கிறை இ கிறிகரி அதிக்கி (முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved]

අධායන පොදු සහතික පතු (සාමානා පෙළ) විභාගය, 2023 (2024) கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (சாதாரண தர)ப் பரீட்சை, 2023 (2024) General Certificate of Education (Ord. Level) Examination, 2023 (2024)

ගණිතය II கணிதம் Mathematics

පැය තුනයි மூன்று மணித்தியாலம் Three hours

අමතර කියවීම් කාලය மேலதிக வாசிப்பு நேரம் Additional Reading Time - 10 minutes

- මිනිත්තු 10 යි - 10 நிமிடங்கள் வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவு செய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

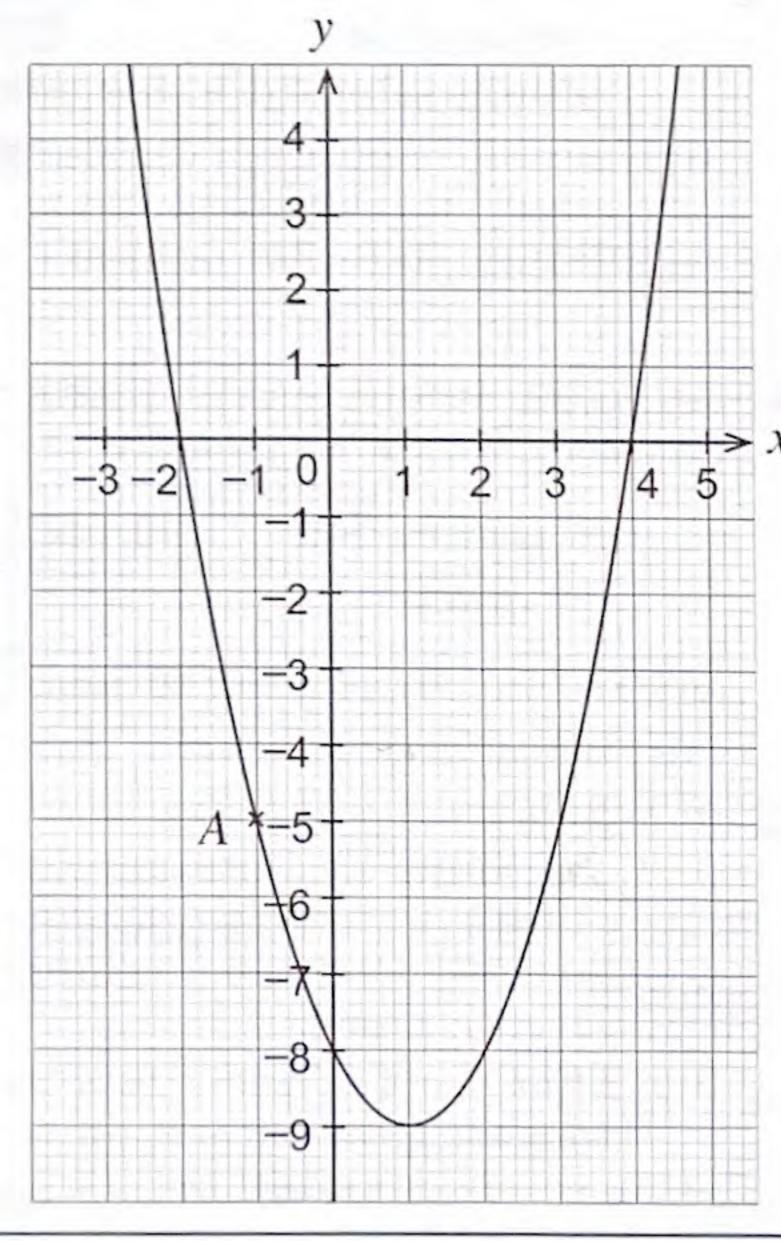
அறிவுறுத்தல்கள் :

