

FUNGSI KUADRAT



A. Bentuk Umum

Bentuk umum fungsi kuadrat adalah $f(x) = y = ax^2 + bx + c$ dengan a, b, c bilangan real dan $a \neq 0$.

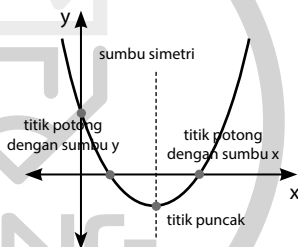
- Titik puncak:

$$x_p = -\frac{b}{2a}$$

$$y_p = -\frac{D}{4a}$$

dengan $D = b^2 - 4ac$

- Sumbu simetri: $x = x_p$
- Nilai ekstrem maksimum/minimum: $y = y_p = f(x_p)$



B. Karakteristik Grafik Fungsi Kuadrat

1. Bentuk grafik



$$a > 0$$

terbuka ke atas



$$a < 0$$

terbuka ke bawah

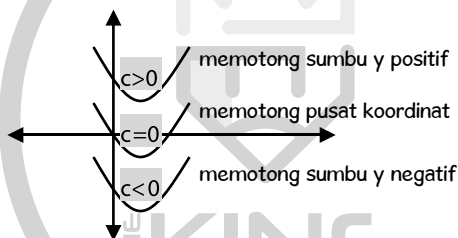


2. Titik puncak/balik

- $a > 0, b > 0$ atau $a < 0, b < 0$
titik puncak di kiri sumbu Y (sama tanda)
- $a > 0, b < 0$ atau $a < 0, b > 0$
titik puncak di kanan sumbu Y (beda tanda)
- $b = 0$ maka titik puncak/balik berada di sumbu Y

3. Titik potong terhadap sumbu Y

- $c > 0$, memotong sumbu Y di atas sumbu X (Y positif)
- $c < 0$, memotong sumbu Y di bawah sumbu X (Y negatif)
- $c = 0$, memotong pusat koordinat atau grafik melalui $(0,0)$

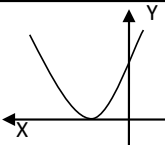
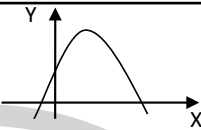
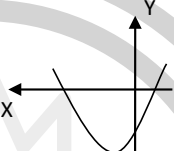
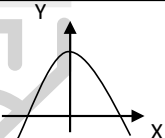


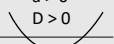
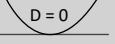
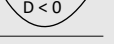
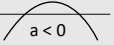
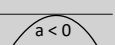

4. Hubungan grafik dan sumbu X

- $D > 0$, grafik memotong sumbu X di dua titik berbeda $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$
- $D = 0$, grafik menyinggung sumbu X hanya satu titik
- $D < 0$, grafik tidak memotong dan tidak menyinggung sumbu X

Kondisi	Bentuk grafik
$a > 0, b < 0, c > 0$, dan $D > 0$	



$a > 0, b > 0, c > 0,$ dan $D = 0$	
$a < 0, b > 0, c > 0,$ dan $D > 0$	
$a < 0, b < 0, c < 0,$ dan $D > 0$	
$a < 0, b = 0, c > 0,$ dan $D > 0$	

$a > 0$ $D > 0$ 	$a > 0$ $D = 0$ 	$a > 0$ $D < 0$ 	<ul style="list-style-type: none"> - selalu positif - definit positif - di atas sumbu x - $f(x) > 0$
$a < 0$ $D > 0$ 	$a < 0$ $D = 0$ 	$a < 0$ $D < 0$ 	<ul style="list-style-type: none"> - selalu negatif - definit negatif - di bawah sumbu x - $f(x) < 0$

C. Hubungan Grafik Fungsi Kuadrat dan Garis Lurus

Diketahui fungsi kuadrat $y = px^2 + qx + r$ dan garis lurus $y = mx + n$. Buatlah $y = y$, sehingga diperoleh bentuk persamaan kuadrat $mx + n = px^2 + qx + r$, maka diperoleh:

