PROBLEMA 1. (2,5 puntos)

En el origen de coordenadas (0, 0) hay una esfera conductora de 2 mm de diámetro con -2μC y en el punto (4, 0) otra de 4 mm de diámetro y cargada con +4μC.

a) ¿Cuánto vale el campo eléctrico en el punto en el que el potencial se anula?

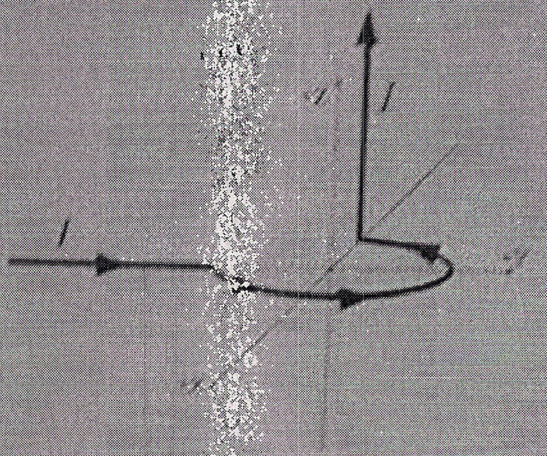
b) ¿Cuál es la energía potencial electrostática almacenada en el sistema de dos cargas?

Se ponen en contacto ambas esferas mediante un conductor ideal (de capacidad despreciable)

c) ¿Cuánto vale ahora el potencial en el punto en el que el campo eléctrico se anula?

ROBLEMA 2. (2,5 puntos)

Un conductor ideal lleva una corriente I. El conductor tiene la forma que se ve en la figura. Un tramo semi-infinito, recto, hasta el punto $(0, -R, 0)$, una fracción de arco de circunferencia horizontal hasta el punto $(-R, 0, 0)$, y de nuevo un tramo semi-infinito, recto, vertical.



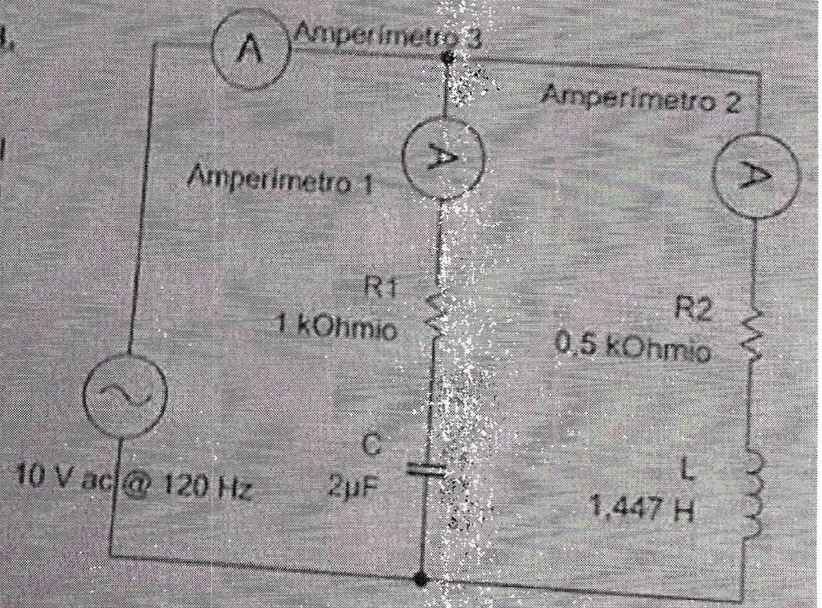
Demostrar que el campo magnético que dicha corriente produce en el origen de coordenadas es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{8\pi}\sqrt{4 + 9\pi^2}$$

(Nota: Para valorar la resolución de este problema, es especialmente necesario la justificación de las expresiones utilizadas)

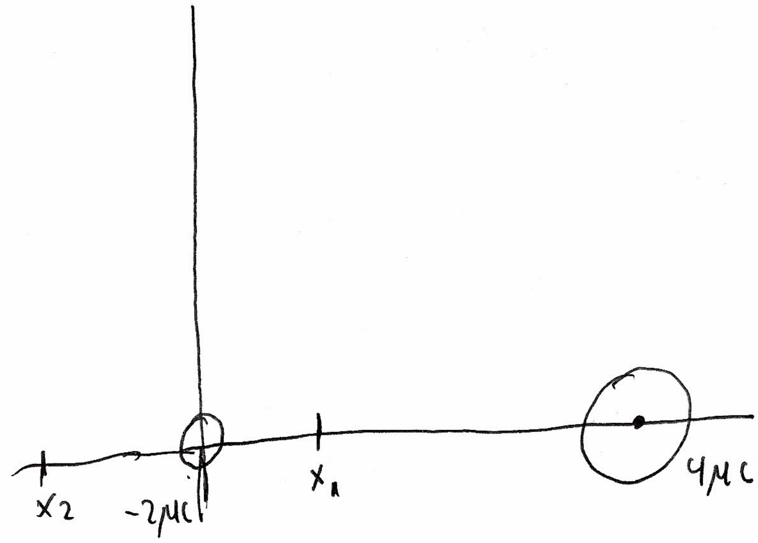
PROBLEMA 3. (2,5 puntos)

