

【中学数学】第3章 図形の性質と合同

体系数学 1/数研出版/幾何編

Riku Sugawara

11.2025

第1節 平行線と角

この単元で学習する角の種類は3種類である。それは_____、_____、_____である。

Definition 1.1 対頂角

2直線が交わるとき、その交点の周りには4つの角ができる。このうち_____ 2つの角を
_____ という。

対頂角を図で表すと以下のようになる。また、そこから次のことが分かる。

Theorem 1.1 対頂角の性質

対頂角は_____ 等しい。

Definition 1.2 同位角

2直線に1つの直線が交わるとき、その交点の同じ側にできる角を _____ という。

Definition 1.3 錯角

2直線に1つの直線が交わるとき、その交点の反対側にできる角を _____ という。

同位角と錯角を図で表すと以下のようになる。また、そこから次のことが分かる。

錯角は _____、その鏡文字の _____ の内側にできる角と考えると良い。

Theorem 1.2 同位角と錯角の性質①

同位角と錯角は、いつでも等しい _____。

Theorem 1.3 同位角と錯角の性質②

2直線が _____ ならば同位角、錯角はそれぞれ _____。

また、これはその逆も成り立つ。すなわち、

同位角、錯角が等しい ならば 2直線は _____ である。

Theorem 1.3 を図示すると以下のようになる。

第2節 多角形の内角と外角

まずは三角形について考える。

Definition 2.1 三角形の内角と外角

三角形の3つの辺がつくる三角形の内部にある角のことを _____ という。これに対し、1つの辺とそれと隣り合う辺の延長がつくる角のことを _____ という。

また、三角形の内角と外角に対して次のことがいえる。

Theorem 2.1 三角形の内角と外角の性質

三角形の3つの内角の和は _____ である。

三角形の1つの外角は、 _____ 内角の和に等しい。

三角形の内角と外角、それらの性質を図で表すと上のようになる。

次に、多角形について考える。

Theorem 2.2 多角形の内角の和

多角形の内角の和は以下の式で表すことができる。

$$n \text{ 角形の内角の和} = \underline{\hspace{10em}}$$

Theorem 2.3 多角形の外角の和

n 角形の外角の和は _____ である。

これらの式は、左辺と右辺をセットで覚え、使ってもらいたい。

第3節 三角形の合同

Definition 3.1 合同

一方の図形を平行移動、回転移動などすることで他方の図形にぴったりと重ね合わせができるときそれらの図形を _____ という。

一言で言うと、_____ の図形のことである。したがって、

- (1) 合同な図形では 対応する _____ はそれぞれ等しい。
- (2) 合同な図形では 対応する _____ はそれぞれ等しい。

Definition 3.2 合同な図形の表し方

2つの図形が合同であることを記号 _____ を用いて表す。

例えば、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が合同であることを _____ と表し、「三角形 ABC 合同 三角形 DEF」と読む。また、記号 \equiv を用いるときは、頂点の順番を _____ で書く。

特に三角形においては、合同になるための条件が知られている。これを _____ といい、次の3つがある。
合同条件は証明中に使い、一言一句違わずに使わなければならない。

Theorem 3.1 合同条件

2つの三角形が合同であるための条件は以下の3つである。

- (1) _____
- (2) _____
- (3) _____

第4節 証明

証明の流れを身につけてもらいたい。学校の型と異なるかとは思うが、ここでは私がオススメする型を紹介する。特にこだわりがない場合は、この型を是非使ってもらいたい。

ここで使用する流れや型は2年次で学習する「合同な図形」の証明においても、3年次で学習する「相似な図形」の証明においても使用できる汎用的なものである。

Theorem 4.1 証明の流れ

証明の流れは以下のようになる。

- (1) _____ を確認し、一方を _____ で、もう一方を _____ で囲む。
- (2) 赤い三角形と青い三角形を _____ *、 _____ や _____ を描き込む。
- (3) (2) で抜き出した図形をもとに _____ を確定させる。 **

Theorem 4.1 で証明の下準備は完了！証明は書き始める前に終えてなければならない。したがって、Theorem 4.1 を使って証明の型にはめていくことになる。

Theorem 4.2 証明の型

証明の型は以下のようになる。ここでは $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が合同であることを証明する。

Proof.

_____ と _____ において

根拠①より、

$$\text{red line} = \text{blue line} \quad \dots \textcircled{1}$$

根拠②ので、

$$\text{red line} = \text{blue line} \quad \dots \textcircled{2}$$

根拠③ので、

$$\text{red line} = \text{blue line} \quad \dots \textcircled{3}$$

①、②、③より、_____ ので、

$$\text{red line} \equiv \text{blue line} \quad \square$$

* 図形を抜き出す際には 形は気にせず 抜き出してもらって構わない。しかし、2つの三角形とも 同じ形 で 対応する頂点 で抜き出すこと。

** 合同条件の確定には 結論 を使ってはならない。