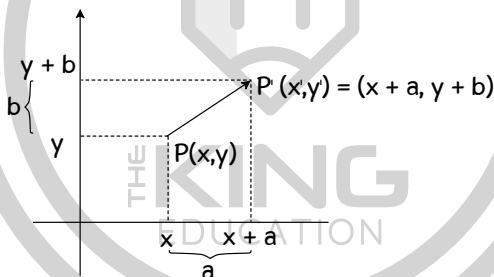


TRANSFORMASI GEOMETRI



Transformasi adalah bagian dari ilmu matematika yang mempelajari tentang perubahan letak atau bentuk suatu bangun geometri. Jenis-jenis transformasi meliputi: translasi (pergeseran); refleksi (pencerminan); rotasi (pencerminan); dan dilatasi (perbesaran/pengecilan atau perkalian).

A. Translasi (Pergeseran)



Translasi dinyatakan dalam bentuk pasangan berurut dua bilangan yang dilambangkan $T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$. Koordinat titik

bayangan oleh suatu translasi $T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ dinyatakan oleh:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$



B. Refleksi (Pencerminan)

Refleksi terhadap	Hasil Refleksi	Matriks yang Bersesuaian
Titik asal (0,0)	$(x, y) \xrightarrow{M_o} (-x, -y)$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
Sumbu x	$(x, y) \xrightarrow{M_{sb\ x}} (x, -y)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
Sumbu y	$(x, y) \xrightarrow{M_{sb\ y}} (-x, y)$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Garis $y = x$	$(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} (y, x)$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
Garis $y = -x$	$(x, y) \xrightarrow{M_{y=-x}} (-y, -x)$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
Garis $x = a$	$(x, y) \xrightarrow{M_{x=a}} (2a - x, y)$	-
Garis $y = b$	$(x, y) \xrightarrow{M_{y=b}} (x, 2b - y)$	-
Garis $y = x \tan \alpha$	$P(x, y) \xrightarrow{y = x \tan \alpha} P'(x \cos 2\alpha + y \sin 2\alpha, x \sin 2\alpha - y \cos 2\alpha)$	$\begin{pmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & -\cos 2\alpha \end{pmatrix}$
Garis $y = x + k$	$(x, y) \xrightarrow{M_{y=x+k}} (y - k, x + k)$	
Garis $y = -x + k$	$(x, y) \xrightarrow{M_{y=-x+k}} (-y + k, -x + k)$	



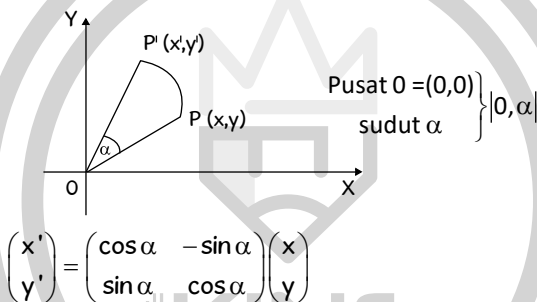
C. Rotasi

Suatu rotasi ditentukan atau bergantung pada:

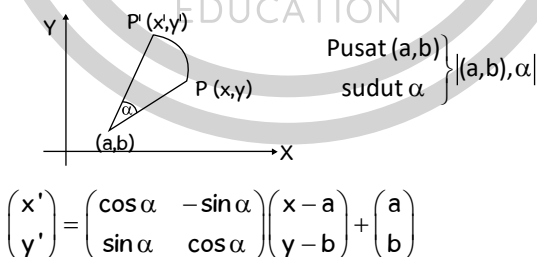
1. pusat rotasi
2. besar sudut rotasi
3. arah rotasi

Jika berlawanan dengan arah jarum jam, maka sudut putarnya positif. Jika searah dengan arah jarum jam, maka sudut putarnya negatif.

- Rotasi dengan sudut putar α dan pusat $O(0,0)$



- Rotasi dengan sudut putar α dan pusat $O(a,b)$



Ingat-ingat!!

