Министерство образования Республики Беларусь Белорусский национальный технический университет Факультет транспортных коммуникаций Кафедра «Геодезия и аэрокосмические геотехнологии»

# Отчет по лабораторной работе №2 «Главная геодезическая задача на эллипсоиде» Вариант №3

Выполнил: ст.гр.11405118

Вишняков Д.Н.

Проверил: ст. преподаватель

Будо А.Ю.

#### 2.1. Обратная Геодезическая Задача (ОГЗ) на эллипсоиде WGS84

Исходными данными в ОГЗ на эллипсоиде являются:

Широта и долгота первой точки  $\varphi_1$ ,  $\lambda_1$ .

Широта и долгота второй точки  $\varphi_2$ ,  $\lambda_2$ .

Необходимо найти:

Длина геодезической линии S

Прямой азимут  $\alpha_1$ .

Обратный азимут  $\alpha_2$ .

#### Ход решения

*Действие 1*. Вычисление в радианах разности широт и долгот, а также среднее значение широты.

$$\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \tag{2.1}$$

$$\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \tag{2.2}$$

$$\varphi_{cp} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \tag{2.3}$$

Действие 2. Вычисление радиуса кривизны первого вертикала и меридиана и вспомогательные величины, которые обеспечат компактный вид формул и уменьшат сложность вычислений остальных величин.

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \left(\sin\left(\varphi_{cp}\right)\right)^2}} \tag{2.4}$$

$$M = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{\left(1 - e^2 \cdot \left(\sin(\varphi_{cp})\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$
 (2.5)

где  $e^2$  – квадрат эксцентриситета и равен

$$e^2 = 2 \cdot f - f^2 \tag{2.6}$$

a, f – параметры эллипсоида WGS84

Вспомогательные величины рассчитываются по следующим формулам

$$t = \operatorname{tg}(\varphi_{cp}) \tag{2.7}$$

$$\eta^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \cdot \left(\cos(\varphi_{cp})^2\right) \tag{2.8}$$

$$V^2 = 1 + \eta^2 \tag{2.9}$$

$$f_1 = \frac{1}{M} \tag{2.10}$$

$$f_2 = \frac{1}{N} \tag{2.11}$$

$$f_3 = \frac{1}{24} \tag{2.12}$$

$$f_4 = \frac{1 + \eta^2 - 9 \cdot \eta^2 \cdot t^2}{24 \cdot V^4} \tag{2.13}$$

$$f_5 = \frac{1 - 2 \cdot \eta^2}{24} \tag{2.14}$$

$$f_6 = \frac{\eta^2 \cdot (1 - t^2)}{8 \cdot V^4} \tag{2.15}$$

$$f_7 = \frac{1+\eta^2}{12} \tag{2.16}$$

$$f_8 = \frac{3 + 8 \cdot \eta^2}{24 \cdot V^4} \tag{2.17}$$

Действие 3. Вычисление трех вспомогательных величин.

$$S \cdot \sin(\alpha) S \cdot \cos(\alpha) \Delta \alpha$$

по формулам

$$S \cdot \sin(\alpha) = \frac{1}{f_2} \cdot \Delta \lambda \cdot \cos(\varphi_{cp}) \cdot \left(1 - f_3 \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp})\right)^2 + f_4 \cdot \left(\Delta \varphi\right)^2\right)$$
(2.18)

$$S \cdot \cos(\alpha) = \frac{1}{f_1} \cdot \Delta \varphi_{cp} \cdot \cos\left(\frac{\Delta \lambda}{2}\right) \cdot \left(1 - f_5 \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp})\right)^2 + f_6 \cdot \left(\Delta \varphi\right)^2\right)$$
 (2.19)

$$\Delta \alpha = \Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp}) \cdot \left(1 + f_7 \cdot (\Delta \lambda \cdot \cos(\varphi_{cp}))^2 + f_8 \cdot (\Delta \varphi)^2\right)$$
 (2.20)

Действие 4. Вычисления окончательных значений величин Длина геодезической линии

$$S = \sqrt{(S \cdot \sin(\alpha))^2 + (S \cdot \cos(\alpha))^2}$$
 (2.21)

Величина азимута вычисляется стандартно, т.е. как румб с учетом четверти.

