

AE = 20
EB = 30

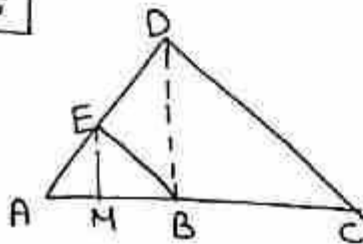
AE = 20
EB = 30

$\therefore AM$, $ME = 12$, $EB = 30$.

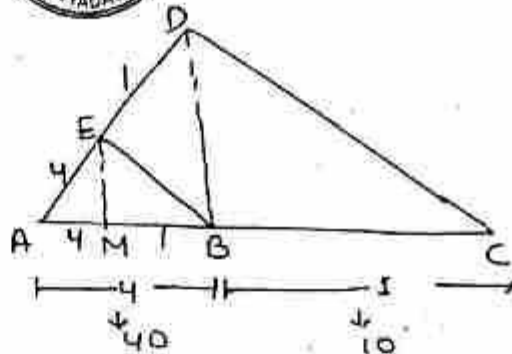
$n : mB$
 $4 : 21$ Ans



45



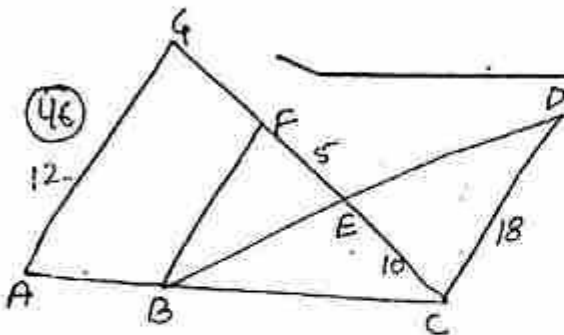
AB : BC = 4 : 1
MB : BC = ?



AM = 32
MB = 8
BC = 10

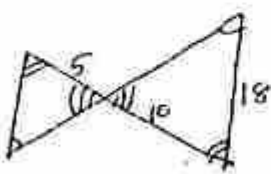
MB : BC
8 : 10

4 : 5 Ans



FE = 5
EC = 10
DC = 18
AG = 12
GC = ?
AG || BF || CD

I

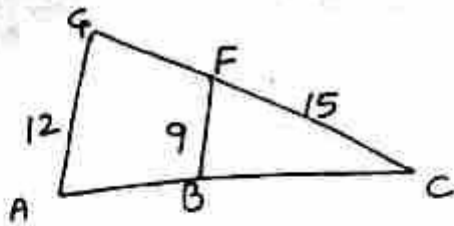


$\frac{FB}{18} = \frac{5}{10}$

FB = 9



#



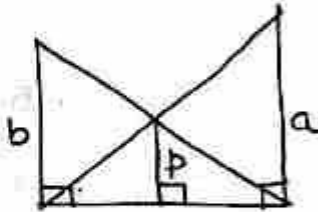
$$\frac{5}{15} = \frac{9}{24}$$

$$CG = 20$$

Ans

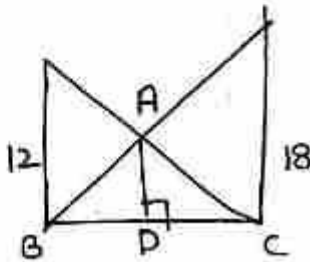


#



$$p = \frac{ab}{a+b}$$

47



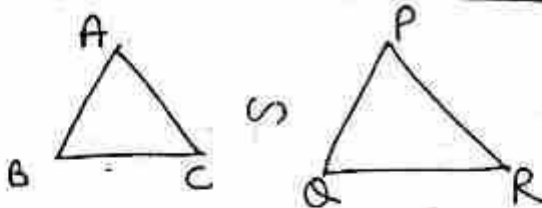
$$AD = \frac{12 \times 18}{30} = \frac{36}{5}$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{36}{5} = \frac{108}{5}$$

$$BC = 6$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = ?$$

#

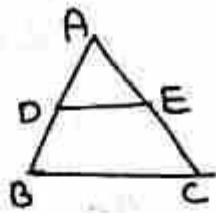


$$\frac{\text{क्षेत्रफल}(\Delta ABC)}{\text{क्षेत्रफल}(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{AC}{PR}\right)^2 = \left[\frac{P(\Delta ABC)}{P(\Delta PQR)}\right]^2 =$$

$$\left(\frac{\text{माध्यिका/कोण विभाजक/ऊँचाई} \Delta ABC}{\text{माध्यिका/कोण विभाजक/ऊँचाई} \Delta PQR}\right)^2$$

48

ΔABC में BC के समानांतर एक लाइन DE खींची गई और यह Δ को समान क्षेत्रों में बांट देती है। $\frac{AD}{DB}$ ज्ञात करो.



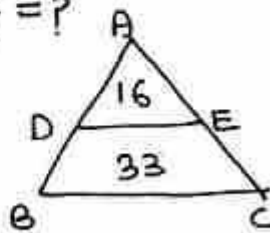
	क्षेत्री $\triangle ADE$	बड़ी $\triangle ABC$
क्षेत्र	1	2
भुजा	1	$\sqrt{2}$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$DB = \sqrt{2} - 1 \quad \therefore \frac{AD}{DB} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \text{ Ans}$$

49 $\triangle ABC$ में BC के समानान्तर एक लाइन DE इस प्रकार खींची गई कि $\triangle ADE$ का क्षेत्र : $\square BCED$ का क्षेत्र = 16 : 33.

$$\frac{AD}{DB} = ?$$



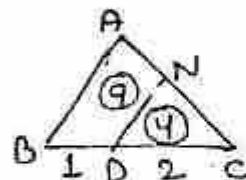
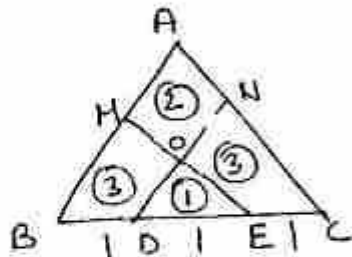
	$\triangle ADE$	$\triangle ABC$
क्षेत्र	16	49
भुजा	4	7
	\downarrow AD	\downarrow AB

$$\therefore DB = 7 - 4 = 3 \quad \therefore \frac{AD}{DB} = \frac{4}{3} \text{ Ans}$$

50 $\triangle ABC$ में BC पर दो बिन्दु D व E इस प्रकार हैं कि ये BC को तीन समान भागों में बांटते हैं।

