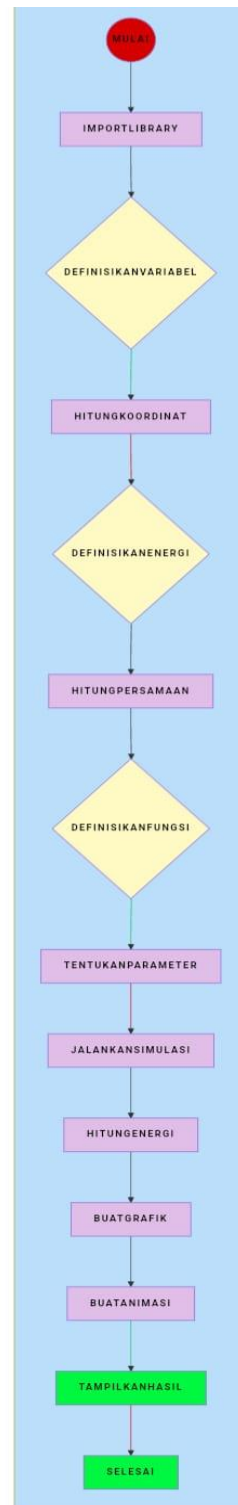


Nama: Ririn Anastasya

NIM: 1227030030



1.

2. Dalam kode pemrograman terdapat beberapa variabel simbolik yang digunakan untuk mendeskripsikan gerakan sistem pendulum. Variabel-variabel tersebut adalah  $t$  untuk waktu,

m untuk massa, g untuk percepatan gravitasi, serta L1 dan L2 yang masing-masing merupakan panjang dari dua pendulum. Selain itu, w, c, alph, dan beta juga didefinisikan sebagai variabel dalam analisis gerakan. Dua sudut, the1 dan the2 menunjukkan posisi sudut dari masing-masing pendulum. Turunan pertama dari sudut ini, yaitu the1\_d dan the2\_d menunjukkan kecepatan sudut dari pendulum pertama dan kedua. Sementara itu, turunan kedua the1\_dd dan the2\_dd menunjukkan percepatan sudut dari kedua pendulum. Untuk menghitung posisi benda dalam sistem ini digunakan koordinat Cartesian. Posisi benda pertama yang dinyatakan dengan x1 dan y1, serta posisi benda kedua yang dinyatakan dengan x2 dan y2, dihitung menggunakan fungsi sinus dan kosinus berdasarkan sudut the1 dan the2.

Energi kinetik untuk setiap massa dalam sistem ini dihitung berdasarkan turunan posisi terhadap waktu yang memberikan kita kecepatan masing-masing massa. Energi kinetik total sistem adalah jumlah dari energi kinetik benda pertama dan kedua. Ini mencerminkan seberapa cepat dan seberapa berat masing-masing pendulum bergerak. Energi potensial (V) hanya mempertimbangkan pengaruh gravitasi sehingga energi potensial dari masing-masing pendulum ditentukan oleh ketinggian mereka yang diwakili oleh posisi vertikal y\_1 dan y\_2. Energi potensial ini menunjukkan seberapa banyak energi yang tersimpan dalam sistem akibat posisi pendulum terhadap permukaan tanah. Lagrangian (L) kemudian dihitung sebagai selisih antara energi kinetik dan energi potensial. Dengan kata lain, Lagrangian memberikan gambaran tentang dinamika sistem dengan menggabungkan kedua jenis energi ini. Fungsi Lagrangian digunakan untuk menghasilkan persamaan gerak melalui prinsip Lagrange-Euler.

Persamaan gerak untuk sistem pendulum ganda ini diturunkan dari Lagrangian yang telah dihitung sebelumnya. Proses ini melibatkan diferensiasi terhadap posisi sudut dari kedua pendulum, yaitu the1 dan the2 serta turunan waktu pertama dan kedua dari sudut-sudut tersebut. Setelah melakukan diferensiasi, langkah selanjutnya adalah menyederhanakan hasilnya untuk mendapatkan dua persamaan LE1 dan LE2. Persamaan ini secara spesifik menggambarkan gerakan dari masing-masing pendulum dalam sistem.

