Álgebra Lineal (Grados en Informática) Enero 2015

Apellidos: Nombre:

Ejercicio 1. (3 ptos.) Se consideran en el espacio vectorial $\mathbb{R}^4$ los siguientes subespacios:

$$V_1 = \{(a,b,b,-a) : a,b \in \mathbb{R}\}, \qquad V_2 = \{(x,y,z,t) : x+y-z=0,\ \ 3x+2y-2z=0\}$$

a) Halla dimensión, base, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas de V_1, V_2, $V_1 \cap V_2$ y de $V_1 + V_2$.

b) Justica que V_1, V_2 son efectivamente subespacios vectoriales.

c) Da la interpretación geométrica de los subespacios del apartado a).

d) Determina si es directa la suma $V_1 + V_2$.

Ejecicio 2. (3 ptos.) Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ una aplicación lineal tal que:

$$f(1,0,0) = (1,0,2,1)$$
$$f(0,1,0) = (1,-1,1,0)$$
$$f(0,0,1) = (0,1,1,1)$$

a) Halla una base, dimensión, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas de la imagen. ¿Es sobreyectiva?

b)Halla una base, dimensión, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas del núcleo. ¿Es inyectiva?. ¿Es isomorfismo?

c) Indicar la matriz de la aplicación anterior respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$ y $B = \{(1,0,0,1),(0,1,0,1),(0,0,1,1),(0,0,0,1)\}$.

Ejecicio 3. (1.5 ptos) Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal tal que: $f(x,y,z) = (3x,x,x)$. Calcula los autovalores y autovectores de la matriz asociada a esta aplicación. Estudia si es diagonalizable y en tal caso dar la matriz diagonal D y la matriz P tal que $P^{-1}AP = D$, donde A es la matriz de esta aplicación.

Ejercicio 4. (0.75 ptos) Da la definición de producto escalar y espacio eucídeo.

NOTA: TODAS LAS ELIMINACIONES DE PARÁMETROS Y TODOS LOS SISTEMAS HAY QUE RESOLVERLOS POR MATRICES.