

目次

1	アルゴリズム	2
1.1	全探索	2
1.1.1	深さ優先探索	2
1.1.2	幅優先探索	2
1.2	動的計画法	2
1.2.1	ナップサック	2
1.2.2	桁 DP	2
1.3	グラフ	2
2	数学的知識	2
2.1	フェルマーの小定理	2
2.2	組み合わせ	2
3	AtCoder Beginner Contest	3
3.1	150	3
3.2	151	3
3.3	152	3
3.4	153	3
3.4.1	E	3
3.5	154	3
3.5.1	E	3
4	Educational DP Contest	4
5	注意点	5
5.1	計算量	5
5.2	mod	5

1 アルゴリズム

1.1 全探索

1.1.1 深さ優先探索

ある状態からはじめ、遷移できなくなる状態まで遷移し、遷移できなくなったら1つ前の状態に戻ることを繰り返す。

性質上、再帰関数で書くことが可能。DFS よりも実装が楽。

1.1.2 幅優先探索

初めの状態から近い状態に遷移していく。
最短路を求める場合はこちらを採用。

1.2 動的計画法

1.2.1 ナップサック

$dp[i][j]$ = 上から i 番目の荷物を使って、重さ j で価値が最大

となるように dp を更新していく

1.2.2 桁 DP

$dp[i][j][k]$ = 上から i 桁目までで、条件 j を満し、 N と同じか未満か ($k = 0$: 同じ, $k = 1$: 未満)

となるように dp を更新していく

1.3 グラフ

2 数学的知識

2.1 フェルマーの小定理

2.2 組み合わせ

組み合わせの公式

$${}_nC_k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

組み合わせの公式

$$\sum_{k=0}^n {}nC_k = 2^n$$

$$\sum_{k=0}^n k \cdot {}nC_k = n2^{n-1}$$

3 AtCoder Beginner Contest

3.1 150

3.2 151

3.3 152

3.4 153

3.4.1 E

問題文

トキはモンスターと戦っています。モンスターの体力は H です。

トキは N 種類の魔法が使える、 i 番目の魔法を使うと、モンスターの体力を A_i 減らすことができますが、トキの魔力を B_i 消耗します。

同じ魔法は何度でも使うことができます。魔法以外の方法でモンスターの体力を減らすことはできません。モンスターの体力を 0 以下にすればトキの勝ちです。

トキがモンスターに勝つまでに消耗する魔力の合計の最小値を求めてください。

制約

$$1 \leq H \leq 10^4$$

$$1 \leq N \leq 10^3$$

$$1 \leq A_i \leq 10^4$$

$$1 \leq B_i \leq 10^4$$

入力中のすべての値は整数である。

方針

DP を使用する。

$$dp[i][j] = i \text{ 番目までの魔法で、体力 } j \text{ を減らすのに必要な最小魔力}$$

となるように dp を更新していく。

3.5 154

3.5.1 E

問題文

1 以上 N 以下の整数であって、10 進法で表したときに、0 でない数字がちょうど K 個あるようなものの個数を求めてください。

制約

$$1 \leq N < 10^{100}$$

$$1 \leq K \leq 3$$

方針

桁 DP を使用する。

$$dp[i][j][k] = \text{上から } i \text{ 桁目までで、0 でない数字が } j \text{ 個あり、} N \text{ と同じか未満か } (k = 0 : \text{同じ}, k = 1 : \text{未満})$$

となるように dp を更新していく

4 Educational DP Contest

5 注意点

5.1 計算量

1 秒あたりにできる計算量は約 10^7 くらい。

これを踏まえると N あたりにできる最大計算量は以下の表の通り。

N	計算量
10^6	$O(N \log N), O(N)$
10^5	$O(N \log^2 N), O(N \log N)$
3000	$O(N^2)$
300	$O(N^3)$ (単純な処理)
100	$O(N^3)$
50	$O(N^4)$
10	$O(N * 2^N), O(2^N)$

5.2 mod

足し算・掛け算

演算をするごとに $\text{mod } 1e9 + 7$ をする。

引き算

最後に $1e9 + 7$ を足した上で $\text{mod } 1e9 + 7$ する。