



I. SEMINARIO DE PRÁCTICAS

CONTENIDOS:

I.0.- Normas del laboratorio

I.1.- Cálculo de errores

I.1.1.- Introducción

I.1.2.- Expresión de magnitudes físicas

I.1.3.- Determinación del error absoluto

I.2.- Representación gráfica

I.3.- Ajuste por mínimos cuadrados

PALABRAS CLAVE:

ajuste por mínimos cuadrados / cálculo de errores / coeficiente de correlación / desviación estándar / error / error absoluto / error relativo / media aritmética / ordenada en el origen / pendiente / representación gráfica

OBJETIVOS:

Introducir el concepto de error en la medida de magnitudes físicas. Aprender a manejar los datos.

I.0.- Normas de laboratorio
I.1.- Cálculo de errores
 I.1.1.- Introducción
 I.1.2.- Expresión de
 magnitudes físicas
 I.1.3.- Determinación del
 error absoluto
I.2.- Representación gráfica
I.3.- Ajuste por mínimos cuadrados

I.0.- Normas de laboratorio

Hábitos de conducta

- No consumir alimentos ni bebidas dentro del laboratorio.
- No utilizar el móvil durante las sesiones de laboratorio. Mantenerlo apagado.
- Mantener el debido respeto hacia el profesor y los compañeros y compañeras.
- En los laboratorios no se deben hacer bromas, ni jugar, ni comunicarse con gritos.

I.0.- Normas de laboratorio

Normas básicas de trabajo

- La mesa de trabajo debe estar libre de abrigo, bolsos, libros, etc.
- No dejar bultos u otros objetos en los lugares de circulación
- El material de laboratorio asignado a cada puesto de trabajo **ES COMÚN PARA TODOS LOS GRUPOS** por lo que es importantísimo mantener el orden y la limpieza del mismo para que cada grupo se lo encuentre en perfecto estado.
- El material y los aparatos de laboratorio son muy caros y delicados por lo que se deben utilizar de forma responsable y consultar siempre cualquier duda sobre su funcionamiento o manejo al profesor.
- Al finalizar la práctica, la zona de trabajo debe quedar completamente **LIMPIA Y ORDENADA**, disponible para el siguiente grupo.
- Cualquier anomalía o falta que se observe en el puesto de prácticas se comunicará al profesor

I.0.- Normas de laboratorio

Planificación y desarrollo de las prácticas

Cada estudiante debe disponer al comienzo de las prácticas del guión de prácticas para ser utilizado individualmente.

Es imprescindible que el alumno, previamente a la asistencia al laboratorio, se haya leído detenidamente el guión de la práctica que se va a realizar para exponer al profesor cualquier duda que pueda tener respecto a la misma.

Seguir en todo momento las instrucciones del profesor. Ante cualquier duda, consultar al profesor.

En prácticas de laboratorio no se debe conectar ningún equipo a la red sin que el profesor haya revisado la instalación correspondiente.

No se pueden realizar experimentos que no estén autorizados por el profesor.

I.0.- Normas de laboratorio

Evaluación de las prácticas

La asistencia a prácticas es OBLIGATORIA.

El alumno realizará una práctica en cada sesión de laboratorio. En cada sesión práctica realizará el montaje de la práctica, la toma de datos y el proceso de cálculo. Una vez finalizada la práctica, el alumno enseñará el guión al profesor para que este compruebe la correcta realización del mismo.

En la última sesión de prácticas, el alumno realizará un examen de una de las prácticas del temario práctico y los profesores calificarán el guion cumplimentado por el alumno.

De esta forma, se considerará que un alumno está APTO en la parte práctica de la asignatura si su calificación es igual o superior a 5.

I.0.- Normas de laboratorio
I.1.- Cálculo de errores
I.1.1.- Introducción
I.1.2.- Expresión de magnitudes físicas
I.1.3.- Determinación del error absoluto
I.2.- Representación gráfica
I.3.- Ajuste por mínimos cuadrados

I.1.- Cálculo de errores

I.1.1.- Introducción

Todos los datos numéricos experimentales poseen un grado e imprecisión. Mediante el cálculo de errores intentamos acotar ese nivel de imprecisión, cuantificarlo.

➤ **Error:** Es una magnitud estadística que cuantifica la imposibilidad de efectuar una medida con precisión infinita. Es imposible conocer de manera exacta una magnitud medida experimentalmente ya que la medida experimental está afectada por errores:

➤ **Tipos de errores:**

- De precisión del instrumento de medida.
- Accidentales: Variaciones imprevisibles en el proceso de medida (defecto de apreciación, fluctuaciones, etc.). Son de distribución aleatoria.
- Sistemáticos: Defectos en el diseño o desarrollo del experimento (calibrado, etc.). Son de distribución no aleatoria.

