$c'(s) = 2(n', n) = -2k(\tau, n) = -2k(s)b(s)$

Имеем сист. лин. диф. ур-ний 1 пор-ка. Тогда по Т. ∃ и !-ти, получим, что единое реш-ние — нулевая.

$\Rightarrow$ по $k(s)$! образом вос-ся кривая с точностью до изометрии.

(9) Т имеем гладкую м-цу $M(s)$, невыр. Следующие 2 утв-ния экв-ны:

1) $M(s)$ — ортогональная $\forall s$

2) $M(s_0)$ — ортогон., $M'M^{-1}(s)$ — кососимм. $\forall s$

$B(s) = M'M^{-1}(s)$ $\quad A'(s) = \underbrace{M'M^T}_{BA} + \underbrace{M(M')^T}_{AB^T}$ (*)

$A(s) = M(s)M^T(s)$

1) ⇒ 2): $A(s) = E \Rightarrow 0 = B + B^T \Rightarrow M'M^{-1} = -(M'M^{-1})^T$
⇒ кососимм.

2) ⇒ 1): B — кососимм, $A(s_0) = E \Rightarrow A$ — реш-е диф. ур-ния (*) ⇒ по Т. ∃-я и !-ти получаем, что $A(s) = E$ $\forall s$

Для двумерного случая: $\begin{pmatrix} \tau^1 & \tau^2 \\ n^1 & n^2 \end{pmatrix} = M$ $\quad B = \begin{pmatrix} 0 & k \\ -k & 0 \end{pmatrix}$

Тогда для n-мерного сл-я: $M' = BM$.

$\begin{pmatrix} \tau_1^1 & \dots & \tau_1^n \\ \tau_2^1 & \dots & \tau_2^n \\ \vdots & & \\ \tau_n^1 & \dots & \tau_n^n \end{pmatrix} = M$.

Из усл-я кососимм-ти и ортогональности при заданных нач. условиях имеем, что м-ца M будет ортогональна $\forall s$.

Эволюта и эвольвента плоской кривой.

$r(s)$ — плоская рег. кривая

$k(s) \neq 0$.

Опр. Эволюта — это кривая, которую описывают центры кривизны кривой.

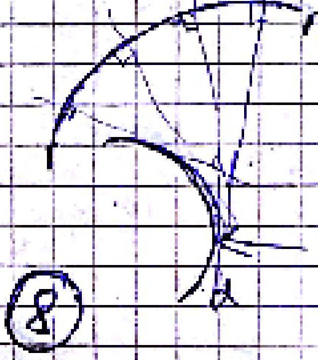
$\tilde{r}(s) = r(s) + \frac{1}{k(s)} n(s)$

$R(s)$ — радиус кривизны

$\tilde{r}'(s) = r'(s) - \frac{1}{k^2} k' n + \frac{1}{k} n' = \tau - \frac{k'}{k^2} n - \frac{k}{k}\tau = -\frac{k'}{k^2} n$

$\tilde{r}'$ не обращается в нуль на участках, на которых кривизна не меняет знак.

Эволюта касается б-ва нормалей — огибающая б-ва нормалей кривой.



γ — эвольвента α

Эвольвента ~~то~~ под опр-ся неоднозначно.

Кас. к эволюте — нормали к эвольвенте. Т.о. имеем целое однопараметрическое сем-во эвольвент.

эволюта β