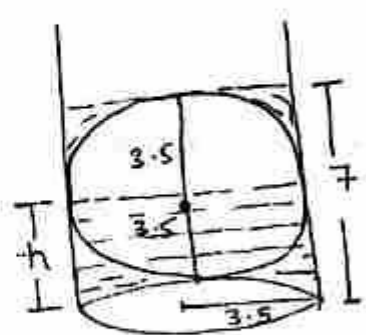
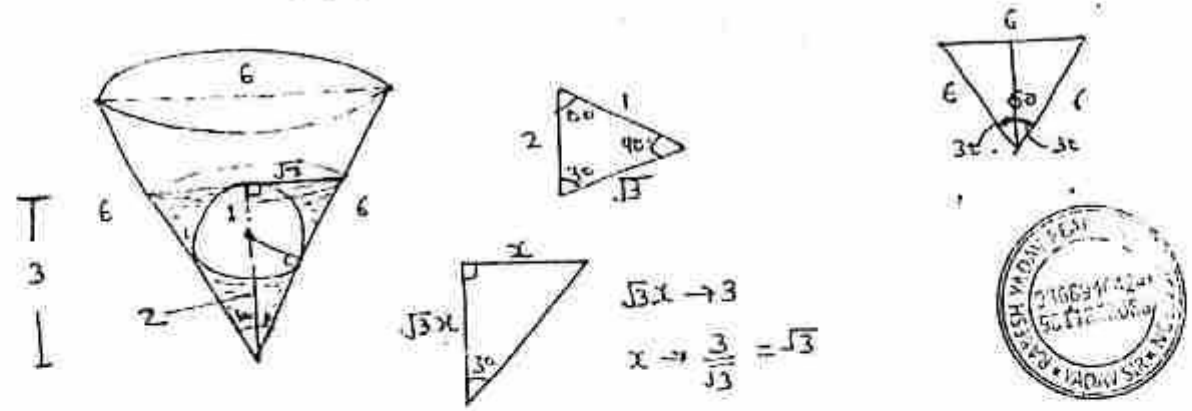


- 44) 3.5 cm त्रिज्या की किसी बेलनाकार कैन में कुछ पानी भरा हुआ है। जब इसमें बड़े से बड़े आकार का अर्धक गोला डाला गया तो पानी ने इसे ढक लिया। गोला डालने से पहले कैन में पानी का स्तर कितना था ?



$$\begin{aligned} \Rightarrow \pi (3.5)^2 \times 7 - \frac{4}{3} \pi (3.5)^3 &= \pi (3.5)^2 \times h \\ \Rightarrow 7 - \frac{4}{3} \times \frac{35}{10} &= h \\ 7 - \frac{14}{3} &= h \\ h &= \frac{7}{3} \text{ Ans} \end{aligned}$$

- 45) किसी शंकुआकार बर्तन की आधार त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः 3cm व 6cm है। बर्तन में कुछ पानी भरा हुआ है। जब इसमें 1cm त्रिज्या का एक गोला डाला जाता है तो पानी बस इसकी सतह को ढक पाता है। ज्ञात करो कि गोला डालने से पहले बर्तन में कितना पानी था (पानी का आयतन ज्ञात करो)

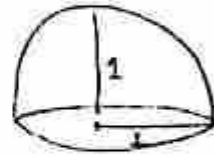
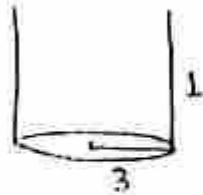


$$\frac{1}{3} \pi (3)^2 \times 6 - \frac{1}{3} \pi (x)^2 \times (3x) \Rightarrow 3\pi - \frac{4}{3}\pi \Rightarrow \frac{5}{3}\pi \text{ Ans}$$

- 46) एक शंकु, अर्धगोला और बेलन समान आधार पर स्थित हैं और सबकी ऊँचाई समान है। उनके आयतनों का अनुपात बताओ ?

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \pi r^2 h : \frac{2}{3} \pi r^2 h : \pi r^2 h \\ \frac{1}{3} : \frac{2}{3} : 1 \\ 1 : 2 : 3 \text{ Ans} \end{aligned}$$

- ④७ किसी शंकु, बेलन और अर्धगोले की ऊंचाई समान हैं।  
यदि उनकी त्रिज्या का अनुपात 2:3:1 हैं तो उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात करो ?

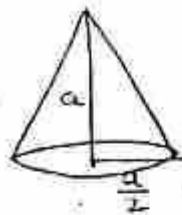
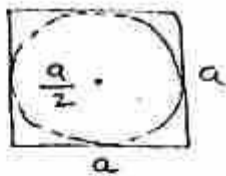


$$\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 1 : \pi (3)^2 \times 1 : \frac{2}{3} \pi (1)^2 \times 1$$

$$\frac{4}{3} : 9 : \frac{2}{3}$$

$$4 : 27 : 2 \quad \underline{\text{Ans}}$$

- ④८ एक घन में एक बेलन को इस प्रकार रखा गया कि यह घन की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है। इसके बाद उस बेलन में एक शंकु को रखा गया। तीनों का आधार और ऊंचाई समान हैं। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात करो ?



$$a^3 : \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \times a : \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \times a$$

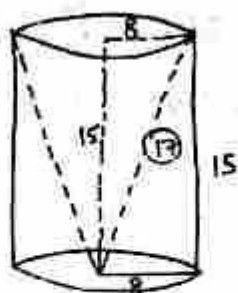
$$12 : 3\pi : \pi$$

$$6 : 3 \times \frac{22}{7} : \frac{22}{7}$$

$$42 : 33 : 11 \quad \underline{\text{Ans}}$$



- ④९ 15cm ऊंचाई व 8cm आधार त्रिज्या के किसी बेलन से समान ऊंचाई और त्रिज्या की एक शंकुआकार आकृति निकाली गई। बचे हुए ठोस का आयतन और कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो ?



बचे हुए ठोस का आयतन =

$$\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 8 \times 8 \times 15$$

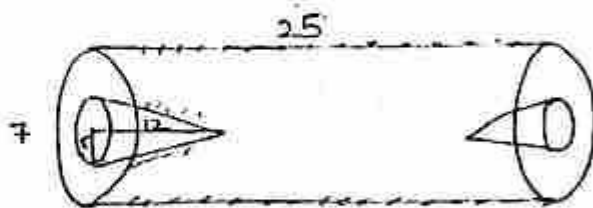
$$= 640\pi \text{ cm}^3$$

बचे हुए ठोस का कुल पृष्ठ क्षेत्र =  $2\pi(8) \times 15 + \pi(8)^2 + \pi(8) \times 17$

$$= 8\pi[2 \times 15 + 8 + 17]$$

$$= 440\pi$$

- 50 किसी बेलन की आधार त्रिज्या व ऊँचाई 7 cm व 25 cm हैं। बेलन के दोनों सिरों से 5 cm त्रिज्या और 12 cm ऊँचाई के दो शंकुआकार भाग निकाले गए। बचे हुए ठोस का आयतन और कुल पृष्ठ क्षेत्र ज्ञात करो।



बचे हुए ठोस का आयतन =  $\pi(7)^2 \times 25 - 2 \times \frac{1}{3} \pi(5)^2 \times 12$

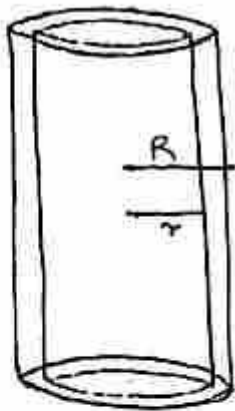
$$\pi(1225 - 200) = 1025\pi$$

$$\text{कुल पृष्ठ क्षेत्र} = \underbrace{2\pi(7) \times 25}_{\text{बेलन}} + \underbrace{2\pi(5) \times 12}_{\text{2 शंकु}} + \underbrace{[2\pi(7^2 - 5^2)]}_{\text{दोनों सिरों पर बचा हुआ भाग}}$$

$$2\pi \times 175 + 2\pi \times 60 + 2\pi \times 24$$

$$2\pi[175 + 60 + 24] = 528\pi$$

- 51 किसी खोखले बेलन की ऊँचाई 14 cm है। इसके अन्तः वक्र पृष्ठ क्षेत्र और बाहरी वक्र पृष्ठ क्षेत्र का अन्तर  $44 \text{ cm}^2$  है। यदि बेलन 99 घन cm धातु का बना है तो इसकी अन्तः और बाहरी त्रिज्या ज्ञात करो।



Ans:  $2\pi R \times 14 - 2\pi r \times 14 = 44$   
 $2 \times \frac{22}{7} \times 14 [R - r] = 44$   
 $[R - r] = \frac{1}{2} \quad \text{--- (i)}$

And  $\pi R^2 \times 14 - \pi r^2 \times 14 = 99$   
 $2 \times \frac{22}{7} \times 14 [R^2 - r^2] = 99$   
 $2 \times 4 \times \frac{1}{2} [R + r] = 9$   
 $[R + r] = \frac{9}{2} \quad \text{--- (ii)}$