$$\alpha = \arctan\left(\left|\frac{S \cdot \sin(\alpha)}{S \cdot \cos(\alpha)}\right|\right) \tag{2.22}$$

$$\alpha_1 = \alpha - \frac{\Delta \alpha}{2} \tag{2.23}$$

$$\alpha_2 = \alpha + \frac{\Delta \alpha}{2} + \pi \tag{2.24}$$

Значение азимутов должно находится в интервале

$$0 \le \alpha \le 2\pi \tag{2.25}$$

Результаты расчетов приведены ниже

Дано:
, ,
$\varphi_1 = 54^{\circ}54'00'$
$\varphi_2 = 54^{\circ}30'00'$
$\lambda_1 = 26^{\circ}42'00''$

$$\alpha_2$$
-?

Решение:

Действие 1. Вычисление в радианах разности широт и долгот, а также среднее значение широты

$$\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0.006981$$
 рад

$$\lambda_2 = 26^{\circ}54'00'' \mid \Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = -0.003491$$
 рад

$$\phi_{cp} = rac{arphi_1 + arphi_2}{2} = 0,954695$$
 рад

α<sub>1</sub>-? Действие 2. Вычисление радиуса кривизны первого вертикала и меридиана

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \left(\sin(\varphi_{cp})\right)^2}} = 6392404,778 \text{ M}$$

$$M = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{\left(1 - e^2 \cdot \left(\sin(\varphi_{cp})\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} = 6378051,299 \text{ M}$$

$$t = tg(\varphi_{cp}) = 1,412350$$

$$\eta^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \cdot (\cos(\varphi_{cp})^2) = 0.047439$$

$$V^2 = 1 + \eta^2 = 1.001125$$

$$f_1 = \frac{1}{M} = 0,0000001$$

$$f_2 = \frac{1}{N} = 0,0000001$$

$$f_3 = \frac{1}{24} = 0,0416666$$

$$f_4 = \frac{1 + \eta^2 - 9 \cdot \eta^2 \cdot t^2}{24 \cdot V^4} = 0,039897$$

$$f_5 = \frac{1 - 2 \cdot \eta^2}{24} = 0,041479$$

$$f_6 = \frac{\eta^2 \cdot (1 - t^2)}{8 \cdot V^4} = -0.000279$$

$$f_7 = \frac{1+\eta^2}{12} = 0.083521$$

$$f_8 = \frac{3 + 8 \cdot \eta^2}{24 \cdot V^4} = 0.125186$$

Действие 3. Вычисления трех вспомогательных

#### величин

$$S \cdot \sin(\alpha) = \frac{1}{f_2} \cdot \Delta \lambda \cdot \cos(\varphi_{cp}) \cdot \left(1 - f_3 \cdot (\Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp}))^2 + f_4 \cdot (\Delta \varphi)^2\right) =$$

$$= -12894,164 \text{ (M)}$$

$$S \cdot \cos(\alpha) = \frac{1}{f_1} \cdot \Delta \varphi_{cp} \cdot \cos\left(\frac{\Delta \lambda}{2}\right) \cdot \left(1 - f_5 \cdot (\Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp}))^2 + f_6 \cdot (\Delta \varphi)^2\right) =$$

$$= -44527,137 \text{ (M)}$$

$$\Delta \alpha = \Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp}) \cdot \left(1 + f_7 \cdot (\Delta \lambda \cdot \cos(\varphi_{cp}))^2 + f_8 \cdot (\Delta \varphi)^2\right) =$$

$$= -0,163229 \text{ (рад)}$$

#### Действие 4. Вычисления окончательных значений

#### Величин

$$S = \sqrt{(S \cdot \sin(\alpha))^2 + (S \cdot \cos(\alpha))^2} = 46356,503 \text{ (M)}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{|S \cdot \sin(\alpha)|}{|S \cdot \cos(\alpha)|}\right) = 5,88962 \text{ рад}$$

$$\alpha_1 = \alpha - \frac{\Delta \alpha}{2} = 5,89317 \text{ рад} = 163^{\circ}46' 06,36''$$

$$\alpha_2 = \alpha + \frac{\Delta \alpha}{2} - \pi = 2,74447 \text{ рад} = 343^{\circ}55' 53,98''$$

Otbet: 
$$S = 46356,503 \text{ m}$$
  
 $\alpha_1 = 163^{\circ}46' \ 06,36''$   
 $\alpha_2 = 343^{\circ}55' \ 53,98''$ 

#### 2.2. Прямая Геодезическая Задача (ПГЗ) на эллипсоиде WGS84

Исходными данными в ПГЗ на эллипсоиде являются:

Широта и долгота первой точки  $\varphi_1$ ,  $\lambda_1$ .