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$



D. Dilatasi

Faktor skala k dalam menentukan sifat-sifat bayangan:

1. Jika $k > 1$, maka bayangan diperbesar dan terletak sepihak dengan pusat dilatasi dan bangun semula.
2. Jika $k = 1$, maka bayangan tetap sama atau bangun geometri tidak mengalami perubahan.
3. Jika $0 < k < 1$, maka bayangan diperkecil dan sepihak dengan pusat dilatasi dan bangun semula.
4. Jika $-1 < k < 0$, maka bangun bayangan diperkecil dan terletak berlainan pihak dengan pusat dilatasi dan bangun semula.
5. Jika $k < -1$, maka bayangan diperbesar dan berlainan pihak dengan pusat dilatasi dan bangun semula.

- **Dilatasi dengan faktor skala k dan pusat $O(0,0)$**

- $(x, y) \xrightarrow{D_{[O,k]}} (kx, ky)$

- $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

- **Dilatasi dengan faktor skala k dan pusat $O(a,b)$**

- $(x, y) \xrightarrow{D_{[(a,b),k]}} (k(x-a) + a, k(y-b) + b)$

- $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

- **Jika suatu matriks transformasi $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ memetakan bangun A menjadi A' , maka:**

$$\text{Luas bangun } A' = |(a d - bc)| \times \text{luas bangun } A$$



E. Komposisi Transformasi Geometri

1. Komposisi Dua Translasi Berurutan

$T_2 \circ T_1$ dibaca: translasi T_1 dilanjutkan dengan translasi T_2 .

Sebuah titik/garis yang ditranslasi oleh $T_1 = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ dan $T_2 = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$

dengan $T_2 \circ T_1$, maka $T_2 \circ T_1 : \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$

2. Komposisi Dua Refleksi Berurutan

$M_2 \circ M_1$ dibaca: refleksi M_1 dilanjutkan dengan refleksi M_2 .

- Komposisi refleksi terhadap dua sumbu sejajar
 - $x = a$ dilanjutkan $x = b$
 $(x, y) \longrightarrow (x + 2(b - a), y)$
 - $y = p$ dilanjutkan $y = q$
 $(x, y) \longrightarrow (x, y + 2(q - p))$
- Komposisi refleksi terhadap dua sumbu yang saling tegak lurus
 - $x = a$ dilanjutkan $y = p$
 $(x, y) \longrightarrow (2a - x, 2p - y)$
- Komposisi refleksi terhadap dua sumbu yang saling berpotongan

Sebuah titik direfleksikan terhadap garis $y = m_1x + c_1$ dilanjutkan refleksi terhadap garis $y = m_2x + c_2$ dengan $P(h, k)$ merupakan titik potong kedua garis dan α sudut antara dua garis, maka bayangan:



$$\begin{pmatrix} x'-h \\ y'-k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-h \\ y-k \end{pmatrix}$$

3. Komposisi Dua Rotasi yang Sepusat

- Komposisi dua rotasi sejauh θ_1 dan θ_2 pada pusat $O(0,0)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- Komposisi dua rotasi sejauh θ_1 dan θ_2 pada pusat $O(a,b)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

4. Komposisi Transformasi dengan Matriks

Jika T_1 dan T_2 masing-masing adalah transformasi yang bersesuaian dengan matriks-matriks

$$M_1 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ dan } M_2 = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}, \text{ maka komposisi trans-}$$

formasinya adalah sebagai berikut.

- $T_1 \circ T_2$ bersesuaian dengan matriks berikut

$$M_1 \cdot M_2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$$

- $T_2 \circ T_1$ bersesuaian dengan matriks berikut

$$M_2 \cdot M_1 = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$



LATIHAN SOAL

1. SOAL UTBK 2019

Jika garis $y = ax + b$ digeser ke atas sejauh 2 satuan kemudian dicerminkan terhadap sumbu x , maka bayangannya adalah garis $y = -2x + 1$. Nilai $3a - 2b$ adalah...

- A. -8 C. -1 E. 12
B. -4 D. 8

2. SOAL UTBK 2019

Parabola $y = 2x^2 + 1$ dicerminkan terhadap sumbu x kemudian digeser ke kanan sejauh 2 satuan. Jika persamaan parabola terakhir adalah $y = ax^2 + bx + c$, maka $a + b + c = \dots$

- A. 15 C. -1 E. -19
B. 1 D. -3

3. SOAL SBMPTN 2018

Diketahui gradien garis yang melalui titik $O(0,0)$ dan $P(a,b)$ adalah -2 . Jika P dicerminkan terhadap sumbu x kemudian digeser 5 satuan ke bawah dan 1 satuan ke kiri, maka gradien garis yang melalui P' dan $O(0,0)$ adalah -1 . Titik P adalah