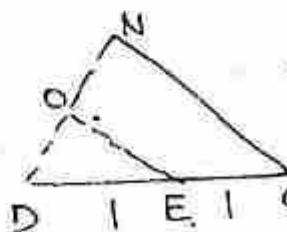
$DN \parallel AB$
 $EM \parallel AC$

$$\frac{\triangle DOE \text{ का क्षेत्र} + \square AMON \text{ का क्षेत्र}}{\triangle ABC \text{ का क्षेत्र}} = ?$$



$$\triangle ABC \text{ का क्षेत्र} = 9$$

$$\triangle DNC \text{ का क्षेत्र} = 4$$



$$\triangle DNC \text{ का क्षेत्र} = 4$$

$$\triangle ODE \text{ क्षेत्र} = 1$$

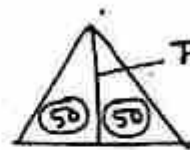
$$\triangle EMB \text{ का क्षेत्र} = 4$$

$$\therefore \frac{1 + 4}{9} = \frac{5}{9} \text{ Ans}$$

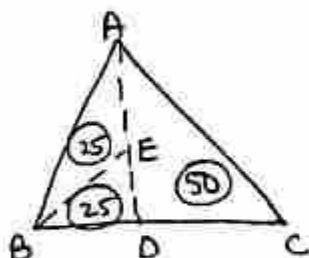


61) $\triangle ABC$ में, BC का मध्य बिन्दु D है और AD का मध्य बिन्दु E है।

$\triangle ABE$ का क्षेत्रफल : $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल = ?



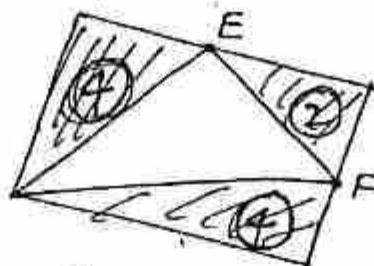
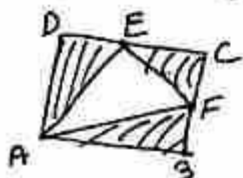
माधिका
(नेत्र विभाजक)



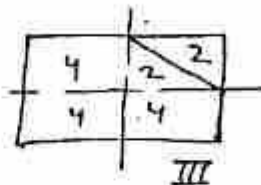
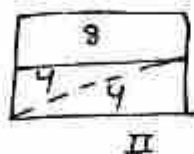
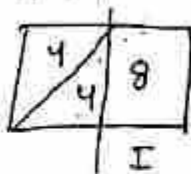
$\triangle ABC$ का क्षेत्रफल = 100 (मान लो)

$$\frac{\triangle ABE \text{ क्षेत्रफल}}{\triangle ABC \text{ क्षेत्रफल}} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \quad \text{Ans}$$

52) $ABCD$ एक समानान्तर चतुर्भुज है। E व F क्रमशः DC और BC के मध्य बिन्दु हैं। दायीं कि भाग व अदायीं कि भाग के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात करो ?



माना $\square ABCD$ का क्षेत्रफल = 16



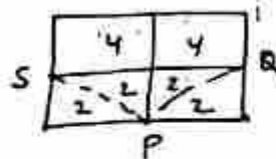
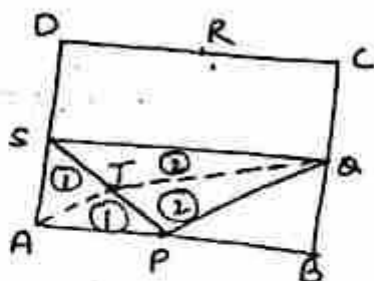
$$\frac{\text{दायीं कि भाग}}{\text{अदायीं कि भाग}} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \quad \text{Ans}$$

53) A, B, C, D किसी समानान्तर चतुर्भुज के शीर्ष हैं। P, Q, R, S क्रमशः AB, BC, CD व DA के मध्य बिन्दु हैं। T, PS का मध्य बिन्दु है।

$\triangle ATS$ का क्षेत्रफल : $\triangle PTB$ का क्षेत्रफल = ?

माना $\square ABCD$ का क्षेत्र = 16

94

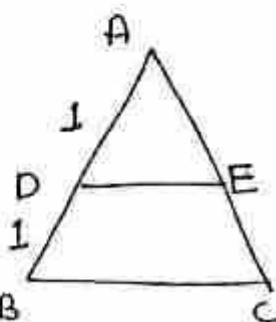
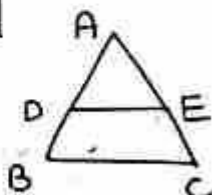


$\triangle SPQ$ का क्षेत्र = 4



$$\therefore \frac{\triangle ATS}{\triangle PTQ} = \frac{1}{2} \text{ Ans.}$$

54



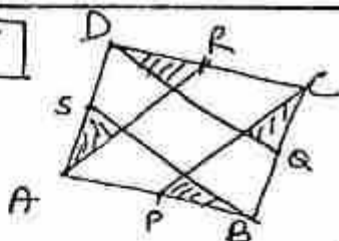
$$\frac{\triangle ADE \text{ का क्षेत्र}}{\triangle ABC \text{ का क्षेत्र}} = \frac{(1)^2}{(2)^2}$$

D व E मध्य बिन्दु हैं।

$\triangle ADE$ का क्षेत्र : $\triangle ABC$ का क्षेत्र = ?

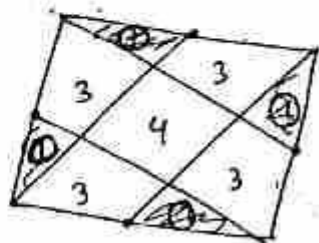
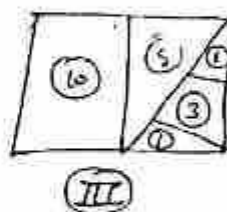
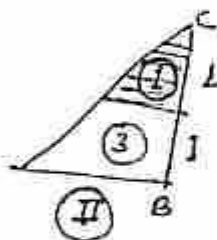
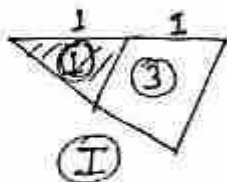
$$= \frac{1}{4} \text{ Ans}$$

55



$ABCD$ किसी समानांतर च० के शीर्ष हैं।
P, Q, R, S क्रमशः AB, BC, CD और DA के मध्य बिन्दु हैं। छायांकित भाग और अछायांकित भाग के क्षेत्र का अनुपात ज्ञात करो।

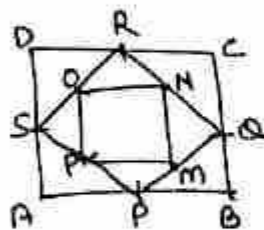
माना $\square ABCD$ का क्षेत्र = 20



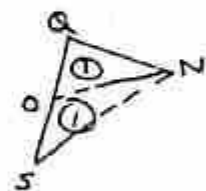
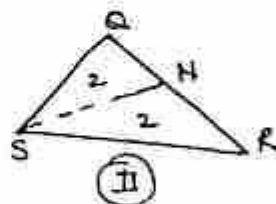
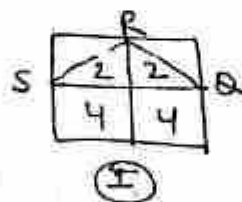
$$\frac{\text{छायांकित भाग का क्षेत्र}}{\text{अछायांकित भाग का क्षेत्र}} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \text{ Ans}$$

- 56] A, B, C, D किसी समानांतर चतुर्भुज के शीर्ष हैं। P, Q, R, S क्रमशः AB, BC, CD, DA के मध्य बिन्दु हैं। M, N, O, E क्रमशः PQ, QR, RS, SP के मध्य बिन्दु हैं

ΔSON का क्षेत्र : $\square ABCD$ का क्षेत्र = ?