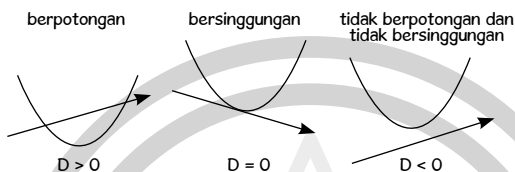
$$0 = px^2 + (q - m)x + (r - n)$$



dengan $a = p, b = q - m$ dan $c = r - n$

Hubungan yang terjadi:

- grafik memotong di dua titik berbeda, syarat: $D > 0$
- grafik menyinggung hanya di satu titik, syarat: $D = 0$
- grafik tidak memotong atau tidak menyinggung, syarat $D < 0$



D. Menentukan Fungsi Kuadrat

1. Jika grafik fungsi kuadrat memotong sumbu X di x_1 dan x_2 dan diketahui sebuah titik sebarang (x, y) .

Gunakan rumus: $y = a(x - x_1)(x - x_2)$

2. Jika diketahui titik ekstrem (p, q) dan sebuah titik sebarang (x, y) .

Gunakan rumus: $y = a(x - p)^2 + q$

3. Jika diketahui 3 buah titik sebarang.

Gunakan rumus: $y = ax^2 + bx + c$

Substitusikan 3 titik ke $y = ax^2 + bx + c$ sehingga diperoleh 3 persamaan, kemudian cari nilai a , b , dan c .



LATIHAN SOAL

1. SOAL SBMPTN 2016

Nilai konstanta positif a yang mungkin sehingga

$\frac{451}{50}$ merupakan nilai minimum dari fungsi

$f(x) = (a^2 + 1)x^2 - 2ax + 10$ untuk $x \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ adalah

- A. 7 C. 4 E. 2
B. 5 D. 3

2. SOAL SBMPTN 2015

Banyak parabola $Ax^2 + Cy = 0$ dengan A dan C dua bilangan berbeda dari $\{0, 1, 4, 16\}$ adalah

- A. 10 C. 6 E. 3
B. 8 D. 4

3. SOAL STANDAR UTBK 2019

Diketahui suatu parabola simetris terhadap garis $x = -2$, dan garis singgung parabola tersebut di titik $(0,1)$ sejajar garis $4x + y = 4$. Titik puncak parabola tersebut adalah

- A. $(-2, -3)$ C. $(-2, 0)$ E. $(-2, 5)$
B. $(-2, -2)$ D. $(-2, 1)$

4. SOAL UM UGM 2016

Diketahui parabola $y = x^2 - 4x + 6$ dipotong oleh garis l di dua titik berbeda. Jika garis l melalui titik $(3,2)$ dan mempunyai gradien m maka

- A. $-4 < m < 0$ D. $m < 1 \vee m > 4$
B. $0 < m < 4$ E. $m < -4 \vee m > 1$
C. $m < 0 \vee m > 4$



5. SOAL SIMAK UI 2019

Jika grafik fungsi kuadrat

$f(x) = (2 - a)x^2 + (a + \sqrt{2})x + a + \sqrt{2}$ selalu berada di atas sumbu- x untuk $m < a < n$, nilai $m - 5n = \dots$

- A. -8 C. -4 E. 2
B. -6 D. 0

6. SOAL SIMAK UI 2018

Jika (p, q) merupakan titik puncak grafik fungsi $f(x) = ax^2 + 2ax + a + 1$ dengan $f(a) = 19$ maka $p + 2q + 3a = \dots$

- A. 7 C. 0 E. -2
B. 6 D. -1

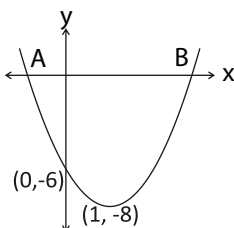
7. SOAL SBMPTN 2016

Garis singgung kurva $y = 3 - x^2$ di titik $P(-a, b)$ dan $Q(a, b)$ memotong sumbu- y di titik R. Nilai a yang membuat segitiga PQR sama sisi adalah

- A. $2\sqrt{3}$ D. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
B. $\sqrt{3}$ E. $\frac{1}{4}\sqrt{3}$
C. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

