

TRIGONOMETRI



A. Satuan Sudut dan Koordinat Titik Polar

1. Satuan Sudut

Sudut $\frac{1}{2}$ putaran = $180^\circ = \pi$ radian

Sudut 1 putaran = $360^\circ = 2\pi$ radian

Nilai pendekatan $\pi = 3,14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$

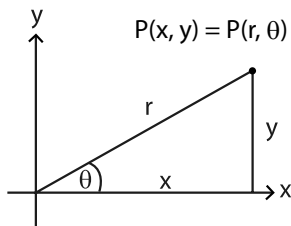
$$1^\circ \approx \frac{2\pi}{360} \text{ radian} = \frac{6,28}{360} \text{ radian} = 0,0017 \text{ radian}$$

$$1 \text{ radian} = \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{180^\circ}{3,14} \approx 57,3^\circ \text{ atau } 57^\circ 18'$$

Rumus untuk mengubah satuan derajat ke radian dan sebaliknya adalah:

$$\theta^\circ = \left(\theta \times \frac{\pi}{180} \right) \quad \text{dan} \quad p \text{ radian} = \left(p \times \frac{180}{\pi} \right)^\circ$$

2. Koordinat Titik Polar



Letak suatu titik P dalam koordinat Cartesius dapat diubah ke koordinat kutub, atau sebaliknya dengan menggunakan hubungan:

$$P(x, y) \rightarrow p(r, \theta^\circ)$$

dengan: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

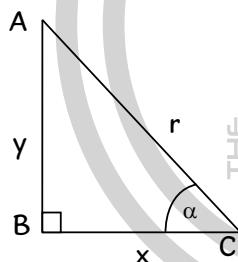
$$\theta^\circ \text{ ditentukan dari } \tan \theta^\circ = \frac{y}{x}$$

$$P(r, \theta^\circ) \rightarrow P(x, y)$$

dengan: $x = r \cos \theta^\circ$ dan $y = r \sin \theta^\circ$

Jadi, dapat dituliskan $P(r \cos \theta^\circ, r \sin \theta^\circ)$

B. Rumus Perbandingan Trigonometri



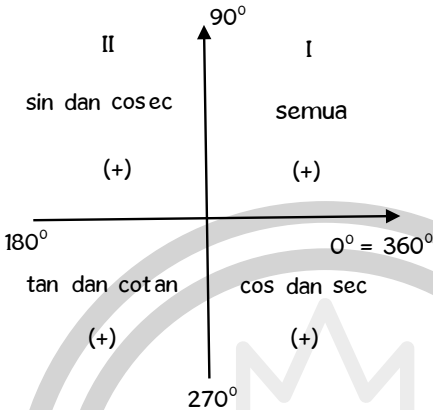
$$\sin \alpha = \frac{\text{De}}{\text{Mi}} = \frac{y}{r}, \text{ cosec } \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{r}{y}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Sa}}{\text{Mi}} = \frac{x}{r}, \text{ sec } \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{r}{x}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{De}}{\text{Sa}} = \frac{y}{x}, \text{ cotan } \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{x}{y}$$



C. Rumus Sudut yang Berelasi



Untuk menentukan nilai fungsi trigonometri sudut istimewa yang lebih dari 90° dapat digunakan rumusan relasi kuadran di bawah ini.

$$\text{Sudut} = (\alpha \pm k \cdot 90)$$

dengan ketentuan:

- k genap, maka fungsi tetap:
 $\sin \Rightarrow \sin$
 $\cos \Rightarrow \cos$
 $\tan \Rightarrow \tan$
- k ganjil, maka fungsi berubah:
 $\sin \Rightarrow \cos$
 $\cos \Rightarrow \sin$
 $\tan \Rightarrow \cotan$

Tanda negatif dan positif tergantung kuadran fungsi asal.



