

Nama: Rine Alfi Fitrianti
NIM: J3C119103

No

Date 22-03-2020

1. Buktikan bahwa $w = \{[a, b, c] | c = 2a\}$ merupakan ruang bagian dari \mathbb{R}^3 .

Jawab. • Menunjukkan jika $\vec{u}, \vec{v} \in w$. Maka

$$\vec{u} + \vec{v} \in w$$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + p \\ b + q \\ c + r \end{pmatrix}$$

$$c = 2a$$

$$r = 2p$$

$$\hookrightarrow c + r = 2a + 2p$$

$$2a + 2p = 2(a + p)$$

$$2(a + p) = 2(a + p)$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \in w$$

• Menunjukkan jika k suatu skalar dan $\vec{u} \in w$. Maka $k\vec{u} \in w$.

$$k\vec{u} = k \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka \\ kb \\ kc \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow kc = 2ka$$

$$k(2a) = 2ka$$

$$2ka = 2ka$$

$$\therefore k\vec{u} \in w$$

* Kesimpulan: w merupakan ruang bagian dari \mathbb{R}^3 . Karena telah memenuhi syarat 1 dan syarat 2.

2. Buktikan bahwa $w = \{[a, b, c] | b = a^2\}$ bukan ruang bagian dari \mathbb{R}^3

Jawab. • Menunjukkan jika $\vec{u}, \vec{v} \in w$. Maka $\vec{u} + \vec{v} \in w$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + p \\ b + q \\ c + r \end{pmatrix}$$

$$b = a^2$$

$$q = p^2$$

$$\begin{aligned} b + q &= (a + p)^2 \\ a^2 + p^2 &\neq (a + p)^2 \\ a^2 + p^2 &\neq a^2 + p^2 + 2ap \\ \therefore \vec{u} + \vec{v} &\notin w \end{aligned}$$

* Kesimpulan: w bukan merupakan ruang bagian dari \mathbb{R}^2 . Karena tidak memenuhi syarat 1.

3. Tentukan apakah himpunan-himpunan berikut merupakan ruang bagian dari \mathbb{R}^2 atau bukan.

a) $w = \{[a, b] \mid a - b = 0\}$

Jawab: • Menunjukkan: Jika $\vec{u}, \vec{v} \in w$. Maka $\vec{u} + \vec{v} \in w$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + p \\ b + q \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow a - b = 0$$

$$p - q = 0$$

$$\hookrightarrow (a + p) - (b + q) = a - b + p - q$$

$$= 0 + 0$$

$$= 0$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \in w$$

• Menunjukkan: Jika k suatu skalar dan $\vec{u} \in w$ maka $k\vec{u} \in w$

$$k\vec{u} = k \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka \\ kb \end{pmatrix}$$

$$ka - kb = k(a - b)$$

$$= k(0)$$

$$= 0$$

$$\therefore k\vec{u} \in w$$

* Kesimpulan: w merupakan ruang bagian dari \mathbb{R}^2 karena telah memenuhi syarat 1 dan syarat 2.

3. b) $W = \{[a, b] \mid 5ab = 0\}$

Jawab. • Menunjukkan, jika $\vec{u}, \vec{v} \in W$ Maka $\vec{u} + \vec{v} \in W$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+p \\ b+q \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow 5ab = 0$$

$$\hookrightarrow 5pq = 0$$

$$\hookrightarrow 5(a+p)(b+q) = 5(ab + ag + pb + pq)$$

$$0 = 5ab + 5ag + 5pb + 5pq$$

$$0 = 0 + 5ag + 5pb + 0$$

$$0 \neq 5ag + 5pb$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \notin W$$

* Kesimpulan: W bukan merupakan ruang bagian dari \mathbb{R}^2 . Karena tidak memenuhi syarat 1.

c) $W = \{[a, b] \mid a = 4 + b\}$

Jawab. • Menunjukkan = Jika $\vec{u}, \vec{v} \in W$. Maka

$$\vec{u} + \vec{v} \in W$$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+p \\ b+q \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow a = 4 + b$$

$$p = 4 + q$$

$$\hookrightarrow a + p = 4 + b + q$$

$$(4 + b) + (4 + q) = 4 + b + q$$

$$8 + b + q \neq 4 + b + q$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \notin W$$

* Kesimpulan: W bukan merupakan ruang bagian dari \mathbb{R}^2 . Karena tidak memenuhi syarat 1.

d) $w = \{[a, b] \mid b = 2a + 1\}$

Jawab : • Menunjukkan : Jika $\vec{u}, \vec{v} \in w$. Maka $\vec{u} + \vec{v} \in w$.

