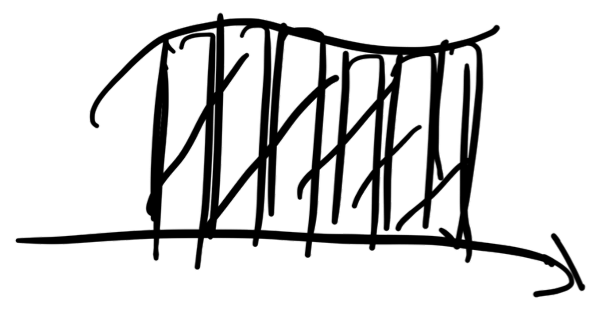
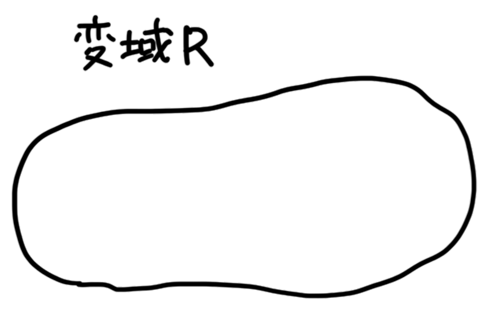
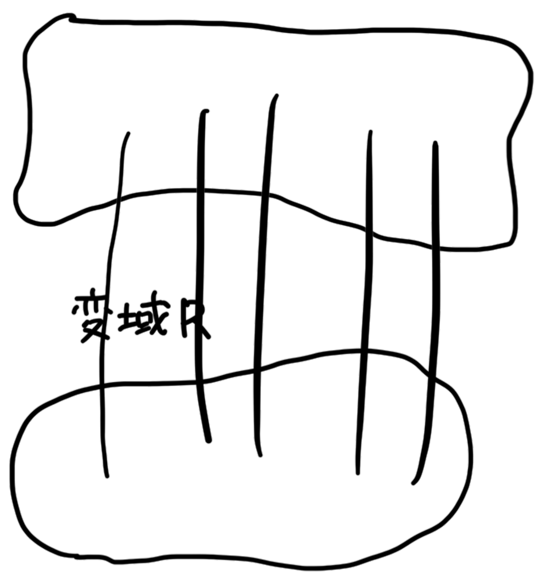
3.4. 多くの変数の関数の積分

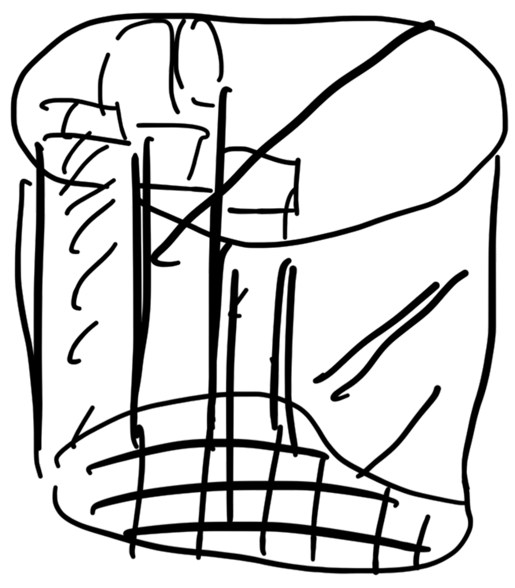
～二重積分のテイギへ (p.14)