- A. $(-2,4)$ C. $(1,-2)$ E. $(3,-6)$
B. $(-1,2)$ D. $(2,-4)$

4. SOAL SBMPTN 2016

Pencerminan titik $P(s,t)$ terhadap garis $x = a$ dan dilanjutkan dengan pencerminan terhadap garis $y = b$ menghasilkan titik Q . Jika garis PQ melalui titik $(0,0)$, maka $a : b = \dots$



A. $s : t$

C. $2t : s$

E. $2s : t$

B. $t : s$

D. $s : 2t$

5. SOAL STANDAR UTBK 2019

Vektor \vec{x} dicerminkan terhadap garis $y = 0$, kemudian hasilnya diputar terhadap titik asal $O(0,0)$ sebesar $\theta > 0$ searah jarum jam, menghasilkan vektor \vec{y} . Jika $\vec{y} = A\vec{x}$, maka matriks $A = \dots$

A. $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

E. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

6. SOAL STANDAR UTBK 2019

Transformasi T merupakan pencerminan terhadap garis $y = \frac{x}{3}$ dilanjutkan pencerminan terhadap garis $y = -3x$ maka matriks penyajian T adalah

A. $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

E. $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

7. SOAL STANDAR UTBK 2019

Parabola $y = x^2 - 6x + 8$ digeser ke kanan sejauh 2 satuan searah dengan sumbu- x dan digeser ke bawah sejauh 3 satuan. Jika parabola hasil pergeseran ini memotong sumbu- x di x_1 dan x_2 , maka $x_1 + x_2$ adalah

- A. 8 C. 10 E. 12
B. 9 D. 11

8. SOAL UM UGM 2015

Hasil pencerminan titik $C(-4, -2)$ terhadap garis $ax + by + 6 = 0$ adalah $C'(4, 10)$. Nilai $a + 2b$ adalah

- A. -8 C. 2 E. 8
B. -4 D. 4

9. SOAL STANDAR UTBK 2019

Segitiga ABC dengan $A(2, 1)$, $B(5, 1)$, $C(2, 5)$ ditransformasikan dengan matriks transformasi $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Luas bangun hasil transformasi adalah

- A. 6 satuan luas D. 24 satuan luas
B. 12 satuan luas E. 28 satuan luas
C. 18 satuan luas

10. SOAL STANDAR UTBK 2019

Parabola $y = ax^2 + bx + c$ puncaknya (p, q) , dicerminkan terhadap garis $y = q$ menghasilkan parabola $y = kx^2 + lx + m$. Nilai $a + b + c + k + l + m$ adalah

- A. q C. p E. $p + q$
B. $2p$ D. $2q$

11. SOAL STANDAR UTBK 2019

Oleh matriks $A = \begin{pmatrix} a+2 & a \\ 1 & a+1 \end{pmatrix}$ titik $P(1, 2)$ dan titik Q



masing-masing ditransformasikan ke titik $P'(2,3)$ dan $Q'(2,0)$. Koordinat titik Q adalah

- A. (1,-1) C. (1,1) E. (1,0)
- B. (-1,1) D. (2,-1)

12 SOAL STANDAR UTBK 2019

Diketahui jajar genjang ABCD dengan titik-titik sudutnya adalah $A(2,0)$, $B(4,0)$ dan koordinat titik potong kedua diagonalnya adalah $E(3\frac{1}{2}, 2)$. Jika jajar genjang itu diputar dengan pusat A sejauh 90° searah putaran jarum jam, maka dihasilkan bayangan segiempat $A'B'C'D'$. Pernyataan berikut ini benar, **kecuali**

- A. Koordinat titik $B'(2,-2)$
- B. Koordinat titik $C'(6,-3)$
- C. Koordinat titik $D'(6,1)$
- D. Luas segiempat ABCD = 8 satuan
- E. Luas segiempat $A'B'C'D' = 8$ satuan luas

13 SOAL STANDAR UTBK 2019

Titik $P(a,b)$ dicerminkan terhadap sumbu x, bayangannya dicerminkan pula terhadap sumbu y, maka bayangan terakhir titik P merupakan