En el esquema de la figura se presenta un circuito de corriente alterna. Alimentado por una fuente de c.a. de 10 V y 120 Hz.



a) ¿Qué intensidad marcan los amperímetros 1 y 2?
b) ¿Cuál es la impedancia equivalente del circuito?
c) ¿Cuánto marca el amperímetro 3?

(1)



a) Hay dos puntos donde el potencial se anula: en x_1 y x_2. El potencial total es la suma escalar de potenciales que produce cada carga en cada punto.

En x_1:

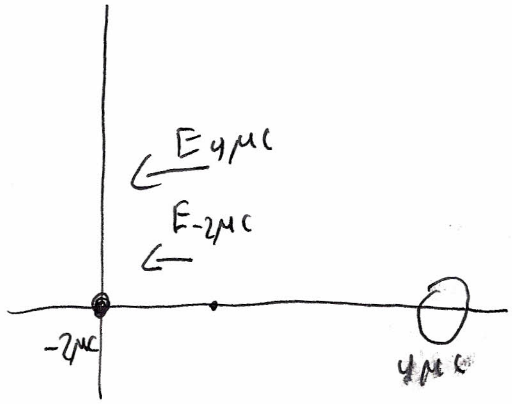
$$V = K \cdot \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{x_1} + K \frac{4 \cdot 10^{-6}}{(4-x_1)} = 0 \Rightarrow \frac{1}{x_1} = \frac{2}{(4-x_1)}$$

$$4 - x_1 = 2x_1 \qquad \boxed{x_1 = \frac{4}{3} m} \qquad \text{punto } \left(\frac{4}{3}, 0\right)$$

$$V = K \cdot \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{x_2} + K \frac{4 \cdot 10^{-6}}{4 + x_2} = 0 \Rightarrow 4 + x_2 = 2x_2$$

$$x_2 = 4 m \text{ (punto } (-4, 0))$$

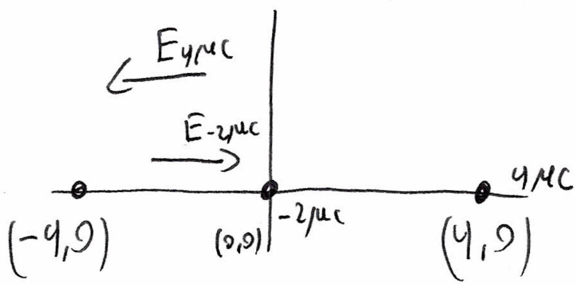
En el punto $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$: $\vec{E}$:



La carga negativa genera el campo hacia sí misma y la positiva hacia fuera. Los dos campos tienen sentido $\underline{-x}$. Se suman vectorialmente

$$\vec{E} = \left(K \cdot \frac{+2 \cdot 10^{-6}}{\left(\frac{4}{3}\right)^2} + K \frac{4 \cdot 10^{-6}}{\left(4 - \frac{4}{3}\right)^2} \right)(-\vec{i}) = -1,52 \cdot 10^4 \vec{i} \; N/C$$

En el punto $(-4, 0)$



en este caso la de $-2\mu C$ genera campo + y la de $4\mu C$ negativo

$$\vec{E} = \left(K \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4^2} - K \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{8^2} \right) = 5,625 \cdot 10^2 \vec{i} \; N/C$$

c) Por conservación de la energía: Trabajo para llevar las dos cargas desde el infinito a sus posiciones

$W_1 = q(V_1 - V_\infty) = -2 \cdot 10^{-6} \cdot (0 - 0) = 0$

Al no haber ninguna carga el Potencial es 0.

