# 物理工学専攻入学試験問題

物理学I

(2問出題, 2問解答)

平成29年8月29日(火) 9:30~11:30

## 注意事項

- 1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
- 2. 本冊子に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
- 3. 出題された2問とも解答すること。
- 4. 答案用紙が2枚渡されるから、1題ごとに必ず1枚の答案用紙を使用すること。止むを得ぬときは答案用紙の裏面を使用してもよい。
- 5. 答案用紙上方の指定された箇所に、その用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること。
- 6. 草稿用紙は本冊子から切り離さないこと。
- 7. 解答に関係のない記号、符号などを記入した答案は無効とする。
- 8. 答案用紙および問題冊子は持ち帰らないこと。

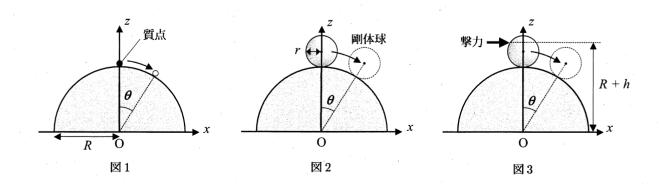
受験番号

上欄に受験番号を記入すること。

### 第1問

半径 R の半円筒上に置かれた質量 m の質点、または質量 m、半径 r(< R) の一様な剛体球の運動を考える。図 1、2、3 のように x 軸と z 軸をとり、原点と質点または球の中心を結ぶ線と z 軸がなす角度を  $\theta$  とする。ただし、半円筒の中心軸は x-z 面に垂直になるように原点に固定されているものとする。また、重力は z 軸の負の方向を向いており、重力加速度を g とする。

- [1] ある時、図1に示すように質点が半円筒の頂点から滑り落ちはじめ、臨界角度 $\theta_{c1}$ で半円筒から離れた。ただし、半円筒の表面と質点との摩擦は無視する。また、初速度はゼロであった。このとき、以下の問に答えよ。
  - [1.1]  $\theta < \theta_{c1}$  の時、質点の速さ v を  $\theta$  の関数として表せ。
  - [1.2]  $\cos \theta_{c1}$  を求めよ。また、 $\theta = \theta_{c1}$  での速さ  $v_{c1}$  を求めよ。
- [2] ある時、図 2 に示すように剛体球が半円筒の頂点から回転しながら落ちはじめ、臨界角度  $\theta_{c2}$  で半円筒から離れた。ただし、球は半円筒の表面を滑らないものとし、転がり摩擦は無視する。また、初速度はゼロであった。このとき、以下の間に答えよ。
  - [2.1] 球の中心を通る軸の周りの慣性モーメントが $\frac{2}{5}mr^2$ である事を示せ。
  - [2.2] 角度  $\theta(<\theta_{c2})$  での、球の重心周りの角速度、重心の速さをそれぞれ  $\omega$ 、v とする。球が 半円筒の表面を滑らない事に留意して  $\omega$  と v の関係を示せ。
  - [2.3]  $\cos \theta_{c2}$  を求めよ。また、 $\theta = \theta_{c2}$  での球の重心の速さ  $v_{c2}$  を求めよ。
  - [2.4]  $\theta_{c2}$  と、設問 [1.2] で求めた  $\theta_{c1}$  が異なる理由について説明せよ。
- [3] 図3に示すように、半円筒の頂点に剛体球を置き、力積Pの撃力を高さ $z=z_0$  ( $R < z_0 < R+2r$ ) でx方向へ加えた。 $z_0$  の値を変えながらこの実験を繰り返したところ、 $z_0=R+h$  としたときのみ、球は滑らずに回転しながら半円筒の表面を落ち始めた。その後、球は半円筒の表面を滑らずに転がり落ち、臨界角度 $\theta_{c3}$ で半円筒から離れた。ただし、球の転がり摩擦は無視する。このとき、以下の間に答えよ。
  - [3.1] hとrの関係を示せ。
  - [3.2]  $\cos \theta_{c3}$  を求めよ。