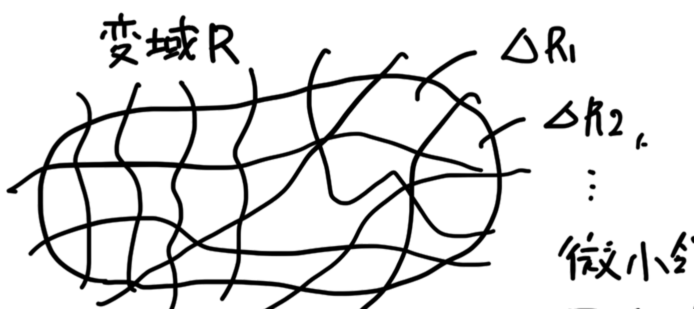






$f(x,y)$ の 入力2変数 出力1変数
変域Rで有界



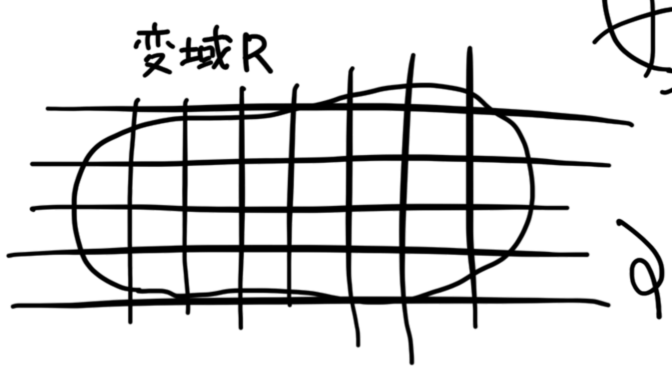


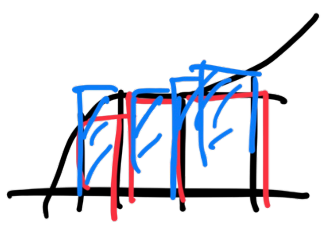
微小領域に区切り ΔR_ν における最大・最小 M_ν, m_ν とする

ΔS_ν : ΔR_ν の領域の面積

$S_n = \sum M_\nu \Delta S_\nu$, $s_n = \sum m_\nu \Delta S_\nu$

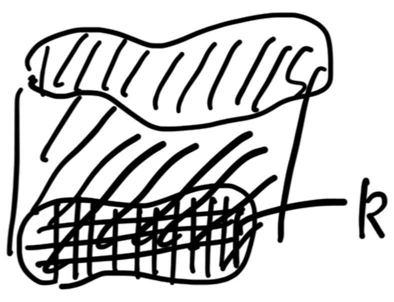
$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} s_n$ となる





