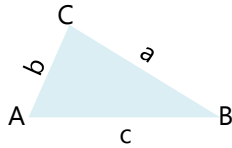


Dalil-Dalil Trigonometri

A. ATURAN SINUS

Aturan sinus adalah:

Perbandingan sisi depan sudut sama dengan perbandingan nilai sinus sudut.

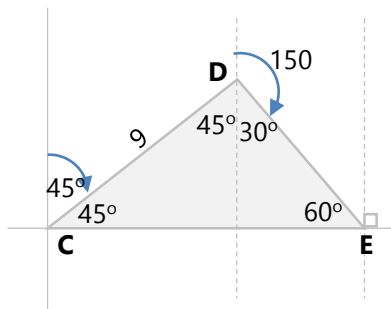


$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Contoh:

Sebuah kapal meninggalkan C dengan arah 060° ke D yang berjarak 9 mil. Dari D, kapal tersebut melaju dengan arah 150° menuju E pada jurusan 90° . Tentukan jarak DE.

Jawab:



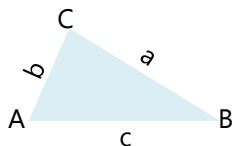
$$\frac{DE}{\sin 45^\circ} = \frac{9}{\sin 60^\circ}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot DE = \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot 9$$

$$DE = \frac{9\sqrt{2}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \underline{3\sqrt{6} \text{ mil}}$$

B. ATURAN COSINUS

Aturan cosinus adalah:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Contoh:

Diketahui pada $\triangle ABC$ nilai $AB = 4$, $AC = 6$, dan $BC = 2\sqrt{7}$. Tentukan nilai dari $\sin A$.

Jawab:

$$\cos A = \frac{6^2 + 4^2 - (2\sqrt{7})^2}{2 \cdot 6 \cdot 4}$$

$$\cos A = \frac{36 + 16 - 28}{48}$$

$$\cos A = \frac{24}{48} = \frac{1}{2}$$

$$A = 60^\circ$$

$$\sin 60^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

C. ATURAN LUAS SEGITIGA

Luas segitiga dapat dihitung dengan nilai perbandingan trigonometri bila:

- 1) Diketahui besar sudut dan besar dua sisi yang mengapit sudut tersebut (**ss-sd-ss**)
- 2) Diketahui besar sisi dan besar dua sudut yang terletak di antara sisi tersebut (**sd-ss-sd**)
- 3) Diketahui besar ketiga sisi (**ss-ss-ss**)

Luas segitiga jika diketahui ss-sd-ss:

$$L = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$L = \frac{1}{2} ac \sin B$$

$$L = \frac{1}{2} ab \sin C$$

Contoh:

Hitung luas segitiga ABC dengan sudut B sebesar 60° , $AB = 5$ cm dan $BC = 8$ cm!

Jawab:

$$L = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \sin 60^\circ$$

$$L = 5 \times 4 \times \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$L = \underline{10\sqrt{3} \text{ cm}^2}$$

Luas segitiga jika diketahui sd-ss-sd adalah:

$$L = \frac{a^2 \sin B \cdot \sin C}{2 \sin A}$$

$$L = \frac{b^2 \sin A \cdot \sin C}{2 \sin B}$$

$$L = \frac{c^2 \sin A \cdot \sin B}{2 \sin C}$$

Contoh:


Hitunglah luas segitiga MNP jika diketahui $\angle M = \angle P = 40^\circ$ dan $MN = 10$ m. ($\sin N = 0,98$)

Jawab:

$$\angle N = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ$$

$$L = \frac{10^2 \sin 40^\circ \cdot \sin 100^\circ}{2 \sin 40^\circ} = \frac{100 \times 0,8}{2}$$

$$L = 50 \times 0,8 = \underline{40 \text{ m}^2}$$

-  **Luas segitiga** jika diketahui ss-ss-ss adalah menggunakan setengah keliling segitiga.

$$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

Contoh:

Hitung luas segitiga yang sisi-sisinya memiliki panjang 4 cm, 6 cm dan 8 cm!

Jawab:


$$s = \frac{1}{2}(4 + 6 + 8) = 9 \text{ cm}$$

$$s - a = 9 - 4 = 5 \text{ cm} \quad s - b = 9 - 6 = 3 \text{ cm}$$

$$s - c = 9 - 8 = 1 \text{ cm}$$

$$L = \sqrt{9 \times 5 \times 3 \times 1} = \sqrt{135} \quad L = 3\sqrt{15} \text{ cm}^2$$

D. RUMUS JUMLAH DAN SELISIH TRIGONOMETRI

-  **Nilai perbandingan trigonometri** dua buah sudut yang dijumlahkan atau dikurangkan dapat dihitung melalui rumus.

-  **Rumus jumlah dan selisih sudut:**

Sinus

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

Cosinus

$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

Tangen

$$\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$\tan(A - B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$$

-  **Rumus jumlah dan selisih fungsi:**

Sinus

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{1}{2}(A + B) \cos \frac{1}{2}(A - B)$$


$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{1}{2}(A + B) \sin \frac{1}{2}(A - B)$$


Cosinus

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{1}{2}(A + B) \cos \frac{1}{2}(A - B)$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{1}{2}(A + B) \sin \frac{1}{2}(A - B)$$

E. RUMUS SUDUT RANGKAP DAN PERTENGAHAN

-  **Nilai perbandingan trigonometri** sudut rangkap dua dan tiga dapat dihitung dengan mengubah sudut menjadi setengah atau sepertiganya menggunakan rumus.

-  **Rumus** sudut rangkap dua:

Sinus

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

Cosinus


$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$\cos 2A = 2 \cos^2 A - 1$$

$$\cos 2A = 1 - 2 \sin^2 A$$

Tangen

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

-  **Rumus** sudut rangkap tiga:

Sinus


$$\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$$


Cosinus

$$\cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$$

Tangen

$$\tan 3A = \frac{3 \tan A - \tan^3 A}{1 - 3 \tan^2 A}$$

-  **Rumus sudut pertengahan** digunakan untuk mengubah sudut menjadi dua kalinya.

-  **Rumus** sudut pertengahan:

Sinus

$$\sin\left(\frac{1}{2}A\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}}$$

Bernilai positif jika terletak di kuadran I dan II.

Cosinus

$$\cos\left(\frac{1}{2}A\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos A}{2}}$$

Bernilai positif jika terletak di kuadran I dan IV.

Tangen

$$\tan\left(\frac{1}{2}A\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}}$$

$$\tan\left(\frac{1}{2}A\right) = \frac{1 - \cos A}{\sin A} = \frac{\sin A}{1 + \cos A}$$

Bernilai positif jika terletak di kuadran I dan III.