BAB 1

EKSPONEN, BENTUK AKAR, DAN LOGARITMA

A. Eksponen

Bentuk eksponen dinyatakan dengan:

$a^n = \underbrace{a.a.a...a}_{n}$ untuk $a \neq 0$ dan n bilangan real.

Contoh:

$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$

1. Sifat-sifat eksponen:

- $a^m x a^n = a^{(m+n)}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$
- $(axb)^n = a^n x b^n$
- $\left(a^n\right)^m = a^{nxm}$
- $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ untuk $a \neq 0$ dan n bilangan real.
- $a^0 = 1$ untuk $a \neq 0$

2. Persamaan eksponen

- $a^{f(x)} = a^p$ untuk $a > 0$ dan $a \neq 1$

  Solusi : $f\left(x\right) = p$

- $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ untuk $a > 0$ dan $a \neq 1$

  Solusi : $f(x) = g(x)$

- $a^{f(x)} = b^{f(x)}$

  Solusi : $f(x) = 0$

- $(h(x))^{f(x)} = (h(x))^{g(x)}$

  Solusi:

  1) $f(x) = g(x)$, syarat: bilangan pokok sama
  2) $h(x) = 0$, syarat $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$
  3) $h(x) = -1$, syarat: f(x) dan g(x) keduanya genap atau kedua ganjil

- $A\left\{a^{f(x)}\right\}^2 + B\left\{a^{f(x)}\right\} + C = 0$, $a > 0$ dan $a \neq 1$,

  A, B, C bilangan real dengan $A \neq 0$

  Solusi:

  - Misalkan $a^{f(x)} = y$
  - Buatlah persamaan kuadrat $A\{y\}^2 + B\{y\} + C = 0$
  - Carilah akar-akar persamaan kuadrat dengan cara **faktorisasi atau rumus abc.**

  Rumus abc: $x_{12} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2a}$

3. Pertidaksamaan eksponen

- $a > 1$ (tanda pertidaksamaan tetap)

  Jika $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$, maka $f(x) \geq g(x)$

  Jika $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$, maka $f(x) \leq g(x)$

- $0 < a < 1$ (tanda pertidaksamaan berubah)

  Jika $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$, maka $f(x) \leq g(x)$

  Jika $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$, maka $f(x) \geq g(x)$

B. Bentuk Akar

Bilangan eksponen dapat dinyatakan dalam bentuk akar.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

1. Sifat-sifat bentuk akar:

- $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$
- $\sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{m}}$
- $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
- $\dfrac{1}{\sqrt{a}} = \dfrac{1}{a^{\frac{1}{2}}} = a^{-\frac{1}{2}}$
- $\dfrac{1}{\sqrt[m]{a}} = \dfrac{1}{a^{\frac{1}{m}}} = a^{-\frac{1}{m}}$
- $\dfrac{1}{\sqrt[m]{a^n}} = \dfrac{1}{a^{\frac{n}{m}}} = a^{-\frac{n}{m}}$
- $m\sqrt{a} \pm n\sqrt{a} = (m \pm n)\sqrt{a}$
- $n\sqrt{a} + n\sqrt{b} = n(\sqrt{a} + \sqrt{b})$
- $m\sqrt{a} + n\sqrt{b}$ (tetap karena suku-sukunya tidak sejenis)
- $\sqrt{a} x \sqrt{a} = a$
- $m\sqrt{a}.n\sqrt{b} = (m.n)\sqrt{a.b}$
- $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$
- $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 = \left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right) = a - 2\sqrt{ab} + b$
- $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right) = a - b$

2. Persamaan bentuk akar

$\sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ dengan $a > b > 0$

3. Merasionalkan bentuk akar

- $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} . \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{1}{a}\sqrt{a}$
- $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} . \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{1}{a}\sqrt{ab}$
- $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b} = \frac{1}{a-b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})$
- $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{a+2\sqrt{ab}+b}{a-b} = \frac{1}{a-b}(a+b+2\sqrt{ab})$

C. Logaritma

Bentuk umum logaritma adalah sebagai berikut.