$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan(90^\circ + \alpha) = \cot \alpha$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(180^\circ + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\sin(270^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos(270^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan(270^\circ - \alpha) = \cot \alpha$$

$$\sin(270^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos(270^\circ + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(270^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$$

$$\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(360^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(360^\circ - \alpha) = \tan \alpha$$

$$\sin(360^\circ + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(360^\circ + \alpha) = \cos \alpha$$

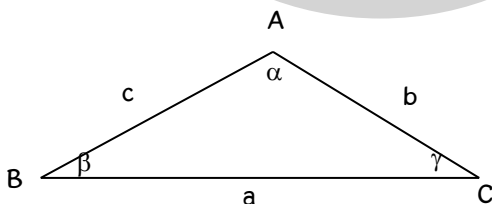
$$\tan(360^\circ + \alpha) = \tan \alpha$$

D. Rumus-rumus Trigonometri pada Segitiga

1. Segitiga siku-siku

- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha$

2. Segitiga sembarang



- **Aturan sinus**

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

- **Aturan kosinus**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos \gamma$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2.b.c}$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2.a.c}$$

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2.a.b}$$

- **Luas segitiga**

$$L = \frac{1}{2}.a.b.\sin C = \frac{1}{2}.b.c.\sin A = \frac{1}{2}.a.c.\sin B$$

E. Rumus-rumus Trigonometri

1. Jumlah dan Selisih Dua Sudut

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$



2. Sudut Rangkap

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$= 2 \cos^2 \alpha - 1$$

3. Penjumlahan dan Pengurangan Sinus dan Cosinus

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

4. Perkalian Sinus dan Cosinus

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$$

$$2 \cos \alpha \sin \beta = \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$$

$$2 \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$

$$-2 \sin \alpha \sin \beta = \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$$

F. Persamaan Trigonometri

1. Persamaan Umum

- $\sin x = \sin \alpha$

Solusi:

$$x = \alpha + k.360^\circ$$

$$x = (180^\circ - \alpha) + k.360^\circ$$



- $\cos x = \cos \alpha$

Solusi:

$$x = \alpha + k.360^\circ$$

$$x = -\alpha + k.360^\circ$$

- $\tan x = \tan \alpha$

Solusi:

$$x = \alpha + k.180^\circ$$

2. Bentuk $a \sin x + b \cos x = c$ diubah menjadi $k \cos(x - \alpha)$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

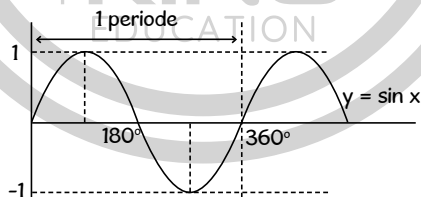
$$k = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

G. Grafik Fungsi Trigonometri

Grafik dari fungsi dasar trigonometri adalah sebagai berikut.

- $y = \sin x$



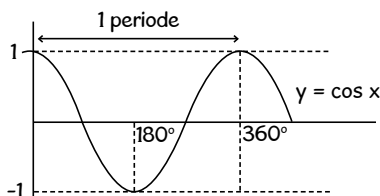
$$y \text{ maksimum} = 1$$

$$y \text{ minimum} = -1$$

$$\text{satu periode} = 360^\circ$$



● $y = \cos x$

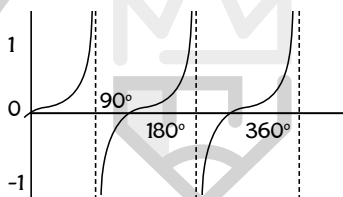


y maksimum = 1

y minimum = -1

satu periode = 360°

● $y = \tan x$



y maksimum = ∞

y minimum = $-\infty$

satu periode = 180°

H. Pertidaksamaan Trigonometri

Bentuk dasar:

$\sin x \geq a$	$\sin x \leq a$
$\cos x \geq a$	$\cos x \leq a$
$\text{tg } x \geq a$	$\text{tg } x \leq a$

Solusi:

1. Nolkan ruas kanan.
2. Buat bentuk pertidaksamaan kuadrat, kemudian faktorkan.
3. Selesaikan dengan menggunakan garis bilangan.

