	Функциональные последовательности	Функциональные ряды	Несобственные интегралы, зависящие от параметра	
			I рода: $X=\left[a,+\infty\right)$, $\mathbf{B}=+\infty$	II рода: $X=\left[a,b\right)$, $\mathbf{B}=b\in\mathbb{R}$,
Определения (Q – множество сходимости)	$f_n\left(x\right)\underset{X}{\rightrightarrows}f\left(x\right)$, при $n\to\infty$ ФП $f_n\left(x\right)$ при $n\to\infty$ сходится равномерно на $X\subset Q$, если $\lim\limits_{n\to\infty}\sup\limits_{x\in X}\left\lvert f\left(x\right)-f_n\left(x\right)\right\rvert=0$	$\sum\limits_{k=1}^{n}u_k\left(x\right)=S_n\left(x\right)$, $x\in Q$ $S_n\left(x\right)\underset{X}{\rightrightarrows}S\left(x\right)$, при $n\to\infty$ ФР $\sum\limits_{k=1}^{\infty}u_k\left(x\right)$ сходится равномерно на $X\subset Q$, если $\lim\limits_{n\to\infty}\sup\limits_{x\in X}\left\lvert S\left(x\right)-S_n\left(x\right)\right\rvert=$ $=\lim\limits_{n\to\infty}\sup\limits_{x\in X}\left\lvert\sum\limits_{k=n+1}^{\infty}u_k\left(x\right)\right\rvert=0.$	$\varphi\left(\eta,\gamma\right)=\int\limits_a^{\eta}f\left(x,\gamma\right)dx$, $\gamma\in Q$, $\varphi\left(\eta,\gamma\right)\underset{\Gamma}{\rightrightarrows}I\left(\gamma\right)$, при $\eta\to+\infty$. Интеграл $I\left(\gamma\right)=\int\limits_a^{\infty}f\left(x,\gamma\right)dx$, сходится равномерно на $\Gamma\subset Q$, если $\lim\limits_{\eta\to+\infty}\sup\limits_{\gamma\in\Gamma}\left\lvert I\left(\gamma\right)-\varphi\left(\eta,\gamma\right)\right\rvert=$ $=\lim\limits_{\eta\to+\infty}\sup\limits_{\gamma\in\Gamma}\left\lvert\int\limits_{\eta}^{\infty}f\left(x,\gamma\right)dx\right\rvert=0.$	$\varphi\left(\eta,\gamma\right)=\int\limits_a^{\eta}f\left(x,\gamma\right)dx$, $\gamma\in Q$, $\varphi\left(\eta,\gamma\right)\underset{\Gamma}{\rightrightarrows}I\left(\gamma\right)$, при $\eta\to b-0$. Интеграл $I\left(\gamma\right)=\int\limits_a^{b}f\left(x,\gamma\right)dx$, сходится равномерно на $\Gamma\subset Q$, если $\lim\limits_{\eta\to b-0}\sup\limits_{\gamma\in\Gamma}\left\lvert I\left(\gamma\right)-\varphi\left(\eta,\gamma\right)\right\rvert=$ $=\lim\limits_{\eta\to b-0}\sup\limits_{\gamma\in\Gamma}\left\lvert\int\limits_{\eta}^{b}f\left(x,\gamma\right)dx\right\rvert=0.$
Критерий **Коши**	$\forall\varepsilon>0\ \exists n_0=n_0\left(\varepsilon\right)\ \forall n\geq n_0\ \ \forall m>n$		$\forall\varepsilon>0\ \ \exists\eta_\varepsilon$	
	$\sup\limits_{x\in X}\left\lvert f_m\left(x\right)-f_n\left(x\right)\right\rvert<\varepsilon$	$\sup\limits_{x\in X}\left\lvert\sum\limits_{k=n+1}^{m}u_k\left(x\right)\right\rvert<\varepsilon$	$\forall\eta\geq\eta_\varepsilon\ \ \forall\chi>\eta$	$\forall\eta_\varepsilon\leq\eta<b\ \ \forall\eta<\chi<b$
			$\sup\limits_{\gamma\in\Gamma}\left\lvert\int\limits_{\eta}^{\chi}f\left(x,\gamma\right)dx\right\rvert<\varepsilon$	