- A. Pencerminan titik P terhadap garis $y = x$
- B. Pencerminan titik P terhadap garis $y = -x$
- C. Pencerminan titik P terhadap sumbu y
- D. Perputaran titik P dengan pusat $O(0,0)$ sebesar π radian berlawanan arah putaran jarum jam
- E. Perputaran titik P dengan pusat $O(0,0)$ sebesar $\frac{\pi}{2}$ radian berlawanan arah putaran jarum jam



14 SOAL STANDAR UTBK 2019

Bayangan kurva $y = \sin x$ oleh refleksi terhadap sumbu x dilanjutkan dengan dilatasi berpusat di $O(0,0)$ dan

faktor skala $\frac{1}{2}$ adalah kurva

- A. $\sin 2x$
- B. $y = \frac{1}{2} \sin x$
- C. $y = \sin x \cos x$
- D. $y = -\sin x \cos x$
- E. $y = -\sin 2x$

15 SOAL STANDAR UTBK 2019

Oleh suatu pemetaan $A(x,y) \rightarrow A'(x',y')$, hubungan x dan y dengan x' dan y' ditentukan oleh persamaan

matriks $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Bayangan dari titik $(-5,3)$

dan $(2,-4)$ oleh transformasi itu masing-masing adalah $(1,-3)$ dan $(-6,-10)$. Bayangan titik $A(3,-6)$ oleh transformasi itu adalah (p,q) . Nilai dari $p + q$ adalah

- A. -24
- B. -6
- C. 6
- D. 9
- E. 24



PEMBAHASAN

1. PEMBAHASAN CERDIK:

Ingat-ingat!

- $A(x, y) \xrightarrow{\text{Translasi } \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x+a, y+b)$
- $A(x, y) \xrightarrow{\text{Dicerminkan Sumbu X}} A'(x, -y)$

Garis $y = ax + b$ digeser ke atas sejauh 2 satuan sama dengan translasi $T = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, kemudian dicerminkan terhadap sumbu x. Maka diperoleh:

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \xrightarrow{T \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} x \\ y+2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Sumbu X}} A' \begin{pmatrix} x \\ -(y+2) \end{pmatrix}$$

$$x' = x$$

$$y' = -(y+2) \Rightarrow y = -y' - 2$$

Bayangannya $y = ax + b$ adalah $(-y' - 2) = ax' + b$

$$\Rightarrow y' = -ax' - 2 - b \text{ ekuivalen dengan } y = -2x + 1$$

$$\Rightarrow a = 2 \text{ dan } -b - 2 = 1 \Rightarrow b = 3$$

$$\text{Maka, } 3a - 2b = 3(2) - 2(-3) = 12$$

Jawaban: E

2. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui parabola $y = 2x^2 + 1$

- Dicerminkan terhadap sumbu x

$$(x, y) \xrightarrow{\text{Msumbu x}} (x, -y)$$



- Kemudian digeser ke kanan sejauh 2 satuan

$$(x, -y) \xrightarrow{T \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}} (x+2, -y)$$

Sehingga diperoleh:

$$x' = x + 2 \Rightarrow x = x' - 2$$

$$y' = -y \Rightarrow y = -y'$$

Maka bayangannya adalah:

$$-y' = 2(x' - 2)^2 + 1$$

$$-y' = 2(x'^2 - 4x' + 4) + 1$$

$$-y' = 2x'^2 - 8x' + 9$$

$$y' = -2x'^2 + 8x' - 9$$

Persamaan bayangan parabola tersebut adalah:

$$y = -2x^2 + 8x - 9$$

$$a = -2, b = 8, \text{ dan } c = -9$$

$$a + b + c = -2 + 8 + (-9) = -3$$

Jawaban: D

3. PEMBAHASAN CERDIK:

Ingat-ingat!

Suatu titik (x, y) dicerminkan terhadap sumbu X , maka hasilnya $(x, -y)$.

Suatu titik (x, y) ditranslasikan sejauh (a, b) , maka hasilnya $(x+a, y+b)$.

