

Geometri

A. TITIK, GARIS, BIDANG PADA RUANG

Geometri adalah ilmu matematika yang mempelajari bentuk, ukuran, posisi relatif dan sifat ruang.

Elemen-elemen pada geometri adalah titik, garis dan bidang.

Titik tidak memiliki definisi. Titik diberi nama dengan huruf kapital.

Aksioma/postulat hubungan titik, garis dan bidang:

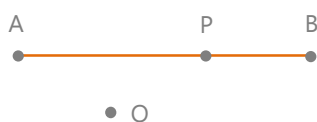
- 1) **Garis** hanya dapat dibentuk dari dua titik berbeda.

Garis diberi nama dengan huruf kecil atau menyebut dua titik yang dilewati garis.

- 2) **Bidang** adalah sebuah luasan (bidang datar), dan hanya dapat dibentuk dari:
 - a. Tiga titik berbeda
 - b. Satu titik dan satu garis
 - c. Dua garis yang berpotongan atau sejajar
 Bidang diberi nama dengan huruf kecil atau menyebut minimal tiga titik yang terdapat pada bidang.

B. KEDUDUKAN TITIK, GARIS & BIDANG

Kedudukan titik terhadap garis:



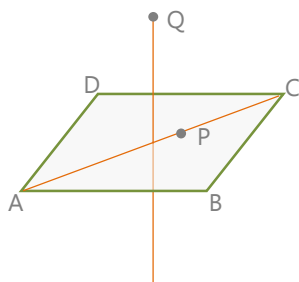
- 1) **Titik berada di/pada garis** (P)

Titik berada pada garis karena garis itu melalui titik.

- 2) **Titik berada di luar garis** (Q)

Titik berada di luar garis karena garis itu tidak melalui titik.

Kedudukan titik terhadap bidang:



- 1) **Titik berada di/pada bidang** (P)

Titik berada pada bidang karena:

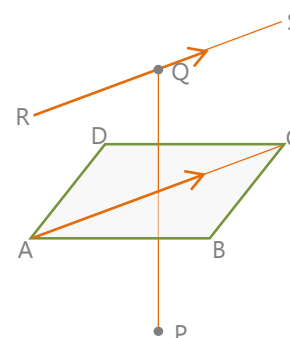
- a. Bidang melalui titik.
- b. Titik berada pada garis yang terletak pada bidang itu.

- 2) **Titik berada di luar bidang**

Titik berada di luar bidang karena:

- a. Bidang tidak melalui titik.
- b. Titik tidak berada pada garis yang berada pada bidang itu.

Kedudukan garis terhadap bidang:



- 1) **Garis berada di/pada bidang** (AB, AC, dll.)

Garis berada pada bidang karena ada dua titik yang dilalui garis pada bidang itu.

- 2) **Garis menembus/memotong bidang** (PQ)

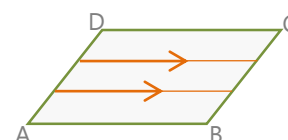
Garis menembus/memotong bidang karena ada satu titik yang dilalui garis pada bidang itu (**titik tembus**).

- 3) **Garis sejajar dengan bidang** (RS)

Garis sejajar dengan bidang karena garis itu sejajar dengan salah satu garis pada bidang itu.

Hubungan antar garis:

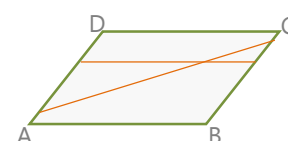
- 1) **Garis sejajar**



Dua garis sejajar apabila:

- a. Tidak terbentuk titik perpotongan garis dan terletak pada bidang yang sama.
- b. Hanya dapat dibuat satu buah bidang dari garis tersebut.

- 2) **Garis berpotongan**

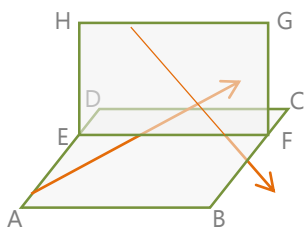


Dua garis berpotongan apabila:

- a. Terbentuk suatu titik perpotongan (juga sudut perpotongan) dan terletak pada bidang yang sama.