ΔR_1, ΔR_2 を
x軸 y軸に沿って
微小領域を切ると
$\Delta x_\mu \Delta y_\nu$ となって

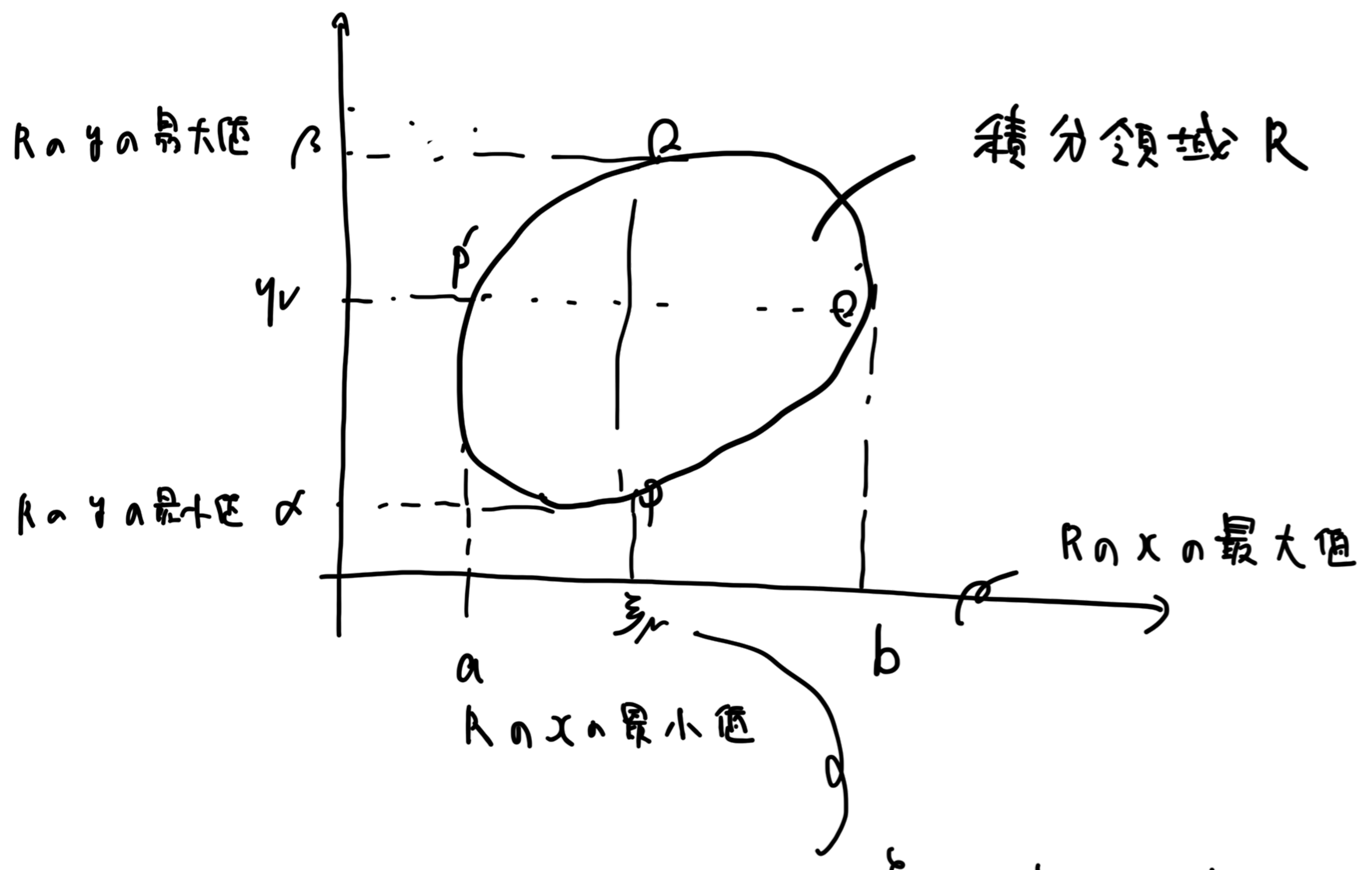
$$S_n = \iint_R f(x,y)\,dx\,dy$$



目 dxdy

二重積分の計算方法

状況設定



ξ_μ ※ $a \leqq \xi_\mu \leqq b$ の値をとり、
PQは $x = \xi_\mu$ のRの線分

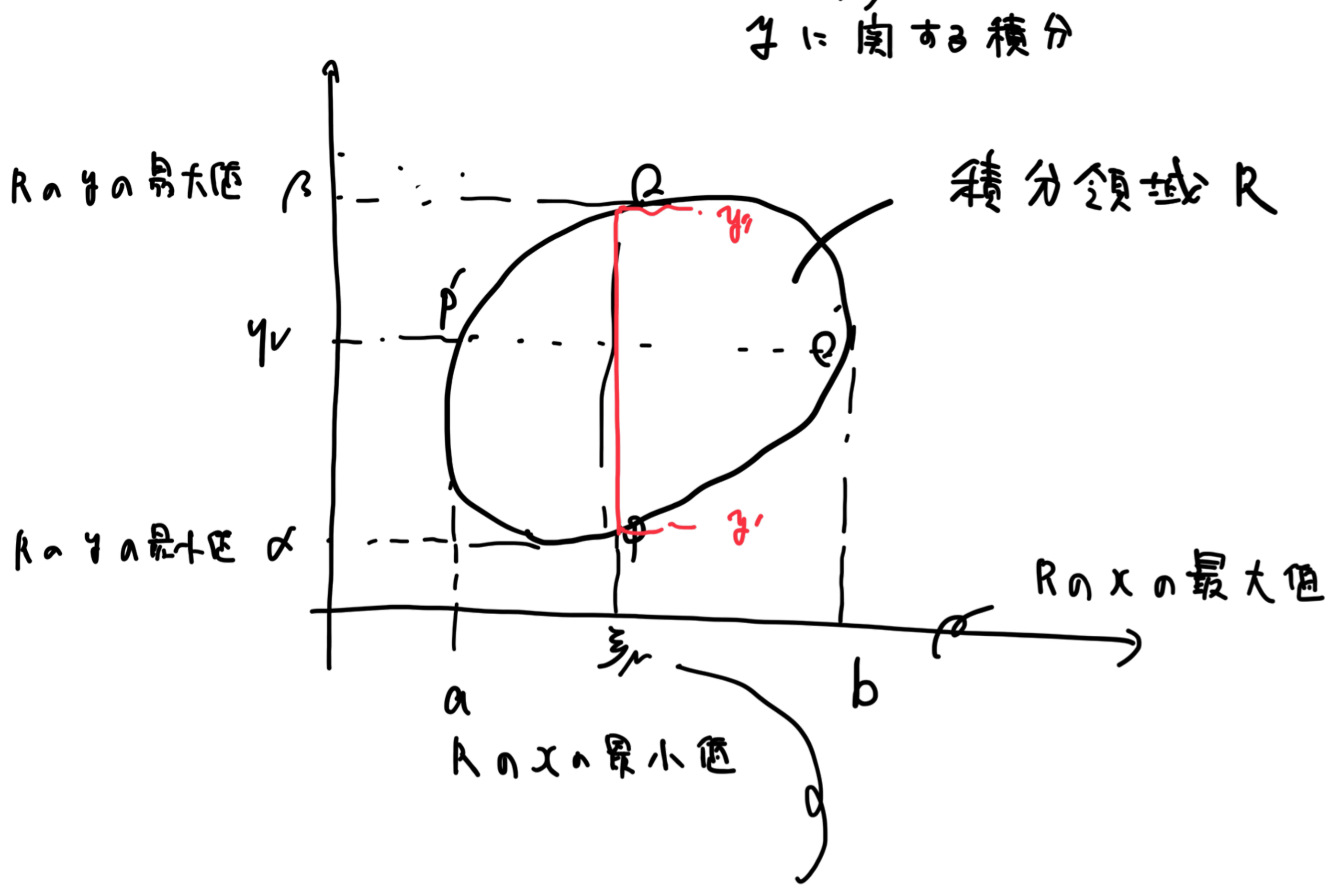
※ $\alpha \leqq y_\nu \leqq b$ の値をとり
P'Q' は $y = y_\nu$ のRの線分

