

MATRIKS



A. Definisi Matriks

Matriks adalah suatu susunan bilangan berbentuk segiempat. Kumpulan bilangan yang tersusun oleh baris dan kolom.

$$\text{Matriks A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \text{baris} \\ \downarrow \text{kolom} \end{matrix}$$

Ordo matriks $A_{i \times j}$ adalah ukuran matriks yang menunjukkan banyaknya baris, yaitu i baris dan banyaknya kolom, yaitu j kolom pada matriks tersebut.

Bentuk umum matriks:

$$A_{i \times j} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} \end{bmatrix}$$

dengan i = baris; dan j = kolom

B. Kesamaan Dua Matriks

Misal diketahui:

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \text{ dan } B_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}$$



Sehingga:

$$A = B$$

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}$$

$$a_1 = b_1, a_2 = b_2$$

$$a_3 = b_3, a_4 = b_4$$

Syarat: ordo sama dan elemen yang seletak sama

C. Jenis-jenis Matriks

1. Matriks bujur sangkar, yaitu matriks yang jumlah baris dan kolomnya sama.

Contoh:

$$P = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

2. Matriks identitas, yaitu matriks yang dikalikan dengan suatu matriks maka hasilnya adalah matriks itu sendiri. Bentuk matriks identitas berupa matriks bujur sangkar.

Contoh:

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Matriks konstanta

$$K = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = 4I$$

4. Matriks segitiga, yaitu matriks yang elemen di atas atau di bawah diagonal utamanya adalah nol semua. A matriks segitiga bawah sedangkan P matriks segitiga atas.



$$A = \begin{bmatrix} 9 & 3 & 5 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

D. Operasi dalam Matriks

- Penjumlahan dan pengurangan

Dua matriks atau lebih hanya dapat dijumlahkan atau dikurangkan jika matriks tersebut memiliki ordo yang sama.

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ dan } B_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$$

$$A \pm B = \begin{pmatrix} a \pm e & b \pm f \\ c \pm g & d \pm h \end{pmatrix}$$

- Perkalian skalar

$$kA = \begin{pmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{pmatrix}$$

- Perkalian matriks

Perkalian matriks A dan B hanya bisa dilakukan jika banyaknya kolom matriks A sama dengan banyaknya baris matriks B.

Misal: $A_{2 \times 4}$ dan $B_{4 \times 3}$

$$A_{2 \times 4} \cdot B_{4 \times 3} = (AB)_{2 \times 3}$$

$$\text{Contoh: } A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} a.e + b.g & a.f + b.h \\ c.e + d.g & c.f + d.h \end{pmatrix}$$

Note: pembagian matriks tidak ada



E. Transpose Matriks

Transpose matriks adalah matriks yang elemen-elemen barisnya bertukar/berganti dengan elemen-elemen kolomnya. Matriks transpose dinotasikan dengan A^t atau A^T .
(Baris \leftrightarrow Kolom)

Kata kunci: elemen baris menjadi elemen kolom dan sebaliknya

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

Sifat-sifat:

- $(A^T)^T = A$
- $(A + B)^T = A^T + B^T$
- $(AB)^T = B^T A^T$

F. Determinan

Determinan matriks A disimbolkan $\det(A)$ atau $|A|$.

- Khusus untuk matriks persegi $A_{n \times n}$
- Determinan matriks dengan ordo 2×2

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = ad - bc$$

- Determinan matriks dengan ordo 3×3

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$



Metode Sarrus:

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = (a \cdot e \cdot i + b \cdot f \cdot g + c \cdot d \cdot h) - (c \cdot e \cdot g + a \cdot f \cdot h + b \cdot d \cdot i)$$

- Sifat-sifat determinan matriks:
 - a. $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$
 - b. $\det(A^T) = \det(A)$
 - c. $\det(kA) = k^n \det(A)$ dengan $A_{n \times n}$
 - d. $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$

Matriks singular adalah matriks yang nilai determinannya sama dengan 0 (nol).

G Invers Matriks

Jika diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

- Sifat-sifat:
 - a. $A \cdot I = I \cdot A = A$
 - b. $A \cdot A^{-1} = A^{-1} A = I$
 - c. $(A^{-1})^{-1} = A$
 - d. $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$
 - e. $AX = B$ maka $X = A^{-1} B$
 - f. $XA = B$ maka $X = B A^{-1}$
- Note:
 - a. Matriks identitas/satuan adalah matriks yang diagonal utamanya semua bernilai 1.