From (i) and (ii)

$$\begin{array}{l} R - r = \frac{1}{2} \\ R + r = \frac{9}{2} \\ \hline 2R = 5 \end{array}$$

$$R = \frac{5}{2}$$

$$r = 2$$



**Q2** 20 cm लम्बी पाइप का बाहरी व्यास 25 cm है। यदि पाइप की मोटाई 1 cm है तो पाइप का कुल पृष्ठीय क्षेत्र ज्ञात करो।

$$\begin{aligned} \text{कुल पृष्ठीय क्षेत्र} &= 2\pi R h + 2\pi r h + 2\pi [R^2 - r^2] \\ &= 2\pi h [R + r] + 2\pi [(R + r)(R - r)] \\ &= 2\pi (R + r) [h + R - r] \\ &= 2\pi (R + r) (h + t) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} (12.5 + 11.5) (20 + 1)$$

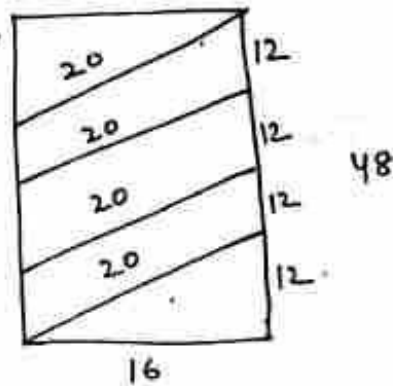
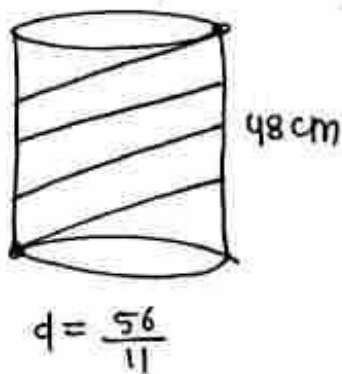
$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 24 \times \frac{3}{2} = 44 \times 72 = 3168 \text{ वर्ग सेमी.}$$

⊕

खोखले बेलन का कुल पृष्ठ क्षेत्र  $\Rightarrow 2\pi (R + r) (h + t)$



- [55] किसी बेलनाकार टैंक का आधार व्यास, और ऊंचाई  $5\frac{11}{11}$  cm और 48 cm हैं। इस टैंक पर लपेटे जाने वाले धागे की लम्बाई ज्ञात करो यदि धागा टैंक के चारों ओर 4 पूरे चक्कर लगाता है।

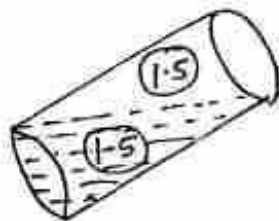


$$\text{शाख} = \frac{8}{11} \times \frac{2}{1} = 16$$



$$\text{धागे की लम्बाई} = 20 + 20 + 20 + 20 = 80$$

- [56] किसी टैंक का  $\frac{2}{3}$  भाग पानी से भरा हुआ है। जब पानी के टैंक को इस प्रकार तिरछा किया जाता है कि पानी विकर्ण हो जाए तो यह करने में 93.5 ली. पानी नीचे गिर जाता है। टैंक की क्षमता ज्ञात करो।



$$\text{माना क्षमता} = 3 \text{ ली.}$$

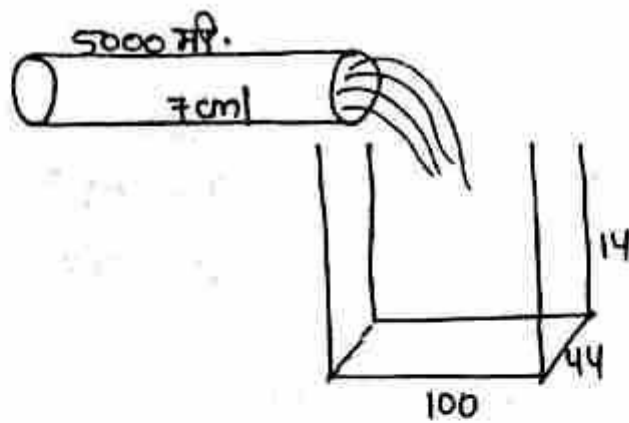
$$\text{भरा हुआ} = 2 \text{ ली.}$$

$$3 - 1.5 = 0.5 \rightarrow 93.5$$

$$1 \rightarrow \frac{93.5}{0.5} = 187 \text{ ली.}$$

$$\text{क्षमता} = 3 \times 187 = 561 \text{ ली.}$$

- [57] 100 मी. लम्बे व 44 मी. चौड़े किसी आयताकार टैंक में 7 cm गिरावा वाले पाइप से 5 किमी/घण्टा की गति से पानी गिरता है। बताओ कि कितने समय में पानी का स्तर 14 cm बढ़ जायेगा।



156

$$\pi \left( \frac{22}{7} \times \frac{7}{100} \times \frac{7}{100} \times 5000 \right) = 100 \times 44 \times \frac{14}{100}$$

↓  
1 घण्टे में निकलने वाला पानी

↓  
टैंक का आयतन

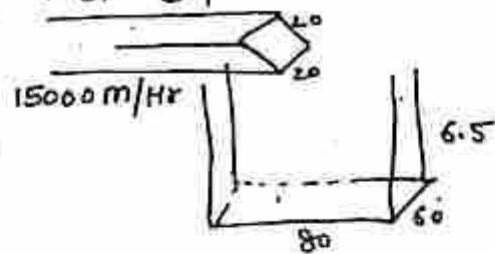
$$\pi = 8 \text{ घण्टे}$$



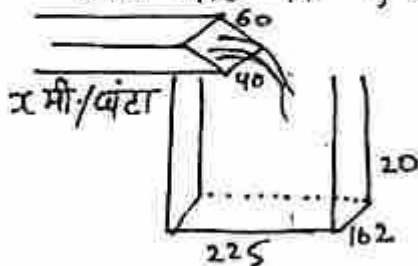
58]  $80\text{m} \times 60\text{m} \times 6.5\text{m}$  के किसी आयताकार टैंक में पानी भरा हुआ है। एक पाइप इस टैंक को कितने समय में खाली करेगा यदि पाइप की अनुप्रस्थ काट  $20\text{cm}$  भुजा का एक वर्ग है और पानी की गति  $15\text{ किमी/घण्टा}$  है।

$$\left[ \frac{20}{100} \times \frac{20}{100} \times 15000 \right] \times \pi = 80 \times 60 \times \frac{6.5}{10}$$

$$\pi = 52 \text{ घण्टे}$$



59] एक आयताकार टैंक का आकार  $225\text{मी} \times 162\text{मी}$  है। इसमें  $40\text{मी} \times 60\text{मी}$  के एक चनाभाकार पाइप से किस गति से पानी भरा जाए कि 5 घण्टे में पानी का स्तर  $20\text{cm}$  बढ़े।



$$5 \times \left[ \frac{60}{100} \times \frac{40}{100} \times x \right] = \frac{45}{225 \times 162 \times \frac{20}{100}}$$

1 घंटे का पानी

$$x = 607.5 \text{ मी} / \text{घंटा} \quad \underline{\text{Ans.}}$$



- ⑥ किसी धनाभ की लम्बाई इसकी चौ० का 3 गुना है और ऊंचाई का 5 गुना है। यदि इसका आयतन  $14400 \text{ cm}^3$  है तो कुल पृष्ठीय क्षेत्र० ज्ञात करो।

$$\text{लं०} = 15x$$

$$\text{चौ०} = 5x$$

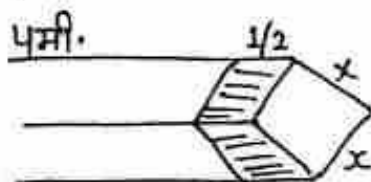
$$\text{ऊ०} = 3x$$

$$15x \times 5x \times 3x = \frac{14400}{4800}$$

$$x = 4$$

$$\text{पृ० क्षेत्र०} = 2(60 + 20) \times 12 = 1920 \text{ Ans}$$

- ⑥ एक घन मी. धातु का वजन 480 किलो है। इसको पिघलाकर 4 मी. लम्बी एक वर्गाकार रॉड बनाई गई। इसके एक सिरे से अधिकतम आकार का एक घन काटा गया। घन का वजन ज्ञात करो।



$$\text{रॉड का आयतन} = \text{धातु का आयतन}$$

$$\text{घन का आयतन} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \text{ m}^3$$

$$x \times x \times x \times 4 = 1$$

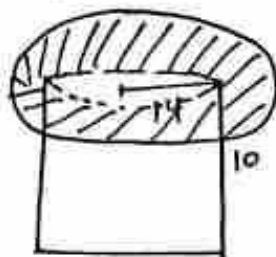
$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\text{वजन} = \frac{1}{8} \times 480 = 60 \text{ Kg}$$