Длина геодезической линии S

Прямой азимут  $\alpha_1$ .

Необходимо найти:

Широта и долгота второй точки  $\varphi_2$ ,  $\lambda_2$ .

Обратный азимут  $\alpha_2$ .

Ход решения

Действие 1. Вычисляем приблизительные координаты точки 2

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{S \cdot \cos(\alpha_1)}{M_1} \tag{2.26}$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \frac{S \cdot \sin(\alpha_1)}{N_1 \cdot \cos(\varphi_1)} \tag{2.27}$$

*Действие* 2. В ходе итерационного процесса вычисляются обратный азимут, широта и долгота второй точки по формулам.

$$\Delta \alpha = \Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp}) \cdot \left(1 + f_7 \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \cos(\varphi_{cp})\right)^2 - f_4 \cdot \Delta \varphi^2\right)$$
 (2.28)

$$\alpha = \alpha_1 + \frac{\Delta \alpha}{2} \tag{2.29}$$

$$\alpha_2 = \alpha + \frac{\Delta \alpha}{2} + \pi \tag{2.30}$$

$$\lambda_{2} = \lambda_{1} + f_{2} \cdot \frac{S \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\varphi_{cp})} \cdot \left(1 + f_{3} \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp})\right)^{2} - f_{4} \cdot \Delta \varphi^{2}\right)$$
(2.31)

$$\varphi_{2} = \varphi_{1} + f_{1} \cdot \frac{S \cdot \cos(\alpha)}{\cos\left(\frac{\Delta \lambda}{2}\right)} \cdot \left(1 - f_{5} \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \cos(\varphi_{cp})\right)^{2} - f_{6} \cdot \Delta \varphi^{2}\right)$$
(2.32)

Перед началом каждой итерации перевычисляются значения формул (2.1-2.5), а также все необходимые для их вычисления вспомогательные величины (2.7-2.17). Итерации следует продолжать до тех пор, пока значения текущей и предыдущей итераций не будут отличаться на пренебрегаемо малую величину, которая зависит от вида выполняемых работ.

$$\varphi_1 = 54^{\circ}54'0''$$
  
 $\lambda_1 = 26^{\circ}42'0''$ 

$$\alpha_1 = 163^{\circ}46'\ 06,36''$$

$$S = 46356,503 \text{ M}$$

$$\varphi_2$$
-?

$$\lambda_2$$
-?

$$\alpha_2$$
-?

#### Решение:

## Действие 1. Вычисление приблизительных координат точки 2

$$N_1 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot (\sin(\varphi_1))^2}} = 6392404,778 \text{ M}$$

$$M_1 = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{\left(1 - e^2 \cdot \left(\sin(\varphi_1)\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} = 6378051,299 \text{ M}$$

$$\varphi_2' = \varphi_1 + \frac{S \cdot \cos(\alpha_1)}{M_1} = 0,951204$$
 рад

$$\lambda_2' = \lambda_1 + \frac{S \cdot \sin(lpha_1)}{N_1 \cdot \cos(arphi_1)} = 0,469494$$
 рад

### Действие 2. В ходе итерационного процесса вычисляем обратный азимут, широта и долгота 2-ой точки

#### I итерация

$$\Delta \varphi = {\varphi_2}' - {\varphi_1} = 0,006978$$
 рад

$$\Delta \lambda = \lambda_2' - \lambda_1 = -0,003525$$
 рад

$${\varphi_{cp}}^{'}=rac{{{arphi }_{1}}+{{arphi }_{2}}^{'}}{2}=0,954696$$
 рад

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \left(\sin(\varphi_{cp}')\right)^2}} = 6392404,809 \text{ M}$$

$$M = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{\left(1 - e^2 \cdot \left(\sin(\varphi_{cp}')\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} = 6378051,393 \text{ M}$$

