ENERO 2014

1.- Se consideran en $\mathfrak{R}^3$ los subespacios vectoriales V_1, V_2 y V_3 de los que se conocen los siguientes datos:

- V_1 tiene como sistema generador el siguiente grupo de vectores: $\{(1,0,-1), (1,1,0), (0,1,1)\}$.
- V_2 tiene como ecuaciones implícitas $2x - 2y + 2z = 0$
- *V_3 tiene como ecuaciones paramétricas:*

$$\begin{cases} x = 2\alpha + \beta \\ y = \alpha - \beta \quad \forall\, \alpha, \beta \in \mathrm{R} \\ z = -\alpha \end{cases}$$

Hallar dimensión, base, ecuaciones paramétricas e implícitas de V_1, V_2 y V_3. Razona si es cierta o no la expresión $V_{,} = V_2 \neq V_3$.

2.- Sea f_λ: $\mathfrak{R}^3 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ un endomorfismo definido por la matriz:

$$\begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \lambda \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Estudia los valores de λ que hacen que f_λ sea un isomorfismo. Razona cual sería la dimensión, una base del nucleo y de la imagen
b) Para $\lambda = 1$, halla $f^{-1}(L)$ donde L es la recta que pasa por el origen y tiene como vector director el (1, 0, 0).
c) Halla la matriz de los isomorfismos anteriores respecto de la base:
B = {(-1, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, -1)}

Considerada tanto en el espacio inicial como final.

3.- Sea f: $\mathfrak{R}^3 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ una aplicación lineal tal que:

$$f(x, y, z) = (3x - y - z,\ x + y - z,\ x - y + z)$$

Calcula los autovalores y autovectores de la matriz asociada a esta aplicación. Estudia si es diagonalizable y en tal caso dar la matriz diagonal D y la matriz P tal que:

$$P^{-1} A P = D$$

Donde A es la matriz asociada a esta aplicación.