- ⑥ 14 मी. त्रिज्या और 10 मी. गहराई का एक कुआँ खोदा गया। कुएं से निकलने वाली मिट्टी से कुएं के चारों ओर 4 मी. चौड़ा चबूतरा बनाया गया। चबूतरे की ऊंचाई ज्ञात करो।



$$\text{मिट्टी का आयतन} = \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 10$$



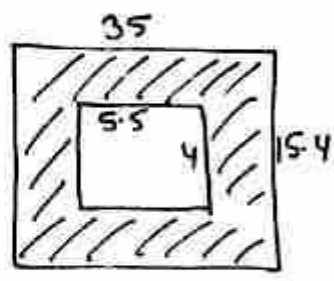
चबूतरा प्रिज्म के आकार का होगा

$$\begin{aligned} \therefore \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 10 &= \pi [22^2 - 14^2] \times h \\ 14 \times 14 \times 10 &= (22+14)(22-14) \times h \\ 2 \times 14 \times 14 \times 10 &= 35 \times \pi \times h \end{aligned}$$

$$\therefore h = 8 \text{ Ans}$$



- ⑥3 35 मी. × 15.4 मी. आकार के किसी आयताकार खेत के बीच में 5.5 मी. लम्बा, 4 मी. चौड़ा और 2.5 मी. गहरा गड्ढा खोदा गया और इससे निकलने वाली मिट्टी को खेत में फैला दिया गया। खेत के स्तर में हुई वृद्धि ज्ञात करो।



मिट्टी का आयतन =  $5.5 \times 4 \times 2.5$

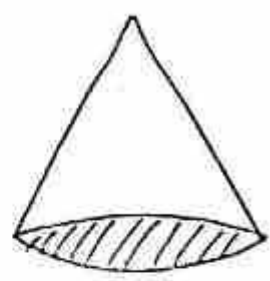
$\therefore (35 \times 15.4 - 5.5 \times 4) \times h = 5.5 \times 4 \times 2.5$

$(539 - 22) \times h = 55$

$517h = 55$

$h = 9.4 \text{ मी.}$

- ⑥4 5 व्यक्तियों की बैठने के लिए शंकुआकार तम्बू की आवश्यकता है। प्रत्येक व्यक्ति को जमीन पर 16 मी. जगह बैठने के लिए और  $100 \text{ m}^3$  हवा सांस लेने के लिए चाहिए। तम्बू की ऊँचाई ज्ञात करो।



आधार क्षेत्र =  $5 \times 16 = 80$

$\therefore \pi r^2 = 5 \times 16$

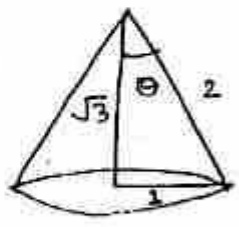
$\frac{1}{3} \pi r^2 h = 5 \times 100$

$\frac{1}{3} \times 5 \times 16 \times h = 500$

$h = \frac{75}{4} \text{ मी.}$



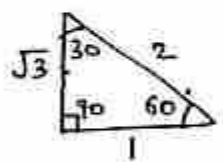
- ⑥5 किसी शंकु का वक्र पृष्ठ क्षेत्र इसका आधार क्षेत्र से 2 गुना है। शंकु का अर्धशीर्ष कोण ज्ञात करो।



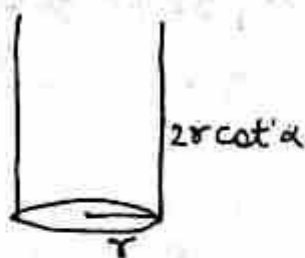
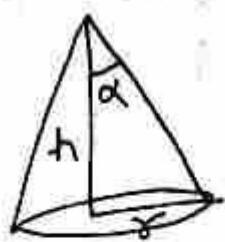
$\pi r l = 2 \pi r^2$

$\frac{l}{r} = \frac{2}{1}$

$\therefore \theta = 30^\circ \text{ Ans}$



- ⑥6 4 त्रिज्या और शीर्ष कोण वाले बेलन से कितने शंकु बनाए जा सकते हैं जिसकी त्रिज्या  $\propto$  और अर्धशीर्ष कोण  $\propto$  है।



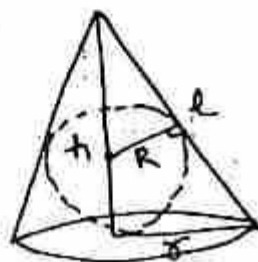
$$\frac{h}{r} = \cot \alpha$$

$$h = r \cot \alpha$$

$$\pi r^2 \times 2r \cot \alpha = n \times \frac{1}{3} \pi r^2 \times h$$

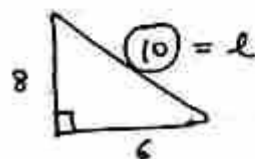
$$n = 6$$

- 67) 6 cm आधार त्रिज्या और 8 cm ऊंचाई वाले शंकु के अन्दर रखे जाने वाले बड़े से बड़े गोले की त्रिज्या ज्ञात करो।



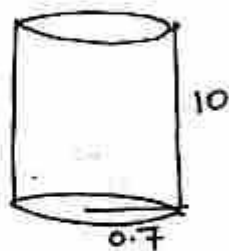
गोले की त्रिज्या =

$$\frac{h \times r}{l + r}$$



$$= \frac{8 \times 6}{10 + 6} = \frac{48}{16} = 3 \text{ cm Ans}$$

- 68) किसी रोलिंग रोलर की आधार त्रिज्या और ऊंचाई क्रमशः 0.7 सेमी व 10 सेमी हैं। जब यह 1200 बार घूमता है तो 88% हिस्से को समतल कर देता है। 6.75 रु० प्रति वर्ग सेमी की दर से सारे भाग को समतल करने का खर्च ज्ञात करो।



एक बार जब रोलर घुमेगा तो वह अपने पृष्ठीय क्षेत्र जितना भाग समतल करेगा.

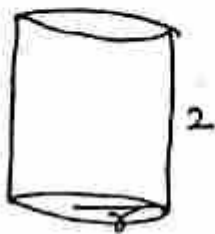
$$\therefore 2 \times \frac{22}{7} \times 0.7 \times 10 \times 1200 = A \times \frac{88}{100}$$

$$A = 60000 \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$\text{कुल खर्च} = 60000 \times 6.75 = 405,000 \text{ रु०}$$



- ⑥९) किसी बेलन की ऊंचाई ३ cm है। इसकी आधार त्रिज्या ज्ञात करो यदि इसकी ऊंचाई या त्रिज्या में ६ जोड़े तो आयतन में समान बदलाव हो।



$$\pi(r+6)^2 \times 2 = \pi r^2 (6+2)$$

$$(r+6)^2 \times 2 = r^2 (8)$$

वर्ग करने पर

$$\sqrt{(r+6)^2} = \sqrt{r^2 (4)}$$

$$r+6 = 2r$$

$$r=6$$

- ⑦०) किसी बेलन का आधार क्षेत्र घटकर  $\frac{1}{9}$  रह गया और इसकी ऊंचाई ६ गुना हो गई। इसके वक्र पृष्ठ क्षेत्र में क्या बदलाव होगा।

$$\pi R^2 = 9$$

(R=3)

$$\pi r^2 = 1$$

(r=1)

पृष्ठीय क्षेत्र

$$2\pi RH = 3 \times \text{ऊंचाई} = 3$$

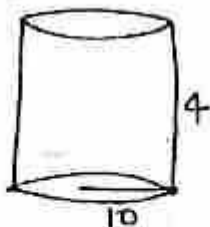
$$2\pi rh = 1 \times \text{ऊंचाई} = 6$$

2 गुना हो जाएगा

- ⑦१) किसी बेलन की त्रिज्या 10 cm और ऊंचाई 4 cm है। त्रिज्या या ऊंचाई में कितना जोड़े की दोनों परिस्थितियों में आयतन में समान बदलाव हो।

A) 5 B) 16

C) 25 D) 36



$$\text{आयतन} = \pi (10)^2 \times 4$$

$$= 400\pi$$

यदि त्रिज्या में 5 जोड़ा जाए

$$\text{आयतन} = \pi \times 15^2 \times 4 = 900\pi$$

यदि ऊंचाई में 5 जोड़ा जाए

$$\text{आयतन} = \pi \times 10^2 \times 9 = 900\pi$$

∴ 5 Ans



$$\boxed{OR} \quad \pi(10+x)^2 \times 4 = \pi(10)^2(4+x)$$

161

$$(100+x^2+20x) \times 4 = 100(4+x)$$

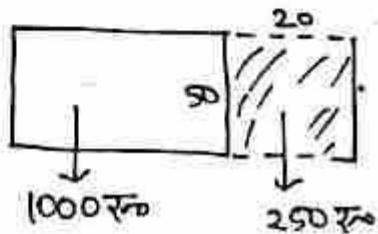
$$400 + 4x^2 + 80x = 400 + 100x$$

$$4x^2 = 20x$$

$$\boxed{x=5} \quad \text{Ans}$$



**Q2** किसी आयताकार मैदान की मरम्मत पर 1000 रु खर्च किए गए। मैदान की चौड़ाई 50 मी. व मरम्मत की लागत 25 पैसे प्रति मी. हैं। यदि मैदान की लंबाई 10 मी. बढ़ा दी जाए तो मरम्मत का नया खर्च ज्ञात करो।

