

8) Ортогональные кривые. сист. коор. т.

Метрика вл. сд. двимерной:  $(g_{ij})$   
 $(\frac{\partial x}{\partial u^i}, \frac{\partial x}{\partial u^j}) = g_{ij}(u)$   
 при  $i \neq j$  кривые с х. орт. коор. т.  $R^2$   
 $g_i = H^2$  - коэф-ты Ланге.

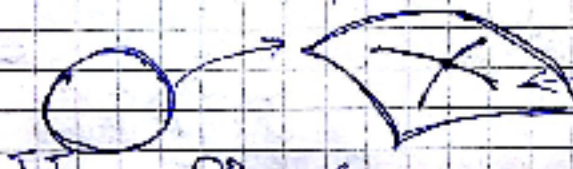
k-мерные подмногообразия в  $R^n$   
 (k-мерные поверхности)

Рассм-м  $R^k \xrightarrow{K \subset R^n} R^n$  Рассм-м  $U \subset R^k$ :  
 $U = \{x: |x| < R\}$  - окр. шар  
 $\varphi: U \rightarrow R^n$  - гомеоморфизм  
 образ гомеом-ма  $\varphi$  наз-ся k-мерной  
 диффеоморфной поверхностью.

$\varphi \rightarrow$  параметризацию пов-ти.  
 $(x^1(u, \dots, u^k), \dots, x^n(u, \dots, u^k)) \in \Sigma(u^1, \dots, u^k)$   
 Будем считать, что все факт-но гладко. и  
 регулярная параметризация, т.е.

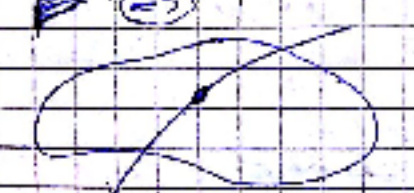
$\text{rank} \left( \frac{\partial x^i}{\partial u^j} \right) = k$   
 Тогда имеем регул. k-мерной элем. пов-ти

Будем рассм-ть такие пов-ти в  $R^n$  т.е. это  
 $M \subset R^n$   $\exists$  окр-ть  $V$  точки  $x$ .  
 $V \cap M = \emptyset$  или  $V \cap M$  - элем. k-мерн. пов-ти

  $U \xrightarrow{\varphi} M$   
 $u^1, \dots, u^k$  - коор-ные линии  
 $\Sigma(u^1, \dots, u^k)$  (k линий через точку)  
 $\frac{\partial x}{\partial u^i}$  - в-р скорости коор. линий  
 составляю м-цы Jacoby все в-ра и.к.г.  
 и ненулевые. Поэтому все коор. линии  $\Sigma$   
 регул. кривые  $R^n$  Имеем k и.к.г. в-ров

Опр. Касательное пр-во к k-мерной рег. пов-ти  
 в т.  $x \in M$   $T_x = L \left( \frac{\partial x}{\partial u^1}, \dots, \frac{\partial x}{\partial u^k} \right)$  - k-мерное  
 или пр-во

Утв.  $T_x$  состоит из всех в-ров скорости  
 регул. кривых, лежащих на подмн-стве M  
 и проходящих через эту точку x.

  $\Sigma(u^1, \dots, u^k)$   
 $\gamma(t) = (u^1(t), \dots, u^k(t))$  - кривая на M  
 $\frac{dx}{dt} = \frac{\partial x}{\partial u^1} \frac{du^1}{dt} + \dots + \frac{\partial x}{\partial u^k} \frac{du^k}{dt} \in T_x$   
 тангенс в-ра кас.  
 пр-ва (в-р скорости)

15) Утв. что  $v \neq 0$  в-д вл. сд. в-рам скорости  
 нек-рой кривой.  $\exists \alpha \in T_x \rightarrow \alpha = \frac{dx}{dt} = \frac{\partial x}{\partial u^1} \frac{du^1}{dt} + \dots + \frac{\partial x}{\partial u^k} \frac{du^k}{dt}$

16)  $u^i(t) = u^i + 0 \cdot t$   $\gamma$  - кривая в окр-ти