

# VARIABEL ACAK DAN DISTRIBUSI PELUANG



# Pendahuluan

- ◉ Ambil contoh peristiwa tentang seorang ibu yang melahirkan.
- ◉ Kita tahu hanya ada dua kemungkinan jenis kelamin dari peristiwa tersebut yaitu Laki-laki (L) atau Perempuan (P).
- ◉ Sehingga peluangnya masing-masing untuk melahirkan L dan P adalah  $\frac{1}{2}$ .
- ◉ Kita dapat menyusun ruang sampel dari peristiwa ini sebagai berikut :

$$S = \{L, P\}$$

# Pendahuluan

- Untuk dua orang anak :

$$S = \{LL, LP, PL, PP\}$$

- Untuk tiga orang anak :

$$S = \{LLL, LLP, LPL, PLL, LPP, PLP, PPL, PPP\}$$

- Untuk 4 orang anak :

$$S = \{PPPP, LPPP, PLPP, PPLP, PPPL, LLPP, LPLP, LPPL, PLLP, PLPL, PPLL, LLLP, LLPL, LPLL, PLLL, LLLL\}$$

**Tabel 1 Peluang anak laki-laki lahir (L) untuk 4 anak**

Jumlah Laki-laki	Susunan	Banyak Titik Sampel	Peluang L
0	PPPP	1	$1/16 = 0,0625$
1	LPPP, PLPP, PPLP, PPPL	4	$4/16 = 0,25$
2	LLPP, LPLP, LPPL, PLLP, PLPL, PPLL	6	$6/16 = 0,375$
3	LLLP, LLPL, LPLL, PLLL	4	$4/16 = 0,25$
4	LLLL	1	$1/16 = 0,0625$
Jumlah	16		1

# Pendahuluan

- ⦿ Misalkan jumlah anak laki-laki yang lahir disebut sebagai **variable X**.
- ⦿ Dari tabel 1. di atas dapat dilihat bahwa setiap nilai **X** mempunyai hubungan dengan sebuah **nilai peluang**
- ⦿ Maka **variabel X** yang demikian disebut sebagai **variabel acak**.

# Definisi Variabel Acak

- ◉ **Variabel acak** adalah suatu fungsi yang **nilainya** berupa **bilangan riil** yang ditentukan oleh setiap unsur dalam ruang sampel.
- ◉ Variabel acak biasanya dinotasikan dengan **huruf kapital**.
- ◉ Pada tabel 1, nilai  **$X=0, 1, 2, 3, 4$**

Jumlah L	Susunan	Banyak Titik Sampel	Peluang L
0	PPPP	1	$1/16 = 0,0625$
1	LPPP, PLPP, PPLP, PPPL	4	$4/16 = 0,25$
2	LLPP, LPLP, LPPL, PLLP, PLPL, PPLL	6	$6/16 = 0,375$
3	LLLP, LLPL, LPLL, PLLL	4	$4/16 = 0,25$
4	LLLL	1	$1/16 = 0,0625$
Jumlah	16		1

- ◉ Jika Tabel 1 di depan disusun kembali dalam notasi variabel acak, maka akan diperoleh tabel yang memperlihatkan **distribusi peluang variabel X** seperti berikut.

Jumlah Laki-laki	Susunan	Banyak Titik Sampel	Peluang L
<b>0</b>	PPPP	1	$1/16 = 0,0625$
<b>1</b>	LPPP, PLPP, PPLP, PPPL	4	$4/16 = 0,25$
<b>2</b>	LLPP, LPLP, LPPL, PLLP, PLPL, PPLL	6	$6/16 = 0,375$
<b>3</b>	LLLP, LLPL, LPLL, PLLL	4	$4/16 = 0,25$
<b>4</b>	LLLL	1	$1/16 = 0,0625$
Jumlah	16		1