LATIHAN SOAL

1. SOAL UTBK 2019

Diketahui system persamaan:

$$\begin{cases} \cos 2x + \cos 2y = \frac{2}{5} \\ \sin x = 2 \sin y \end{cases}$$

untuk $x > 0$ dan $y > \pi$

Nilai $3 \sin x - 5 \sin y = \dots$

A. $-\frac{3}{5}$

D. $\frac{2}{5}$

B. $-\frac{2}{5}$

E. $\frac{3}{5}$

C. 0

2. SOAL UTBK 2019

Diketahui sistem persamaan:

$$\begin{cases} \sin(x+y) = 1 + \frac{1}{5} \cos y \\ \sin(x-y) = -1 + \cos y \end{cases}$$

dengan $0 < y < \frac{\pi}{2}$. Maka $\cos 2x = \dots$

A. $\frac{7}{25}$

C. $-\frac{7}{25}$

E. $-\frac{17}{25}$

B. $\frac{7}{24}$

D. $-\frac{7}{24}$



3. SOAL UTBK 2019

Jika $x + y = 2 \sin a - \cos b$ dan $x - y = 2 \cos a + \sin b$, maka nilai minimum $x^2 + y^2$ adalah

- A. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ E. $\frac{9}{2}$
B. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{7}{2}$

4. SOAL SBMPTN 2018

Himpunan semua bilangan real x pada selang $[0, 2\pi]$ yang memenuhi $2 - 2\sin^2 x \leq \sqrt{3} \cos x$ berbentuk $[a, b] \cup [c, d]$. Nilai $a + b + c + d$ adalah

- A. 3π C. 4π E. 5π
B. $3\frac{1}{2}\pi$ D. $4\frac{1}{2}\pi$

5. SOAL SBMPTN 2018

Jika nilai maksimum dan minimum fungsi $f(x) = k \sin(x) + c$ berturut-turut adalah 7 dan 3, maka nilai maksimum $g(x) = 2k \cos(x) + 5c$ adalah

- A. 7 C. 14 E. 29
B. 10 D. 20

6. SOAL SBMPTN 2017

Diketahui persamaan

$$\sec \theta \left(\sec \theta (\sin \theta)^2 + \frac{2}{3} \sqrt{3} \sin \theta \right) = 1.$$

Jika $\tan \theta_1$ dan $\tan \theta_2$ adalah solusi dari persamaan tersebut, maka $\tan \theta_1 \cdot \tan \theta_2 = \dots$

- A. -1 C. 0 E. 1
B. -0,5 D. 0,5



7. **SOAL SIMAK UI 2019**

Jika $\frac{3 \cos^2(2\pi - x) - 2 \sin(\pi - x)}{2} = 1$ dengan $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$,

salah satu nilai dari $\sin 2x$ yang memenuhi persamaan tersebut adalah

- A. -1
B. $-\frac{1}{3}$
C. $\frac{2}{9}\sqrt{2}$
D. $\frac{3}{9}\sqrt{2}$
E. $\frac{4}{9}\sqrt{2}$

8. **SOAL SIMAK UI 2018**

Jika x_1 atau x_2 memenuhi persamaan

$2 \sin^2 x - \cos x = 1$, $0 \leq x \leq \pi$ nilai $x_1 + x_2$ adalah

- A. $\frac{1}{3}\pi$
B. $\frac{2}{3}\pi$
C. π
D. $—$
E. 2π

9. **SOAL SIMAK UI 2016**

Untuk $0 < x < \pi$, jika $\{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$ adalah himpunan penyelesaian dari $2 \cos(\cos x - \sin x) + \tan^2 x < \sec^2 x$ maka $b - a = \dots$

- A. $\frac{2\pi}{8}$
B. $\frac{3\pi}{8}$
C. $\frac{4\pi}{8}$
D. $\frac{6\pi}{8}$
E. π