- பகுதி ${f A}$ இலிருந்து ${f g}$ ந்து வினாக்களையும் பகுதி ${f B}$ இலிருந்து ${f g}$ ந்து வினாக்களையும் தெரிந்தெடுத்துப் பத்து வினாக்களுக்கு விடை எழுதுக.
- வினாக்களுக்கு விடை எழுதும்போது உரிய படிமுறைகளையும் சரியான அலகுகளையும் எழுதுக.
- ஒவ்வொரு வினாவின் சரியான விடைக்கும் 10 புள்ளிகள் வழங்கப்படும்.
- ஆரை r ஆகவுள்ள ஒரு கோளத்தின் கனவளவு $\frac{4}{2}\pi r^3$ ஆகும்.
- அடி ஆரை r ஐயும் உயரம் h ஐயும் உடைய ஒரு செவ்வட்டக் கூம்பின் கனவளவு $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ஆகும்.

பகுதி A

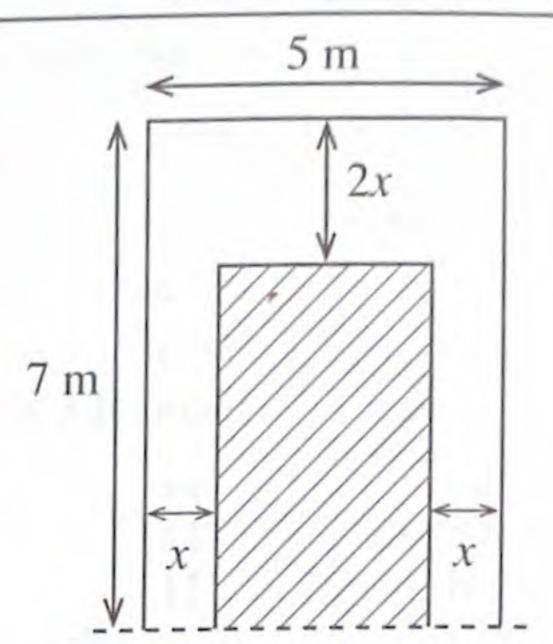
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

- 1. ராணி 10% ஆண்டுக் கூட்டு வட்டி வீதத்தின் கீழ் ஆண்டுதோறும் வட்டியைக் கொடுக்கும் ஒரு வங்கியில் ரூ. 50 000 ஐ இரு ஆண்டுகளுக்கு வைப்புச் செய்கின்றார். இரண்டு ஆண்டுகளின் இறுதியில் அவருக்குக் கிடைக்கும் மொத்த வட்டியைக் கண்டு, வைப்பில் உள்ள மொத்தப் பணத்தைக் கணிக்க.
 - ரு. 50 000 ஐ ஒரு குறித்த நிதிக் கம்பனியில் எளிய வட்டி வீதத்தின் கீழ் ஓர் ஆண்டிற்காக மாத்திரம் முதலீடு செய்வதன் மூலம் மேற்குறித்த மொத்த வட்டிக்குச் சமமான ஒரு வட்டியைப் பெறலாம். ராணி முதல் இரு ஆண்டுகளுக்குப் பின்னர் வங்கியில் வைப்பில் உள்ள மொத்தப் பணத்தை மேலும் இரு ஆண்டுகளுக்கு மேற்குறித்த நிதிக் கம்பனியில் முதலீடு செய்தால், அவருக்கு நிதிக் கம்பனியிலிருந்து கிடைக்கும் வட்டியைக் காண்க.
- 2. வடிவம் y = f(x) இல் உள்ள ஓர் இருபடிச் சார்பின் வரைபு உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளது.
 - (i) புள்ளி A இன் ஆள்கூறுகளையும் வரைபு y அச்சை இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் முறையே எழுதுக.
 - வரைபு வரையப்பட்டுள்ள சார்பு y = f(x) இன் சமன்பாடு f(x) = 0 இன் மூலங்களை எழுதுக.
 - (iii) சார்பு மறையாக அதிகரிக்கும்போது x இன் பெறுமான ஆயிடையை எழுதுக.
 - (iv) வரைபின் சமச்சீரச்சின் சமன்பாட்டையும் குறைந்தபட்ச (இழிவு)ப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் கருதிக் கொண்டு சார்பு y = f(x) ஐ வடிவம் $y = (x - a)^2 + b$ இல் எழுதுக.
 - தரப்பட்டுள்ள வரைபின் வடிவத்தை மாற்றாமல் பேணிக்கொண்டு அதனை ஆள்கூற்றுத் தளத்தின் மீது நான்கு அலகுகளினால் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி இடம்பெயர்க்கும்போது கிடைக்கும் வரைபின் குறைந்தபட்சப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை எழுதி உரிய இருபடிச் சார்பை எழுதுக.