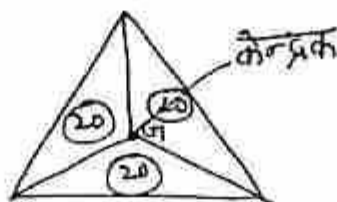
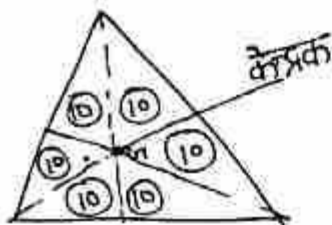
$\square ABCD$ का क्षेत्र = 16 (माना)



$$\therefore \frac{\Delta SON}{\square ABCD} = \frac{1}{16} \quad \underline{\text{Ans}}$$

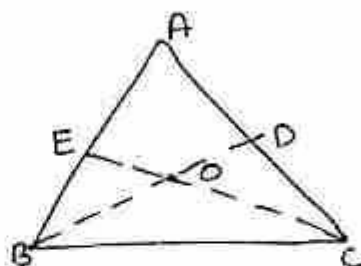
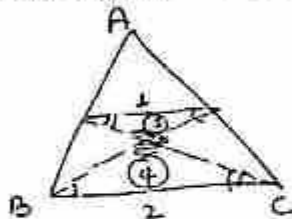


(#)



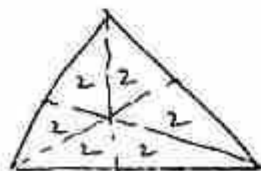
- 57] ΔABC में BD व CE दो माध्यिकाएं हैं जो एक दूसरे को O पर काटती हैं।

(A) ΔDOE का क्षेत्र : ΔBOC का क्षेत्र



$$\therefore \frac{\Delta DOE}{\Delta BOC} = \frac{1}{4}$$

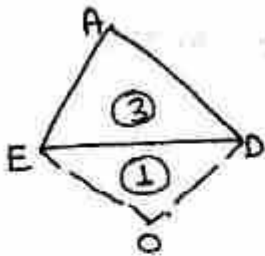
(B) ΔDOE क्षेत्र : ΔDOC क्षेत्र = ?



1:2 Ans



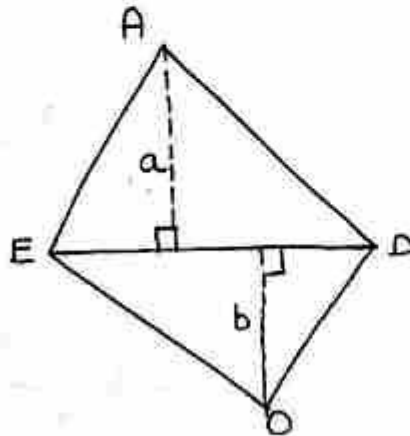
(C) $\triangle DOE$ का क्षेत्रफल : $\triangle ADE$ का क्षेत्रफल = ?



$$\frac{\triangle DOE}{\triangle ADE} = \frac{1}{3} \quad \underline{\text{Ans.}}$$



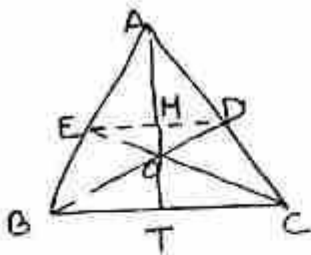
(#)



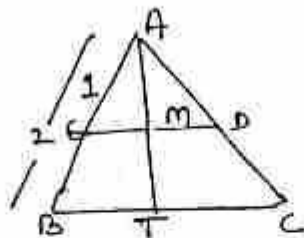
$$\frac{\triangle AED \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle EOD \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{\frac{1}{2} \times ED \times a}{\frac{1}{2} \times ED \times b} = \boxed{\frac{a}{b}}$$

अगर दो त्रिभुज समान आधार पर हों तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात समान आधार पर डाले गए लंबों के अनुपात के बराबर होता है।

[58] किसी $\triangle ABC$ में, BD व CE दो माध्यिकाएं हैं जो O पर मिलती हैं। रेखा AO और ED, M पर मिलती हैं। $AM : MO = ?$



$$\left. \begin{array}{l} AO = 4 \\ OT = 2 \end{array} \right\} \text{माना } \therefore AO : OT = 2 : 1$$



$$AM = 6$$

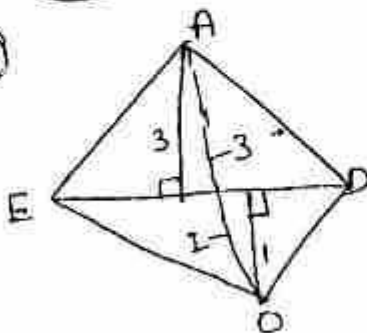
$$MO = 3$$

अगर दो त्रिभुज समरूप हैं तो उनकी भुजा का अनुपात उनकी माध्यिका के अनुपात के बराबर होता है।

$$\therefore \frac{AM}{MO} = \frac{6}{3} \quad \underline{\text{Ans.}}$$

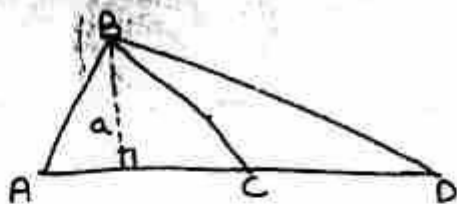


(*)



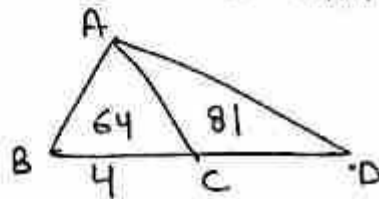
$$\frac{\triangle AED \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle EOD \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{3}{1}$$