- b. Matriks singular adalah matriks yang tidak mempunyai invers karena determinan sama dengan nol. ($|A| = 0$)
- c. Matriks orthogonal adalah matriks yang transpose-nya sama dengan inversnya. ($A^t = A^{-1}$)
- d. Matriks simetris adalah matriks persegi yang elemen pada baris ke- i dan kolom ke- j sama dengan baris ke- j dan kolom ke- i . ($A = A^t$)



LATIHAN SOAL

1. SOAL UTBK 2019

Diketahui $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ dan $B + C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

Jika A adalah matriks berukuran 2×2 sehingga

$AB + AC = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, maka determinan dari AB adalah

....

A. 4

C. 1

E. -2

B. 2

D. -1

2. SOAL UTBK 2019

Diketahui matriks A berukuran 2×2 dan $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Jika $B - A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, maka $\det(2A^{-1})$ adalah

A. -4

C. -1

E. 2

B. -2

D. 1

3. SOAL STANDAR UTBK 2019

Jika A adalah matriks berukuran 2×2 dan

$(x \ 1)A \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = x^2 - 5x + 8$, maka matriks A yang

mungkin adalah

A. $\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$

E. $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -8 & 8 \end{pmatrix}$



4. SOAL STANDAR UTBK 2019

Jika $A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ dan $A \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -6 \end{bmatrix}$,

maka $A \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = \dots$

A. $\begin{bmatrix} 4 & 14 \\ 8 & 12 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 4 & -8 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 2 & -16 \\ 4 & -18 \end{bmatrix}$

E. $\begin{bmatrix} 4 & -19 \\ 8 & -26 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 2 & 14 \\ 4 & 12 \end{bmatrix}$

5. SOAL UTBK 2019 (MATEMATIKA SOSHUM)

Diketahui A^{-1} adalah invers matriks A dan a bilangan

bulat positif. Jika $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ dan $A - A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

maka nilai $2a - b$ adalah

A. 1

C. 3

E. 5

B. 2

D. 4

6. SOAL STANDAR UTBK 2019

Diketahui $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & k & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$,

$(AB^T)^{-1} = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$, dengan B^T menyatakan transpose

B. Jika $\det(AB^T) = -2$, maka nilai $a + b + c + d$ adalah

A. -2

C. 0

E. 2

B. -1

D. 1



7. SOAL STANDAR UTBK 2019

Persamaan garis g dan h berturut-turut adalah:

$$\det \begin{pmatrix} y & x \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 0 \text{ dan } \det \begin{pmatrix} x+y & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 0.$$

Garis g dan h berpotongan di titik A , titik $B(p,1)$ terletak pada g , dan titik $C(2,q)$ terletak pada h . Persamaan garis k yang melalui A dan sejajar BC adalah

A. $y = 2x - 1\frac{1}{2}$

D. $y = -2x + \frac{1}{2}$

B. $y = 2x + \frac{1}{2}$

E. $y = -2x + 1\frac{1}{2}$

C. $y = -2x - 1\frac{1}{2}$

8. SOAL STANDAR UTBK 2019

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} u_1 & u_3 \\ u_2 & u_4 \end{pmatrix}$ dan u_n adalah suku ke- n barisan aritmetika. Jika $u_6 = 18$ dan $u_{10} = 30$, maka determinan matriks A sama dengan

A. -30

C. -12

E. 18

B. -18

D. 12

9. SOAL STANDAR UTBK 2019

Untuk setiap bilangan asli n didefinisikan $A_n = \begin{pmatrix} n & 2n \\ 3n & 4n \end{pmatrix}$

Jika determinan $(A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_k) = -4050$ maka determinan $(A_{2k}) = \dots$

A. -800

C. -512

E. -288

B. -648

D. -392



10 SOAL STANDAR UTBK 2019

Jika U_n adalah suku ke n pada barisan geometri, dengan

$U_1 + U_3 = \frac{1}{a}$ dan $U_2 + U_4 = \frac{1}{b}$, maka determinan A^t jika

$A = \begin{pmatrix} U_1 & -U_2 \\ U_4 & U_3 \end{pmatrix}$ adalah ...