ஆர் ஒடுக்கமான பாதையின் ஒரு செவ்வகக் காணித் துண்டைச் சுற்றியுள்ள ஒர் ஒடுக்கமான பாதையின் ஒரு பகுதி இங்கு காட்டப்பட்டுள்ளது. அப்பகுதியின் பரப்பளவு 16 சதுர மீற்றர் ஆகும். உருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களைப் பயன்படுத்தி, x இனால் சமன்பாடு x² – 6x + 4 = 0 திருப்தியாக்கப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

 $\sqrt{5}$ இன் பெறுமானம் 2.24 எனக் கொண்டு மேற்குறித்த சமன்பாட்டின் தீர்வுகளைக் கண்டு, அத்தீர்வுகள் இரண்டிற்குமிடையே x இற்கு மிகச் சிறிய பெறுமானம் மாத்திரம் பொருந்துமெனக் காரணங்களுடன் காட்டுக.



4. ஒரு குறித்த பாடசாலையின் தரம் 10 இனதும் தரம் 11 இனதும் மாணவர்களுக்குப் பின்வருமாறு புத்தகங்களும் பேனைகளும் அன்பளிப்புச் செய்யப்பட்டன.

 தரம் 10 இன் ஒரு மாணவனுக்கு 6 புத்தகங்கள் வீதமும் தரம் 11 இன் ஒரு மாணவனுக்கு 8 புத்தகங்கள் வீதமுமாக மொத்தம் 516 புத்தகங்கள்.

 தரம் 10 இன் ஒரு மாணவனுக்கு 3 பேனைகள் வீதமும் தரம் 11 இன் ஒரு மாணவனுக்கு 5 பேனைகள் வீதமுமாக மொத்தம் 300 பேனைகள்.

தரம் 10 இன் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை x எனவும் தரம் 11 இன் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை y எனவும் கொண்டு ஓர் ஒருங்கமை சமன்பாட்டுச் சோடியை உருவாக்கி, அவற்றைத் தீர்ப்பதன் மூலம் தரம் 10 இன் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையையும் தரம் 11 இன் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையையும் வேறுவேறாகக் காண்க. புத்தகங்களையும் பேனைகளையும் பகிர்ந்தளிப்பதற்கு உத்தேசித்துள்ள வேறொரு பாடசாலையில் தரம் 10 இலும் தரம் 11 இலும் உள்ள மாணவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை மேற்குறித்த பாடசாலையின் அதே தரங்களில் உள்ள மாணவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக இருக்கின்றபோதிலும் தரம் 10 இல் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையின் இருமடங்கான எண்ணிக்கையில் மாணவர்கள் தரம் 11 இல் இருக்கின்றனர். இப்பாடசாலைக்கும் முன்னர் போன்றே புத்தகங்களையும் பேனைகளையும் பகிர்ந்தளிப்பதற்கு 12 புத்தகங்கள் மேலதிகமாகத் தேவைப்படுமெனக் காட்டுக.