${}^{a}\log b = c \Leftrightarrow a^{c} = b$ syarat $a > 0, a \neq 1, b > 0$

a disebut bilangan pokok (basis) dan b disebut numerus.

1. Sifat-sifat logaritma:

- ${}^{a}\log a = 1$
- $\log 1 = 0$, $\log 10 = 1$, $\log(0,1) = -1$
  (bilangan pokok 10 biasanya tidak tertulis)
- ${}^{a}\log b = \frac{{}^{c}\log b}{{}^{c}\log a}$
- ${}^{a}\log b = \frac{1}{{}^{b}\log a}$
- ${}^{a}\log b^{m} = m.\,{}^{a}\log b$
- ${}^{a^{n}}\log b = \frac{1}{n}.\,{}^{a}\log b$
- ${}^{a^{n}}\log b^{m} = \frac{m}{n}.\,{}^{a}\log b$

- ${}^{a}\log b + {}^{a}\log c = {}^{a}\log b.c$
- ${}^{a}\log b - {}^{a}\log c = {}^{a}\log \frac{b}{c}$
- ${}^{a}\log b\ {}^{b}\log c = {}^{a}\log c$
- $a^{{}^{a}\log b} = b$

2. Persamaan logaritma

- Jika ${}^{a}\log f(x) = {}^{a}\log p$, maka: $f(x) = p$ dengan syarat $f(x) > 0$
- Jika ${}^{a}\log f(x) = {}^{b}\log f(x)$, maka $f(x) = 1$ dengan syarat $a \neq b$
- Jika ${}^{a}\log f(x) = {}^{a}\log g(x)$, maka: $f(x) = g(x)$ dengan syarat $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$
- Jika ${}^{h(x)}\log f(x) = {}^{h(x)}\log g(x)$, maka: $f(x) = g(x)$ dengan syarat $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$, $h(x) > 0$ dan $h(x) \neq 1$
- Jika $A\left\{{}^{a}\log y\right\}^{2} + B\left\{{}^{a}\log y\right\} + C = 0$, $a > 0$ dan $a \neq 1$, A, B, C bilangan real dengan $A \neq 0$, maka:
  - Misalkan ${}^{a}\log y = p$
  - Buatlah persamaan kuadrat:

    $A\{p\}^{2} + B\{p\} + C = 0$
  - Carilah akar-akar persamaan kuadrat dengan cara **faktorisasi atau rumus ABC.**

3. **Pertidaksamaan logaritma**

- Bilangan pokok $a > 1$
  - Jika ${}^{a}\log f(x) \le {}^{a}\log g(x)$, maka $f(x) \le g(x)$ dengan syarat $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$.
  - Jika ${}^{a}\log f(x) \ge {}^{a}\log g(x)$, maka $f(x) \ge g(x)$ dengan syarat $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$.
- Bilangan pokok $0 < a < 1$
  - Jika ${}^{a}\log f(x) \le {}^{a}\log g(x)$, maka $f(x) \ge g(x)$ dengan syarat $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$.
  - Jika ${}^{a}\log f(x) \ge {}^{a}\log g(x)$, maka $f(x) \le g(x)$ dengan syarat $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$.

LATIHAN SOAL

1. SOAL UTBK 2019

Jika 0 < a < 1, maka $\frac{3+3a^{x}}{1+a^{x}} < a^{x}$ mempunyai penyelesaian ....

A. $x > {}^{a}\log 3$

B. $x < -2\,{}^{a}\log 3$

C. $x < {}^{a}\log 3$

D. $x > -\,{}^{a}\log 3$

E. $x < 2\,{}^{a}\log 3$

2. SOAL UTBK 2019

Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $\left({}^{a}\log x\right)^{2} - {}^{a}\log x - 2 > 0$ dengan 0 < a < 1 adalah ....

A. $x < a^{2}$ atau $x > a^{-1}$

B. $x < a^{2}$ atau $x > a^{-2}$

C. $a^{2} < x < a^{-1}$

D. $a^{2} < x < a^{-2}$

E. $a^{-2} < x < a^{2}$

3. SOAL SBMPTN 2018

Diketahui $f(x) = 9^{x^{2}-x+2}$ dan $g(x) = 3^{x^{2}+2x+1}$. Jika (a,b) adalah interval dengan grafik y = f(x) berada di bawah grafik y = g(x), maka nilai a + 2b adalah ....