I.0.- Normas de laboratorio
I.1.- Cálculo de errores
I.1.1.- Introducción
I.1.2.- Expresión de magnitudes físicas
I.1.3.- Determinación del error absoluto
I.2.- Representación gráfica
I.3.- Ajuste por mínimos cuadrados

I.1.1.- Expresión de magnitudes físicas

Toda magnitud física, resultado de una medida experimental, debe venir siempre acompañada de su error, denominada "error absoluto", ε . O bien mediante un índice de precisión, denominado "error relativo" ε_r .

Magnitud: x

Expresión de una magnitud experimental

Error: ε

$$\text{Magnitud} = x \pm \varepsilon \quad (\text{I.2})$$

Error relativo ε_r .

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{x} \quad (\text{I.1})$$

➤ Expresión del error.-

- ✓ Jamás tendrá más de dos cifras significativas
- ✓ Sólo tendrá dos cifras significativas si la primera es un 1 o si siendo un 2 la siguiente es menor que 5.
- ✓ En todos los demás casos sólo deberá tener 1 cifra significativa.

➤ La magnitud x .-

Debe tener las cifras necesarias para que su última cifra significativa sea del mismo orden que la última del error absoluto. La última cifra significativa de x será incrementada en una unidad si la cifra siguiente (la primera despreciada) es 5 o superior a 5.

I.0.- Normas de laboratorio
I.1.- Cálculo de errores
 I.1.1.- Introducción
 I.1.2.- Expresión de
 magnitudes físicas
 I.1.3.- Determinación del
 error absoluto
I.2.- Representación gráfica
I.3.- Ajuste por mínimos cuadrados

EJEMPLO

Expresión incorrecta.-

3.418 ± 0.123

6.3 ± 0.159

46288 ± 1551

428.351 ± 0.27

0.01683 ± 0.0058

0.041 ± 0.0008

0.0158 ± 5261

25 ± 35894

Expresión correcta.-

I.0.- Normas de laboratorio
I.1.- Cálculo de errores
 I.1.1.- Introducción
 I.1.2.- Expresión de magnitudes físicas
 I.1.3.- Determinación del error absoluto
I.2.- Representación gráfica
I.3.- Ajuste por mínimos cuadrados

I.1.3.- Determinación del error absoluto

➤ Una única medida

Si el valor de una magnitud se realiza mediante una única medida, el error, ε , es la precisión del instrumento de medida.

- Valor de la longitud de un lápiz con una regla milimetrada: $12,3 \pm 0,1$ cm

➤ Varias medidas

Para dar un valor estadístico a nuestros resultados es conveniente repetir el proceso de medida. ¿Cuál es este caso el valor de la magnitud?

Magnitud = Valor medio

$$\langle x \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} x_i}{N} \quad (\text{I.3})$$

Desviación Estándar

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=N} (x_i - \langle x \rangle)^2}{N - 1}} \quad (\text{I.4})$$

Error (50%)

$$\varepsilon = 0.675\sigma \quad (\text{I.5})$$

Expresión de la magnitud

$$\langle x \rangle \pm \varepsilon \quad (\text{I.6})$$



I.0.- Normas de laboratorio
I.1.- Cálculo de errores
 I.1.1.- Introducción
 I.1.2.- Expresión de magnitudes físicas
 I.1.3.- Determinación del error absoluto
I.2.- Representación gráfica
I.3.- Ajuste por mínimos cuadrados

➤ EJEMPLO

- Las medidas del campo eléctrico obtenidas en un punto situado en las inmediaciones de un conductor fueron las siguientes: 3.12 N/C, 3.13 N/C, 3.22 N/C, 3.06 N/C, 3.06 N/C y 3.12 N/C. Calcular:

- Valor medio
- Desviación estándar
- Error
- Expresar el resultado de la medida con su error

$$a) \quad \langle x \rangle = \frac{3.12 + 3.13 + 3.22 + 3.06 + 3.06 + 3.12}{6} =$$

$$b) \quad d_1 = 3.12 - 3.1183 =$$

$$d_2 =$$

$$d_3 =$$

$$d_4 =$$

$$d_5 =$$

$$d_6 ==$$

I.0.- Normas de laboratorio
I.1.- Cálculo de errores
 I.1.1.- Introducción
 I.1.2.- Expresión de
 magnitudes físicas
 I.1.3.- Determinación del
 error absoluto
I.2.- Representación gráfica
I.3.- Ajuste por mínimos cuadrados

b) $\sigma =$

c) $\varepsilon = 0.675 \cdot \sigma =$

d)

I.0.- Normas de laboratorio
I.1.- Cálculo de errores
I.1.1.- Introducción
I.1.2.- Expresión de magnitudes físicas
I.1.3.- Determinación del error absoluto
I.2.- Representación gráfica
I.3.- Ajuste por mínimos cuadrados