A. $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

C. $\frac{a^2}{a^2 + b^2}$

E. $\frac{a}{a+b}$

B. $\frac{1}{a^2 + b^2}$

D. $\frac{1}{a+b}$

THE KING
EDUCATION



PEMBAHASAN

1. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B + C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, dan

$$AB + AC = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B) = 2$$

$$B + C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B + C) = 2 - (-3) = 5$$

Sehingga:

$$AB + AC = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A(B + C) = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det(A(B + C)) = 4 - (-6)$$

$$\det(A) \cdot \det(B + C) = 10$$

$$\det(A) \cdot 5 = 10$$

$$\det(A) = 2$$

Maka:

$$\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$$

$$= 2 \cdot 2 = 4$$

Jawaban: A



2. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ dan $B - A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$,

$$B - A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = A$$

$$\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = A$$

Sehingga: $\det(A) = -6 - (-4) = -2$

Maka:

$$\det(2A^{-1}) = 2^2 \cdot \det(A^{-1})$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{\det(A)}$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{-2} = -2$$

Jawaban: B

3. PEMBAHASAN CERDIK:

Misalkan matriks $A = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$

Sehingga:

$$(x \ 1) \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = x^2 - 5x + 8$$

$$(px + r \quad qx + s) \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = x^2 - 5x + 8$$



$$(px + r)x + qx + s = x^2 - 5x + 8$$

$$px^2 + rx + qx + s = x^2 - 5x + 8$$

$$px^2 + (q + r)x + s = x^2 - 5x + 8$$

Diperoleh:

$$p = 1$$

$$q + r = -5$$

$$s = 8$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & q \\ r & 8 \end{pmatrix}$$

Maka matriks A yang mungkin adalah pilihan D, yaitu

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -8 & 8 \end{pmatrix}, \text{ karena } 3 + (-8) = -5.$$

Jawaban: D

4. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui $A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ dan $A \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -6 \end{bmatrix}$,

Misalkan matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

Maka:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Diperoleh: $a = 2$ dan $c = 4$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -a + 2b \\ -c + 2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -6 \end{bmatrix}$$



Diperoleh:

$$-a + 2b = -5$$

$$-2 + 2b = -5$$

$$2b = -3 \Rightarrow b = -\frac{3}{2}$$

dan

$$-c + 2d = -6$$

$$-4 + 2d = -6$$

$$2d = -2 \Rightarrow d = -1$$

Sehingga:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -\frac{3}{2} \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -\frac{3}{2} \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -19 \\ 8 & -26 \end{bmatrix}$$

Jawaban: E

5. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ dan $A - A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

A^{-1} adalah invers matriks A dan a bilangan bulat positif.

$$A^{-1} = \frac{1}{ab} \begin{pmatrix} b & -1 \\ 0 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{1}{ab} \\ 0 & \frac{1}{b} \end{pmatrix}$$



Sehingga:

$$A - A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{1}{ab} \\ 0 & \frac{1}{b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a - \frac{1}{a} & 1 + \frac{1}{ab} \\ 0 & b - \frac{1}{b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Maka diperoleh:

$$a - \frac{1}{a} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{a^2 - 1}{a} = \frac{3}{2}$$

$$2a^2 - 2 = 3a$$

$$2a^2 - 3a - 2 = 0$$

$$(2a + 1)(a - 2) = 0$$

$$a = -\frac{1}{2} \text{ atau } a = 2$$

Karena a bilangan bulat positif, maka $a = 2$.

$$1 + \frac{1}{ab} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2b} = \frac{1}{2}$$

$$2b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$\text{Sehingga: } 2a - b = 2(2) - 1 = 4 - 1 = 3$$

Jawaban: C



6. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & k & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, (AB^T)^{-1} = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow B^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$AB^T = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & k & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3k+2 & k+1 \end{pmatrix}$$

Sehingga:

$$\det(AB^T) = -2$$

$$k+1 - (-2)(3k+2) = -2$$

$$k+1+6k+4 = -2$$

$$7k = -7$$

$$k = -1$$

Diperoleh:

$$\begin{aligned} AB^T = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} &\Rightarrow (AB^T)^{-1} = \frac{1}{0-2} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Maka:

$$a+b+c+d = 0 + \left(-\frac{1}{2}\right) + (-1) + \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