- [1] 図1のように、厚さの無視できる半径 a、b (b > a) の導体球殻 A、B をそれぞれの中心が一致するように真空中に固定し、絶縁被膜した導線を用いて電源に接続する。導線を通すために導体球殻 B には小さな穴が開いているが、その穴の影響および導線が周囲に与える影響は無視できるものとする。真空の誘電率を  $\varepsilon_0$  として、以下の間に答えよ。
  - [1.1] 導体球殻 A および B の電荷量がそれぞれ  $Q_0$  および  $-Q_0$   $(Q_0>0)$  に保たれているとき、中心から距離 r の位置における電場の大きさ E(r) と電位  $\phi(r)$  を求めよ。ただし、 $\phi(\infty)=0$  とする。
  - [1.2] この導体球殻 A と B の間の静電容量を求めよ。
  - [1.3] 導体球殻 A と B の間に誘電率  $\varepsilon$   $(\varepsilon>0)$  の一様な媒質を詰めた場合を考える。導体球殻 A および B の電荷量がそれぞれ  $Q_0$  および  $-Q_0$   $(Q_0>0)$  に保たれているときの静電エネルギーを求めよ。
  - [1.4] 導体球殻 B の内側の表面にのみ誘電率  $\varepsilon$   $(\varepsilon > 0)$  の媒質を厚さ d  $(d \ll b-a)$  で一様に施した場合を考える。設問 [1.2] と比べた際の静電容量の変化量を d の 1 次の形で求めよ。
- [2] 設問 [1.3] の状態において、誘電率  $\varepsilon$  ( $\varepsilon$  > 0) の媒質が小さな電気伝導率  $\sigma$  を持つとする。  $\varepsilon$  と  $\sigma$  の周波数依存性は無視できるものとして、以下の間に答えよ。
  - [2.1] 導体球殻 A と B の間に定電圧を印加し十分長い時間待ったところ、導体球殻 A と B の電荷量はそれぞれ  $Q_0$  および  $-Q_0$  ( $Q_0>0$ ) で一定となった。このとき導体球殻 A と B の間を流れる電流および電気抵抗を求めよ。また、単位時間あたりに発生するジュール熱を求めよ。ただし、導体球殻 A から B へ流れる方向を電流の正の向きとする。
  - [2.2] 設問 [2.1] の状態において、時刻 t=0 で電源を導体球殻 A、B から切り離す。このときの 導体球殻 A の電荷量 Q(t) の時間依存性を求めよ。また、時刻 t=0 から時刻 t までの間に 媒質中で発生したジュール熱 W(t) を求めよ。
  - [2.3] 設問 [1.3] と [2.2] の結果をもとに、媒質中で発生したジュール熱と静電エネルギーの関係について説明せよ。
- [3] 設問 [2] の導体球殻内部の媒質を交換し、中心からの距離 r が  $a < r < r_0$  の領域に電気伝導率  $\sigma_1$  と誘電率  $\varepsilon_1$  ( $\varepsilon_1 > 0$ ) を持つ媒質 1 を、 $r_0 < r < b$  の領域に電気伝導率  $\sigma_2$  と誘電率  $\varepsilon_2$  ( $\varepsilon_2 > 0$ ) を持つ媒質 2 を詰めた。導体球殻 A、B の間に定電圧を印加し十分長い時間待ったところ、電流は I で一定となった。このとき媒質 1 と媒質 2 の境界に蓄積されている電荷の面密度を求めよ。

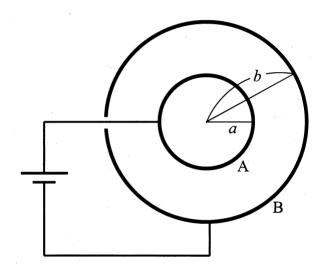


図 1

# 物理工学専攻入学試験問題

物理学Ⅱ

(4問出題, 3問解答)