I.2.- Representación gráfica

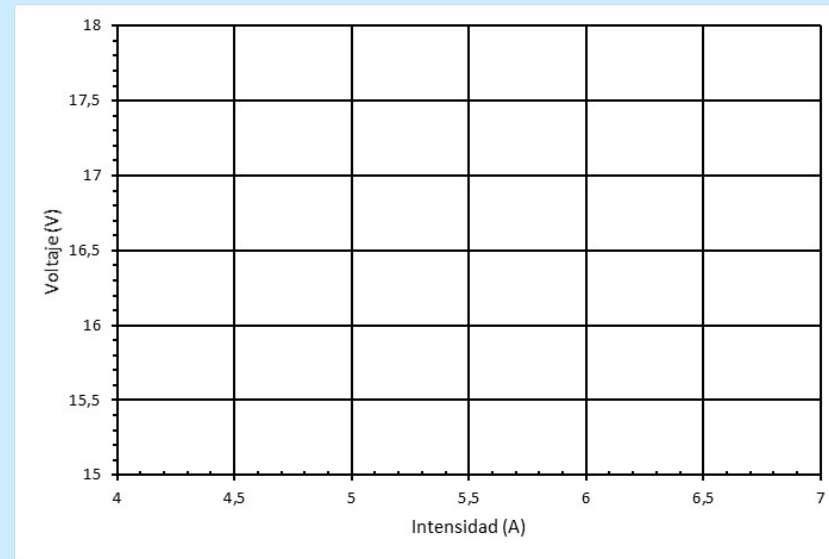
La representación gráfica es un modo muy eficaz de presentar y analizar los datos.

- 1.- La variable independiente del fenómeno debe de ir representada en el eje de abcisas y la dependiente en el de ordenadas.
- 2.- Las escalas sobre ambos ejes han de permitir una lectura rápida y sencilla.
- 3.- Deben abarcar todo y sólo el intervalo de medidas realizadas (aunque para ello en el origen de coordenadas no se sitúe el cero).

➤ EJEMPLO

I (mA)	5.0	5.5	5.9	6.0	6.2
V (mV)	15.2	15.7	16.4	17.0	17.3

Eje de ordenadas



Eje de abcisas



I.0.- Normas de laboratorio
I.1.- Cálculo de errores
I.1.1.- Introducción
I.1.2.- Expresión de magnitudes físicas
I.1.3.- Determinación del error absoluto
I.2.- Representación gráfica
I.3.- Ajuste por mínimos cuadrados

I.3.- Ajuste por mínimos cuadrados

Cuando la representación gráfica del fenómeno estudiado proporciona una distribución de puntos experimentales en forma prácticamente lineal, debe calcularse la ecuación de la recta que mejor reproduzca dichas medidas, ya que ésta será la expresión de la ley física que rige el fenómeno.

➤ Ajuste por mínimos cuadrados:

1. Encontrar una recta de forma que los puntos experimentales se distribuyan de manera uniforme a ambas partes de la misma y lo más próximos a ella.
2. Debe cumplirse que: la suma de los cuadrados de las distancias entre las ordenadas experimentales y los valores predichos por la recta obtenida es la menor posible.

Ecuación de la recta

$$y = a \cdot x + b \quad (\text{I.7})$$

a: pendiente de la recta.

b: ordenada en el origen.

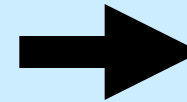
N parejas de valores (x_i, y_i)

Cuadrado de la distancia

$$D = \sum_{i=1}^N [y_i - (a \cdot x_i + b)]^2 \quad (\text{I.8})$$

I.0.- Normas de laboratorio
I.1.- Cálculo de errores
I.1.1.- Introducción
I.1.2.- Expresión de magnitudes físicas
I.1.3.- Determinación del error absoluto
I.2.- Representación gráfica
I.3.- Ajuste por mínimos cuadrados

Cuadrado de la distancia mínimo



$$\frac{\partial D}{\partial a} = \frac{\partial D}{\partial b} = 0 \quad (\text{I.9})$$

$$\frac{\partial D}{\partial a} = \sum_{i=1}^N \{-2x_i[y_i - (a \cdot x_i + b)]\} = 0 \quad (\text{I.10})$$

$$\frac{\partial D}{\partial b} = \sum_{i=1}^N \{-2[y_i - (a \cdot x_i + b)]\} = 0 \quad (\text{I.11})$$

O lo que es lo mismo:

Sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas cuya solución es:

$$a = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2} \quad (\text{I.12})$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2 \sum_{i=1}^N y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N x_i y_i}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2} \quad (\text{I.13})$$