A. 2

B. 4

C. 5

D. 7

E. 9

4. SOAL SBMPTN 2016

Grafik $y = 3^{x+1} - \left(\frac{1}{9}\right)^{x}$ berada di bawah grafik

$= 3 \quad + 1$ jika ....

A. 0 < x < 1

B. x > 1

C. x < 0

D. x > 3

E. 1 < x < 3

5. SOAL SBMPTN 2015

Jika $x_1 \cdot x_2$ adalah akar-akar $9^x - 4.3^{x+1} - 2.3^x + a = 0$ dengan $x_1 + x_2 = 2 \cdot {}^3\log 2 + 1$, maka a = ...

A. 27
B. 24
C. 18
D. 12
E. 6

6. SOAL UM UGM 2018

Jika $2\ {}^4\log x - {}^4\log(4x+3) = -1$, maka ${}^2\log x =$ ....

A. ${}^2\log 3 - 1$
B. ${}^2\log 3 + 1$
C. $1 - {}^2\log 3$
D. $-1 - {}^2\log 3$
E. ${}^2\log 3 + {}^3\log 2$

7. SOAL UM UGM 2016

Semua nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $\left({}^2\log(x+6)\right).\left({}^{x^2-3}\log 8\right) + {}^{x^2-3}\log 8 > 3$ berada pada ....

A. $-3 < x < -2$ atau $2 < x < 5$
B. $-5 < x < -2$ atau $2 < x < 3$
C. $-3 < x < -\sqrt{3}$ atau $\sqrt{3} < x < 5$
D. $x < -2$ atau $x > 2$
E. $-3 < x < 5$

8. SOAL STANDAR UTBK 2019

Nilai a yang menyebabkan persamaan $9^x - a \cdot 3^x + a = 0$ mempunyai tepat satu akar nyata adalah ....

A. 4
B. 0 atau 4
C. a < 0
D. a < 0 atau 4
E. a < 0 atau a > 4

9. SOAL STANDAR UTBK 2019

Penyelesaian pertidaksamaan ${}^{(1-|x|)}\log(3x-1) < 1$ adalah ....

A. $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{3} < x < 1$

D. $\frac{1}{2} < x < \frac{2}{3}$

E. $\frac{1}{2} < x < 1$

10 SOAL STANDAR UTBK 2019

Panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku adalah 2^{x+2}. Jika panjang dua sisi yang lain adalah 4 dan 2^{2x+1}, maka nilai x yang memenuhi terletak pada interval ....

A. $-1 < x < 0$

B. $\frac{2}{3} < x < 2$

C. $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}$

D. $1 < x < 3$

E. $0 < x < 1$

11. SOAL STANDAR UTBK 2019

Semua nilai-nilai x yang memenuhi:

$2^{-x^2+x+6} > \frac{{}^{a}\log b \; {}^{c}\log a}{{}^{c}\log b}$ adalah ....

A. $-2 < x < 3$

B. $x < -2$ atau $x > 3$

C. $\frac{1-\sqrt{17}}{2} < x < \frac{1+\sqrt{17}}{2}$

D. $x < \frac{1-\sqrt{17}}{2}$ atau $x > \frac{1+\sqrt{17}}{2}$

E. semua bilangan real

12 SOAL SBMPTN 2015

Nilai c yang memenuhi $(0,25)^{(3x^2+6x-c)} < (0,0625)^{(x^2+2x+15)}$ adalah ....

A. $c < -27$
B. $c < -29$
C. $c < -31$
D. $c > -31$
E. $c > -33$

13 SOAL STANDAR UTBK 2019

Jika $\frac{1}{2}\log\left(2x^2 - x - 2\right) = \log\left(x+2\right)$, maka nilai maksimum $f\left(y\right) = -y^2 + 4xy + 5x^2$ adalah ....

A. 302
B. 306
C. 212
D. 318
E. 324

14 SOAL STANDAR UTBK 2019

Nilai-nilai x yang memenuhi $0 \le x \le \pi$ dan

${}^2\log^2\left(\sin x\right) - 2\log\left(\sin^3 x\right) \le 4$ adalah ....