Kode program menyelesaikan persamaan Lagrange-Euler menggunakan fungsi `smp.solve()`. Namun, karena sifat sistem yang non-linear, penyelesaian ini memakan waktu yang cukup lama. Hal ini disebabkan karena interaksi kompleks antara kedua pendulum yang membuat persamaan menjadi sulit. Setelah melalui proses penyelesaian, akhirnya diperoleh solusi untuk percepatan sudut dari kedua pendulum, yaitu the1\_dd dan the2\_dd. Solusi ini kemudian disiapkan untuk langkah selanjutnya, yaitu perhitungan numerik.

Untuk melakukan analisis lebih lanjut, nilai dalam persamaan disubstitusi dan disederhanakan. Misalnya, fungsi trigonometri seperti  $\sin(\text{the1} - \text{the2})$  dapat digantikan dengan pendekatan linear  $\text{the1} - \text{the2}$  dan  $\cos$  dapat dianggap sama dengan 1. Selanjutnya, persamaan yang telah disederhanakan ini dapat diproses lebih lanjut menggunakan pendekatan seri. Dengan melakukan ekspansi seri, kita dapat memperoleh solusi yang lebih sederhana untuk kondisi tertentu, terutama ketika nilai variabel seperti C kecil.

Setelah mendapatkan persamaan yang disederhanakan, langkah selanjutnya adalah membentuk sistem persamaan diferensial biasa (ODE) untuk menggambarkan dinamika gerak dari sistem pendulum ganda. Dalam hal ini, kita mendefinisikan dSdt sebagai persamaan yang mencakup perubahan waktu dari sudut  $\theta_1$  dan  $\theta_2$ , serta kecepatan sudutnya yang dinyatakan dengan z1 dan z2. Untuk menyelesaikan sistem ODE ini, kita menggunakan fungsi `odeint` dari modul SciPy. Metode ini memungkinkan kita untuk memperoleh solusi numerik yang menggambarkan evolusi sudut dan kecepatan sudut sepanjang waktu.

Untuk menghitung energi kinetik kita menggunakan fungsi `get_energy(w)` untuk menghitung energi kinetik berdasarkan berbagai frekuensi  $w$ . Selanjutnya, kita kembali menggunakan `odeint` untuk menyelesaikan persamaan gerak yang telah diturunkan sebelumnya. Setelah mendapatkan nilai energi kinetik, langkah berikutnya adalah memvisualisasikannya. Energi kinetik diplot terhadap frekuensi  $w$  dan untuk memberikan konteks tambahan menambahkan garis vertikal pada plot yang menunjukkan nilai tertentu yang relevan dengan frekuensi alami sistem.

Untuk memvisualisasikan gerakan pendulum ganda, kita menggunakan `matplotlib.animation` untuk membuat animasi dalam dua dimensi. Fungsi `animate` dirancang untuk memplot posisi massa dari pendulum pada setiap titik waktu sekaligus menggambar jejak yang ditinggalkan oleh massa tersebut. Proses animasi menggambar posisi massa pendulum pada setiap frame serta menggambar jejak dari massa tersebut. Setelah animasi selesai dibuat, kita dapat menyimpannya sebagai video menggunakan `PillowWriter`. Kita juga bisa menampilkan animasi secara langsung menggunakan HTML.

3. Simulasi ini menggambarkan gerakan pendulum ganda atau *double pendulum* menggunakan metode Lagrange, yang memungkinkan kita menemukan sifat *chaotic* dari sistem ini. Dalam grafik yang dihasilkan, terlihat hubungan antara energi kinetik dan frekuensi sudut  $\omega$ . Animasi yang ditampilkan menunjukkan pola gerakan yang sangat kompleks. Massa pertama dari pendulum bergerak dengan pola yang lebih teratur sedangkan massa kedua menunjukkan lintasan yang *chaotic* dan sangat bergantung pada kondisi awal sistem. Hal ini menunjukkan dinamika nonlinear, di mana kita dapat mengamati transisi dari keteraturan menuju kekacauan.