Diketahui gradien garis yang melalui titik $O(0,0)$ dan $P(a,b)$ adalah -2 , artinya:

$$m = \frac{b}{a} = -2 \Rightarrow b = -2a$$



$$P(a, b) \xrightarrow{\text{Dicerminkan Sb X}} (a, -b)$$

$$(a, -b) \xrightarrow{\text{Digeser } \begin{pmatrix} 5 \text{ satuan ke bawah} \\ 1 \text{ satuan ke kiri} \end{pmatrix}} P'(a-1, -b-5)$$

Karena $b = -2a$, diperoleh $P'(a-1, 2a-5)$

Gradien garis yang melalui P' dan $O(0,0)$ adalah -1 , diperoleh:

$$m = \frac{2a-5}{a-1} = -1$$

$$\Rightarrow 2a-5 = -a+1$$

$$\Rightarrow a = 2 \text{ dan } b = -4$$

$$\text{Diperoleh, } P(a, b) = (2, -4)$$

Jawaban: D

4. PEMBAHASAN CERDIK:

$$P = \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{Pencerminan } x=a]{} \begin{pmatrix} 2a-s \\ t \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{Pencerminan } y=b]{} \begin{pmatrix} 2a-s \\ 2b-t \end{pmatrix} = Q$$

Artinya, diketahui $P(s, t)$, $Q(2a-s, 2b-t)$, dan PQ melalui $O(0,0)$. Dengan demikian titik P , Q , dan O segaris. Maka berlaku:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$$

$$\frac{(2b-t)-0}{(2a-s)-0} = \frac{0-t}{0-s}$$

$$\frac{2b-t}{2a-s} = \frac{t}{s} \Rightarrow 2at - ts = 2bs - ts$$

$$at = bs$$

$$\frac{a}{b} = \frac{s}{t}$$

Jawaban: A



5. PEMBAHASAN CERDIK:

Matriks transformasi pencerminan terhadap garis $y = 0$ (sumbu x) adalah:

$$M_{sbx} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Matriks transformasi rotasi terhadap titik asal $O(0,0)$ sebesar θ berlawanan arah dengan jarum jam adalah:

$$R_{(0,\theta)} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

Konsep komposisi transformasi jika vektor \vec{x} secara berturut-turut ditransformasikan oleh matriks transformasi T_1 lalu dilanjutkan transformasi oleh matriks transformasi T_2 , maka:

$$\begin{aligned} \vec{y} &= (T_2 \circ T_1) \vec{x} \\ &= (R_{(0,-\theta)} \circ M_x) \vec{x} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(-\theta) & -\sin(-\theta) \\ \sin(-\theta) & \cos(-\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \vec{x} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \vec{x} \end{aligned}$$

Karena $\vec{y} = A\vec{x}$, maka matriks A adalah:

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Jawaban: D



6. PEMBAHASAN CERDIK:

- Garis $y = \frac{x}{3}$ dan garis $y = -3x$ saling tegak lurus berarti transformasi T merupakan rotasi dengan sudut 180° dengan pusat $O(0,0)$.
- maka matriks $T = \begin{pmatrix} \cos 180^\circ & -\sin 180^\circ \\ \sin 180^\circ & \cos 180^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Jawaban: B

7. PEMBAHASAN CERDIK:

Parabola $y = x^2 - 6x + 8$ digeser ke kanan sejauh 2 satuan searah dengan sumbu- x dan digeser ke bawah sejauh 3 satuan. Misal $(x, y) \rightarrow (x', y')$

Maka, $x' = x + 2 \Rightarrow x = x' - 2$

$y' = y - 3 \Rightarrow y = y' + 3$

Sehingga, bayangan dari $y = x^2 - 6x + 8$ adalah:

$$(y' + 3) = (x' - 2)^2 - 6(x' - 2) + 8$$

$$\Rightarrow y' + 3 = x'^2 - 4x' + 4 - 6x' + 12 + 8$$

$$\Rightarrow y' = x'^2 - 10x' + 21$$

atau $y = x^2 - 10x + 21$

Ingat-ingat!