A. $0 \le x \le \frac{\pi}{6}$
B. $\frac{\pi}{6} \le x \le \pi$
C. $\frac{\pi}{6} \le x \le \frac{5\pi}{6}$
D. $\frac{5\pi}{6} \le x \le \pi$
E. $\frac{\pi}{6} \le x \le \frac{\pi}{3}$

15 SOAL SIMAK UI 2016

Jika $\sqrt[3]{4.2^{3-x}} = 2^{y-3}$ dan

${}^3\log(2x+y) = \frac{5}{2} \cdot {}^9\log 4 \cdot {}^{32}\log 64$, maka nilai

$x \ \ - y + 1 = ...$

A. -2
B. 1
C. 2
D. 10
E. 17

PEMBAHASAN

1. PEMBAHASAN CERDIK:

$$\frac{3+3a^x}{1+a^x} < a^x$$

$$\frac{3+3a^x}{1+a^x} - a^x < 0$$

$$\frac{3+3a^x - a^x\left(1+a^x\right)}{1+a^x} < 0$$

$$\frac{3\left(1+a^x\right) - a^x\left(1+a^x\right)}{1+a^x} < 0$$

$$3 - a^x < 0$$

$$a^x > 3$$

$$a^x > a^{{}^a\log 3}$$

Ingat, karena 0 < a < 1 maka:

$x < {}^a\log 3$

Jawaban: C

2. PEMBAHASAN CERDIK:

$$\left({}^a\log x\right)^2 - {}^a\log x - 2 > 0$$

$$\left({}^a\log x + 1\right)\left({}^a\log x - 2\right) > 0$$

Pembuat nol:

${}^a\log x = -1$	atau	${}^a\log x = 2$
${}^a\log x = {}^a\log a^{-1}$		${}^a\log x = {}^a\log a^2$
$x = a^{-1}$		$x = a^2$

Himpunan penyelesaian: $x < a^2$ atau $x > a^{-1}$

Jawaban: A

3. PEMBAHASAN CERDIK:

Grafik y = f(x) berada di bawah grafik y = g(x) berarti bahwa f(x) < g(x), sehingga:

$$9^{x^2-x+2} < 3^{x^2+2x+1}$$

$$\left(3^2\right)^{x^2-x+2} < 3^{x^2+2x+1}$$

$$3^{2x^2-2x+4} < 3^{x^2+2x+1}$$

$$2x^2-2x+4 < x^2+2x+1$$

$$x^2-4x+3<0$$

$$(x-1)(x-3)<0$$

$$1<x<3$$

Maka diperoleh:

a = 1 dan b = 3

a + 2b = 1 + 2(3) = 1 + 6 = 7

Jawaban: D

4. PEMBAHASAN CERDIK:

$y_1 = 3^{x+1} - \left(\frac{1}{9}\right)^x$ di bawah $y_2 = 3^x + 1$

Artinya:

$y_2 - y_1 > 0$

$$\Rightarrow \left(3^x+1\right) - \left(3^{x+1} - \left(\frac{1}{9}\right)^x\right) > 0$$

$$\Rightarrow \left(3^x+1\right) - \left(3.3^x - \frac{1}{\left(3^x\right)^2}\right) > 0$$

$$\Rightarrow 3^x + 1 - 3.3^x + \frac{1}{\left(3^x\right)^2} > 0 \quad [\text{Misalkan } 3^x = p]$$

$$\Rightarrow p + 1 - 3p + \frac{1}{p^2} > 0$$

$$\Rightarrow -2p + 1 + \frac{1}{p^2} > 0$$

Kedua ruas dikalikan dengan $\left(-p^2\right)$, diperoleh:

$$2p^3 - p^2 + 1 < 0$$

$$\Rightarrow (p-1)\underbrace{\left(2p^2 + p + 1\right)}_{\text{Definit}\oplus} < 0$$

