

Построение кривой нормального  
распределения по опытным  
данным. Проверка гипотезы о  
нормальном распределении  
выборки

**§ 8. Лабораторная работа № 2.**

# Лабораторная работа № 2.

Ц е л ь р а б о т ы: овладение студентом способами построения эмпирической и теоретической (нормальной) кривой распределения; выработка умения и навыков применения критериев согласия для проверки выдвинутой статистической гипотезы.

С о д е р ж а н и е р а б о т ы: на основе дискретного вариационного ряда, полученного в лабораторной работе № 1, выполнить следующее:

1. Построить эмпирическую (полигон) и теоретическую (нормальную) кривую распределения.
2. Проверить согласованность эмпирического распределения с теоретическим нормальным, применяя три критерия:
  - а) критерий Пирсона;
  - б) один из критериев: Колмогорова, Романовского, Ястремского;
  - в) приближенный критерий.

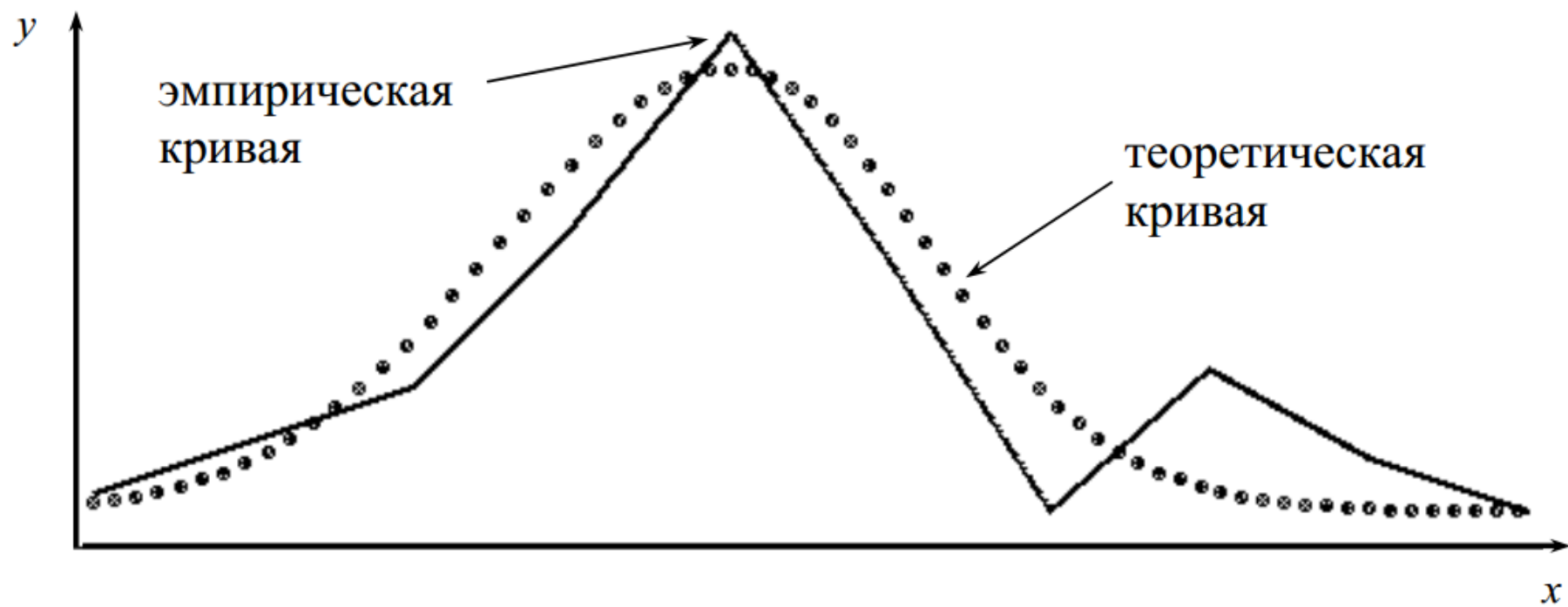


Рис. 5.

## Методика выполнения работы

Продолжим вероятностно-статистическую обработку результатов эксперимента, предложенных в лабораторной работе № 1, то есть обводненности нефти из насосных скважин. За основу берем дискретный вариационный ряд в табл. 8

варианты, $x_i$	60,15	60,45	60,75	61,05	61,35	61,65	61,95	62,25	62,55	62,85
частоты, $m_i$	3	6	9	18	29	16	2	10	5	2

и значения  $\bar{x} = 61,39$  и  $S = 0,599$ .

Эмпирическая кривая распределения представляет собой полигон частот (см. лабораторную работу № 1). Для построения теоретической (нормальной) кривой найдем координаты точек  $(x_i, n'_i)$ , для чего рассчитаем теоретические частоты  $n'_i$  (табл. 16).