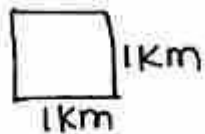


$$\text{मैदान के क्षेत्र में वृद्धि} = 50 \times 20 = 1000 \text{ m}^2$$

$$\text{खर्च में वृद्धि} = 1000 \times \frac{25}{100} = 250 \text{ रु}$$

$$\text{नया खर्च} = 1000 + 250 = 1250 \text{ रु}$$

**Q3** 1 कि.मी. क्षेत्र में 8cm बारिश हुई। यदि 50% बारिश के पानी को 100m x 10m के टैंक में इकट्ठा किया जाए तो ज्ञात करो कि टैंक में पानी के स्तर की ऊंचाई क्या होगी।



$$\text{क्षेत्र} = 1000 \times 1000$$

$$\frac{1000 \times 1000 \times \frac{2}{100}}{\text{इतना पानी गिरा है}} \times \frac{50}{100} = 100 \times 10 \times h$$

इतना store किया है

$$\boxed{h=10\text{cm}} \quad \text{Ans}$$

**Q4** किसी समचतुर्भुज की ऊंचाई  $p$  और प्रत्येक भुजा  $2A$  है।  $3p^2$  का मान ज्ञात करो।

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2A = p$$

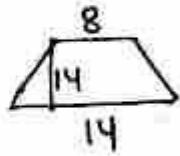
$$\frac{2}{3} \times 4 \times A^2 = p^2$$

$$8A^2 = 3p^2 \quad \text{Ans}$$

समचतुर्भुज की ऊंचाई =

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a \quad \text{Ans}$$

- 75) किसी प्रिज्म का आधार एक समलम्ब चतुर्भुज है जिसकी दो समानान्तर भुजाएँ 8cm व 14cm हैं और इनके बीच की दूरी 14cm है। यदि इसका आयतन 1056 cm<sup>3</sup> है तो ऊँचाई ज्ञात करो।



$$\frac{1}{2} \times (8+14) \times h = 1056$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 22 \times 14 \times h = 1056$$

$$h = \frac{48}{7}$$



##

तरणतल का आयतन =  $\frac{1}{2} \left[ \text{दोनों सिरे की गहराई का जोड़} \right] \times \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}$

- 76) किसी शंकु की ऊँचाई, वक्र पृष्ठ क्षेत्र और आयतन क्रमशः  $h, c, v$  हैं।  $3\pi v h^3 - c^2 h^2 + 9v^2 = ?$

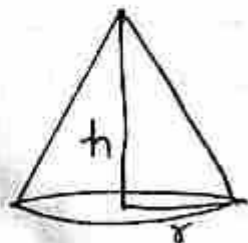
$$v = \frac{1}{3} \pi r^2 h, \quad c = \pi r l, \quad l^2 = r^2 + h^2$$

$$\therefore 3\pi v h^3 - c^2 h^2 + 9v^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\pi \times \frac{1}{3} \pi r^2 h \times h^3 - \pi^2 r^2 (r^2 + h^2) h^2 + 9 \times \frac{1}{9} \pi^2 r^4 h^2$$

$$\Rightarrow \pi^2 r^2 h^4 - \pi^2 r^4 h^2 - \pi^2 r^2 h^4 + \pi^2 r^4 h^2 = 0$$

- 77) एक व्यक्ति को बैठने के लिए 4 वर्ग मी. जगह और सांस लेने के लिए 20 घन मी. हवा चाहिए। किसी तंबू में 11 व्यक्ति बैठाने हैं, तंबू की ऊँचाई ज्ञात करो।



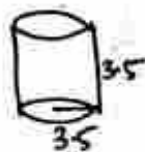
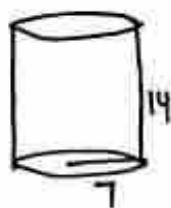
$$\pi r^2 = 4 \times 11 \quad (\text{क्षेत्र})$$

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = 20 \times 11 \quad (\text{आयतन})$$

$$\therefore \frac{1}{3} \times 44 \times h = \frac{220}{\pi}$$

$$h = 15 \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

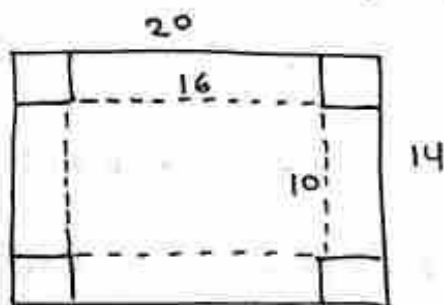
- (78) 14cm ऊंचाई और 7 cm त्रिज्या के बड़े बेलन से 3.5 cm त्रिज्या व ऊंचाई के कितने छोटे बेलन बनाए जा सकते हैं।



$$\pi (7^2) \times 14 = n \times \pi (3.5)^2 \times 3.5$$

$$\boxed{n=16} \text{ Ans}$$

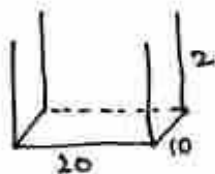
- (79) किसी आयताकार शीट का आकार 20 सेमी x 14 सेमी है। शीट से 2 cm ऊंचाई का बड़े से बड़ा पानी का टैंक बनाया गया। टैंक का आयतन ज्ञात करो।



$$\begin{aligned} \text{आयतन} &= 16 \times 10 \times 2 \\ &= 320 \end{aligned}$$



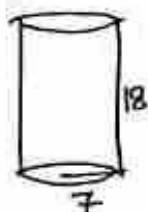
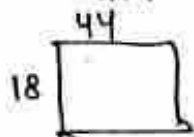
- (80) 20m x 10m आकार के किसी तरणताल में कुछ लोगो ने डुबकी लगाई। इसकी वजह से पानी का स्तर 2 मी. बढ़ गया। यदि स्क व्यक्ति 1 घन मी. पानी हटाता है तो ज्ञात करो कि कितने व्यक्तियों ने डुबकी लगाई।



$$20 \times 10 \times 2 = n \times 1$$

$$n = 400 \text{ Ans}$$

- (81) 44 cm x 18 cm की एक आयताकार शीट है। इसको लम्बाई से मोड़कर एक बेलन बनाया गया। इस प्रकार बने बेलन का आयतन ज्ञात करो।



$$2 \times \frac{44}{2} \times 18 = 44 \quad \therefore \boxed{r=7}$$

$$\text{आयतन} = \pi \times 7 \times 7 \times 18 = 882\pi \text{ Ans}$$

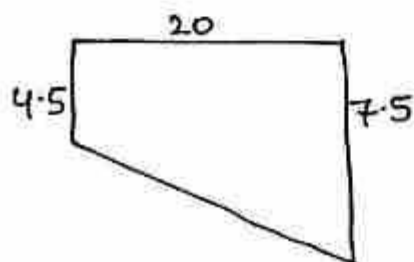


- (82) दो अर्धगोलाकार भे बर्तनों की क्षमता 6.4 ली० व 21.6 ली० हैं। उनके वक्र पृष्ठ क्षेत्रों का अनुपात क्या होगा।

$$\frac{\frac{2}{3}\pi r^3}{\frac{2}{3}\pi R^3} = \frac{6.4}{21.6} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

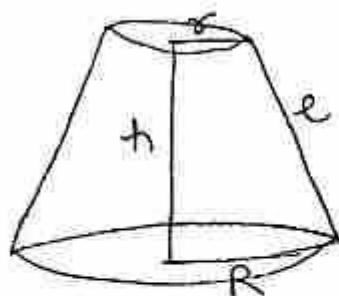
$$\text{वक्र पृष्ठ क्षेत्रों का अनुपात} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{(2)^2}{(3)^2} = \frac{4}{9} \text{ Ans}$$

- (83) किसी तरणताल की लम्बाई 20 मी० व चौ० 10 मी० हैं। शुरुआत में इसकी गहराई 4.5 मी० हैं जो कि दूसरे सिरे तक 7.5 मी० हो जाती हैं। तरणताल का आयतन ज्ञात करो।



$$\begin{aligned} \text{आयतन} &= \frac{1}{2} (4.5 + 7.5) \times 20 \times 10 \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \times 20 \times 10 = 1200 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