59

 ΔABC का क्षेत्र = 64 cm^2 ΔBCD का क्षेत्र = 81 cm^2 $AC = 4$, $CD = ?$ 

$$\frac{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र}}{\Delta BCD \text{ का क्षेत्र}} = \frac{\frac{1}{2} \times AC \times h}{\frac{1}{2} \times CD \times h} \Rightarrow \frac{64}{81} = \frac{4}{CD} \quad CD = \frac{81}{16}$$

(*) अगर दो त्रिभुजों का एक common शीर्ष हो और आधार एक सीधी रेखा हों तो उनके क्षेत्रों का अनुपात उनके आधार की लंबाई के अनुपात के समान होता है।

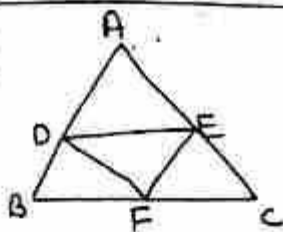


$$\therefore \frac{64}{81} = \frac{4}{CD}$$

$$\therefore CD = \frac{81}{16}$$



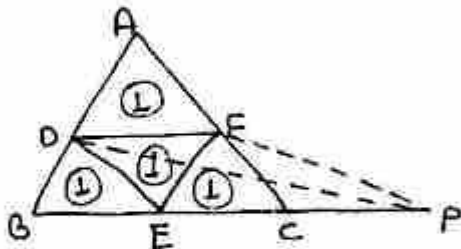
59



$$\frac{\Delta DEF \text{ क्षेत्र}}{\Delta ABC \text{ क्षेत्र}} = 1 : 4$$

D, E, F मध्य बिन्दु हैं।

[60] ΔABC में BC को बिन्दु P तक बढ़ाया गया। D, E क्रमशः AB व AC के मध्य बिन्दु हैं। ΔDFP क्षेत्र : ΔABC क्षेत्र = ?



$$\Delta DFE \text{ क्षेत्र} = \Delta DFP \text{ क्षेत्र}$$

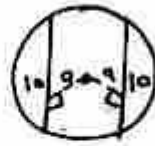
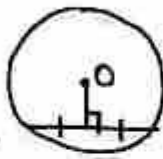
$$\therefore \Delta DFP \text{ का क्षेत्र} = 1$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्र} = 4$$

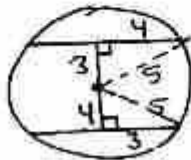
$$\text{अंशानुपात} = 1 : 4 \text{ सिद्ध}$$



(*) यदि दो त्रिभुजों का आधार समान हो व दोनों समानान्तर भुजाओं के बीच स्थित हो तो उनका क्षेत्रफल बराबर होगा.

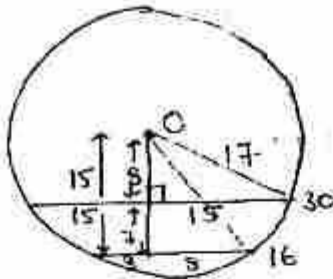


- 61 किसी वृत्त की त्रिज्या 5 cm है। केन्द्र के दोनों ओर 6 cm व 8 cm की दो जीवाएँ हैं। दोनों समानान्तर जीवाओं के बीच की लम्बवत दूरी ज्ञात करो।



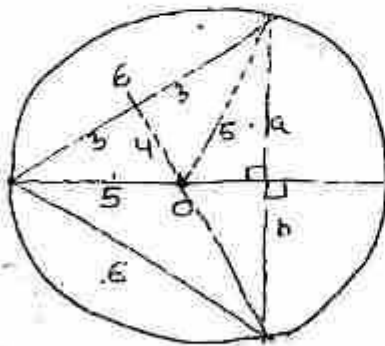
लम्बवत दूरी = $3 + 4 = 7$ cm.

- 62 केन्द्र के एक तरफ दो समानान्तर जीवाएँ 16 cm व 30 cm के बीच की दूरी ज्ञात करो यदि वृत्त की त्रिज्या 17 cm हो?



दूरी = 32 cm लिख

- 63 AB व AC किसी वृत्त की दो जीवाएँ हैं।
 $r = 5$ cm, $AB = AC = 6$ cm, $BC = ?$



$BC = 4.8 + 4.8 = 9.6$

$\triangle AOB =$ समद्विबाहु

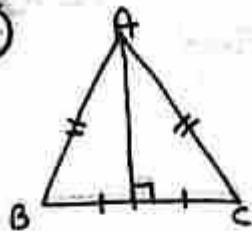
$\triangle AOB$ क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times a$

$a = 4.8$

||| $b = 4.8$

$\therefore BC = a + b = 9.6$

64



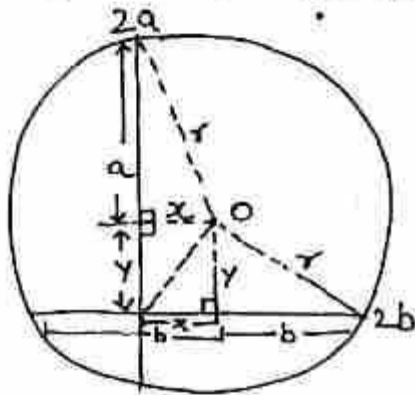
किसी समद्विबाहु त्रिभुज में यदि दोनों 'समान भुजाओं' के common शीर्ष से तीसरी भुजा पर लम्ब डाला जाए तो यह तीसरी भुजा को दो बराबर भागों में बाँट देता है।

$$AB = AC \text{ (common शीर्ष A)}$$

$$AD \perp BC$$

$$\therefore \boxed{BD = DC}$$

64 2a, 2b लम्बाई की दो जीवा एक दूसरे को 90° पर काटती हैं। वे जहाँ काटती हैं वहाँ से केन्द्र के बीच की दूरी c हैं। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करो यदि $c <$ त्रिज्या