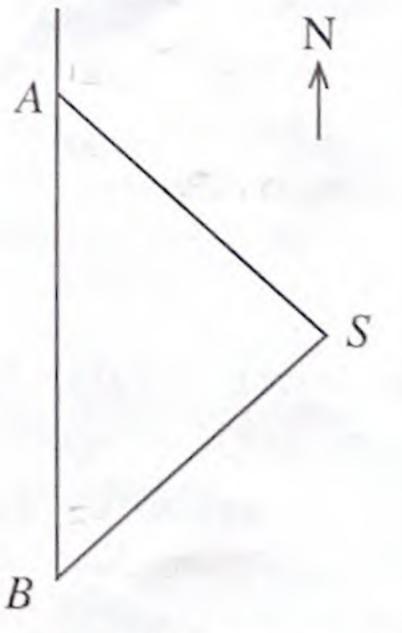
5. ஒரு மைதானத்தில் புள்ளி B இல் இருக்கும் கமலனிற்கு வடக்கே புள்ளி A இல் அமலன் இருக்கின்றார். மைதானத்தில் ஒரு சிலை S இருக்கின்றது. A இலிருந்து S இன் திசைகோள் 144° ஆகும். மேலும் உருவில் $A\hat{B}S = 54^{\circ}$ ஆகும். அமலனிற்கும் சிலைக்குமிடையே உள்ள தூரம் 80.9 மீற்றர் ஆகும்.

 (i) உருவை உங்கள் விடைத்தாளில் பிரதிசெய்து, தரப்பட்டுள்ள தகவல்களை அதிற் சேர்க்க.

(ii) அமலனிற்கும் கமலனிற்குமிடையே உள்ள தூரத்தைக் காண்பதற்கு முக்கோணி ABS இற்குத் திரிகோணகணித விகிதங்களைப் பிரயோகிக்கத்தக்கதாக இருப்பதற்கான காரணங்களைக் காட்டுக.

(iii) திரிகோணகணித விகிதங்களைப் பிரயோகிப்பதன் மூலம் அமலனிற்கும் கமலனிற்குமிடையே உள்ள தூரம் 100 மீற்றர் எனக் காட்டுக.

(iv) கமலனிற்கு 30 மீற்றர் மேற்கே இருக்கும் ஒரு புள்ளி F இல் ஒரு கொடிக் கம்பம் நடப்பட்டுள்ளது. நீங்கள் வரைந்த உருவில் இத்தகவல்களைச் சேர்த்து $A\hat{F}B$ இன் பருமனைக் காண்க.



6. ஒரு குறித்த மாணவர் குழுவில் இருக்கும் ஒவ்வொரு மாணவனினதும் திணிவு பற்றிப் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு பின்வரும் கூட்டமாக்கிய மீடிறன் அட்டவணை தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

ഖகுப்பாயிடை (kg)	40-44	44-48	48 – 52	52-56	56-60	60-64	64-68
மீடிநன்	3	5	9	11	7	3	2

(வகுப்பாயிடை 40 – 44 இனால் 40 அல்லது அதிலும் கூடியதும் 44 இலும் குறைந்ததுமான எண் காட்டப்பட்டுள்ளது.)

(i) கூடுதலான மாணவர்களின் எண்ணிக்கை எவ்வகுப்பாயிடைக்கு உரியது?

(ii) இக்குழுவில் உள்ள ஒரு மாணவனின் இடைத் திணிவைக் கிட்டிய கிலோகிராமிற்குக் காண்க.

(iii) ஒரு சுற்றுலாவிற் செல்வதற்குத் தயாராகிய இம்மாணவர் குழுவிற்காகக் காணப்பட்ட ஒரு வானிற் கொண்டு செல்லத்தக்க மாணவர்களின் உயர்ந்தபட்ச மொத்தத் திணிவு 600 கிலோகிராம் ஆகும். இவ்வானிற் செல்வதற்கு எதிர்பார்க்கத்தக்க மாணவர்களின் உயர்ந்தபட்ச எண்ணிக்கையை இடையைக் கொண்டு காண்க.

