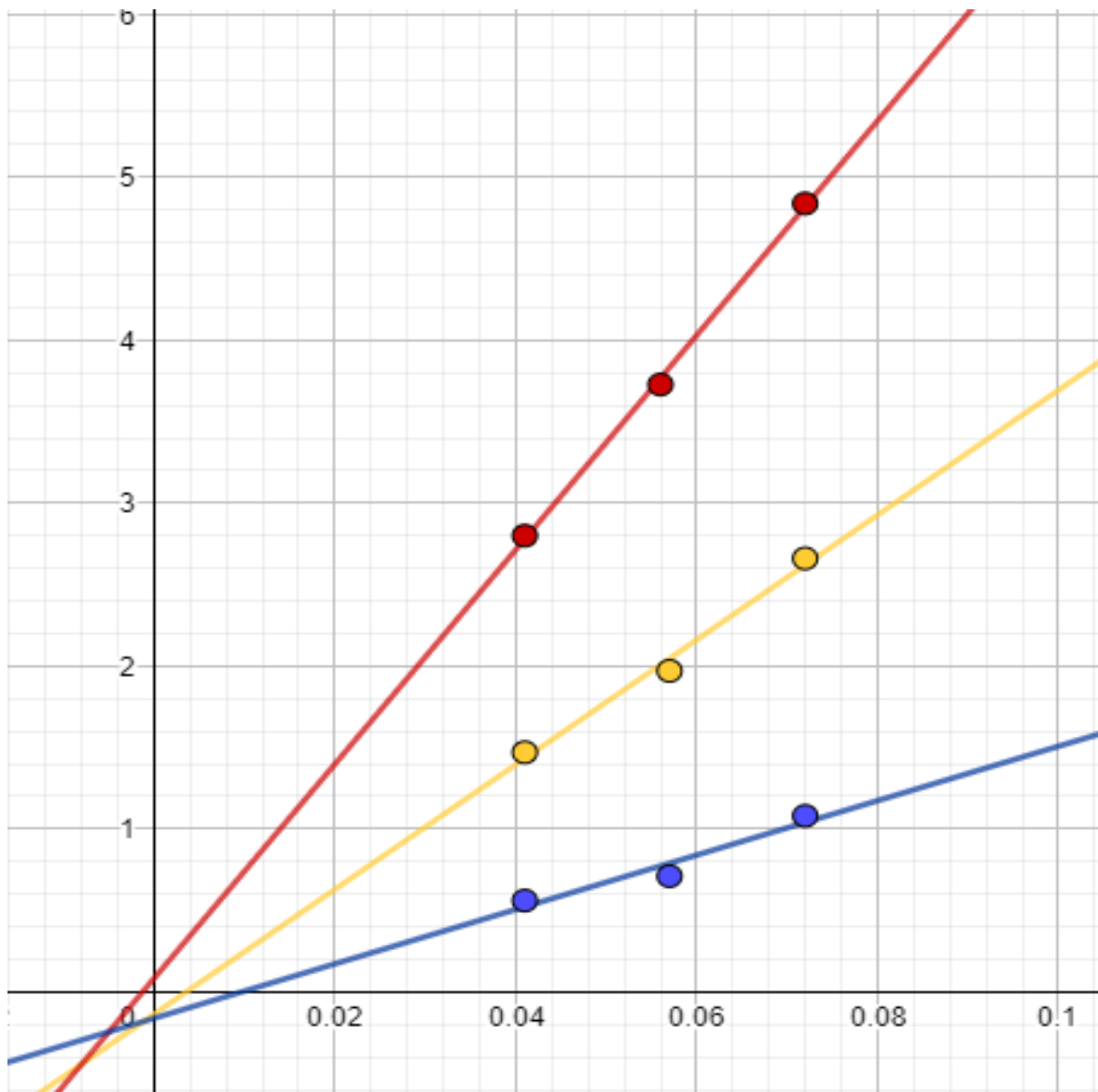
Номер	m=0.220кг		m=0.303кг		m=0.386кг	
	t, с	$\Delta t, \text{с}$	t, с	$\Delta t, \text{с}$	t, с	$\Delta t, \text{с}$
1	13.16	0.03	11.30	0.32	9.28	0.14
2	12.68	0.45	11.82	0.20	9.77	0.35
3	13.56	0.43	11.73	0.11	9.22	0.20
Середнє	13.13	0.303	11.62	0.21	9.42	0.23