- b. Hanya dapat dibuat satu buah bidang dari garis tersebut.

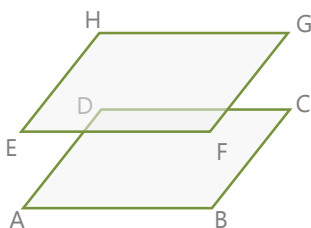
3) Garis bersilangan



Dua garis bersilangan apabila tidak terbentuk titik perpotongan garis dan tidak terletak pada bidang yang sama.

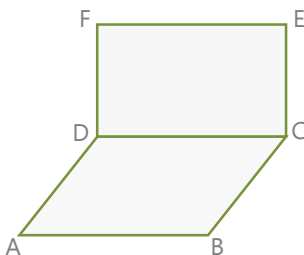
Hubungan antar bidang:

1) Bidang sejajar



Dua bidang sejajar apabila tidak ada satupun garis perpotongan bidang dari kedua bidang.

2) Bidang berpotongan



Dua bidang berpotongan apabila terdapat garis **perpotongan bidang**, yaitu garis persekutuan yang merupakan bagian dari kedua bidang.

Aksioma/postulat pada kedudukan titik, garis dan bidang:

- 1) Apabila dua buah bidang berpotongan tegak lurus, maka seluruh garis dari bidang 1 terhadap bidang 2 juga tegak lurus.
- 2) Hasil perpotongan dua bidang adalah garis, sedangkan hasil perpotongan tiga bidang dapat berupa garis atau titik.

C. PENGAMBARAN RUANG

Perspektif dalam penggambaran ruang:

- 1) **Bidang gambar** adalah tempat untuk menggambar.
- 2) **Bidang frontal** adalah bidang yang sejajar dengan bidang gambar dan digambar dengan ukuran sesungguhnya.

Garis yang terletak pada bidang frontal disebut **garis frontal**.

- 3) **Bidang ortogonal** adalah bidang yang tegak lurus terhadap bidang frontal.

Garis pada bidang ortogonal yang sebenarnya tegak lurus bidang frontal disebut **garis ortogonal**.

- 4) **Sudut surut**/menyisi adalah sudut yang terbentuk pada bidang gambar dari garis frontal horizontal ke kanan dengan garis ortogonal ke belakang.
- 5) **Perbandingan ortogonal**/proyeksi adalah perbandingan antara garis ortogonal terlukis dengan garis ortogonal sesungguhnya.

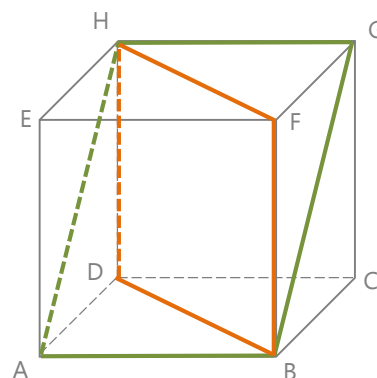
D. PERPOTONGAN DUA BIDANG

Perpotongan dua bidang adalah berupa garis perpotongan bidang, yaitu garis persekutuan yang merupakan bagian dari kedua bidang.

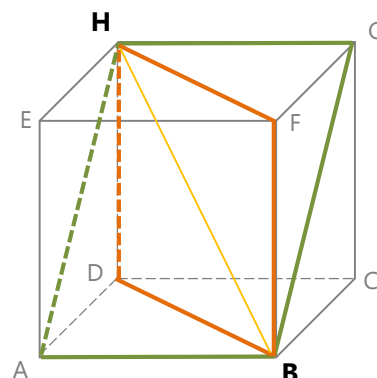
Cara menentukan perpotongan bidang:

- 1) Tentukan dua titik perpotongan dari dua pasang garis yang berasal dari kedua bidang.
- 2) Buat garis dari kedua titik dengan menghubungkan keduanya. Garis itu adalah garis perpotongan bidang.

