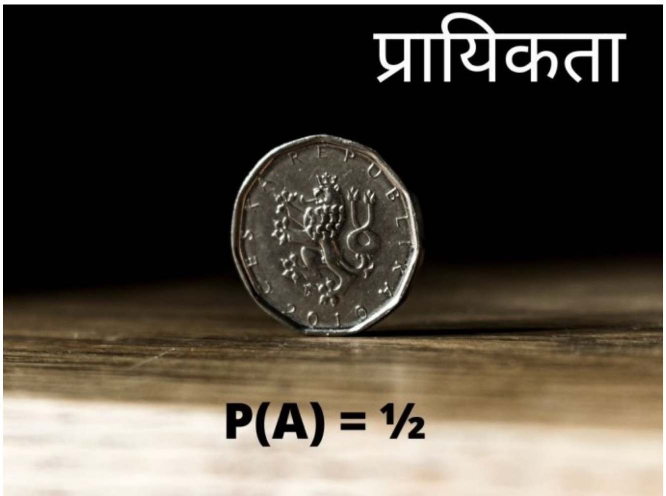
प्रायिकता



किसी घटना के घटने या न घटने की सम्भाब्यता को उसकी प्रायिकता कहलाती है। उदाहरण के लिए यदि कोई सिक्का उछाला जाय तो या तो हेड आएगा या टेल आएगा। इस प्रकार 2 सम्भावना मे 1 हेड या 1 टेल आएगा। दोनों की ही प्रायिकता $\frac{1}{2}$ होगी।

$$\text{प्रायिकता } P(E) = \frac{\text{अभिप्रयोगों की संख्या जिनमें घटना घटित हुई है}}{\text{अभिप्रयोगों की कुल संख्या}}$$

परिभाषा

किसी भी घटना के घटित होने की संभावना को प्रायिकता के रूप में जाना जाता है। जब कोई घटना घटित होती है, तो अनुकूल परिणामों की संभावनाएँ प्रायिकता का मान होती हैं। उदाहरण के लिए, यदि हम एक सिक्के को उछालते हैं तो चित और पट आने की संभावना बराबर होती है। सिक्का उछालना एक प्रयोग है और चित या पट के आने की संभावना क्रमशः चित या पट के आने की प्रायिकता है। एक चित और एक पट प्राप्त करना इस प्रयोग की घटनाएँ हैं।

प्रायिकता का सूत्र (Formula of the Probability)

किसी भी घटना की प्रायिकता का सूत्र इस प्रकार दिया जाता है:

$$\text{प्रायिकता } = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

किसी घटना A के लिए, उपरोक्त सूत्र को इस प्रकार लिखा जा सकता है:

घटना A की प्रायिकता, P (A) = घटना A के अनुकूल परिणामों की संख्या / घटना A के परिणामों की कुल संख्या

नोट – उपरोक्त सूत्र केवल सैद्धान्तिक प्रायिकता ज्ञात करने में सहायक है जिसे पारंपरिक प्रायिकता भी कहते हैं।

व्याख्या

प्रायिकता में, प्रत्येक प्रयोग के परिणामों को आदर्श स्थिति में समान माना जाता है। लेकिन व्यावहारिक रूप से हर प्रयोग के परिणाम समान नहीं होते हैं। यदि हम एक सिक्के को समतल सतह पर उछालते हैं तो परिणाम एक चित या एक पट होगा लेकिन यदि हम एक सिक्के को रेत पर उछालते हैं तो परिणाम समान नहीं होंगे क्योंकि सिक्का इसके किनारे के अनुदिश गिर सकता है। इस स्थिति में, तीन परिणाम होंगे लेकिन हम उन पर विचार नहीं करते हैं और आदर्श स्थिति के लिए केवल दो समान परिणामों (चित या पट) पर विचार करते हैं।

इसे स्पष्ट रूप से समझने के लिए हम एक और उदाहरण लेते हैं। एक बॉक्स है और बॉक्स में 5 पेंसिल और 2 पेन हैं और हमें एक पेंसिल या एक पेन निकालने की प्रायिकता ज्ञात करनी है। चूँकि बॉक्स में 5 पेंसिल और 2 पेन हैं इसलिए पेंसिल मिलने की संभावना पेन मिलने से ज्यादा है। इसका मतलब है कि इस प्रयोग के परिणाम समान नहीं हैं।

यह देखते हुए कि सभी प्रयोगों के परिणाम हमेशा समान नहीं होते हैं, इस कक्षा में, हम मान लेंगे कि सभी प्रयोगों के समान परिणाम हैं।

उदाहरण – एक सिक्के को एक बार उछालने पर चित आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल – इस उदाहरण में, एक सिक्के को एक बार उछाला जाता है, इसलिए दो संभावित परिणाम होंगे चित या पट। मान लीजिए A चित आने की घटना है।

एक सिक्के को एक बार उछालने पर चित आने का परिणाम 1 होता है। इसका अर्थ है कि घटना A के अनुकूल परिणाम 1 है और कुल संभावित परिणाम 2 हैं।

इसलिए,

घटना A की प्रायिकता, P(A) = अनुकूल परिणामों की संख्या / संभावित परिणामों की कुल संख्या

$P(A) = \frac{1}{2}$

उत्तर

नोट -1) उपरोक्त उदाहरण में, एक पट प्राप्त करने की संभावना भी $\frac{1}{2}$ होगी क्योंकि पट प्राप्त करने का अनुकूल परिणाम भी 1 है। माना B पट प्राप्त करने की घटना है। तब

$P(A) = \frac{1}{2}$ और $P(B) = \frac{1}{2}$

अब दोनों प्रायिकताओं को जोड़ने पर, $P(A) + P(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

उपरोक्त व्यंजक से हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि किसी प्रयोग की सभी घटनाओं की प्रायिकताओं का योग 1 होता है।

2) उपरोक्त उदाहरण में, हमने एक चित आने की प्रायिकता ज्ञात की है लेकिन हम यह भी कह सकते हैं कि हमने पट न मिलने की प्रायिकता ज्ञात की है। दोनों प्रायिकताएँ समान हैं। A एक चित आने की घटना है और माना A एक पट न आने की घटना है।

इसलिए, दो समान घटनाएँ P(A) और P(A`) हैं। दोनों घटनाओं को जोड़ने पर,

$P(A) + P(A`) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

जहाँ, P(A) = चित आने की प्रायिकता

P(A`) = पट न आने की प्रायिकता

सामान्य तौर पर, एक घटना E के लिए, हम लिख सकते हैं, $P(E) + P(E`) = 1$

जहाँ, P(E) = घटना E की प्रायिकता

P(E`) = घटना E की नहीं प्रायिकता

हम यह भी लिख सकते हैं, $P(E) = 1 – P(E`)$ या $P(E`) = 1 – P(E)$

3) घटना E`, घटना E की पूरक है इसलिए घटना E और घटना E` को पूरक घटना (Complementary Event) कहा जाता है।

प्रायिकता से संबंधित पद (Terms Related to the Probability)

प्रयोग (Experiment) – प्रायिकता ज्ञात करने के लिए कार्य करना एक प्रयोग (Experiment) है। जैसे- एक सिक्का उछालना, पासा फेंकना, डिब्बे में से कोई वस्तु निकालना प्रयोग हैं।



घटना (Event) – किसी प्रयोग के परिणाम को घटना (Event) कहते हैं। उदाहरण के लिए – पासे को फेंकने के बाद कोई संख्या प्राप्त करना एक घटना है।

असंभव घटना (Impossible Event) – यदि किसी घटना की प्रायिकता 0 है तो वह असंभव घटना (Impossible Event) कहलाती है। इस प्रकार की घटना का घटित होना असंभव है।

उदाहरण – एक लकड़ी के बक्से में, 3 नीली गेंदें और 2 लाल गेंदें हैं। एक काली गेंद आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल – मान लीजिए कि एक काली गेंद प्राप्त होने की घटना A है, लेकिन जैसा कि हम देख सकते हैं कि लकड़ी के बक्से में केवल 3 नीली गेंदें और 2 लाल गेंदें हैं। इसमें कोई काली गेंद नहीं है।

अतः अनुकूल परिणामों की संख्या 0 होगी और संभावित परिणामों की कुल संख्या 3 + 2 = 5 है।

इसलिए,

एक काली गेंद मिलने की प्रायिकता, P(A) = अनुकूल परिणामों की संख्या / कुल संभावित परिणाम

$P(A) = 0/5$

$P(A) = 0$

यह एक असंभव घटना का उदाहरण है।

निश्चित घटना (Certain Event)– यदि किसी घटना की प्रायिकता 1 है तो वह घटना निश्चित घटना (Certain Event) कहलाती है। निश्चित घटना को Sure event भी कहा जाता है।

उदाहरण – एक पासे को एक बार फेंकने पर 0 से बड़ी और 7 से छोटी संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल – हम जानते हैं कि एक पासे के फलक पर अंकित अंक 1, 2, 3, 4, 5 और 6 हैं। हमें 0 से बड़ी और 7 से छोटी संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात करनी है और पासे के फलक पर प्रत्येक अंक 0 से बड़ा और 7 से छोटा है। इसलिए, पासे के फलक पर प्रत्येक संख्या अनुकूल परिणाम है और 6 संख्याएँ हैं इसलिए 6 अनुकूल परिणाम होंगे।

मान लीजिए B, 0 से बड़ी और 7 से छोटी संख्या प्राप्त करने की घटना है और कुल परिणाम भी 6 हैं।

इसलिए, प्रायिकता $P(B) = 6/6 = 1$

यह एक निश्चित घटना का उदाहरण है।

नोट -1) उपरोक्त उदाहरणों से हम समझ सकते हैं कि प्रायिकता का न्यूनतम मान 0 हो सकता है और प्रायिकता का अधिकतम मान 1 हो सकता है। इसका अर्थ है कि किसी घटना E के लिए प्रायिकता का मान 0 और 1 के बीच होता है या हम लिख सकते हैं $0 \leq P(E) \leq 1$

2) क्योंकि प्रायिकता का मान 0 और 1 के बीच होता है इसलिए प्रायिकता के सूत्र में अंश (किसी घटना के अनुकूल परिणामों की संख्या) हमेशा हर (संभावित परिणामों की कुल संख्या) से कम या उसके बराबर होता है।

सैद्धांतिक प्रायिकता

किसी घटना E की सैद्धांतिक प्रायिकता जिसे परंपरागत प्रायिकता भी कहा जाता है।ह P(E) निम्नलिखित रूप में परिभाषित की जाती है।

$$P(E) = \frac{\text{E के अनुकूल परिणामों की सख्या}}{\text{प्रयोग के सभी संभव परिणामों की सख्या}}$$

हल सहित उदाहरण

एक चित प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए, जब एक सिक्के को एक बार उछाला जाता है। साथ ही, एक पट प्राप्त करने की भी प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल:

एक सिक्के को एक बार उछालने के प्रयोग में, संभव परिणामों की संख्या 2 है: चित (H) और पट (T)। मान लीजिए घटना E ‘चित प्राप्त करना’ है। तब, E के अनुकूल (अर्थात् चित प्राप्त करने के अनुकूल) परिणाम 1 है। अतः,

P(E) = P (चित) = E के अनुकूल परिणामों की सख्या/ सभी संभव परिणामों की सख्या $= \frac{1}{2}$

इसी प्रकार, यदि घटना F पट प्राप्त करना है, तो P(F) = P (चित) $= \frac{1}{2}$

प्रारंभिक घटना

किसी प्रयोग की वह घटना जिसका केवल एक ही परिणाम हो प्रारंभिक घटना कहलाती है। उदाहरण 1 में दोनों घटनाएँ E और F प्रारंभिक घटनाएँ हैं।

ऊपर दिए गए उदाहरण में हम देखते हैं कि P(E) + P(F) $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

नोट:

किसी प्रयोग की सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग 1 है। यह व्यापक रूप में भी सत्य है।

अभ्यास के लिए प्रश्न

मान लीजिए हम एक पासे को एक बार फेंकते हैं।

(i) 4 से बड़ी संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता क्या है?