8. SOAL STANDAR UTBK 2019

Parabola berikut memotong sumbu x di A dan B. Jarak A dan B adalah



- A. 2
B. 3
C. 4
D. 5
E. 6



9. SOAL STANDAR UTBK 2019

Grafik fungsi $f(x) = ax^2 + a^2x + 4$ terbuka ke atas dan gradien garis singgung di titik berabsis 2 sejajar garis $12x - y + 5 = 0$. Titik balik $f(x)$ adalah (p,q) . Nilai dari $p^2 + q$ adalah

- A. 3 C. 5 E. 7
B. 4 D. 6

10. SOAL STANDAR UTBK 2019

Parabola $y = x^2 - 6x + 18$ digeser ke kanan sejauh a dan digeser ke bawah sejauh $6a$ satuan. Jika hasil pergeseran parabola ini memotong sumbu X di satu titik, maka nilai $6a + 5 =$

- A. -14 C. 4 E. 14
B. -4 D. 11

11. SOAL STANDAR UTBK 2019

Agar grafik fungsi $y = p + 6 + px + 2x^2$ memotong sumbu X di dua titik berbeda di sebelah kanan $O(0,0)$, maka nilai p harus $a < p < b$ atau $p > c$. Nilai $a + b + c$ adalah

- A. -4 C. 2 E. 10
B. 0 D. 8

12. SOAL STANDAR UTBK 2019

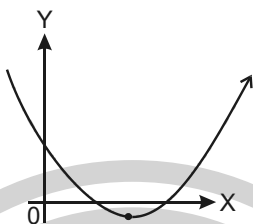
Fungsi kuadrat yang grafiknya melalui titik $(-1,2)$ dan titik tertingginya sama dengan titik terendah dari grafik $f(x) = x^2 + 4x + 7$ adalah $y = px^2 + qx + r$. Nilai dari $2p + q + r$ adalah

- A. -7 C. -3 E. 9
B. -5 D. 3



13 SOAL STANDAR UTBK 2019

Fungsi $f(x) = x^2 - px$ mempunyai grafik seperti gambar berikut.



Grafik fungsi $g(x) = x^2 + px - 5$ adalah

- A.
- B.
- C.
- D.
- E.

14 SOAL STANDAR UTBK 2019

Parabola $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ mencapai titik puncak di $(1, -2)$. Jika gradien garis singgungnya di $x = 2$ sama dengan 2, maka parabola tersebut memotong sumbu x di titik (A, B) , Nilai dari $(A+B)^2$ adalah

A. 1

C. 6

E. 16

B. 4

D. 8

15. SOAL UTBK 2019 (MATEMATIKA SOSHUM)

Diketahui grafik fungsi kuadrat f memotong garis $y = 4$ di titik $(1, 4)$ dan $(5, 4)$. Jika grafik fungsi f menyinggung sumbu X , maka grafik fungsi f memotong garis $x = 2$ di

A. $(2, -2)$ C. $(2, 0)$ E. $(2, 2)$ B. $(2, -1)$ D. $(2, 1)$ **16. SOAL STANDAR UTBK 2019**

Persamaan kuadrat $px^2 - qx + 4 = 0$ mempunyai akar-akar positif α dan β dengan $\alpha = 4\beta$. Jika grafik fungsi $f(x) = px^2 - qx + 4$ mempunyai sumbu simetri $x = \frac{5}{2}$, maka nilai p dan q masing-masing adalah

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ dan $\frac{5}{2}$

C. 1 dan 5

B. $\frac{1}{2}$ dan $\frac{5}{2}$ D. $\sqrt{2}$ dan 10

E. 2 dan 20

17. SOAL SBMPTN 2015

Diketahui titik minimum fungsi kuadrat $f(x) = x^2 + bx + c$ adalah $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}\right)$. Jika grafik fungsi tersebut melalui titik $(p, 0)$ dan $(q, 0)$, maka nilai $p^2q + pq^2 = \dots$

A. -30

C. 11

E. 30

B. -11

D. 25



PEMBAHASAN

1. PEMBAHASAN CERDIK:

Ingat-ingat!!!

