

Эволюция задается: $\tilde{z}(s) = z(s) - (s - s_0)z'(s)$

Ищем 11 эв-ные утв.-ния:

- 1) η - ортогональна α
- 2) α - эволюента η
- 3) α - ортogonal, касательная к кривой η
- 4) \tilde{z} - эволюента z

$\Rightarrow 1) \Rightarrow 3) \quad \tilde{z}' = z' - z - (s - s_0)z'' \perp z'$
 $3) \Rightarrow 4) \quad \tilde{z} = z(s) + f(s)z'(s) \quad \tilde{z}' \perp z'$
 $\tilde{z}' = z' + f'(s)z' + f(s)z'' \Rightarrow \tilde{z}' \perp z' \Rightarrow 1 + f' = 0 \Rightarrow f' = -1$
 $\Rightarrow f = -s + s_0 \Rightarrow \tilde{z} = z + (s - s_0)z'$

Упр 2-16 эв-ты 3) $\Leftrightarrow 1)$

5

Трёхмерные кривые (в \mathbb{R}^3)

$\begin{cases} F_1(x, y, z) = 0 \\ F_2(x, y, z) = 0 \end{cases} \quad \vec{v}(s) \text{ тангентальное } (k \neq 0, t > 0)$

$\vec{b}(s) = [\vec{v}(s), \vec{n}(s)]$ - Бинормальная кривой
 $\vec{v}'(s) = \kappa \vec{n}$
 $\vec{n}'(s) = \alpha(s)\vec{v}(s) + \beta(s)\vec{n}(s) + \eta(s)\vec{b}(s)$
 $\vec{b}'(s) =$

Устанавливаем условия: $(\vec{v}, \vec{v}) = 1$

$(\vec{v}, \vec{n}) = (\vec{v}, \vec{b}) = (\vec{n}, \vec{b}) = 0, \quad (\vec{n}, \vec{n}) = 1, \quad (\vec{b}, \vec{b}) = 1$

$(\vec{n}, \vec{n}) = (\vec{v}, \vec{v}) = (\vec{b}, \vec{b}) = 1$

$\begin{pmatrix} \vec{v} \\ \vec{n} \\ \vec{b} \end{pmatrix}'(s) = \begin{pmatrix} 0 & \kappa & 0 \\ -\kappa & 0 & \alpha \\ 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{v} \\ \vec{n} \\ \vec{b} \end{pmatrix}(s)$

Опр $\alpha(s)$ - кручение кривой
 $(\vec{v}, \vec{n}, \vec{b})$ - базис Френе

Упр. ние Френе

Смещение кривой: $\vec{b}(s) = \alpha(s)\vec{n}(s)$

$\vec{b}(s + \Delta s) = \vec{b}(s) + \vec{b}'(s)\Delta s$

$\Rightarrow \vec{b}(s + \Delta s) - \vec{b}(s) = -\alpha(s)\vec{n}(s)\Delta s + o(\Delta s)$

$|\vec{b}(s + \Delta s) - \vec{b}(s)| = \alpha \Delta s$

$\Rightarrow \frac{\Delta \varphi}{\Delta s} = -\alpha$ - скорость вращения б-ра декарта

Утв. Билер. кривая - плоская $\Leftrightarrow \alpha(s) = 0$

$\Rightarrow \vec{v}, \vec{n}$ лежат в одной пл-ти $\Rightarrow \vec{b} = \text{const}$

$\Rightarrow \vec{b}' = -\alpha \vec{n} = 0 \Rightarrow \alpha = 0$

$\textcircled{4} \quad \alpha(s) = 0 \quad (\vec{b}, \vec{v}) = 0$
 $\Rightarrow \vec{b}(s) = \text{const} \quad \vec{b}(s) = \text{const}$

Вектор Дарбу

$\begin{cases} \vec{v}'(s) = [\vec{w}(s), \vec{v}] \\ \vec{n}'(s) = [\vec{w}(s), \vec{n}] \\ \vec{b}'(s) = [\vec{w}(s), \vec{b}] \end{cases} \quad \text{Если } \vec{b} \cdot \vec{p} = 1, \text{ то}$

$\vec{w}(s) = \alpha(s)\vec{v}(s) + \beta(s)\vec{n}(s) + \eta(s)\vec{b}(s)$
 $\vec{b} = [\vec{v}, \vec{n}], \quad \vec{v} = [\vec{n}, \vec{b}], \quad \vec{n} = [\vec{b}, \vec{v}]$

$[\vec{w}, \vec{v}] = -\alpha(s)\vec{b}(s) + \eta(s)\vec{n}(s)$

Если $\vec{v} \cdot \vec{p} = 1$, то $\kappa(s) = \alpha(s)$, а $\beta(s) = 0, \eta(s) = 1(s)$

$[\vec{w}, \vec{n}] = \alpha\vec{b} - \eta\vec{v} = -\eta\vec{v} + \alpha\vec{b} \Rightarrow \alpha(s) = \alpha(s)$

9