

# FUNGSI, KOMPOSISI FUNGSI, DAN FUNGSI INVERS



## A. Definisi Fungsi

Suatu fungsi dari himpunan A ke himpunan B didefinisikan sebagai suatu relasi dengan ketentuan setiap anggota A dipasangkan dengan tepat satu anggota B, ditulis  $f: A \rightarrow B$

- Himpunan A disebut daerah asal atau domain.

Syarat domain agar fungsi terdefinisi:

- $y = \sqrt{f(x)}$

Syarat:  $f(x) \geq 0$

- $y = \sqrt{\frac{f(x)}{g(x)}}$

Syarat:  $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$  dan  $g(x) \neq 0$

- $y = \frac{f(x)}{g(x)}$

Syarat:  $g(x) \neq 0$

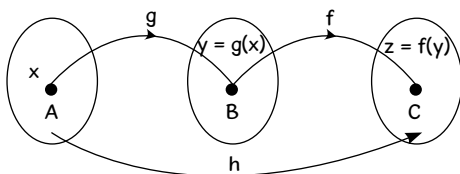
- $y = {}^a \log b$

Syarat:  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$

- Himpunan B disebut daerah kawan atau kodomain.
- Himpunan bagian B yang berpasangan dengan A disebut daerah hasil atau range.



## B. Komposisi Fungsi



$g: A \rightarrow B$ , maka  $y = g(x)$

$f: B \rightarrow C$ , maka  $z = f(y)$

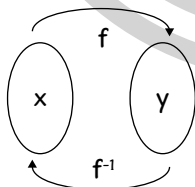
**Sifat-sifat fungsi komposisi:**

- Tidak komutatif:  $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$
- Asosiatif:  $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h = f \circ g \circ h$
- Mempunyai identitas  $I$ , yaitu fungsi identitas di mana  $I(x) = x : I \circ f = f \circ I, f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$
- Fungsi invers komposisi:  $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

## C. Fungsi Invers

Suatu fungsi  $f: A \rightarrow B$  mempunyai fungsi invers  $f^{-1}: B \rightarrow A$ , jika  $A$  dan  $B$  berkorespondensi satu-satu.

Sehingga jika  $f(x) = y$ , maka  $f^{-1}(y) = x$ .



Fungsi invers berlaku:

$$f(a) = b$$

$$f^{-1}(b) = a$$

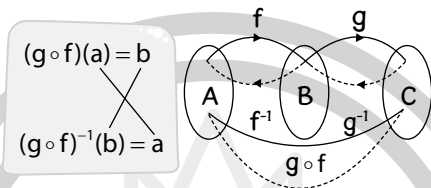
Secara grafis  $f^{-1}$  adalah hasil pencerminan  $f(x)$  terhadap garis  $y = x$ .

## D. Invers Fungsi Komposisi

Bila  $f: A \rightarrow B$  dan  $g: B \rightarrow C$ , maka

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$$

Invers dari fungsi komposisi berlaku:



- $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$
- $(g \circ f)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1})(x)$
- $f(x) = ax + b$  maka  $f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$
- $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$  maka  $f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$
- $f(x) = ax^2 + bx + c$  maka  $f^{-1}(x) = \frac{-b \pm \sqrt{4ax + D}}{2a}$
- $f(x) = a^{px \pm q}$  maka  $f^{-1}(x) = \frac{{}^a \log x \pm q}{p}$
- $f(x) = {}^a \log(px \pm q)$  maka  $f^{-1}(x) = \frac{a^x \pm q}{p}$



# LATIHAN SOAL

## 1. SOAL STANDAR UTBK

Diketahui  $f(x) = \frac{1-x}{x}$  untuk setiap bilangan real  $x \neq 0$ . Jika  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  adalah suatu fungsi sehingga  $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2x + 1$ , maka fungsi invers  $g^{-1}(x) = \dots$

- A.  $\frac{x-3}{x+1}$  D.  $\frac{3-x}{x-1}$   
B.  $\frac{x-3}{x-1}$  E.  $\frac{x-1}{3-x}$   
C.  $\frac{x+1}{x-1}$

## 2. SOAL STANDAR UTBK

Jika  $f(2x+4) = x$  dan  $g(3-x) = x$ , maka nilai  $f(g(1)) + g(f(2))$  sama dengan ....

- A. 2 C. 4 E. 6  
B. 3 D. 5

## 3. SOAL STANDAR UTBK

Diberikan fungsi  $f$  memenuhi persamaan  $3f(-x) + f(x-3) = x+3$  untuk setiap bilangan real  $x$ . Nilai  $8f(-3)$  adalah ....