平成29年8月29日(火) 13:00~16:00

## 注意事項

- 1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
- 2. 本冊子に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
- 3. 出題された4間のうちから3間を選び解答すること。
- 4. 答案用紙が3枚渡されるから、1題ごとに必ず1枚の答案用紙を使用すること。止むを得ぬときは答案用紙の裏面を使用してもよい。
- 5. 答案用紙上方の指定された箇所に、その用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること。
- 6. 草稿用紙は本冊子から切り離さないこと。
- 7. 解答に関係のない記号、符号などを記入した答案は無効とする。
- 8. 答案用紙および問題冊子は持ち帰らないこと。

受験番号

上欄に受験番号を記入すること。

### 第1問

直線上  $(-\infty < x < \infty)$  を運動する粒子系のシュレーディンガー方程式を考える。ただし、 $\hbar$  はプランク定数を  $2\pi$  で割ったもの、m は粒子の質量、v は正の定数、 $\delta(x)$  はデルタ関数とする。

[1] 以下のシュレーディンガー方程式で記述される1次元の1粒子系を考える。

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} - v\delta(x) \right] \phi(x) = E\phi(x) \tag{1}$$

このシュレーディンガー方程式の解のうち、負のエネルギー (E<0) を持つ固有状態が  $\phi(x)=Ne^{-\xi|x|}$  (N は正の実数の規格化定数、 $\xi$  は正の実数) で与えられるとして N、 $\xi$ 、および E を求めよ。

[2] 以下では、2つの中心力ポテンシャルのもとで運動する2粒子系の例として、2体の1次元シュレーディンガー方程式、

$$\hat{H}\Phi(x_1, x_2) = E\Phi(x_1, x_2) \tag{2}$$

を考える。ただし、ハミルトニアン Ĥ は以下で定義される。

$$\hat{H} = -\sum_{j=1,2} \frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx_j^2} - v \sum_{j=1,2} \delta(x_j + R/2) - v \sum_{j=1,2} \delta(x_j - R/2) + V(|x_1 - x_2|)$$
 (3)

ここで、V(|x|) は積分  $\int_{-\infty}^{+\infty} dx V(|x|)$  が収束する斥力相互作用ポテンシャルとする。また、[2.1]-[2.3] では粒子がボース粒子かフェルミ粒子かの違いは無視せよ。

[2.1] 設問 [1] で与えられた 1 粒子波動関数の広がり  $1/\xi$  にくらべ中心力ポテンシャルの間隔 R が十分広く、1 つのポテンシャル中心に 2 粒子が同時に接近した際のエネルギー上昇が、エネルギーの絶対値 |E| にくらべて十分に大きな場合を考える。このとき、1 つの中心力ポテンシャルのまわりで 2 粒子が同時に存在する確率は小さくなり、上記の 2 粒子シュレーディンガー方程式 (2) に対する規格化されていない試行波動関数として、

$$\Phi_t(x_1, x_2) = c_1 \phi_s(x_1 + R/2) \phi_s(x_2 - R/2) + c_2 \phi_s(x_1 - R/2) \phi_s(x_2 + R/2)$$
(4)

を考えることができる。ただし、設問 [1] の 1 粒子シュレーディンガー方程式 (1) の解を  $\phi_s(x)$  とし、 $c_1$ 、 $c_2$  は実数とする。

以下で定義される実数 A、B、S を用いて試行波動関数  $\Phi_t(x_1,x_2)$  のエネルギー期待値  $E=E(c_1,c_2)$  の表式を求めよ。

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dx_2 \, \phi_s(x_1 + R/2) \phi_s(x_2 - R/2) \hat{H} \phi_s(x_1 + R/2) \phi_s(x_2 - R/2) \quad (5)$$

$$B = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dx_2 \, \phi_s(x_1 - R/2) \phi_s(x_2 + R/2) \hat{H} \phi_s(x_1 + R/2) \phi_s(x_2 - R/2) \quad (6)$$