10. **SOAL UM UGM 2019**

Jika $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ dan x memenuhi

$5 \cos^2 x + 3 \sin x \cos x \geq 1$, maka himpunan semua $y = \tan x$ adalah



- A. $\{y \in \mathbb{R} : -1 \leq y \leq 4\}$
- B. $\{y \in \mathbb{R} : -4 \leq y \leq 1\}$
- C. $\{y \in \mathbb{R} : -4 \leq y \leq -1\}$
- D. $\{y \in \mathbb{R} : 1 \leq y \leq 4\}$
- E. \mathbb{R}

11. SOAL UM UGM 2019

Jika $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$ untuk $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, maka $\tan 2x = \dots$

- A. $-\sqrt{3}$
- B. -1
- C. $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$
- D. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
- E. $\sqrt{3}$

12. SOAL STANDAR UTBK 2019

Jika diketahui $\tan x \sin x - \cos x = \sin x$, maka $\tan x = \dots$

- A. $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}$ atau $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$
- B. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}$ atau $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$
- C. $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ atau $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}$
- D. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ atau $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}$
- E. $1 + \sqrt{5}$ atau $1 - \sqrt{5}$

13. SOAL STANDAR UTBK 2019

Pada $\triangle ABC$ diketahui D adalah titik tengah AC.

Jika $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, dan $BD = d$, maka $d^2 = \dots$



$$A. \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{4}b^2 - \frac{1}{2}c^2$$

$$D. -\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}b^2 + \frac{1}{2}c^2$$

$$B. \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{4}b^2 + \frac{1}{2}c^2$$

$$E. \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}b^2 + \frac{1}{2}c^2$$

$$C. \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{4}b^2 - \frac{1}{2}c^2$$

14 SOAL STANDAR UTBK 2019

Penyelesaian pertidaksamaan: $3\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x < 3$,
 $0 \leq x \leq \pi$ adalah

$$A. 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \text{ atau } \frac{5\pi}{12} < x \leq \pi$$

$$B. 0 \leq x < \frac{\pi}{3} \text{ atau } \frac{7\pi}{12} < x \leq \pi$$

$$C. 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \text{ atau } \frac{\pi}{3} < x \leq \pi$$

$$D. 0 \leq x < \frac{\pi}{6} \text{ atau } \frac{5\pi}{12} < x \leq \pi$$

$$E. 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \text{ atau } \frac{7\pi}{12} < x \leq \pi$$

15 SOAL STANDAR UTBK 2019

Diagonal bujur sangkar ABCD yang sisi-sisinya $4a$ berpotongan di titik S. Jika T titik tengah ruas garis SC, maka $\sin \angle TBS = \dots$

$$A. \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

$$C. \frac{1}{6}\sqrt{6}$$

$$E. \frac{1}{10}\sqrt{6}$$

$$B. \frac{1}{5}\sqrt{5}$$

$$D. \sqrt{7}$$



PEMBAHASAN

1. PEMBAHASAN CERDIK:

Ingat!

$$\cos 2A = 1 - 2\sin^2 A$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \left(\frac{A+B}{2} \right) \cos \left(\frac{A-B}{2} \right)$$

Selanjutnya :

$$\cos 2x + \cos 2y = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow 1 - 2\sin^2 x + 1 - 2\sin^2 y = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow -2(2\sin y)^2 - 2\sin^2 y = \frac{2}{5} - 2$$

$$\Rightarrow -10\sin^2 y = -\frac{8}{5}$$

$$\Rightarrow \sin^2 y = \frac{4}{25} \Rightarrow \sin y = \pm \frac{2}{5}$$

$$\text{Karena } y > \pi \Rightarrow \sin y = -\frac{2}{5}$$

Selanjutnya diperoleh :

$$\begin{aligned} 3 \sin x - 5 \sin y &= 3(2 \sin y) - 5 \sin y \\ &= \sin y = -\frac{2}{5} \end{aligned}$$

Jawaban: B



2. PEMBAHASAN CERDIK:

Ingat!