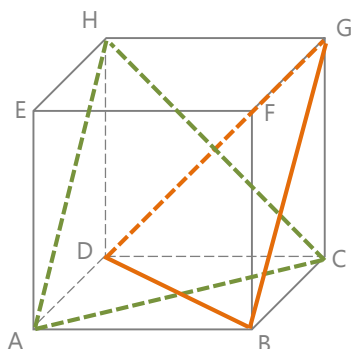
Contoh 1: Perpotongan ABGH dengan BDHF



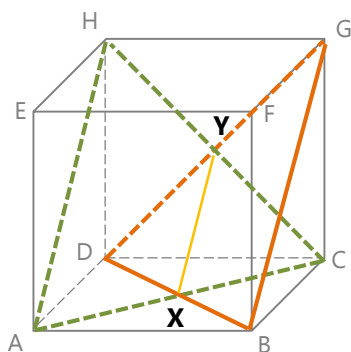
Perpotongan kedua bidang ada pada titik H dan titik B, sehingga perpotongan bidanganya adalah garis HB.



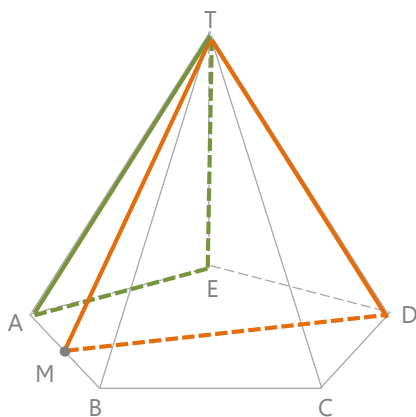
Contoh 2: Perpotongan BDG dan ACH



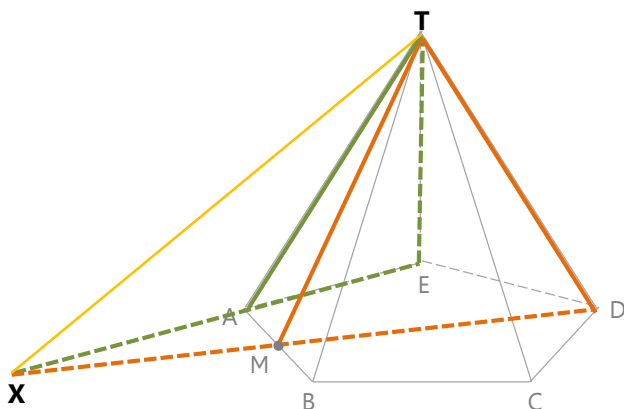
Perpotongan kedua bidang ada pada titik X (pusat ABCD) dan titik Y (pusat DCGH), sehingga perpotongan bidangnya adalah garis XY.



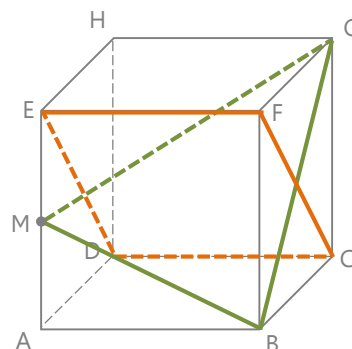
Contoh 3: Perpotongan TAE dengan TMD



Perpotongan kedua bidang dicari dengan memperpanjang garis AE dan MD hingga berpotongan di titik X. Perpotongan bidang adalah garis TX.

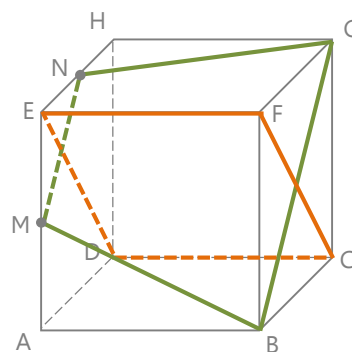


Contoh 4: Perpotongan DCFE dengan BGM

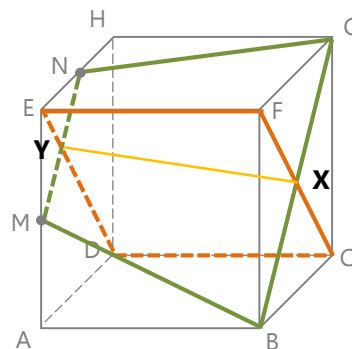


Bidang BGM belum memenuhi sisi terluar kubus, sehingga GM harus diperluas menjadi BGNM.