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + p \\ b + q \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow b = 2a + 1$$

$$q = 2p + 1$$

$$\hookrightarrow b + q = 2(a + p) + 1$$

$$(2a + 1) + (2p + 1) = 2a + 2p + 1$$

$$2a + 2p + 2 \neq 2a + 2p + 1$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \notin w$$

* Kesimpulan : w bukan merupakan ruang bagian dari \mathbb{R}^2 . Karena tidak memenuhi syarat 1.

4. Tentukan apakah himpunan-himpunan berikut merupakan ruang bagian dari \mathbb{R}^3 .

a) $w = \{[a, b, c] \mid a + b = 2c\}$

Jawab : • Menunjukkan : Jika $\vec{u}, \vec{v} \in w$. Maka $\vec{u} + \vec{v} \in w$.

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + p \\ b + q \\ c + r \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow a + b = 2c$$

$$p + q = 2r$$

$$\hookrightarrow (a + b) + (p + q) = 2c + 2r$$

$$2c + 2r = 2c + 2r$$

$$2(c + r) = 2(c + r)$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \in w$$

• Menunjukkan : Jika k suatu skalar dan $\vec{u} \in w$. Maka $k\vec{u} \in w$.

$$k\vec{u} = k \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka \\ kb \\ kc \end{pmatrix}$$

$$ka + kb + kc$$

$$ka + kb = 2(kc)$$

$$k(a+b) = 2(kc)$$

$$k(2c) = 2(kc)$$

$$2(kc) = 2(kc)$$

$$\therefore k\vec{u} \in W$$

* Kesimpulan: W merupakan ruang bagian dari \mathbb{R}^3
karena telah memenuhi syarat 1
dan syarat 2.

$$b) W = \{[a, b, c] \mid a = b - c\}$$

Jawab: Menunjukkan jika $\vec{u}, \vec{v} \in W$ maka $\vec{u} + \vec{v} \in W$.

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+p \\ b+q \\ c+r \end{pmatrix}$$

$$a = b - c$$

$$p = q - r$$

$$a + p = b + q - c - r$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \in W$$

• Menunjukkan: Jika k suatu skalar dan $\vec{u} \in W$ maka $k\vec{u} \in W$.

$$k\vec{u} = k \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka \\ kb \\ kc \end{pmatrix}$$

$$ka = kb - kc$$

$$\therefore k\vec{u} \in W$$

* Kesimpulan: W merupakan ruang bagian dari \mathbb{R}^3
karena telah memenuhi syarat 1 dan
syarat 2.

c) $w = \{[a, b, c] \mid b = c - a\}$

Jawab. Menunjukkan. Jika $\vec{u}, \vec{v} \in w$. Maka $\vec{u} + \vec{v} \in w$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+p \\ b+q \\ c+r \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow b = c - a$$

$$q = r - p$$

$$\hookrightarrow b + q = (c + r) - (a + p)$$

$$c - a + r - p = c + r - a - p$$

$$c + r - a - p = c + r - a - p$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \in w$$

• Menunjukkan jika k suatu skalar dan $\vec{u} \in w$ maka $k\vec{u} \in w$.

$$k\vec{u} = k \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka \\ kb \\ kc \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow kb = kc - ka$$

$$\therefore k\vec{u} \in w$$

$$k(c - a) = k(c - a)$$

* Kesimpulan: w merupakan ruang bagian dari \mathbb{R}^3 .

Karena telah memenuhi syarat 1 dan 2.

d) $w = \{[a, b, c] \mid b^2 = a^2 + c^2\}$

Jawab. Menunjukkan jika $\vec{u}, \vec{v} \in w$. Maka $\vec{u} + \vec{v} \in w$.

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+p \\ b+q \\ c+r \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow b^2 = a^2 + c^2$$

$$q^2 = p^2 + r^2$$

$$\hookrightarrow (b+q)^2 = (a+p)^2 + (c+r)^2$$

$$b^2 + 2bq + q^2 = (a^2 + 2ap + p^2) + (c^2 + 2cr + r^2)$$

$$a^2 + c^2 + 2bq + p^2 + r^2 = a^2 + 2ap + p^2 + c^2 + 2cr + r^2$$

Nama: Rine Alfi Fitrianti
NIM = J3C119103

No

Date

$$a^2 + c^2 + p^2 + r^2 + 2bg \neq a^2 + c^2 + p^2 + r^2 + 2ap + 2cr$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \notin w$$

* Kesimpulan : w bukan merupakan ruang bagian dari \mathbb{R}^3 . Karena tidak memenuhi syarat 1.