Persamaan kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ dengan akar-akar x_1 dan x_2 , maka: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; dan $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$y = x^2 - 10x + 21$ memotong sumbu x di titik x_1 dan x_2 ,

$$\text{maka: } x_1 + x_2 = -\frac{-10}{1} = 10$$

Jawaban: C



8. PEMBAHASAN CERDIK:

Titik $C'(4,10)$ merupakan hasil pencerminan titik $C(-4,-2)$ terhadap garis $g \equiv ax + by + 6 = 0$ maka garis CC' tegak lurus garis g . dengan demikian berlaku $m_{CC'} \cdot m_g = -1$

Gradien garis melalui $C(-4,-2)$ dan $C'(4,10)$ adalah:

$$m_{CC'} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 10}{-4 - 4} = \frac{-12}{-8} = \frac{3}{2}$$

Gradien garis
 $g \equiv ax + by + 6 = 0$

adalah $m_g = -\frac{a}{b}$

$$m_{CC'} \cdot m_g = -1$$

$$\frac{3}{2} \cdot -\frac{a}{b} = -1$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

$$a = \frac{2b}{3}$$

Karena $C'(4,10)$ merupakan hasil pencerminan titik $C(-4,-2)$ maka jarak titik C ke garis g sama dengan jarak titik C' ke garis g .

Sehingga garis g melalui titik tengah titik C dan C' , yaitu:

$$\left(\frac{4 + (-4)}{2}, \frac{10 + (-2)}{2} \right) = (0, 4)$$

Sehingga berlaku:

$$ax + by + 6 = 0$$

$$a \cdot 0 + b \cdot 4 + 6 = 0$$

$$4b = -6$$

$$2b = -3$$

$$\text{Karena } 2b = -3$$

$$\text{maka } a = \frac{2b}{3} = \frac{-3}{3} = -1$$

$$\text{Jadi, } a + 2b = -1 + (-3) = -4$$

Jawaban: B



9. PEMBAHASAN CERDIK:

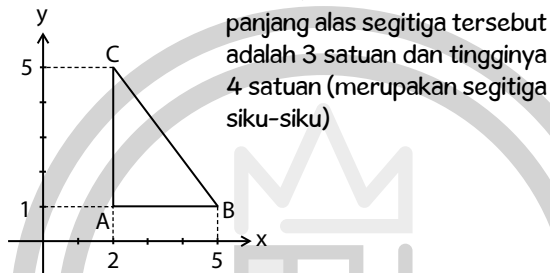
Misalkan $T = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Luas bayangan hasil transformasi segitiga yaitu:

$$L \triangle ABC = |\det T| \cdot \text{Luas } \triangle ABC$$

dengan $|\det T| = |ad - bc| = |4 \cdot 1 - 1 \cdot 0| = 4$

Dengan membuat sketsanya, maka diketahui:



Sehingga, luas segitiga tersebut adalah:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \text{alas} \cdot \text{tinggi} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$$

Jadi, luas bayangan hasil transformasi adalah:

$$L(\triangle ABC)' = 4 \times 6 = 24 \text{ satuan luas}$$

Jawaban: D

10. PEMBAHASAN CERDIK:

Fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$

$$\text{Titik puncak } (p, q) \Rightarrow y = A(x - p)^2 + q$$

$$ax^2 + bx + c = A(x^2 - 2px + p^2) + q$$

$$ax^2 + bx + c = Ax^2 - 2Ap x + Ap^2 + q$$

Dari $y = Ax^2 - 2Ap x + Ap^2 + q$ diketahui $a = A$, $b = -2Ap$

$$\text{dan } c = Ap^2 + q$$



Pencerminan terhadap $y = q$ menghasilkan:

$$x' = x \Rightarrow x = x'$$

$$y = 2q - y' \Rightarrow y = 2q - y'$$

Jadi, bayangan $y = Ax^2 - 2Apx + Ap^2 + q$ terhadap pencerminan garis $y = q$ adalah:

$$y = Ax^2 - 2Apx + Ap^2 + q \xrightarrow[y=2q-y']{x=x'}$$

$$2q - y' = Ax'^2 - 2Apx' + Ap^2 + q$$

(dikalikan -1)

$$\Leftrightarrow -2q + y' = -Ax'^2 + 2Apx' - Ap^2 - q$$

$$\Leftrightarrow y' = -Ax'^2 + 2Apx' - Ap^2 - q + 2q$$

$$\Leftrightarrow y' = -Ax'^2 + 2Apx' - Ap^2 + q$$

$$\Leftrightarrow kx^2 + lx + m = -Ax'^2 + 2Apx' - Ap^2 + q$$

Sehingga, diperoleh persamaan:

$$k = -A, l = 2Ap, \text{ dan } m = -Ap^2 + q$$

Jadi, $a + b + c + k + l + m$

$$\begin{aligned} &= A - 2Ap + Ap^2 + q - A + 2Ap - Ap^2 + q \\ &= 2q \end{aligned}$$

