Preguntas

1. (0.75 puntos) Sea $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal tal que:

$$f(x, y, z, t) = (x + 2y + t,\ y + 3z - t,\ 0).$$

Entonces, las ecuaciones implícitas del subespacio imagen en las bases canónicas de $\mathbb{R}^4$ y $\mathbb{R}^3$ son:

a) $x + 2y + t = 0,\ y + 3z - t = 0.$ b) $x + 2y + z = 0,\ y - t = 0$
c) $z = 0.$ d) $y = 0,\ x = 0.$
e) $x = 0, z = 0,\ t = 0.$ f) $x = 0.$

2. (0.6 puntos) Para la aplicación lineal anterior y considerando las bases canónicas en $\mathbb{R}^4$ y $\mathbb{R}^3$, entonces una base del núcleo es:

a) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (-3, 1, 0, 1), (-1, -1, 0, 1)\}.$
b) $\{(1, 0, 0), (0, 0, 0)\}.$
c) $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 1, 0), (0, 1, 1)\}.$
d) $\{(-3, 1, 0, 1), (6, -3, 1, 0)\}.$
f) $\{(3, 1, 0, -1), (-6, -3, 1, 0)\}.$

3. (0.75 puntos) Los autovalores de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

son:

a) 0 y 1. b) 1
c) $0, 1$ y -1. d) 0 y 2.
e) $0, 1$ y 2. f) 0 y -1.

4. (0.6 puntos) Los vectores propios asociados a los valores propios de la matriz anterior son:

a) $\{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 0, 1)\}.$ b) $\{(1, 1, 1), (1, 1, 0)\}.$
c) $\{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (-1, 0, 1)\}.$ d) $\{(1, 1, 1)\}.$
e) $\{(0, 0, 0)\}.$ f) $\{(1, 1, 0), (-1, 0, 1)\}.$

1. Los valores de a y b para que el sistema

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & a-3 \\ 2 & 1 & a & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ b \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

sea incompatible son:

a) $a \neq 3$ y $b = 0$ b) $a = 3$ y $b \neq 0$

c) $a = 3$ y $b = 0$ d) $a \neq 3$ y $b \neq 0$

e) $a = 3$ y b puede tomar cualquier valor real.

f) El sistema siempre es incompatible independientemente de los valores de a y b.
(0,7 puntos)

2. (0.9 puntos) Considérese los subespacios de $\mathbb{R}^3$:

$$\begin{aligned} E_1 &= \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y = 0, x + 2y + z = 0\right\}, \\ E_2 &= \langle (2, -1, 1), (0, 1, -1) \rangle . \end{aligned}$$

Entonces es cierto que:

a) $\mathbb{R}^3 = E_1 + E_2$.

b) $\dim(E_1) = \dim(E_2)$.

c) $E_1 \cap E_2 = \langle (-1, 1, -1) \rangle$.

d) E_1 y E_2 son subespacios complementarios.

3. (0.7 puntos) La expresión de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ respecto de la base

$$\left\{ A_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

de $\mathbb{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ es:

a) $2A_1 + 3A_2 - A_3 + A_4$.

b) $2A_1 - 3A_2 - A_3 + A_4$.

c) $2A_1 - A_2 + 3A_3 + A_4$.

d) $2A_1 - A_2 + 3A_3 - A_4$.

e) Las matrices A_1, A_2, A_3 y A_4 no forman base (0,7 puntos)

Nota: $\mathbb{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ espacio vectorial de las matrices de orden dos por dos con coeficientes reales.