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dx_2 \, \phi_s(x_1 - R/2) \phi_s(x_2 + R/2) \phi_s(x_1 + R/2) \phi_s(x_2 - R/2) \tag{7}$$

[2.2] 設問 [2.1] で得られた試行波動関数のエネルギー  $E=E(c_1,c_2)$  を用いて、変分原理に基づいて式 (2) の近似的な基底状態を求める。

すなわち、変分パラメータである  $c_1$  および  $c_2$  について  $E=E(c_1,c_2)$  の極値を求めれば、基底状態エネルギーの近似値  $\widetilde{E}$  と対応する波動関数  $\widetilde{\Phi}(x_1,x_2)$  を得ることができる。そこで、変分パラメータ  $c_1$ 、 $c_2$  を決定する方程式が以下の式になることを、導出の過程を示しながら導け。ただし、0 < S < 1 であることを用いてよい。

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 1 & S \\ S & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$$
 (8)

- [2.3] 方程式 (8) の解となる  $\widetilde{E}$  および対応する波動関数  $\widetilde{\Phi}(x_1,x_2)$  を、A、B、S、および関数  $\phi_s(x)$  を用いて全て求めよ。なお規格化は考慮しなくてよい。
- [2.4] 設問 [2.3] で得た波動関数を、[2.1] の 2 体のシュレーディンガー方程式の近似解と呼ぶ。 [2.1]-[2.3] で扱ってきた 2 体のシュレーディンガー方程式が、スピン 1/2 を持つフェルミ粒子系を記述するものと考える。粒子の波動関数は、位置座標  $x_j$  とスピン座標  $\omega_j$  (=  $\pm 1/2$ ) の関数となる。ただし、j (= 1,2) は粒子の番号とする。スピン角運動量の z 成分が  $+\hbar/2$ 、 $-\hbar/2$  の固有状態が、それぞれスピン波動関数  $\alpha(\omega_j)$ 、 $\beta(\omega_j)$  で表されるとする。この時、スピン自由度まで含めた 2 体のシュレーディンガー方程式の近似解となる波動関数を、導出の過程を含め全て与えよ。ただし、この波動関数の軌道部分は、[2.3] で得られたものを用いてよい。なお規格化は考慮しなくてよい。

## 第2問

体積 V の中に N 個  $(N\gg 1)$  の単原子分子が入っている熱平衡系の模型として、次のような格子モデルを考える。空間をこの分子が最大一つ入る程度の一定の大きさ v の  $M=\frac{V}{v}$  個のセルに分け、それぞれのセル i に「そのセルに分子がいるときに 1、いないときに 0 をとる」変数  $\sigma_i$  を定義する。それぞれのセルに 2 個以上分子が入ることはできず(排除体積効果)、また分子が複数のセルにまたがって配置されることも無い。系の微視的状態は  $(\sigma_1,\sigma_2,...\sigma_M)$  を指定することで一意的に指定できる。また、以下では系の分子密度を  $\phi=\frac{N}{M}=\frac{vN}{V}$  と表し  $(0<\phi<1)$ 、系の温度を T、ボルツマン定数を  $k_B$  と書く。

- [1] 最初に異なるセルにいる分子の間の相互作用が無視できる場合について考える。
  - [1.1] この系のエントロピー  $S=k_{\rm B}\ln W$ (W は状態の数)を M と N を用いて書き表せ。ただし、大きい数 N の階乗 N! に対するスターリングの公式  $\ln N! \sim N \ln N N$  ( $\ln$  は自然対数)を用いてよい。
  - [1.2] この系の圧力を、ヘルムホルツの自由エネルギー  $F_0$  を用いた式  $p_0=-\frac{\partial F_0}{\partial V}\bigg|_{(T,N)}$  より求めよ。さらにこの圧力  $p_0$  を理想気体の場合  $p_{\mathrm{id}}=\frac{k_\mathrm{B}NT}{V}$  と比較し、 $p_0$  と  $p_{\mathrm{id}}$  に差が生じる場合はその理由を説明せよ。ただし、セルの大きさ v は変わらないことに注意せよ。また、必要なら次の展開を用いてよい: $-\ln(1-x)=x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\cdots$ , $(0\leq x<1)$
- [2] 次に、最近接のセルに入っている分子の間にのみ引力相互作用  $\alpha$  が働くとする  $(\alpha > 0)$ 。この系のエネルギーは次のように書ける。