Jawaban: D

11. PEMBAHASAN CERDIK:

Diketahui oleh transformasi matriks $A = \begin{pmatrix} a+2 & a \\ 1 & a+1 \end{pmatrix}$

Titik $P(1, 2)$ mempunyai bayangan $P'(2, 3)$

Maka,

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+2 & a \\ 1 & a+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+2+2a \\ 1+2a+2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Diperoleh: } 2 = 3a + 2 \text{ atau } 3 = 3 + 2a \Rightarrow a = 0$$



Sehingga, matriks transformasi A adalah $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Jika, titik $Q(x,y)$ ditransformasikan matriks A diperoleh bayangan $Q'(2,0)$, maka:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x \\ x+y \end{pmatrix}$$

Diperoleh: $2 = 2x \Rightarrow x = 1$

Dan $x + y = 0 \Rightarrow y = -1$

Jadi, titik $Q(1,-1)$

Jawaban: A

12 PEMBAHASAN CERDIK:

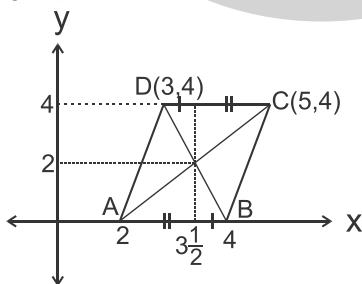
Diketahui jajar genjang ABCD dengan titik-titik sudutnya adalah $A(2,0)$, $B(4,0)$ dan koordinat titik potong kedua diagonalnya adalah $E(3\frac{1}{2}, 2)$, maka:

Koordinat C dan D berada di garis $y = 2 \times 2 = 4$.

$$\text{Titik C} = \left(2 + 2\left(3\frac{1}{2} - 2\right), 4 \right) = (5, 4)$$

$$\text{Titik D} = \left(4 - 2\left(4 - 3\frac{1}{2}\right), 4 \right) = (3, 4)$$

Gambar:



Jika jajar genjang diputar dengan pusat $A(2,0)$ sejauh 90° searah putaran jarum jam,

Ingat-ingat!

Rotasi dengan $[P(a,b), -90^\circ]$ yang memetakan titik $A(x,y)$ ke $A'(x',y')$ adalah:

$$\begin{pmatrix} x'-a \\ y'-b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix}$$

(1). Titik $B' =$

$$\begin{pmatrix} x'-2 \\ y'-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4-2 \\ 0-0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x'-2 \\ y'-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow x' = 2 \text{ dan } y = -2$$

Jadi, titik $B'(2,-2)$

(2). Titik $C' =$

$$\begin{pmatrix} x'-2 \\ y'-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5-2 \\ 4-0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x'-2 \\ y'-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow x' = 6 \text{ dan } y' = -3$$

Jadi, titik $C'(6,-3)$

(3). Titik $D' =$

$$\begin{pmatrix} x'-2 \\ y'-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3-2 \\ 4-0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x'-2 \\ y'-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow x' = 6 \text{ dan } y' = -1$$

Jadi, titik $D'(6,-1)$



(4). Luas $A'B'C'D' = \text{luas } ABCD = 2 \times 4 = 8$

Jadi, pernyataan pada pilihan C salah.

Jawaban: C

13 PEMBAHASAN CERDIK:

Titik $P(a,b)$ dicerminkan terhadap sumbu $x \Rightarrow P'(a, -b)$

Kemudian dicerminkan terhadap sumbu $y \Rightarrow P''(-a, -b)$

Sehingga, bayangan titik $P(a,b)$ menjadi $P''(-a,-b)$ sama halnya dengan rotasi titik P dengan pusat $O(0,0)$ dengan sudut 180° .

