

$$\therefore x = 50 \text{ অথবা } x = -40$$

কিন্তু দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না। $\therefore x = 50$

এখন, সমীকরণ (2) এ x এর মান বসিয়ে পাই, $y = 50 - 10 = 40$

আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 50 মিটার এবং প্রস্থ 40 মিটার।

উদাহরণ ১০. বর্গাকার একটি মাঠের ভিতরে চারদিকে 4 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। যদি রাস্তার ক্ষেত্রফল 1 হেক্টর হয়, তবে রাস্তা বাদে মাঠের ভিতরের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, বর্গাকার মাঠের দৈর্ঘ্য x মিটার।

\therefore এর ক্ষেত্রফল x^2 বর্গমিটার।

মাঠের ভিতরে চারদিকে 4 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে।

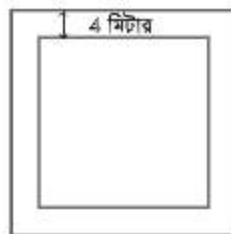
রাস্তা বাদে বর্গাকার মাঠের দৈর্ঘ্য $= (x - 2 \times 4)$ বা, $(x - 8)$ মিটার।

রাস্তা বাদে বর্গাকার মাঠের ক্ষেত্রফল $= (x - 8)^2$ বর্গমিটার

সূতরাং রাস্তার ক্ষেত্রফল $= x^2 - (x - 8)^2$ বর্গমিটার

আমরা জানি, 1 হেক্টর $= 10000$ বর্গমিটার

x মিটার



প্রশ্নানুসারে, $x^2 - (x - 8)^2 = 10000$

বা, $x^2 - x^2 + 16x - 64 = 10000$

বা, $16x = 10064$

$$\therefore x = 629$$

রাস্তা বাদে বর্গাকার মাঠের ক্ষেত্রফল

$$= (629 - 8)^2 \text{ বর্গমিটার} = 385641 \text{ বর্গমিটার} = 38.56 \text{ হেক্টর (প্রায়)}$$

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= 38.56$ হেক্টর (প্রায়)।

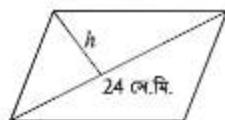
উদাহরণ ১১. একটি সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 120 বর্গ সে.মি. এবং একটি কর্ণ 24 সে.মি.। কর্ণটির বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে উক্ত কর্ণের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, সামান্তরিকক্ষেত্রের একটি কর্ণ $d = 24$ সে.মি. এবং এর বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে কর্ণের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য h সে.মি.।

\therefore সামান্তরিকক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= dh$ বর্গ সে.মি.

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } dh = 120 \text{ বা, } h = \frac{120}{d} = \frac{120}{24} = 5$$

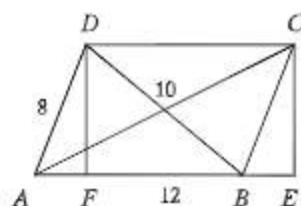
নির্ণেয় লম্বের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি.।



উদাহরণ ১২. একটি সামান্তরিকের বাহুর দৈর্ঘ্য 12 মিটার ও 8 মিটার এবং কর্ণটি 10 মিটার হলে, আপর কর্ণটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:

মনে করি, $ABCD$ সামান্তরিকের $AB = a = 12$ মিটার, $AD = c = 8$ মিটার এবং কর্ণ $BD = b = 10$ মিটার। D ও C থেকে AB এর উপর এবং AB এর বর্ধিতাংশের উপর DF ও CE লম্ব টানি। A, C ও B, D যোগ করি।



$$\triangle ABD \text{ এর অর্ধপরিসীমা } s = \frac{12 + 10 + 8}{2} \text{ মিটার} = 15 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{15(15-12)(15-10)(15-8)}$$

$$\text{বর্গমিটার} = \sqrt{15 \times 3 \times 5 \times 7} \text{ বর্গমিটার} = \sqrt{1575} \text{ বর্গমিটার} = 39.68 \text{ বর্গমিটার} \text{ (প্রায়)}$$

$$\text{আবার, } \triangle \text{ ক্ষেত্র } ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} AB \times DF$$

$$\text{বা, } 39.68 = \frac{1}{2} \times 12 \times DF \text{ বা, } 6DF = 39.68 \therefore DF = 6.61 \text{ (প্রায়)}$$