- A. 24 C. 20 E. 15  
B. 21 D. 16



4. SOAL STANDAR UTBK

Jika  $F\left(\frac{8}{\sqrt{1+\sqrt{x}}}\right) = x$  dengan  $x \geq 0$ , maka  $F(4) = \dots$

- A. 36                      C. 16                      E. 4  
B. 25                      D. 9

5. SOAL UTBK 2019 (MATEMATIKA SOSHUM)

Jika  $f(2x) = -\frac{1}{x+2}$  dan  $f^{-1}\left(\frac{2}{a}\right) = 3a$ , maka  $a = \dots$

- A. -2                      C. 0                      E. 2  
B. -1                      D. 1

6. SOAL UTBK 2019 (MATEMATIKA SOSHUM)

Jika  $f(x) = 3x + a$  dan  $(f \circ f)(x) = 9x + a + 3$ , maka  $f(a) = \dots$

- A. 2                      C. 4                      E. 6  
B. 3                      D. 5

7. SOAL STANDAR UTBK

Diketahui  $f(x) = 2^{3x+1}$  dan  $g(t) = {}^2\log t + 3$ .

Jika  $(f^{-1} \circ g^{-1})(p) = 2$ , maka  $g(p + 6) = \dots$

- A. 4                      C. 6                      E. 8  
B. 5                      D. 7

8. SOAL STANDAR SIMAK UI

Diketahui  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$  dan  $g(x) = 3x$ . Jumlah semua nilai

$x$  yang mungkin sehingga  $f(g(x)) = g(f(x))$  adalah ....

- A.  $-\frac{4}{3}$                       C.  $\frac{3}{4}$                       E. 2  
B.  $-\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{4}{3}$



9. SOAL STANDAR UTBK

$$\text{Diketahui } f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{untuk } x \leq -1 \\ x^2 + 2x + 3 & \text{untuk } -1 < x \leq 3 \\ 28 - 5x & \text{untuk } x > 3 \end{cases}$$

Maka  $[f\{f(f(-2))\}] = \dots$

- A. -3                      C. 1                      E. 3  
B. -2                      D. 2

10. SOAL STANDAR UTBK

Diketahui  $f(x) = \frac{x+1}{x}, x \neq 0$  dan  $f^{-1}$  adalah invers  $f$ . Jika  $k$  adalah banyaknya faktor prima dari 210,  $f^{-1}(k) = \dots$

- A.  $\frac{1}{5}$                       C.  $\frac{1}{3}$   
B.  $\frac{1}{4}$                       D. 3  
E. 4

11. SOAL UM UGM 2019

Diketahui fungsi  $f$  dan  $g$  dengan  $f(x) = (2x+1)^5$  dan  $h = f \circ g$ . Jika  $g(5) = -1$  dan  $g'\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 2x+2$ , maka  $h'(5) = \dots$

- A. 10                      C. 50                      E. 120  
B. 25                      D. 60



# PEMBAHASAN

## 1. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui  $f(x) = \frac{1-x}{x}$  dan  $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2x + 1$

$$g(f(x)) = 2x + 1 \Rightarrow g\left(\frac{1-x}{x}\right) = 2x + 1$$

Misalkan:

$$p = \frac{1-x}{x}$$

$$px = 1 - x$$

$$px + x = 1$$

$$x(p+1) = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{p+1}$$

Sehingga:

$$\begin{aligned} g(p) &= 2\left(\frac{1}{p+1}\right) + 1 \\ &= \frac{2+p+1}{p+1} = \frac{p+3}{p+1} \end{aligned}$$

$$g(x) = \frac{x+3}{x+1} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{-x+3}{x-1} = \frac{3-x}{x-1}$$

Jawaban: D

## 2. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui  $f(2x+4) = x$  dan  $g(3-x) = x$ ,

$$f(2x+4) = x$$

$$f(x) = \frac{x-4}{2}$$



dan

$$g(3-x) = x$$

$$g(x) = 3-x$$

Sehingga:

$$\begin{aligned} f(g(1)) + g(f(2)) &= f(2) + g(-1) \\ &= \frac{2-4}{2} + 3 - (-1) \\ &= -1 + 3 + 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Jawaban: B

### 3. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui persamaan  $3f(-x) + f(x-3) = x+3$  untuk setiap bilangan real  $x$ .

