

1.- Demostrar que un sistema lineal de ecuaciones si tiene mas de una solución, entonces tiene infinitas soluciones.

2.- Se consideran en el espacio vectorial $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ los siguientes subespacios:

$$V_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{R} \right\}, \quad V_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} : x + y - z = 0; 3x + 2y - 2z = 0 \right\}.$$

Calcular base, dimensión, ecuaciones paramétricas e implícitas de $V_1, V_2, V_1 \cap V_2$ y de $V_1 + V_2$. ¿Es directa la suma anterior?

3.- Sea $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ una aplicación lineal tal que:

$$f(x, y, z) = (x + y, -y + z, 2x + y + z, x + z).$$

- Halla una base, dimensión, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas de la imagen. ¿Es sobreyectiva?
- Halla una base, dimensión, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas del nucleo. ¿Es inyectiva?, ¿es isomorfismo?
- Indicar la matriz de la aplicación anterior respecto de la base canónica de \mathbb{R}^4 y de la base $B = \{(1,0,0,1), (0,1,0,1), (0,0,1,1), (0,0,0,1)\}$

4.- Sea $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal tal que:

$$f(x, y, z) = (3z, 5x + 2y + 4z, 3x)$$

Calcula los autovalores y autovectores de la matriz asociada a esta aplicación. Estudia si es diagonalizable y en tal caso dar la matriz diagonal D y la matriz P tal que:

$$P^{-1} A P = D$$

Donde A es la matriz asociada a esta aplicación.