$$U = -\alpha \sum_{\langle i,j \rangle} \sigma_i \sigma_j \tag{1}$$

ここで  $\sum_{\langle i,j \rangle}$  は最近接のセルの組全てについて和をとることを表す。この系について、全ての  $\sigma_k$  を  $\phi$  と置き換えることにより U の熱平衡期待値を以下のように近似することにする。

$$\overline{U}(\phi) = -\frac{1}{2}Mz\alpha\phi^2 \qquad (z は最近接セルの数)$$
 (2)

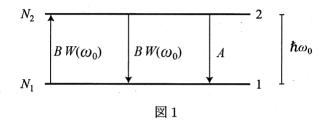
[2.1] この系の化学ポテンシャルを、ヘルムホルツの自由エネルギー F を用いた式  $\mu = \frac{\partial F}{\partial N}$  より計算し、次の表式を導出せよ。

$$\mu = -\alpha z \phi + k_{\rm B} T \left[ \ln \phi - \ln(1 - \phi) \right] \tag{3}$$

- [2.2] 設問 [2.1] で導出した  $\mu(\phi)$  が  $\phi$  の単調増加関数となるような温度の範囲を求めよ。
- [2.3] 温度が [2.2] で求めた範囲の外にあるとき、等しい  $\mu$  を与える  $\phi$  が 3 つ存在する場合がある。これが意味することを、対応する物理現象を含めて説明せよ。

### 第3問

[1] ある原子の縮退のない 2 準位間の、光による遷移を考える(図 1)。エネルギーの低い準位を準位 1、高い準位を準位 2 とし、それらのエネルギー差を  $\hbar\omega_0$  とする。 $\hbar$  はプランク定数を  $2\pi$  で割ったものとする。準位 1 と準位 2 にある原子の単位体積あたりの個数をそれぞれ  $N_1$  と  $N_2$  とする。準位 2 から準位 1 に自発的に光を放出して遷移する自然放出による単位時間あたりの遷移確率を A とする(A をアインシュタインの A 係数とよぶ)。このとき、もし準位 2 から準位 1 への遷移が自然放出によってのみおこるとすると、 $N_2$  の時間変化は  $\frac{dN_2}{dt} = -AN_2$  と書ける。単位角周波数、単位体積あたりのエネルギー密度  $W(\omega_0)$  の光のもとでは、準位 1 から準位 2 への誘導吸収による遷移と、準位 2 から準位 1 への誘導放出による遷移もおこる。これらの単位時間あたりの遷移確率は同じであり、いずれも  $BW(\omega_0)$  とする(B をアインシュタインの B 係数とよぶ)。ここでは簡単のため共鳴角周波数  $\omega_0$  の光に対してのみ誘導遷移がおこるものとする。以下の間に答えよ。



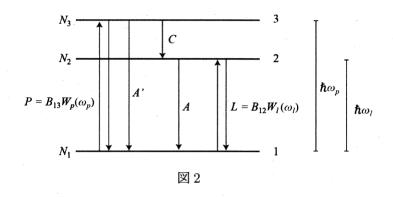
- [1.1]  $N_1$ 、 $N_2$  の時間変化を表す連立微分方程式を示せ。
- [1.2] 定常状態での  $W(\omega_0)$  を A、B、 $N_1$ 、 $N_2$  を用いて表せ。また、常に  $N_2/N_1 < 1$  が成り立つことを示せ。
- [2] 一般に系が温度 T で熱平衡状態にあるとき、単位角周波数、単位体積あたりの光エネルギー密度  $W_{\rm eq}(\omega)$  はプランクの黒体放射の式

$$W_{\rm eq}(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\hbar\omega/(k_{\rm B}T)} - 1} \tag{1}$$