Jawaban: A



7. PEMBAHASAN CERDIK:

Persamaan garis g: $\det \begin{pmatrix} y & x \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 0$

Maka, g: $y - x = 0$

Persamaan garis h: $\det \begin{pmatrix} x+y & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 0$

Maka, h: $x + y - 1 = 0$ atau $y + x = 1$

Garis g dan h berpotongan di A, maka titik A adalah:

$$y - x = 0$$

$$y + x = 1$$

$$-2x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}$$

Sehingga, titik potong A $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

Titik B(p,1) pada garis g, maka:

$$y - x = 0 \Rightarrow 1 - p = 0 \Rightarrow p = 1$$

Jadi, titik B(1,1)

Titik C(2,q) pada garis h, maka:

$$y + x = 1 \Rightarrow q + 2 = 1 \Rightarrow q = -1$$

Jadi, titik C(2,-1)

Sehingga, persamaan garis yang melalui BC adalah:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\Rightarrow \frac{y - 1}{-1 - 1} = \frac{x - 1}{2 - 1}$$



$$\Rightarrow 1(y-1) = -2(x-1)$$

$$\Rightarrow y-1 = -2x+2$$

$$\Rightarrow y = -2x+3$$

Memiliki gradien (m) = -2

Sehingga, persamaan garis k yang melalui

$A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ dan sejajar garis $y = -2x + 3$ adalah:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Rightarrow y - \frac{1}{2} = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow y = -2x + 1\frac{1}{2}$$

Jawaban: E

8. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui: $A = \begin{pmatrix} u_1 & u_3 \\ u_2 & u_4 \end{pmatrix}$

u_n adalah barisan aritmetika, dengan:

$$u_6 = 18 \Rightarrow a + 5b = 18 \dots (i)$$

$$u_{10} = 30 \Rightarrow a + 9b = 30 \dots (ii)$$

Dari (i) dan (ii), diperoleh:

$$a + 5b = 18$$

$$a + 9b = 30 \quad -$$

$$-4b = -12 \Rightarrow b = 3 \text{ dan } a = 3$$

Sehingga:

$$A = \begin{pmatrix} u_1 & u_3 \\ u_2 & u_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & a+2b \\ a+b & a+3b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 6 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, } \det(A) = 3(12) - 9(6) = 36 - 54 = -18$$

Jawaban: B



9. PEMBAHASAN CERDIK:

$$A_n = \begin{pmatrix} n & 2n \\ 3n & 4n \end{pmatrix}$$

$$\bullet \quad A_1 + A_2 + \dots + A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} k & 2k \\ 3k & 4k \end{pmatrix}$$

$$A_1 + A_2 + \dots + A_k = \begin{pmatrix} 1+2+\dots+k & 2+4+\dots+2k \\ 3+6+\dots+3k & 4+8+\dots+4k \end{pmatrix}$$

• Misal:

$$1+2+3+\dots+k = m$$

$$2+4+6+\dots+2k = 2m$$

$$3+6+9+\dots+3k = 3m$$

$$4+8+12+\dots+4k = 4m$$

$$\bullet \quad A_1 + A_2 + \dots + A_k = \begin{pmatrix} m & 2m \\ 3m & 4m \end{pmatrix}$$

$$\text{Sehingga } \det(A_1 + A_2 + \dots + A_k) = m \cdot 4m - 2m \cdot 3m$$

$$-4050 = 4m^2 - 6m^2$$

$$-4050 = -2m^2$$

$$2025 = m^2$$

$$m = 45$$

• Karena $1+2+3+\dots+k = 45$ gunakan

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n) \text{ sehingga diperoleh:}$$

$$45 = \frac{k}{2}(1+k)$$

$$90 = (k+k^2)$$



$$0 = (k^2 + k - 90)$$

$$0 = (k + 10)(k - 9)$$

$k = -10$ (TM) atau $k = 9$ (memenuhi)

- Jika $A_{2k} = \begin{pmatrix} 2k & 4k \\ 6k & 8k \end{pmatrix}$ maka untuk $k = 9$ diperoleh

$$A_{2,9} = \begin{pmatrix} 2.9 & 4.9 \\ 6.9 & 8.9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 36 \\ 54 & 72 \end{pmatrix}$$