(iv) தரப்பட்டுள்ள மீடிறன் அட்டவணைக்கேற்ப மேற்குறித்த வானிற் கொண்டு செல்லத்தக்கதாகக் கருதப்படத்தக்க மாணவர்களின் உயர்ந்தபட்ச எண்ணிக்கையைக் கணிக்க. உங்கள் விடைக்குக் காரணங்களைக் காட்டுக.

பகுதி B

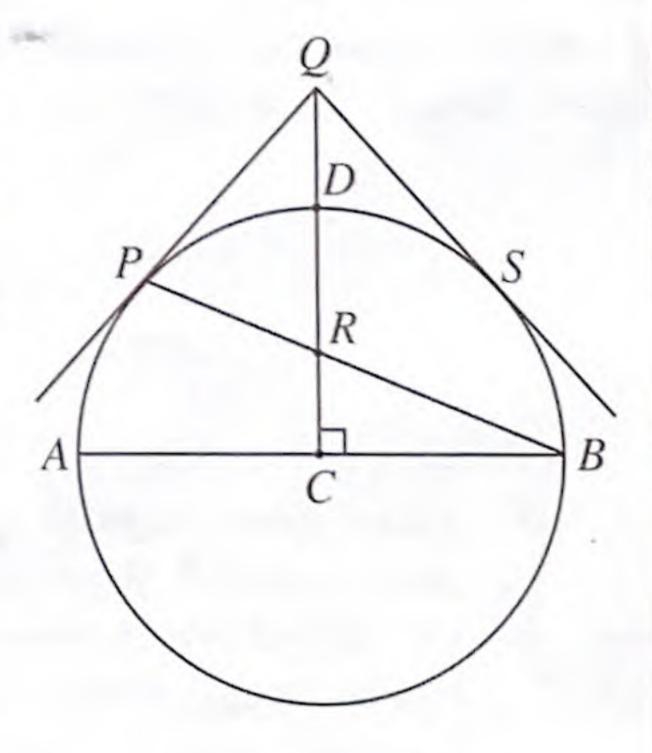
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