এখন, $\triangle BCE$ সমকোণী।

$$\therefore BE^2 = BC^2 - CE^2 = AD^2 - DF^2 = 8^2 - (6.61)^2 = 20.31$$

$$\therefore BE = 4.5 \text{ (প্রায়)}$$

$$\text{অতএব, } AE = AB + BE = 12 + 4.5 = 16.5 \text{ (প্রায়)}$$

$\triangle ACE$ সমকোণী থেকে পাই

$$\therefore AC^2 = AE^2 + CE^2 = (16.5)^2 + (6.61)^2 = 315.94$$

$$\therefore AC = 17.77 \text{ (প্রায়)}$$

নির্ণেয় কর্ণের দৈর্ঘ্য 17.77 মিটার (প্রায়)

উদাহরণ ১৩. একটি রম্পসের একটি কর্ণ 10 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 120 বর্গমিটার হলে, অপর কর্ণ এবং পরিসীমা নির্ণয় কর।

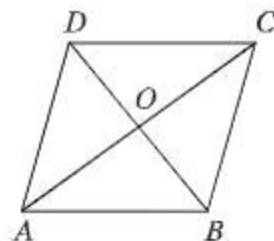
সমাধান:

মনে করি, $ABCD$ রম্পসের কর্ণ $BD = d_1 = 10$ মিটার এবং অপর কর্ণ d_2 মিটার।

$$\text{রম্পসটির ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{1}{2} d_1 d_2 = 120 \text{ বা, } d_2 = \frac{120 \times 2}{10} = 24 \text{ মিটার।}$$

আমরা জানি, রম্পসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।



$$\therefore OD = OB = \frac{10}{2} \text{ মিটার} = 5 \text{ মিটার} \text{ এবং } OA = OC = \frac{24}{2} \text{ মিটার} = 12 \text{ মিটার}$$

$\triangle AOD$ সমকোণী ত্রিভুজে

$$AD^2 = OA^2 + OD^2 = 12^2 + 5^2$$

$$\therefore AD = 13$$

∴ রম্পসের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 13 মিটার।

রম্পসের পরিসীমা $= 4 \times 13$ মিটার $= 52$ মিটার

নির্ণয় কর্ণের দৈর্ঘ্য 24 মিটার এবং পরিসীমা 52 মিটার।

উদাহরণ ১৪. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুসহের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 91 সে.মি. ও 51 সে.মি. এবং অপর বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 37 সে.মি. ও 13 সে.মি। ট্রাপিজিয়ামটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

মনে করি, $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের $AB = 91$ সে.মি. $CD = 51$ সে.মি. থেকে। D ও C থেকে AB এর উপর যথাক্রমে DE ও CF লম্ব টোনি।

∴ $CDEF$ একটি আয়তক্ষেত্র।

$$\therefore EF = CD = 51 \text{ সে.মি.।}$$

ধরি, $AE = x$ এবং $DE = CF = h$

$$\therefore BF = AB - AF = 91 - (AE + EF) = 91 - (x + 51) = 40 - x$$

সমকোণী $\triangle ADE$ থেকে পাই,

$$AE^2 + DE^2 = AD^2 \text{ বা, } x^2 + h^2 = 13^2 \text{ বা, } x^2 + h^2 = 169 \dots (1)$$

আবার সমকোণী ত্রিভুজ BCF এর ক্ষেত্রে

$$BF^2 + CF^2 = BC^2 \text{ বা, } (40 - x)^2 + h^2 = 37^2$$

$$\text{বা, } 1600 - 80x + x^2 + h^2 = 1369$$

$$\text{বা, } 1600 - 80x + 169 = 1369 \quad [(1) \text{ এর সাহায্যে}]$$

$$\text{বা, } 1600 + 169 - 1369 = 80x$$

$$\text{বা, } 80x = 400 \quad \therefore x = 5$$

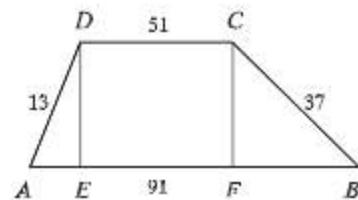
সমীকরণ (1) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$5^2 + h^2 = 169 \text{ বা, } h^2 = 169 - 25 = 144 \quad \therefore h = 12$$

$$\text{ট্রাপিজিয়াম } ABCD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2}(AB + CD) \cdot h$$

$$= \frac{1}{2}(91 + 51) \times 12 \text{ বর্গ সে.মি.} = 71 \times 12 \text{ বর্গ সে.মি.} = 852 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

নির্ণয় ক্ষেত্রফল 852 বর্গ সে.মি।



সুষম বহুভুজের ফ্রেক্ষফল

সুষম বহুভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান। আবার কোণগুলোও সমান। n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের কেন্দ্র ও শীর্ষবিন্দুগুলো যোগ করলে n সংখ্যক সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়।