$$a \quad \begin{array}{c} r \\ x \\ a \end{array} \rightarrow x^2 = r^2 - a^2$$

$$y \quad \begin{array}{c} r \\ c \\ y \end{array} \rightarrow y^2 = r^2 - c^2$$

$$y^2 = r^2 - (x^2 - a^2)$$

$$y^2 = r^2 - r^2 + a^2$$

$$y \quad \begin{array}{c} r \\ b \\ y \end{array} \rightarrow r^2 = y^2 + b^2$$

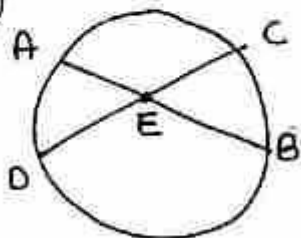
$$r^2 = (c^2 - r^2 + a^2) + b^2$$

$$r^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}$$

$$r = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}} \quad \text{Ans}$$

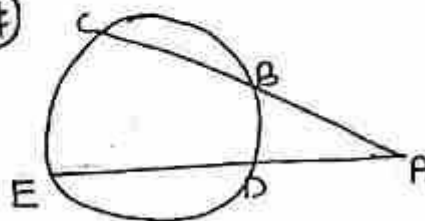


65



$$AE \times EB = CE \times ED$$

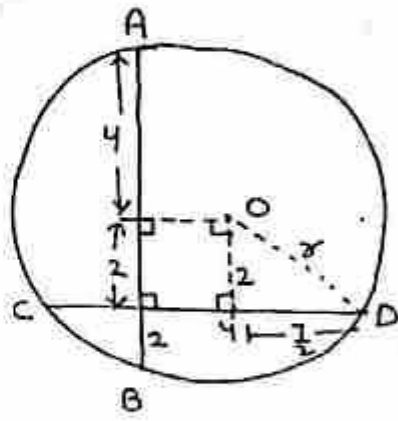
66



$$AB \times AC = AD \times AE$$

65] AB व CD किसी वृत्त की दो जीवा हैं जो एक दूसरे को 90° पर E पर काटती हैं।

$AE=6$, $EB=2$, $CE=3$, $x=?$



$$6 \times 2 = 3 \times ED$$

$$ED = 4$$

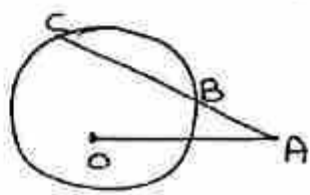
$$x^2 = 4 + \frac{49}{4}$$

$$x^2 = \frac{65}{4}$$

$$x = \frac{\sqrt{65}}{2} \text{ Any}$$

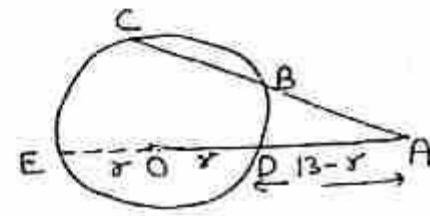


66



$AB=9$, $BC=7$

$AO=13$, $x=?$



$AD = 13-x$

$AE = 13+x$

$$\therefore 9 \times 16 = (13-x)(13+x)$$

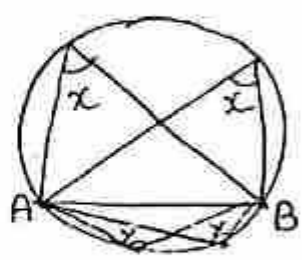
$$144 = 169 - x^2$$

$$x^2 = 25$$

$$\therefore x=5$$

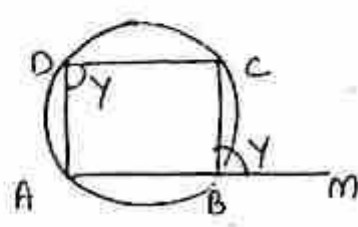


##



एक ही जीवा माथ वृत्त के केन्द्र के एक तरफ बनाए गए कोण समान होते हैं।

##



चक्रीय चतुर्भुज

$$A+C = B+D = 180^\circ$$

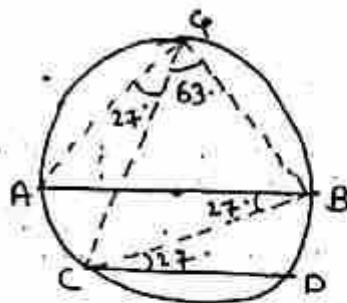
बाह्य कोण विपरीत भुज : कोण के समान होता है।

$$\angle CBM = \angle CDA = y$$

67 $AB \parallel CD$

$$\angle BCD = ?$$

$$\angle CDB = 63^\circ$$



$AB \rightarrow$ व्यास

व्यास द्वारा बना कोण $= 90^\circ$

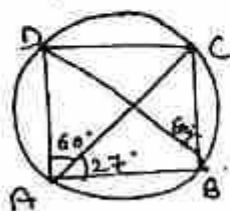
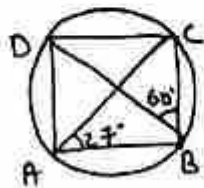
$$\angle APC = 90 - 63 = 27^\circ$$

$\therefore \angle ABC = 27^\circ$ (समान जीवा AC के कोण)

$AB \parallel CD$

$$\therefore \angle BCD = 27^\circ$$

68 $\angle BCD = ?$



$$\angle DBC = \angle DAC = 60^\circ$$

(समान जीवा DC द्वारा बने कोण)

$$A + C = 180^\circ$$

$$60 + C = 180$$

$$C = 120^\circ$$

69 किसी $\triangle ABC$ में $\angle A, \angle B, \angle C$ के कोण द्विभाजक परिवृत्त को D, E, F पर काटते हैं।

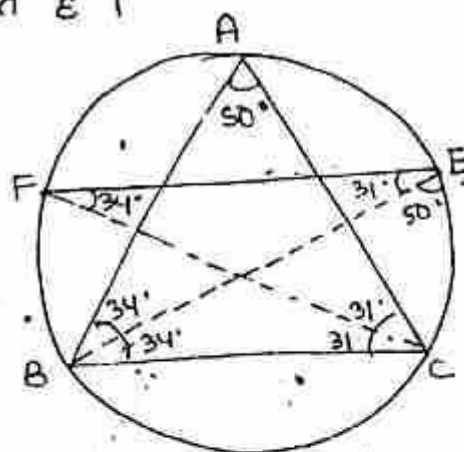
$$\angle A = 50^\circ$$

$$\angle EFC = 34^\circ$$

$$\angle FEB = ?$$

$$\angle FEC = ?$$

$$\angle AEC = ?$$



$$\angle EFC = \angle EBC = 34^\circ \text{ (समान जीवा EC द्वारा बने कोण)}$$

$$\angle B + \angle E = 180^\circ$$

$$68 + \angle E = 180$$

$$\angle FEC = 112^\circ$$

$$\angle C = 62^\circ \text{ (}\because \angle A = 50, \angle B = 68\text{)}$$

$$\angle FEB = \angle FCB = 31^\circ \text{ (समान जीवा FB द्वारा बने कोण)}$$

$$\angle BAC = \angle BEC = 50^\circ \text{ (समान जीवा BC द्वारा बने कोण)}$$

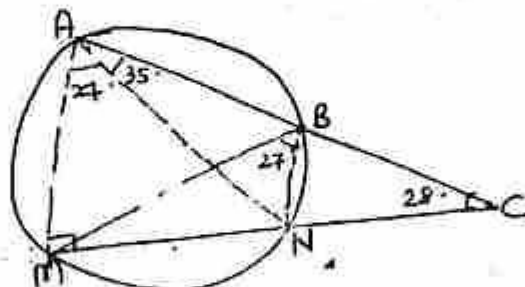
$$\angle AEC = 180 - (34 + 34 + 31 + 50) = 31^\circ \text{ (चक्रीय चतुर्भुज)}$$