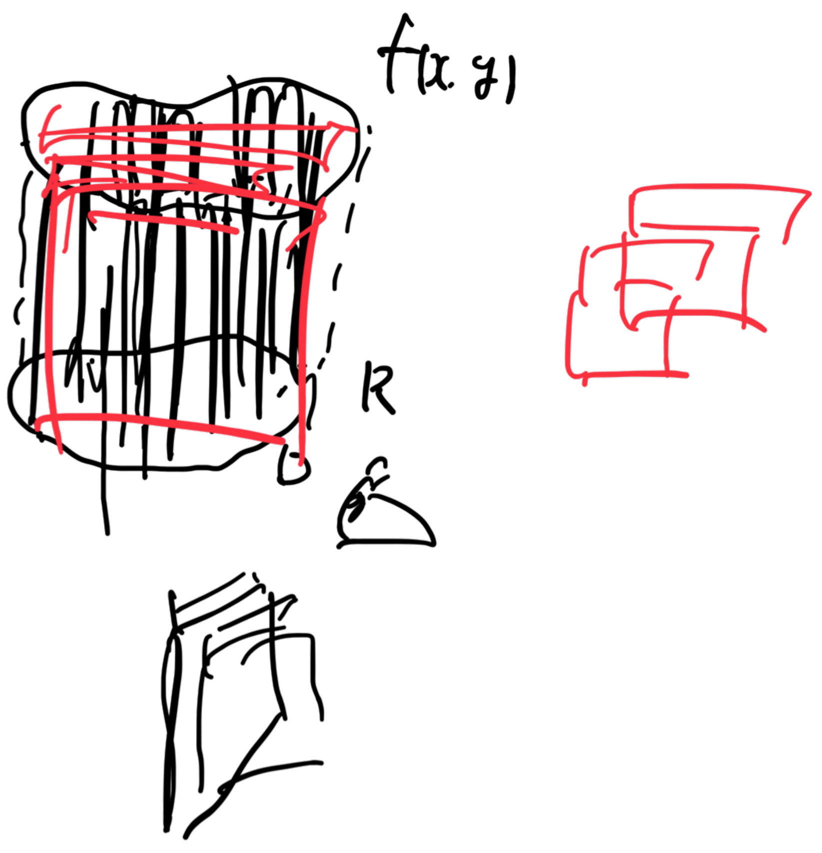
$$\iint_R f(x,y)\,dx\,dy = \lim \sum_\mu \sum_\nu f(\xi_\mu, y_\nu)\,\Delta x\,\Delta y$$

$$= \lim \sum_\mu \Delta x_\mu \cdot \underline{\lim \sum_\nu f(\xi_\mu, y_\nu)\Delta y}$$

$$= \lim \sum_\mu \Delta x_\mu \cdot \int f(\xi_\mu, y)\,dy$$

$x = \xi_\mu$ と固定した
y に関する積分





$$\iint_R f(x,y)\,dx\,dy = \lim \sum_\mu \Delta x \int_{y'}^{y''} f(\xi_\mu, y)\,dy$$

$$= \int_a^b dx \int_{y'}^{y''} f(\xi_\mu, y)\,dy \quad \text{———} \quad (3.9)$$

初めから、x, y の順序変えると

$$\iint_R f(x,y)\,dx\,dy = \int_\alpha^\beta dy \int_{x'}^{x''} f(x, y_\nu)\,dx \quad \text{———} \quad (3.9.a)$$