- Jika  $x = 0$ , maka diperoleh  $3f(0) + f(-3) = 3$  ...(i)
- Jika  $x = 3$ , maka diperoleh:

$$3f(-3) + f(0) = 6 \Rightarrow f(0) = 6 - 3f(-3) \text{ ...(ii)}$$

Substitusi persamaan (ii) ke persamaan (i) diperoleh:

$$3(6 - 3f(-3)) + f(-3) = 3$$

$$18 - 9f(-3) + f(-3) = 3$$

$$-8f(-3) = -15 \Rightarrow 8f(-3) = 15$$

Jawaban: E

### 4. PEMBAHASAN CERDIK:

$$\text{Diketahui } F\left(\frac{8}{\sqrt{1+\sqrt{x}}}\right) = x$$





Karena yang ditanyakan adalah  $F(4)$ , maka:

$$\frac{8}{\sqrt{1+\sqrt{x}}} = 4$$

$$8 = 4\sqrt{1+\sqrt{x}}$$

$$2 = \sqrt{1+\sqrt{x}}$$

$$4 = 1 + \sqrt{x}$$

$$3 = \sqrt{x} \Rightarrow x = 9$$

Maka:

$$F\left(\frac{8}{\sqrt{1+\sqrt{9}}}\right) = 9 \Rightarrow F(4) = 9$$

Jawaban: D

#### 5. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui  $f(2x) = -\frac{1}{x+2}$  dan  $f^{-1}\left(\frac{2}{a}\right) = 3a$ , maka:

$$f(2x) = -\frac{1}{x+2}$$

$$\text{Misal: } y = 2x \Rightarrow x = \frac{y}{2}$$

$$f(y) = -\frac{1}{\frac{y}{2}+2} = -\frac{1}{\frac{y+4}{2}} = \frac{-2}{y+4}$$

$$f(x) = \frac{-2}{x+4}$$

**Ingat!!**

Jika  $f(x) = y$ , maka  $f^{-1}(y) = x$ .



Sehingga:

$$f^{-1}\left(\frac{2}{a}\right) = 3a$$

$$f(3a) = \frac{2}{a}$$

$$\frac{-2}{3a+4} = \frac{2}{a}$$

$$6a+8 = -2a$$

$$8a = -8 \Rightarrow a = -1$$

Jawaban: B

6. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui:  $f(x) = 3x + a$  dan  $(f \circ f)(x) = 9x + a + 3$ ,

$$(f \circ f)(x) = 9x + a + 3$$

$$f(f(x)) = 9x + a + 3$$

$$f(3x + a) = 9x + a + 3$$

$$3(3x + a) + a = 9x + a + 3$$

$$9x + 3a + a = 9x + a + 3$$

$$3a = 3$$

$$a = 1$$

Sehingga diperoleh:

$$f(a) = 3a + a = 4a$$

$$f(1) = 4(1) = 4$$

Jawaban: C

7. PEMBAHASAN CERDIK:

Ingat-ingat!

$${}^a\log b = c \Rightarrow a^c = b$$



Diketahui:

$$\bullet \quad f(x) = 2^{3x+1} \Rightarrow y = 2^{3x+1}$$

$$\Rightarrow {}^2\log y = 3x + 1$$

$$\Rightarrow {}^2\log y - 1 = 3x \Rightarrow \frac{1}{3}({}^2\log y - 1) = x$$

$$\text{Sehingga, } f^{-1}(x) = \frac{1}{3}({}^2\log x - 1)$$

$$\bullet \quad g(t) = {}^2\log t + 3 \Rightarrow y = {}^2\log t + 3$$

$$\Rightarrow y - 3 = {}^2\log t \Rightarrow 2^{y-3} = t$$

$$\text{Sehingga, } g^{-1}(t) = 2^{t-3}$$

$$\text{Jika, } (f^{-1} \circ g^{-1})(p) = 2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(g^{-1}(p)) = 2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(2^{p-3}) = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}({}^2\log 2^{p-3} - 1) = 2$$

$$\Rightarrow (p - 3 - 1) = 6 \Rightarrow p = 10$$

Jadi, nilai dari

$$g(p+6) = g(16) = {}^2\log 16 + 3 = {}^2\log 2^4 + 3 = 4 + 3 = 7$$

**Jawaban: D**

## 8. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui:

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1} \quad \text{dan} \quad g(x) = 3x$$

$$f(g(x)) = g(f(x))$$



$$\Rightarrow f(3x) = g\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{3x-1}{3x+1} = 3\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{3x-1}{3x+1} = \frac{3x-3}{x+1}$$

$$\Rightarrow (3x-1)(x+1) = (3x+1)(3x-3)$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 9x^2 - 6x - 3 \Rightarrow -6x^2 + 8x + 2 = 0$$