Caranya adalah dengan membuat garis yang sejajar dengan salah satu garis pembentuk sisi bidang di sisi kubus yang belum terpenuhi (garis BG).



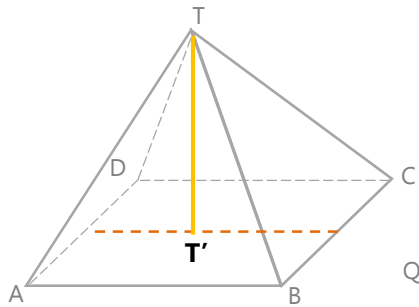
Perpotongan kedua bidang ada pada titik X (pusat BCGF) dan titik Y, sehingga perpotongan bidangnya adalah garis XY.



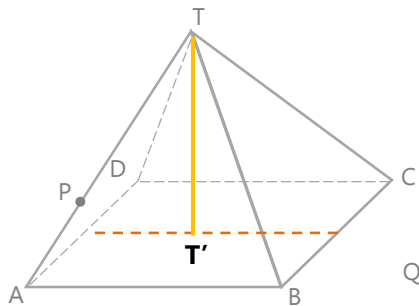
E. PROYEKSI TITIK DAN GARIS PADA BIDANG

- Proyeksi** adalah penjatuhan (pemindahan) titik dan garis pada suatu bidang.
- Proyeksi** dibuat dengan menjatuhkan titik atau garis pada garis tegak lurus terhadap bidang, biasanya dilambangkan dengan tanda aksen (').
- Dalam menjatuhkan garis** tegak lurus bidang, keakuratan tidak diperhatikan karena kita tidak tahu bagaimana ukuran sudut yang tepat dalam perspektif ruang.

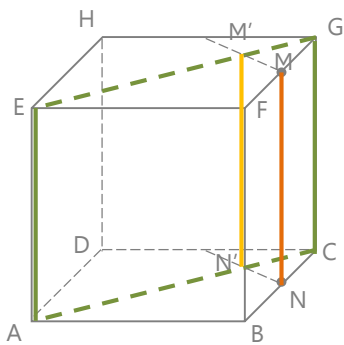
Contoh 1: Proyeksi T ke bidang alas



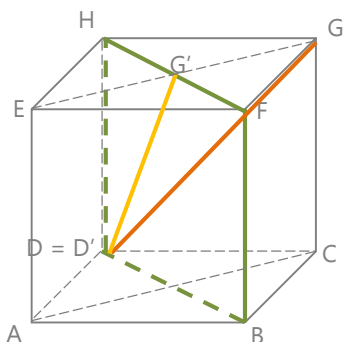
Contoh 2: Proyeksi A ke bidang TBC



Contoh 3: Proyeksi MN ke bidang ACE



Contoh 4: Proyeksi DG ke BDHF



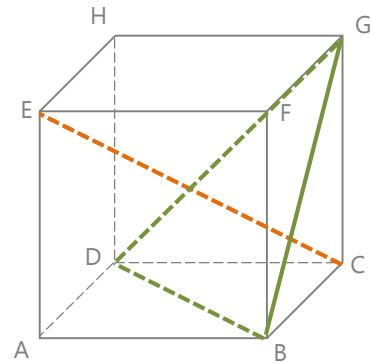
F. TITIK TEMBUS

Titik tembus adalah titik perpotongan antara garis yang menembus/memotong bidang.

Cara menentukan titik tembus:

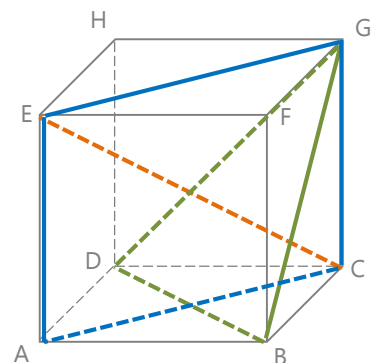
- 1) Buat bidang β yang dilalui garis yang menembus bidang α .
- 2) Tentukan perpotongan antara bidang α dan β .
- 3) Titik tembus adalah titik potong antara garis yang menembus bidang dengan perpotongan antar bidang.