$$\sin(A+B) = \sin A \cdot \cos B + \sin B \cdot \cos A$$

$$\sin(A-B) = \sin A \cdot \cos B - \sin B \cdot \cos A$$

$$\cos 2A = 1 - 2\sin^2 A$$

Selanjutnya,

$$\begin{cases} \sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y = 1 + \frac{1}{5} \cos y \\ \sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y = -1 + \cos y \quad [+]\end{cases}$$

$$2\sin x \cdot \cos y = \frac{6}{5} \cos y$$

$$\Rightarrow \boxed{\sin x = \frac{3}{5}}$$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = 1 - 2\left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25}$$

Jawaban: A

3. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui:

$x + y = 2 \sin a - \cos b$ dan $x - y = 2 \cos a + \sin b$, maka:

$$(x+y)^2 = (2 \sin a - \cos b)^2$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = 4 \sin^2 a - 4 \sin a \cos b + \cos^2 b \dots(i)$$

dan

$$(x-y)^2 = (2 \cos a + \sin b)^2$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 4 \cos^2 a + 4 \cos a \sin b + \sin^2 b \dots(ii)$$



Dari (i) dan (ii) diperoleh:

$$x^2 + 2xy + y^2 = 4 \sin^2 a - 4 \sin a \cos b + \cos^2 b$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 4 \cos^2 a + 4 \cos a \sin b + \sin^2 b$$

$$2x^2 + 2y^2 = 4 \sin^2 a + 4 \cos^2 a - 4 \sin a \cos b +$$

$$4 \cos a \sin b + \cos^2 b + \sin^2 b$$

$$2x^2 + 2y^2 = 4 - 4 \sin(a - b) + 1$$

$$2x^2 + 2y^2 = 5 - 4 \sin(a - b)$$

$$x^2 + y^2 = \frac{5 - 4 \sin(a - b)}{2}$$

Nilai $x^2 + y^2$ akan minimum jika nilai $\sin(a - b) = 1$, maka:

$$x^2 + y^2 = \frac{5 - 4(1)}{2} = \frac{1}{2}$$

Jawaban: A

4. PEMBAHASAN CERDIK:

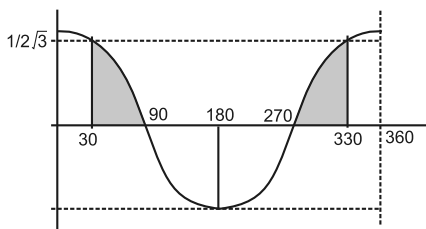
$$2 - 2 \sin^2 x \leq \sqrt{3} \cos x$$

$$\Rightarrow 2(1 - \sin^2 x) - \sqrt{3} \cos x \leq 0$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x \leq 0$$

$$\Rightarrow 2 \cos x \left(\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \leq 0$$

Untuk menentukan nilai daerah penyelesaian, perhatikan grafik cosinus berikut!



$2\cos x \left(\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ akan bernilai negatif untuk interval daerah yang diarsir.

Artinya:

$$[a, b] \cup [c, d] = [30, 90] \cup [270, 330]$$

$$\Rightarrow a + b + c + d = 30 + 90 + 270 + 330 = 720 = 4\pi$$

Jawaban: C

5. PEMBAHASAN CERDIK:

Ingat! Ingat!

$$f(x) = k \sin x \text{ atau } k \cos x \begin{cases} \text{Nilai max} = |k| \\ \text{Nilai min} = -|k| \end{cases}$$

Diketahui $f(x) = k \sin(x) + c$ nilai maksimumnya 7 dan minimumnya 3, artinya:

$$k + c = 7$$

$$\begin{aligned} -k + c &= 3 \quad + \\ \hline 2c &= 10 \Rightarrow c = 5 \\ \Rightarrow k &= 2 \end{aligned}$$

