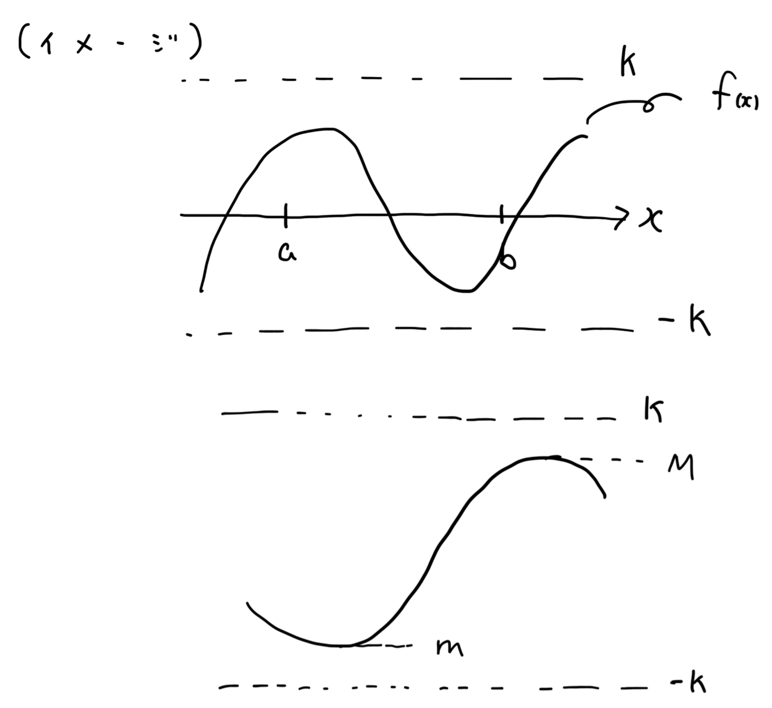
# 3.1 Riemann積分（P.66）

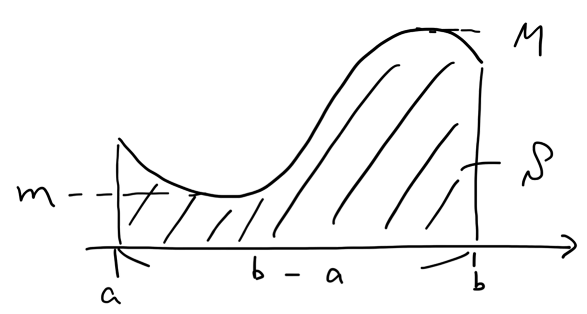
## 有界の定義

**有限な変域 (a, b) 内で定義された関数 f(x) が その絶対値が a ≦ x ≦ b のすべての x の値に対して ある有限な値 K より小さいとき、f(x) は (a, b) に おいて有界という**

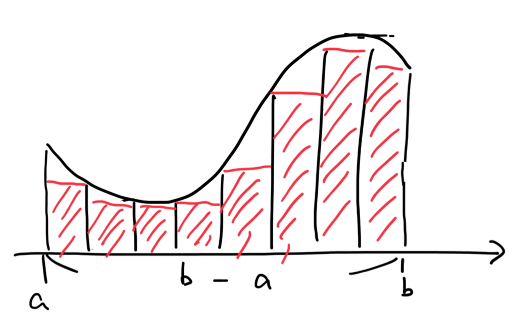



## 積分の定義

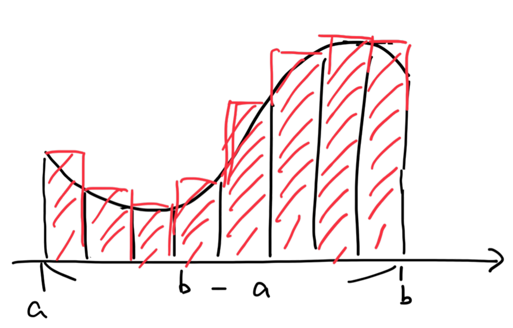
**(a, b) において、f(x) の最大値 M、最小値 m とする。**




**$m(b - a) < S < M(b - a)$**




**区間 (a, b) を分割したとき、**
**各区間の最小値で近似したとき**
**$s_n = \Sigma\, m_i\, \Delta x_i$　　※ i はダミー変数**




**区間 (a, b) を分割したとき、**
**各区間の最大値で近似したとき**
**$S_n = \Sigma\, M_i\, \Delta x_i$**

$m(b - a) < s_n < S < S_n < M(b - a)$

