En un espacio vectorial V se cumplen las siguientes propiedades:

1. $\{\mathbf{v}\}$ linealmente dependiente $\Longleftrightarrow \mathbf{v} = \mathbf{0}$
2. $\mathbf{0} \in A \subset V \Longrightarrow A$ es linealmente dependiente
3. $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}\}$ linealmente dependiente $\Longleftrightarrow \mathbf{u} = \lambda \mathbf{v}$ (son proporcionales)
4. A linealmente independiente y $B \subset A \Longrightarrow B$ es linealmente independiente
5. A linealmente dependiente y $A \subset B \Longrightarrow B$ es linealmente dependiente
6. A linealmente dependiente $\Longleftrightarrow$ Existe $\mathbf{v} \in A$ que es combinación lineal de $A \setminus \{\mathbf{v}\}$
7. A linealmente independiente $\Longleftrightarrow$ No existe $\mathbf{v} \in A$ que sea combinación lineal de $A \setminus \{\mathbf{v}\}$

Interpretación geométrica de subespacios

Sean $V = \mathbb{R}^n$ y $S \subset \mathbb{R}^n$ es un subespacio vectorial.

1. Si $\dim S = 0$, $S = \{\mathbf{0}\}$ es un **punto** (el origen).
2. Si $\dim S = 1$, $S = L(\{\mathbf{u}\})$ es la **recta** que pasa por el origen con vector de dirección $\mathbf{u}$.
3. Si $\dim S = 2$, $S = L(\{\mathbf{u}, \mathbf{v}\})$ es el **plano** que pasa por el origen con vectores de dirección $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$.
4. Si $2 < k = \dim S < n - 1$, S es un k-**plano** que pasa por el origen.
5. Si $\dim S = n - 1$, S es un **hiperplano** que pasa por el origen.
6. Si $\dim S = n$, $S = \mathbb{R}^n$ es todo el espacio.

Suma directa de subespacios

Si S y T son dos subespacios vectoriales, de un mismo espacio vectorial V, se dice que $S + T$ es **suma directa** de los subespacios S y T, que se representa por $S \oplus T$, si es única la expresión de cada vector de la suma como un vector de S más otro de T.

$$\text{La suma de } S \text{ y } T \text{ es directa} \quad \Longleftrightarrow \quad S \cap T = \{\mathbf{0}\}$$

Subespacios suplementarios

Dos subespacios S y T de un espacio vectorial V se llaman **suplementarios** si $V = S \oplus T$. Si $S \oplus T = U \subsetneq V$, se dice que S y T son suplementarios en U.

Si $V = S \oplus T$, entonces $\dim V = \dim S + \dim T$. Además,

$$\left\{ \begin{array}{l} \{\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_r\} \text{ base de } S \\ \{\mathbf{v}_{r+1}, \ldots, \mathbf{v}_n\} \text{ base de } T \end{array} \right. \Longrightarrow \{\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_r, \mathbf{v}_{r+1}, \ldots, \mathbf{v}_n\} \text{ base de } V$$

y también:

$$\left\{ \begin{array}{l} \{\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_r\} \text{ base de } S \\ \{\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_r, \mathbf{v}_{r+1}, \ldots, \mathbf{v}_n\} \text{ base de } V \end{array} \right. \Longrightarrow L\left(\{\mathbf{v}_{r+1}, \ldots, \mathbf{v}_n\}\right) \text{ es suplementario de } S$$