- (70) ABC व MNC किसी वृत्त की दो छेदक रेखा हैं जो वृत्त के बाहर C बिन्दु पर काटती हैं। AN वृत्त का व्यास है

$$\angle C = 28^\circ$$

$$\angle NAB = 35^\circ$$

$$\angle MBN = ?$$



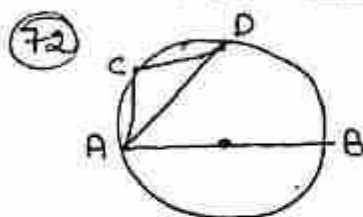
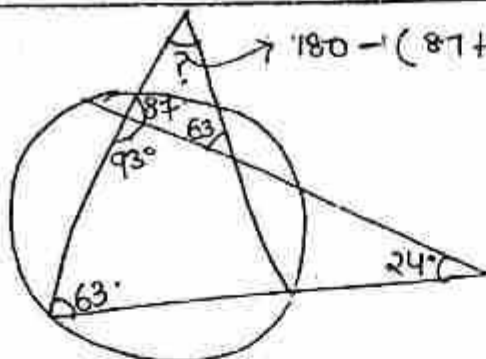
AN \rightarrow व्यास

$$\angle AMN = 90^\circ \text{ (अर्धवृत्त में बना कोण)}$$

$$\angle MAN = 180^\circ - (90 + 28 + 35) = 27^\circ$$

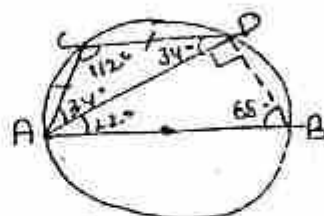
$$\angle MBN = 27^\circ \text{ (समान जीवा MN द्वारा बने कोण)}$$

- (71) $180 - (87 + 69) = 30^\circ$



$$CA = CD$$

$$\angle DAB = ?$$



$$\angle DAB = 22^\circ$$



- (73) AC व BC किसी वृत्त की दो जीवाएं हैं। लाइन BA को P बिन्दु तक बढ़ाया गया, जब CP को मिलाया गया तो यह वृत्त को T पर काटती है।

$$AC = BC$$

$$CT = 5$$

$$CP = ?$$

$$BC = 8$$



$$\frac{5}{8} = \frac{8}{5}$$

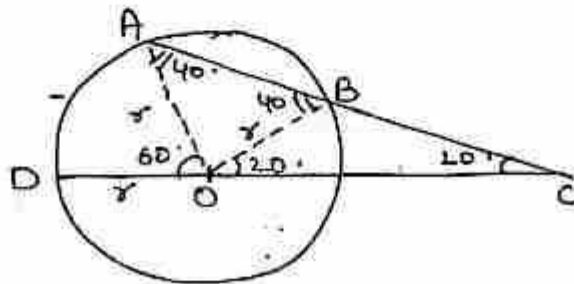
$$\therefore CP = \frac{64}{5} = 12.8$$

74 AB किसी वृत्त की जीवा है। DOC एक लाइन है जो वृत्त के स्पर्क बिन्दु D से शुरू होती है। AB का बड़ा हुआ भाग DOC को C पर मिलता है।

$$BC = OD$$

$$\angle BCD = 20^\circ$$

$\angle AOD = ?$



$$\angle AOD = 60^\circ$$

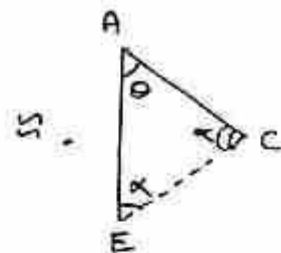
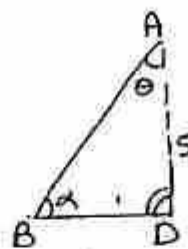
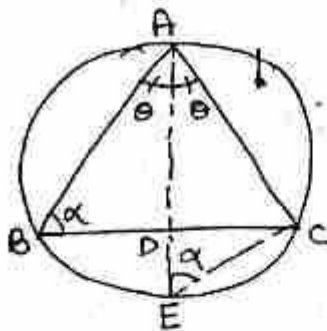
[उ5] $\triangle ABC$ में $\angle A$ का कोण द्विभाजक BC को D पर काटता है तथा AD को E पर मिलता है।

$$DE = 3$$

$$A \subseteq Y$$

$$AD = 5$$

$AB = ?$



$$\frac{AB}{-8-2} = \frac{5}{4}$$

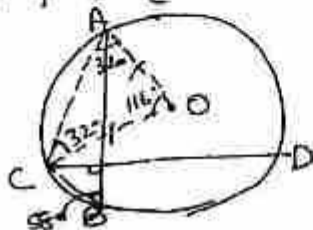
$$AB = 10$$



[76] AB व CD किसी वृत्त की दो जीवा हैं जो एक-दूसरे को 90° पर काटती हैं। O वृत्त का केन्द्र है। $\angle AOC = 58^\circ$ (समान जीवा AC व AD पर)

$$\angle CAO = 32^\circ$$

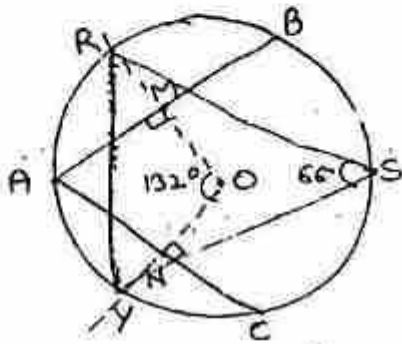
$\angle BCD = ?$



$\angle CBA = 58^\circ$ (समान जीवा AC द्वारा केन्द्र पर बने कोण का आधा)

$$\angle BCD = 180 - (90 + 58)$$
$$= 32^\circ \text{ Ans}$$

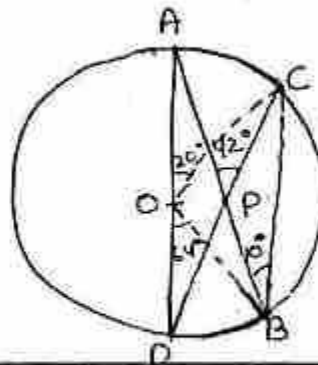
- 104
 74) AB व AC किसी वृत्त की दो जीवा हैं, M व N उनके मध्य बिन्दु हैं। OM और ON को बढ़ाया गया जो परिवृत्त को R और Y पर काटती हैं। S बड़ी चाप RY पर कोई बिन्दु है। $\angle A = 48^\circ$ $\angle RSY = ?$



$\angle SY = 66^\circ$ $\angle RY$ द्वारा बना कोण केन्द्र पर बने कोण से आधा होगा.