Contoh 1: Tentukan titik tembus **CE** dengan **BDG**



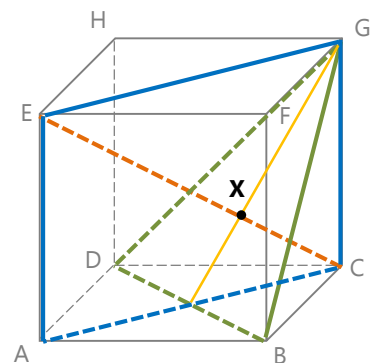
Langkah 1

Buat bidang **ACGE** (dilalui **CE**).

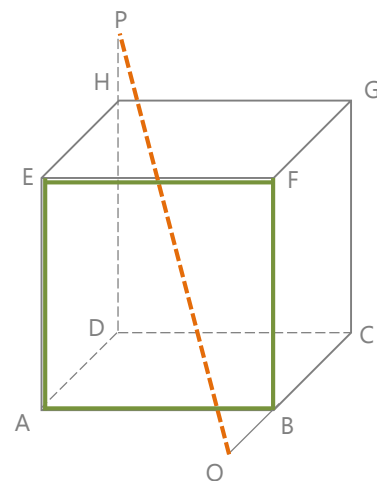


Langkah 2

Tentukan **perpotongan** bidang **BDG** dengan **ACGE**. Titik **X** adalah titik tembusnya.

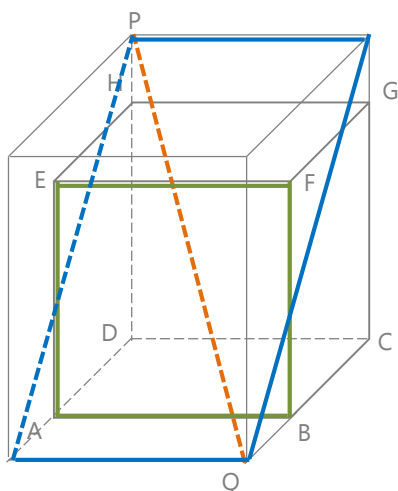


Contoh 2: Tentukan titik tembus **PQ** dengan **ABFE**, jika Q ada di bidang BCGF.



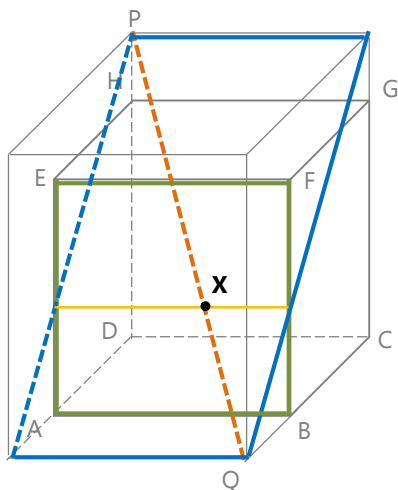
Langkah 1

Buat bidang **MQNP** (dilalui **PQ**). Dapat digunakan garis bantu untuk memperlebar kubus acuan.

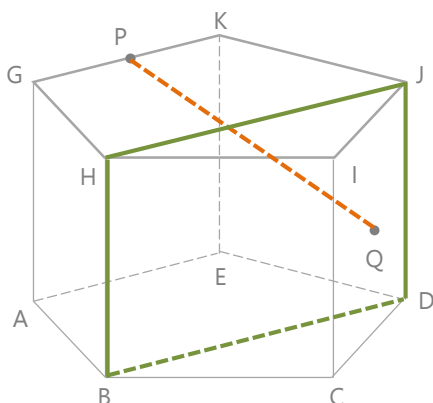


Langkah 2

Tentukan **perpotongan** bidang **ABFE** dengan **MQNP**. Titik **X** adalah titik tembusnya.

