$$([r', r''], r''') = ([\dot r, \ddot r], \dddot r)\left(\frac{dt}{ds}\right)^6$$

Еще один инв-т: $(r', r'', r''')(ds)^6 = (\dot r, \ddot r, \dddot r)(dt)^6$

$\Rightarrow (r', r'', r''') = (\dot r, \ddot r, \dddot r)\left(\frac{dt}{ds}\right)^6 = \frac{1}{|\dot r|^6}$, но $\frac{ds}{dt} = |\dot r|$

$$\varkappa = \frac{(r', r'', r''')}{k^2} = \frac{(\dot r, \ddot r, \dddot r)}{|\dot r|^6} \cdot \frac{|\dot r|^6}{|[\dot r, \ddot r]|^2} = \frac{(\dot r, \ddot r, \dddot r)}{|[\dot r, \ddot r]|^2}$$

14 Т-ма 1) Если имеем гладкие ф-ции $k(s)$ и $\varkappa(s)$, то кривая опр-ся однозначно с точностью до движения в $\mathbb{R}^3$

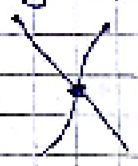
2) $\forall$ $k(s)$ и $\varkappa(s)$ такая кривая $\exists$-т.

Д-во: 1) Пусть имеем 2 кривые в $\mathbb{R}^3$

Для обеих: кривизна - $k(s)$, кручение - $\varkappa(s)$.

Д-жем, что можно совместить движением

$\rho(s) = \tilde r(s) - r_0 \Rightarrow$ кривые проходят через 1 точку



$(\bar v, n, b)$ — ортогон. преобр.

$A = const$, $AA^T = E$,

$A\rho(s) = \tilde\rho$, $\tilde v = A\rho' = A\tilde r' = A\bar v$

Очевидно, что репером Френе $\rho(s)$ будет $A\bar v, An, Ab$

(Можно на ур-ния Френе подействовать оператором A)

После совмещения реперы Френе совп-т и удовл-т одним и тем же ур-ниям.

Тогда по Т. о $\exists$-нии и !-ти решения системы диф. ур-ний имеем одну и ту же кривую.

2) Пусть имеем гладкие ф-ции $k(s)$ и $\varkappa(s)$

$$\begin{cases} v' = kn \\ n' = -kv + \varkappa b \\ b' = -\varkappa n \end{cases}$$

Рассм. $\forall$ точку $\in \mathbb{R}^3$. Рассм-м в этой точке репер т.ч. $b = [v, n]$.

Тогда имеем задачу Коши. Решение $\exists$! (задана нач. точка)

Необ-мо д-ть, что получим бирегул. кривую, и что в $\forall$ т. репер ортонорм.

Т.е. надо показать $\forall$ т.: $(v, v) = (n, n) = (b, b) = 1$, $(v, n) = (v, b) = (n, b) = 0$

Введем ф-ции $\alpha(s) = (v, v) - 1$, $\beta(s) = (n, n) - 1$, $\gamma(s) = (b, b) - 1$, $\delta(s) = (n, v)$

В нач. точке s_0 все вып-ся.

Используя ур-ния Френе, продиф-уем ур-ния выше, и тогда получим лин. сис. диф. ур-ний.

Нулевое решение будет решением, но по Т. !-ти имеем только нул. реш-е (если м-ца ортог. в 1 точке, то и во всех) $\blacktriangle$