§44. Лабораторная работа № 8
Имитация случайных процессов и их характеристик

Ц е л ь р а б о т ы: изучить порождение случайных процессов и их характеристик.

С о д е р ж а н и е р а б о т ы: создать компьютерную имитацию случайного процесса.

Пример выполнения здания

Согласно своего варианта создать компьютерную имитацию шестимерного случайного процесса $e = \{e_1, e_2, \dots , e_6\}$ с заданным законом распределения случайных экспериментальных данных. В результате надо построить графики математических ожиданий и дисперсий имитированных случайных компонент e_i. Компонента случайного процесса $e_i = e_i(t)$ при каждом t является нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием ti^2 и дисперсией t^{3+i}, i=1,...,6.

Программная реализация на языке Python

```
import random
import math
import matplotlib.pyplot as plt
def math_expect(s):
        """ * Calculate math expectation """
        return sum(s)/len(s)
def dispersion(s, M = None):
        """ * Calculate dispersion.
        * Use M - as math expectation if it known
        * else calculate it """
        if M is None:
            M = math_expect(s)
            n = len(s)
            D = 0
            for i in range(n):
                    D += (s[i] - M)**2
                    return D/n
def white_noize():
```

```
    s = 0
    for i in range(12):
    s += random.random()
    return s - 6
def normal_dist_val(M, D):
        return white_noize() * D ** 0.5 + M
def main():
     I = [e for e in range(1, 7)]
     T = [t for t in range(10000)]
     vals = [[] for e in I]
     for t in T:
     for i in I:
     vals[i - 1] += [normal_dist_val(t * i ** 2, t ** 3 + i)]
     math_expects = [math_expect(vals[i - 1]) for i in I]
     dispersions = [dispersion(vals[i - 1], math_expects[i - 1]) for i in I]
     D = []
     M = []
     for t in T:
     s = []
     for i in I:
     s += [vals[i - 1][t]]
     m = math_expect(s)
     d = dispersion(s, m)
     M += [m]
     D += [d]
    fig, axs = plt.subplots(4, 1, constrained_layout=True)
    axs[0].plot(I, math_expects, 'o', I, math_expects, '--')
    axs[0].set_title('График математических ожиданий')
    axs[0].set_xlabel('компонента, i')
    axs[0].set_ylabel('мат.ожидание, M')
    axs[1].plot(T, M, 'o', T, M, '--')
    axs[1].set_title('График математического ожидания')
```

```
        axs[1].set_xlabel('время, t')
        axs[1].set_ylabel('мат.ожидание, M')
        axs[2].plot(I, dispersions, 'o', I, dispersions, '--')
        axs[2].set_title('График дисперсий')
        axs[2].set_xlabel('компонента, i')
        axs[2].set_ylabel('дисперсия, D')
        axs[3].plot(T, D, 'o', T, D, '--')
        axs[3].set_title('График дисперсии')
        axs[3].set_xlabel('время, t')
        axs[3].set_ylabel('дисперсия, D')
        axs[0].grid(True)
        axs[1].grid(True)
        axs[2].grid(True)
        axs[3].grid(True)
        plt.show()
    if __name__ == "__main__":
    main()
```

В а р и а н т ы з а д а н и й к л а б о р а т о р н о й р а б о т е № 8

Варианты № 1 – № 5.

Построить имитатор шестимерного векторного случайного процесса $\xi = =\{\xi_1,...,\xi_6\}$, компонента $\xi_I = \xi_I(t)$ которого является при каждом t равномерно распределенной случайной величиной в интервале $(1, t+i)$, I=1,...,6. Построить графики математических ожиданий и дисперсий имитированных ξ_I , I=1,...,6.

Варианты № 6 – № 10.

Построить имитатор шестимерного векторного случайного процесса $\xi = =\{\xi_1,...,\xi_6\}$, компонента $\xi_I = \xi_I(t)$ которого является при каждом t экспоненциально распределенной случайной величиной в с показателем $\lambda_I = ti$, I=1,...,6. Построить графики математических ожиданий и дисперсий имитированных ξ_I , I=1,...,6.

Варианты № 11 – № 15.

Построить имитатор шестимерного векторного случайного процесса $\xi = =\{\xi_1,...,\xi_6\}$, компонента $\xi_I = \xi_I(t)$ которого является при каждом t нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием $i+t$ и дисперсией t/i, I=1,...,6. Построить графики математических ожиданий и дисперсий имитированных ξ_I, I=1,...,6.

Варианты № 16 – № 20.

Построить имитатор шестимерного векторного случайного процесса $\xi=\{\xi_1,...,\xi_6\}$, компонента $\xi_I = \xi_I(t)$ которого является при каждом t логнормально распределенной случайной величиной (см. *Замечание* после формулировок задач этой лабораторной работы) с математическим ожиданием $t^2 i$ и дисперсией i, I=1,...,6. Построить графики математических ожиданий и дисперсий имитированных ξ_I, I=1,...,6.

Замечание. Случайная величина называется *логнормально распределенной*, если ее
плотность распределения имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\dfrac{(\ln x - m)^2}{2o^2}\right\}, & x > 0, \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Математическое ожидание такой случайной величины равно $\exp\left(\frac{1}{2}\sigma^2 + m\right)$, а

дисперсия равна $\left(\exp\left(\sigma^2 + 2m\right)\right)\left(\exp\left(\sigma^2\right) - 1\right)$

Варианты № 21 – № 25.

Построить имитатор шестимерного векторного случайного процесса $\xi= =\{\xi_1,...,\xi_6\}$, компонента $\xi_I = \xi_I(t)$ которого является при каждом t нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием ti^2 и дисперсией t^3+i, I=1,...,6. Построить графики математических ожиданий и дисперсий имитированных ξ_I, I=1,...,6.

Варианты № 26 – № 30.

Построить имитатор шестимерного векторного случайного процесса $\xi= =\{\xi_1,...,\xi_6\}$, компонента $\xi_I = \xi_I(t)$ которого является при каждом t нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием ti^2 и дисперсией t^3+i, I=1,...,6. Построить графики математических ожиданий и дисперсий имитированных ξ_I, I=1,...,6.