- 18) AB व CD किसी वृत्त की दो जीवा हैं जो P बिन्दु पर मिलती हैं।

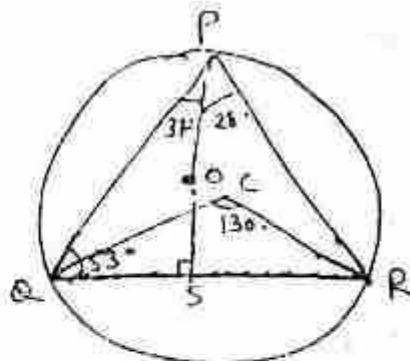
$\angle AOC = 20^\circ$
 $\angle APC = 42^\circ$
 $\angle BOD = ?$



$\angle BOD = 64^\circ$

- 79) O व C क्रमशः किसी $\triangle PQR$ के लम्बकेन्द्र व परिकेन्द्र हैं। P और O को मिलाकर बढ़ाया गया जो QR को S पर काटती है।

$\angle OLR = 130^\circ$
 $\angle RPS = ?$
 $\angle PQS = 53^\circ$



$\angle RPS = 48^\circ$



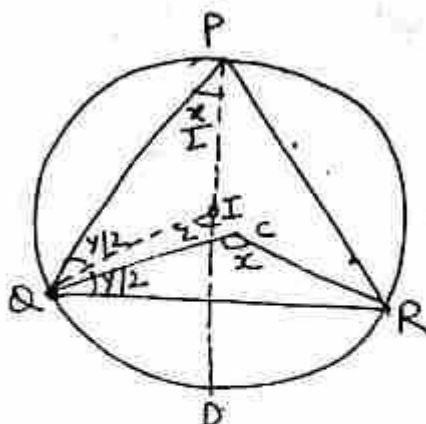
80 $\triangle PQR$ में I और C क्रमशः अन्तःकेंद्र व परिकेंद्र हैं। PI को बढ़ाया गया जो परिवृत्त को D पर मिलती है।

$$\angle QCD = x$$

$$\angle PQR = y^\circ$$

$$\angle QID = z^\circ$$

$$\frac{5x + 5y}{3z} = ?$$

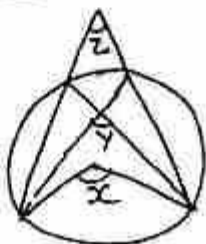


$$z = \frac{x}{2} + \frac{y}{2}$$

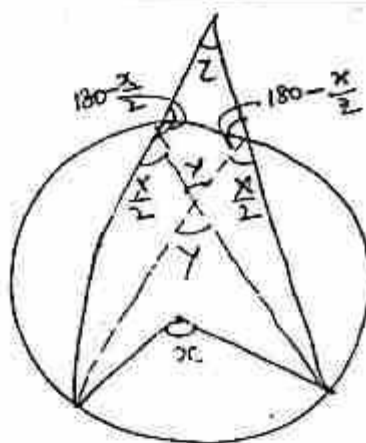
$$2z = x + y$$

$$\frac{5x + 5y}{3z} = \frac{5(x+y)}{3z} = \frac{5 \times 2z}{3z} = \frac{10}{3} \text{ Ans}$$

81



$$\frac{4y + 4z}{3x} = ?$$



$$y + z + 180 - \frac{x}{2} + 180 - \frac{x}{2} = 360^\circ$$

$$y + z - x = 0$$

$$y + z = x$$

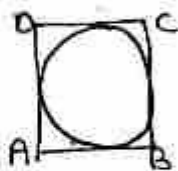
$$\therefore \frac{4(y+z)}{3x} = \frac{4x}{3x} = \frac{4}{3} \text{ Ans}$$

CLASS
55

By. Pardeep Choker

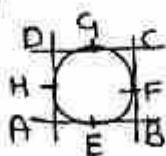
7206446517

82



$$AB + DC = AD + BC.$$

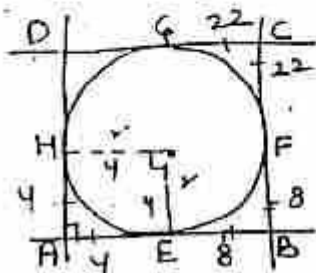
82



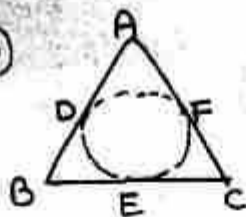
$$CH = 22 \quad r = ?$$

$$BC = 30$$

$$AB = 12$$

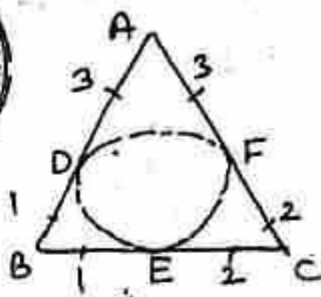


83



BE = 1
CF = 2
AD = 3

Δ किस प्रकार की है।

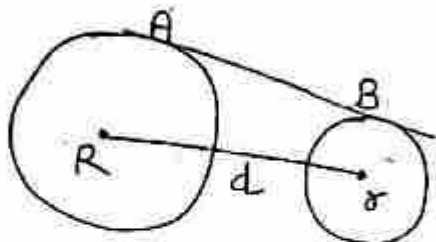


Δ की भुजा = 3, 4, 5

∴ समकोण Δ है।

स्पर्श रेखाएं

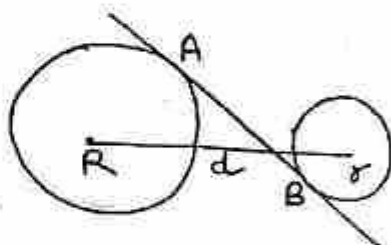
⊕



अनुस्पर्शयि अभ्यनिष्ठ स्पर्श रेखा = (AB) =

$$\sqrt{d^2 - (R - r)^2}$$

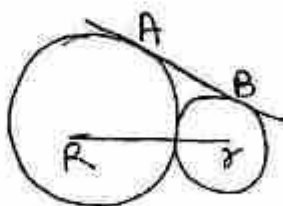
⊕



अनुप्रस्थ अभ्यनिष्ठ स्पर्श रेखा AB =

$$\sqrt{d^2 - (R + r)^2}$$

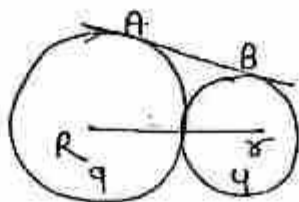
⊕



$$AB = 2\sqrt{Rr}$$



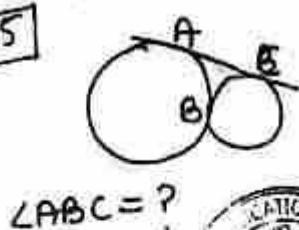
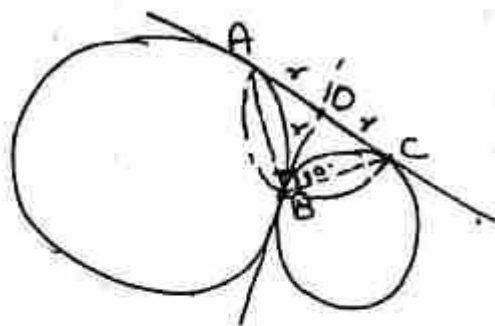
84) 9cm व 4cm त्रिज्या वाले दो वृत्त बाह्य स्पर्श करते हैं।
इनकी स्पर्श रेखा पर बनने वाले वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