(ii) 4 से छोटी या उसके बराबर संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता क्या है?

हल

(i) यहाँ मान लीजिए कि '4 से बड़ी संख्या प्राप्त करना' घटना E है। सभी संभव परिणाम छः हैं, ये 1, 2, 3, 4, 5 और 6 हैं। स्पष्टतः, घटना E के अनुकूल परिणाम 5 और 6 हैं। अतः E के अनुकूल परिणामों की संख्या 2 है। इसलिए

P(E) = P (4 से बड़ी संख्या) $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(ii) मान लीजिए '4 से छोटी या उसके बराबर संख्या प्राप्त करना' घटना F है। सभी संभव परिणाम = 6 हैं।

घटना F के अनुकूल परिणाम 1, 2, 3 और 4 हैं।

अतः F के अनुकूल परिणामों की संख्या 4 है।

इसलिए $P(F) = \frac{4}{6}$

$$= \frac{2}{3}$$

क्या उपरोक्त उदाहरण में दी हुई घटना E और F प्रारंभिक घटनाएँ हैं? नहीं, ये प्रारंभिक घटनाएँ नहीं हैं, क्योंकि घटना E के 2 परिणाम हैं तथा घटना F के 4 परिणाम हैं।

स्मरणीय तथ्य

प्रायोगिक प्रायिकता (वास्तविक प्रयोगों के परिणामों पर आधारित थीं।) और सैद्धांतिक प्रायिकता (जिसे पारंपरिक प्रायिकता भी कहते हैं) में अंतर।

घटना E की सैद्धांतिक (या परंपरागत) प्रायिकता P(E) को निम्नलिखित रूप में परिभाषित किया जाता है:

$$P(E) = \frac{\text{E के अनुकूल परिणामों की सख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की सख्या}}$$

जहाँ हम कल्पना करते हैं कि प्रयोग के सभी परिणाम समप्रायिक हैं।

पूरक घटना

घटना ‘E नहीं’ को निरूपित करने वाली घटना $\bar{E}$ घटना E की पूरक घटना कहलाती है। हम यह भी कहते हैं कि E और $\bar{E}$ परस्पर पूरक घटनाएँ हैं।

व्यापक रूप में, किसी घटना E के लिए यह सत्य है कि $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$

असंभव घटना

उस घटना, जिसका घटित होना असंभव है, की प्रायिकता 0 होती है। ऐसी घटना को एक असंभव घटना कहते हैं।

हल सहित उदाहरण

(i) पासे को एक बार फेंकने पर संख्या 8 प्राप्त करने की क्या प्रायिकता है?

(ii) पासे को एक बार फेंकने पर 7 से छोटी संख्या प्राप्त करने की क्या प्रायिकता है?

हल:

(i) हम जानते हैं कि पासे को एक बार फेंकने पर केवल छः ही संभावित परिणाम हैं। ये परिणाम 1, 2, 3, 4, 5 और 6 हैं। चूँकि पासे के किसी भी फलक पर 8 अंकित नहीं है, इसलिए 8 के अनुकूल कोई भी परिणाम नहीं है, अर्थात् ऐसे परिणामों की संख्या शून्य (0) है। दूसरे शब्दों में, पासे को एक बार फेंकने पर, संख्या 8 प्राप्त करना असंभव है। अतः

P(8 प्राप्त करना) $= \frac{0}{6} = 0$

अर्थात् उस घटना, जिसका घटित होना असंभव है, की प्रायिकता 0 होती है। ऐसी घटना को एक असंभव घटना कहते हैं।

(ii) चूँकि पासे के प्रत्येक फलक पर ऐसी संख्या लिखी है जो 7 से छोटी है, इसलिए पासे को एक बार फेंकने पर यह निश्चित है कि प्राप्त संख्या सदैव 7 से छोटी होगी। अतः, घटना के अनुकूल परिणामों की संख्या सभी संभावित परिणामों की संख्या के बराबर होगी, जो 6 है।

इसलिए, P(E) = P(7 से छोटी संख्या प्राप्त करना) $= \frac{6}{6} = 1$

निश्चित घटना

अतः उस घटना, जिसका घटित होना निश्चित है, की प्रायिकता 1 होती है। ऐसी घटना को एक निश्चित या निर्धारित घटना कहते हैं।

टिप्पणी:

प्रायिकता P(E) की परिभाषा से, हम देखते हैं कि अंश (घटना E के अनुकूल परिणामों की संख्या) सदैव हर (सभी संभव परिणामों की संख्या) से छोटा होता है या उसके बराबर होता है। अतः,

$0 \leq P(E) \leq 1$

अभ्यास के लिए प्रश्न

अच्छी प्रकार से फेटी गई 52 पत्तों की एक गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। इसकी प्रायिकता परिकलित कीजिए कि यह पत्ता:

(i) एक इक्का होगा।

(ii) एक इक्का नहीं होगा।

हल

गड्डी को अच्छी प्रकार से फेटनें से परिणामों का समप्रायिक होना सुनिश्चित हो जाता है।

(i) एक गड्डी में 4 इक्के होते हैं। मान लीजिए घटना E 'एक इक्का होना' है।

E के अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

सभी संभव परिणामों की संख्या = 52 (क्यों?)

अतः $P(E) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

(ii) मान लीजिए घटना F 'एक इक्का नहीं' है।

माना F के अनुकूल परिणामों की संख्या = 52 – 4 = 48 (क्यों?)

सभी संभव परिणामों की संख्या = 52

अतः $P(F) = \frac{48}{52} = \frac{12}{13}$

टिप्पणी:

ध्यान दीजिए कि F और कुछ नहीं बल्कि $\bar{E}$ ही है। अतः, हम P(F) को इस प्रकार भी परिकलित कर सकते हैं:

$P(F) = P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$

स्मरणीय तथ्य

- एक निश्चित (या निर्धारित) घटना की प्रायिकता 1 होती है।
- एक असंभव घटना की प्रायिकता 0 होती है।
- घटना E की प्रायिकता एक ऐसी संख्या P(E) है कि $0 \leq P(E) \leq 1$

- वह घटना जिसका केवल एक ही परिणाम हो एक प्रारंभिक घटना कहलाती है। किसी प्रयोग की सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकता का योग 1 होता है।
- किसी भी घटना E के लिए $P(E) + P(\bar{E}) = 1$ होता है, जहाँ E घटना ‘ $\bar{E}$ नहीं’ को व्यक्त करता है। E और $\bar{E}$ पूरक घटनाएँ कहलाती हैं।

उदाहरण:

1. एक थैले में 3 लाल और 5 काली गेंदें हैं | इस थैले में से एक गेंद यदृच्छया निकाली जाती है| इसकी प्रायिकता क्या है कि गेंद

(i) लाल हो

(ii) लाल नहीं हो ?

हलः थैले में गेंदों की कुल संख्या = 3 + 5 = 8

थैले में से एक गेंद निकालने की घटना के सभी संभव परिणामों की संख्या = 8

(i) चूंकि लाल गेंदों की संख्या = 3

$\Rightarrow$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

$$\therefore P_{(\text{लाल गेंद निकालना})} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{3}{8}$$

$$\text{अत:}\ P_{(\text{लाल गेंद निकालना})} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{8}}$$

(ii) चूंकि काली गेंदों की संख्या = 5

$\Rightarrow$ लाल गेंद नहीं वाले परिणामों की संख्या = 5

$\therefore$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

$$\therefore P_{(\text{लाल गेंद नहीं निकालना})} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{8}}$$

2. एक डिब्बे में 5 लाल कंचे, 8 सफेद कंचे और 4 हरे कंचे हैं | इस डिब्बे में से एक कंचा

(i) लाल है ?

(ii) सफेद है ?

(iii) हरा नहीं है ?

हलः डिब्बे में कंचों की संख्या = 5 लाल कंचे + 8 सफेद कंचे + 4 हरे कंचे = 17 कंचे।

डिब्बे में से एक कंचा निकालने की घटना के सम्भव परिणामों की संख्या = 17

(i) लाल गेंदों की संख्या = 5

डिब्बे में से निकाली गई गेंद का लाल होने की घटना के परिणामों की संख्या = 5

अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

$$\therefore \quad P_{(\text{लाल गेंद})} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{5}{17}$$

(ii) सफेद गेंदों की संख्या = 8

डिब्बे में से सफेद गेंद निकाली जाने की घटना के परिणामों की संख्या = 8

अनुकूल परिणामों की संख्या = 8

$$\therefore \quad P_{(\text{सफेद गेंद})} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{8}{17}$$

(iii) $\because$ डिब्बे में हरी गेंदों की संख्या = 4

$\therefore$ डिब्बे में 'हरी गेंद नहीं' की संख्या = 17 – 4 = 13

$\therefore$ डिब्बे में से निकाली गई गेंद का 'हरा नहीं' होने की घटना के परिणामों की संख्या = 13

अर्थात् अनुकूल परिणामों की संख्या = 13

$$\therefore P_{(\text{हरा गेंद नहीं निकालना})} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{13}{17}$$

3. एक पिग्गी बैंक (piggy bank) में, 50 पैसे के सौ सिक्के है, 1 रू के पचास सिक्के हैं, 2 रू के बीस सिक्के गिरने के परिणाम समप्रायिक हैं, तो इसकी क्या प्रायिकता है कि वह गिरा हुआ सिक्का

(i) 50 पैसे का होगा ?

(ii) 5 रू का नहीं होगा ?