	Функциональные последовательности	Функциональные ряды	Несобственные интегралы, зависящие от параметра I рода : $X=[a,+\infty),\ \mathbf{B}=+\infty$	 II рода: $X=[a,b),\ \mathbf{B}=b\in\mathbb{R}$,
Необходимое условие		$\lim\limits_{n\to\infty}\sup\limits_{x\in X}\lvert u_n(x)\rvert=0$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\sup\limits_{\gamma\in\Gamma}\lvert f(x,\gamma)\rvert=0$	$\lim\limits_{x\to b-0}\sup\limits_{\gamma\in\Gamma}\lvert f(x,\gamma)\rvert=0$
Достаточный признак **не**равномерной сходимости (следствие теоремы о непрерывности)	Если $\forall n\ f_n(x)\in\mathbb{C}(X)$, ФП $\{f_n(x)\}$ *сходится* на незамкнутом множестве X, но расходится хотя бы в одной граничной точке этого множества, то ФП сходится на X неравномерно.	Если $\forall k\ u_k(x)\in\mathbb{C}(X)$, ФР $\sum\limits_{k=1}^{\infty}u_k(x)$ *сходится* на незамкнутом множестве X, но расходится хотя бы в одной граничной точке этого множества, то ФР сходится на X неравномерно.	Если $f(x,\gamma)\in\mathbb{C}(X\times\Gamma)$, интеграл $I(\gamma)=\int\limits_a^B f(x,\gamma)dx$ *сходится* на незамкнутом множестве Γ, но расходится хотя бы в одной граничной точке этого множества, то несобственный интеграл, зависящий от параметра, сходится на Γ неравномерно.	
Достаточный признак равномерной сходимости Теорема **Дини**	Если 1) $\forall n\ \ f_n(x)\in\mathbb{C}([a,b])$ 2) $\forall x\in[a,b]\ \{f_n(x)\}$ монотонна по n, 3) $f_n(x)\to f(x)$ и $f(x)\in\mathbb{C}([a,b])$, то ФП сходится равномерно на $[a,b]$.	Если 1) $\forall k\ \ u_k(x)\in\mathbb{C}([a,b])$ 2) $\forall x\in[a,b]\,\forall k\ \ u_k(x)\geq 0$, 3) $\sum\limits_{k=1}^{\infty}u_k(x)=S(x)$ и $S(x)\in\mathbb{C}([a,b])$, то ФР сходится равномерно на $[a,b]$.	Если 1) $\forall x\in X\ \ f(x,\gamma)\in\mathbb{C}([\gamma_1,\gamma_2])$, 2) $\forall x\in X\ \ \forall\gamma\in[\gamma_1,\gamma_2]\ \ f(x,\gamma)\geq 0$, 3) $\int\limits_a^B f(x,\gamma)dx=I(\gamma)$ и $I(x)\in\mathbb{C}([\gamma_1,\gamma_2])$, то интеграл, зависящий от параметра, сходится равномерно на $[\gamma_1,\gamma_2]$..	
Достаточный признак равномерной сходимости **Вейерштрасса**	Если 1) $\forall n\ \forall x\in X\ \ \lvert f_n(x)\rvert\leq c_n\in\mathbb{R}$, 2) числовая посл-ть $\{c_n\}$ сходится, то ФП $\{f_n(x)\}$ сходится равномерно и абсолютно на X.	Если 1) $\forall k\ \forall x\in X\ \ \lvert u_k(x)\rvert\leq c_k\in\mathbb{R}$, 2) числовой ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty}c_k$ сходится, то ФР $\sum\limits_{k=1}^{\infty}u_k(x)$ сходится равномерно и абсолютно на X.	Если 1) $\forall x\in X\ \forall\gamma\in\Gamma\ \ \lvert f(x,\gamma)\rvert\leq g(x)$, 2) несобственный интеграл $\int\limits_a^{\mathbf{B}} g(x)dx$ сходится, то интеграл $I(\gamma)=\int\limits_a^{\mathbf{B}} f(x,\gamma)dx$ сходится равномерно и абсолютно на Γ.	