### (#) शंकु का चिह्नक



$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi [R^2 + r^2 + Rr] h$$

$$\text{पृष्ठीय क्षेत्र} = \pi (R + r) l$$

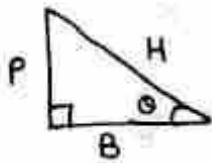
$$\text{कुल पृष्ठ क्षेत्र} = \pi [R + r] l + \pi r^2 + \pi R^2$$

$$l = \sqrt{h^2 + (R - r)^2}$$





#



$$\begin{aligned}\sin \theta &= \frac{P}{H} \\ \operatorname{cosec} \theta &= \frac{H}{P} \\ \sin \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{B}{H} \\ \sec \theta &= \frac{H}{B} \\ \cos \theta \cdot \sec \theta &= 1\end{aligned}$$

P → लम्ब  
B → आधार  
H → कर्ण

$$\begin{aligned}\tan \theta &= \frac{P}{B} & \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ \cot \theta &= \frac{B}{P} & \cot \theta &= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \\ \tan \theta \cdot \cot \theta &= 1\end{aligned}$$

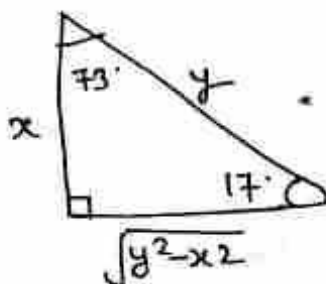


#

	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$
$\operatorname{cosec} \theta$	$\infty$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
$\sec \theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	$\infty$
$\cot \theta$	$\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0



① यदि  $\sin 17^\circ = \frac{x}{y}$  - find  $\sec 17^\circ - \sin 73^\circ$ .



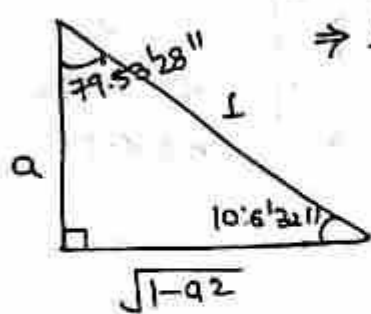
$$\sin 17^\circ = \frac{x}{y}$$

$$\sec 17^\circ - \sin 73^\circ = \frac{y}{\sqrt{y^2 - x^2}} - \frac{\sqrt{y^2 - x^2}}{y}$$

$$\Rightarrow \frac{y^2 - (y^2 - x^2)}{y\sqrt{y^2 - x^2}} \Rightarrow \frac{x^2}{y\sqrt{y^2 - x^2}} \quad \text{Ans}$$

② यदि  $\sin(10^\circ 6' 32'') = a$

$\cos(79^\circ 53' 28'') + \tan(10^\circ 6' 32'') = ?$



$$\Rightarrow \frac{a}{1} + \frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{B}{H}$$

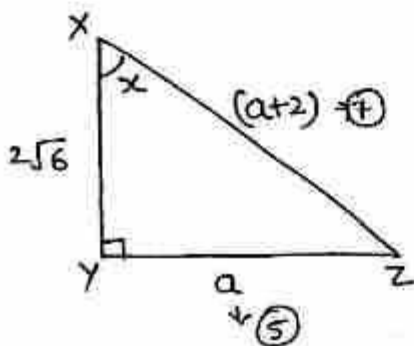
$$\tan \theta = \frac{P}{B}$$

$$= \frac{a(\sqrt{1-a^2}) + a}{\sqrt{1-a^2}}$$

③  $\Delta xyz$  में  $\angle Y = 90^\circ$

$XY = 2\sqrt{6}$   $\sec x + \tan x = ?$

$XZ - YZ = 2$



$$(2\sqrt{6})^2 + a^2 = (a+2)^2$$

$$24 + \downarrow 25 = (5+2)^2$$

$$\therefore \boxed{a=5}$$

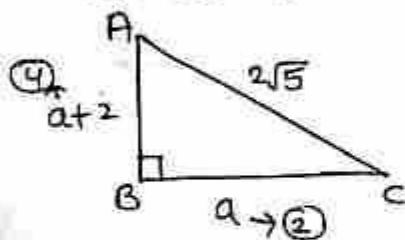
$a$  का मान रखो  
ताकि eqn satisfy  
हो।

$$\sec x + \tan x = \frac{7}{2\sqrt{6}} + \frac{5}{2\sqrt{6}} = \frac{12}{2\sqrt{6}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} \text{ Ans}$$

④  $\Delta ABC$  में,  $\angle B = 90^\circ$

$AB - BC = 2$ ,  $AC = 2\sqrt{5}$

$\cos^2 A - \cos^2 C = ?$



$$(a+2)^2 + a^2 = (2\sqrt{5})^2$$

$$(a+2)^2 + a^2 = 20$$

$$\downarrow 2 \therefore \boxed{a=2}$$

$$\cos^2 A - \cos^2 C = \left(\frac{4}{2\sqrt{5}}\right)^2 - \left(\frac{2}{2\sqrt{5}}\right)^2$$

$$= \frac{16}{20} - \frac{4}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \text{ Ans}$$

⑤  $2\sin\alpha + 15\cos^2\alpha = 7$ ,  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$   
 $\cot\alpha = ?$

A)  $\frac{3}{4}$     B)  $\frac{5}{4}$     C)  $\frac{1}{2}$     D)  $\frac{1}{4}$

$\cot\alpha = \frac{B}{P}$

$2\sin\alpha + 15\cos^2\alpha = 7$

↓                      ↓  
 यहाँ  $\cos^2$  नहीं    यहाँ वर्ग है

बना चाहिए    इसलिए वर्गमूल नहीं बनेगा

$\therefore$  जो भी value आयेगी वो Triplet बनायेगी

only option A है जिसमें Triplet बन रहा है।

$\cot\alpha = \frac{B}{P} = \frac{3}{4}$ ,  $H=5$

$\therefore \cot\alpha = \frac{3}{4}$  Ans.

$2\sin\alpha + 15\cos^2\alpha = 7$

$2 \times \frac{4}{5} + 15 \times \frac{9}{25} = 7$

$\frac{8}{5} + \frac{27}{5} \Rightarrow \frac{35}{5} \Rightarrow 7 = 7$  (सत्य)

\* option B को लें

$\cot\alpha = \frac{B}{P} = \frac{5}{4}$   $\therefore H = \sqrt{41}$

$\therefore 2\sin\alpha + 15\cos^2\alpha = 7$

$2 \times \frac{4}{\sqrt{41}} + 15 \times \left(\frac{5}{\sqrt{41}}\right)^2$

ये कभी 7 नहीं होगा।

OR

$2\sin\alpha + 15(1 - \sin^2\alpha) = 7$

$2\sin\alpha + 15 - 15\sin^2\alpha = 7$

$-15\sin^2\alpha + 2\sin\alpha + 8 = 0$

$15\sin^2\alpha - 2\sin\alpha - 8 = 0$

$3\sin\alpha[5\sin\alpha - 4] + 2[5\sin\alpha - 4] = 0$

$[3\sin\alpha + 2][5\sin\alpha - 4] = 0$



$$3\sin\alpha + 2 = 0$$

$$\sin\alpha = -\frac{2}{3}$$

$$5\sin\alpha = 4$$

$$\sin\alpha = \frac{4}{5} \begin{matrix} \text{P} \\ \text{H} \end{matrix}, B=3$$

$$\therefore \cot\alpha = \frac{3}{4} \text{ Ans}$$

⑥  $2 - \cos^2\theta = 3\sin\theta \cdot \cos\theta$ ,  $\tan\theta = ?$     A)  $\frac{1}{2}$     B) 0  
option से    C)  $\frac{2}{3}$     D)  $\frac{1}{3}$

A)  $\tan\theta = \frac{1}{2} \begin{matrix} \text{P} \\ \text{B} \end{matrix}$ ;  $H = \sqrt{5}$

$$2 - \cos^2\theta = 3\sin\theta \cdot \cos\theta$$

$$2 - \frac{4}{5} = 3 \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{6}{5} = \frac{6}{5} \text{ (सत्य)}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{1}{2} \text{ Ans}$$

#

$$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

$$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$$

$$\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$$

$$(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$$

$$(\sec\theta - \tan\theta) = \frac{1}{\sec\theta + \tan\theta}$$

$$(\sec\theta + \tan\theta) = \frac{1}{(\sec\theta - \tan\theta)}$$

⑦  $\sec\theta + \tan\theta = 3$ ,  $\cos\theta = ?$

$$(\sec\theta - \tan\theta)(\sec\theta + \tan\theta) = 1$$

$$\downarrow \frac{1}{3}$$

$$\downarrow 3$$

$$\therefore \sec\theta + \tan\theta = \frac{1}{3}$$

$$\sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{3}$$

$$2\sec\theta = \frac{10}{3}$$

$$\sec\theta = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{3}{5} \text{ Ans}$$