हलः पिग्गी-बैंक में कुल सिक्कों की संख्या = 50 पैसे के सिक्के + 1 के सिक्के + 2र के सिक्के + 5 के सिक्के

= 100 + 50 + 20 + 10 = 180

पिग्गी बैंक से सिक्का निकलने की घटना के परिणामों की संख्या = 180

(i) 50 पै. के सिक्कों की संख्या = 100

पिग्गी बैंक से 50 पैसे का सिक्का गिरने की घटना की संख्या = 100

$$\Rightarrow \quad P_{(50 \text{ पैसे का सिक्का होना})} = \frac{\overset{5}{\cancel{100}}}{\underset{9}{\cancel{180}}} = \frac{5}{9}$$

(ii) $\because$ 5 ₹ के सिक्कों की संख्या = 10

$\therefore$ 5 ₹ के अतिरिक्त सिक्कों की संख्या = 180 – 10
= 170

$\therefore$ पिग्गी बैंक से गिरने वाले सिक्कों का '5 ₹ का सिक्का नहीं' होने की घटना के परिणामों की संख्या = 170

$$\Rightarrow \quad P_{(5 \text{ ₹ का सिक्का नहीं})} = \frac{\overset{17}{\cancel{170}}}{\underset{18}{\cancel{180}}} = \mathbf{\frac{17}{18}}$$

4. गोपी अपने जल – जीव कुंड (aquarium) के लिए एक दुकान से मछली खरीदती है | दुकानदार एक टंकी, जिसमें 5 नर मछली और 8 मादा मछली है, में से एक मछली यादृच्छया उसे देने के लिए निकालती है (देखिए आकृति 15.4) | इसकी प्रायिकता है कि निकाली गई मछली नर मछली है?

हलः मछलियों की कुल संख्या = (नर मछलियों की संख्या) + (मादा मछलियों की संख्या) = 5 + 8 = 13

कुंड में से मछली निकालने की घटना के परिणामों की कुल संख्या = 13

संभव परिणामों की संख्या = 13

चूंकि नर मछलियों की संख्या = 5

अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

$$\therefore P_{(\text{नर मछली का निकलना})} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \mathbf{\frac{5}{13}}$$

5. संयोग (chance) के एक खेल में, एक तीर को घुमाया जाता है, जो विश्राम में आने के बाद संख्याओं 1,2,3,4,5,6,7, और 8 में से किसी एक संख्या को इंगित करता है (देखिए आकृति 15.5) | यदि ये सभी परिणाम समप्रायिक हों तो इसकी क्या प्रायिकता है कि यह तीर इंगित

(i) 8 को करेगा ?

(ii) एक विषम संख्या को करेगा ?

(iii) 2 से बड़ी संख्या को करेगा ?

(iv) 9 से छोटी संख्या को करेगा ?

हलः चूंकि विश्राम में आने पर तीर 1 से 8 तक की किसी भी संख्या को इंगित करता है।

संभव परिणामों की संख्या = 8

(i) चूंकि चक्र पर 8 का एक अंक है।

अंक 8 को इंगित करने की घटना के परिणामों की संख्या = 1

अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\therefore P_{(\text{8 की ओर तीर इंगित होना})} = \frac{[\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}]}{[\text{कुल संभव परिणामों की संख्या}]}$$

$$= \frac{1}{8}$$

(ii) चूंकि विषम संख्याएँ 1, 3, 5 और 7 हैं।

$\therefore$ विषम संख्याओं की संख्या = 4

$\Rightarrow$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

$$\therefore P_{(\text{विषम संख्या की ओर तीर इंगित होना})}$$

$$= \frac{[\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}]}{[\text{कुल संभव परिणामों की संख्या}]} = \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{8}_{2}} = \frac{1}{2}$$

(*iii*) चूंकि 2 से बड़ी संख्याएँ: 3, 4, 5, 6, 7 और 8 हैं

$\therefore$ 2 से बड़ी संख्याओं की संख्या = 6

$\Rightarrow$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 6

$\therefore$ $P_{(2 \text{ से बड़ी संख्या की ओर तीर इंगित होना})}$

$$= \frac{[\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}]}{[\text{कुल संभव परिणामों की संख्या}]} = \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{8}_{4}} = \frac{3}{4}$$

(*iv*) 9 से छोटी संख्याएँ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 और 8

$\Rightarrow$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 8

$\therefore$ $P_{(9 \text{ से छोटी संख्या की ओर तीर इंगित होना})}$

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{8}{8} = 1$$

6. एक पासे को एक बार फेंका जाता है | निम्नलिखित को प्राप्त करने कि प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

(i) एक अभाज्य संख्या

(ii) 2 और 6 के बीच स्थित कोई संख्या

(iii) एक विषम संख्या

हलः

(i) एक पासे पर अभाज्य संख्याएँ 2, 3 और 5 हैं।

माना कि घटना E" एक अभाज्य संख्या प्राप्त करना है।"

E के अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

चूंकि पासे पर छः संख्याएँ [1, 2, 3, 45 और 6] होती हैं।

E के संभावित परिणामों की संख्या = 6

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{6}}} = \mathbf{\frac{1}{2}}$$

(ii) माना घटना E, पासे पर 2 और 6 के बीच की कोई संख्या प्राप्त करना है।

$\because$ 2 और 6 के बीच की संख्याएँ 3, 4 और 5 हैं।

$\therefore$ E के अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

E के कुल संभव परिणामों की संख्या = 6

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{6}}} = \mathbf{\frac{1}{2}}$$

(iii) माना घटना E "पासे पर एक विषम संख्या प्राप्त करना है।"

चूंकि पासे पर विषम संख्याएँ 1, 3 और 5 है।

$\therefore$ E के अनुकूल परिणामों की संख्या = 3, E के सभी संभव परिणामों की संख्या = 6

$$\Rightarrow P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{6}}} = \mathbf{\frac{1}{2}}$$

एक बच्चे के पास ऐसा पासा है जिसके फलकों पर निम्नलिखित अक्षर अंकित है :

$\boxed{A}$ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$ $\boxed{E}$ $\boxed{A}$

इस पासे को एक बार फेंका जाता है | इसकी क्या प्रायिकता है कि

(i) A प्राप्त हो ?

(ii) D प्राप्त हो ?

हलः चूंकि पासे के 6 फलकों पर अंकित अक्षर इस प्रकार हैं:

$\boxed{A}$ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$ $\boxed{E}$ $\boxed{A}$

फेंके जाने पर एक अक्षर छः प्रकार से प्राप्त होता है।

सम्भव परिणामों की कुल संख्या = 6

(i) चूंकि दो फलकों पर अक्षर A अंकित है।

अक्षर A दो प्रकार से प्राप्त हो सकता है।

अनुकूल परिणामों की संख्या = 2

माना घटना E "अक्षर A का प्राप्त होना" है,

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{1}{3}$$

(ii) चूंकि केवल एक फलक पर अक्षर D अंकित है।

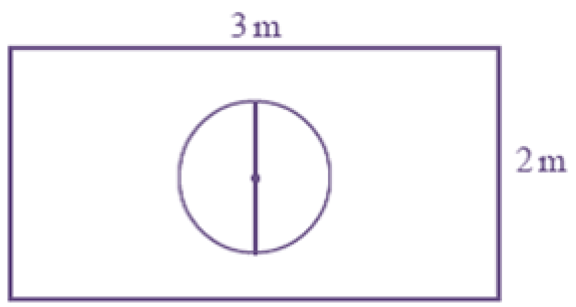
अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

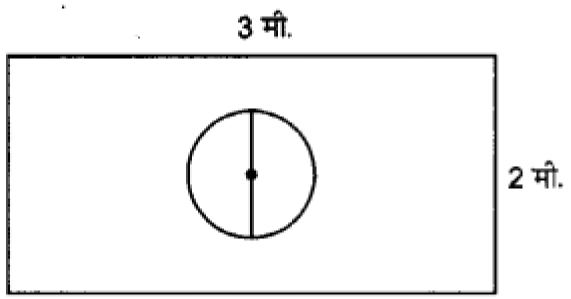
माना घटना E "अक्षर D वाला फलक प्राप्त हो" है,

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{1}{6}$$

7. मान लीजिये आप एक पासे को आकृति 15.6 में दर्शाए आयताकार क्षेत्र में यादृच्छया रूप से गिराते हैं | इसकी क्या प्रायिकता है कि वह पासा 1m व्यास वाले वृत्त के अन्दर गिरेगा?





हल: आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

$$= 3 \text{ मी.} \times 2 \text{ मी.} = 6 \,(\text{मी.})^2$$

वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$$= \pi\left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ मी.}^2 \qquad \Big|\ \text{व्यास} = 1 \text{ मी.}$$

$$\qquad\qquad \Big|\ \Rightarrow \quad \text{अर्धव्यास} = \frac{1}{2} \text{ मी.}$$

$$= \frac{\pi}{4} \text{ मी.}^2$$

माना घटना E, 'पासे का वृत्त के अन्दर गिरना' है

$$\therefore \qquad P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल क्षेत्र का क्षेत्रफल}}{\text{पूरे क्षेत्र का क्षेत्रफल}}$$

$$= \frac{\text{वृत्र का क्षेत्रफल}}{\text{आयत का क्षेत्रफल}}$$

$$= \frac{\left[\frac{\pi}{4}\right]}{6} = \frac{\pi}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{\pi}{24}$$

144 बाल पेनों के एक समूह में 20 बाल पेन खराब हैं और शेष अच्छे हैं | आप वाही पेन खरीदना चाहेंगे जो अच्छा हो, परन्तु खराब पेन आप खरीदना नहीं चाहेंगे | दुकानदार इन पेनों में से, यादृच्छया एक पेन निकालकर आपको देता है | इसकी क्या प्रायिकता है कि

(i) आप वह पेन खरीदेंगे ?

(ii) आप वह पेन नहीं खरीदेंगे ?