$$t = \operatorname{tg}\left(\varphi_{cp}^{\prime}\right) = 1,412355$$

$$\eta^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \cdot \left(\cos\left(\varphi_{cp}'\right)^2\right) = 0,002250$$

$$V^2 = 1 + \eta^2 = 1,002250$$

$$V^{2} = 1 + \eta^{2} = 1,002250$$

$$f_{1} = \frac{1}{M} = 0,0000001567$$

$$f_2 = \frac{1}{N} = 0,0000001564$$

$$f_3 = \frac{1}{24} = 0,041666$$

$$f_4 = \frac{1 + \eta^2 - 9 \cdot \eta^2 \cdot t^2}{24 \cdot V^4} = 0,039897$$

$$f_5 = \frac{1 - 2 \cdot \eta^2}{24} = 0,041479$$

$$f_6 = \frac{\eta^2 \cdot (1 - t^2)}{8 \cdot V^4} = -0,000278$$

$$f_7 = \frac{1 + \eta^2}{12} = 0,083521$$

$$f_8 = \frac{3 + 8 \cdot \eta^2}{24 \cdot V^4} = 0,125186$$

$$\Delta \alpha = \Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp}) \cdot (1 + f_7 \cdot (\Delta \lambda \cdot \cos(\varphi_{cp}))^2 - f_4 \cdot \Delta \varphi^2) =$$

$$= -0,002877 \text{ рад}$$

$$\alpha = \alpha_1 + \frac{\Delta \alpha}{2} = 2,859736 \text{ рад}$$

$$\alpha_2 = \alpha + \frac{\Delta \alpha}{2} - \pi = 6,002768 \text{ рад} = 163^\circ 46'06,35''$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + f_1 \cdot \frac{S \cdot \cos(\alpha)}{\cos(\frac{\Delta \lambda}{2})} \cdot (1 - f_5 \cdot (\Delta \lambda \cdot \cos(\varphi_{cp}))^2 - f_6 \cdot \Delta \varphi^2) =$$

$$= 0,951204 \text{ рад} = 54^\circ 29'59,9''$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + f_2 \cdot \frac{S \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\varphi_{cp})} \cdot (1 + f_3 \cdot (\Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp}))^2 - f_4 \cdot \Delta \varphi^2) =$$

$$= 0,469493 \text{ рад} = 26^\circ 53'59,9''$$
II итерация
$$\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0,006981 \text{ рад}$$

$$\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0,006981 \text{ рад}$$

$$\Delta \varphi_{cp} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = 0,954695 \text{ рад}$$

$$N = \frac{\alpha}{\sqrt{1 - e^2 \cdot (\sin(\varphi_{cp}))^2}} = 6392404,777 \text{ M}$$

