

$$F(x, y) = 0 \quad y = f(x) \text{ (локально)}$$

$$\begin{cases} x = t \\ y = f(t) \end{cases}$$

В  $\mathbb{R}^n$  кривая может зада-  
ваться системой ур-ний:

$$\begin{cases} f_1(x_1, \dots, x_n) = 0 \\ \dots \\ f_{n-1}(x_1, \dots, x_n) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Опр. Регулярное от-ние  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$   
( $f_1(x_1, \dots, x_n), \dots, f_m(x_1, \dots, x_n)$ )

$$\text{rank} \left( \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right) \leq \min(m, n) \quad \text{регул. точка}$$

1) Имеем систему ур-ний (4), где  $x_0$  - регул. в этой системе. Если  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n-1}$  регулярно в  $x_0$ , тогда  $\exists$  окр-ть точки  $x_0$  т.е. все решения системы в этой окр-ти явл-ся параметризованными кривыми.  
(при rank  $\frac{\partial f_i}{\partial x_j} = n-1$ ) регулярной

2) В о.о. будем считать, что  $\det \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \neq 0, 1 \leq i, j \leq n-1$ .  
По л. о. главной ф-ции  $\exists x^1 = \varphi^1(x^n), \dots, x^{n-1} = \varphi^{n-1}(x^n)$ .  
 $x^1 = \varphi^1(x^n), \dots, x^{n-1} = \varphi^{n-1}(x^n)$ . По л. о. все ф-ции  $\varphi$ -ции, матрица  $(\varphi^1, \dots, \varphi^{n-1}, x^n)$  все  $f_1, \dots, f_{n-1}$  - дифф. (шаг 1).  
( $\varphi^1, \dots, \varphi^{n-1}, x^n$ ) - регулярная.

3)  $\Sigma(t)$  - регул. кривая в  $\mathbb{R}^n$   
 $f_1(x^1, \dots, x^n) = 0$  + парам. регул.

$f_{n-1}(x^1, \dots, x^n) = 0$  кривую можно задать системой ур-ний

тогда по л. о. не в. ф-ции  $t(x^n)$   
 $\Sigma(t) = \Sigma(t(x^n)) = (x^1(t(x^n)), \dots, x^{n-1}(t(x^n)), x^n)$ . Система:

$$\begin{cases} x^1 = \varphi^1(x^n) \\ x^2 = \varphi^2(x^n) \\ \dots \\ x^{n-1} = \varphi^{n-1}(x^n) \end{cases} \quad \begin{cases} x^1 - \varphi^1(x^n) = 0 \\ \dots \\ x^{n-1} - \varphi^{n-1}(x^n) = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{Регул.} \\ \text{т.к.} \\ \text{имеем:} \end{matrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\exists U \subset \mathbb{R}^n, f: U \rightarrow \mathbb{R}^{n-1}$  - регул. в  $\forall$  точке области.

Умб. ~~система~~ не работает

$f_1(x^1, \dots, x^n) = c^1 = 0 \quad (c^1, \dots, c^{n-1}) = 0$   
 $f_{n-1}(x^1, \dots, x^n) = c^{n-1} = 0$  - ур-ние задающие кривую.

7  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x, y) = x^2 + y^2$   $x^2 + y^2 = 0$   
( $x, y$ ) - в 0 не регул. при  $c=0$  - нет. регул. в  
при  $c \neq 0$  имеем регул. кривые.

Касательная к регул. кривой в  $\mathbb{R}^n$

2)  $\Sigma(t) \in \mathbb{R}^n, \Sigma'(t) \neq 0$   
 $\Sigma(t) = \Sigma(t_0) + \Sigma'(t_0)(t - t_0) + o(t - t_0)$   
Одна из линейных кас-ся касательной к кривой (образующей) и направляющей