

# 【中学数学】 第3章 図形の性質と合同

体系数学 1/数研出版/幾何編

Riku Sugawara

11.2025

## 第1節 平行線と角

この単元で学習する角の種類は3種類である。それは\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_である。

### Definition 1.1 対頂角

2 直線が交わる時、その交点の周りには 4 つの角ができる。このうち\_\_\_\_\_ 2 つの角を \_\_\_\_\_ という。

対頂角を図で表すと以下のようになる。また、そこから次のことが分かる。

### Theorem 1.1 対頂角の性質

対頂角は \_\_\_\_\_ 等しい。

**Definition 1.2 同位角**

2 直線に 1 つの直線が交わるとき、その交点の同じ側にできる角を \_\_\_\_\_ という。

**Definition 1.3 錯角**

2 直線に 1 つの直線が交わるとき、その交点の反対側にできる角を \_\_\_\_\_ という。

同位角と錯角を図で表すと以下のようなになる。また、そこから次のことが分かる。

錯角は \_\_\_\_\_、その鏡文字の \_\_\_\_\_ の内側にできる角と考えると良い。

**Theorem 1.2 同位角と錯角の性質①**

同位角と錯角は、いつでも等しい \_\_\_\_\_。

**Theorem 1.3 同位角と錯角の性質②**

2 直線が \_\_\_\_\_ ならば同位角、錯角はそれぞれ \_\_\_\_\_。

また、これはその逆も成り立つ。すなわち、

同位角、錯角が等しい ならば 2 直線は \_\_\_\_\_ である。

Theorem 1.3 を図示すると以下のようなになる。

# 第 2 節 多角形の内角と外角

まずは三角形について考える。

Definition 2.1 三角形の内角と外角

三角形の 3 つの辺がつくる三角形の内部にある角のことを \_\_\_\_\_ という。これに対し、1 つの辺とそれと隣り合う辺の延長がつくる角のことを \_\_\_\_\_ という。

また、三角形の内角と外角に対して次のことがいえる。

Theorem 2.1 三角形の内角と外角の性質

三角形の 3 つの内角の和は \_\_\_\_\_ である。  
三角形の 1 つの外角は、 \_\_\_\_\_ 内角の和に等しい。

三角形の内角と外角、それらの性質を図で表すと上のようになる。

次に、多角形について考える。

Theorem 2.2 多角形の内角の和

多角形の内角の和は以下の式で表すことができる。  
  
$$n \text{ 角形の内角の和} = \rule{1.5cm}{0.4pt}$$

Theorem 2.3 多角形の外角の和

$n$  角形の外角の和は \_\_\_\_\_ である。

これらの式は、左辺と右辺をセットで覚え、使ってもらいたい。

### 第 3 節 三角形の合同

Definition 3.1 合同

一方の図形を平行移動、回転移動などすることで他方の図形にぴったりと重ね合わせることができるとき、それらの図形を \_\_\_\_\_ という。

一言で言うと、\_\_\_\_\_ の図形のことである。したがって、

- (1) 合同な図形では 対応する \_\_\_\_\_ はそれぞれ等しい。
- (2) 合同な図形では 対応する \_\_\_\_\_ はそれぞれ等しい。

Definition 3.2 合同な図形の表し方

2 つの図形が合同であることを記号 \_\_\_\_\_ を用いて表す。  
例えば、 $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  が合同であることを \_\_\_\_\_ と表し、「三角形 ABC 合同 三角形 DEF」と読む。また、記号  $\equiv$  を用いるときは、頂点の順番を \_\_\_\_\_ で書く。

特に三角形においては、合同になるための条件が知られている。これを \_\_\_\_\_ といい、次の 3 つがある。  
合同条件は証明中に使い、一言一句違わずに 使わなければならない。

Theorem 3.1 合同条件

2 つの三角形が合同であるための条件は以下の 3 つである。

(1) \_\_\_\_\_

(2) \_\_\_\_\_

(3) \_\_\_\_\_

## 第 4 節 証明

証明の流れち型を身につけてもらいたい。学校の型と異なるかとは思いますが、ここでは私がオススメする型を紹介する。特にこだわりがない場合は、この型を是非使ってもらいたい。

ここで使用する流れや型は 2 年次で学習する「合同な図形」の証明においても、3 年次で学習する「相似な図形」の証明においても使用できる汎用的なものである。

Theorem 4.1 証明の流れ

証明の流れは以下になる。

(1) \_\_\_\_\_ を確認し、一方を \_\_\_\_\_ で、もう一方を \_\_\_\_\_ で囲む。

(2) 赤い三角形と青い三角形を \_\_\_\_\_ \*、 \_\_\_\_\_ や \_\_\_\_\_ を描き込む。

(3) (2) で抜き出した図形をもとに \_\_\_\_\_ を確定させる。 \*\*

Theorem 4.1 で証明の下準備は完了！証明は書き始める前に終えてなければならない。したがって、Theorem 4.1 を使って証明の型にはめていくことになる。

Theorem 4.2 証明の型

証明の型は以下になる。ここでは  $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  が合同であることを証明する。

*Proof.*

\_\_\_\_\_ と \_\_\_\_\_ において

~~~~~根拠①~~~~~ より、

\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ . . . ①

~~~~~根拠②~~~~~ ので、

\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ . . . ②

~~~~~根拠③~~~~~ ので、

\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ . . . ③

①、②、③より、 \_\_\_\_\_ ので、

\_\_\_\_\_  $\equiv$  \_\_\_\_\_ □

\* 図形を抜き出す際には **形は気にせず** 抜き出してもらって構わない。しかし、2つの三角形とも **同じ形** で **対応する頂点** で抜き出すこと。

\*\* 合同条件の確定には **結論** を使ってはならない。