【中学数学】 第3章 図形の性質と合同

体系数学 1/数研出版/幾何編

Riku Sugawara

11.2025

第 1 節　平行線と角

この単元で学習する角の種類は 3 種類である。それは 対頂角 、 同位角 、 錯角 である。

Definition 1.1　対頂角

2 直線が交わるとき、その交点の周りには 4 つの角ができる。このうち 向かい合っている 2 つの角を 対頂角 という。

対頂角を図で表すと以下のようになる。また、そこから次のことが分かる。

Theorem 1.1　対頂角の性質

対頂角は いつでも 等しい。

Definition 1.2　同位角

2 直線に 1 つの直線が交わるとき、その交点の同じ側にできる角を <u>同位角</u> という。

Definition 1.3　錯角

2 直線に 1 つの直線が交わるとき、その交点の反対側にできる角を <u>錯角</u> という。

同位角と錯角を図で表すと以下のようになる。また、そこから次のことが分かる。

錯角は <u>***Z***</u>、その鏡文字の <u>***S***</u> の内側にできる角と考えると良い。

Theorem 1.2　同位角と錯角の性質①

同位角と錯角は、いつでも等しい <u>とは限らない</u> 。

Theorem 1.3　同位角と錯角の性質②

2 直線が <u>平行</u> ならば同位角、錯角はそれぞれ <u>等しい</u> 。
また、これはその逆も成り立つ。すなわち、
同位角、錯角が等しい ならば 2 直線は <u>平行</u> である。

Theorem 1.3 を図示すると以下のようになる。

第 2 節　多角形の内角と外角

まずは三角形について考える。

Definition 2.1　三角形の内角と外角

三角形の 3 つの辺がつくる三角形の内部にある角のことを ＿内角＿ という。これに対し、1 つの辺とそれと隣り合う辺の延長がつくる角のことを＿外角＿ という。

また、三角形の内角と外角に対して次のことがいえる。

Theorem 2.1　三角形の内角と外角の性質

三角形の 3 つの内角の和は ＿**180°**＿ である。
三角形の 1 つの外角は、＿それと隣り合わない **2** つの＿ 内角の和に等しい。

三角形の内角と外角、それらの性質を図で表すと上のようになる。

次に、多角形について考える。

Theorem 2.2　多角形の内角の和

多角形の内角の和は以下の式で表すことができる。

$$\boldsymbol{n}\ \text{角形の内角の和} = \underline{\ \mathbf{180^\circ} \times (\boldsymbol{n} - \mathbf{2})\ }$$

Theorem 2.3　多角形の外角の和

n 角形の外角の和は ＿**360°**＿ である。

これらの式は、左辺と右辺をセットで覚え、使ってもらいたい。

第 3 節　三角形の合同

Definition 3.1　合同

一方の図形を平行移動、回転移動などすることで他方の図形にぴったりと重ね合わせることができるとき、それらの図形を ＿合同な図形＿ という。

一言で言うと、＿全く同じ＿ の図形のことである。したがって、

(1) 合同な図形では 対応する ＿線分の長さ＿ はそれぞれ等しい。
(2) 合同な図形では 対応する ＿角の大きさ＿ はそれぞれ等しい。

Definition 3.2　合同な図形の表し方

2 つの図形が合同であることを記号 ＿$\equiv$＿ を用いて表す。
例えば、$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が合同であることを ＿$\boldsymbol{\triangle ABC \equiv \triangle DEF}$＿ と表し、「三角形 ABC 合同 三角形 DEF」と読む。また、記号 $\equiv$ を用いるときは、頂点の順番を ＿対応する順＿ で書く。

特に三角形においては、合同になるための条件が知られている。これを ＿合同条件＿ といい、次の 3 つがある。合同条件は証明中に使い、一言一句違わずに 使わなければならない。

Theorem 3.1　合同条件

2 つの三角形が合同であるための条件は以下の 3 つである。

(1) ＿**3** 組の辺がそれぞれ等しい＿
(2) ＿**2** 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい＿
(3) ＿**1** 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい＿

第 4 節　証明

証明の流れと型を身につけてもらいたい。学校の型と異なるかとは思うが、ここでは私がオススメする型を紹介する。特にこだわりがない場合は、この型を是非使ってもらいたい。

ここで使用する流れや型は 2 年次で学習する「合同な図形」の証明においても、3 年次で学習する「相似な図形」の証明においても使用できる汎用的なものである。

Theorem 4.1　証明の流れ

証明の流れは以下のようになる。

(1) 証明したい図形 を確認し、一方を 赤い三角形 で、もう一方を 青い三角形 で囲む。
(2) 赤い三角形と青い三角形を 抜き出し *、仮定 や 条件 を描き込む。
(3) (2) で抜き出した図形をもとに 合同条件 を確定させる。**

Theorem 4.1 で証明の下準備は完了！証明は書き始める前に終えてなければならない。したがって、Theorem 4.1 を使って証明の型にはめていくことになる。

Theorem 4.2　証明の型

証明の型は以下のようになる。ここでは $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が合同であることを証明する。

Proof.

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において

根拠① より、

$AB = DE$ ・・・①

根拠② ので、

$\angle BAC = \angle EDF$ ・・・②

根拠③ ので、

$CA = FD$ ・・・③

①、②、③より、合同条件 ので、

$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ □

---

* 図形を抜き出す際には **形は気にせず** 抜き出してもらって構わない。しかし、2 つの三角形とも **同じ形** で **対応する頂点** で抜き出すこと。

** 合同条件の確定には **結論** を使ってはならない。