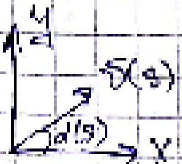
Продиф-руем: $B'_{\Delta s}(s,\Delta s)B^T(s,\Delta s)+B(s,\Delta s)(B^T)'_{\Delta s}(s,\Delta s)=0$

$\Delta s\to 0$, $B(s,0)=E$ $\Rightarrow B'_{\Delta s}(s,0)+(B^T)'_{\Delta s}(s,0)=0$

$$\begin{pmatrix} v_1\\ \vdots\\ v_n\end{pmatrix}'(s)=B'_{\Delta s}(s,0)\begin{pmatrix}v_1\\ \vdots \\ v_n\end{pmatrix}(s)$$

(4)



$$\begin{cases}\tau'(s)=k(s)n(s)\\ n'(s)=-k(s)\tau(s)\end{cases}\qquad \tau(s)=(\cos(\alpha(s)), \sin(\alpha(s)))$$

$n(s)=(-\sin\alpha(s), \cos\alpha(s))$

$r''(s)=\tau'(s)=(-\sin\alpha(s),\cos\alpha(s))\,\alpha'(s)=\alpha'(s)n(s)$

$k(s)=\alpha'(s)\qquad \alpha(s)=\int_{s_0}^{s}k(s)ds$

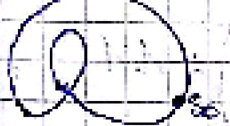
$x(s)=\int\cos\alpha(s)ds$

$y(s)=\int\sin\alpha(s)ds$

Плоская кривая: образом с точностью до изометрии восстан-ся по кривизне

Глобальный смысл

$\oint_\gamma k(s)ds$ Будет ли целым интеграл при непр-ной деф-ции?



$\varphi=\int_{s_0}^{s_1}k(s)ds$ Можно считать, что $\alpha(s_0)=0$ / const при инт-нии $\alpha'(s)$

$\alpha(s_0)=0$, $\alpha(s_1)=\varphi$

$\tau(s_0)=\tau(s_1)\Rightarrow(\cos\alpha(s_1),\sin\alpha(s_1))=(\cos\alpha(s_0),\sin\alpha(s_0))\Rightarrow\alpha(s_1)-\alpha(s_0)=2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$

Даже если взяли какое-то const, а не 0, то const'ы сокр-ся

Величина $\varphi=2\pi k$ - дискр. При непр-ном изм-нии кривой, φ изменяться не будет.

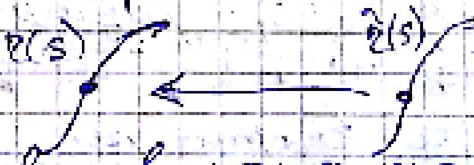
Утв. Рег. кривая однозначно опр-ся по $k(s)$-ии.

▷ Пусть имеем $r(s)$ и $\tilde r(s)$ - две кривые с одной и той же кривизной

$$\begin{cases}\tau'(s)=k(s)n(s)\\ n'(s)=-k(s)\tau(s)\end{cases}$$ лин. ур-ния $\Rightarrow$ можно подействовать лин. оп-ром

$A\tau'=kAn$

$An'=-kA\tau$



Совместим кривые в какой-то точке, повернем одну из них, чтобы реперы совпадали. Тогда начальные усл-я в системе диф ур-ний совпадали бы $\Rightarrow$ реш-я одни и те же

$(\tau(s), n(s)$ - решения$)$

$(\tau,\tau)=1$, $(\tau,n)=0$, $(n,n)=0$

$a(s)=(\tau,\tau)-1\qquad a(s_0)=0$

$b(s)=(\tau,n)\qquad b(s_0)=0$ нач. усл-я

$c(s)=(n,n)-1\qquad c(s_0)=0$

Докажем, что $a(s)\equiv0$, $b(s)\equiv0$, $c(s)\equiv0$

$a'(s)=2(\tau,\tau')=2k(s)(\tau,n)=2k(s)b(s)$

$b'(s)=(\tau',n)+(\tau,n')=k(n,n)-k(\tau,\tau)=$
$=k(s)c(s)+k(s)-k(s)a(s)-k(s)$

(7)