31-gui1_ejercicio_23

February 21, 2024

23 - Según el principio de Arquímedes, la fuerza de flotación o empuje es igual al peso del fluido desplazado por la porción sumergida de un objeto. Para la esfera de la figura, determine la altura h de la porción que se encuentra sobre el agua considerando las constantes con los valores mostrados. Utilice el método de posición falsa con una precisión de 10-12. Emplee 15 decimales.

$$\rho_{esfera} = 200Kg/m^3$$
$$\rho_{agua} = 1000kg/m3$$
$$r = 1m$$
$$g = 9.8m/s^2$$

Para referencia tenemos que tomar en cuenta que el volumen de una esfera viene dado por (ecuación 1):

$$V_e = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Ahora tenemos que buscar la forma de determinar el volumen de la esfera que está sobre el agua. Sabemos por mecánica de fluidos que:

$$\frac{V_{dezplazado}}{V_{esfera}} = \frac{\rho_{esfera}}{\rho_{agua}}$$

Por lo tanto:

$$V_{desplazado} = \frac{\rho_{esfera}}{\rho_{agua}} V_{esfera} = \frac{200}{1000}\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{15}\pi m^3$$

Y el volumen desplazado de agua es lo que se ha sumergido, por lo tanto la diferencia es el volumen sobre la superficie:

$$V_{desplazado} = V_{esfera} - V superficial$$

sustituimos:

$$V_{esfera} - V superficial = \frac{\rho_{esfera}}{\rho_{agua}} V_{esfera}$$

Despejamos y factorizamos:

$$V_{superficial} = \left(1 - \frac{\rho_{esfera}}{\rho_{agua}}\right) V_{esfera}$$

Sustituimos el volumen de la esfera por la ecuación 1:

$$V_{superficial} = \left(1 - \frac{\rho_{esfera}}{\rho_{agua}}\right) \frac{4}{3}\pi r^3$$

operamos y tenemos nuestra ecuación 2:

$$V_{superficial} = \left(1 - \frac{\rho_{esfera}}{\rho_{agua}}\right) \frac{4}{3}\pi r^3 = \left(1 - \frac{200}{1000}\right) \frac{4}{3}\pi 1^3 = \frac{16}{15}\pi$$

Además la fórmula para encontrar una esfera parcial (cortada), en base a una altura "h" y el radio es:

$$v_{esferaparcial} = \frac{\pi h^2}{3} * (3r - h)$$

Para nuestro caso, ya que r=1 y tenemos nuestra ecuación 3:

$$v_{esferaparcial} = \frac{\pi h^2}{3} * (3 - h)$$

Por lo tanto si igualamos la ecuación 2 y la ecuación 3:

$$\frac{\pi h^2}{3} * (3 - h) = \frac{16}{15}\pi$$

y para tener nuestra ecuación con la variable "h" e igualada a cero reducimos a:

$$(3 - h)h^2 - \frac{16}{5} = 0$$

con esta ecuación trabajamos el método númerico.

Como el radio de la esfera es 1, el diámetro es 2, por lo tanto la altura debe estar entre 0 y 2

[1]:
```
from metodos_numericos import posicion_falsa
from utils import imprimir_tabla



def f(h):
  return (3 - h) * h**2 - 16/5
```

```
solucion = posicion_falsa(0, 2, f, 10E-12, 1, [])
imprimir_tabla(solucion)
```

```
1   0.000000000000000   2.000000000000000   1.600000000000000   0.400000000000000␣
↪

2   1.600000000000000   0.000000000000000   1.428571428571429   0.171428571428571␣
↪
3   1.428571428571429   0.000000000000000   1.425454545454546   0.003116883116883␣
↪
4   1.425454545454546   1.428571428571429   1.425718942103766   0.000264396649220␣
↪
5   1.425718942103766   1.425454545454546   1.425718549220439   0.000000392883327␣
↪
6   1.425718549220439   1.425454545454546   1.425718549166527   0.000000000053912␣
↪
7   1.425718549166527   1.425454545454546   1.425718549166519   <-- solución     ␣
↪
```