हलः बॉल पेनों की कुल संख्या = 144

1 पेन निकालने के संभावित परिणामों की संख्या = 144

(i) चूंकि खराब पेनों की संख्या = 20

अच्छे पेनों की संख्या = 144 – 20 = 124

अनुकूल परिणामों की संख्या = 124

माना घटना E, “अच्छा पेन खरीदना” है।

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{\cancelto{31}{124}}{\cancelto{36}{144}} = \mathbf{\frac{31}{36}}$$

(ii) **माना घटना $\bar{E}$, “एक अच्छा पेन नहीं खरीदना” है**

$$\therefore \quad P_{(\bar{E})} = 1 - P_{(E)} = 1 - \frac{31}{36}$$

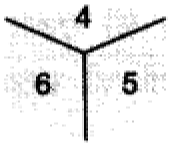
$$= \frac{36-31}{36} = \mathbf{\frac{5}{36}}$$

उदाहरण 13 को देखिए | (i) निम्नलिखित सारणी को पूरा कीजिए :

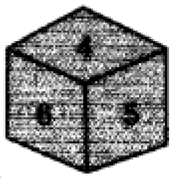
घटना दोनों पासों की संख्याओं का योग	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
प्रायिकता	$\frac{1}{36}$						$\frac{5}{36}$				$\frac{1}{36}$

(ii) एक विधार्थी यह तर्क देता है कि ‘यहाँ कुल 11 परिणाम 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11 और 12 है | अतः प्रत्येक कि प्रायिकता 1/11 है|’ क्या आप इस तर्क से सहमत है ? सकारण उत्तर दीजिए |

हलः जब नीला पासा ‘1’ दर्शाता है, तो सलेटी पासे पर संख्याओं 1, 2, 3, 4, 5, 6 में से कोई भी संख्या हो सकती है। यही तब भी होगा, जब नीले पासे पर ‘2’, ‘3’, ‘4’, ‘5’ या ‘6’ होगा। इस प्रयोग के संभावित परिणामों को नीचे सारणी में दिया गया है। प्रत्येक क्रमित युग्म की पहली संख्या नीले पासे पर आने वाली संख्या है तथा दूसरी संख्या सलेटी पासे पर आने वाली संख्या है।



सलेटी



नीला

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

ध्यान रहे कि युग्म (1, 4) और (4, 1) भिन्न है। इस प्रकार सभी संभव परिणाम = $6 \times 6 = 36$

(1) **दोनों पासों की संख्याओं का योग 8**

घटना "दोनों पासों की संख्याओं का योग 8 है" को E से प्रकट करें तो,

E के अनुकूल परिणाम हैं; (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3) और (6, 2) हैं। जैसा कि उक्त आकृति में दर्शाया गया है।

इन युग्मों की संख्या 5 है।

$$\therefore P_E \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{5}{36}$$

(2) **दोनों पासों की संख्याओं का योग 13**

उक्त आकृति से स्पष्ट है कि ऐसा कोई भी परिणाम नहीं है जब दोनों पासों की संख्याओं का योग 13 हो।

यदि घटना "दोनों पासों की संख्याओं का 13 है" को F द्वारा व्यक्त किया जाता हो, तो

F के अनुकूल परिणामों की संख्या = 0

$$\therefore P_F = \frac{0}{36} = 0$$

(3) दोनों पासों की संख्याओं का योग < 12

उक्त आकृति से स्पष्ट है कि दोनों पासों की संख्याओं के युग्मों की संख्याओं का योग 12 से कम है या 12 समान है। यदि उक्त घटना, "दोनों पासों की संख्याओं का योग < 12 है" को G व्यक्त करें, तो G के अनुकुल परिणामों की संख्या = 36

$$\Rightarrow P_F = \frac{36}{36} = 1$$

(4) **(a) दो पासों के अंकों का योग 3 होना**

चूंकि (1, 2) और (2, 1) ऐसे युग्म हैं जिनकी संख्याओं का योग 3 है। इन युग्मों (परिणामों) की संख्या 2 है।

यदि उक्त घटना को पत्र से प्रकट करें, तो H के अनुकूल परिणामों की संख्या = 2

$$\Rightarrow P_{(H)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों को संख्या}} = \frac{2}{36}$$

(b) दोनों पासों की संख्याओं का योग 4 है

चूंकि (1, 3), (2, 2), (3, 1) ऐसे युग्म हैं जिनकी संख्याओं का योग 4 है। इनकी संख्या 3 है।

यदि उक्त घटना को J, से व्यक्त करें, तो J के अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

$$\Rightarrow P_{(J)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों को संख्या}} = \frac{3}{36}$$

(c) दोनों पासों की संख्याओं का योग 5 है

स्पष्ट है कि ऐसे युग्मों की संख्या 4 है जिनमें संख्याओं का योग 5 है [.-.. (1, 4), (2, 3), (3, 2) और (4, 1)) की संख्याओं का योग 5 है।

यदि उक्त घटना को k से व्यक्त करें, तो k के अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

$$\Rightarrow P_{(k)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{4}{36}$$

(d) दोनों पासों की संख्याओं का योग 6 है

मात्रा उक्त घटता को (L) से व्यक्त करते हैं।

$\therefore L$, के परिणाम हैं: (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2) और (5, 1)

$\therefore L$, के अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

$$\Rightarrow P_{(L)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{5}{12}$$

(e) दोनों पासों की संख्याओं का योग 7 है

उक्त आकृति से स्पष्ट है कि (1, 6) (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2) और (6, 1) ऐसे 6 युग्म हैं जिनमें संख्याओं का योग 7 है;

यदि इस घटना को M से प्रकट करें, तो M के अनुकूल परिणामों की संख्या = 6

$$\Rightarrow P_{(M)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{6}{36}$$

(f) दोनों पासों की संख्याओं का योग 9 है

स्पष्ट है कि: (3, 6), (4, 5), (5, 4) और (6, 3) ऐसे 4 युग्म हैं जिनमें संख्याओं का योग 9 है।

* यदि इस घटना को (N) से व्यक्त करें, तो N अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

$$\Rightarrow P_{(N)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{4}{36}$$

(g) दोनों पासों की संख्याओं का योग 10 है

चूंकि (4, 6), (5, 5), (6, 4) ऐसे 3 युग्म हैं जिनमें संख्याओं का योग 10 है।

इस घटना को यदि (p) से व्यक्त करें, तो p के अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

$$\Rightarrow P_{(p)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{3}{36}$$

(h) दोनों पासों की संख्याओं का योग 11 है

स्पष्ट है कि: (5, 6) और (6, 5) केवल दो ही ऐसे युग्म हैं जिनमें संख्याओं का योग 11 है। यदि इस घटना को (Q) से व्यक्त करें, तो Q के अनुकूल परिणामों की संख्या = 2

$$\Rightarrow P_{(Q)} = \frac{2}{36}$$

इस प्रकार दी गई तालिका को हम निम्नांकित रूप से पूरा करते हैं:

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

(v) नहीं। चूंकि सभी संभव परिणामों की संख्या 36 है, 11 नहीं

∴ यह तर्क सही नहीं है।

एक पासे को दो बार फेंका जाता है | इसकी क्या प्रायिकता है कि

(i) 5 किसी भी बार में नहीं आएगा ?

(ii) 5 कम से कम एक बार आएगा ?

[संकेत : एक पासे को दो बार फेंकना और दो पासों को एक साथ फेंकना एक ही प्रयोग माना जाता है |]

हलः एक पासे को दो बार फेंकना या दो पासों को एक साथ फेंकना एक ही घटना है।

सभी संभव परिणाम इस प्रकार हैं:

$$\begin{array}{l} (1, 1); (1, 2); (1, 3); (1, 4); (1, 5); (1, 6) \\ (2, 1); (2, 2); (2, 3); (2, 4); (2, 5); (2, 6) \\ (3, 1); (3, 2); (3, 3); (3, 4); (3, 5); (3, 6) \\ (4, 1); (4, 2); (4, 3); (4, 4); (4, 5); (4, 6) \\ (5, 1); (5, 2); (5, 3); (5, 4); (5, 5); (5, 6) \\ (6, 1); (6, 2); (6, 3); (6, 4); (6, 5); (6, 6) \end{array}$$

$\therefore$ सभी संभव परिणामों की संख्या = 36

(*i*) यदि घटना "5 किसी भी बार में नहीं आयेगा" को E से व्यक्त करें, तो
E के अनुकूल परिणामों की संख्या = 36 – [6 + 6 – 1] = 25

$$\Rightarrow \qquad P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \mathbf{\frac{25}{36}}$$

(*ii*) यदि घटना "5 कम से कम एक बार आयेगा" को F से व्यक्त करें, तो
F के अनुकूल परिणामों की संख्या = 6 + 6 – 1 = 11

$$\Rightarrow \qquad P_{(F)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \mathbf{\frac{11}{36}}$$

एक पासे के फलकों पर संख्याएँ 1,2,2,3,3, और 6 लिखी हुई हैं | इसे दो बार फेंका जाता है तथा दोनों बार प्राप्त हुई संख्याओं के योग लिख लिए जाते हैं | दोनों बार फेंकने के बाद, प्राप्त योग के कुछ संभावित मान निम्नलिखित सारणी में दिए हैं इस सारणी को पूरा कीजिए |

दूसरी बार फेंकने के मान	पहली बार फेंकने के मान					
+	1	2	2	3	3	6
1	2	3	3	4	4	7
2	3	4	4	5	5	8
2					5	
3						
3			5			9
6	7	8	8	9	9	12

इसकी क्या प्रायिकता है कि कुल योग

(i) एक सम संख्या होगा ?

(ii) 6 है ?

(iii) कम से कम 6 है ?

	1	2	2	3	3	6
1	2	3	3	4	4	7
2	3	4	4	5	5	8
2	3	4	4	5	5	8
3	4	5	5	6	6	9
3	4	5	5	6	6	9
6	7	8	8	9	9	12

$\therefore$ सभी संभावित परिणामों की संख्या = 36

(*i*) यदि घटना 'कुल योग एक समसंख्या होगा' को E से व्यक्त करें, तो

E के अनुकूल परिणाम = 18

[2, 4, 4, 4, 4, 8, 4, 4,, 8, 4, 6, 6, 4, 6, 6, 8, 8 सम संख्याएँ हैं]

$$\Rightarrow \quad P_{(E)} = \frac{18}{36} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$$

(*ii*) यदि घटना 'कुलयोग 6 है' को F से व्यक्त करें, तो अनुकूल परिणामों की संख्या 4 है

$$\Rightarrow \quad P_{(F)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{9}{\cancel{36}}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{9}}$$

(*iii*) यदि घटना 'कुल योग कम से कम 6 हैं' को G से व्यक्त करें, तो

G के अनुकूल परिणामों की संख्या = 15

[∵ 7, 8, 8, 6, 6, 9, 6, 6, 9, 7, 8, 7, 9, 9, 12 अनुकूल परिणाम हैं]

$$\Rightarrow \quad P_{(G)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{12}{\cancel{36}}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{12}}$$

एक जार में 24 कंचे है जिनमे कुछ हरे हैं और शेष नीले हैं। यदि इस जार में से यादृच्छया एक कंचा निकाला जाता है तो इस कंचे के हरा होने कि प्रायिकता 2/3 है। जार में नीले कंचों कि संख्या ज्ञात कीजिए।

हलः चूंकि जार में 24 कंचे हैं।

सभी संभव परिणामों की संख्या = 4

माना जार में नीले कचे x हैं।

जार में हरे कंचों की संख्या = 24 – x

यदि घटना "निकाला गया कंचा हरा है" को E से व्यक्त करें, तो

E के अनुकूल परिणामों की संख्या = (24 – x)

$$\Rightarrow \quad P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{24 - x}{24}$$

अब, शर्त के अनुसार, हमें प्राप्त है:

$$\frac{24 - x}{24} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \quad 3(24 - x) = 2 \times 24 \Rightarrow 72 - 3x = 48$$

$$\Rightarrow \quad 3x = 72 - 48 \quad \Rightarrow \quad 3x = 24$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{24}{3} = 8$$

इस प्रकार, जार में नीले कंचों की संख्या 8 है।

NCERT SOLUTIONS

प्रश्नावली 15.1 (पृष्ठ संख्या 337-341)

प्रश्न 1 निम्नलिखित कथनों को पूरा कीजिए:

(i) घटना E की प्रायिकता + घटना 'E नहीं' की प्रायिकता = ________ है।

(ii) उस घटना कि प्रायिकता जो घटित नहीं हो सकती __________ है। ऐसी घटना __________ कहलाती है।