$W_2 = q(V_2 - V_\infty)$

V_2: Potencial creado por $(-2\mu C)$ en $x=4$

$V_2 = K \cdot \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{4} = -4{,}5 \cdot 10^3\ V$

$W_2 = 4 \cdot 10^{-6}(-4{,}5 \cdot 10^3) = -1{,}8 \cdot 10^{-2} J.$

$\boxed{W_t = -1{,}8 \cdot 10^{-2} J = \underline{E_p}}$

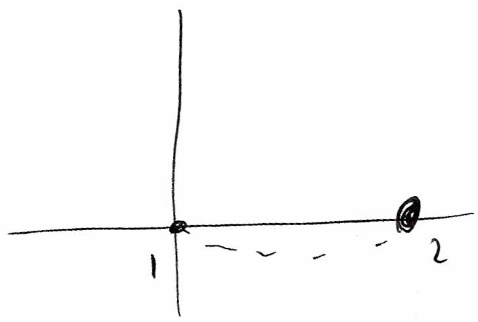
Tambien hay una fórmula pero no se si permite usarla directamente

$E_p = K \cdot \frac{qQ}{d} =$

$= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(-2 \cdot 10^{-6}) \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{4} =$

$= -1{,}8 \cdot 10^{-2} J$

c) Se ponen en contacto:



$V_1 = V_2$

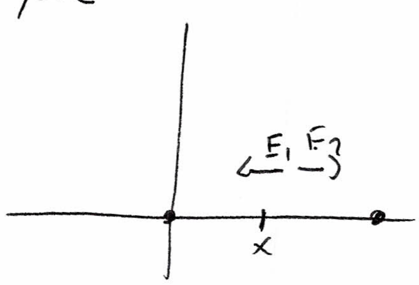
$Q_1 + Q_2 = 2\mu C$ (conservación de la carga)

$\cancel{K} \cdot \frac{Q_1}{\cancel{10^3}} = \cancel{K} \cdot \frac{Q_2}{2 \cdot \cancel{10^3}}$

$2 \cdot Q_1 = Q_2$

$3Q_1 = 2\mu C$ $\boxed{Q_1 = \frac{2}{3}\mu C}$

$Q_2 = \frac{4}{3}\mu C$



Al ser las dos cargas + el campo se anula entre ellas en x.

$\cancel{K} \cdot \frac{\frac{2}{\cancel{3}}\cancel{\mu C}}{x^2} = \cancel{K} \cdot \frac{\frac{4}{\cancel{3}}\cancel{\mu C}}{(4-x)^2}$

$(4-x)^2 = 2x^2 \rightarrow 16 - 8x + x^2 = 2x^2$

$x^2 + 8x - 16 = 0$

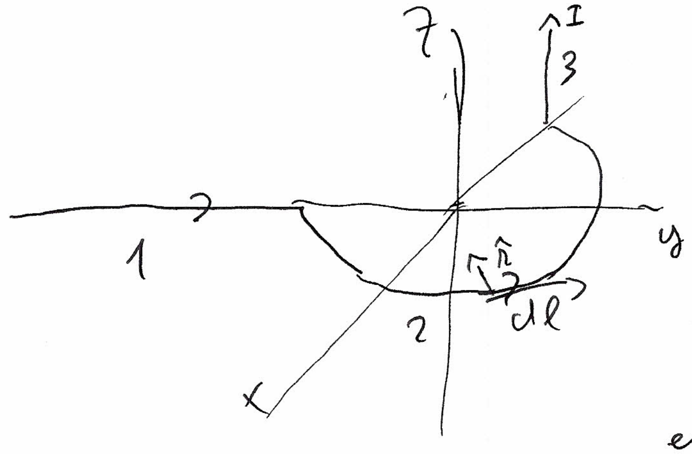
$x = -9,65$ → descartado porque no está entre las dos cargas

$\boxed{x = 1,65\ m \text{ del origen en sentido positivo}}$

El potencial en ese punto vale:

$$V = K \cdot \frac{\frac{2}{3} \cdot 10^{-6}}{1,65} + K \cdot \frac{\frac{4}{3} \cdot 10^{-6}}{4 - 1,65} = 8,74 \cdot 10^{3}\ V.$$

2



Tengo 3 hilos. El hilo 1 no genera campo ya que $\vec{r}$ y $d\vec{l}$ son paralelos y como $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$ el producto vectorial es 0.