Jawaban: D

14 PEMBAHASAN CERDIK:

$$(X, Y) \xrightarrow{\text{cerminkan SbX}} (X, -Y) \xrightarrow{\text{Dilatasi}[O, \frac{1}{2}]} \left(\frac{1}{2}X, -\frac{1}{2}Y\right)$$

Jadi, bayangannya adalah

$$x' = \frac{1}{2}x \Rightarrow x = 2x'$$

$$y' = -\frac{1}{2}y \Rightarrow y = -2y'$$

Dengan demikian, bayangan dari $y = \sin x$ adalah:

$$-2y' = \sin 2x' \Rightarrow y' = -\frac{1}{2} \sin 2x'$$

$$\Rightarrow y' = -\frac{1}{2} (2 \cdot \sin x' \cdot \cos x')$$

$$\Rightarrow y' = -\sin x' \cdot \cos x'$$

Jawaban: D

15 PEMBAHASAN CERDIK:

$$\text{Diketahui persamaan matriks } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Jika bayangan dari $(-5, 3)$ adalah $(1, -3)$, maka:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5a + 3b \\ -5c + 3d \end{pmatrix}$$



Diperoleh: $-5a + 3b = 1 \dots(i)$

$$-5c + 3d = -3 \dots(ii)$$

Jika bayangan dari $(2, -4)$ adalah $(-6, -10)$, maka:

$$\begin{pmatrix} -6 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a - 4b \\ 2c - 4d \end{pmatrix}$$

Diperoleh: $2a - 4b = -6 \dots(iii)$

$$2c - 4d = -10 \dots(iv)$$

Dari persamaan (i) dan (iii),

$$\begin{array}{rcl} -5a + 3b = 1 & | \times 4 & -20a + 12b = 4 \\ 2a - 4b = -6 & | \times 3 & \underline{6a - 12b = -18} + \\ & & -14a = -14 \\ & & \Rightarrow a = 1 \\ & & \text{dan } b = 2 \end{array}$$

Dari persamaan (ii) dan (iv),

$$\begin{array}{rcl} -5c + 3d = -3 & | \times 4 & -20c + 12d = -12 \\ 2c - 4d = -10 & | \times 3 & \underline{6c - 12d = -30} + \\ & & -14c = -42 \\ & & \Rightarrow c = 3 \\ & & \text{dan } d = 4 \end{array}$$

Sehingga, matriks transformasinya adalah: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

Jadi, bayangan dari titik A $(3, -6)$ adalah:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -15 \end{pmatrix}$$

Diperoleh:

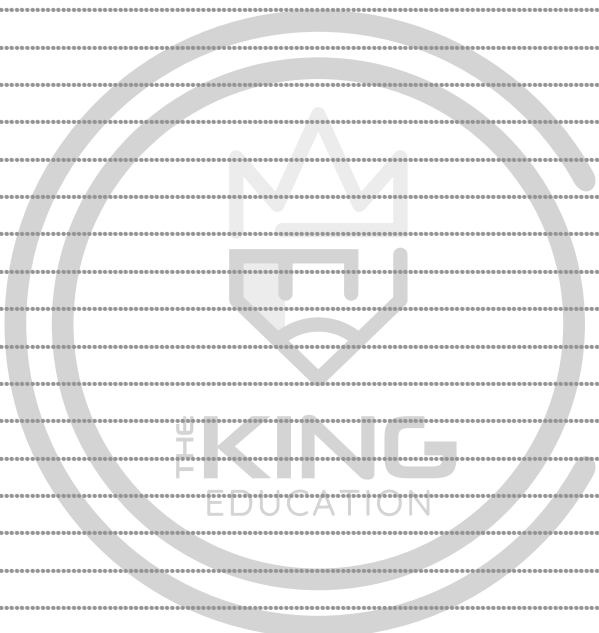
$$p = -9 \text{ dan } q = -15$$

$$p + q = -9 + (-15) = -24$$

Jawaban: A



Catatan



1. Group Belajar UTBK GRATIS)

Via Telegram, Quis Setiap Hari, Drilling Soal Ribuan, Full Pembahasan Gratis. Link Group: t.me/theking_utbk

2. Instagram Soal dan Info Tryout UTBK

[@theking.education](https://www.instagram.com/theking.education)

[@video.trik_tpa_tps](https://www.instagram.com/video.trik_tpa_tps)

[@pakarjurusan.ptn](https://www.instagram.com/pakarjurusan.ptn)

3. DOWNLOAD BANK SOAL

www.edupower.id

www.theking-education.id

4. TOKO ONLINE ORIGINAL

SHOPEE, nama toko: [forumedukasiofficial](https://www.shopee.co.id/forumedukasiofficial)

5. Katalog Buku

www.bukuedukasi.com

WA Layanan Pembaca:
0878-397-50005



@theking.education