

Билет 13 (Практическая часть)

1. Найти $\int \frac{dx}{1+5\cos x}$.

2. Вычислить интеграл $\int_a^b \sqrt{\frac{x-a}{b-x}} dx, \quad a < b$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной улиткой Паскаля
 $r = 2a(2 + \cos \varphi)$.

4. Найти все точки разрыва, указать точки функции

$$f = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x + y}, & x + y \neq 0 \\ 3, & x + y = 0 \end{cases}$$

5. Найти первый и второй дифференциалы в точке $M_0(1,1)$, $z(M_0) = 4$ функции $z(x, y)$, заданной неявно:

$$5x^2 + 5y^2 + 5z^2 - 2xy - 2yz - 2xz - 72 = 0.$$

6. Приняв u и v за новые независимые переменные, а w за новую функцию от u и v , преобразовать к новым переменным уравнение

$$2z''_{xx} + 2z''_{xy} + z''_{yy} + 4z'_x + 4z'_y + z = 0,$$

если

$$u = 2y - x, \quad v = x, \quad w = ze^{x+y}.$$

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции в заданной области

$$u = x + 3y, \quad x + y \leq 6, \quad x + 4y \geq 4, \quad y \leq 2.$$

8. Исследовать интеграл на абсолютную и условную сходимость

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{x^\alpha} dx.$$

9. Исследовать сходимость бесконечного произведения $\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{a^n}{2^n}\right)$.