LAPORAN TUGAS

Teknik Simulasi

"Algoritma Monte-Carlo"

NAMA :

RIDHO NUR ROHMAN WIJAYA

06111840000065

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA KOMPUTASI DAN SAINS DATA

INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER

SURABAYA

2020

A. SOAL

Pada tugas ini akan ditampilkan penerapan algoritma dari soal yang ada.

1. Deskripsi Soal

Diberikan permasalahan perhitungan integral yaitu menghitung nilai integral

$$I = \int_a^b g(x)\, dx$$

untuk $g(x) = \sin(x)$. Hitung nilai pendekatan integral tersebut dengan Algoritma Monte-Carlo yang di implementasikan dengan bahasa pemrograman masing-masing. Inputan berupa batas bawah integral a, batas atas integral b, dan banyaknya sampel n. Outputan berupa nilai pendekatan integral tersebut.

2. Metode penyelesaian

Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut, tinjau $g(x)$ adalah sebuah fungsi bernilai riil yang secara analitik tidak dapat diinte-gralkan. Untuk melihat bagaimana masalah deterministik ini dapat didekati dengan simulasi Monte-Carlo, jika Y adalah variabel random $(b - a)\, g(x)$, dimana x adalah sebuah variabel random kontinu terdistribusi seragam (uniform) pada $[a, b]$, dinyatakan dengan $U(a, b)$. Maka nilai terduga dari Y adalah

$$E(Y) = E[(b-a)g(x)] = (b-a)E[g(x)] = (b-a)\int_a^b g(x)f_x(x)dx = (b-a)\frac{\int_a^b g(x)dx}{(b-a)} = I$$

dengan $f_x(x) = 1/\,(b-a)$ adalah fungsi padat probabilitas dari sebuah variable random $U(a, b)$. Jadi masalah perhitungan integral telah direduksi menjadi sebuah penduga nilai terduga $E(Y)$. Dalam keadaan khusus, kita akan menduga $E(Y) = I$ dengan rata-rata sampel

$$Y(n) = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n} = (b-a)\frac{\sum_{i=1}^{n} g(x_i)}{n}$$

dengan $x_1, x_2, \ldots, x_n$ adalah variable random $U(a, b)$ yang identik dan independen. Algoritma tersebut disebut Algoritma Monte-Carlo yang mana pada laporan ini akan diimplementasikan dengan menggunakan pemrograman python.

3. Jawaban Masalah

Percobaan dilakukan beberapa kali dengan nilai n beragam untuk batas bawah a dan batas bawah b yang sama. Hal ini dimaksudkan agar dapat menentukan pendekatan nilai integral yang mendekati hasil eksaknya. Dalam kasus ini nilai $a = 0$ dan $b = \pi$ sehingga nilai yang diharapkan adalah

$$I = \int_a^b g(x)\, dx = \int_0^\pi \sin x \; dx = 2$$

Setelah melalukan beberapa percobaan telah didapatkan hasil pendekatan yang sudah mendekati hasil eksak yang ada. Untuk program lebih lanjut akan ada pada bab Source Code dan hasil pendekatan integral akan ditampilkan pada bab Running Program.

B. SOURCE CODE

Program penyelesaian masalah tersebut dapat di implementasikan dengan Algoritma Monte-Carlo berikut ini:

Monte-Carlo.py

```python
# Mengimport library random untuk mengakses bilangan acak
# Mengimport library math untuk mengakses fungsi-fungsi matematika
import random
import math

# MemasukanInput yang berupa batas integrasi a, b, dan jumlah sampel n
a=float(input("Masukkan batas atas integrasi\t: "))
b=float(input("Masukkan batas bawah integrasi\t: "))
n=int(input("Masukkan banyaknya sampel\t: "))

# Mendefinisikan fungsi integran g(x)
def g(x):
    fungsi = math.sin(x)
    return fungsi

# Method perhitungan pendekatan integral dengan simulasi Monte-Carlo
def hitungIntegral(n):
    jumlah=0
    for i in range(n):
        x=random.uniform(a,b)
        jumlah+=g(x)
    Y=(b-a)*jumlah/n
    Y="{:.4f}".format(Y)
    return Y

print("\nHasil integral dari fungsi g(x) = sin(x) \ndengan batas bawah",a,"batas atas",b,
      "dan banyaknya sampel adalah n \ndapat dilihat pada tabel berikut ini:\n")
```

```python

print("n".ljust(10),end="")

# Menghitung dan menampilkan hasil integral g(x) untuk nilai n yang beragam
hasil = []
for i in range(5):
    hasil.append(hitungIntegral(n))
    print(str(n).ljust(10), end="")
    n*=2

print()
print("Y(n)".ljust(10),end="")

for i in range(5):
    print(str(hasil[i]).ljust(10), end="")

print("\n")
print("dimana Y(n) adalah hasil integral g(x) untuk nilai n yang beragam",
      "\ndari penerapan simulasi Monte-Carlo untuk menduga nilai integral.")
```

C. RUNNING PROGRAM

Beberapa hasil outputan dari program tersebut adalah:

1) Tampilan dengan nilai awal sampel $n = 10$ sampai $n = 160$

```
Masukkan batas atas integrasi   : 0
Masukkan batas bawah integrasi  : 3.14
Masukkan banyaknya sampel       : 10

Hasil integral dari fungsi g(x) = sin(x)
dengan batas bawah 0.0 batas atas 3.14 dan banyaknya sampel adalah n
dapat dilihat pada tabel berikut ini:

n          10         20         40         80         160
Y(n)       2.4043     1.7262     1.8706     1.8313     2.0644

dimana Y(n) adalah hasil integral g(x) untuk nilai n yang beragam
dari penerapan simulasi Monte-Carlo untuk menduga nilai integral.
```

2) Tampilan dengan nilai awal sampel $n = 100$ sampai $n = 1600$

```
Masukkan batas atas integrasi   : 0
Masukkan batas bawah integrasi  : 3.14
Masukkan banyaknya sampel       : 100

Hasil integral dari fungsi g(x) = sin(x)
dengan batas bawah 0.0 batas atas 3.14 dan banyaknya sampel adalah n
dapat dilihat pada tabel berikut ini:

n          100        200        400        800        1600
Y(n)       1.7869     1.8679     2.0908     2.0096     1.9846

dimana Y(n) adalah hasil integral g(x) untuk nilai n yang beragam
dari penerapan simulasi Monte-Carlo untuk menduga nilai integral.
```

3) Tampilan dengan nilai awal sampel $n = 1000$ sampai $n = 16000$

```
Masukkan batas atas integrasi   : 0
Masukkan batas bawah integrasi  : 3.14
Masukkan banyaknya sampel       : 1000

Hasil integral dari fungsi g(x) = sin(x)
dengan batas bawah 0.0 batas atas 3.14 dan banyaknya sampel adalah n
dapat dilihat pada tabel berikut ini:

n         1000      2000      4000      8000      16000
Y(n)      1.9559    2.0108    1.9858    2.0024    1.9950

dimana Y(n) adalah hasil integral g(x) untuk nilai n yang beragam
dari penerapan simulasi Monte-Carlo untuk menduga nilai integral.
```

4) Tampilan dengan nilai awal sampel $n = 10000$ sampai $n = 16000$

```
Masukkan batas atas integrasi   : 0
Masukkan batas bawah integrasi  : 3.14
Masukkan banyaknya sampel       : 10000

Hasil integral dari fungsi g(x) = sin(x)
dengan batas bawah 0.0 batas atas 3.14 dan banyaknya sampel adalah n
dapat dilihat pada tabel berikut ini:

n         10000     20000     40000     80000     160000
Y(n)      1.9929    2.0137    2.0054    1.9988    2.0006

dimana Y(n) adalah hasil integral g(x) untuk nilai n yang beragam
dari penerapan simulasi Monte-Carlo untuk menduga nilai integral.
```