- 7. நீல மின்குமிழ்களையும் வெள்ளை மின்குமிழ்களையும் பல ஒருமைய வட்டங்களில் பொருத்துவதன் மூலம் ஓர் அலங்காரம் தயார்செய்யப்பட்டுள்ளது. நீலக் குமிழ்கள், ஆகவும் உள்ளே இருக்கும் முதலாம் வட்டத்தில் 3 குமிழ்களும் அடுத்துள்ள ஒவ்வொரு வட்டத்திலும் முந்திய வட்டத்திலும் பார்க்க 3 குமிழ்கள் வீதம் கூடுதலாகவும் இருக்குமாறு, பொருத்தப்பட்டுள்ளன. வெள்ளைக் குமிழ்கள், ஆகவும் உள்ளே இருக்கும் முதலாம் வட்டத்தில் 2 குமிழ்களும் அடுத்த வட்டத்தில் 3 குமிழ்களும் அதற்கு அடுத்த வட்டத்தில் 4 குமிழ்களும் என்றவாறு இருக்குமாறு, பொருத்தப்பட்டுள்ளன.
 - (i) முதல் மூன்று வட்டங்களிலும் பொருத்தப்பட்டுள்ள நீலக் குமிழ்களின் எண்ணிக்கைகளை முறையே எழுதுக.
 - (ii) 10 ஆம் வட்டத்தில் உள்ள நீலக் குமிழ்களின் எண்ணிக்கை அவ்வட்டத்தில் உள்ள வெள்ளைக் குமிழ்களின் எண்ணிக்கையிலும் பார்க்க எவ்வளவு கூடுதலாக இருக்கும்?
 - (iii) அலங்காரத்தில் குமிழ்கள் பொருத்தப்பட்டிருக்கும் வட்டங்களின் எண்ணிக்கை 16 ஆகும். அதற்காக நீலக் குமிழ்களினதும் வெள்ளைக் குமிழ்களினதும் மொத்த எண்ணிக்கையாகிய 550 போதுமெனச் சுனில் கூறுகின்றான். அவனுடைய கூற்று சரியானதா? உங்கள் விடைக்குக் காரணங்களைத் தருக.
- 8. பின்வரும் கேத்திரகணித அமைப்புகளுக்கு cm/mm அளவிடை உள்ள ஒரு நேர் விளிம்பு, ஒரு கவராயம் ஆகியவற்றை மாத்திரம் பயன்படுத்துக. அமைப்புக் கோடுகளைத் தெளிவாகக் காட்டுக.
 - $AB = 6 \ \mathrm{cm}$ ஆகவுள்ள ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டத்தை அமைத்து அதன் செங்குத்து இருசமகூறாக்கியை அமைக்க.
 - (ii) AB இன் நடுப்புள்ளி P இல் கோடு AB ஐத் தொடுவதும் A இலிருந்து $5\ {
 m cm}$ தூரத்தில் மையம் O இருப்பதுமான வட்டத்தை அமைக்க.
 - (iii) \hat{APO} இன் இருகூறாக்கியை அமைத்து அது வட்டத்தை இடைவெட்டும் புள்ளி Q எனப் பெயரிடுக.
 - (iv) கோடு PO ஐ நீட்டி, அது வட்டத்தைச் சந்திக்கும் புள்ளியை T எனக் கொண்டு கோடு PQ இற்கு T இலிருந்து ஒரு செங்குத்தை அமைக்க. அச்செங்குத்து Q இனூடாகச் செல்ல வேண்டும் என்பதற்குக் காரணங்களைக் காட்டுக.
- 9. உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள வட்டத்தின் மையம் C உம் AB ஒரு விட்டமும் ஆகும். P ஆனது வட்டத்தின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளியாகும். ஆரை CD ஆனது AB இந்குச் செங்குத்தாக இருக்கும் அதேவேளை அது PB ஐ R இல் இடைவெட்டுகின்றது. P இல் வட்டத்திற்கு வரையப்பட்டுள்ள தொடலியும் நீட்டப்பட்டுள்ள CD உம் Q இற் சந்திக்கின்றன. Q இலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்பட்டுள்ள மற்றைய தொடலி அவ்வட்டத்தை S இற் சந்திக்கின்றது.

உருவை உங்கள் விடைத்தாளில் பிரதிசெய்து PA ஐத் தொடுக்க. PACR ஒரு வட்ட நாற்பக்கல் எனவும்

 $Q\hat{P}R=Q\hat{R}P$ எனவும் காட்டுக.

