date - fecha

Diferenciación: Tarea 1

1. Demuestre la formula alternativa para la estimacion de la segunda derivada discreta.

$$\frac{d\,f(x_i)}{d(x)} = \frac{f(x_{i+2}) - 2f(x_i) + f(x_{i-2})}{4h^2}$$

definiendo la primera deribada como

$$f'(x_i) \approx \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2h} \quad \text{central}$$

Ahora bien, la segunda derivada.

$$f''(x_i) \approx \frac{f'(x_{i+1}) - f'(x_{i-1})}{2h} \quad (1)$$

$$\rightarrow f'(x_{i+1}) \approx \frac{f((x_{i+1})+1) - f((x_{i+1})-1)}{2h} = \frac{f(x_{i+2}) - f(x_i)}{2h} \quad (2)$$

reemplazando (2) en (1)

$$f'(x_i) \approx \frac{\left(\frac{f(x_{i+2}) - f(x_i)}{2h}\right) - \left(\frac{f(x_i) - f(x_{i-2})}{2h}\right)}{2h}$$

$$\approx \frac{f(x_{i+2}) - 2f(x_i) + f(x_{i+2})}{4h}$$

date - fecha ______ ______ ______

5. Show that the $D^4 f$ operator is given by

$$D_4 f(x_j) \simeq \frac{f(x_{j+2}) - 4f(x_{j+1}) + 6f(x_j) - 4f(x_{j-1}) + f(x_{j-2})}{h^4}$$

$$f(x_j + h) = f(x_j) + h f'(x_j) + \frac{h^2}{2} f''(x_j) + \frac{h^3}{3} f'''(x_j) + \frac{h^4}{4!} f''''(x_j)$$

$$f(x_j - h) = f(x_j) - h f'(x_j) + \frac{h^2}{2} f''(x_j) - \frac{h^3}{3!} f'''(x_j) + \frac{h^4}{4!} f''''(x_j)$$

Al sumar estos 2 desarrollos de tylor y despejar $D^4 f$ se obtiene:

$$D^4 f(x_j) = \frac{f(x_{j+2}) - 4f(x_{j+1}) + 6f(x_j) - 4f(x_{j-1}) + f(x_{j-2})}{h^4}$$

Con $O(h^5)$