(iii) उस घटना कि प्रायिकता जिसका घटित होना निश्चित है __________ है। ऐसी घटना __________ कहलाती है।

(iv) किसी प्रयोग कि सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग __________ है।

(v) किसी घटना की प्रायिकता _________ से बड़ी या उसके बराबर होती है तथा _________ से छोटी या उसके बराबर होती है।

उत्तर-

(i) घटना E की प्रायिकता + घटना 'E नहीं' की प्रायिकता = **1** है।

(ii) उस घटना कि प्रायिकता जो घटित नहीं हो सकती **0** है। ऐसी घटना **असंभव घटना** कहलाती है।

(iii) उस घटना कि प्रायिकता जिसका घटित होना निश्चित है **1** है। ऐसी घटना **निश्चित घटना** कहलाती है।

(iv) किसी प्रयोग कि सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग **1** है।

(v) किसी घटना की प्रायिकता **0** से बड़ी या उसके बराबर होती है तथा **1** से छोटी या उसके बराबर होती है।

प्रश्न 2 निम्नलिखित प्रयोगों में से किन-किन प्रयोगों के परिणाम समप्रायिक हैं? स्पष्ट कीजिए।

(i) एक ड्राइवर कार चलाने का प्रयत्न करता है। कार चलना प्रारंभ हो जाती है या कार चलना प्रारंभ नहीं होती है।
(ii) एक खिलाड़ी बास्केटबौल को बास्केट में डालने का प्रयत्न करती है। वह बास्केट में बौल डाल पाती है या नहीं डाल पाती है।
(iii) एक सत्य – असत्य प्रश्न का अनुमान लगाया जाता है। उत्तर सही है या गलत होगा।
(iv) एक बच्चे का जन्म होता है। वह एक लड़का है या एक लड़की है।

उत्तर-

(i) समप्रायिक है।
(ii) समप्रायिक है।
(iii) समप्रायिक है।
(iv) समप्रायिक है।

प्रश्न 3 फुटबॉल के खेल को प्रांरभ करते समय यह निर्णय लेने के लिए कि कौन सी टीम पहले बौल लेगी, इसके लिए सिक्का उछलना एक न्यायसंगत विधि क्यों माना जाता है?

उत्तर- क्योंकि सिक्का उछालना एक समप्रायिक घटना है।

प्रश्न 4 निम्नलिखित में से कौन सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती?

a. $\frac{2}{3}$
b. -1.5
c. 15%
d. 0.7

उत्तर-

b. -1.5 [क्योंकि किसी भी प्रायिकता की सीमा 0 से 1 के बीच होती है|

प्रश्न 5 यदि P(E) = 0.05 है, तो 'E नहीं' कि प्रायिकता क्या है।

उत्तर- दिया है, (E) = 0.05

हम जानते हैं कि P(E) + P(E) नहीं = 1

$\Rightarrow 0.05 + P(E)$ नहीं = 1

$\Rightarrow P(E)$ नहीं = 1 – 0.05

$\Rightarrow P(E)$ नहीं = 0.95

प्रश्न 6 एक थैले में केवल नींबू कि महक वाली मीठी गोलियाँ हैं। मालिनी बिना थैले में झाँके उसमें से एक गोली निकालती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह निकाली गई गोली

a. संतरे कि महक वाली है?
b. नींबू कि महक वाली है?

उत्तर- माना थैले में कुल गोलियों की संख्या = n

a. संतरे कि महक वाली है?

   संतरे की महक वाली गोलियों की संख्या = 0

   संतरे की महक वाली गोली निकलने की प्रायिकता।

b. चूंकि थैले में सभी गोलियाँ नींबू की महक वाली हैं।

   थैले में से एक नींबू की महक वाली गोली निकालना एक निश्चित घटना है।

   P(नीबू की महक वाली गोली) = 1

प्रश्न 7 यह दिया हुआ है कि 3 विधार्थियों के एक समूह में से 2 विधार्थियों के जन्मदिन एक ही दिन न होने कि प्रायिकता 0.9992 है। इसकी क्या प्रायिकता है कि इन 2 विधार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन हो?

उत्तर- माना 2 विद्यार्थियों का एक ही दिन जन्मदिन होने की घटना E है।

माना 2 विद्यार्थियों का एक ही दिन जन्मदिन नहीं होने की घटना E है।

चूंकि P(E) + P(E नही) = 1,

परन्तु,

P(E नही) = 0.992

P(E नही) + 0.992 = 1

P(E नही) = 1 – 0.992 = 0.008

अत: 2 विद्यार्थियों का एक ही दिन जन्मदिन होने की घटना की प्रायिकता 0.008 है।

प्रश्न 8 एक थैले में 3 लाल और 5 काली गेंदें हैं। इस थैले में से एक गेंद यदृच्छया निकाली जाती है। इसकी प्रायिकता क्या है कि गेंद

a. लाल हो
b. लाल नहीं हो?

उत्तर- थैले में गेंदों की कुल संख्या = 3 + 5 = 8

थैले में से एक गेंद निकालने की घटना के सभी संभव परिणामों की संख्या = 8

a. चूँकि लाल गेंदों की संख्या = 3

$\Rightarrow$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

$$\therefore \quad P_{(\text{लाल गेंद निकालना})} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{3}{8}$$

अतः P(लाल गेंद निकालना) = $\frac{3}{8}$

b. चूँकि काली गेंदों की संख्या = 5

$\Rightarrow$ लाल गेंद नहीं वाले परिणामों की संख्या = 5

$\therefore$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

$$\therefore \quad P_{(\text{लाल गेंद नहीं निकालना})} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{5}{8}$$

प्रश्न 9 एक डिब्बे में 5 लाल कंचे, 8 सफेद कंचे और 4 हरे कंचे हैं। इस डिब्बे में से एक कंचा:

a. लाल है?
b. सफेद है?

c. हरा नहीं है?

उत्तर- डिब्बे में कंचों की संख्या = 5 लाल कंचे + 8 सफेद कंचे + 4 हरे कंचे = 17 कंचे।

डिब्बे में से एक कंचा निकालने की घटना के सम्भव परिणामों की संख्या = 17

a. लाल गेंदों की संख्या = 5

डिब्बे में से निकाली गई गेंद का लाल होने की घटना के परिणामों की संख्या = 5

अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

$$\therefore \quad P_{(\text{लाल गेंद})} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{5}{17}$$

b. सफेद गेंदों की संख्या = 8

डिब्बे में से सफेद गेंद निकाली जाने की घटना के परिणामों की संख्या = 8

अनुकूल परिणामों की संख्या = 8

$$\therefore \quad P_{(\text{सफेद गेंद})} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{8}{17}$$

c. ∵ डिब्बे में हरी गेंद की संख्या = 4

∴ डिब्बे में 'हरी गेंद नहीं' की संख्या = 17 - 4 = 13

∴ डिब्बे में से निकली गई गेंद का 'हरा नहीं' होने कि घटना के परिणामों की संख्या = 13

अर्थात् अनुकूल परिणामों की संख्या = 13

$$\therefore \quad P_{(\text{हरा गेंद नहीं निकालना})} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{13}{17}$$

प्रश्न 10 एक पिग्गी बैंक में, 50 पैसे के सौ सिक्के है, 1₹ के पचास सिक्के हैं, 2₹ के बीस सिक्के गिरने के परिणाम समप्रायिक हैं, तो इसकी क्या प्रायिकता है कि वह गिरा हुआ सिक्का-

a. 50 पैसे का होगा?
b. 5₹ का नहीं होगा?

उत्तर- पिग्गी-बैंक में कुल सिक्कों की संख्या = 50 पैसे के सिक्के + 1 के सिक्के + 2₹ के सिक्के + 5 के सिक्के

= 100 + 50 + 20 + 10 = 180

पिग्गी बैंक से सिक्का निकलने की घटना के परिणामों की संख्या = 180

a. 50 पै. के सिक्कों की संख्या = 100

पिग्गी बैंक से 50 पैसे का सिक्का गिरने की घटना की संख्या = 100

⇒ P(50 पैसे का सिक्का होना) $= \frac{100}{80} = \frac{5}{9}$

b. ∵ 5₹ के सिक्कों की संख्या = 10

∴ 5₹ के अतिरिक्त सिक्को की संख्या = 180 - 10 = 170

∴ पिग्गी बैंक से गिरने वाले सिक्कों का '5₹ का सिक्का नहीं' होने की घटना के परिणामों की संख्या = 170

⇒ P(5₹ का सिक्का नहीं) $\frac{170}{180} = \frac{17}{18}$

प्रश्न 11 गोपी अपने जल-जीव कुंड (aquarium) के लिए एक दुकान से मछली खरीदती है। दुकानदार एक टंकी, जिसमें 5 नर मछली और 8 मादा मछली है, में से एक मछली यादृच्छया उसे देने के लिए निकालती है इसकी प्रायिकता है कि निकाली गई मछली नर मछली है?

उत्तर- मछलियों की कुल संख्या = (नर मछलियों की संख्या) + (मादा मछलियों की संख्या) = 5 + 8 = 13

कुंड में से मछली निकालने की घटना के परिणामों की कुल संख्या = 13

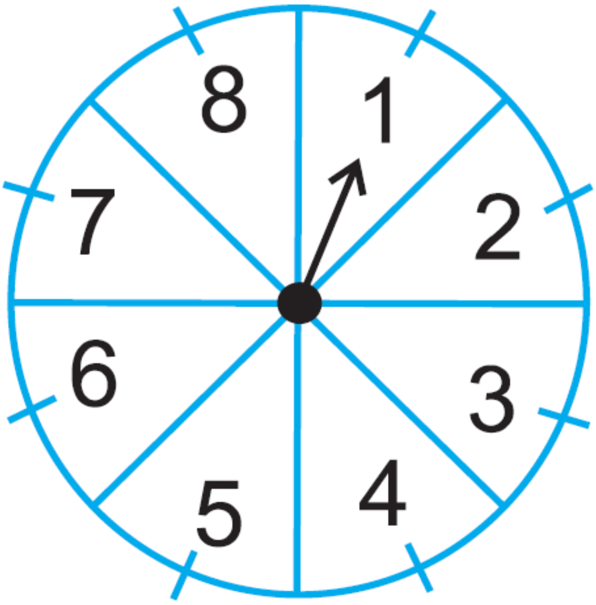
संभव परिणामों की संख्या = 13

चूंकि नर मछलियों की संख्या = 5

अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

$$\therefore \quad P_{(\text{नर मछली का निकलना})} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{5}{13}$$

प्रश्न 12 संयोग (chance) के एक खेल में, एक तीर को घुमाया जाता है, जो विश्राम में आने के बाद संख्याओं 1,2,3,4,5,6,7, और 8 में से किसी एक संख्या को इंगित करता है यदि ये सभी परिणाम समप्रायिक हों तो इसकी क्या प्रायिकता है कि यह तीर इंगित-



a. 8 को करेगा?
b. एक विषम संख्या को करेगा?
c. 2 से बड़ी संख्या को करेगा?
d. 9 से छोटी संख्या को करेगा?