<b>X</b>	<b>P(X=x)</b>
0	0,0625
1	0,25
2	0,375
3	0,25
4	0,0625
	1

**X = 0 menyatakan banyaknya anak laki laki yang lahir =0,**  
**X = 1 menyatakan banyaknya anak laki laki yang lahir =1,**  
**X = 2 menyatakan banyaknya anak laki laki yang lahir =2,**  
**X = 3 menyatakan banyaknya anak laki laki yang lahir =3,**  
**X = 4 menyatakan banyaknya anak laki laki yang lahir =4,**

# Definisi Distribusi Peluang

- ◉ Setiap nilai yang mungkin diambil oleh variabel acak ini memiliki peluang tertentu untuk muncul yang dapat diringkas dalam suatu fungsi yang **disebut FUNGSI PELUANG atau DISTRIBUSI PELUANG.**
- ◉ Sebuah distribusi peluang dikatakan sudah terbentuk, jika **semua peluang dari setiap variabel acak berjumlah satu.**
- ◉ Dengan terbentuknya distribusi peluang seperti tabel di atas, maka notasi baru untuk penulisan peluang kini dapat dituliskan menjadi  **$P(X=0) = 0,0625$  ;  $P(X=1) = 0,25$  dan seterusnya.**





Variabel Acak dibedakan menjadi

1. Variabel acak Diskrit
2. Variabel acak kontinu

# Variabel Acak Diskrit

- ◉ Adalah variabel acak yang berhubungan dengan hasil sebuah peristiwa yang ruang sampelnya **terhingga dan terhitung**.
- ◉ Distribusi peluangnya disebut ***distribusi peluang variabel acak diskrit***.
- ◉ Umumnya variabel diskrit berhubungan dengan pencacahan terhadap suatu objek atau individu.
- ◉ Contoh lihat tabel 1 di atas. Kita tidak mungkin mengatakan jumlah laki-laki =  $\frac{1}{2}$ . atau  $\frac{1}{4}$ .

## Beberapa contoh variabel diskrit :

1. Jumlah kesalahan pengetikan
2. Jumlah kendaraan yang melewati persimpangan jalan
3. Jumlah kecelakaan per minggu

# Variabel Acak Kontinu

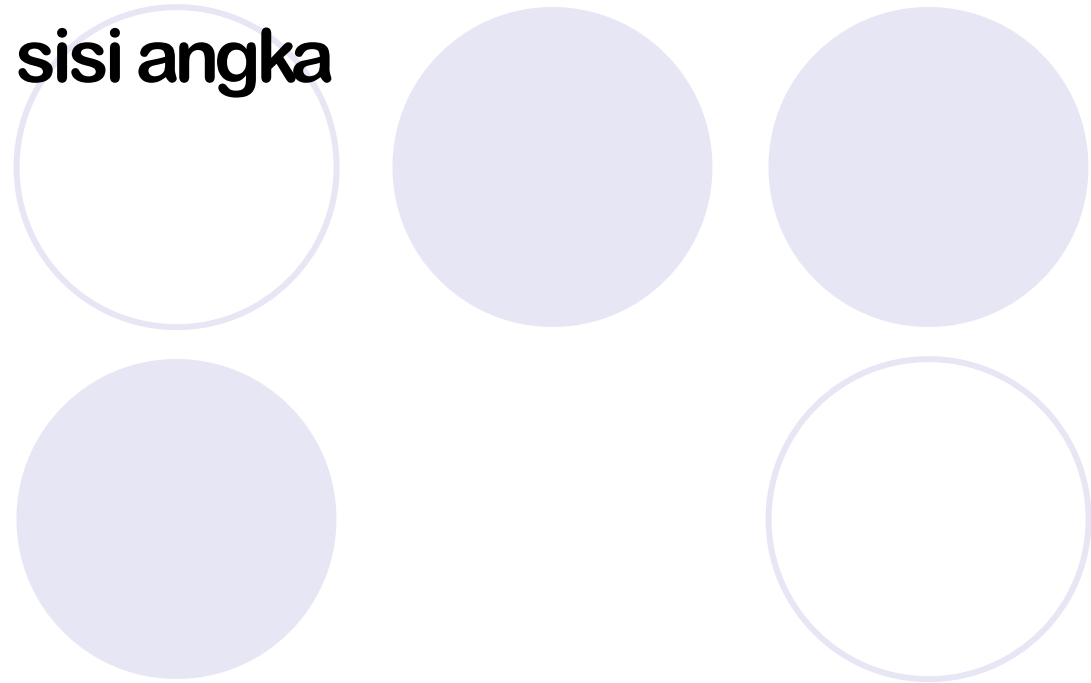
- ◉ Didefinisikan sebagai suatu variabel yang nilai-nilainya berada dalam ruang sampel tak terhingga.
- ◉ Variabel ini bisa mempunyai sebuah harga dimana harga-harga  $x$  dibatasi oleh  $-\infty < X < \infty$ .
- ◉ Variabel acak kontinu dapat diilustrasikan sebagai titik-titik dalam sebuah garis.
- ◉ Contoh : pengukuran fisik seperti waktu atau panjang.
- ◉ Setiap nilai  $X$  akan berhubungan dengan titik-titik yang jumlahnya sangat banyak atau takterhingga.