#

$$\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

$$\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$$

$$\cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1$$

$$(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta)(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta) = 1$$

$$\downarrow$$

$$x$$

$$x$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{x}$$

$$= 1$$

⑧  $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = 2 + \sqrt{5}$ ,  $\sin \theta = ?$

$$\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \sqrt{5} + 2$$

$$\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \sqrt{5} - 2$$

$$2 \operatorname{cosec} \theta = 2\sqrt{5}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \sqrt{5}$$

$$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \text{Ans}$$

⑨ if  $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$

$$\cos^{12} \theta + 3 \cos^{10} \theta + 3 \cos^8 \theta + \cos^6 \theta + 64 = ?$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 64$$

$$\therefore (\cos^4 \theta + \cos^2 \theta)^3 + 64$$

$$\Rightarrow \sin \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\sin \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\sin \theta = \cos^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = \cos^4 \theta$$

#  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\begin{cases} a = \cos^4 \theta \\ b = \cos^2 \theta \end{cases}$$

$$\therefore (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^3 + 64 = 65 \quad \text{Ans}$$



⑩ यदि  $\sin \theta + \sin^2 \theta + \sin^3 \theta = 1$ ,  $\cos^6 \theta - 4 \cos^4 \theta + 8 \cos^2 \theta = ?$

$$\sin \theta + \sin^3 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\sin \theta (1 + \sin^2 \theta) = \cos^2 \theta$$

$$\sin \theta (1 + 1 - \cos^2 \theta) = \cos^2 \theta$$

$$\sin \theta (2 - \cos^2 \theta) = \cos^2 \theta$$

वर्ग करने पर

$$\sin^2 \theta (2 - \cos^2 \theta)^2 = \cos^4 \theta$$

$$\therefore (1 - \cos^2 \theta) [4 + \cos^4 \theta - 4 \cos^2 \theta] = \cos^4 \theta$$

$$\Rightarrow 4 + \cos^4 \theta - 4 \cos^2 \theta - 4 \cos^2 \theta - \cos^6 \theta + 4 \cos^4 \theta = \cos^4 \theta$$

$$\Rightarrow -\cos^6 \theta + 4 \cos^4 \theta - 8 \cos^2 \theta = -4$$

$$\Rightarrow \cos^6 \theta - 4 \cos^4 \theta + 8 \cos^2 \theta = 4 \quad \text{Ans}$$

⑪ यदि  $\cos \theta + \cos^2 \theta = 1$ ,  $\sin^8 \theta + 2 \sin^6 \theta + \sin^4 \theta = ?$

$$\cos \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\cos \theta = \sin^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = \sin^4 \theta$$

$$\begin{matrix} a^2 & 2ab & b^2 \end{matrix}$$

$$(\sin^4 \theta + \sin^2 \theta)^2$$

$$\Rightarrow (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)^2 = 1 \quad \text{Ans}$$

12) यदि  $(1+\sin\theta)(1+\sin\alpha)(1+\sin\beta) = (1-\sin\theta)(1-\sin\alpha)(1-\sin\beta) = ?$

(A)  $\pm \cos\theta \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta$  (B)  $\pm \cos^2\theta \cdot \cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta$

(C)  $\pm \sec\theta \cdot \sec\alpha \cdot \sec\beta$  (D)  $\pm \sin\theta \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta$

$$(1+\sin\theta)(1+\sin\alpha)(1+\sin\beta) = (1-\sin\theta)(1-\sin\alpha)(1-\sin\beta) = x$$

$$\Rightarrow x = (1+\sin\theta)(1+\sin\alpha)(1+\sin\beta)$$

$$x = (1-\sin\theta)(1-\sin\alpha)(1-\sin\beta)$$

$$x^2 = \cos^2\theta \cdot \cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta$$

$$\therefore x = \pm \cos^2\theta \cos\alpha \cdot \cos\beta \text{ Ans}$$

$$\begin{aligned} \therefore (1+\sin\theta)(1-\sin\theta) \\ = 1 - \sin^2\theta \\ = \cos^2\theta \end{aligned}$$

## if  $ax + by = m$   
 $bx - ay = n$  समान  
 तब  $(a^2+b^2)(x^2+y^2) = m^2+n^2$

##  $a\sin\theta + b\cos\theta = m$   
 $b\sin\theta - a\cos\theta = \sqrt{a^2+b^2-m^2}$  समान

13)  $\frac{x}{a}\sin\theta + \frac{y}{b}\cos\theta = \frac{1}{2}$   
 $\frac{y}{b}\sin\theta - \frac{x}{a}\cos\theta = ?$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{1}{4}} \text{ Ans}$$

14)  $1\sin\theta + 1\cos\theta = \frac{2}{3}$

$$1\sin\theta - 1\cos\theta = ? \Rightarrow \sqrt{1^2+1^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} \Rightarrow \sqrt{2 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{14}}{3} \text{ Ans}$$

15)  $1\sin\theta + 1\cos\theta = \frac{17}{13}$

$$1\sin\theta - 1\cos\theta = ? \Rightarrow \sqrt{1^2+1^2 - \left(\frac{17}{13}\right)^2} \Rightarrow \sqrt{2 - \frac{289}{169}} \Rightarrow \sqrt{\frac{49}{169}} = \frac{7}{13} \text{ Ans}$$

16)  $3\sin\theta + 4\cos\theta = 5$ ,  $\tan\theta = ?$

$$4\sin\theta - 3\cos\theta = \sqrt{3^2+4^2-5^2} = 0$$

$$4\sin\theta - 3\cos\theta = 0$$

$$4\sin\theta = 3\cos\theta$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{3}{4} \text{ Ans}$$

OR  $3\sin\theta + 4\cos\theta = 5$   
 $\downarrow$   $\downarrow$   
 $P$   $B$

(3, 4, 5  $\rightarrow$  Triplet)

(स्मकोण  $\Delta$  की भुजा)

अगर Triplet बन रहा हो तो  $\sin$  के साथ वाला  $P$  (लम्ब) तथा  $\cos$  के साथ वाला  $B$  (आधार) होता है।

$\therefore \tan\theta = \frac{P}{B} = \frac{3}{4}$  Ans.

CLASS  
66

By: Pardeep Chhoker

7206446517

(7)  $(a^2 - b^2)\sin\theta + 2ab\cos\theta = a^2 + b^2$ ,  $\tan\theta = ?$

$\downarrow$   
 $P$

$\downarrow$   
 $B$

Triplet बन रहा है

$\therefore \tan\theta = \frac{a^2 - b^2}{2ab}$  Ans



(18)  $x\sin\theta - y\cos\theta = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\frac{\cos^2\theta}{a^2} + \frac{\sin^2\theta}{b^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$

कौन सा विकल्प सही है

$x\sin\theta - y\cos\theta = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)\sin\theta + \left(\frac{-y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)\cos\theta = 1$   
 $\downarrow$   $\downarrow$   
 $\sin\theta$   $\cos\theta$

$\Rightarrow \frac{\cos^2\theta}{a^2} + \frac{\sin^2\theta}{b^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$

$\Rightarrow \frac{y^2}{(x^2 + y^2)a^2} + \frac{x^2}{(x^2 + y^2)b^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{x^2 + y^2} \left( \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} \right) = \frac{1}{x^2 + y^2}$

$\therefore \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$  Ans.

(A)  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

(B)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

(C)  $\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$

(D)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

(\*)  $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)\sin\theta + \left(\frac{-y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)\cos\theta = 1$   
 $\downarrow$   $\downarrow$   
 $\sin\theta$   $\cos\theta$

$\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

$\frac{-y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$



(19)  $10 \sin^4 \theta + 15 \cos^4 \theta = 6$   
 $27 \operatorname{cosec}^6 \theta + 8 \sec^6 \theta = ?$

$\Rightarrow \frac{10}{6} \sin^4 \theta + \frac{15}{6} \cos^4 \theta = 1$

$\left(\frac{5}{3}\right) \sin^4 \theta + \left(\frac{5}{2}\right) \cos^4 \theta = 1$

$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$   
 $\frac{1}{\sin^2 \theta} \qquad \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$

$\frac{1}{\sin^2 \theta} = \operatorname{cosec}^2 \theta = \frac{5}{3}$

$\frac{1}{\cos^2 \theta} = \sec^2 \theta = \frac{5}{2}$

$\Rightarrow 27 (\operatorname{cosec}^2 \theta)^3 + 8 (\sec^2 \theta)^3$

$= 27 \left(\frac{5}{3}\right)^3 + 8 \left(\frac{5}{2}\right)^3$

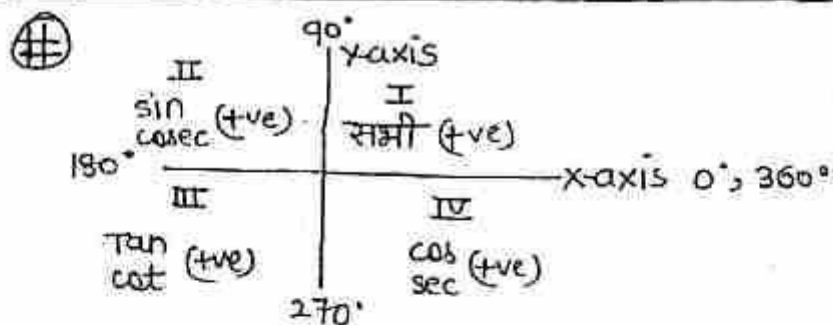
$= 27 \times \frac{125}{27} + 8 \times \frac{125}{8} = 250 \text{ Ans}$