Табл 3(3)

m, кг	$\varepsilon, \text{с}^{-2}$	$M, \text{Н}^*\text{М}$	$\Delta\varepsilon, \text{с}^{-2}$	$M_T, \text{Н}^*\text{М}$
0.220	0.56	0.041	0.027	0.01
0.303	0.71	0.057	0.027	0.01
0.386	1.08	0.072	0.054	0.01

Графіки:



Синій колір – циліндри знаходяться на максимальній відстані від центру.

Жовтий – циліндри на середній відстані.

Червоний – циліндри найближче до центру.

Завдання 2. Експериментальна перевірка залежності кутового прискорення ϵ від моменту інерції J маятника Обербека при постійному моменті сил

1. Обчислити моменти інерції маятника Обербека при різних положеннях циліндрів на стрижнях як відношення приростів ΔM до ΔJ графіків $\epsilon = f(M)$, побудованих у завданні 1.

2. Для фіксованого значення моменту сили M_1 виписати значення кутового прискорення ϵ з трьох попередніх таблиць. Хоча теоретично момент сили залежить від кутового прискорення, однак в наших експериментах величина ϵ дуже мала і момент сили практично дорівнює: $M = mgR$.

3. Побудувати графік залежності кутового прискорення ε від величини, оберненої до його моменту інерції. Виконати аналогічні побудови для двох інших моментів сил M_2 і M_3 .

Табл 4(1): $m = 0.220\text{кг}$, $M = 0.041 \text{ Н*м}$




Розміщення циліндрів	$J, \text{кг} * \text{м}^2$	$\varepsilon, \text{с}^{-2}$	$\frac{1}{J}, \text{кг} * \text{м}^{-2}$
	0.015	2.8	65.8
	0.026	1.47	38.31
	0.06	0.56	16.69

Табл 4(2): $m = 0.303\text{кг}$, $M = 0.057 \text{ Н*м}$







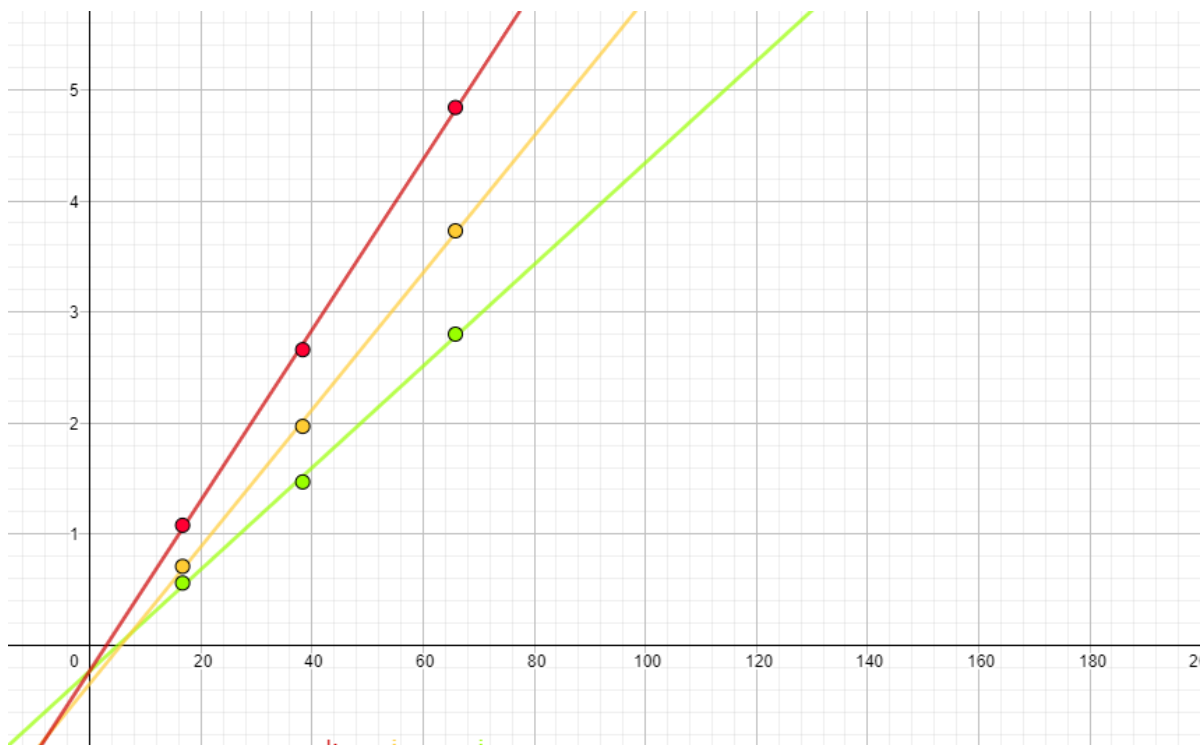
Розміщення циліндрів	$J, \text{кг} * \text{м}^2$	$\varepsilon, \text{с}^{-2}$	$\frac{1}{J}, \text{кг} * \text{м}^{-2}$
	0.015	3.73	65.8
	0.026	1.97	38.31
	0.06	0.71	16.69