Nilai maksimum/minimum:

$$y_p = f(x_p) = f\left(-\frac{B}{2A}\right) = -\frac{D}{4A}$$

$$y_p = -\frac{D}{4a}$$

$$\frac{451}{50} = -\frac{(-2a)^2 - 4(a^2 + 1) \cdot 10}{4(a^2 + 1)}$$

$$\frac{451}{50} = -\frac{4a^2 - 40a^2 - 40}{4(a^2 + 1)}$$

$$\frac{451}{50} = \frac{36a^2 + 40}{4(a^2 + 1)}$$

$$\frac{451}{50} = \frac{9a^2 + 10}{a^2 + 1}$$

$$451a^2 + 451 = 450a^2 + 500$$

$$a^2 - 49 = 0$$

$$(a + 7)(a - 7) = 0$$

$$a = -7 \text{ atau } a = 7$$

Nilai konstanta a positif, maka $a = 7$.

Jawaban: A

2. PEMBAHASAN CERDIK:

Syarat fungsi kuadrat $A \neq 0$, maka angka 0 tidak dapat digunakan untuk A . Angka 0 juga tidak dapat digunakan untuk C karena tidak akan membentuk kurva parabola.



Kemungkinannya:

A	C	Fungsi Kuadrat
1	4	$x^2 + 4y = 0$
1	16	$x^2 + 16y = 0$
4	1	$4x^2 + y = 0$
4	16	$4x^2 + 16y = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4y = 0$
16	1	$16x^2 + y = 0$
16	4	$16x^2 + 4y = 0 \Leftrightarrow 4x^2 + y = 0$

Jadi, banyak parabola yang terbentuk dari A dan C dua bilangan yang berbeda dari $\{0, 1, 4, 16\}$ adalah 4 parabola.

Jawaban: D

3. PEMBAHASAN CERDIK:

Persamaan parabola merupakan fungsi kuadrat, namun pada soal belum diketahui fungsinya.

Dimisalkan fungsi kuadratnya adalah $y = ax^2 + bx + c$, dan akan ditentukan nilai a, b, dan c.

- Parabola (fungsi kuadrat) melewati titik (0,1), sehingga:

$$y = ax^2 + bx + c \Leftrightarrow 1 = a(0)^2 + b(0) + c \Leftrightarrow 1 = c$$

- Garis singgung parabola pada titik (0,1) sejajar garis $4x + y = 4$, artinya gradien garis singgung parabola di $x = 0$ nilainya sama dengan gradien garis $4x + y = 4$.

$$m_g = -4 \text{ dan } m_g = m_p$$



$$m_p = y' = 2ax + b \Leftrightarrow -4 = 2a(0) + b \Leftrightarrow -4 = b$$

- Sumbu simetri dari parabola adalah $x = -\frac{b}{2a}$ sedangkan telah diketahui bahwa $x = -2$ dan $b = -4$, sehingga:

$$\begin{aligned} x &= -\frac{b}{2a} \\ -2 &= -\frac{-4}{2a} \\ -4a &= 4 \\ a &= -1 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan parabola (fungsi kuadrat) tersebut adalah $y = -x^2 - 4x + 1$, sehingga nilai puncaknya pada titik simetri $x = -2$, yaitu $y = -(-2)^2 - 4(-2) + 1 = -4 + 8 + 1 = 5$.
Jadi, titik puncaknya adalah $(-2, 5)$.

Jawaban: E

4. PEMBAHASAN CERDIK:

Parabola $y = x^2 - 4x + 6$ dipotong oleh garis l

- Garis l melalui titik $(3, 2)$:

$$(x, y) = (3, 2)$$

$$y = mx + c$$

$$2 = m \cdot 3 + c$$

$$2 = 3m + c$$

$$c = 2 - 3m$$

Sehingga persamaan garis l:

$$y = mx + c$$

$$y = mx + (2 - 3m) \dots(i)$$



Samakan persamaan (i) dan parabola:

$$y_1 = y_2$$

$$x^2 - 4x + 6 = mx + 2 - 3m$$

$$x^2 - 4x + 6 - mx - 2 + 3m = 0$$

$$x^2 - (m+4)x + (3m+4) = 0$$

Sehingga diperoleh: $a = 1, b = -(m+4), c = 3m+4$

- Syarat berpotongan dua titik berbeda: $D > 0$

$$D > 0$$

$$b^2 - 4ac > 0$$

$$[-(m+4)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot (3m+4) > 0$$

$$m^2 + 8m + 16 - 12m - 16 > 0$$

$$m^2 - 4m > 0$$

$$m(m-4) > 0$$

$$m < 0 \vee m > 4$$

Jadi solusinya adalah $\{m < 0 \vee m > 4\}$.