# Contoh

Misalkan didefinisikan suatu peubah  $X$  di mana  $X$  adalah banyaknya sisi angka yang muncul pada tiga kali pelemparan koin.

Tentukan

- a. Peubah acak  $X$
- b. Fungsi peluang/sebaran  
peluang/sebaran peubah acak  $X$



## KEJADIAN

$X =$  Peubah Acak

AAA

AAG

AGA

GAA

AGG

GAG

GGA

GGG

3

2

1

0

$X =$  Sisi Angka yang  
muncul pada tiga kali  
pelemparan koin

# Sebaran Peluang Peubah Acak

Peubah Acak  $X$  = banyaknya sisi angka yang muncul pada 3 kali pelemparan koin (matauang) setimbang.

$$X = \{0, 1, 2, 3\}.$$

Kejadian	Peluang Kejadian	$X$	Peluang( $X$ )
AAA	1/8	3	1/8
AAG	1/8		
AGA	1/8		
GAA	1/8	2	3/8
AGG	1/8		
GAG	1/8		
GGA	1/8	1	3/8
GGG	1/8		

Setiap nilai yang mungkin diambil oleh PA  $X$  ini memiliki peluang tertentu untuk muncul yang dapat diringkas dalam suatu fungsi yang disebut **FUNGSI PELUANG** atau **SEBARAN PELUANG**

Fungsi peluang  $X$  :


$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}, & \text{untuk } x = 0, 3 \\ \frac{3}{8}, & \text{untuk } x = 1, 2 \end{cases}$$

## Contoh:

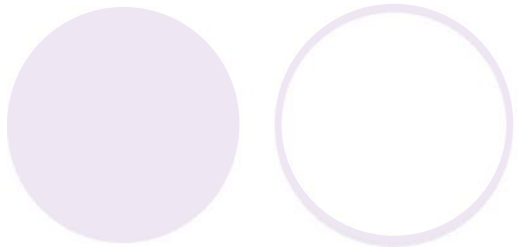
Tentukan sebaran peluang bagi jumlah bilangan jika dua buah dadu dilemparkan. **Jika  $X$  adalah peubah acak yang menyatakan jumlah bilangan yang diambil dari pelemparan kedua dadu tersebut**



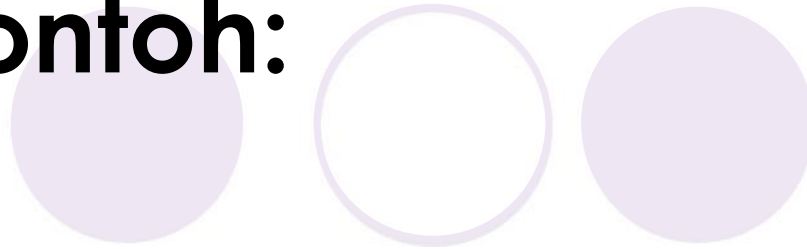
jawab



$x$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X=x)$	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36