उत्तर- चूंकि विश्राम में आने पर तीर 1 से 8 तक की किसी भी संख्या को इंगित करता है।

संभव परिणामों की संख्या = 8

a. चूंकि चक्र पर 8 का एक अंक है।

अंक 8 को इंगित करने की घटना के परिणामों की संख्या = 1

अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\therefore \quad P_{(8 \text{ कि ओर तीर इंगित होना})} = \frac{[\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}]}{[\text{कुल संभव परिणामों की संख्या}]}$$

$$= \frac{1}{8}$$

b. चूँकि विषम संख्याएँ 1, 3, 5, और 7 है।

∴ विषम संख्याओं की संख्या = 4

$\Rightarrow$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

$$\therefore\ P_{(\text{विषम संख्या कि और तीर इंगित होना})} = \frac{[\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}]}{[\text{कुल संभव परिणामों की संख्या}]} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

c. चूँकि 2 से बड़ी संख्याएँ की संख्या = 6

$\therefore$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 6

$\Rightarrow$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 6

$$\therefore\ P_{(\text{2 से बड़ी संख्या की ओर तीर इंगित होना})} = \frac{[\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}]}{[\text{कुल संभव परिणामों की संख्या}]} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

d. 9 से छोटी संख्याएँ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, और 8

$\Rightarrow$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 8

$$\therefore\ P_{(\text{9 से छोटी संख्या की ओर तीर इंगित होना})} = \frac{[\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}]}{[\text{कुल संभव परिणामों की संख्या}]} = \frac{8}{8} = 1$$

प्रश्न 13 एक पासे को एक बार फेंका जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने कि प्रायिकता ज्ञात कीजिए:

a. एक अभाज्य संख्या,
b. 2 और 6 के बीच स्थित कोई संख्या,
c. एक विषम संख्या।

उत्तर-

a. एक पासे पर अभाज्य संख्याएँ 2, 3 और 5 हैं।

माना कि घटना E "एक अभाज्य संख्या प्राप्त करना है।”

E के अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

चूंकि पासे पर छः संख्याएँ [1, 2, 3, 45 और 6] होती हैं।

E के संभावित परिणामों की संख्या = 6

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

b. माना घटना E, पासे पर 2 और 6 के बिच की कोई संख्या प्राप्त करना है।

∵ 2 और 6 के बिच की संख्याएँ 3, 4 और 5 है।

∴ E के कुल अनुकूल परिणामो की संख्या = 3

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

c. माना घटना E "पासे पर एक विषम संख्या प्राप्त करना है।"

चूँकि पासे पर विषम संख्याएँ 1, 3 और 5 है।

∴ E के अनुकूल परिणामों की संख्या = 3, E के सभी संभव परिणामों की संख्या = 6

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

प्रश्न 14 52 पत्तों कि अच्छी प्रकार से फेटी गई एक गड्डी में से एक पत्ता निकला जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने कि प्रायिकता ज्ञात कीजिए:

a. लाल रंग का बादशाह,
b. एक फेस कार्ड अर्थात् तस्वीर वाला पत्ता,
c. लाल रंग का तस्वीर वाला पत्ता,
d. पान का गुलाम,
e. हुकुम का पत्ता,
f. एक ईंट कि बेगम।

उत्तर- चूंकि तास की एक गड्डी में 52 पत्ते होते हैं।

एक पत्ता 52 तरीकों से निकाला जा सकता है।

प्रत्येक अवस्था में सभी संभव परिणामों की संख्या = 52

a. माना घटना E, “लाल रंग का बादशाह प्राप्त करना है।

चूंकि एक गड्डी में लाल रंग के 2 बादशाह [1 पान (hearts) का और 1 ईंट (diamond) का]

अनुकूल परिणामों की संख्या = 2,

सभी संभव परिणामों की संख्या = 52

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

b. माना घटना E, "एक फेस कार्ड प्राप्त करना है।

चूँकि एक गड्डी में 12 फेस कार्ड होते है।

[∵ एक रंग के तीन फेस कार्ड-बादशाह, बेगम और गुलाम होते है।

∴ चार रंगो के $3 \times 4 = 12$ फेस कार्ड होते है।]

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 12;

कुल परिणामो की संख्या = 52

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

c. माना घटना E, "लाल रंग की तस्वीर वाला पत्ता" प्राप्त करना है।

चूँकि एक रंग में 3 पत्ते तस्वीर वाले (बादशाह, बेगम, गुलाम) होते है और ईंट तथा पान के पत्ते लाल रंग के होते है।

∴ तस्वीर वाले लाल रंग के कुल पत्ते = $2 \times 3 = 6$

∴ अनुकूल परिणामो की संख्या = 6

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$$

d. माना घटना E, "पान का गुलाम" प्राप्त करना है। चूँकि पान का केवल एक ही गुलाम है।

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{52}$$

e. माना घट्न E, "पान का गुलाम" प्राप्त करना है। चूँकि पान का केवल एक ही गुलाम होता है।

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 13

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

f. माना घटना E, "एक ईंट की बेगम" प्राप्त करना है।

चूँकि तास की गड्डी में ईंट की बेगम एक होती है।

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{52}$$

प्रश्न 15 ताश के पाँच पत्तों-ईंट का दहला, गुलाम, बेगम, बादशाह और इक्का-को पलट करके अच्छी प्रकार फेटा जाता है। फिर इनमें से यादृच्छया एक पत्ता निकाला जाता है।

i. इसकी क्या प्रायिकता है कि यह पत्ता एक बेगम है।
ii. यदि बेगम निकल आती है, तो उसे अलग रख दिया जाता है और एक अन्य निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि दूसरा निकाला गया पत्ता (a) एक इक्का है? (b) एक बेगम है?

उत्तर- चूंकि कुल पत्ते (दहला, गुलाम, बेगम, बादशाह और इक्का) पाँच हैं।

i. माना घटना, E “निकाला गया पत्ता एक बेगम है” को प्रदर्शित करता है।

कुल परिणामों की संख्या = 5

चूंकि इन पत्तों में केवल एक ही बेगम है।

अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\rightarrow P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{5}$$

ii. चूंकि बेगम के पत्ते को निकालकर एक ओर रखने पर, हमारे पास केवल चार पत्ते बचते हैं।

सभी संभव परिणामों की संख्या = 4

a. चूंकि चार पत्तों में केवल 1 इक्का है।

घटना, E "निकाला गया पत्ता एक इक्का है" के लिए अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\rightarrow P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{4}$$

b. माना घटना E, "निकाला गया पत्ता एक बेगम है" को दर्शाता है।

$P(E) = 0$

प्रश्न 16 किसी कारण 12 खराब पेन 132 अच्छे पेनों में मिल गए हैं। केवल देखकर यह नहीं बताया जा सकता है कि कोई पेन खराब है या अच्छा है। इस मिश्रण में से, एक पेन यादृच्छया निकाला जाता है। निकले गए पेन कि अच्छा होने कि प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर- कुल पेन = [अच्छे पेनों की संख्या] + [खराब पेनों की संख्या] = [132] + [12] = 144

अतः एक अच्छा पेन निकाले जाने के 144 परिणाम हो सकते हैं।

संभावित परिणामों की संख्या = 144

माना घटना E, "एक अच्छे पेन का निकलना" है।

और अच्छे पेनों की संख्या = 132

E के अनुकूल परिणामों की संख्या = 132

$$\rightarrow P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{132}{144} = \frac{11}{12}$$

प्रश्न 17

i. 20 बल्बों के एक समूह में 4 बल्ब खराब हैं। इस समूह में से एक बल्ब यादृच्छया निकाला जाता है। निकाले गए पेन कि अच्छा है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह बल्ब खराब होगा?
ii. मान लीजिए (i) में निकाला गया बल्ब ख़राब नहीं है और न ही इसे दुबारा बल्बों के साथ मिलाया जाता है। अब शेष बल्बों में से एक ख़राब बल्ब यदृच्छया निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है की यह बल्ब ख़राब नहीं होगा?

उत्तर-

i. कुल बल्बों की संख्या = 20

सम्भावित परिणामों की संख्या = 20

खराब बल्बों की संख्या = 4

अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

माना घटना E, "निकाला गया बल्ब का खराब होना" है।

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की संख्या}} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

ii. चूंकि ऊपर निकाला गया बल्ब खराब नहीं है। और इसे दुबारा बल्बों के साथ नहीं मिलाया गया है।

शेष बल्बों की संख्या = 20 - 1 = 19;

खराब बल्बों की संख्या = 4

शेष बचे बल्बों में अच्छे बल्बों की संख्या = 19 - 4 = 15

इस प्रकार, एक अच्छे बल्ब के निकलने के लिए। अनुकूल परिणामों की संख्या = 15

चूंकि शेष बचे कुल बल्ब 19 है, इसलिए सभी संभव परिणामों की संख्या = 19

माना घटना E, 'निकाला गया बल्ब खराब नहीं है' को प्रदर्शित करता है।

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{15}{19}$$

प्रश्न 18 एक पेटी में 90 डिस्क (discs) हैं, जिन पर 1 से 90 तक संख्याएँ अंकित हैं। यदि इस पेटी में से एक डिस्क यादृच्छया निकाली जाती है तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस डिस्क पर अंकित होगी:

a. दो अंकों कि एक संख्या
b. एक पूर्ण वर्ग संख्या
c. 5 से विभाज्य एक संख्या

उत्तर- पेटी में डिस्कों की संख्या = 90

एक डिस्क निकालने के 90 सम्भव परिणाम हो सकते हैं।

a. चूंकि प्रत्येक डिस्क पर एक अंक (1 से 90 तक) अंकित हैं।

ऐसी डिस्को की संख्या जिन पर 2 अंकों वाली संख्या अंकित हैं = 90 - (1 अंक वाली संख्याएँ) = 90 - 9 = 81

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 और 9 एक अंक वाली संख्याएँ हैं।

अनुकूल परिणामों की संख्या = 81

माना घटना E "निकाली गई डिस्क पर दो अंकों वाली संख्या का अंकित होना" है।

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{81}{90} = \frac{9}{10}$$

b. चूंकि 1 से 90 तक की संख्याओं में 90 पूर्ण वर्ग अर्थात् 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64 और 81 है।

अनुकूल परिणामों की संख्या = 9

माना घटना E, 'निकाली गई डिस्क पर एक पूर्ण वर्ग अंकित होना है।'

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

c. चूंकि 1 से 90 तक की संख्याओं में 5 से विभाज्य संख्याएँ:

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85 और 90 हैं।

जिनकी संख्या 18 है। माना घटना E, “निकाली गई डिस्क पर अंकित संख्या 5 से विभाज्य” है।

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$$

प्रश्न 19 एक बच्चे के पास ऐसा पासा है जिसके फलकों पर निम्नलिखित अक्षर अंकित है:

A	B	C	D	E	A

इस पासे को एक बार फेंका जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि-

a. A प्राप्त हो?
b. D प्राप्त हो?