Jawaban: C

5. PEMBAHASAN CERDIK:

Oleh karena $f(x)$ ada di atas sumbu x , maka:

$$f(x) = (2-a)x^2 + (a+\sqrt{2})x + a + \sqrt{2} > 0$$

Syaratnya adalah $A > 0$ dan $D < 0$, maka:

$$(2-a) > 0 \Leftrightarrow a < 2 \text{ dan}$$

$$(a+\sqrt{2})^2 - 4(2-a)(a+\sqrt{2}) < 0$$

$$5a^2 + (6\sqrt{2} - 8)a + (2 - 8\sqrt{2}) < 0$$

Dari pertidaksamaan di atas diperoleh nilai diskriminan:

$$D = (6\sqrt{2} - 8)^2 - 4(5)(2 - 8\sqrt{2})$$

$$= 72 - 96\sqrt{2} + 64 - 40 + 160\sqrt{2} = 96 + 64\sqrt{2}$$



Sehingga:

$$\begin{aligned} m, n &= \frac{-(6\sqrt{2} - 8) \pm \sqrt{96 + 64\sqrt{2}}}{2(5)} \\ &= \frac{-(6\sqrt{2} - 8) \pm \sqrt{(64 + 32) + 2\sqrt{(32)(32)(2)}}}{2(5)} \\ &= \frac{-6\sqrt{2} + 8 \pm \sqrt{(64 + 32) + 2\sqrt{(64)(32)}}}{10} \\ &= \frac{-6\sqrt{2} + 8 \pm (\sqrt{64} + \sqrt{32})}{10} = \frac{-6\sqrt{2} + 8 \pm (8 + 4\sqrt{2})}{10} \end{aligned}$$

Didapat $m = -\sqrt{2}$ dan $n = \frac{8 - \sqrt{2}}{5}$.

Dengan demikian $m - 5n = -\sqrt{2} - 5\left(\frac{8 - \sqrt{2}}{5}\right) = -8$

Jawaban: A

6. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui (p, q) merupakan titik puncak grafik fungsi $f(x) = ax^2 + 2ax + a + 1$, dengan $f(a) = 19$ maka:

$$f(a) = 19$$

$$a \cdot a^2 + 2a \cdot a + a + 1 = 19$$

$$a^3 + 2a^2 + a - 18 = 0$$

$$(a - 2)(a^2 + 4a + 9) = 0$$

$$a = 2 \text{ atau } (a^2 + 4a + 9) = 0$$

Sehingga persamaan grafik fungsi kuadratnya adalah:

$$f(x) = 2x^2 + 4x + 3$$

(p, q) merupakan titik puncak grafik fungsi $f(x)$, maka:



$$p = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 2} = -1$$

$$q = -\frac{D}{4a} = -\frac{16 - 4 \cdot 2 \cdot 3}{4 \cdot 2} = -\frac{-8}{8} = 1$$

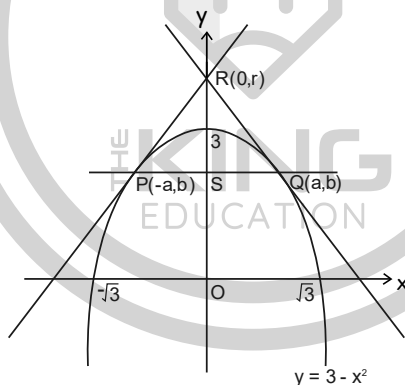
Sehingga:

$$\begin{aligned} p + 2q + 3a &= -1 + 2(1) + 3(2) \\ &= -1 + 2 + 6 \\ &= 7 \end{aligned}$$

Jawaban: A

7. PEMBAHASAN CERDIK:

Garis singgung kurva $y = 3 - x^2$ di titik $P(-a, b)$ dan $Q(a, b)$ memotong sumbu-y di titik R .
Sketsa grafiknya sebagai berikut.