Maka, $g(x) = 2k \cos(x) + 5c = 4 \cdot \cos x + 25$

Nilai maksimum dari $g(x) = 4 + 25 = 29$

Jawaban: E

6. PEMBAHASAN CERDIK:

$$\sec \theta \left(\sec \theta (\sin \theta)^2 + \frac{2}{3} \sqrt{3} \sin \theta \right) = 1$$

$$\frac{1}{\cos \theta} \left(\frac{1}{\cos \theta} \sin^2 \theta + \frac{2}{3} \sqrt{3} \sin \theta \right) = 1$$



$$\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{2}{3} \sqrt{3} \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 1$$

$$\tan^2 \theta + \frac{2}{3} \sqrt{3} \tan \theta - 1 = 0$$

$$\text{Jadi, } \tan \theta_1 \cdot \tan \theta_2 = \frac{c}{a} = -1.$$

Jawaban: A

7. PEMBAHASAN CERDIK:

$$\frac{3 \cos^2 (2\pi - x) - 2 \sin(\pi - x)}{2} = 1$$

$$\frac{3 \cos^2 x - 2 \sin x}{2} = 1$$

$$3(1 - \sin^2 x) - 2 \sin x = 2$$

$$3 - 3 \sin^2 x - 2 \sin x - 2 = 0$$

$$-3 \sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0$$

$$3 \sin^2 x + 2 \sin x - 1 = 0$$

$$(\sin x + 1)(3 \sin x - 1) = 0$$

$$\sin x = -1 \text{ (TM) atau } \sin x = \frac{1}{3}$$

Nilai $\sin x = -1$ tidak memenuhi karena syarat nilai x nya adalah $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

Sehingga diambil $\sin x = \frac{1}{3}$.

Dengan menggunakan segitiga siku-siku didapat

$$\cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$



Maka:

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = \frac{4}{9} \sqrt{2}$$

Jawaban: E

8. PEMBAHASAN CERDIK:

$$2 \sin^2 x - \cos x = 1$$

$$2(1 - \cos^2 x) - \cos x = 1$$

$$2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$(2 \cos x - 1)(\cos x + 1) = 0$$

Sehingga, diperoleh:

$$\cos x = \frac{1}{2}, \text{ maka } x_1 = 60^\circ$$

$$\cos x = -1, \text{ maka } x_2 = 180^\circ$$

$$\text{Jadi, } x_1 + x_2 = 60^\circ + 180^\circ = 240^\circ \text{ atau } \frac{4}{3}\pi$$

Jawaban: D

9. PEMBAHASAN CERDIK:

Ingat! Ingat!

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

Penyelesaian pertidaksamaan:

$$2 \cos x (\cos x - \sin x) + \tan^2 x < \sec^2 x$$

$$2 \cos x (\cos x - \sin x) < \sec^2 x - \tan^2 x$$

$$2 \cos^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x < 1$$

$$2 \cos^2 x - 1 - \sin 2x < 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x < 0$$



$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) - \sin 2x < 0$$

$$2 \cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) < 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) < 0$$

Diperoleh titik kritisnya adalah:

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} \pm k\pi$$

$$\text{atau } \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 2\pi \Rightarrow x = \frac{-3\pi}{8} \pm k\pi$$

Untuk $k = 0$, nilai x yang memenuhi: $x = \frac{\pi}{8}$

Untuk $k = 1$, nilai x yang memenuhi: $x = \frac{5\pi}{8}$

Himpunan penyelesaiannya adalah: $\frac{\pi}{8} < x < \frac{5\pi}{8}$

Diperoleh $a = \frac{\pi}{8}$ dan $b = \frac{5\pi}{8}$. Jadi, $b - a = \frac{4\pi}{8}$

Jawaban: C

10 PEMBAHASAN CERDIK:

$$5 \cos^2 x + 3 \sin x \cos x \geq 1$$

$$5 \cos^2 x + 3 \sin x \cos x - 1 \geq 0 \text{ (dibagi } \cos^2 x)$$

$$5 + 3 \tan x - \sec^2 x \geq 0$$

$$4 + 3 \tan x + 1 - \sec^2 x \geq 0$$

$$4 + 3 \tan x - \tan^2 x \geq 0$$

$$y^2 - 3y - 4 \leq 0$$

$$(y - 4)(y + 1) \leq 0$$

$$y = 4 \text{ atau } y = -1$$



Dengan menggunakan garis bilangan diperoleh:
 $-1 \leq y \leq 4$

Jawaban: A

11. PEMBAHASAN CERDIK:

Ingat! Ingat!