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Функциональный ряд
$\sum\limits_{k=1}^{\infty} u_k(x) v_k(x)$
сходится равномерно на X, если:</td>
<td>Несобственный интеграл I рода, зависящий от параметра
$\int\limits_a^{+\infty} f(x,\gamma) g(x,\gamma)\,dx$
сходится равномерно на Γ, если:</td>
<td>Несобственный интеграл II рода, зависящий от параметра
$\int\limits_a^{b} f(x,\gamma) g(x,\gamma)\,dx$
сходится равномерно на Γ, если:</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">Достаточный признак равномерной сходимости Дирихле</td>
<td rowspan="2">1) посл-ть частичных сумм $\sum\limits_{k=1}^{n} u_k(x)$ равномерно ограничена, т.е. $\exists C \in \mathbb{R}$
$\forall n \geq 1\ \forall x \in X \left|\sum\limits_{k=1}^{n} u_k(x)\right| \leq C$,
2) $\forall x \in X\ \{v_k(x)\}$ монотонна по k,
3) $v_k(x) \underset{X}{\rightrightarrows} 0$ при $n \to \infty$, т.е.
$\lim\limits_{k\to\infty} \sup\limits_{x\in X} |v_k(x)| = 0$</td>
<td colspan="2">1) $\exists C \in \mathbb{R}\ \ \sup\limits_{\gamma\in\Gamma} \sup\limits_{x\in X} \left|\int\limits_a^{\eta} f(x,\gamma)\,dx\right| \leq C$
2) $\forall \gamma \in \Gamma\ \ g(x,\gamma)$ монотонна по x,</td>
</tr>
<tr>
<td>3) $g(x,\gamma) \underset{\Gamma}{\rightrightarrows} 0$ при $x \to +\infty$, т.е.
$\lim\limits_{x\to+\infty} \sup\limits_{\gamma\in\Gamma} |g(x,\gamma)| = 0$.</td>
<td>3) $g(x,\gamma) \underset{\Gamma}{\rightrightarrows} 0$ при $x \to b-0$, т.е.
$\lim\limits_{x\to b-0} \sup\limits_{\gamma\in\Gamma} |g(x,\gamma)| = 0$.</td>
</tr>
<tr>
<td>Достаточный признак равномерной сходимости Абеля</td>
<td>1) ФР $\sum\limits_{k=1}^{\infty} u_k(x)$
сходится равномерно на X,
2) $\forall x \in X\ \{v_k(x)\}$ монотонна по k,
3) $\{v_k(x)\}$ равномерно ограничена на X, т.е. $\exists C \in \mathbb{R}$
$\forall k \geq 1\ \forall x \in X\ |v_k(x)| < C$.</td>
<td colspan="2">1) несобственный интеграл $\int\limits_a^{\text{в}} f(x,\gamma)\,dx$
сходится равномерно на Γ,
2) $\forall \gamma \in \Gamma\ \ g(x,\gamma)$ монотонна по x,
3) $g(x,\gamma)$ равномерно ограничена на Γ,
т.е. $\exists C \in \mathbb{R}\ \ \sup\limits_{x\in X} \sup\limits_{\gamma\in\Gamma} |g(x,\gamma)| = C$.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td rowspan="2"></td>
<td rowspan="2">Функциональные последовательности</td>
<td rowspan="2">Функциональные ряды</td>
<td colspan="2">Несобственные интегралы, зависящие от параметра</td>
</tr>
<tr>
<td>I рода : $X=\left[a,+\infty\right), \mathbf{B}=+\infty$</td>
<td>II рода: $X=\left[a,b\right), \mathbf{B}=b\in\mathbb{R}$,</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">Предельный переход</td>
<td>Если
1) $f_n(x)\underset{X}{\rightrightarrows}f(x)$,
2) x_0 предельная точка множества X,
3) $\forall n\ \exists\ \lim\limits_{x\to x_0} f_n(x)$,
то $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=$
$=\lim\limits_{x\to x_0}\left(\lim\limits_{n\to\infty} f_n(x)\right)=$
$=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\lim\limits_{x\to x_0} f_n(x)\right)$</td>
<td>Если
1) $\sum\limits_{k=1}^{\infty}u_k(x)$ сходится равномерно к $S(x)$ на множестве X,
2) x_0 предельная точка множества X,
3) $\forall k\ \exists\ \lim\limits_{x\to x_0} u_k(x)=c_k\in\mathbb{R}$,
то $\lim\limits_{x\to x_0} S(x)=\lim\limits_{x\to x_0}\sum\limits_{k=1}^{\infty}u_k(x)=$
$=\sum\limits_{k=1}^{\infty}\lim\limits_{x\to x_0}u_k(x)=\sum\limits_{k=1}^{\infty}c_k$</td>
<td colspan="2">Если
1) $\int\limits_a^{\mathbf{B}} f(x,\gamma)\,dx$ сходится равномерно к $I(\gamma)$ на множестве Γ,
2) γ_0 предельная точка множества Γ,
3) $\forall x\in X\ \exists\ \lim\limits_{\gamma\to\gamma_0} f(x,\gamma)=g(x)$,
то $\lim\limits_{\gamma\to\gamma_0} I(\gamma)=\lim\limits_{\gamma\to\gamma_0}\int\limits_a^{\mathbf{B}} f(x,\gamma)\,dx=$
$=\int\limits_a^{\mathbf{B}}\lim\limits_{\gamma\to\gamma_0} f(x,\gamma)\,dx=\int\limits_a^{\mathbf{B}} g(x)\,dx$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="4">Замечание. Если $x_0\in\partial X\bigcap X$ ($\gamma_0\in\partial\Gamma\bigcap\Gamma$), то все пределы надо заменить на соответствующие односторонние.</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="3">Непрерывность</td>
<td>Если
1) $f_n(x)\underset{X}{\rightrightarrows}f(x)$,
2) $\forall n\quad f_n(x)\in\mathbb{C}(X)$,
то $f(x)\in\mathbb{C}(X)$</td>
<td>Если
1) $\sum\limits_{k=1}^{\infty}u_k(x)$ сходится равномерно к $S(x)$ на множестве X,
2) $\forall k\quad u_k(x)\in\mathbb{C}(X)$,
то $S(x)\in\mathbb{C}(X)$</td>
<td colspan="2">Если
1) $\int\limits_a^{\mathbf{B}} f(x,\gamma)\,dx$ сходится равномерно к $I(\gamma)$ на множестве Γ,
2) $\forall x\in X\quad f(x,\gamma)\in\mathbb{C}(\Gamma)$,
то $I(\gamma)\in\mathbb{C}(\Gamma)$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="4">Следствие. При исследовании непрерывности на незамкнутом множестве требование 1) может быть заменено на более слабое требование 1’)</td>
</tr>
<tr>
<td>1’) $f_n(x)\underset{Q}{\rightrightarrows}f(x)$
на любом отрезке $Q\subset X$</td>
<td>1’) $\sum\limits_{k=1}^{\infty}u_k(x)$ сходится равномерно к $S(x)$ на любом отрезке $Q\subset X$</td>
<td colspan="2">1’) $\int\limits_a^{\mathbf{B}} f(x,\gamma)\,dx$ сходится равномерно к $I(\gamma)$ на любом отрезке $Q\subset\Gamma$</td>
</tr>
</table>

