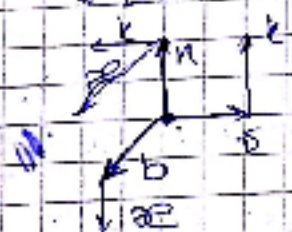


Проверим, что 3-е ур-ние совместно
 $\Rightarrow \Gamma \omega \cdot b \Gamma = \omega \cdot n \cdot 0 \Rightarrow$ удов-т системе



одновременно вращаются
 касательная и нормальная н.т.
 (инвариантная скорость)

(b, n) - соприкасающаяся н.т.
 (n, b) - нормальная н.т.
 (b, b) - спрямляющая н.т.

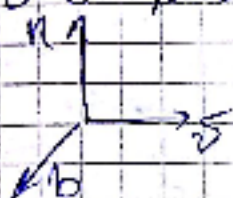
У дуги кривой в малой окр-ти в точке
 можно спроецировать на эти 3 н.т.
 (проекция ортогональная)

$$\vec{r}(s+\Delta s) = \vec{r}(s) + \frac{\vec{r}'(s)}{v(s)} \Delta s + \frac{1}{2} \frac{\vec{r}''(s)}{v(s)^2} \Delta s^2 + \frac{1}{6} \frac{\vec{r}'''(s)}{v(s)^3} \Delta s^3$$

$$= \vec{r}(s) + \vec{t}(s) \Delta s + \frac{1}{2} \kappa(s) \vec{n}(s) \Delta s^2 + \frac{1}{6} (\kappa'(s) \vec{n}(s) - \kappa^2(s) \vec{b}(s)) \Delta s^3 + o(\Delta s^3)$$

$$\vec{r}(s+\Delta s) = \vec{r}(s) + \vec{t}(s) \Delta s + \frac{1}{2} \kappa(s) \vec{n}(s) \Delta s^2 + \frac{1}{6} (\kappa'(s) \vec{n}(s) - \kappa^2(s) \vec{b}(s)) \Delta s^3 + o(\Delta s^3)$$

в 3 приближении - касательная
 в 2 приближ. - вращения в соприкас. н.т.
 в 3 приближ. - поворачивает вращ. в норм. н.т.



Уменьш Δs , смотрим, что
 будет изменено

$$1) x = \Delta s, \dots, y = \frac{1}{2} \kappa(s) x^2$$

$$y = \frac{1}{2} \kappa(s) \Delta s^2 + \dots$$

в малой окр-ти будет иметь
 параболу (един и тот же тип,
 но параметры разные)

$$1) x = \frac{1}{2} \kappa(s) \Delta s^2, y = \text{const}(s) x$$

$$2) x = \frac{1}{6} \kappa(s) \kappa'(s) \Delta s^3, y = \text{const}(s) x$$

$$3) x = \Delta s, y = \frac{1}{6} \kappa(s) \kappa'(s) \Delta s^3, y = \text{const}(s) x$$



Спрямляющую н.т. кас-ся
 и не пересе-ся.

Соприкасающаяся н.т. кас-ся и пересекает
 нормальную н.т. ортогонально пересекает

В-пери, что $\vec{r}(s) = \begin{pmatrix} x(s) \\ y(s) \\ z(s) \end{pmatrix}$, s - кр. пар

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(s) \\ y(s) \\ z(s) \end{pmatrix} \cdot \frac{ds}{dt}$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \kappa & 0 \end{bmatrix} = \kappa b$$

$$z'' = (\kappa n)' = \kappa' n + \kappa n' =$$

$$= \kappa' n - \kappa^2 b + \kappa \kappa b$$

$$\Rightarrow (z', z'', z''') = \kappa^2 \kappa b$$

$$\Rightarrow \kappa = \frac{(z', z'', z''')}{\kappa^2 \kappa b}$$

Полные инв-ты:

$$\vec{r}(t), \vec{r}' = \frac{d\vec{r}}{dt}, \vec{r}'' = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}, \vec{r}''' = \frac{d^3\vec{r}}{dt^3}$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \left(\frac{ds}{dt} \right)^3$$

$$\begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \left(\frac{ds}{dt} \right)^3 = \begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} \left(\frac{dt}{ds} \right)^3 =$$

неизменяющаяся величина

$$10) \vec{r}''' = \frac{d^3\vec{r}}{dt^3} = 3 \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \frac{ds}{dt} + \frac{d^2\vec{r}}{ds^2} \left(\frac{ds}{dt} \right)^3$$