- Maka $\det(A_{2,9}) = 18.72 - 36.54 = 1296 - 1944 = -648$

Jawaban: B

10 PEMBAHASAN CERDIK:

Misalkan $U_n = A \cdot R^n$, dengan A = suku pertama dan R = rasio.

$$U_1 + U_3 = \frac{1}{a}$$

$$A + AR^2 = \frac{1}{a}$$

$$A(1 + R^2) = \frac{1}{a} \Rightarrow 1 + R^2 = \frac{1}{Aa}$$

Sehingga:

$$U_2 + U_4 = \frac{1}{b}$$

$$AR + AR^3 = \frac{1}{b}$$

$$AR(1 + R^2) = \frac{1}{b}$$

$$AR \cdot \frac{1}{Aa} = \frac{1}{b} \Rightarrow R = \frac{a}{b}$$



$$1 + R^2 = \frac{1}{Aa}$$

$$1 + \frac{a^2}{b^2} = \frac{1}{Aa}$$

$$\frac{a^2 + b^2}{b^2} = \frac{1}{Aa}$$

$$Aa(a^2 + b^2) = b^2$$

$$A = \frac{b^2}{a(a^2 + b^2)}$$

Ingat! $\det(A) = \det(A^t)$

$$\det(A^t) = \det(A)$$

$$= U_1 \cdot U_3 + U_2 \cdot U_4$$

$$= A \cdot AR^2 + AR \cdot AR^3$$

$$= A^2R^2 + A^2R^4$$

$$= \frac{b^4}{a^2(a^2 + b^2)^2} \cdot \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^4}{a^2(a^2 + b^2)^2} \cdot \frac{a^4}{b^4}$$

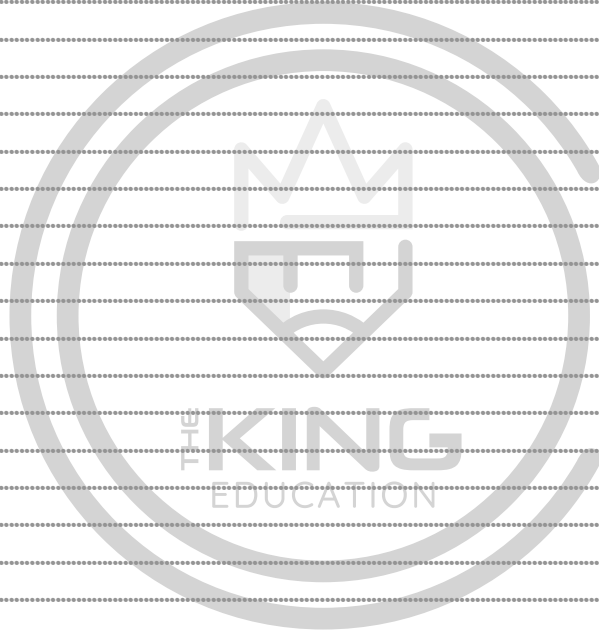
$$= \frac{b^2}{(a^2 + b^2)^2} + \frac{a^2}{(a^2 + b^2)^2}$$

$$= \frac{a^2 + b^2}{(a^2 + b^2)^2} = \frac{1}{a^2 + b^2}$$

Jawaban: B



Catatan



1. Group Belajar UTBK GRATIS)

Via Telegram, Quis Setiap Hari, Drilling Soal Ribuan, Full Pembahasan Gratis. Link Group: t.me/theking_utbk

2. Instagram Soal dan Info Tryout UTBK

[@theking.education](https://www.instagram.com/theking.education)

[@video.trik_tpa_tps](https://www.instagram.com/video.trik_tpa_tps)

[@pakarjurusan.ptn](https://www.instagram.com/pakarjurusan.ptn)

3. DOWNLOAD BANK SOAL

www.edupower.id

www.theking-education.id

4. TOKO ONLINE ORIGINAL

SHOPEE, nama toko: [forumedukasiofficial](https://www.shopee.co.id/forumedukasiofficial)

5. Katalog Buku

www.bukuedukasi.com

WA Layanan Pembaca:
0878-397-50005



@theking.education