$$\sin A + \sin B = 2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$$

$$\sin 3x + \sin x + \sin 2x = 0$$

$$2 \sin\left(\frac{4x}{2}\right) \cos\left(\frac{2x}{2}\right) + \sin 2x = 0$$

$$2 \sin 2x \cos x + \sin 2x = 0$$

$$\sin 2x(2 \cos x + 1) = 0$$

$$\sin 2x = 0 \text{ atau } \cos x = -\frac{1}{2}$$

Karena $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, maka yang memenuhi

$$\cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 120^\circ$$

$$\text{Jadi, } \tan 2x = \tan 240^\circ = \sqrt{3}.$$

Jawaban: E

12. PEMBAHASAN CERDIK:

Ingat! Ingat!

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$



$$\tan x \sin x - \cos x = \sin x$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right) \sin x - \cos x = \sin x$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2 x}{\cos x} - \frac{\cos^2 x}{\cos x} = \sin x$$

$$\Rightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = \sin x \cdot \cos x$$

$$\Rightarrow (1 - \cos^2 x) - \cos^2 x = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\Rightarrow 1 - 2\cos^2 x = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\Rightarrow -\cos 2x = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = -2$$

$$\Rightarrow \tan 2x = -2 \Rightarrow \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = -2$$

$$\Rightarrow 2 \tan x = -2 + 2 \tan^2 x$$

$$\Rightarrow 2 \tan^2 x - 2 \tan x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \tan^2 x - \tan x - 1 = 0$$

Misal: $\tan x = p$, maka:

$$p^2 - p - 1 = 0$$

dengan menggunakan rumus abc:

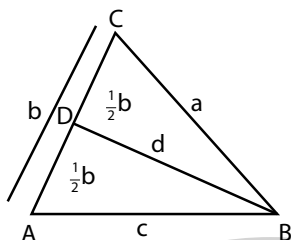
$$\tan x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-1)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{5}$$

Jawaban: D



13 PEMBAHASAN CERDIK:



Pada segitiga BDC:

$$\cos \angle CDB = \frac{\frac{1}{4}b^2 + d^2 - a^2}{2\left(\frac{1}{4}b\right)(d)} = \frac{\frac{1}{4}b^2 + d^2 - a^2}{\frac{1}{2}bd}$$

Pada segitiga ABD:

$$\cos \angle ADB = \frac{\frac{1}{4}b^2 + d^2 - c^2}{2\left(\frac{1}{4}b\right)(d)} = \frac{\frac{1}{4}b^2 + d^2 - c^2}{\frac{1}{2}bd}$$

Karena $\angle CDB + \angle ADB = 180^\circ$, maka:

$$\cos \angle CDB = -\cos \angle ADB$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{4}b^2 + d^2 - a^2}{\frac{1}{2}bd} = -\frac{\frac{1}{4}b^2 + d^2 - c^2}{\frac{1}{2}bd}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}b^2 + d^2 - a^2 = -\frac{1}{4}b^2 - d^2 + c^2$$

$$\Rightarrow 2d^2 = -\frac{1}{2}b^2 + a^2 + c^2$$

$$\Rightarrow d^2 = -\frac{1}{4}b^2 + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}c^2 \Rightarrow d^2 = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{4}b^2 + \frac{1}{2}c^2$$

Jawaban: B



14 PEMBAHASAN CERDIK:

Ingat! Ingat!

$$A \sin x + B \cos x = k(\cos x - \alpha)$$

Diketahui $3 \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x < 3$

$$k = \sqrt{(3)^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{9+3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{-\sqrt{3}} = -\sqrt{3} \text{ (kuadran II)} \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3}$$