$$\begin{split} M &= \frac{a \cdot (1 - e^2)}{\left(1 - e^2 \cdot \left(\sin(\varphi_{cp})\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} = 6378051,298 \text{ M} \\ t &= \text{tg}(\varphi_{cp}) = 1,412350 \\ \eta^2 &= \frac{e^2}{1 - e^2} \cdot \left(\cos(\varphi_{cp})^2\right) = 0,002250 \\ V^2 &= 1 + \eta^2 = 1,002250 \\ f_1 &= \frac{1}{M} = 0,0000001567 \\ f_2 &= \frac{1}{N} = 0,0000001564 \\ f_3 &= \frac{1}{24} = 0,041666 \\ f_4 &= \frac{1 + \eta^2 - 9 \cdot \eta^2 \cdot t^2}{24} = 0,039897 \\ f_5 &= \frac{1 - 2 \cdot \eta^2}{24} = 0,041479 \\ f_6 &= \frac{\eta^2 \cdot \left(1 - t^2\right)}{8 \cdot V^4} = -0,000278 \\ f_7 &= \frac{1 + \eta^2}{12} = 0,083520 \\ f_8 &= \frac{3 + 8 \cdot \eta^2}{24 \cdot V^4} = 0,125186 \\ \Delta \alpha &= \Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp}) \cdot \left(1 + f_7 \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \cos(\varphi_{cp})\right)^2 - f_4 \cdot \Delta \varphi^2\right) = \\ &= -0,002848 \text{ pad} \\ \alpha &= \alpha_1 + \frac{\Delta \alpha}{2} = 2,859722 \text{ pad} \\ \alpha_2 &= \alpha + \frac{\Delta \alpha}{2} - \pi = 6,002739 \text{ pad} = 163°51'00,0" \\ \varphi_2 &= \varphi_1 + f_1 \cdot \frac{S \cdot \cos(\alpha)}{\cos\left(\frac{\Delta \lambda}{2}\right)} \cdot \left(1 - f_5 \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \cos(\varphi_{cp})\right)^2 - f_6 \cdot \Delta \varphi^2\right) = \\ &= 0,951204 \text{ pad} = 54°29'59,91" \\ \lambda_2 &= \lambda_1 + f_2 \cdot \frac{S \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\varphi_{cp})} \cdot \left(1 + f_3 \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp})\right)^2 - f_4 \cdot \Delta \varphi^2\right) = \\ &= 0.951204 \text{ pad} = 54°29'59,91" \\ \lambda_2 &= \lambda_1 + f_2 \cdot \frac{S \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\varphi_{cp})} \cdot \left(1 + f_3 \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp})\right)^2 - f_4 \cdot \Delta \varphi^2\right) = \\ &= 0.951204 \text{ pad} = 54°29'59,91" \\ \lambda_2 &= \lambda_1 + f_2 \cdot \frac{S \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\varphi_{cp})} \cdot \left(1 + f_3 \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp})\right)^2 - f_4 \cdot \Delta \varphi^2\right) = \\ &= 0.951204 \text{ pad} = 54°29'59,91" \\ \lambda_2 &= \lambda_1 + f_2 \cdot \frac{S \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\varphi_{cp})} \cdot \left(1 + f_3 \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp})\right)^2 - f_4 \cdot \Delta \varphi^2\right) = \\ &= 0.951204 \text{ pad} = 54°29'59,91" \\ \lambda_2 &= \lambda_1 + f_2 \cdot \frac{S \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\varphi_{cp})} \cdot \left(1 + f_3 \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp})\right)^2 - f_4 \cdot \Delta \varphi^2\right) = \\ &= 0.951204 \text{ pad} = 54°29'59,91" \\ \lambda_2 &= \lambda_1 + f_2 \cdot \frac{S \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\varphi_{cp})} \cdot \left(1 + f_3 \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp})\right)^2 - f_4 \cdot \Delta \varphi^2\right) = \\ &= 0.951204 \text{ pad} = 54°29'59,91" \\ \lambda_3 &= \frac{1}{2} \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} &=0,469493 \text{ рад} = 26^\circ 53'59,88'' \\ &\text{III итерация} \\ &\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0,006981 \text{ рад} \\ &\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = -0,003490 \text{ рад} \\ &\varphi_{cp} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = 0,954695 \text{ рад} \\ &N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \left(\sin\left(\varphi_{cp}\right)\right)^2}} = 6392404,777 \text{ M} \\ &M = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{\left(1 - e^2 \cdot \left(\sin\left(\varphi_{cp}\right)\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} = 6378051,298 \text{ M} \\ &t = \text{tg}(\varphi_{cp}) = 1,412350 \\ &\eta^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \cdot \left(\cos(\varphi_{cp})^2\right) = 0,002250 \\ &V^2 = 1 + \eta^2 = 1,002250 \\ &f_1 = \frac{1}{M} = 0,0000001567 \\ &f_2 = \frac{1}{N} = 0,0000001564 \\ &f_3 = \frac{1}{24} = 0,041666 \\ &f_4 = \frac{1 + \eta^2 - 9 \cdot \eta^2 \cdot t^2}{24 \cdot V^4} = 0,039897 \\ &f_5 = \frac{1 - 2 \cdot \eta^2}{24} = 0,041479 \\ &f_6 = \frac{\eta^2 \cdot \left(1 - t^2\right)}{8 \cdot V^4} = -0,000278 \\ &f_7 = \frac{1 + \eta^2}{12} = 0,083520 \\ &f_8 = \frac{3 + 8 \cdot \eta^2}{24 \cdot V^4} 0,125186 \\ &\Delta \alpha = \Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp}) \cdot \left(1 + f_7 \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \cos(\varphi_{cp})\right)^2 - f_4 \cdot \Delta \varphi^2\right) = -0,002842 \text{ рад} \\ &\alpha = \alpha_1 + \frac{\Delta \alpha}{2} = 2,859722 \text{ рад} \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} \alpha_2 = \alpha + \frac{\Delta \alpha}{2} - \pi = 6,002739 \text{ рад} = 343°55′53,8″$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + f_1 \cdot \frac{S \cdot \cos(\alpha)}{\cos\left(\frac{\Delta \lambda}{2}\right)} \cdot \left(1 - f_5 \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \cos(\varphi_{cp})\right)^2 - f_6 \cdot \Delta \varphi^2\right) =$$