(20)  $3 \sin \theta + 4 \cos \theta = 5$

$\left(\frac{3}{5}\right) \sin \theta + \left(\frac{4}{5}\right) \cos \theta = 1$   
 $\downarrow \qquad \qquad \downarrow$   
 $\sin \theta \qquad \cos \theta$

$\therefore \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$\therefore \sin \theta = \frac{3}{5}, \cos \theta = \frac{4}{5}$



(20)  $3 \tan \theta - 4 = 0$ ,  $\theta$  पहले Quadrant में नहीं है।

$5 \sin 2\theta + 3 \sin \theta + 4 \cos \theta = ?$

$\tan \theta = \frac{4}{3} = \frac{P}{B}$

$H = 5$

( $\tan \theta = \frac{4}{3}$  +ve है। So  $\theta$  तीसरे Quadrant में है)

$\Rightarrow 5 \times 2 \sin \theta \cos \theta + 3 \sin \theta + 4 \cos \theta$

$\Rightarrow 10 \left(-\frac{4}{5}\right) \left(-\frac{3}{5}\right) + 3 \left(-\frac{4}{5}\right) + 4 \left(-\frac{3}{5}\right)$

$\Rightarrow \frac{24}{5} - \frac{12}{5} - \frac{12}{5} = 0 \text{ Ans.}$

$\sin, \cos$  तीसरे Quadrant में (-ve) होते हैं इसलिए (-ve) मान लिए गए हैं।

# (x-axis  $\pm \theta$ )  $\rightarrow$  कोई बदलाव नहीं

$$\sin(360+\theta) = +\sin\theta$$

$$\cos(180-\theta) = -\cos\theta$$

$$\tan(180+\theta) = +\tan\theta$$

+ या - का चिन्ह  
Quadrant के हिसाब  
से आयेगा.

Q1) A, B, C, D किसी चक्रीय चतुर्भुज के शीर्ष हैं।

$$\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = ?$$

$$A+C=180^\circ$$

$$C=180-A$$

$$B+D=180^\circ$$

$$D=180-B$$

$$\therefore \cos A + \cos B + \cos(180-A) + \cos(180-B)$$

$$\Rightarrow \cancel{\cos A} + \cancel{\cos B} - \cancel{\cos A} - \cancel{\cos B}$$

$$= 0 \text{ Ans}$$

$(180-A)$  = दूसरा शीर्ष.  
दूसरे Quadrant में  $\cos$   
(-ve) होता है।



Q22  $\sin 10^\circ + \sin 20^\circ + \dots + \sin 340^\circ + \sin 350^\circ$

$$\Rightarrow \sin(360-350) + \sin(360-340) + \dots + \sin 90^\circ + \dots + \sin 340^\circ + \sin 350^\circ$$

$$\Rightarrow -\cancel{\sin 350} - \cancel{\sin 340} \dots + \sin 90^\circ + \dots + \cancel{\sin 340} + \cancel{\sin 350}$$

$$\Rightarrow \sin 90^\circ \Rightarrow \sin(180+0) \Rightarrow -\sin 0 \Rightarrow 0 \text{ Ans}$$

# (y-axis  $\pm \theta$ )

ऐसे बदलाव होगा

$$\sin\theta \rightleftharpoons \cos\theta$$

$$\tan\theta \rightleftharpoons \cot\theta$$

$$\operatorname{cosec}\theta \rightleftharpoons \sec\theta$$

$$\tan(270+\theta) = -\cot\theta$$

$$\sin(270+\theta) = -\cos\theta$$

$$\sec(90+\theta) = -\operatorname{cosec}\theta$$

$\downarrow$   
Quadrant में इसको check करना है

(23) if  $A+B=90^\circ$

$$\sin^2 A + \sin^2 B = ?$$

$$A+B=90^\circ \Rightarrow B=90-A$$

$$\sin^2 A + \sin^2(90-A)$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A$$

$$= 1 \text{ Ans.}$$

(24) if  $A+B=90^\circ$

$$\sin A \cdot \sec B = ?$$

$$A+B=90 \Rightarrow B=(90-A)$$

$$\sin A \cdot \sec(90-A)$$

$$\sin A \cdot \operatorname{cosec} A$$

$$\sin A \cdot \frac{1}{\sin A} = 1 \text{ Ans.}$$

(25) if  $A+B=90^\circ$

$$\tan A \cdot \tan B = ?$$

$$\tan A \cdot \tan(90-A)$$

$$\tan A \cdot \cot A$$

$$\tan A \cdot \frac{1}{\tan A} = 1 \text{ Ans}$$

(26)  $\sin(3x-6) = \cos(6x-3)$

$$x = ?$$

$$\sin A = \cos B, \therefore A+B=90^\circ$$

$$\therefore 3x-6+6x-3=90^\circ$$

$$9x=99$$

$$\boxed{x=11}$$

यदि  $A+B=90^\circ$

$$\text{तब } \sin^2 A + \sin^2 B = 1$$

$$\cos^2 A + \cos^2 B = 1$$

$$\sin A \cdot \sec B = 1$$

$$\cos A \cdot \operatorname{cosec} B = 1$$

$$\tan A \cdot \tan B = 1$$

$$\cot A \cdot \cot B = 1$$

$$\sin A = \cos B$$

$$\tan A = \cot B$$

$$\operatorname{cosec} A = \sec B$$

(27)  $\operatorname{cosec} 51^\circ = x$

$$\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 51^\circ} + \sin^2 39^\circ + \tan^2 39^\circ = \frac{1}{\sin 51^\circ \sec 39^\circ}$$

$$\sin^2 51^\circ + \sin^2 39^\circ$$

(1)

$$(\because 51+39=90)$$

$$\Rightarrow \cancel{1} + \tan^2 39^\circ \cancel{1}$$

$$\Rightarrow \tan^2 39^\circ$$

$$\Rightarrow \tan^2 39^\circ = \sec^2 39^\circ - 1$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - 1} \text{ Ans}$$

$$\operatorname{cosec} 51^\circ = x$$

$$\operatorname{cosec}(90-39)=x$$

$$\sec 39^\circ = x$$



$$\boxed{28} \cot 18^\circ \left[ \cos^2 68^\circ \cdot \cot 72^\circ + \frac{1}{\sec^2 22^\circ \cdot \tan 72^\circ} \right]$$

175

$$\Rightarrow \cot 18^\circ \left[ \cos^2 68^\circ \cdot \cot 72^\circ + \cos^2 22^\circ \cdot \cot 72^\circ \right]$$

$$\Rightarrow \underbrace{\cot 18^\circ \cdot \cot 72^\circ}_{(1)} \left[ \underbrace{\cos^2 68^\circ + \cos^2 22^\circ}_{(1)} \right]$$

$$\Rightarrow 1 \times 1 = 1 \text{ Ans}$$



$$\boxed{29} \sin^2 1^\circ + \sin^2 5^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ$$

$$\sin^2 1^\circ + \sin^2 5^\circ + \sin^2 9^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{No. of terms} &= \frac{\text{आखिरी} - \text{पहली}}{d} + 1 \\ &= \frac{89 - 1}{4} + 1 = 23. \end{aligned}$$

$$\text{जोड़} = \frac{23}{2} = 11\frac{1}{2}$$

$$\therefore 11\frac{1}{2} + \sin^2 90^\circ = 11\frac{1}{2} + 1 = \frac{25}{2} \text{ Ans}$$

$$\boxed{30} \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ$$

$$\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ = 1 \quad (\because \sin^2 A + \sin^2 B = 1 \text{ if } A+B=90^\circ)$$

$$\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ = 1$$

$$\sin^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ = 1$$

$$\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ = 1$$

$$\sin^2 90^\circ = \frac{1}{5} \text{ Ans}$$



$$\boxed{\text{OR}} \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ + \sin^2 90^\circ$$

वहाँ तक जहाँ तक देरकनी है जहाँ तक  $0_1 + 0_2$  का  $90^\circ$  का जोड़ा के

$$\text{Terms की संख्या} = \frac{80 - 10}{10} + 1 = 8$$

$$\text{इस श्रेणी का जोड़} = \frac{\text{no. of terms}}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\sin^2 90^\circ \text{ श्रेणी से अलग बचा है } \therefore \sin^2 90^\circ = 1$$

$$\therefore \text{ऊपर दी गई श्रेणी का कुल जोड़} = 4 + 1 = 5 \text{ Ans}$$



(31)  $\cos^2 1 + \cos^2 3 + \dots + \cos^2 90$

$\cos^2 1 + \cos^2 3 + \cos^2 5 + \dots + \cos^2 89 + \cos^2 90$

$n = \frac{89-1}{2} + 1 = 45$

जोड़ =  $\frac{45}{2} = 22\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{45}{2} + \underbrace{\cos^2 90}_0 = \frac{45}{2} \text{ Ans}$