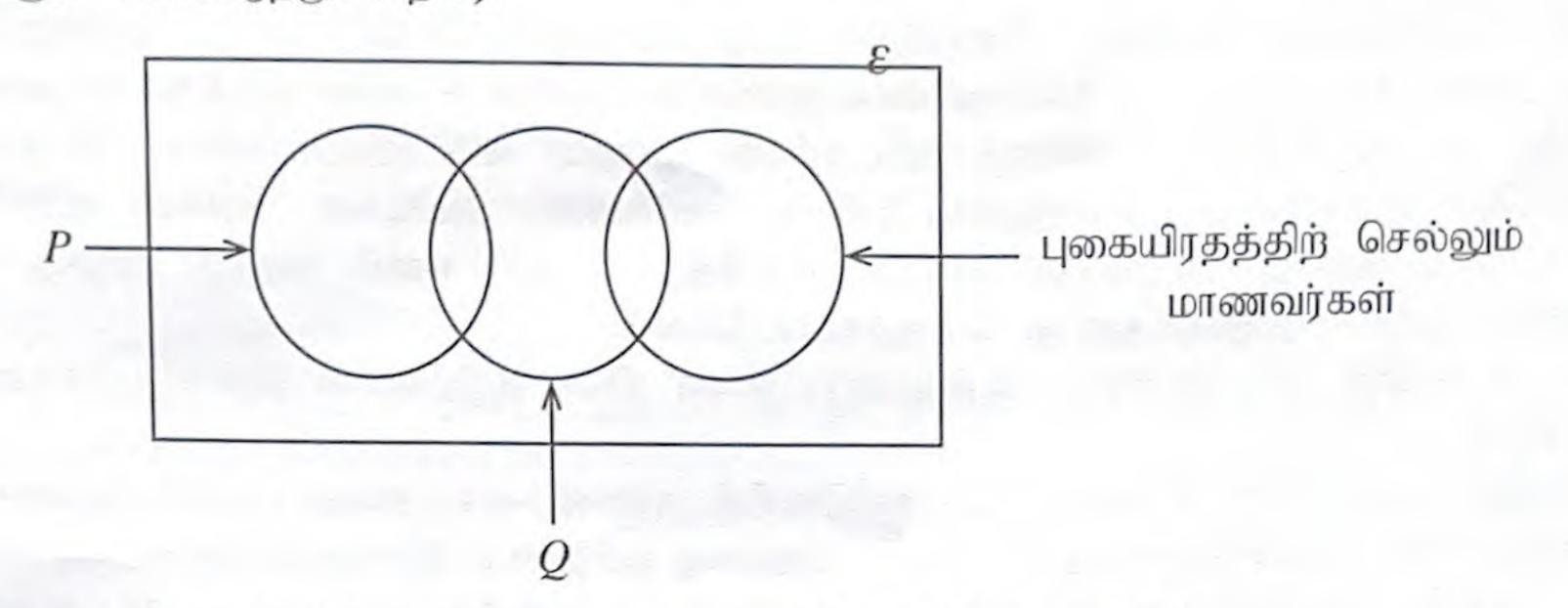
RS ஐத் தொடுத்து RQS ஓர் இருசமபக்க முக்கோணியெனக் காட்டுக.



- 10. (a) ஓர் உலோகத்தினாற் செய்யப்பட்ட ஆரை r cm ஐ உடைய ஒரு திண்ம அரைக்கோளத்தை உருக்கி, அடியின் ஆரை அரைக்கோளத்தின் ஆரையின் $\frac{1}{4}$ ஆகவும் உயரம் h cm ஆகவும் உள்ள 56 திண்மச் செவ்வட்டக் கூம்புகள் செய்யப்பட்டுள்ளன. உலோகம் வீணாகிப் போவதில்லையெனக் கருதி அரைக்கோளத்தின் ஆரைக்கும் ஒரு கூம்பின் உயரத்திற்குமிடையே உள்ள தொடர்பு $r=\frac{7}{4}h$ இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக. ஒரு கூம்பின் உயரம் 8 cm எனின், அரைக்கோளத்தின் கனவளவைக் காண்க. (π) இன் பெறுமானம் $\frac{22}{7}$ எனக் கொள்க.)
 - (b) $P = \frac{\sqrt{25.26 \times 0.78}}{2.47}$.

