Febrero

Álgebra Lineal (Grados en Informática) ~~Julio~~ 2016

Apellidos: Nombre: Grupo:

Ejercicio 2. (3 ptos.) Se consideran en espacio vectorial $\mathbb{R}^4$ los siguientes subespacios:

$$S = \{(a-b, a, b, c)/a, b, c \in \mathbb{R}\}, \qquad T = \{(x, y, z, t)/x + 2y + t = 0,\ x + y + z = 0,\ y + t = 0\}$$

a) Demuestra que T es efectivamente un subespacio vectorial.

b) Halla dimensión, base, ecuaciones paramétricas e implícitas de S y T.

c) Halla dimensión, base, ecuaciones paramétricas e implícitas de $S \cap T$.

d) Averigua la dimensión de la suma $S + T$. Da una base y ecuaciones paramétricas de la misma.

Ejecicio 3. (2.5 ptos.) Sea $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ una aplicación lineal tal que:

$$\cancel{f(1,0,0,0) = (1,2,2,0)} \qquad f(-1,0,0,0) = (-1,-2,-2,0)$$
$$\cancel{f(0,1,0,0) = (0,1,1,0)} \qquad f(0,2,0,0) = (0,2,2,0)$$
$$f(0,0,1,0) = (0,0,1,1)$$
$$f(0,0,0,1) = (1,2,3,0)$$

a) Da la expresión de la imagen de un vector genérico, es decir $f(x, y, z, t)$

b) Halla una base, dimensión, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas del núcleo. ¿Es inyectiva?

c) Averigua la dimensión de la imagen. Da una base y ecuaciones paramétricas de la misma. ¿Es la aplicación un isomorfismo?.

d) Indica la matriz de la aplicación anterior respecto de la base

$$B = \{(2,0,0,0), (0,3,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,2)\}$$

considerada tanto en el espacio inicial como final.

Ejecicio 4. (1.5 ptos) Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal tal que tiene como autovalores: $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 3$ y $\lambda_3 = 1$ y como autovectores asociados $v_1 = (1,1,1)$, $v_2 = (0,1,0)$ y $v_3 = (0,0,-3)$. Calcula explícitamente la matriz de la aplicación.

NOTA: TODAS LAS ELIMINACIONES DE PARÁMETROS Y TODOS LOS SISTEMAS HAY QUE RESOLVERLOS POR MATRICES.