

# 通常最小二乗法 (Ordinary Least Squares: OLS)

T.Chiba

2020 年 5 月 11 日

## 概要

最小二乗法についてみていく。

## 1 最小二乗法 (1 変量)

本題に入る前に、リハビリもかねて 1 変量の最小二乗法を確認する。線形回帰モデルは下記のような構造をしていると考えられる。

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon \quad (1)$$

$x, y$  についての観測値  $\{(x_i, y_i) | i = 1, 2, \dots, n\}$  がそれぞれ次のような構造を持っていると仮定する。

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n \quad (2)$$

誤差  $\varepsilon$  の平方和を考える。

$$Q(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n \{y_i - (\alpha + \beta x_i)\}^2 \quad (3)$$

これを、偏差平方和と呼ぶ。 $Q(\alpha, \beta)$  を最小にするような  $\alpha = \hat{\alpha}, \beta = \hat{\beta}$  を最小二乗推定量 (Least Squares Estimator: LSE) と呼ぶ。

$$\frac{\partial Q(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial Q(\alpha, \beta)}{\partial \beta} = 0 \quad (5)$$

を満たすような、 $\alpha, \beta$  が偏差平方和を最小にする値である。

## 付録 A

### A.1 2 変数関数の極値

## 参考文献

- [1] 鈴木 武, 山田 作太郎: 『数理統計学 -基礎から学ぶデータ解析』, 内田老鶴圃, 1996
- [2] 稲垣宣生: 『数学シリーズ 数理統計学 (改訂版)』, 裳華房, 2003.