Álgebra Lineal (Grados en Informática) Julio 2014

Apellidos: Nombre: Grupo:

Ejecicio 1. (2.5 ptos.) Se consideran en el espacio vectorial $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ los siguientes subespacios:

$$V_1 = L(\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \right\}), \qquad V_2 = L(\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \right\})$$

Halla dimensión, base, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas de V_1, V_2, $V_1 \cap V_2$ y de $V_1 + V_2$. ¿ Es directa la suma anterior?.

Ejecicio 2. (3.5 ptos.) Sea $f_\lambda : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ un endomorfismo definido por la matriz:

$$\begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \lambda \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) (0.75 ptos.) Estudia los valores de λ que hacen que f_λ sea un isomorfismo. Para los valores de λ tal que f_λ es un isomorfismo, razona cúal sería la dimensión y una base del núcleo y de la imagen.

c) (2 ptos.) Para $\lambda = 0$, halla una base, dimensión, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas de la imagen y del núcleo. Interpreta geométricamente el núcleo y la imagen.

e) (0.75 ptos.) Halla la matriz de los endomorfismos f_λ anteriores respecto de la base

$$B = \{(-1, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, -1)\}$$

considerada tanto en el espacio inicial como final.

Ejecicio 3. (1 pto) Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal tal que:

$$f(x, y, z) = (3x - y - z, x + y - z, x - y + z)$$

Calcula los autovalores y autovectores de la matriz asociada a esta aplicación. Estudia si es diagonalizable y en tal caso dar la matriz diagonal D y la matriz P tal que $P^{-1}AP = D$, donde A es la matriz de esta aplicación.

NOTA: TODAS LAS ELIMINACIONES DE PARÁMETROS Y TODOS LOS SISTEMAS HAY QUE RESOLVERLOS POR MATRICES.