	Функциональные последовательности	Функциональные ряды	Несобственные интегралы, зависящие от параметра I рода: $X=[a,+\infty)$, $\mathbf{B}=+\infty$ | II рода: $X=[a,b)$, $\mathbf{B}=b\in\mathbb{R}$,
Интегрируемость в собственном смысле	Если 1) $f_n(x)\underset{[a,b]}{\rightrightarrows} f(x)$, 2) $\forall n \quad f_n(x)\in\mathbb{R}([a,b])$, то $f(x)\in\mathbb{R}([a,b])$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\int\limits_a^b f_n(x)dx=\int\limits_a^b f(x)dx$.	Если 1) $\sum\limits_{k=1}^{\infty}u_k(x)$ сходится равномерно на $[a,b]$ к некоторой $S(x)$, 2) $\forall k \quad u_k(x)\in\mathbb{R}([a,b])$, то $S(x)\in\mathbb{R}([a,b])$ и $\int\limits_a^b S(x)dx=\sum\limits_{k=1}^{\infty}\int\limits_a^b u_k(x)dx$.	Если 1) $\int\limits_a^{\mathbf{B}} f(x,\gamma)dx$ сходится равномерно на $[\gamma_1,\gamma_2]$ к некоторой $I(\gamma)$, 2) $\forall x\in X \quad f(x,\gamma)\in\mathbb{R}([\gamma_1,\gamma_2])$, то $I(\gamma)\in\mathbb{R}([\gamma_1,\gamma_2])$ и $\int\limits_{\gamma_1}^{\gamma_2} I(\gamma)dx=\int\limits_a^{\mathbf{B}}\int\limits_{\gamma_1}^{\gamma_2} f(x,\gamma)d\gamma\, dx$.
Интегрируемость в несобственном смысле			Если 1) $\int\limits_a^{\mathbf{B}} f(x,\gamma)dx$ сходится равномерно на $[\gamma_1,+\infty)$, $\int\limits_{\gamma_1}^{+\infty} f(x,\gamma)d\gamma$ сходится равномерно на любом отрезке $[a,b]\subset[a,\mathbf{B})$; 2) $f(x,\gamma)\in\mathbb{C}([a,\mathbf{B})\times[\gamma_1,+\infty))$; 3) хотя бы один из двух повторных интегралов $\int\limits_{\gamma_1}^{+\infty} d\gamma\int\limits_a^{\mathbf{B}}\lvert f(x,\gamma)\rvert dx$, $\int\limits_a^{\mathbf{B}} dx\int\limits_{\gamma_1}^{+\infty}\lvert f(x,\gamma)\rvert d\gamma$ существует, то существуют и равны повторные интегралы $\int\limits_{\gamma_1}^{+\infty} d\gamma\int\limits_a^{\mathbf{B}} f(x,\gamma)dx=\int\limits_a^{\mathbf{B}} dx\int\limits_{\gamma_1}^{+\infty} f(x,\gamma)d\gamma$.