उत्तर- चूंकि पासे के 6 फलकों पर अंकित अक्षर इस प्रकार हैं:

A	B	C	D	E	A

फेंके जाने पर एक अक्षर छः प्रकार से प्राप्त होता है।

सम्भव परिणामों की कुल संख्या = 6

a. चूंकि दो फलकों पर अक्षर A अंकित है।

अक्षर A दो प्रकार से प्राप्त हो सकता है।

अनुकूल परिणामों की संख्या = 2

माना घटना E “अक्षर A का प्राप्त होना” है,

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

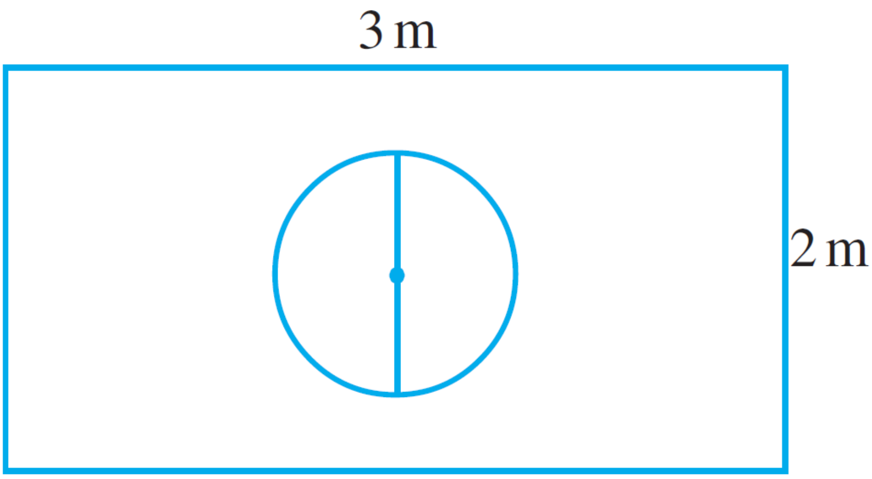
b. चूंकि केवल एक फलक पर अक्षर D अंकित है।

अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

माना घटना E "अक्षर D वाला फलक प्राप्त हो" है,

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{6}$$

प्रश्न 20 मान लीजिये आप एक पासे को आकृति 15.6 में दर्शाए आयताकार क्षेत्र में यादृच्छया रूप से गिराते हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह पासा 1m व्यास वाले वृत्त के अन्दर गिरेगा?



उत्तर-

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

= 3मी. × 2मी. = 6(मी.)^2

वृत का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$$= \pi\left(\frac{1}{2}\right)^2 m^2$$

$= \frac{\pi}{4}$ मी.^{2}

व्यास = 1मी.

$\Rightarrow$ अर्धव्यास $= \frac{1}{2}$ मी.

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल क्षेत्र का क्षेत्रफल}}{\text{पुरे क्षेत्र का क्षेत्रफल}}$$

$$= \frac{\text{वृत का क्षेत्रफ़ल}}{\text{आयत का क्षेत्रफ़ल}}$$

$$= \frac{\left[\frac{\pi}{4}\right]}{6} = \frac{\pi}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{\delta}{24}$$

प्रश्न 21 144 बाल पेनों के एक समूह में 20 बाल पेन खराब हैं और शेष अच्छे हैं। आप वाही पेन खरीदना चाहेंगे जो अच्छा हो, परन्तु खराब पेन आप खरीदना नहीं चाहेंगे। दुकानदार इन पेनों में से, यादृच्छया एक पेन निकालकर आपको देता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि-

a. आप वह पेन खरीदेंगे?
b. आप वह पेन नहीं खरीदेंगे?

उत्तर- बॉल पेनों की कुल संख्या = 144

1 पेन निकालने के संभावित परिणामों की संख्या = 144

a. चूंकि खराब पेनों की संख्या = 20

अच्छे पेनों की संख्या = 144 – 20 = 124

अनुकूल परिणामों की संख्या = 124

माना घटना E, "अच्छा पेन खरीदना" है।

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}}$$

b. माना घटना $\bar{E}$, "एक अच्छा पेन नहीं खरीदना" है-

$$\therefore P_{(\bar{E})} = 1 - P_E = 1 - \frac{31}{36}$$

$$= \frac{36-31}{36} = \frac{5}{36}$$

प्रश्न 22

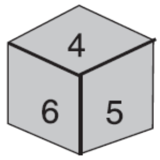
i. निम्नलिखित सारणी को पूरा कीजिए:

घटना दोनों पासो की संख्याओं का योग	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
प्रायिकता	$\frac{1}{36}$						$\frac{5}{36}$				$\frac{1}{36}$

ii. एक विधार्थी यह तर्क देता है कि 'यहाँ कुल 11 परिणाम 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 और 12 है। अतः प्रत्येक कि प्रायिकता 111111 है।' क्या आप इस तर्क से सहमत है? सकारण उत्तर दीजिए।

उत्तर- जब नीला पासा '1' दर्शाता है, तो सलेटी पासे पर संख्याओं 1, 2, 3, 4, 5, 6 में से कोई भी संख्या हो सकती है। यही

तब भी होगा, जब नीले पासे पर '2', '3', '4', '5' या '6' होगा। इस प्रयोग के संभावित परिणामों को नीचे सारणी में दिया गया है। प्रत्येक क्रमित युग्म की पहली संख्या नीले पासे पर आने वाली संख्या है तथा दूसरी संख्या सलेटी पासे पर आने वाली संख्या है।



सलेटी

नीला

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

ध्यान रहे कि युग्म (1, 4) और (4, 1) भिन्न है। इस प्रकार सभी संभव परिणाम = 6 × 6 = 36

i. दोनों पासों की संख्याओं का योग 8

घटना 'दोनों पासो की संख्या का योग 8 हैं।' को E से प्रकट करें तो,

E के अनुकूल परिणाम है: (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3) और (6, 2) है। जैसा कि उक्त आकृति में दर्शाया गया है।

इन युग्मो की संख्या 5 है।

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{5}{36}$$

ii. दोनों पासों की संख्याओं का योग 13

उक्त आकृति से स्पष्ट है कि ऐसा कोई भी परिणाम नहीं है जब दोनों पासों की संख्याओं का योग 13 हो।

यदि घटना 'दोनों पासों की संख्याओं का योग 13 है' को F द्वारा व्यक्त किया जाता हो, तो

F के अनुकूल परिणामों की संख्या = 0

$$\therefore P_{(G)} \frac{0}{36} = 0$$

iii. दोनों पासों कि संख्याओं का योग ≤12

उक्त आकृति से स्पष्ट है कि दोनों पासों कि संख्याओं का योग 12 से कम है या 12 समान है। यदि उक्त घटना, "दोनों पासों की संख्याओं का योग ≤12 है" को G व्यक्त करें, तो G के अनुकूल परिणामों की संख्या = 36

$$\Rightarrow P_{(G)} = \frac{36}{36} = 1$$

iv.

a. दोनों पासों के अंको का योग 3 होना

चूँकि (1, 2) और (2, 1) ऐसे युग्म है जिनकी संख्याओं का योग 3 है। इन युग्मो (परिणामों) की संख्या 2 है।

यदि उक्त घटना का H से प्रकट करें, तो H के अनुकूल परिणामो की संख्या = 2

$$\therefore P_{(H)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{2}{36}$$

b. दोनों पासों की संख्याओं का योग 4 है।

चूँकि (1, 3), (2, 2), (3, 1) ऐसे युग्म है जिनकी संख्याओं का योग 4 है। इनकी संख्या 3 है।

यदि उक्त घटना को J से व्यक्त करें, तो अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

$$\therefore P_{(J)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{3}{36}$$

c. दोनों पासों की संख्याओं का योग 5 हैं।

स्पष्ट है कि ऐसे युग्मो की संख्या 4 है जिनमें संख्याओं का योग 5 है [∵ (1, 4), (2, 3), (3, 2) और (4, 1)] की संख्याओं का योग 5 हैं।

यदि उक्त घटना को K से व्यक्त करें, तो K के अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

$$\therefore P_{(K)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{4}{36}$$

d. दोनों पासों की संख्याओं का योग 6 है।

माना उक्त घटना को (L) से व्यक्त करते है।

∴ L के परिणाम है: (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2) और (5, 1)

∴ L के अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

$$\therefore P_{(L)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{5}{36}$$

e. दोनों पासों की संख्याओं का योग 7 हैं।

उक्त आकृति से स्पष्ट है कि (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2) और (6, 1) ऐसे 6 युग्म है जिनमें संख्याओं। का योग 7 है:

यदि इस घट्न को M से प्रकट करें, तो M के अनुकूल परिणामों की संख्या = 6

$$\therefore P_{(M)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{6}{36}$$

f. दोनों पासो की संख्याओं का योग 9 है

स्पष्ट है कि: (3, 6), (4, 5), (5, 4) और (6, 3) ऐसे 4 युग्म है जिनमे संख्याओं का योग 9 है।

यदि इस घटना को (N) से व्यक्त करें, तो N के अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

$$\therefore P_{(N)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{4}{36}$$

g. दोनों पासों की संख्याओं का योग 10 है।

चूँकि (4, 6), (5, 5), (6, 4) ऐसे 3 युग्म है जिनमें संख्याओं का योग 10 हैं।

इस घटना को यदि (P) से व्यक्त करें, तो P के अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

$$\therefore P_{(p)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{3}{36}$$

h. दोनों पासों की संख्याओं का योग 11 है।

स्पष्ट है कि: (5, 6) और (6, 5) केवल दो ही ऐसे युग्म है जिनमे संख्याओं का योग 11 है यदि इस घटना को (Q) से व्यक्त करें, तो Q के अनुकूल परिणामों की संख्या = 2

$$\Rightarrow P_{(Q)} = \frac{2}{36}$$

इस प्रकार दी गई तालिका को हम निम्नांकित रूप से पूरा करते है:

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

v. नहीं चूँकि सभी संभव परिणामों संख्या 36 है, 11 नहीं

चूँकि यह तर्क सही नहीं है।

प्रश्न 23 एक खेल में एक रूपए के सिक्के को तीन बार उछाला जाता है और प्रत्येक बार का परिणाम लिख लिया जाता है। तीनों परिणाम समान होने पर, अर्थात् तीन चित या तीन पट प्राप्त होने पर, हनीफ खेल में जीत जाएगा, अन्यथा वह हार जाएगा। हनीफ के खेल में हार जाने कि प्रायिकता परिकलित कीजिए।

उत्तर- एक सिक्के को उछालने पर, माना चित प्राप्त होना H और पट प्राप्त होना T है।

एक सिक्के को तीन बार उछालने पर हमें निम्नांकित परिणाम प्राप्त हो सकते हैं:

HHH, HHT, HTH, THH

TTH, THT, HTT और TTT

$\Rightarrow$ सभी संभव परिणामो की संख्या = 8

यदि इस घटना के E से व्यक्त करें, तो E के अनुकूल परिणामों है:

HHT, HTH, THT, THH, TTH, HTT

∵ चूँकि TTT या HHH प्राप्त होने पर वह जीतता है

∴ शेष परिणाम हारने के अनुकूल है।

∴ E के अनुकूल परिणामो की संख्या = 6

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

प्रश्न 24 एक पासे को दो बार फेंका जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि-

a. 5 किसी भी बार में नहीं आएगा?
b. 5 कम से कम एक बार आएगा?