Gradien garis singgung PQ yang melalui titik (a, b) adalah: $m = f'(a) = -2(a)$ (1)

Gradien PQ juga bisa dicari dengan cara lain:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{r - b}{0 - a} = \frac{r - b}{-a} \quad \text{....(2)}$$



Pastilah (1) = (2), maka berlaku:

$$-2a = \frac{r-b}{-a} \Rightarrow 2a^2 = r-b \quad \dots(3)$$

Selanjutnya perhatikan bahwa segitiga siku-siku SQR.

Pada segitiga tersebut berlaku $SQ = a$, $SR = r - b$,

Karena sama sisi, $PQ = QR = PR = 2a$

Dengan Teorema Pythagoras, diperoleh:

$$\begin{aligned}(r-b)^2 + (a)^2 &= (2a)^2 \\ \Rightarrow (r-b)^2 &= 3a^2 \text{ [Kedua ruas diakar kuadrat]} \\ \Rightarrow (r-b) &= \sqrt{3} a \quad \dots(4)\end{aligned}$$

$$\text{Dari (3) dan (4) diperoleh } 2a^2 = \sqrt{3} a \Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Jawaban: C

8. PEMBAHASAN CERDIK:

Persamaan dari kurva dengan titik puncak (1,-8) adalah:

$$y = a(x-1)^2 - 8$$

Kurva melalui titik (0,-6), sehingga:

$$-6 = a(0-1)^2 - 8 \Rightarrow a = 2$$

Jadi, persamaan kurvanya:

$$\begin{aligned}y &= 2(x-1)^2 - 8 \\ \Rightarrow y &= 2x^2 - 4x + 2 - 8 \\ \Rightarrow y &= 2x^2 - 4x - 6 \\ \Rightarrow y &= x^2 - 2x - 3\end{aligned}$$

Titik A dan B merupakan titik potong kurva pada sumbu x, maka $y = 0$,

$$\begin{aligned}\Rightarrow 0 &= x^2 - 2x - 3 \\ \Rightarrow 0 &= (x+1)(x-3)\end{aligned}$$



$$x_A = -1 \text{ atau } x_B = 3$$

Jadi, jarak A dan B adalah $3 - (-1) = 4$

Jawaban: C

9. PEMBAHASAN CERDIK:

Fungsi $f(x) = ax^2 + a^2x + 4$ terbuka ke atas, berarti nilai dari $a > 0$.

Gradien garis singgung $f(x) = f'(x) = 2ax + a^2$

Di titik berabsis $(x) = 2$, maka $f'(2) = 4a + a^2$

Karena garis singgung sejajar dengan garis $12x - y + 5 = 0$ (bergradien 12), sehingga:

$$f'(2) = 12$$

$$\Rightarrow 4a + a^2 = 12$$

$$\Rightarrow a^2 + 4a - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (a + 6)(a - 2) = 0$$

$a = -6$ (tidak memenuhi) atau $a = 2$

Sehingga, $f(x) = 2x^2 + 4x + 4$

Sehingga titik balik $f(x)$ adalah:

$$\left(\frac{-b}{2a}, \frac{D}{-4a} \right) = \left(\frac{-4}{2 \cdot 2}, \frac{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}{-4 \cdot 2} \right) = (-1, 2)$$

Diperoleh: $p = -1$ dan $q = 2$

$$p^2 + q = (-1)^2 + 2 = 1 + 2 = 3$$

Jawaban: A

10. PEMBAHASAN CERDIK:

Parabola $y = x^2 - 6x + 18$ digeser ke kanan sejauh a dan digeser ke bawah sejauh $6a$ satuan, artinya koordinat suatu titik (x, y) berubah menjadi $(x+a, y-6a)$.



Persamaan parabolanya menjadi:

$$y - 6a = (x + a)^2 - 6(x + a) + 18$$

$$y - 6a = x^2 + 2ax + a^2 - 6x - 6a + 18$$

$$y = x^2 + 2ax - 6x + a^2 + 18$$

$$y = x^2 + (2a - 6)x + a^2 + 18$$

Memotong sumbu X ($y = 0$) di satu titik, berarti $D = 0$.

$$x^2 + (2a - 6)x + a^2 + 18 = 0$$

Sehingga:

$$D = 0$$

$$(2a - 6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a^2 + 18) = 0$$

$$4a^2 - 24a + 36 - 4a^2 - 72 = 0$$

$$-24a = 36$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

$$\text{Maka diperoleh: } 6a + 5 = 6\left(-\frac{3}{2}\right) + 5 = -9 + 5 = -4$$

Jawaban: B

11. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui fungsi kuadrat $y = p + 6 + px + 2x^2$.