Табл 4(3): $m = 0.386\text{кг}$, $M = 0.072 \text{ Н*м}$

Розміщення циліндрів	$J, \text{кг} * \text{м}^2$	$\varepsilon, \text{с}^{-2}$	$\frac{1}{J}, \text{кг} * \text{м}^{-2}$
	0.015	4.84	65.8

	0.026	2.66	38.31
	0.06	1.08	16.69

Графіки:



Зелений колір – 0.220кг

Жовтий колір – 0.303кг

Червоний колір – 0.386кг

Обчислення

Табл 3.1:

$$\varepsilon_1 = \frac{2 * 915 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3} * 5,85^2} = 2,8 (c^{-2})$$

$$\varepsilon_2 = \frac{2 * 915 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3} * 5,07^2} = 3,73 (c^{-2})$$

$$\varepsilon_3 = \frac{2 * 915 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3} * 4.45^2} = 4,84 (c^{-2})$$

$$M_1 = 0,220(9,8 - 2,8 * 19,1 * 10^{-3}) * 19,1 * 10^{-3} = 0.041 (H * m)$$

$$M_2 = 0,303(9,8 - 3,73 * 19,1 * 10^{-3}) * 19,1 * 10^{-3} = 0,056 \text{ (H * M)}$$

$$M_3 = 0,386(9,8 - 4,84 * 19,1 * 10^{-3}) * 19,1 * 10^{-3} = 0,072 \text{ (H * M)}$$

$$\Delta \varepsilon_1 = \left(\frac{0,05 * 10^{-3}}{915 * 10^{-3}} + \frac{0,025 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3}} + 2 \frac{0,03}{5,85} \right) * 2,8 = 0,031(c^{-2})$$

$$\Delta \varepsilon_2 = \left(\frac{0,05 * 10^{-3}}{915 * 10^{-3}} + \frac{0,025 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3}} + 2 \frac{0,12}{5,07} \right) * 3,73 = 0,18(c^{-2})$$

$$\Delta \varepsilon_3 = \left(\frac{0,05 * 10^{-3}}{915 * 10^{-3}} + \frac{0,025 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3}} + 2 \frac{0,07}{4,45} \right) * 4,84 = 0,156(c^{-2})$$

Табл 3.2:

$$\varepsilon_1 = \frac{2 * 915 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3} * 8,07^2} = 1,47 (c^{-2})$$

$$\varepsilon_2 = \frac{2 * 915 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3} * 6,98^2} = 1,97 (c^{-2})$$

$$\varepsilon_3 = \frac{2 * 915 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3} * 6^2} = 2,66 (c^{-2})$$

$$M_1 = 0,220(9,8 - 1,47 * 19,1 * 10^{-3}) * 19,1 * 10^{-3} = 0,041 \text{ (H * M)}$$

$$M_2 = 0,303(9,8 - 1,97 * 19,1 * 10^{-3}) * 19,1 * 10^{-3} = 0,057 \text{ (H * M)}$$