n 分割を無限に大きく（分割の幅を小さく）すると、
$s_n = S_n$ となる。（このように極限値をもつ場合、f(x) を積分可能な関数という）

**このときの極限値を f(x) の a〜b の定積分といい**

**$\int_a^b f(x)\, dx$**

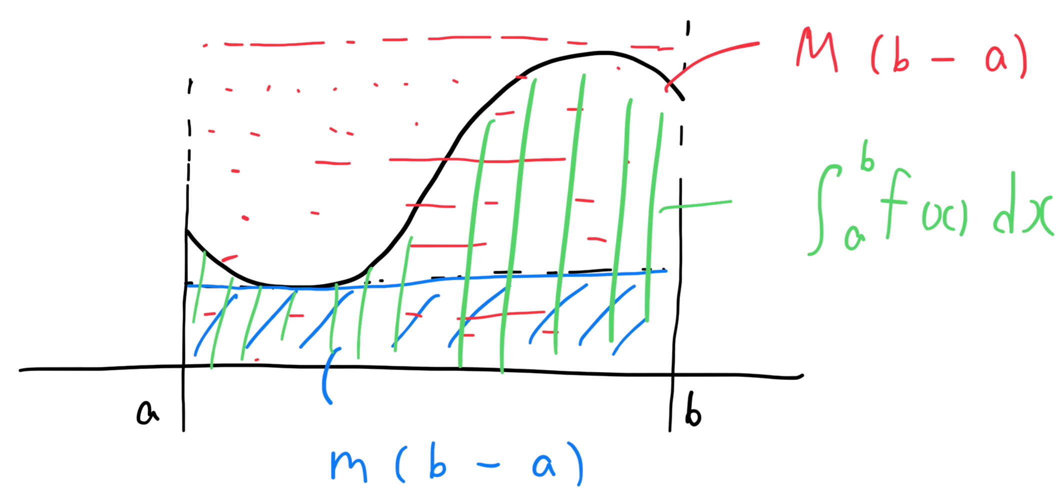
**したがって、すなわち**

**$\lim \Sigma f(\xi_i)\, \Delta x_i = \int_a^b f(x)\, dx$**

**(P.66 終)**

## 積分の平均値の定理の特別な例

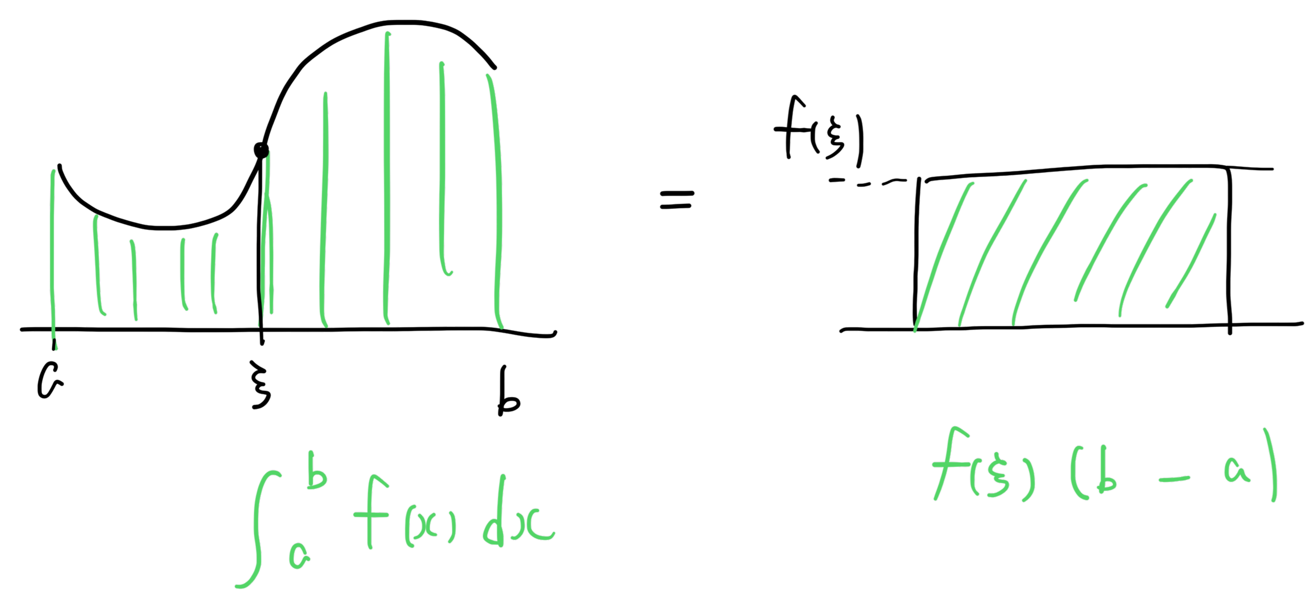
$m(b-a) \leqq \int_a^b f(x)\, dx \leqq M(b-a)$




f(x) が上図のように連続なら、a < ξ < b の間に x のある値 ξ があり、

$$\int_a^b f(x)\, dx = f(\xi)(b-a) \quad \text{———} \quad (3.1)$$

をみたす。




$0 < \theta < 1$ とおくと、$\xi = a + \theta(b-a)$ と書いてもよい。