Memotong sumbu X di dua titik berbeda, maka $D > 0$.

$$p^2 - 4 \cdot 2 \cdot (p + 6) > 0$$

$$p^2 - 8p - 48 > 0$$

$$(p + 4)(p - 12) > 0$$

$$p < -4 \text{ atau } p > 12$$

Misal grafik fungsi y memotong sumbu X di $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$ di sebelah kanan $O(0, 0)$, maka:

$$x_1 + x_2 > 0$$

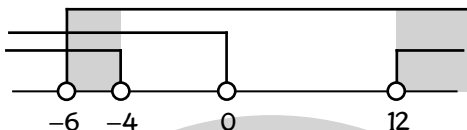
$$\frac{-p}{2} > 0 \Rightarrow p < 0$$



$$x_1 x_2 > 0$$

$$\frac{p+6}{2} > 0 \Rightarrow p > -6$$

Sehingga diperoleh:



$$-6 < p < -4 \text{ atau } p > 12$$

$$\text{Maka: } a + b + c = -6 + (-4) + 12 = 2$$

Jawaban: C

12 PEMBAHASAN CERDIK:

Titik terendah dari $f(x) = x^2 + 4x + 7$ adalah:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$$

$$y = (-2)^2 + 4(-2) + 7 = 3$$

Sehingga titik terendahnya adalah $(-2, 3)$.

Misal: $g(x)$ adalah grafik yang melalui titik $(-1, 2)$ dan titik tertingginya (puncak) di $(-2, 3)$, maka:

$$g(x) = a(x - x_p)^2 + y_q$$

$$\Rightarrow g(x) = a(x + 2)^2 + 3 \text{ (melalui titik } (-1, 2))$$

$$\Rightarrow 2 = a(-1 + 2)^2 + 3$$

$$\Rightarrow 2 = a + 3$$

$$\Rightarrow a = -1$$

Jadi,

$$g(x) = -1(x + 2)^2 + 3$$

$$= -x^2 - 4x - 4 + 3$$

$$= -x^2 - 4x - 1$$

Maka:

$$p = -1, q = -4, \text{ dan } r = -1$$



$$2p + q + r = 2(-1) + (-4) + (-1) = -7$$

Jawaban: A

13 PEMBAHASAN CERDIK:

(i) Analisis grafik $f(x) = x^2 - px$

Puncak di kanan sumbu Y $\Rightarrow ab < 0$

$$1(-p) < 0$$

$$p > 0$$

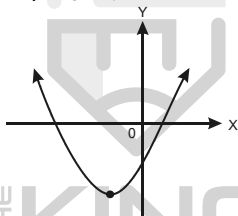
(ii) Analisis grafik $g(x) = x^2 + px - 5$

$a = 1 > 0 \Rightarrow$ membuka ke atas

$c = -5 < 0 \Rightarrow$ memotong sumbu Y negatif

$a \cdot b = 1 \cdot p > 0 \Rightarrow$ puncak di kiri sumbu Y

Jadi, bentuk kurva yang tepat adalah



Jawaban: B

14 PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui parabola dengan puncak $(1, -2)$, maka persamaan parabolanya adalah:

$$y = a(x - 1)^2 - 2 \Rightarrow y = ax^2 - 2ax - 1$$

Gradien garis singgung di $x = 2$ adalah 2, maka:

$$m = y' = 2ax - 2a$$

$$\Rightarrow 2 = 2ax - 2a$$

$$x = 2 \Rightarrow 2 = 4a - 2a \Rightarrow a = 1$$

Sehingga persamaan parabolanya adalah $y = x^2 - 2x - 1$



Titik potong pada sumbu x , ketika $y=0 \Rightarrow 0 = x^2 - 2x - 1$

Mencari nilai x dengan rumus abc,

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} \\&= \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}\end{aligned}$$

Sehingga titik potong pada sumbu x adalah:

$$(1 + \sqrt{2}, 0) \text{ dan } (1 - \sqrt{2}, 0)$$

$$\text{Jadi, nilai dari } (A + B)^2 = (1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2})^2 = 2^2 = 4$$

Jawaban: B

15 PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui grafik fungsi kuadrat f memotong garis $y = 4$ di titik $(1, 4)$ dan $(5, 4)$, sehingga:

$$\text{Sumbu simetri} = x_p = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3$$

Grafik fungsi f menyinggung sumbu X , maka $y_p = 0$.