Jadi, jumlah semua nilai  $x$  yang mungkin adalah:

$$\frac{b}{a} = \frac{8}{-6} = \frac{4}{3}$$

Jawaban: D

#### 9. PEMBAHASAN CERDIK:

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{untuk } x \leq -1 \\ x^2 + 2x + 3 & \text{untuk } -1 < x \leq 3 \\ 28 - 5x & \text{untuk } x > 3 \end{cases}$$

Mencari nilai dari  $[f\{f(f(-2))\}]$ :

$$f(-2) = -2 + 3 = 1, \text{ kemudian}$$

$$f(1) = 1^2 + 2(1) + 3 = 6, \text{ lalu}$$

$$f(6) = 28 - 5(6) = -2$$

$$\text{Jadi, nilai dari } [f\{f(f(-2))\}] = -2$$

Jawaban: B

#### 10. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui  $f(x) = \frac{x+1}{x}, x \neq 0$  dan  $f^{-1}$  adalah invers  $f$ .

Faktor prima dari 210 adalah 2, 3, 5, dan 7.



Sehingga  $k = 4$ .

Maka:

$$f(x) = \frac{x+1}{x} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{x-1}, x \neq 1$$

$$f^{-1}(4) = \frac{1}{4-1} = \frac{1}{3}$$

Jawaban: C

11. PEMBAHASAN CERDIK:

$$f(x) = (2x+1)^5 \Rightarrow f'(x) = 10(2x+1)^4$$

Mencari nilai  $g'(5)$ .

$$g\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 2x+2$$

$$\frac{x+1}{x-1} = 5$$

$$x+1 = 5x-5$$

$$6 = 4x$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$g'\left(5\right) = 2\left(\frac{3}{2}\right) + 2 = 5$$

Selanjutnya:  $h = f \circ g = f(g(x))$

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

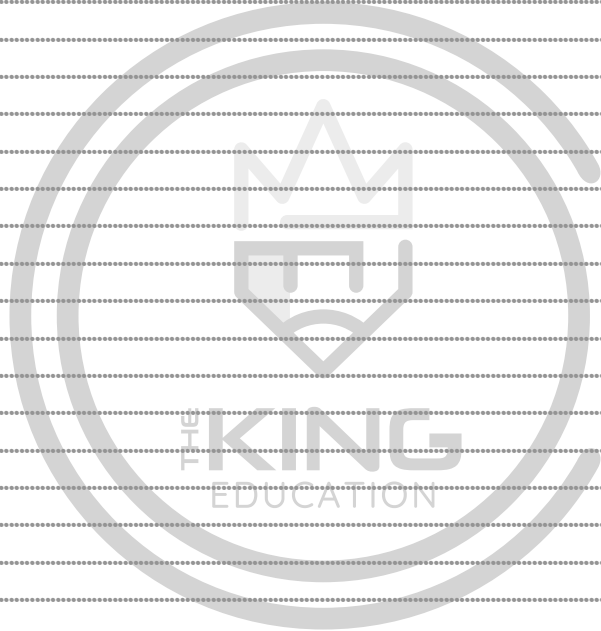
$$h'(5) = f'(-1) \cdot g'(5)$$

$$= 10(-2+1)^4 \cdot 5 = 50$$

Jawaban: C



## Catatan



## 1. Group Belajar UTBK GRATIS)

Via Telegram, Quis Setiap Hari, Drilling Soal Ribuan, Full Pembahasan Gratis. Link Group: [t.me/theking\\_utbk](https://t.me/theking_utbk)

## 2. Instagram Soal dan Info Tryout UTBK

[@theking.education](https://www.instagram.com/theking.education)

[@video.trik\\_tpa\\_tps](https://www.instagram.com/video.trik_tpa_tps)

[@pakarjurusan.ptn](https://www.instagram.com/pakarjurusan.ptn)

## 3. DOWNLOAD BANK SOAL

[www.edupower.id](http://www.edupower.id)

[www.theking-education.id](http://www.theking-education.id)

## 4. TOKO ONLINE ORIGINAL

SHOPEE, nama toko: [forumedukasiofficial](https://www.shopee.co.id/forumedukasiofficial)

## 5. Katalog Buku

[www.bukuedukasi.com](http://www.bukuedukasi.com)

WA Layanan Pembaca:  
0878-397-50005



@theking.education