1. Aplicando únicamente las propiedades de los determinantes, por tanto sin desarrollar los mismos, determine la opción correcta:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 10 & 14 \\ 1 & 5 & 9 & 13 \\ 1 & 8 & 12 & 16 \\ 1 & 7 & 11 & 15 \end{vmatrix}$$

a) $A \neq B$. b) $A = -B$ c) $A = B$

d) Ninguna de las respuestas anteriores es cierta (0,7 puntos)

2. Los valores de a y b para los que el vector $(a, 1, 5, b) \in \mathbb{R}^4$ pertenece al subespacio generado por los vectores $(1, 0, 2, 1)$ y $(2, 1, -1, 0)$ son:

a) $a = b = 5$.

b) $a = 5$, $b = 3$.

c) $a = 3$, $b = 5$.

d) $a = b = 3$.

e) Ninguna de las respuestas anteriores es cierta. (0,7 puntos)

3. Dadas las matrices $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, sólo una de las siguientes afirmaciones es *cierta*:

a) Son linealmente independientes.

b) Generan un subespacio vectorial de $\mathbb{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$ de dimensión 3.

c) Forman una base de $\mathbb{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$

d) Generan un subespacio vectorial de $\mathbb{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$ de dimensión 4

e) Generan un subespacio vectorial de $\mathbb{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$ de dimensión 2 (0,7 puntos)

Nota: $\mathbb{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$ espacio vectorial de las matrices de orden dos por dos con coeficientes reales.

1. Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ una aplicación lineal tal que:

$$\begin{aligned} f(1,0,0) &= (1,0,2,1), \\ f(0,1,0) &= (1,-1,1,0), \\ f(0,0,1) &= (0,1,1,1). \end{aligned}$$

Entonces, las ecuaciones implícitas del subespacio imagen en las bases usuales de $\mathbb{R}^3$ y $\mathbb{R}^4$ son:

a) $x+2z+t=0,\ x-y+z=0,\ y+z+t=0.$ b) $x+2z+t=0,\ y+z+t=0.$
c) $z-2x-y=0,\ t-x-y=0.$ d) $x+y=0,\ z+t=0.$
e) No tiene ecuaciones por ser el total. f) $x+z=2,\ 3x+z=4.$

g) Ninguna de las respuestas anteriores es cierta (0,725 puntos)

2. Para la aplicación lineal anterior y considerando las bases usuales en $\mathbb{R}^3$ y $\mathbb{R}^4$, entonces una base del núcleo es:

   a) $(-1,1,1)$. b) $\{(-1,1,1),(0,0,0)\}$.
   c) $\{(0,0,0)\}$. d) $\{(1,1,0),(0,-1,0),(2,1,1),(1,0,1)\}$.
   e) $\{(1,0,2,1),(1,-1,1,0),(0,1,1,1)\}$.

   g) Ninguna de las respuestas anteriores es cierta (0,725 puntos)

3. Sea $f:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal tal que: $f(x,y,z)=(3x,x,x)$. Los autovalores de la matriz asociada a esta aplicación lineal en la base usual son:

   a) $3\ y\ 0.$ b) $3\ y\ 1.$
   c) $1\ y\ 0.$ d) $1,\ 2,\ y\ 3.$

   e) Ninguna de las respuestas anteriores es cierta. (0,725 puntos)

4. Los autovectores de la matriz asociada a la aplicación lineal anterior en la base usual son:

   a) $\{(3,1,0),(0,0,0),(0,0,0)\}$. b) $\{(0,1,0),(0,0,1),(3,1,1)\}$.
   c) $\{(3,0,0),(1,-3,0),(1,0,-3)\}$. d) $\{(1,0,0),(0,-1,0),(2,1,1)\}$.
   e) $\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$.
   g) Ninguna de las respuestas anteriores es cierta. (0,725 puntos)