で表される。ここで、c は真空中の光速、 $k_{\rm B}$  はボルツマン定数である。電磁波のモード数から  $W_{\rm eq}(\omega)$  を導出し、A と B との関係を求めたい。以下の問に答えよ。

- [2.1] 一辺が d の立方体空洞内に存在できる、角周波数が 0 から  $\omega$  までの電磁波のモード数を求めよ。
- [2.2] 単位角周波数あたり、単位体積あたりの電磁波のモード数を求め、プランクの黒体放射の式 (1) を導出せよ。ただし 1 モードあたりの電磁波の平均エネルギー  $\frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/(k_{\rm B}T)}-1}$  は既知として使ってよい。
- [2.3] プランクの黒体放射の式 (1) を満たす光エネルギー密度  $W_{\rm eq}(\omega)$  のもとでは、設問 [1] の 2 準位系ではどんな共鳴角周波数  $\omega_0$  を持つ系においても、熱平衡状態では  $N_1$  と  $N_2$  はボルツマン分布に従う。このことから  $W(\omega_0)=W_{\rm eq}(\omega_0)$  として A 係数と B 係数との比を共鳴角周波数  $\omega_0$  の関数として求めよ。
- [3] 図 2 に示すような光励起を伴う非平衡状態の 3 準位系を考える。ここでは簡単のために図 2 の矢印に示した遷移のみを考える。準位 1 -3 間のエネルギー差は  $\hbar\omega_p$  とし、準位 1 から準位 3 へは

単位角周波数、単位体積あたりのエネルギー密度  $W_p(\omega_p)$  の光で励起を行う。誘導吸収及び誘導放出による準位 1-3 間の単位時間あたりの遷移確率はともに  $P=B_{13}W_p(\omega_p)$  とする。準位 1-2 間のエネルギー差は  $\hbar\omega_l$  であり、単位角周波数、単位体積あたりのエネルギー密度  $W_l(\omega_l)$  の光のもとでの、誘導吸収及び誘導放出による単位時間あたりの遷移確率はともに  $L=B_{12}W_l(\omega_l)$  とする。準位 3 から準位 2 へは光の放射を伴わない非輻射遷移を起こし、単位時間あたりの遷移確率を C とする。自然放出による準位 2 から準位 1 への単位時間あたりの遷移確率を A、自然放出による準位 3 から準位 1 への単位時間あたりの遷移確率を A'、準位 1、2、3 の原子数密度を  $N_1$ 、 $N_2$ 、 $N_3$  とする。ある条件を満たす時に準位 1 と準位 2 との間で、定常状態において  $N_2/N_1 > 1$  を実現することができる。これを反転分布と呼び、準位 1-2 間の遷移によるレーザー増幅のための条件となる。以下の間に答えよ。



- [3.1]  $N_1$ 、 $N_2$ 、 $N_3$  の時間変化を表す連立微分方程式を示せ。
- [3.2] 定常状態での  $N_2/N_1$  を A、A'、C、P、L を用いて表せ。C と A がある関係式を満たすとき、P に臨界値  $P_c$  が存在し、 $P > P_c$  のときに準位 1-2 間で反転分布ができる。この C と A との関係を求め、その物理を考察せよ。また、このときの  $P_c$  を求めよ。
- [3.3] B係数が準位間のエネルギー差に依存しないとすると、短波長ほど反転分布を実現するのが難しくなる。その理由を述べよ。