इसे भाग इसलिये करते हैं क्योंकि 2 जोड़ों का योग 1 आयेगा

(32)  $\sin^2 \frac{\pi}{40} + \sin^2 \frac{2\pi}{40} + \sin^2 \frac{3\pi}{40} + \dots + \sin^2 \frac{20\pi}{40}$

$\sin^2 \frac{\pi}{40} + \sin^2 \frac{2\pi}{40} + \dots + \sin^2 \frac{19\pi}{40} + \sin^2 \frac{20\pi}{40}$

$n = 19$

जोड़ =  $\frac{19}{2}$

$\therefore \frac{19}{2} + \sin^2 \frac{20\pi}{40}$

$\frac{19}{2} + \underbrace{\sin^2 90}_1 \Rightarrow \frac{19}{2} + 1 \Rightarrow \frac{21}{2} \text{ Ans}$

(\*)  $\frac{\pi}{40} + \frac{19\pi}{40}$

$\frac{\pi + 19\pi}{40} = \frac{20\pi}{40}$

$= \frac{\pi}{2} \text{ (90 का pair बन रहा है)}$

(33) A, B, C किसी त्रिभुज के शीर्ष हैं।

$\cos^2 \frac{A}{2} + \cos^2 \frac{B}{2} + \cos^2 \frac{C}{2} + \cos^2 \left(\frac{A+B}{2}\right) + \cos^2 \left(\frac{B+C}{2}\right) + \cos^2 \left(\frac{C+A}{2}\right) = ?$

$\cos^2 \left(\frac{A}{2}\right) + \cos^2 \left(\frac{B+C}{2}\right)$

90° का pair बन रहा है।

$\therefore \cos^2 A + \cos^2 B = 1 \text{ (}\because A+B=90\text{)}$

$\therefore \cos^2 \frac{A}{2} + \cos^2 \frac{B+C}{2} = 1$

ऐसे 3 pair हैं

$\therefore 1+1+1 = 3 \text{ Ans}$

(\*)  $\frac{A}{2} + \frac{B+C}{2}$

$= \frac{A+B+C}{2} = \frac{180}{2} = 90^\circ$



$$\begin{aligned}
 \textcircled{\#} \quad \cos(-\theta) &= +\cos\theta & \operatorname{cosec}(-\theta) &= -\operatorname{cosec}\theta \\
 \sin(-\theta) &= -\sin\theta & \sec(-\theta) &= +\sec\theta \\
 \tan(-\theta) &= -\tan\theta & \cot(-\theta) &= -\cot\theta
 \end{aligned}$$

$$\textcircled{34} \quad \frac{\cos(90+A) \cdot \sec(360-A) \cdot \tan(180-A)}{\sec(A-720) \cdot \sin(A+540) \cdot \cot(A-90)} = ?$$

$$\Rightarrow \frac{(-)\sin A \cdot \sec A \cdot (-)\tan A}{\sec A \cdot (-)\sin A \cdot (-)\tan A}$$

$\therefore \sin(540+A) \rightarrow$  तीसरा Quadr.

$\therefore \sin \equiv (-ve)$

$\Rightarrow 1$  Ans

$$\begin{aligned}
 \textcircled{*} \quad \sec(A-720) &= \sec(-(720-A)) \\
 &= \sec(720-A) \\
 &= \sec A
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{*} \quad \cot(A-90) &= \cot[-(90-A)] \\
 &= -\cot(90-A) \\
 &= -\tan A
 \end{aligned}$$

$$\textcircled{35} \quad x = y \cos \frac{2\pi}{3} = z \cos \frac{4\pi}{3}$$

$$xy + yz + zx = ?$$

$$x = y \cos \frac{2\pi}{3} = z \cos \frac{4\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{2\pi}{3} = \cos 120 = \cos(180-60) = -\cos 60 = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{4\pi}{3} = \cos 240 = \cos(180+60) = -\cos 60 = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{y}{2} = -\frac{z}{2} = K$$

$$x = K \mid y = -2K \mid z = -2K$$

$$\begin{aligned}
 \therefore xy + yz + zx &= K(-2K) + (-2K)(-2K) + (-2K)K \\
 &= -2K^2 + 4K^2 - 2K^2 = 0 \quad \text{Ans}
 \end{aligned}$$

OR Put values.

$$x = 1 \quad \left| \begin{array}{c} -\frac{y}{2} \\ y = -2 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{c} -\frac{z}{2} \\ z = -2 \end{array} \right|$$

$$\therefore xy + yz + zx = -2 \times 1 + (-2)(-2) + (-2) \times 1 \Rightarrow -2 + 4 - 2 = 0 \quad \text{Ans}$$



36]  $\sin(A+B-C) = \cos(A+C-B) = \tan(B+C-A) = 1$

$A+B+C = ?$

$\sin(A+B-C) = 1$

$\therefore \sin 90^\circ = 1$

$\therefore A+B-C = 90$

$\cos(A+C-B) = 1$

$\therefore \cos 0 = 1$

$\therefore A+C-B = 0$

$\tan(B+C-A) = 1$

$\tan 45 = 1$

$\therefore B+C-A = 45^\circ$

$\Rightarrow A+B-C = 90$

$A+C-B = 0$

$2A = 90$

$A = 45$

$B+C-A = 45$

$A+C-B = 0$

$2C = 45$

$C = \frac{45}{2}$

$A+C-B = 0$

$45 + \frac{45}{2} = B$

$\therefore B = \frac{135}{2}$

$\Rightarrow A+B+C = 45 + \frac{45}{2} + \frac{135}{2} = 135$  Ans

37]  $\frac{\tan 57^\circ + \cot 37^\circ}{\tan 33^\circ + \cot 53^\circ}$

$\tan 33^\circ + \cot 53^\circ$

$\tan 57^\circ + \cot 37^\circ$

$\tan(90-57^\circ) + \cot 53^\circ$

$\Rightarrow \frac{\tan 57^\circ + \frac{1}{\tan 37^\circ}}{\cot 57^\circ + \cot(90-53^\circ)}$

$\Rightarrow \frac{(\tan 57^\circ \cdot \tan 37^\circ) + 1}{\tan 37^\circ}$

$\frac{(\tan 57^\circ \cdot \tan 37^\circ) + 1}{\tan 57^\circ}$

(A)  $\tan 33^\circ \cdot \cot 53^\circ$  (B)  $\tan 53^\circ \cdot \cot 37^\circ$

(C)  $\tan 33^\circ \cdot \cot 57^\circ$

(D)  $\tan 57^\circ \cdot \cot 37^\circ$

$\frac{\tan 57^\circ + \frac{1}{\tan 37^\circ}}{\frac{1}{\tan 57^\circ} + \tan 37^\circ}$

$\Rightarrow \frac{1}{\tan 37^\circ} \times \tan 57^\circ$

$\Rightarrow \tan 57^\circ \cdot \cot 37^\circ$  Ans



38]  $\tan 40^\circ + 2 \tan 10^\circ = ?$

$40^\circ + 10^\circ = 50^\circ$

$\tan(40^\circ + 10^\circ) = \tan 50^\circ$

$\frac{\tan 40^\circ + \tan 10^\circ}{1 - \tan 40^\circ \tan 10^\circ} = \tan 50^\circ$

(A)  $\tan 40^\circ$  (B)  $\cot 40^\circ$

(C)  $\sin 40^\circ$  (D)  $\cos 40^\circ$

(\*)  $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B}$



$$\tan 40 + \tan 10 = \tan 50 - \tan 50 \cdot \tan 40 \cdot \tan 10$$

179

①

( $\because \tan A \cdot \tan B = 1$  if  $A+B=90^\circ$ )

$$\Rightarrow \tan 40 + \tan 10 = \tan 50 - \tan 10$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \tan 40 + 2 \tan 10 &= \tan 50 \\ &= \tan (90 - 40) \\ &= \cot 40 \quad \text{Ans.} \end{aligned}$$



#

$$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \cdot \tan B}$$

$$\tan(45+\theta) = \frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta} = \frac{\cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta - \sin\theta}$$

$$\tan(45-\theta) = \frac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta} = \frac{\cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta}$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$\textcircled{39} \quad \frac{\cos 15 - \sin 15}{\cos 15 + \sin 15} = ?$$

$$\Rightarrow \tan(45-15)$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{Ans}$$



#

$$\sin\theta \cdot \sin(60-\theta) \cdot \sin(60+\theta) = \frac{1}{4} \sin 3\theta$$

$$\cos\theta \cdot \cos(60-\theta) \cdot \cos(60+\theta) = \frac{1}{4} \cos 3\theta$$

$$\tan\theta \cdot \tan(60-\theta) \cdot \tan(60+\theta) = \tan 3\theta$$