

【数学A】 第1章 場合の数と確率

高等学校数学科用/104/数研/数A/713

Riku Sugawara

12.2025

第1節 確率

1.1 事象と確率

Definition 1.1.1

確率の定義試行において、起こりうるすべての場合が n 通りあり、そのどの場合が起こることも同様に確からしいとする。このとき、事象 A の起こる場合が a 通りあるとすれば、事象 A の起こる確率 $P(A)$ は次のように定義される。

$$P(A) = \frac{a}{n} \quad (1.1.1)$$

1.2 確率の基本性質

Theorem 1.2.1 確率の基本性質

事象 A の確率 $P(A)$ について、次の性質が成り立つ。

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (1.2.1)$$

$$P(U) = 1, \quad P(\emptyset) = 0 \quad (1.2.2)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad (1.2.3)$$

ここで、 U は全事象、 \emptyset は空事象、 \bar{A} は事象 A の余事象を表す。

Theorem 1.2.2 確率の加法定理

2つの事象 A, B について、次が成り立つ。

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (1.2.4)$$

特に、 A と B が互いに排反である場合 ($A \cap B = \emptyset$)、次が成り立つ。

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (1.2.5)$$

1.3 独立な試行と確率

Theorem 1.3.1 独立な試行の確率

2つの試行 T_1, T_2 が独立であるとき, 事象 A, B について次が成り立つ.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad (1.3.1)$$

Theorem 1.3.2 反復試行の確率

1回の試行で事象 A が起こる確率を p とする. この試行を n 回繰り返すとき, 事象 A がちょうど r 回起こる確率は次の式で表される.

$${}_n C_r \cdot p^r \cdot (1-p)^{n-r} \quad (1.3.2)$$

1.4 条件付き確率

Definition 1.4.1

条件付き確率事象 A が起こったという条件のもとで事象 B が起こる条件付き確率 $P_A(B)$ は次のように定義される.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (P(A) > 0) \quad (1.4.1)$$

Theorem 1.4.1 確率の乗法定理

2つの事象 A, B について, 次が成り立つ.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P_A(B) \quad (1.4.2)$$

1.5 期待値

Definition 1.5.1

条件付き確率事象 A が起こったという条件のもとで事象 B が起こる条件付き確率 $P_A(B)$ は次のように定義される.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (P(A) > 0) \quad (1.5.1)$$

Theorem 1.5.1 確率の乗法定理

2つの事象 A, B について、次が成り立つ。

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P_A(B) \quad (1.5.2)$$