$$M_3 = 0,386(9,8 - 2,66 * 19,1 * 10^{-3}) * 19,1 * 10^{-3} = 0,072 \text{ (H * M)}$$

$$\Delta \varepsilon_1 = \left(\frac{0,05 * 10^{-3}}{915 * 10^{-3}} + \frac{0,025 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3}} + 2 \frac{0,09}{8,07} \right) * 1,47 = 0,035(c^{-2})$$

$$\Delta \varepsilon_2 = \left(\frac{0,05 * 10^{-3}}{915 * 10^{-3}} + \frac{0,025 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3}} + 2 \frac{0,07}{6,98} \right) * 1,97 = 0,042(c^{-2})$$

$$\Delta \varepsilon_3 = \left(\frac{0,05 * 10^{-3}}{915 * 10^{-3}} + \frac{0,025 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3}} + 2 \frac{0,11}{6} \right) * 2,66 = 0,128(c^{-2})$$

Табл 3.3:

$$\varepsilon_1 = \frac{2 * 915 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3} * 13,13^2} = 0,56 (c^{-2})$$

$$\varepsilon_2 = \frac{2 * 915 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3} * 11,62^2} = 0,71 (c^{-2})$$

$$\varepsilon_3 = \frac{2 * 915 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3} * 9,42^2} = 1,08 (c^{-2})$$

$$M_1 = 0,220(9,8 - 0,56 * 19,1 * 10^{-3}) * 19,1 * 10^{-3} = 0,041 (H * M)$$

$$M_2 = 0,303(9,8 - 0,71 * 19,1 * 10^{-3}) * 19,1 * 10^{-3} = 0,057 (H * M)$$

$$M_3 = 0,386(9,8 - 1,08 * 19,1 * 10^{-3}) * 19,1 * 10^{-3} = 0,072 (H * M)$$

$$\Delta\varepsilon_1 = \left(\frac{0,05 * 10^{-3}}{915 * 10^{-3}} + \frac{0,025 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3}} + 2 \frac{0,303}{13,13} \right) * 0,56 = 0,027(c^{-2})$$

$$\Delta\varepsilon_2 = \left(\frac{0,05 * 10^{-3}}{915 * 10^{-3}} + \frac{0,025 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3}} + 2 \frac{0,21}{11,62} \right) * 0,71 = 0,027(c^{-2})$$

$$\Delta\varepsilon_3 = \left(\frac{0,05 * 10^{-3}}{915 * 10^{-3}} + \frac{0,025 * 10^{-3}}{19,1 * 10^{-3}} + 2 \frac{0,23}{9,42} \right) * 1,08 = 0,054(c^{-2})$$

Табл 4:

Найближча позиція циліндрів: $J = \frac{0,04-0,02}{f_1(0,04)-f_1(0,02)} = 0,015(кг * м^2)$

Середня позиція циліндрів: $J = \frac{0,04-0,03}{f_2(0,04)-f_2(0,03)} = 0,026(кг * м^2)$

Найвіддаленіша позиція циліндрів: $J = \frac{0,04-0,01}{f_3(0,04)-f_3(0,01)} = 0,06(кг * м^2)$

Аналіз результатів:

Як можемо бачити з графіків, величина кутового прискорення лінійно залежить від моменту прикладеної сили. Якщо ми врахуємо момент сили тертя, то ця залежність перетвориться на пряму пропорційність. З наступних графіків видно, що величина кутового прискорення також лінійно збільшується з ростом величини $1/J$ і при більш точних розрахунках мова могла б йти навіть про пряму пропорційність. Отже, величина кутового прискорення обернено пропорційна до J . Звідси висновок, що формула $\varepsilon = \frac{M}{J}$, яку можна переписати у вигляді $M = J\varepsilon$, вірна, що і необхідно було перевірити.

Висновок:

Виконавши цю лабораторну роботу ми на практиці навчилися використовувати знання про момент сили та інерції, закріпили знання

кінематики обертального руху. З їх допомогою, ми експериментально перевірили основне рівняння динаміки обертального руху і довели, що воно вірне.