#### 第4問

有効質量mおよび電荷qを持つ荷電粒子が、静電場Eと静磁場(磁束密度B)のもとで伝導体中を運動する場合に、次の運動方程式に従うものとする。

$$m\left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau}\right)\boldsymbol{v} = q\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right)$$
(1)

ここで、v は速度、 $\tau$  は緩和時間である。以下では、 $\mathbf{B}=(0,0,B)^{\mathrm{T}}$  (B>0) および  $\mathbf{E}=(E_x,E_y,0)^{\mathrm{T}}$  のもとで 2 次元伝導体中を粒子が速度  $\mathbf{v}=(v_x,v_y,0)^{\mathrm{T}}$  で運動する定常状態を考える。ここで、 $\mathbf{T}$  は 転置を表し、ベクトルは縦ベクトルである。これ以降、 $\mathbf{E}$  と  $\mathbf{v}$  は  $\mathbf{x}$ 、 $\mathbf{y}$  成分のみを考える。なお、 $\mathbf{m}$  および  $\mathbf{\tau}$  はエネルギーや運動方向に依存しない定数とし、量子力学的効果は考えないものとする。

- [1] まず、荷電粒子として電子のみが存在する場合を考える。以下の設問に答えよ。なお、電子の面密度をn、電荷をq=-e (e>0) とする。ここで、e は素電荷である。また、サイクロトロン周波数を $\omega_c=eB/m$  と定義する。
  - [1.1] 電流密度  $J = -nev = (j_x, j_y)^{\mathrm{T}}$  が電場  $E = (E_x, E_y)^{\mathrm{T}}$  および以下の伝導率テンソル  $\tilde{\sigma}$  を用いて  $J = \tilde{\sigma}E$  と表されることを示せ。また、 $\sigma_0$  を求めよ。

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_c \tau)^2} \begin{pmatrix} 1 & -\omega_c \tau \\ \omega_c \tau & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

- [1.2] 図 1 のように y 方向が電気的に開放された 2 次元伝導体の x 方向に電流を流したところ、定常状態で  $j_y=0$  の状況が実現した。このときのホール係数  $R_{\rm H}=E_y/(j_xB)$  および x 方向の有効電気伝導率  $\sigma=j_x/E_x$  を求めよ。
- [2] 次に、荷電粒子として電子と正孔が存在する場合を考える。以下の設問に答えよ。なお、電子と正孔の面密度はそれぞれnおよびpとし、電荷はそれぞれ-eおよびeとする。また、電子と正孔の有効質量と緩和時間は等しく、それぞれmおよび $\tau$ であるとする。
  - [2.1] 全電流は電子が運ぶ電流と正孔が運ぶ電流の和で与えられるものとして、伝導率テンソル $\tilde{\sigma}$ を求めよ。
  - [2.2]  $j_y=0$  の定常状態におけるホール係数  $R_{
    m H}$  および x 方向の有効電気伝導率  $\sigma$  を求めよ。
  - [2.3] 設問 [2.2] で求めた  $R_{\rm H}$  に対して、低磁場極限( $\omega_{\rm c} \tau \ll 1$ )および高磁場極限( $\omega_{\rm c} \tau \gg 1$ ) における値をそれぞれ  $R_{\rm H}^{(0)}$  および  $R_{\rm H}^{(\infty)}$  とする。p と n のそれぞれを、 $R_{\rm H}^{(0)}$  および  $R_{\rm H}^{(\infty)}$  を用いて表せ。ただし  $p \neq n$  とする。
  - [2.4] 設問 [2.2] で求めた  $\sigma$  に対して、p/n=0 および p/n>0 ( $p\neq n$ ) の場合の  $\omega_c\tau$  依存性の 概形をそれぞれ図示せよ。その際、低磁場および高磁場領域での振る舞いに注意せよ。
  - [2.5] ある種の半金属では p=n という状況が実現しうる。このとき  $\sigma$  は高磁場極限でどのように振る舞うか、その物理的な理由と合わせて答えよ。

