

【中学数学】 第3章 図形の性質と合同

体系数学 1/数研出版/幾何編

Riku Sugawara

11.2025

第1節 平行線と角

この単元で学習する角の種類は3種類である。それは 対頂角、同位角、錯角 である。

Definition 1.1 対頂角

2 直線が交わるとき、その交点の周りには 4 つの角ができる。このうち 向かい合っている 2 つの角を 対頂角 という。

対頂角を図で表すと以下のようなになる。また、そこから次のことが分かる。

Theorem 1.1 対頂角の性質

対頂角は いつでも 等しい。

Definition 1.2 同位角

2 直線に 1 つの直線が交わる時、その交点の同じ側にできる角を 同位角 という。

Definition 1.3 錯角

2 直線に 1 つの直線が交わる時、その交点の反対側にできる角を 錯角 という。

同位角と錯角を図で表すと以下のようなになる。また、そこから次のことが分かる。

錯角は Z、その鏡文字の S の内側にできる角と考えると良い。

Theorem 1.2 同位角と錯角の性質①

同位角と錯角は、いつでも等しい とは限らない。

Theorem 1.3 同位角と錯角の性質②

2 直線が 平行 ならば同位角、錯角はそれぞれ 等しい。

また、これはその逆も成り立つ。すなわち、

同位角、錯角が等しい ならば 2 直線は 平行 である。

Theorem 1.3 を図示すると以下のようなになる。

第 2 節 多角形の内角と外角

まずは三角形について考える。

Definition 2.1 三角形の内角と外角

三角形の 3 つの辺がつくる三角形の内部にある角のことを 内角 という。これに対し、1 つの辺とそれと隣り合う辺の延長がつくる角のことを 外角 という。

また、三角形の内角と外角に対して次のことがいえる。

Theorem 2.1 三角形の内角と外角の性質

三角形の 3 つの内角の和は 180° である。
三角形の 1 つの外角は、それと隣り合わない 2 つの 内角の和に等しい。

三角形の内角と外角、それらの性質を図で表すと上のようになる。

次に、多角形について考える。

Theorem 2.2 多角形の内角の和

多角形の内角の和は以下の式で表すことができる。

$$n \text{ 角形の内角の和} = \underline{180^\circ \times (n - 2)}$$

Theorem 2.3 多角形の外角の和

n 角形の外角の和は 360° である。

これらの式は、左辺と右辺をセットで覚え、使ってもらいたい。

第3節 三角形の合同

Definition 3.1 合同

一方の図形を平行移動、回転移動などすることで他方の図形にぴったりと重ね合わせることができるときそれらの図形を 合同 という。

一言で言うと、全く同じ の図形のことである。したがって、

- (1) 合同な図形では 対応する 線分の長さ はそれぞれ等しい。
- (2) 合同な図形では 対応する 角の大きさ はそれぞれ等しい。

Definition 3.2 合同な図形の表し方

2つの図形が合同であることを記号 \equiv を用いて表す。

例えば、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が合同であることを $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ と表し、「三角形 ABC 合同 三角形 DEF」と読む。また、記号 \equiv を用いるときは、頂点の順番を 対応する順 で書く。

特に三角形においては、合同になるための条件が知られている。これを 合同条件 といい、次の3つがある。合同条件は証明中に使い、一言一句違わずに 使わなければならない。

Theorem 3.1 合同条件

2つの三角形が合同であるための条件は以下の3つである。

- (1) 3組の辺がそれぞれ等しい
- (2) 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい
- (3) 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

第 4 節 証明