## Методика выполнения работы

Т а б л и ц а 1 6

$x_i$	$n_i$	$x_i - \bar{x}$	$u_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S}$	$\varphi(u_i)$	$y_i = \frac{nh}{S} \varphi(u_i)$	$n'_i$
60,15	3	- 1,24	- 2,07	0,0468	2,3	2
60,45	6	- 0,94	- 1,57	0,1163	5,8	6
60,75	9	- 0,64	- 1,07	0,2251	11,3	11
61,05	18	- 0,34	- 0,57	0,3391	17,0	17
61,35	29	- 0,04	-0,07	0,3980	19,9	20
61,65	16	0,26	0,43	0,3637	18,2	18
61,95	2	0,56	0,93	0,2589	13,0	13
62,25	10	0,86	1,44	0,1415	7,1	7
62,55	5	1,16	1,94	0,0608	3,0	3
62,85	2	1,46	2,44	0,0203	1,0	1

## Методика выполнения работы

Строим эмпирическую и теоретическую кривые (рис. 5).

Проверим согласованность эмпирического распределения (обводненности нефти из насосных скважин) с теоретическим нормальным по критерию Пирсона. Вычислим величину  $\chi^2$  по формуле

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^l \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}.$$

## Методика выполнения работы

Для нахождения суммы составляем расчетную табл. 17.

Т а б л и ц а 17

$n_i$	$n'_i$	$n_i - n'_i$	$(n_i - n'_i)^2$	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$
3	2	1	1	0,5
6	6	0	0	0
9	11	-2	4	0,363636
18	17	1	1	0,058824
29	20	9	81	4,05
16	18	-2	4	0,222222
2	13	-11	121	9,307692
10	7	3	9	1,285714
5	3	2	4	1,333333
2	1	1	1	1
				$\chi^2_0 = 18,12$

## Методика выполнения работы

Находим число степеней свободы  $k = s - r = s - 3 = 10 - 3 = 7$ . Выбираем уровень значимости  $\alpha = 0,95$ . По таблице критических точек распределения  $\chi^2$  (приложение 5) находим  $\chi_{кр}^2 = 2,17$ . Так как  $\chi_{кр}^2 < \chi_0^2$  ( $2,7 < 18,12$ ), то делаем вывод, что данные выборки, характеризующие обводненность нефти из насосных скважин, не подчиняются нормальному закону распределения.



## Методика выполнения работы

Проведём проверку близости эмпирического распределения к нормальному по критерию Романовского. Вычислим, согласно (32), величину  $\left| \frac{\chi^2 - k}{\sqrt{2k}} \right|$ . Так как  $\chi^2 = \chi_0^2 = 18,12$ ,  $k = 7$ , то  $\left| \frac{\chi^2 - k}{\sqrt{2k}} \right| = \left| \frac{18,12 - 7}{\sqrt{14}} \right| = 2,97 < 3$ , т.е. расхождение между эмпирическим и теоретическим распределением не существенно, что позволяет утверждать, что данные выборки, характеризующие обводненность нефти из насосных скважин по критерию Романовского подчиняются нормальному закону распределения. К такому же выводу мы приходим, применяя критерий Колмогорова (проверить самостоятельно).

## Методика выполнения работы

Наконец, проведём проверку близости рассматриваемой выборки к нормальному распределению по приближенному критерию, используя выборочные статистики: асимметрию, эксцесс и их средние квадратические отклонения. В лабораторной работе № 1 были найдены  $A_s = 0,328$ ,  $E_x = -0,115$ . Средние квадратические отклонения для асимметрии и эксцесса находим по формулам (39) и (40):

$$S_{A_s} = \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 99}{101 \cdot 103}} = 0,24,$$

$$S_{E_x} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n-1)^2(n+3)(n+5)}} = \sqrt{\frac{24 \cdot 100 \cdot 98 \cdot 97}{99^2 \cdot 103 \cdot 105}} = 0,46.$$

## Методика выполнения работы

Так как  $|A_s| = 0,328 > S_{A_s}$  и  $|E_x| = 0,115 < S_{E_x}$ , то делаем вывод, что данные выборки, характеризующие обводненность нефти из насосных скважин, не подчиняются нормальному закону распределения.

Итак, для проверки согласованности эмпирического распределения с теоретическим нормальным мы применили 4 критерия, два из них подтвердили близость выборочной совокупности к нормальному распределению. Однако, учитывая, что критерий Колмогорова является более мощным, чем критерий  $\chi^2$  Пирсона, и подтверждает близость рассматриваемой выборки к нормальному распределению, окончательно заключаем, что за закон распределения признака  $X$  — обводненности нефти из насосных скважин — можно принять нормальное распределение.

## Методика выполнения работы

З а м е ч а н и е. В качестве вариантов заданий для выполнения лабораторной работы № 2 следует брать дискретные вариационные ряды из лабораторной работы № 1, а так же значения статистик  $\bar{x}$ ,  $S$ ,  $A_s$ ,  $E_x$ .