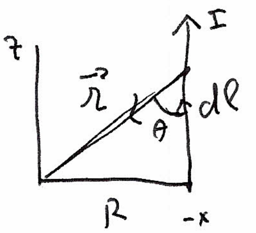
El hilo 2: $|d\vec{l}\times\hat{r}| = dl$ ya que dl y $\hat{r}$ forman 90º.

$$dB_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{r\,d\theta}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\,d\theta.$$

$dl = r\,d\theta$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_0^{\frac{3\pi}{2}} d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\cdot\frac{3\pi}{2}\ ;\ \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\,\frac{3\pi}{2}\,\vec{k}$$

Hilo 3:



$$d\vec{l}\times\hat{r} = -dl\,\text{sen}\,\theta\,(+\vec{j}) = -dl\,\text{sen}\,\theta\,\vec{j}$$

$$r = \frac{R}{\text{sen}\,\theta} \qquad \frac{R}{l} = \text{tg}\,\theta \qquad l = \frac{R}{\text{tg}\,\theta} \qquad \frac{dl}{d\theta} = -\frac{R}{\text{sen}^2\theta}$$

$$dl = -\frac{R}{\text{sen}^2\theta}\,d\theta.$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int -\frac{\cancel{\text{sen}^2\theta}}{\cancel{R^2}}\cdot\left(\frac{-R}{\cancel{\text{sen}^2\theta}}\right)\text{sen}\,\theta\ \vec{j} = \frac{+\mu_0 I}{4\pi R}\int_0^{\pi/2}\text{sen}\,\theta\,d\theta\,\vec{j}$$

$$= \frac{+\mu_0 I}{4\pi R}\left(-\cos\theta\right)_0^{\pi/2} = +\frac{\mu_0 I}{4\pi R}(+1)\,\vec{j}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cdot \frac{3\pi}{2} \vec{k} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \vec{j}$$

$$|B| = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \sqrt{\frac{9\pi^2}{4} + 1} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \sqrt{\frac{1}{4}(9\pi^2+4)} =$$

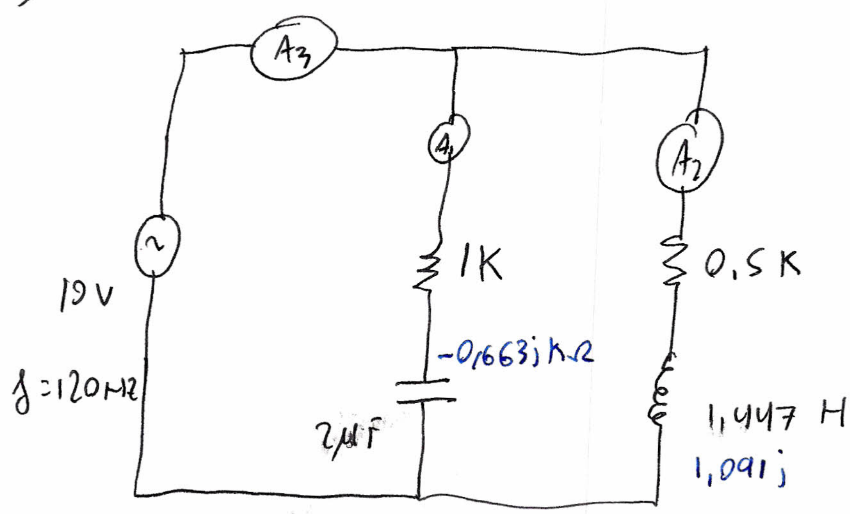
$$\boxed{= \frac{\mu_0 I}{8\pi R} \sqrt{9\pi^2+4} \quad T}$$

el hilo semiinfinito quizas os podía haber permitido aplicar la ley de Ampere, aunque no fue formulada ni demostrada para este fin. Se trataría de tomar la mitad de la intensidad ya que la ley de ampere funciona para hilos infinitos y este es semiinfinito

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \frac{I}{2}}{2\pi R} \vec{j} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \vec{j}.$$ Lo que es correcto

seguro es aplicando Biot y Savart.

3



$w = 2\pi f = 753{,}98$

$Z_C = \dfrac{-j}{2\cdot 10^{-6}\cdot 753{,}98} = -663{,}14j\,\Omega$

$Z_L = 1{,}447 \cdot 753{,}98j = 1091j$

a) $I_1 = \dfrac{10}{1-0{,}663j} = (6{,}94+4{,}6j)\,mA = 8{,}33\angle 33{,}55\ mA$. El amperímetro 1 marca 8,33 mA

$I_2 = \dfrac{10}{0{,}5+1{,}091j} = (3{,}47-7{,}57j)\,mA = 8{,}33\angle -65{,}37\ mA$ el amperímetro 2 marca 8,33 mA.

b) $\dfrac{1}{Z_{eq}} = \dfrac{1}{1-0{,}663j} + \dfrac{1}{0{,}5+1{,}091j} = 10{,}41 - 0{,}297j$

$Z_{eq} = (0{,}888 + 0{,}253j)\,K\Omega.$

c) $I_3 = \dfrac{V}{Z_{eq}} = \dfrac{10}{0{,}888+0{,}253j} = 10{,}41 - 2{,}97j = 10{,}83\angle -15{,}91\ mA$

El amperímetro marca $\underline{10{,}83\ mA}$