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Функциональные последовательности</th><th rowspan="2">Функциональные ряды</th><th colspan="2">Несобственные интегралы, зависящие от параметра</th></tr>
<tr><th>I рода :
$X=[a,+\infty)$, $\mathbf{B}=+\infty$</th><th>II рода:
$X=[a,b)$, $\mathbf{B}=b\in\mathbb{R}$,</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Дифференцируемость</td>
<td>Если
1) $\forall n\ \ f_n(x)$
дифференцируемы на $[a,b]$,
2) $\{f_n'(x)\}$
сходится равномерно на $[a,b]$,
3) $\{f_n(x)\}$ сходится хотя бы
в одной точке $x_0\in[a,b]$, то

ФП $\{f_n(x)\}$
сходится равномерно на $[a,b]$
к некоторой $f(x)$ и
$\forall x\in[a,b]\quad f'(x)=\lim\limits_{n\to\infty}f_n'(x)$.</td>
<td>Если
1) $\forall k\ \ u_k(x)$
дифференцируемы на $[a,b]$,
2) $\sum\limits_{k=1}^{\infty}u_k'(x)$
сходится равномерно на $[a,b]$,
3) $\sum\limits_{k=1}^{\infty}u_k(x)$ сходится хотя бы
в одной точке $x_0\in[a,b]$, то

ФР $\sum\limits_{k=1}^{\infty}u_k(x)$
сходится равномерно на $[a,b]$
к некоторой $S(x)$ и
$\forall x\in[a,b]\quad S'(x)=\sum\limits_{k=1}^{\infty}u_k'(x)$.</td>
<td colspan="2">Если
1) $f(x,\gamma)\in\mathbb{C}([a,B)\times[\gamma_1,\gamma_2])$ и
$\frac{\partial}{\partial\gamma}f(x,\gamma)\in\mathbb{C}([a,B)\times[\gamma_1,\gamma_2])$
2) $\int\limits_a^B\frac{\partial}{\partial\gamma}f(x,\gamma)dx$
сходится равномерно на $[\gamma_1,\gamma_2]$,
3) $\int\limits_a^B f(x,\gamma)dx$ сходится хотя бы
в одной точке $\gamma_0\in[\gamma_1,\gamma_2]$, то

$\int\limits_a^B f(x,\gamma)dx$
сходится равномерно на $[\gamma_1,\gamma_2]$
к некоторой $I(\gamma)$ и
$\forall\gamma\in[\gamma_1,\gamma_2]\quad \frac{d}{d\gamma}I(\gamma)=\int\limits_a^B\frac{\partial}{\partial\gamma}f(x,\gamma)dx$.

Замечание. Утверждение остается справедливым, если функции $f(x,\gamma)$ и $\frac{\partial}{\partial\gamma}f(x,\gamma)$ могут быть доопределены по непрерывности на $[a,B)\times[\gamma_1,\gamma_2]$.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Следствие. При исследовании дифференцируемости на незамкнутом множестве достаточно показать, что требование теоремы выполняются на любом отрезке, содержащемся в рассматриваемом незамкнутом множестве.</td></tr>
</table>

Разложения со множеством сходимости $\mathbb{R}$

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \qquad \sin x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!} \qquad \cos x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}$$