I.0.- Normas de laboratorio
 I.1.- Cálculo de errores
 I.1.1.- Introducción
 I.1.2.- Expresión de magnitudes físicas
 I.1.3.- Determinación del error absoluto
 I.2.- Representación gráfica
 I.3.- Ajuste por mínimos cuadrados

El coeficiente de correlación indica la bondad del ajuste:

$$-1 \leq r \leq 1$$

$$r = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i}{\sqrt{\left[N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2 \right] \left[N \sum_{i=1}^N y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N y_i \right)^2 \right]}} \quad (\text{I.14})$$

➤ EJEMPLO

I (mA)	5.0	5.5	5.9	6.0	6.2
V (mV)	15.2	15.7	16.4	17.0	17.3

$$\sum_1^N x_i y_i =$$

$$\sum_1^N x_i^2 =$$

$$\left(\sum_1^N y_i \right)^2 =$$

$$N = 5 \quad \sum_1^N x_i =$$

$$\sum_1^N y_i^2 =$$

$$\sum_1^N y_i =$$

$$\left(\sum_1^N x_i \right)^2 =$$

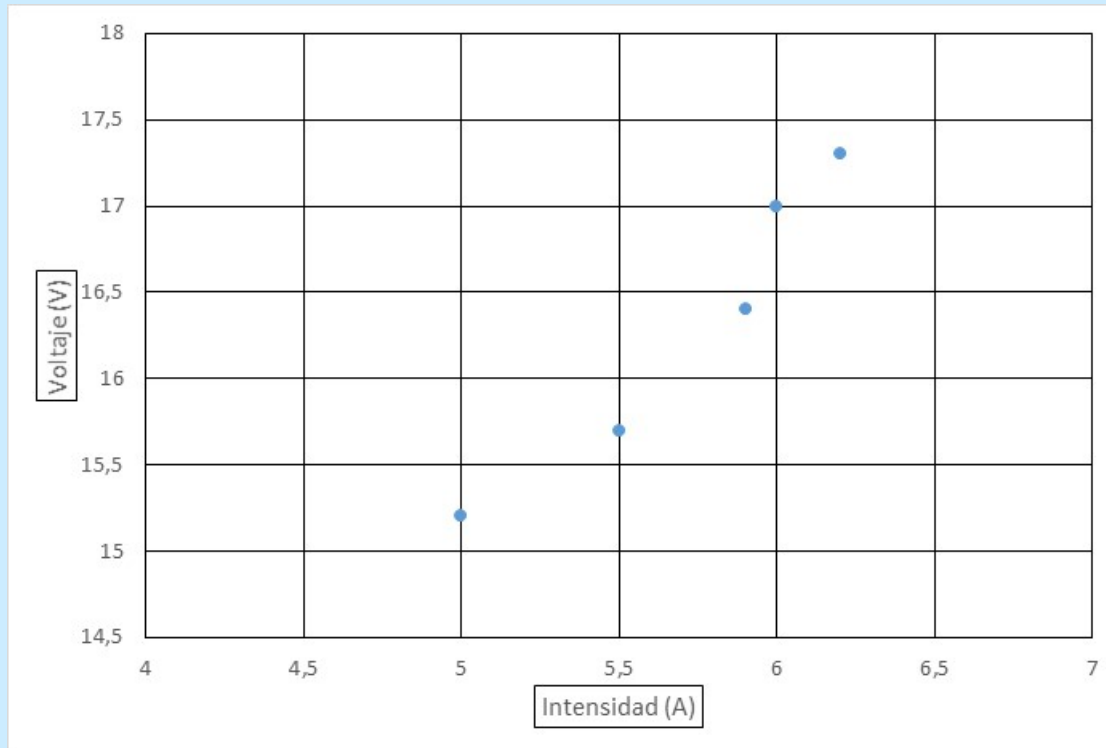
$$\sum_1^N x_i y_i =$$

I.0.- Normas de laboratorio
 I.1.- Cálculo de errores
 I.1.1.- Introducción
 I.1.2.- Expresión de magnitudes físicas
 I.1.3.- Determinación del error absoluto
 I.2.- Representación gráfica
 I.3.- Ajuste por mínimos cuadrados

$$a = \frac{5 \cdot 468.37 - 28.6 \cdot 81.6}{5 \cdot 164.5 - 817.96} =$$

$$b = \frac{164.5 \cdot 81.6 - 28.6 \cdot 468.37}{5 \cdot 164.5 - 817.96} =$$

$$r = \frac{5 \cdot 468.37 - 28.6 \cdot 81.6}{\sqrt{[5 \cdot 164.5 - 817.96][5 \cdot 1334.78 - 6658.56]}} =$$



$$V = I R$$

$$Y = a X + b$$

$$\text{Pendiente} = R =$$

Manejo de una hoja de cálculo