$$\Rightarrow p - 1 < 0$$

$$\Rightarrow p < 1 \quad [\text{kembalikan } 3^x = p]$$

$$\Rightarrow 3^x < 1$$

$$\Rightarrow x < 0$$

Jawaban: C

5. **PEMBAHASAN CERDIK:**

$$9^x - 4 \cdot 3^{x+1} - 2 \cdot 3^x + a = 0$$

$$\left(3^2\right)^x - 4 \cdot 3^x \cdot 3 - 2 \cdot 3^x + a = 0$$

$$\left(3^x\right)^2 - 12 \cdot \left(3^x\right) - 2 \cdot \left(3^x\right) + a = 0$$

$$\left(3^x\right)^2 - 14 \cdot \left(3^x\right) + a = 0$$

Sehingga, diperoleh persamaan:

$$x_1 + x_2 = 2 \cdot {}^3\log 2 + 1 \Rightarrow x_1 + x_2 = {}^3\log 2^2 + 1$$

$$x_1 + x_2 = {}^3\log 4 + {}^3\log 3$$

$$x_1 + x_2 = {}^3\log 12$$

Bentuk $x_1+x_2={}^3\log 12$ dapat diubah menjadi:

$$x_1+x_2=2\cdot{}^3\log 2+1={}^3\log 2^2+1={}^3\log 4+{}^3\log 3$$
$$={}^3\log 4\cdot 3={}^3\log 12$$

3^{x_1} dan 3^{x_2} merupakan akar-akar penyelesaian dari $\left(3^x\right)^2-14.\left(3^x\right)+a=0$

Dengan menggunakan rumus jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat diperoleh:

$$3^{x_1}\cdot 3^{x_2}=\frac{C}{A}\Leftrightarrow\frac{a}{1}=12\Leftrightarrow a=12$$

Trik Praktis

Untuk $A\left(3^x\right)^2+B\left(3^x\right)+C=0\Rightarrow x_1+x_2={}^3\log\frac{C}{A}$

$$x_1+x_2=2\,{}^3\log\Rightarrow 2\cdot{}^3\log 2+1={}^3\log a$$
$${}^3\log 4+{}^3\log 3={}^3\log a$$
$${}^3\log 12={}^3\log a$$
$$a=12$$

Jawaban: D

6. **PEMBAHASAN CERDIK:**

Perhatikan persamaan:

$$2\,{}^4\log x-{}^4\log(4x+3)=-1$$
$${}^4\log x^2-{}^4\log(4x+3)={}^4\log 4^{-1}$$
$${}^4\log\frac{x^2}{4x+3}={}^4\log\frac{1}{4}$$
$$4x^2=4x+3$$
$$4x^2-4x-3=0$$
$$(2x-3)(2x+1)=0$$

Sehingga diperoleh:

$$x=\frac{3}{2} \text{ atau } x=-\frac{1}{2} \ (\text{tidak memenuhi})$$

$$\text{Maka, } {}^{2}\log x = {}^{2}\log\frac{3}{2}$$

$$= {}^{2}\log 3 - {}^{2}\log 2$$

$$= {}^{2}\log 3 - 1$$

Jawaban: A

7. PEMBAHASAN CERDIK:

$$\left({}^{2}\log(x+6)\right).\left({}^{x^2-3}\log 8\right) + {}^{x^2-3}\log 8 > 3$$

$${}^{x^2-3}\log 8\left({}^{2}\log(x+6)+1\right) > 3$$

$${}^{x^2-3}\log 2^3\left({}^{2}\log(x+6)+{}^{2}\log 2\right) > 3$$

$$3.\,{}^{x^2-3}\log 2\left({}^{2}\log(x+6).2\right) > 3$$

$${}^{x^2-3}\log 2.\,{}^{2}\log 2(x+6) > 1$$

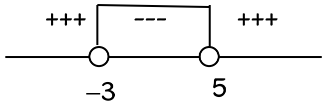
$${}^{x^2-3}\log 2(x+6) > {}^{x^2-3}\log(x^2-3)$$