**Contoh:**



**Percobaan pelemparan dua buah dadu bersisi enam.**

**Y adalah peubah acak yang melambangkan nilai maksimum dari kedua sisi dadu.**

**Tentukan sebaran peubah acak Y**



Percobaan: melempar dua dadu bersisi enam setimbang

$S = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66\}$

Y adalah peubah acak yang melambangkan nilai maksimum dari kedua sisi dadu,

$$Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

**Fungsi peluang:**

$$P(Y = 1) = 1/36$$

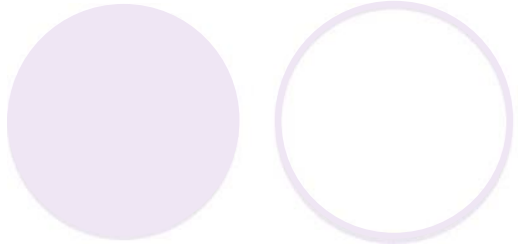
$$P(Y = 2) = 3/36$$

$$P(Y = 3) = 5/36$$

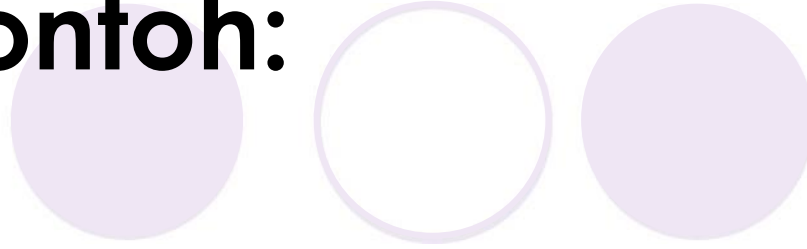
$$P(Y = 4) = 7/36$$

$$P(Y = 5) = 9/36$$

$$P(Y = 6) = 11/36$$



Contoh:



**Percobaan pelemparan sebuah dadu bersisi enam.**

**Jika  $X$  = munculnya sisi dadu yang bermata genap.**

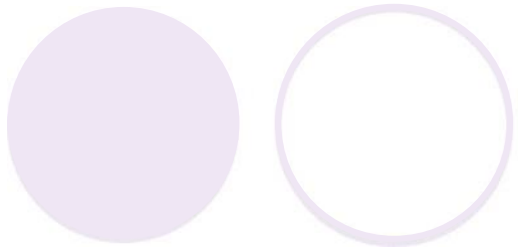
**Tentukan sebaran peubah acak  $X$**

# Contoh

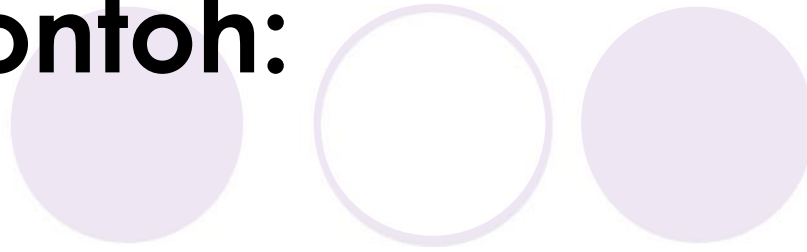
Misalkan didefinisikan suatu peubah  $Y$  di mana  $Y$  adalah banyaknya sisi gambar yang muncul pada keempat lemparan, Tentukan

a. Peubah acak  $X$

b. sebaran peubah acak  $Y$



**Contoh:**



**Percobaan pelemparan dua buah dadu bersisi enam.**

**Y adalah peubah acak yang melambangkan perkalian dari kedua sisi dadu.**

**Tentukan sebaran peubah acak Y**