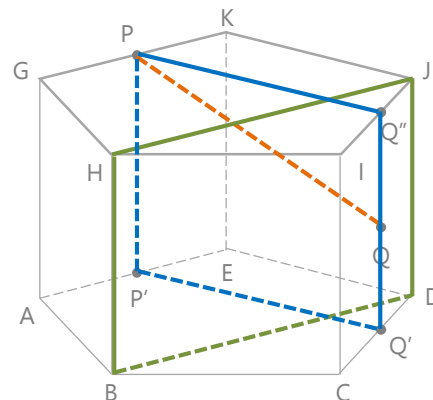


Contoh 3: Tentukan titik tembus **PQ** dengan **BDJH**



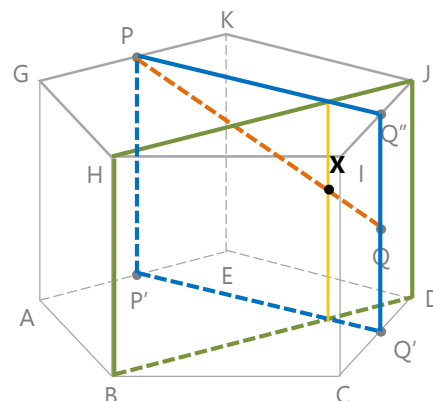
Langkah 1

Buat bidang **P'Q'Q''P** (dilalui **PQ**) dengan memproyeksikan titik P dan Q ke bidang alas dan bidang tutup ruang.

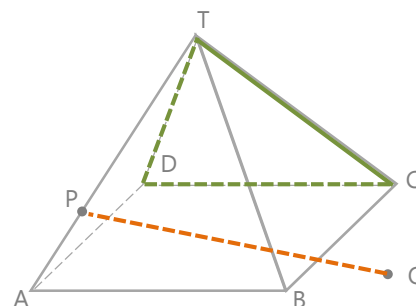


Langkah 2

Tentukan **perpotongan** bidang **BDJH** dengan **P'Q'Q''P**. Titik **X** adalah titik tembusnya.

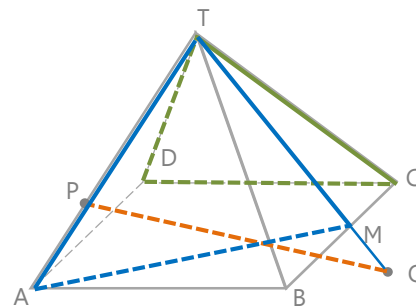


Contoh 4: Tentukan titik tembus **PQ** dengan **TCD**, jika Q ada pada bidang TBC.



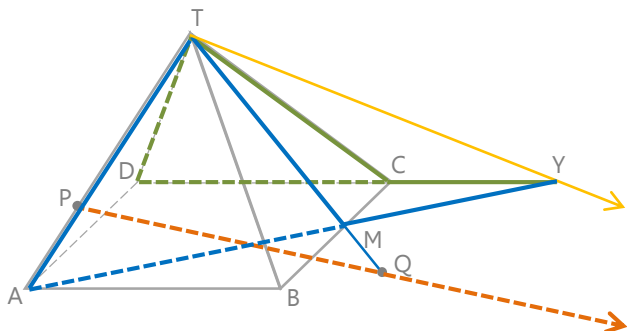
Langkah 1

Buat bidang **TAQ** (dilalui **PQ**) dengan menggeser titik Q sejajar bidang TBC (ke M), dan titik P sejajar bidang TAB (ke A).



Langkah 2:

Tentukan **perpotongan** bidang **TBC** dengan **TAM** dengan memperpanjang garis yang berada pada alas limas. Titik tembus adalah perpotongan **PQ** dengan **perpotongan bidang** tidak dapat dilukis karena bidang gambar tidak mencukupi.



G. PENAMPANG IRISAN

Penampang irisan adalah bidang/penampang yang terbentuk jika:

- 1) Diketahui minimal tiga titik yang dilalui bidang.
- 2) Diketahui satu titik dan satu bidang yang dilalui bidang

Sumbu afinitas adalah garis persekutuan yang terbentuk dari dua titik persekutuan antara bidang tegak pengiris dengan bidang alas ruang.

