

回归分析-第五次上机

南开大学统计与数据科学学院，马东升

2024 年 11 月 19 日

1 习题 6.9

1.1 题目

表 1 给出某个化学试验在三种浓度（%）、四种温度（摄氏度）下的得率的观测值：

表 1: 化学试验观测值

浓度\温度	10	24	38	52
2	14,10	11,11	13,19	10,12
4	9,7	10,8	7,11	6,10
6	5,11	13,14	12,13	14,10

(1) 将数据表成分析模型 (6.2.1) 的模式；

注：模型 (6.2.1) 为
$$\begin{cases} y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij} \\ e_{ij} \stackrel{IID}{\sim} N(0, \sigma^2) \end{cases} \quad i = 1, \dots, a; j = 1, \dots, b$$

(2) 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下检验浓度对产品得率的影响有无显著差异？

(2) 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下检验温度对产品得率的影响有无显著差异？

1.2 源代码 (R)

```
1 # 因素水平
2 Temp <- rep(c("10", "24", "38", "52"), each = 6) # 4 水平
3 Density <- rep(rep(c("2", "4", "6"), each = 2), times = 4) # 3 水平
4
5 # 重复实验的响应变量
6 Response <- c(14,10,9,7,5,11,11,11,10,8,13,14,13,19,7,11,12,13,10,12,6,10,14,10)
7
8 # 组合数据
9 data <- data.frame(
10   Factor1 = factor(Temp),
11   Factor2 = factor(Density),
12   Response = Response
13 )
14
15 # 查看数据
16 head(data)
17
18 # 双因素方差分析 (不包括交互项)
```

```

19 anova_result <- aov(Response ~ Temp + Density, data = data)
20
21 # 显示方差分析表
22 summary(anova_result)

```

1.3 统计分析结论

1.3.1 第(1)问

$$\left\{ \begin{array}{l}
 14 = \mu + \alpha_1 + \beta_1 + e_{111} \\
 10 = \mu + \alpha_1 + \beta_1 + e_{112} \\
 11 = \mu + \alpha_2 + \beta_1 + e_{211} \\
 11 = \mu + \alpha_2 + \beta_1 + e_{212} \\
 13 = \mu + \alpha_3 + \beta_1 + e_{311} \\
 19 = \mu + \alpha_3 + \beta_1 + e_{312} \\
 10 = \mu + \alpha_4 + \beta_1 + e_{411} \\
 12 = \mu + \alpha_4 + \beta_1 + e_{412} \\
 9 = \mu + \alpha_1 + \beta_2 + e_{121} \\
 7 = \mu + \alpha_1 + \beta_2 + e_{122} \\
 10 = \mu + \alpha_2 + \beta_2 + e_{221} \\
 8 = \mu + \alpha_2 + \beta_2 + e_{222} \\
 7 = \mu + \alpha_3 + \beta_2 + e_{321} \\
 11 = \mu + \alpha_3 + \beta_2 + e_{322} \\
 6 = \mu + \alpha_4 + \beta_2 + e_{421} \\
 10 = \mu + \alpha_4 + \beta_2 + e_{422} \\
 5 = \mu + \alpha_1 + \beta_3 + e_{131} \\
 11 = \mu + \alpha_1 + \beta_3 + e_{132} \\
 13 = \mu + \alpha_2 + \beta_3 + e_{231} \\
 14 = \mu + \alpha_2 + \beta_3 + e_{232} \\
 12 = \mu + \alpha_3 + \beta_3 + e_{331} \\
 13 = \mu + \alpha_3 + \beta_3 + e_{332} \\
 14 = \mu + \alpha_4 + \beta_3 + e_{431} \\
 10 = \mu + \alpha_4 + \beta_3 + e_{432} \\
 e_{ijk} \stackrel{IID}{\sim} N(0, \sigma^2), i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3; k = 1, 2
 \end{array} \right.$$

1.3.2 第(2)(3)问

方差分析表如下表 2。

表 2: 双因素方差分析表

方差来源	平方和	自由度	均方	F 值	P 值
温度 SSA	32.33	3	10.78	1.707	0.2013
浓度 SSB	69.33	2	34.67	5.490	0.0138
误差 SSE	113.67	18	6.31		
总和 SST	215.33	23			

由于温度对应的 p 值为 $0.2013 > 0.05$ ，则不能表明在 $\alpha = 0.05$ 下浓度对产品得率有显著性影响。
 由于浓度对应的 p 值为 $0.0138 < 0.05$ ，则表明在 $\alpha = 0.05$ 下浓度对产品得率有显著性影响。