$$= 0,951204 \text{ рад} = 54°29′59,91″$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + f_2 \cdot \frac{S \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\varphi_{cp})} \cdot \left(1 + f_3 \cdot \left(\Delta \lambda \cdot \sin(\varphi_{cp})\right)^2 - f_4 \cdot \Delta \varphi^2\right) =$$

$$= 0,469493 \text{ рад} = 26°53′59,88″$$

$$\alpha_2 = 343°55′53,8″$$

Otbet:  $\alpha_2 = 343^{\circ}55'53.8''$ 

 $\varphi_2 = 54^{\circ}29'59,91''$ 

 $\lambda_2 = 26^{\circ}53'59.88''$ 

# 2.3. Вычисление кратчайшего расстояния между двумя исходными точками, проверить правильность пересчета и сравнить полученное значение с кратчайшим расстоянием на сфере.

Чтобы решить данную задачу необходимо воспользоваться описанием формы эллипсоида в параметрическом виде.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N(\varphi) \cdot \cos \varphi \sin \lambda \\ N(\varphi) \cdot \cos \varphi \cos \lambda \\ N(\varphi) (1 - e^2) \sin \varphi \end{pmatrix}$$
(2.33)

где  $N(\varphi)$ -первый вертикал

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot (\sin(\varphi))^2}} \tag{2.34}$$

Тогда координаты первой точки равны

 $X_1 = 3283771,430 \text{ M}$ 

 $Y_1 = 1651564,970 \text{ M}$ 

 $Z_1 = 5194990,366 \text{ M}$ 

Второй точки

 $X_2 = 3310394,529 \text{ M}$ 

 $Y_2 = 1679458,999 \text{ M}$ 

 $Z_2 = 5169260,039 \text{ M}$ 

Кратчайшее расстояние между двумя исходными точками находится по формуле

$$S = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2 + (Z_1 + Z_2)^2}$$

$$S = 46356,401 \text{ M}$$
(2.35)

Для проверки правильности нахождения расстояния необходимо пространственные прямоугольные координаты перевести в геодезические. Для этого воспользуемся следующими формулами.

$$\lambda = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right) \tag{2.36}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{Z + \varepsilon b \sin^3(q)}{p - e^2 a \cos^3(q)}\right)$$
 (2.37)

$$\varepsilon = \frac{e^2}{1 - e^2} \tag{2.40}$$

$$b = a\left(1 - f\right) \tag{2.41}$$

$$p = \sqrt{X^2 + Y^2} \tag{2.42}$$

$$q = arctg\left(\frac{Z\,a}{p\,b}\right) \tag{2.43}$$

Тогда геодезические координаты будут равны соответственно

$$\varepsilon = 0.006739$$

$$b = 6356752,314 \text{ m}$$
  $\phi_1 = 54^{\circ}54'0''$ 

$$p_1 = 3675706,960 \text{ m}$$
  $\lambda_1 = 27^{\circ}42'0''$ 

 $q_1 = 0.956604$ 

$$\varepsilon = 0.006739$$

$$b = 6356752,314 \text{ m} \qquad \phi_2 = 54°30'00''$$

$$p_2 = 3712047,207 \text{ M}$$
  $\lambda_2 = 26^{\circ}54'00''$ 

$$q_2 = 0,949615$$

Сравним расстояния на сфере и на эллипсоиде

$$S_{c\phi}$$
 = 46356,503 м

$$S_{2n} = 46356,401 \text{ M}$$

Вывод: расстояние на эллипсоиде зависит многих параметров, таких как, например, вдоль какой оси расположена линия. В случае с моим вариантом, расстояние на эллипсоиде вышло большим чем на сфере.