Diperoleh:

$$y = a(x - x_p)^2 + y_p$$

$$y = a(x - 3)^2 + 0$$

$$y = a(x - 3)^2$$

Karena grafik f melalui titik $(5, 4)$, maka:

$$4 = a(5 - 3)^2$$

$$4 = 4a$$

$$a = 1$$

Persamaan fungsi kuadratnya adalah $y = (x - 3)^2$



Grafik f memotong garis $x = 2$, sehingga:

$$y = (x - 3)^2 = (2 - 3)^2 = 1$$

Diperoleh titik potong $(2, 1)$.

Jawaban: D

16 PEMBAHASAN CERDIK:

- $px^2 - qx + 4 = 0$

Hasil kali akar-akar:

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

$$4 \cdot \beta = \frac{4}{p}$$

$$\beta = \frac{1}{p}$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{p}} \text{ maka } \alpha = \frac{4}{\sqrt{p}}$$

Hasil jumlahan akar-akar:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\frac{4}{\sqrt{p}} + \frac{1}{\sqrt{p}} = \frac{q}{p}$$

$$\frac{5}{\sqrt{p}} = \frac{q}{p}$$

$$q = 5\sqrt{p}$$

- $f(x) = px^2 - qx + 4$

Sumbu simetri: $x = -\frac{b}{2a}$



$$\frac{5}{2} = \frac{q}{2p}$$

$$5p = q$$

$$5p = 5\sqrt{p}$$

$$\sqrt{p} = 1$$

$$p = 1 \dots (ii)$$

Substitusi $q = 5\sqrt{p} = 5.1 = 5$

Nilai p dan q adalah 1 dan 5.

Jawaban: C

17. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui fungsi kuadrat $f(x) = x^2 + bx + c$

Titik minimum $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

$$\bullet \quad x_p = -\frac{b}{2a}$$

$$\frac{5}{2} = -\frac{b}{2}$$

$$b = -5$$

Substitusi titik minimum $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ dan $b = -5$ ke

$f(x) = x^2 + bx + c$ diperoleh:

$$-\frac{1}{4} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + (-5)\left(\frac{5}{2}\right) + c$$

$$-\frac{1}{4} = \frac{25}{4} - \frac{25}{2} + c$$



$$-\frac{1}{4} = \frac{25-50}{4} + c$$

$$\frac{24}{4} = c$$

$$c = 6$$

$$\text{Maka } f(x) = x^2 - 5x + 6$$

- Memotong sumbu X ($y = 0$)

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$x = 2 \text{ atau } x = 3$$

Dengan $p = 2$ dan $q = 3$, maka:

$$p^2q + pq^2 = 2^2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 = 12 + 18 = 30$$

Jawaban: E

THE KING
EDUCATION



1. Group Belajar UTBK GRATIS)

Via Telegram, Quis Setiap Hari, Drilling Soal Ribuan, Full Pembahasan Gratis. Link Group: t.me/theking_utbk

2. Instagram Soal dan Info Tryout UTBK

[@theking.education](https://www.instagram.com/theking.education)

[@video.trik_tpa_tps](https://www.instagram.com/video.trik_tpa_tps)

[@pakarjurusan.ptn](https://www.instagram.com/pakarjurusan.ptn)

3. DOWNLOAD BANK SOAL

www.edupower.id

www.theking-education.id

4. TOKO ONLINE ORIGINAL

SHOPEE, nama toko: [forumedukasiofficial](https://www.shopee.co.id/forumedukasiofficial)

5. Katalog Buku

www.bukuedukasi.com

WA Layanan Pembaca:
0878-397-50005



@theking.education