$$2(x+6) > (x^2-3)$$

$$2x+12 > x^2-3$$

$$0 > x^2-2x-15$$

$$0 > (x-5)(x+3)$$



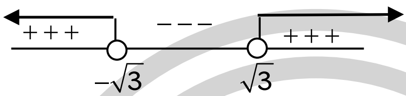
$HP_1 : -3 < x < 5$

Syarat: $x + 6 > 0$

$HP_2 : x > -6$

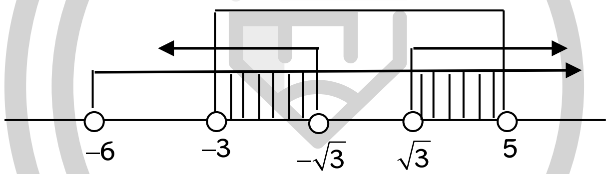
Syarat: $x^2 - 3 > 0$

$\left(x - \sqrt{3}\right)\left(x + \sqrt{3}\right) > 0$



$HP_3 : x < -\sqrt{3}$ atau $x > \sqrt{3}$

Maka: $HP = HP_1 \cap HP_2 \cap HP_3$



$HP = -3 < x < -\sqrt{3}$ atau $\sqrt{3} < x < 5$

Jawaban: C

8. PEMBAHASAN CERDIK:

$$9^x - a \cdot 3^x + a = 0$$

$$\left(3^2\right)^x - a \cdot 3^x + a = 0$$

$$\left(3^x\right)^2 - a \cdot 3^x + a = 0$$

Persamaan tersebut mempunyai tepat satu akar nyata (akar kembar) jika D = 0, maka:

$$B^2 - 4AC = 0$$
$$a^2 - 4 \cdot 1 \cdot a = 0$$
$$a^2 - 4a = 0$$
$$a(a-4) = 0$$
$$a = 0 \text{ atau } a = 4$$

Jika nilai a = 0 disubstitusikan ke persamaan, maka diperoleh $9^x = 0$ (tidak mungkin).
Sehingga diperoleh nilai a = 4.

Jawaban: A

9. **PEMBAHASAN CERDIK:**
Ada dua syarat yang harus diperhatikan saat menemui fungsi logaritma yang harus diperiksa terlebih dahulu.

- Syarat numerous, dengan numerous logaritma harus bernilai positif

$$3x - 1 > 0$$
$$3x > 1$$
$$x > \frac{1}{3} \text{.....(1)}$$

- Syarat basis, basis logaritma harus positif dan tidak sama dengan 1

$$1 - |x| > 0 \quad \text{dan} \quad 1 - |x| \neq 1$$
$$-|x| > -1 \qquad\qquad -|x| \neq 0$$
$$|x| < 1 \qquad\qquad |x| \neq 0 \text{.....(3)}$$
$$-1 < x < 1 \text{.....(2)}$$

Perhatikan bahwa (2) dan (3) menyebabkan $-1 < x < 0$ dan $0 < x < 1$, sehingga:

$$0 < |x| < 1$$
$$-1 < -|x| < 0$$

$0 < 1 - |x| < 1$

Hal tersebut berarti basis logaritmanya adalah $0 < 1 - |x| < 1$

Sedangkan, penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma tersebut adalah:

$^{(1-|x|)}\log(3x-1) < 1$

$^{(1-|x|)}\log(3x-1) < {}^{(1-|x|)}\log(1-|x|)$

Ingat untuk $(0 < a < 1)$, jika $^{a}\log f(x) \geq {}^{a}\log g(x)$ maka $f(x) \leq g(x)$; $f(x), g(x) > 0$ (berlawanan)

$3x - 1 > 1 - |x|$

$3x - 2 > -|x|$

$|x| > -3x + 2$

Ingat $|f(x)| > g(x) \Rightarrow (f(x)+g(x))(f(x)-g(x)) > 0$

$$(x + (-3x+2))(x - (-3x+2)) > 0$$

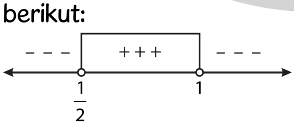
$$(-2x+2)(4x+2) > 0$$

Pembuat nolnya yaitu:

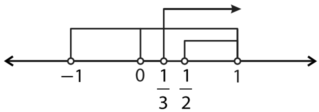
$(-2x+2) = 0$ atau $(4x-2) = 0$

$x = 1$ atau $x = \frac{1}{2}$

Penyelesaiannya dapat dilihat pada garis bilangan berikut:



