Álgebra Lineal (Grados en Informática) Febrero 2012

Apellidos: Nombre: Grupo:

Ejercicio 1. (1.25 ptos.) Da la definición de espacio vectorial. Demuestra que un sistema lineal de ecuaciones si tiene más de una solución, entonces tiene infinitas soluciones.

Ejercicio 2. (2.5 ptos.) Se consideran en el espacio vectorial $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ los siguientes subespacios:

$$V_1 = L(\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \right\}), \qquad V_2 = L(\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \right\})$$

Halla dimensión, base, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas de V_1, V_2, $V_1 \cap V_2$ y de $V_1 + V_2$. ¿ Es directa la suma anterior?.

Ejecicio 3. (2 ptos.) Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ una aplicación lineal tal que:

$$f(x, y, z) = (x + y, -y + z, 2x + y + z, x + z)$$

a) Halla una base, dimensión, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas de la imagen. ¿Es sobreyectiva?

b)Halla una base, dimensión, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas del núcleo. ¿Es inyectiva?. ¿Es isomorfismo?

c) Indicar la matriz de la aplicación anterior respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$ y $B = \{(1, 0, 0, 1), (0, 1, 0, 1), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 0, 1)\}$.

Ejecicio 4. (1.25 ptos.) Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal tal que: $f(x, y, z) = (3x, x, x)$. Calcula los autovalores y autovectores de la matriz asociada a esta aplicación. Estudia si es diagonalizable y en tal caso dar la matriz diagonal D y la matriz P tal que $P^{-1}AP = D$, donde A es la matriz de esta aplicación.

Ejercicio 5. (1 pto.) Demuestra que la aplicación $< A, B >= traza(AB^t)$, $\forall A, B \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$, es un producto escalar sobre $\mathbb{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$.

NOTA: TODAS LAS ELIMINACIONES DE PARÁMETROS Y TODOS LOS SISTEMAS HAY QUE RESOLVERLOS POR MATRICES.