Разложения со множеством сходимости $-1 < x \le 1$

$$\ln(1+x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} x^k}{k}$$

Разложения со множеством сходимости $-1 < x < 1$

$$(1+x)^{\alpha} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-k+1)}{k!} x^k, \ -1 < x < 1$$

$$\frac{1}{1+x} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k x^k \qquad \frac{1}{1-x} = \sum_{k=0}^{\infty} x^k$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(2k-1)!!}{(2k)!!} x^k \qquad \frac{1}{\sqrt{1-x}} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2k-1)!!}{(2k)!!} x^k$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{(2k-1)!!}{(2k+2)!!} x^{k+1} \qquad \sqrt{1-x} = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2k-1)!!}{(2k+2)!!} x^{k+1}$$

Интеграл Дирихле

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(ax)}{x} dx = \frac{\pi}{2} \operatorname{sign} a;$$

Интеграл Эйлера-Пуассона

$$\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2};$$

Интегралы Френеля:

$$\int_0^{+\infty} \sin x^2 dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}},$$

$$\int_0^{+\infty} \cos x^2 dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}};$$

Интегралы Лапласа:

$$\int_0^{+\infty} e^{-x^2} \cos(2ax) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-a^2},$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos(ax)}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{2} e^{-|a|},$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{x\sin(ax)}{1+x^2} dx = -\frac{\pi}{2} \operatorname{sign} a\, e^{-|a|}$$

$$\int_0^{+\infty} e^{-ax} \sin bx\, dx = \frac{b}{a^2+b^2}, \qquad \int_0^{+\infty} e^{-ax} \cos bx\, dx = \frac{a}{a^2+b^2}$$

Интегралы Эйлера

Бета-функция	**Гамма-функция**
$B(p,q)=\int\limits_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1}\,dx,\ p>0,\ q>0$	$\Gamma(p)=\int\limits_0^{+\infty} e^{-x}x^{p-1}dx,\ p>0$
Другие представления	
$B(p,q)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{t^{q-1}}{(1+t)^{p+q}}dt=\int\limits_0^{+\infty}\frac{t^{p-1}}{(1+t)^{p+q}}dt\ \left(x=\frac{1}{t+1}\right)$ $B(p,q)=2\int\limits_0^{\pi/2}(\sin t)^{2p-1}(\cos t)^{2q-1}dt\ \left(x=\sin^2 t\right)$	$\Gamma(p)=\int\limits_0^1\left[\ln\frac{1}{t}\right]^{p-1}dt\ \left(t=e^{-x}\right)$ $\Gamma(p)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}e^{pt}e^{-e^t}dt\ (t=\ln x).$
Связь между интегралами Эйлера $B(p,q)=\frac{\Gamma(p)\cdot\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$.	
Непрерывна на всей области определения.	
Симметрична, т.е. $B(p,q)=B(q,p)$.	Положительна $\Gamma(p)>0\ \ \forall p>0$.
	Бесконечно дифференцируема и $\Gamma^{(m)}(p)=\int\limits_0^{+\infty}e^{-x}x^{p-1}(\ln x)^m\,dx,\ m\in\mathbb{N}$
	$\Gamma(p)\sim 1/p$ при $p\to+0$, $\Gamma(p)\to+\infty$ при $p\to+\infty$.
Формулы приведения	
$B(p,q+1)=\frac{q}{p+q}B(p,q),\ p>0, q>0;$ $B(p+1,q)=\frac{p}{p+q}B(p,q),\ p>0, q>0.$	$\Gamma(p+1)=p\Gamma(p),\ p>0.$
Формулы дополнения	
$B(p,1-p)=\frac{\pi}{\sin\pi p},\ 0<p<1.$	$\Gamma(p)\Gamma(1-p)=\frac{\pi}{\sin\pi p},\ 0<p<1.$
$B(m,n)=\frac{(n-1)!(m-1)!}{(m+n-1)!},\ m,n\in\mathbb{N}.$	$\Gamma(n+1)=n!,\ n\in\mathbb{N}.$
$B\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)=\pi.$	$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\pi},\ \Gamma(1)=1$
$B(p,1)=\frac{1}{p},\ B(1,q)=\frac{1}{q}.$	$\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)=\frac{(2n-1)!!}{2^n}\sqrt{\pi},\ n\in\mathbb{N}.$
	Формула удвоения Лежандра $\Gamma(p)\Gamma\left(p+\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2p-1}}\Gamma(2p).$
	Формула Стирлинга* $\Gamma(p+1)=\sqrt{2\pi p}\,p^pe^{-p}e^{\frac{\theta(p)}{12p}},0<\theta(p)<1.$

*Используется также для приближенного вычисления $n!$ при больших n.