

Nama: Rine Alfi Fitrianti  
NIM: J3C119103

No

Date 22-03-2020

1. Buktikan bahwa  $w = \{[a, b, c] | c = 2a\}$  merupakan ruang bagian dari  $\mathbb{R}^3$ .

Jawab. • Menunjukkan jika  $\vec{u}, \vec{v} \in w$ . Maka  $\vec{u} + \vec{v} \in w$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + p \\ b + q \\ c + r \end{pmatrix}$$

$$c = 2a$$

$$r = 2p$$

$$\hookrightarrow c + r = 2a + 2p$$

$$2a + 2p = 2a + 2p$$

$$2(a + p) = 2(a + p)$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \in w$$

• Menunjukkan jika  $k$  suatu skalar dan  $\vec{u} \in w$ . Maka  $k\vec{u} \in w$ .

$$k\vec{u} = k \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka \\ kb \\ kc \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow kc = 2ka$$

$$k(2a) = 2ka$$

$$2ka = 2ka$$

$$\therefore k\vec{u} \in w$$

\* Kesimpulan:  $w$  merupakan ruang bagian dari  $\mathbb{R}^3$ . Karena telah memenuhi syarat 1 dan syarat 2.

2. Buktikan bahwa  $w = \{[a, b, c] | b = a^2\}$  bukan ruang bagian dari  $\mathbb{R}^3$

Jawab. • Menunjukkan jika  $\vec{u}, \vec{v} \in w$ . Maka  $\vec{u} + \vec{v} \in w$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + p \\ b + q \\ c + r \end{pmatrix}$$

$$b = a^2$$

$$q = p^2$$



$$b + q = (a + p)^2$$

$$a^2 + p^2 \neq (a + p)^2$$

$$a^2 + p^2 \neq a^2 + p^2 + 2ap$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \notin w$$

\* Kesimpulan:  $w$  bukan merupakan ruang bagian dari  $\mathbb{R}^3$ . Karena tidak memenuhi syarat 1.

3. Tentukan apakah himpunan-himpunan berikut merupakan ruang bagian dari  $\mathbb{R}^2$  atau bukan.

a.)  $w = \{[a, b] | a - b = 0\}$

Jawab. • Menunjukkan. Jika  $\vec{u}, \vec{v} \in w$ . Maka  $\vec{u} + \vec{v} \in w$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + p \\ b + q \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow a - b = 0$$

$$p - q = 0$$

$$\hookrightarrow (a + p) - (b + q) = a - b + p - q$$

$$= 0 + 0$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \in w$$

• Menunjukkan. Jika  $k$  suatu skalar dan  $\vec{u} \in w$  maka  $k\vec{u} \in w$

$$k\vec{u} = k \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka \\ kb \end{pmatrix}$$

$$ka - kb = k(a - b)$$

$$= k(0)$$

$$= 0$$

$$\therefore k\vec{u} \in w$$

\* Kesimpulan:  $w$  merupakan ruang bagian dari  $\mathbb{R}^2$  karena telah memenuhi syarat 1 dan syarat 2.



3. b.)  $W = \{[a, b] \mid 5ab = 0\}$

Jawab. • Menunjukkan: jika  $\vec{u}, \vec{v} \in W$ . Maka  $\vec{u} + \vec{v} \in W$ .

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+p \\ b+q \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow 5ab = 0$$

$$\hookrightarrow 5pq = 0$$

$$\hookrightarrow 5(a+p)(b+q) = 5(ab + ag + pb + pq)$$

$$0 = 5ab + 5ag + 5pb + 5pq$$

$$0 = 0 + 5ag + 5pb + 0$$

$$0 \neq 5ag + 5pb$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \notin W$$

\* Kesimpulan:  $W$  bukan merupakan ruang bagian dari  $\mathbb{R}^2$ . Karena tidak memenuhi syarat 1.

c.)  $W = \{[a, b] \mid a = 4+b\}$

Jawab. • Menunjukkan: jika  $\vec{u}, \vec{v} \in W$ . Maka

$$\vec{u} + \vec{v} \in W$$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+p \\ b+q \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow a = 4+b$$

$$p = 4+q$$

$$\hookrightarrow a+p = 4+b+q$$

$$(4+b) + (4+q) = 4+b+q$$

$$8+b+q \neq 4+b+q$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \notin W$$

\* Kesimpulan:  $W$  bukan merupakan ruang bagian dari  $\mathbb{R}^2$ . Karena tidak memenuhi syarat 1.



d)  $w = \{[a, b] \mid b = 2a + 1\}$

Jawab: • Menunjukkan: Jika  $\vec{u}, \vec{v} \in w$ . Maka  $\vec{u} + \vec{v} \in w$ .