Selanjutnya soal dapat diubah menjadi:

$$3 \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x < 3$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{3} \cos\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right) < 3 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right) < \frac{3}{2\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right) < \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right) < \cos\left(\frac{\pi}{6} + m.2\pi\right)$$

$$\Leftrightarrow 2x - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + m.2\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} \pm \frac{\pi}{12} + m.\pi$$

$$x = \frac{\pi}{4} \text{ atau } x = \frac{5\pi}{12}$$

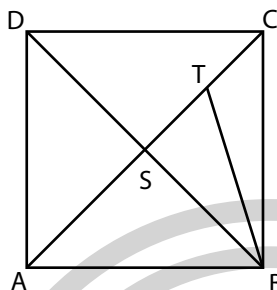
Jadi, penyelesaiannya adalah $0 \leq x < \frac{\pi}{4}$ atau $\frac{5\pi}{12} < x \leq \pi$

Jawaban: A



15 PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui:



Titik T merupakan titik tengah SC, maka:

$$ST = \frac{1}{4} AC = \frac{1}{4} (4a\sqrt{2}) = a\sqrt{2}$$

Dari $\triangle BTS$, dengan menggunakan aturan sinus, maka:

$$\begin{aligned} \frac{\sin \angle TBS}{ST} &= \frac{\sin \angle STB}{SB} \Rightarrow \frac{\sin \angle TBS}{\sin \angle STB} = \frac{ST}{SB} \\ \Rightarrow \frac{\sin \angle TBS}{\sin \angle STB} &= \frac{ST}{SB} \Rightarrow \frac{TS}{SB} = \frac{ST}{SB} \\ &= \frac{a\sqrt{2}}{2a\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Karena $\triangle BST$ siku-siku di S, maka: $\sin \angle STB = \cos \angle TBS$

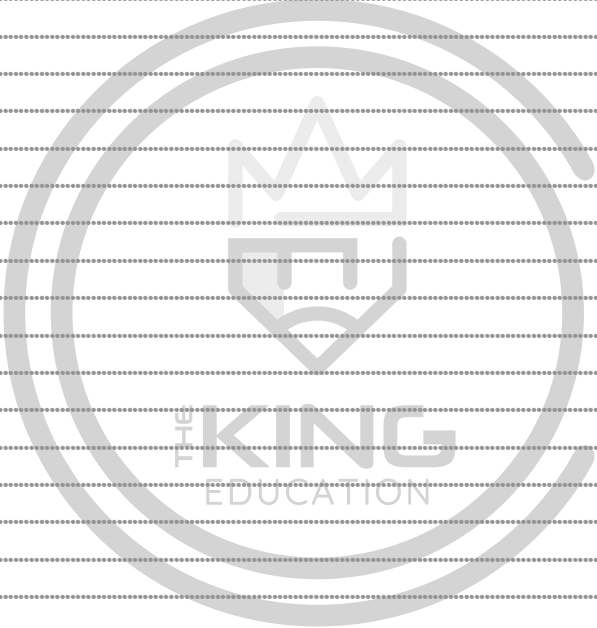
Sehingga:

$$\frac{\sin \angle TBS}{\sin \angle STB} = \frac{\sin \angle TBS}{\cos \angle TBS} \Rightarrow \frac{1}{2} = \tan \angle TBS$$

$$\text{Maka, diperoleh } \sin \angle TBS = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{5}\sqrt{5}$$

Jawaban: B





1. Group Belajar UTBK GRATIS)

Via Telegram, Quis Setiap Hari, Drilling Soal Ribuan, Full Pembahasan Gratis. Link Group: t.me/theking_utbk

2. Instagram Soal dan Info Tryout UTBK

[@theking.education](https://www.instagram.com/theking.education)

[@video.trik_tpa_tps](https://www.instagram.com/video.trik_tpa_tps)

[@pakarjurusan.ptn](https://www.instagram.com/pakarjurusan.ptn)

3. DOWNLOAD BANK SOAL

www.edupower.id

www.theking-education.id

4. TOKO ONLINE ORIGINAL

SHOPEE, nama toko: [forumedukasiofficial](https://www.shopee.co.id/forumedukasiofficial)

5. Katalog Buku

www.bukuedukasi.com

WA Layanan Pembaca:
0878-397-50005



@theking.education