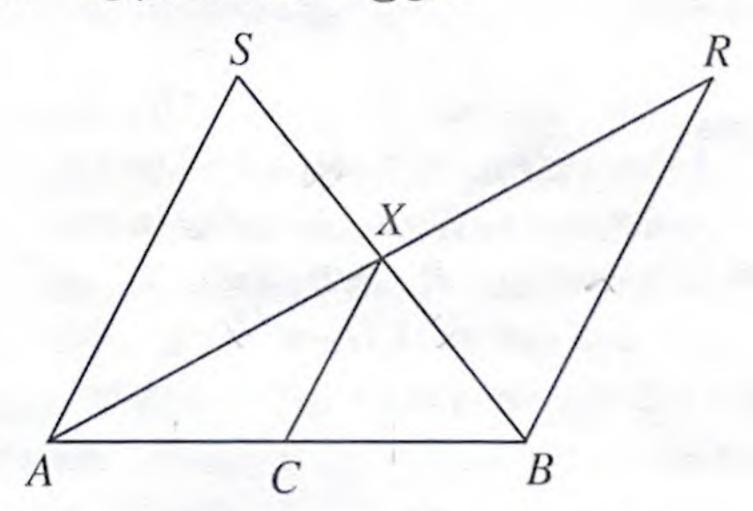
மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி P இன் பெறுமானத்தை முதலாம் தசமதானத்திற்குக் காண்க.

11. 108 மாணவர்கள் ஒரு பாடசாலைக்கு வருவதற்குப் பயன்படுத்திய போக்குவரத்துச் சாதனங்கள் பற்றிய தகவல்களைக் காட்டும் ஒரு பூரணமற்ற வென் வரிப்படம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது. இம்மாணவர்கள் அனைவரும் பேருந்து, மோட்டர்க் கார், புகையிரதம் ஆகிய மூன்று போக்குவரத்துச் சாதனங்களில் குறைந்தபட்சம் ஒன்றையேனும் பயன்படுத்துகின்றனர்.



மோட்டர்க் காரிற் செல்லும் மாணவன் எவனும் புகையிரதத்திற் செல்வதில்லை.

- (i) மேற்குறித்த பூரணமற்ற வென் வரிப்படத்தை உங்கள் விடைத்தாளிற் பிரதிசெய்து P,Q ஆகியவற்றினாற் காட்டப்படும் தொடைகளைப் பெயரிடுக.
- (ii) மோட்டர்க் காரில் அல்லது புகையிரதத்தில் செல்லும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 63 ஆகும். பேருந்தில் மாத்திரம் செல்லும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?
- (iii) மோட்டர்க் காரிற் செல்லும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 23 எனின், புகையிரதத்திற் செல்லும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- (iv) பேருந்தில் அல்லது புகையிரதத்திற் செல்லும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 99 எனின், மோட்டர்க் காரில் மாத்திரம் செல்லும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- (v) பேருந்திலும் புகையிரதத்திலும் செல்லும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை பேருந்திலும் மோட்டர்க் காரிலும் செல்லும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையின் இரு மடங்கெனின், இம்மூன்று சாதனங்களில் ஒன்றை மாத்திரம் பயன்படுத்தும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- 12. (a) நடுப் புள்ளித் தேற்றத்தின் மறுதலையை எழுதுக.



- (b) தரப்பட்டுள்ள உருவில் முக்கோணி ABX இல் பக்கம் AB இன் நடுப்புள்ளி C ஆகும். CX இற்குச் சமாந்தரமாக B இனூடாக வரையப்பட்ட கோட்டினை நீட்டப்பட்ட AX ஆனது R இற் சந்திக்கின்றது. CX இற்குச் சமாந்தரமாக A இனூடாக வரையப்பட்ட கோட்டினை நீட்டப்பட்ட BX ஆனது S இற் சந்திக்கின்றது.
 - (i) தரப்பட்டுள்ள உருவை உங்கள் விடைத்தாளிற் பிரதிசெய்து தரப்பட்டுள்ள தகவல்களை அதிற் சேர்க்க.
 - (ii) AXS, BXR ஆகிய முக்கோணிகள் ஒருங்கிசைகின்றன எனக் காட்டுக.
 - (iii) SR ஐத் தொடுத்து, SR = AB எனக் காட்டுக.
 - (iv) ABRS இன் பரப்பளவு முக்கோணி ACX இன் பரப்பளவின் 8 மடங்கு எனக் காட்டுக.