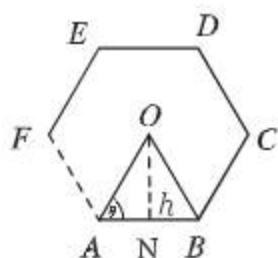
সূতরাং বহুভুজের ফ্রেক্ষফল = $n \times$ একটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ফ্রেক্ষফল

$ABCDEF\dots$ একটি সুষম বহুভুজ, যার কেন্দ্র O , বাহু n সংখ্যক এবং প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য a । $O, A; O, B$ যোগ করি।

ধরি $\triangle OAB$ এর উচ্চতা $ON = h$ এবং $\angle OAB = \theta$

সুষম বহুভুজের প্রতিটি শীর্ষে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ = 2θ

\therefore সুষম বহুভুজের n সংখ্যক শীর্ষ কোণের সমষ্টি = $2\theta n$



সুষম বহুভুজের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ = 4 সমকোণ

\therefore কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ ও n শীর্ষ কোণের সমষ্টি $(2\theta n + 4)$ সমকোণ।

$\triangle OAB$ এর তিন কোণের সমষ্টি = 2 সমকোণ

\therefore একুপ n সংখ্যক ত্রিভুজের কোণগুলোর সমষ্টি $2n$ সমকোণ

$\therefore 2\theta \cdot n + 4$ সমকোণ = $2n$ সমকোণ

বা, $2\theta \cdot n = (2n - 4)$ সমকোণ

$$\text{বা, } \theta = \frac{2n - 4}{2n} \text{ সমকোণ}$$

$$\text{বা, } \theta = \left(1 - \frac{2}{n}\right) \times 90^\circ$$

$$\therefore \theta = 90^\circ - \frac{180^\circ}{n}$$

$$\text{এখানে, } \tan\theta = \frac{ON}{AN} = \frac{h}{\frac{a}{2}} = \frac{2h}{a}$$

$$\therefore h = \frac{a}{2} \tan\theta$$

$$\begin{aligned}
 \triangle OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} ah \\
 &= \frac{1}{2} a \times \frac{a}{2} \tan\theta \\
 &= \frac{a^2}{4} \tan\left(90^\circ - \frac{180^\circ}{n}\right) \\
 &= \frac{a^2}{4} \cot\frac{180^\circ}{n} [\because \tan(90^\circ - A) = \cot A]
 \end{aligned}$$

$$n \text{ সংখ্যাক বাহুবিশিষ্ট সূষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{na^2}{4} \cot\frac{180^\circ}{n}$$

উদাহরণ ১৫. একটি সূষম পঞ্চভুজের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, সূষম পঞ্চভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 4$ সে.মি.। বাহুর সংখ্যা $n = 5$

$$\text{আমরা জানি, সূষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{na^2}{4} \cot\frac{180^\circ}{n}$$

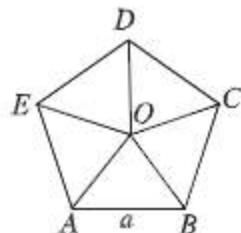
$$\therefore \text{সূষম পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{5 \times 4^2}{4} \cot\frac{180^\circ}{5} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 20 \times \cot 36^\circ \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 20 \times 1.376 \text{ বর্গ সে.মি. (ক্যালকুলেটরের সাহায্যে)}$$

$$= 27.528 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 27.528 বর্গ সে.মি. (প্রায়)



উদাহরণ ১৬. একটি সূষম ষড়ভুজের কেন্দ্র থেকে কৌণিক বিন্দুর দূরত্ব 4 মিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, $ABCDEF$ একটি সূষম ষড়ভুজ। এর কেন্দ্র O থেকে শীর্ষবিন্দুগুলো যোগ করা হলো। ফলে 6 টি সমান ক্ষেত্রবিশিষ্ট ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়।

$$\therefore \angle COD = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

মনে করি কেন্দ্র থেকে শীর্ষবিন্দুগুলোর দূরত্ব a মিটার।

$$\therefore \triangle COD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \sin 60^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 \text{ বর্গমিটার} = 4\sqrt{3} \text{ বর্গমিটার}$$

সূষম ষড়ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 6 \times \triangle COD$ এর ক্ষেত্রফল

$$= 6 \times 4\sqrt{3} \text{ বর্গমিটার} = 24\sqrt{3} \text{ বর্গমিটার}$$

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $24\sqrt{3}$ বর্গমিটার