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + p \\ b + q \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow b = 2a + 1$$

$$q = 2p + 1$$

$$\hookrightarrow b + q = 2(a + p) + 1$$

$$(2a + 1) + (2p + 1) = 2a + 2p + 1$$

$$2a + 2p + 2 \neq 2a + 2p + 1$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \notin w$$

\* Kesimpulan =  $w$  bukan merupakan ruang bagian dari  $\mathbb{R}^2$ . Karena tidak memenuhi syarat 1.

4. Tentukan apakah himpunan-himpunan berikut merupakan ruang bagian dari  $\mathbb{R}^3$ .

a)  $w = \{[a, b, c] \mid a + b = 2c\}$

Jawab: • Menunjukkan: Jika  $\vec{u}, \vec{v} \in w$ . Maka  $\vec{u} + \vec{v} \in w$ .

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + p \\ b + q \\ c + r \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow a + b = 2c$$

$$p + q = 2r$$

$$\hookrightarrow (a + b) + (p + q) = 2c + 2r$$

$$2c + 2r = 2(c + r)$$

$$2(c + r) = 2(c + r)$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \in w$$

• Menunjukkan: Jika  $k$  suatu skalar dan  $\vec{u} \in w$ . Maka  $k\vec{u} \in w$ .

$$k\vec{u} = k \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka \\ kb \\ kc \end{pmatrix}$$



$$\bullet \quad ka + kb + kc$$

$$\hookrightarrow ka + kb = 2(kc)$$

$$k(a+b) = 2(kc)$$

$$k(2c) = 2(kc)$$

$$2(kc) = 2(kc)$$

$$\therefore k\vec{u} \in W$$

\* Kesimpulan:  $W$  merupakan ruang bagian dari  $\mathbb{R}^3$ .  
karena telah memenuhi syarat 1  
dan syarat 2.

$$b.) \quad W = \{[a, b, c] \mid a = b = c\}$$

Jawab. • Menunjukkan jika  $\vec{u}, \vec{v} \in W$ . Maka  $\vec{u} + \vec{v} \in W$ .

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+p \\ b+q \\ c+r \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow a = b = c$$

$$p = q = r$$

$$\hookrightarrow a+p = b+q = c+r$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \in W$$

• Menunjukkan: Jika  $k$  suatu skalar dan  $\vec{u} \in W$ . Maka  $k\vec{u} \in W$ .

$$k\vec{u} = k \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka \\ kb \\ kc \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow ka = kb = kc$$

$$\therefore k\vec{u} \in W$$

\* Kesimpulan:  $W$  merupakan ruang bagian dari  $\mathbb{R}^3$ .  
karena telah memenuhi syarat 1 dan  
syarat 2.



c)  $w = \{[a, b, c] \mid b = c - a\}$

Jawab. Menunjukkan. Jika  $\vec{u}, \vec{v} \in w$ . Maka  $\vec{u} + \vec{v} \in w$ .

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+p \\ b+q \\ c+r \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow b = c - a$$

$$q = r - p$$

$$\hookrightarrow b + q = (c + r) - (a + p)$$

$$c - a + r - p = c + r - a - p$$

$$c + r - a - p = c + r - a - p$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \in w$$

• Menunjukkan jika  $k$  suatu skalar dan  $\vec{u} \in w$  maka  $k\vec{u} \in w$ .

$$k\vec{u} = k \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka \\ kb \\ kc \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow kb = kc - ka$$

$$\therefore k\vec{u} \in w$$

$$k(c - a) = k(c - a)$$

\* Kesimpulan:  $w$  merupakan ruang bagian dari  $\mathbb{R}^3$ .

Karena telah memenuhi syarat 1 dan 2.

d)  $w = \{[a, b, c] \mid b^2 = a^2 + c^2\}$

Jawab. Menunjukkan jika  $\vec{u}, \vec{v} \in w$ . Maka  $\vec{u} + \vec{v} \in w$ .

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+p \\ b+q \\ c+r \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow b^2 = a^2 + c^2$$

$$q^2 = p^2 + r^2$$

$$\hookrightarrow (b+q)^2 = (a+p)^2 + (c+r)^2$$

$$b^2 + 2bq + q^2 = (a^2 + 2ap + p^2) + (c^2 + 2cr + r^2)$$

$$a^2 + c^2 + 2bq + p^2 + r^2 = a^2 + 2ap + p^2 + c^2 + 2cr + r^2$$



Nama: Rine Alfi Fitrianti  
NIM = J3C119103

No  
Date

$$a^2 + c^2 + p^2 + r^2 + 2bg \neq a^2 + c^2 + p^2 + r^2 + 2ap + 2cr$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} \notin w$$

\* Kesimpulan :  $w$  bukan merupakan ruang bagian dari  $\mathbb{R}^3$ . Karena tidak memenuhi syarat 1.