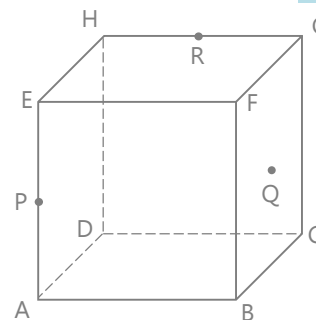
Cara membuat sumbu afinitas:

- 1) Buat dua garis berbeda dari titik-titik pembentuk penampang dan perpanjang hingga bidang alas.
- 2) Jatuhkan dua garis tadi ke bidang alas dan tentukan titik persekutuan garis dengan penjatuan garis (bukan proyeksi).
- 3) Hubungkan kedua titik persekutuan menjadi **sumbu afinitas**.

Cara menentukan penampang irisan dengan sumbu afinitas:

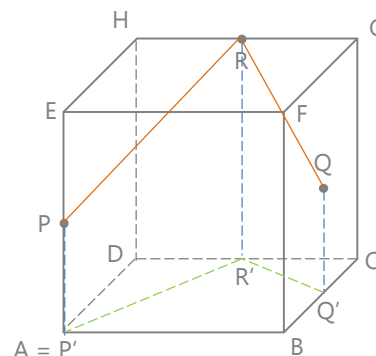
- 1) Buat sumbu afinitas.
- 2) Perpanjang garis perpotongan bidang alas dengan bidang tegak (rusuk alas) menuju sumbu afinitas.
- 3) Dari perpotongan sumbu afinitas dengan rusuk alas, tarik garis menuju titik irisan penampang pada bidang tegak. Tujuannya adalah menentukan titik irisan penampang lain yang belum diketahui.
- 4) Penampang irisan dibentuk dengan menghubungkan titik-titik irisan penampang.

Contoh 1: Lukis penampang bidang yang melalui titik P, Q dan R pada kubus berikut!



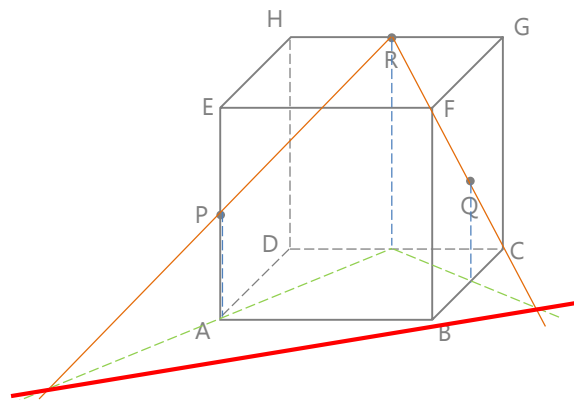
Langkah 1

Jatuhkan titik P, Q dan R ke alas ruang, dan buat garis **PR**, **QR**, **P'R'** dan **Q'R'**.



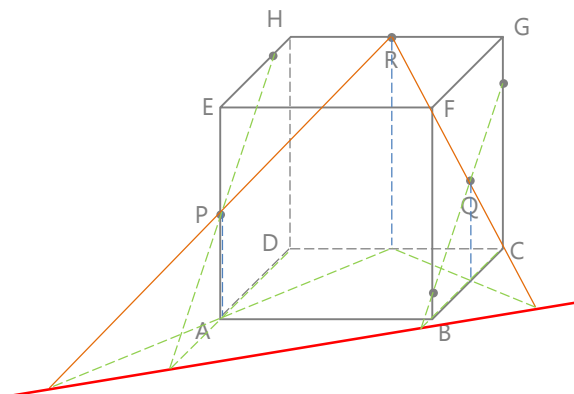
Langkah 2

Perpanjang garis-garis yang telah dibentuk sampai berpotongan di alas ruang. Garis yang terbentuk adalah **sumbu afinitas**.



Langkah 3

Hubungkan AD dan BC dengan sumbu afinitas, lalu tarik garis dari perpotongan menuju P (garis AD) dan menuju Q (garis BC).



Langkah 4

Hubungkan titik P, Q, R dan titik-titik yang terbentuk pada langkah 3, sehingga terbentuk **penampang irisan**.