[संकेत: एक पासे को दो बार फेंकना और दो पासों को एक साथ फेंकना एक ही प्रयोग माना जाता है।]

उत्तर- एक पासे को दो बार फेंकना या दो पासों को एक साथ फेंकना एक ही घटना है।

सभी संभव परिणाम इस प्रकार हैं:

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6)

(2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5) (2, 6)

(3, 1) (3, 2) (3, 3) (3, 4) (3, 5) (3, 6)

(4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4) (4, 5) (4, 6)

(5, 1) (5, 2) (5, 3) (5, 4) (5, 5) (5, 6)

(6, 1) (6, 2) (6, 3) (6, 4) (6, 5) (6, 6)

∴ सभी संभव परिणामों की संख्या = 36

a. यदि "5 किसी भी बार में नहीं आएगा" को E से व्यक्त करें, तो E के अनुकूल परिणामों की संख्या = 36 - [6 + 6 - 1] = 25

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{25}{36}$$

b. यदि घट्न "5 कम से कम बार आएगा" को F से व्यक्त करें, तो F के अनुकूल परिणामों की संख्या = 6 + 6 - 1 = 11

$$\therefore P_{(F)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{11}{36}$$

प्रश्न 25 निम्नलिखित में से कौन से तर्क सत्य है और कौन से तर्क असत्य है? सकारण उत्तर दीजिए।

a. यदि दो सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है, तो इसके तीन संभावित परिणाम-दो चित, दो पट या प्रत्येक एक बार हैं। अतः इनमें से प्रत्येक परिणाम कि प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है।
b. यदि एक पासे को फेंका जाता है, तो इसके दो संभावित परिणाम-एक विषम संख्या या एक सम संख्या हैं। अतः एक विषम संख्या ज्ञात करने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है।

उत्तर-

a. यह कथन असत्य है, [क्योंकि जब दो सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है, तो 'प्रत्येक में से एक' दो प्रकार से परिणाम दे सकता है-पहले सिक्के से चित और दूसरे सिक्के पर पट या पहले सिके से पट और दूसरे से चित प्राप्त हो सकता है। इस प्रकार दो बार चित और दो बार पट आ सकता है] इस प्रकार प्रत्येक परिणाम की प्रायिकता $\mathbf{\frac{1}{4}}$ है। $\mathbf{\frac{1}{3}}$ नहीं।
b. हाँ, यह कथन सत्य है।

प्रश्नावली 15.2 (पृष्ठ संख्या 341-342)

प्रश्न 1 दो ग्राहक श्याम और एकता एक विशेष दुकान पर एक ही सप्ताह में जा रहे हैं (मंगलवार से शनिवार तक) प्रत्येक द्वारा दुकान पर किसी दिन या किसी अन्य दिन जाने के परिणाम समप्रायिक है। इसकी क्या प्रायिकता है कि दोनों उस दुकान पर-

a. एक ही दिन जाएँगे?
b. क्रमागत दिनों में जाएँगे?
c. भिन्न-भिन्न दिनों में जाएँगे?

उत्तर- यदि मंगलवार को T से, बुधवार को W से, वीरवार को Th से, तथा शनिवार को S से प्रकट करें, तो ग्राहकों श्याम और एकता द्वारा एक विशेष दुकान पर एक ही सप्ताह (मंगलवार से शनिवार) में जाने के सभी संभव परिणाम निम्नांकित हो सकते हैं:

(T, T) (T, W) (T, TH) (T, F) (T, S)

(W, T) (W, W) (W, TH) (W, F) (W, S)

(TH, T) (TH, W) (TH, TH) (TH, F) (TH, S)

(F, T) (F, W) (F, TH) (F, F) (F, S)

(S, T) (S, W) (S, TH) (S, F) (S, S)

∴ सभी संभव परिणामों की संख्या = 25

a. यदि घटना "दो ग्राहक एक ही दिन जायेंगे" को E से व्यक्त करें, तो E के अनुकूल परिणामों की संख्या = 5 [जो कि (T, T), (W, W), (TH, TH), (F, F) (S, S) है]

$$\therefore P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

b. यदि घटना "दो ग्राहक क्रमागत दिनों में जायेंगे" को R से व्यक्त करें, तो R के अनुकूल परिणामों की संख्या = 8

$$\begin{bmatrix} (T, W), (W, Th), (Th, F), (F, S) \\ (S, F), (W, T), (Th, W), (F, Th) \end{bmatrix}$$

$$P_{(R)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{8}{25}$$

c. यदि घटना "दो ग्राहक भिन्न-भिन्न दिनों में जाएंगें" को Q से व्यक्त करें, तो Q के अनुकूल परिणामों की संख्या = 20

$$P_{(Q)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

प्रश्न 2 एक पासे के फलकों पर संख्याएँ 1, 2, 2, 3, 3, और 6 लिखी हुई हैं। इसे दो बार फेंका जाता है तथा दोनों बार प्राप्त हुई संख्याओं के योग लिख लिए जाते हैं। दोनों बार फेंकने के बाद, प्राप्त योग के कुछ संभावित मान निम्नलिखित सारणी में दिए हैं इस सारणी को पूरा कीजिए-

पहली बार फेंकने के मान

दूसरी बार फेंकने के मान	+	1	2	2	3	3	6
	1	2	3	3	4	4	7
	2	3	4	4	5	5	8
	2					5	
	3						
	3			5			9
	6	7	8	8	9	9	12

इसकी क्या प्रायिकता है कि कुल योग

a. एक सम संख्या होगा?
b. 6 है?
c. कम से कम 6 है?

उत्तर- पूरा करने पर सारणी इस प्रकार है:

	1	2	2	3	3	6
1	2	3	3	4	4	7
2	3	4	4	5	5	8
2	3	4	4	5	5	8
3	4	5	5	6	6	9
3	4	5	5	6	6	9
6	7	8	8	9	9	12

∴ अभी संभावित परिणामों की संख्या = 36

(i) यदि घटना 'कुल योग एक समसंख्या होगा' E से व्यक्त करें, तो E के अनुकूल परिणामों = 18

[2, 4, 4, 4, 4, 8, 4, 4, 8, 4, 6, 6, 4, 6, 6, 8, 8 सम संख्याएँ है]

$$\Rightarrow P_{(E)} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

(ii) यदि घटना 'कुयोग 6 है' को F से व्यक्त करें, तो अनुकूल परिणामो की संख्या 4 है-

$$P_{(F)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(iii) यदि घटना "कुलयोग कम से कम 6 है" को G से व्यक्त करें, तो G के अनुकूल परिणामों की संख्या = 15

[∵ 7, 8, 8, 6, 6, 9, 6, 6, 9, 7, 8, 7, 9, 9, 12 अनुकूल परिणामों है]

$$P_{(G)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}}$$

प्रश्न 3 एक थैले में 5 लाल गेंद और कुछ नीली गेंदे है यदि इस थैले में से नीली गेंद निकलने की प्रायिकता लाल गेंद निकालने की प्रायिकता कि दुगुनी है, तो थैले में गेंदों कि संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर- माना थैले में नीली गेदों की संख्या x है-

सभी संभव परिणामों की संख्या = (लाल गेंदों की संख्या) + (नीली गेदों की संख्या) = (5 + x)

यदि घटना “थैले में से नीली गेंद निकालना” को E से व्यक्त करें, तो

E के अनुकूल परिणामों की संख्या = x

$$P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}}$$

पुनः यदि घटना "थैले मे से लाल गेंद निकलना" को F से व्यक्त करें, तो F के अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

$$P_{(F)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{5}{x+5}$$

चूँकि $P_{(E)} = 2(P_F)$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+5} = 2\left[\frac{5}{x+5}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+5} = \frac{10}{x+5}$$

$$\Rightarrow x = 10$$

$\therefore$ नीली गेंदों की संख्या = 10

प्रश्न 4 एक पेटी में 12 गेंदे है, जिनमें से x गेंद काली है। यदि इसमें से एक गेंद यादृच्छया निकली जाती है, तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह गेंद काली है।

उत्तर- पेटी में गेदों की कुल संख्या = 12

सभी संभव परिणामों की संख्या = 12

अवस्था- I: यदि घटना "निकाली गई गेंद काली है" को E से व्यक्त करें, तो

E के अनुकूल परिणामों की संख्या = x [पेटी में x काली गेंदे हैं।]

$$\Rightarrow P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}}$$

अवस्था - II: पेटी में 6 काली गेंद और डालने पर,

गेंदों की कुल संख्या = 12 + 6 = 18

⇒ सभी संभव परिणामों की संख्या = 18

अब काली गेंदों की संख्या = x + 6

यदि घटना "काली गेंद निकलना" को F से व्यक्त करें, तो F के अनुकूल परिणामों की संख्या = x + 6

$$\Rightarrow P_{(F)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{x+6}{18}$$

अब शर्त के अनुसार, हमें प्राप्त है:

$$\because \frac{x+6}{18} = 2\left(\frac{x}{12}\right)$$

$$\therefore 12(x+6) = 36x$$

$$\Rightarrow 12x + 72 = 36x$$

$$\Rightarrow 36x - 12x = 72$$

$$\Rightarrow 24x = 72$$

$$\Rightarrow x = \frac{72}{24} = 3$$

इस प्रकार, x का अभीष्ट मान 3 है।

प्रश्न 5 एक जार में 24 कंचे है जिनमे कुछ हरे हैं और शेष नीले हैं। यदि इस जार में से यादृच्छया एक कंचा निकाला जाता है तो इस कंचे के हरा होने कि प्रायिकता $\frac{2}{3}$ है। जार में नीले कंचों कि संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर- चूंकि जार में 24 कंचे हैं।

सभी संभव परिणामों की संख्या = 4

माना जार में नीले कचे x हैं।

जार में हरे कंचों की संख्या = 24 - x

यदि घटना "निकाला गया कंचा हरा है" को E से व्यक्त करें, तो

E के अनुकूल परिणामों की संख्या = (24 - x)

$$\Rightarrow P_{(E)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{24-x}{24}$$

अब, शर्त के अनुसार, हमें प्राप्त है:

$$\frac{24-x}{24} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3(24 - x) = 2 \times 24$$

$$\Rightarrow 72 - 3x = 48$$

$$\Rightarrow 3x = 72 - 48$$

$$\Rightarrow 3x = 24$$

$$\Rightarrow x = \frac{24}{3} = 8$$

इस प्रकार, जार में नील कंचों की संख्या 8 है। s