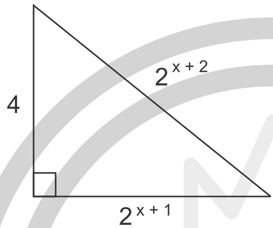
Penyelesaian akhirnya adalah irirsan dari daerah (1), (2), (3), dan (4), yaitu $\frac{1}{2} < x < 1$



Jawaban: E

10 **PEMBAHASAN CERDIK:**

Jika ditampilkan dalam gambar:



Dari aturan Pythagoras, maka:

$$\left(2^{x+2}\right)^2 = 4^2 + \left(2^{2x+1}\right)^2$$

$$2^{2x+4} = 16 + 2^{4x+2}$$

$$0 = 16 + 2^2 \cdot 2^{4x} - 2^4 \cdot 2^{2x}$$

$$4\left(2^{2x}\right)^2 - 16 \cdot \left(2^{2x}\right) + 16 = 0$$

$$\left(2^{2x}\right)^2 - 4 \cdot \left(2^{2x}\right) + 4 = 0$$

$\left(2^{2x} - 2\right)^2 = 0$ berarti $2^{2x} - 2 = 0$ atau $2^{2x} = 2$,

diperoleh $2x = 1$ atau $x = \dfrac{1}{2}$

Akibatnya $x = \dfrac{1}{2}$ terletak pada daerah $0 < x < 1$

Jawaban: E

11. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui:

$$2^{-x^2+x+6} > \frac{{}^{a}\log b\ {}^{c}\log a}{{}^{c}\log b}$$

$$\Rightarrow 2^{-x^2+x+6} > {}^{a}\log b.\,{}^{c}\log a.\,{}^{b}\log c$$

$$\Rightarrow 2^{-x^2+x+6} > {}^{a}\log b.\,{}^{b}\log c\,.\,{}^{c}\log a$$

$$\Rightarrow 2^{-x^2+x+6} > 1$$

Kita asumsikan sementera mejadi sebuah persamaan:

$$2^{-x^2+x+6} = 1$$

$$\Rightarrow {}^{2}\log 1 = -x^2 + x + 6$$

$$\Rightarrow 0 = -x^2 + x + 6$$

$$\Rightarrow (-x-2)(x-3) = 0$$

$$x = -2 \text{ atau } x = 3$$

Daerah penyelesaian, dengan mensubstitusikan x = 0 pada $2^{-x^2+x+6} > 1$, diperoleh nilai benar, maka:

Jadi, nilai x yang memenuhi adalah $-2 < x < 3$.

Jawaban: A

12. PEMBAHASAN CERDIK:

$$(0,25)^{(3x^2+6x-c)} < (0,0625)^{(x^2+2x+15)}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{(3x^2+6x-c)} < \left(\frac{1}{16}\right)^{(x^2+2x+15)}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{(3x^2+6x-c)} < \left(\left(\frac{1}{4}\right)^{2}\right)^{(x^2+2x+15)}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{(3x^2+6x-c)} < \left(\frac{1}{4}\right)^{(2x^2+4x+30)}$$

Berdasarkan uraian tersebut, maka bilangan pokoknya $a = \frac{1}{4}$, artinya $(0 < a < 1)$ sehingga tanda pertidaksamaannya dibalik.

$$3x^2 + 6x - c > 2x^2 + 4x + 30$$

$$x^2 + 2x + (-30 - c) > 0$$

Sehingga, diperoleh $x^2 + 2x + (-30 - c) > 0$ yaitu bentuk fungsi kuadrat dengan sifat definit positif $f(x) > 0$.

