

练习题 09 枚举及其优化

说明：第一部分为离线题。

9.1 N 倍数问题

【问题描述】

已知一个正整数的个位数字为 N ($2 \leq N \leq 9$)，如果将该数字 N 移到该数的首位，其他数字顺序不变，则得到的新数恰好是原数的 N 倍，编程找出满足上述要求的最小的原数。

【输入说明】

从键盘输入一个不小于 2 的一位正整数，表示 N 。

【输出说明】

满足上述要求的最小的原数

【样例输入】

4

【样例输出】

102564

9.2 全 1 整数问题

【问题描述】

输入一个整数 N ($3 \leq N \leq 10000$)，而且 N 既不是 2 的倍数又不是 5 的倍数，必存在整数 S ， S 是 N 的倍数，且 S 的每一位都是 1，输出最小的 S 的位数。

【输入说明】

一个整数 N ($3 \leq N \leq 10000$)，而且 N 既不是 2 的倍数又不是 5 的倍数。

【输出说明】

能整除 N 的最小的全由 1 组成的整数的位数。

【样例输入】

3

【样例输出】

3

9.3 法雷序列

【问题描述】

对任意给定的一个正整数 n ($1 \leq n \leq 100$)，将分母小于等于 n 的不可约的真分数按上升的次序排列，并且在第一个分数前加上 $0/1$ ，而在最后一个分数后加上 $1/1$ ，这个序列称为 n 级法雷序列，以 F_n 表示。例如， F_8 为：

$0/1, 1/8, 1/7, 1/6, 1/5, 1/4, 2/7, 1/3, 3/8, 2/5, 3/7, 1/2, 4/7, 3/5, 5/8, 2/3, 5/7, 3/4, 4/5, 5/6, 6/7, 7/8, 1/1$

编程输出 n 级法雷序列，每行输出 10 个分数。

【样例输入】

略

【样例输出】

略

9.4 数字三角形

【问题描述】

如下图所示的一个数字三角形宝塔中，数字三角形中的数字为不超过 100 的整数。现规定从最顶层走到最底层，每一步可沿左斜线向下或右斜线向下走。假设三角形行数小于或等于 10，从键盘输入一个确定的整数值 M ，编程确定是否存在一条路径，使得沿着该路径所经过的数字的综合恰为 M 。若存在则给出所有路径，否则输出“-1”。

```
      7
     3 8
    8 1 0
   2 7 4 4
  4 5 2 6 5
```

【算法分析】

由于数字三角形行数不大，可以用枚举的方法去解决，即列举出所有路径并记录每一条路径所经过的数字总和，然后判断数字总和是否等于给定的数字 M 。

实际上，从塔顶走到塔底每次只有两种走法：向左下或向右下。为此不妨用“0”表示向左下，“1”表示向右下。对于层数为 n 的数字塔，从塔顶走到塔底的一种走法可以用一个 $n-1$ 位的二进制数表示。比如 1011，则对应走法 8-1-4-6，这样就可以用一个 $n-1$ 位的二进制数来模拟走法和确定解的范围。

下面要做的就是穷举出从 0 到 2^{n-1} 的十进制数所对应的 $n-1$ 位二进制数对应的路径中的数字总和，判定其是否等于 M 。

这样做相当于将 0 到 2^{n-1} 的十进制数与二进制数建立起一一对应的关系，从而使得枚举过程十分简单，只需要顺序枚举这 2^n 个十进制整数，并将它们转化为二进制数即可。

9.5 选数问题

【问题描述】

已知 n ($1 \leq n \leq 20$) 个整数 X_1, X_2, \dots, X_n ($1 \leq X_i \leq 5000000$)，以及一个整数 k ($k < n$)。从 n 个整数中任选 k 个整数相加，可分别得到一系列的和。现在，要求你计算出和为素数共有多少种。

【算法分析】

本题无数学公式可寻。不过看到 $1 \leq n \leq 20$ 这个约束条件，那么穷举搜索应该是可行的。

第二个问题就是判断素数，判断一个整数 $P(P > 1)$ 是否为素数最简单的方法就是看是否存在一个素数 $a(a * a \leq P)$ 是 P 的约数，如果不存在，该数就为素数，由于在此题中 $1 \leq X_i \leq 5000000$ ， $n \leq 20$ ，所以要判断的数 P 不会超过 100000000，则 $a \leq 10000$ 。

因此，为了加快速度，我们可以用筛选法将 2...10000 之间的素数保存到一个数组里（共 1229 个），这样速度将提高好几倍。

说明：第二部分为在线题。

Poj1753 翻转游戏

Poj2965 飞行员兄弟的冰箱