1. Se considera la aplicación $f: \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ tal que:

$$f(x,y,z)=(x+y,\ 2y+z,\ x-y-z),\ \forall (x,y,z) \in \mathbf{R}^3.$$

   a) Demostrar que f es una aplicación lineal.
   b) Hallar su determinación y su matriz asociada, según las bases canónicas de los espacios inicial y final.
   c) Hallar el Núcleo de f, una base del Núcleo y la dimensión del Núcleo.
   d) Define el Rango de f, y calcúlalo en este caso.

2. Hallar los autovalores y autovectores del endomorfismo del problema anterior, y estudiar, de forma razonada, si el endomorfismo es o no es diagonalizable.

3. Hallar una matriz cuadrada $A \in M_3(\mathbf{R})$ cuyos autovalores son $1, 2$ y -1, y sus autovectores asociados son $(1,1,1)$, $(0,1,2)$ y $(1,2,1)$ respectivamente.

4. <u>USANDO EL MÉTODO DE GAUSS:</u> discutir, y resolver en los casos en que sea posible, el siguiente sistema de ecuaciones, según los posibles valores del parámetro a :

$$\begin{aligned} x + y + z &= a-1 \\ 2x + y + az &= a \\ x + ay + z &= 1 \end{aligned}$$