$$f(x) = x^2 + 2x + (-30 - c)$$

A = 1, B = 2, dan C = $(-30 - c)$

Definit positif artinya A > 0 dan D < 0

$$A > 0 \Rightarrow A = 1 \text{ (benar)}$$

$$D < 0 \Rightarrow B^2 - 4AC < 0$$

$$2^2 - 4(1)(-30 - c) < 0$$

$$4 + 120 + 4c < 0$$

$$124 + 4c < 0$$

$$4c < -124$$

$$c < -31$$

Jawaban: C

13 PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui:

$$\frac{1}{2}\log\left(2x^2 - x - 2\right) = \log(x + 2)$$

$$\Rightarrow \log\left(2x^2 - x - 2\right) = 2 \,.\, \log(x + 2)$$

$$\Rightarrow \log\left(2x^2 - x - 2\right) = \log(x + 2)^2$$

$$\Rightarrow \left(2x^2 - x - 2\right) = \left(x+2\right)^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 - x - 2 = x^2 + 4x + 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \left(x-6\right)\left(x+1\right) = 0$$

Diperoleh:

x = 6 dan x = -1 (tidak memenuhi syarat logaritma)

Sehingga:

$$f\left(y\right) = -y^2 + 4xy + 5x^2$$

$$= -y^2 + 4\left(6\right)y + 5\left(6\right)^2$$

$$= -y^2 + 24y + 180$$

Nilai maksimum dari f(y) diperoleh ketika

x = $\dfrac{-b}{2a} = 12$, yaitu:

$$f\left(12\right) = -144 + \left(24\right)\left(12\right) + 180 = 324$$

Jawaban: E

14 PEMBAHASAN CERDIK:

$${}^{2}\log^{2}\left(\sin x\right) - {}^{2}\log\left(\sin^{3} x\right) \leq 4$$

$$\Rightarrow {}^{2}\log^{2}\left(\sin x\right) - 3 \cdot \log\left(\sin x\right) - 4 \leq 0$$

Misal $p = {}^{2}\log\left(\sin x\right)$

$$\Rightarrow p^2 - 3p - 4 \leq 0$$

$$\Rightarrow \left(p-4\right)\left(p+1\right) \leq 0$$

$$\Rightarrow -1 \leq p \leq 4$$

$$\Rightarrow -1 \leq {}^{2}\log\left(\sin x\right) \leq 4$$

$$\Rightarrow {}^{2}\log 2^{-1} \leq {}^{2}\log\left(\sin x\right) \leq {}^{2}\log 2^{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \le \sin x \le 16 \Rightarrow \frac{\pi}{6} \le x \le \frac{5\pi}{6}$$

Jawaban: C

15 **PEMBAHASAN CERDIK:**

- $\sqrt[3]{4.2^{3-x}} = 2^{y-3}$

$$2^{\frac{5-x}{3}} = 2^{y-3}$$

$$\frac{5-x}{3} = y-3$$

$$5-x = 3y-9$$

$$x+3y = 14 \ldots(i)$$

- ${}^{3}\log(2x+y) = \frac{5}{2} \cdot {}^{9}\log 4 \cdot {}^{32}\log 64$

$${}^{3}\log(2x+y) = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot 6 \cdot {}^{3}\log 2 \cdot {}^{2}\log 2$$

$${}^{3}\log(2x+y) = 3.\ {}^{3}\log 2$$

$${}^{3}\log(2x+y) = {}^{3}\log 2^{3}$$

$${}^{3}\log(2x+y) = {}^{3}\log 8$$

$$(2x+y) = 8 \ldots(ii)$$

Eliminasi (i) dan (ii) diperoleh:

$$\begin{array}{lcl} x+3y=14 & \text{kali } 2 & 2x+6y=28 \\ 2x+y=8 & & 2x+y=8 \\ \hline & & 5y=20 \\ & & y=4 \text{ maka } x=2 \end{array}$$

Nilai $x^2 - y + 1 = 2^2 - 4 + 1 = 1$

Jawaban: B

Catatan

1. Group Belajar UTBK GRATIS)

Via Telegram, Quis Setiap Hari, Drilling Soal Ribuan, Full Pembahasan Gratis. Link Group: t.me/theking_utbk

2. Instagram Soal dan Info Tryout UTBK

@theking.education
@video.trik_tpa_tps
@pakarjurusan.ptn

3. DOWNLOAD BANK SOAL

www.edupower.id
www.theking-education.id

4. TOKO ONLINE ORIGINAL

SHOPEE, nama toko: forumedukasiofficial

5. Katalog Buku

www.bukuedukasi.com

WA Layanan Pembaca:
0878-397-50005

@theking.education