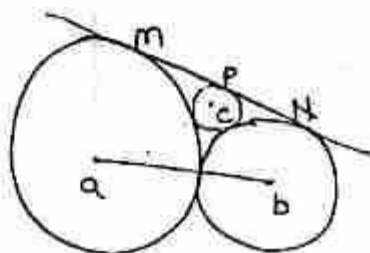
$$AB \text{ (वर्ग की भुजा)} = 2\sqrt{9 \times 4} = 12$$

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$$

85

 $\angle ABC = ?$  $\angle B = 90^\circ$

- 86] a cm व b cm त्रिज्या वाले दो वृत्त बाह्य स्पर्श करते हैं। तीसरा वृत्त जिसकी त्रिज्या c है इन दोनों को बाह्य स्पर्श करता है तथा इनकी स्पर्श रेखा को भी स्पर्श करता है। a, b, c में संबंध ज्ञात करो :-



$$\begin{array}{ccc} MN & MP & PN \\ \sqrt{ab} & \sqrt{ac} & \sqrt{bc} \end{array}$$

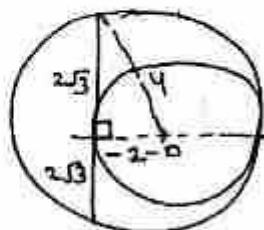
$$MN = MP + PN$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{ac} + \sqrt{bc}$$

$$\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{abc}} = \frac{\sqrt{ac}}{\sqrt{abc}} + \frac{\sqrt{bc}}{\sqrt{abc}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a}}$$

- 87] 4 cm व 3 cm त्रिज्या वाले दो वृत्त एक दूसरे को अन्तः स्पर्श करते हैं। बड़े वृत्त की सबसे बड़ी जीवा ज्ञात करो जो छोटे वृत्त के बाहर है।

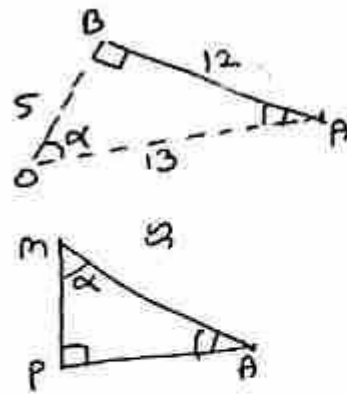
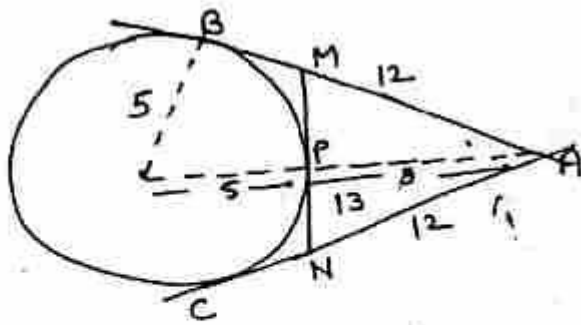


$$\sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7} = 2\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ Ans}$$



- 88] AB व AC किसी वृत्त की दो स्पर्श रेखाएं हैं। इस स्पर्श रेखा की लंबाई ज्ञात करो जो AB व AC को M तथा N पर काटती है।
 $MN = ?$, $r = 5$, $AB = 12$



$$\frac{MP}{5} = \frac{12}{13} \therefore MP = \frac{10}{3}$$

$$MN = \frac{10}{3} + \frac{10}{3} = \frac{20}{3}$$

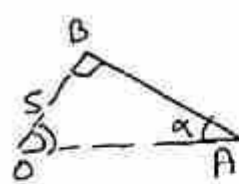
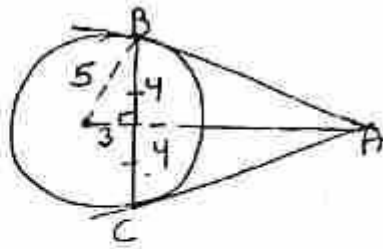
89] AB व AC किसी वृत्त की दो स्पर्श रेखाएँ हैं।

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$AB = ?$$

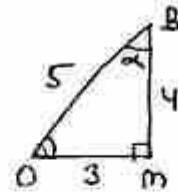
$$AO = ?$$

$$BC = 8$$



$$\frac{AB}{4} = \frac{5}{3}$$

$$AB = \frac{20}{3}$$



$$\frac{OA}{5} = \frac{5}{3}$$

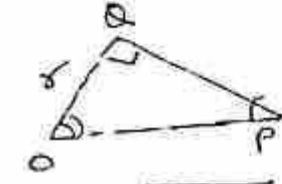
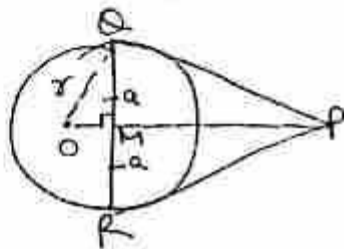
$$OA = \frac{25}{3}$$

90] PQ व PR किसी वृत्त की स्पर्श रेखाएँ हैं।

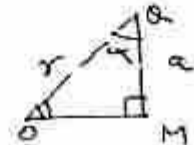
$$r = 8 \text{ cm}$$

$$QR = 2a$$

$$PQ = ?$$



$$OM = \sqrt{r^2 - a^2}$$



$$\frac{PQ}{a} = \frac{r}{\sqrt{r^2 - a^2}}$$

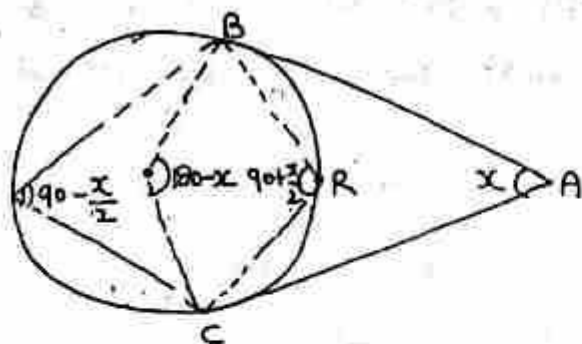
$$PQ = \frac{ar}{\sqrt{r^2 - a^2}}$$

Ans



91] AB व AC किसी वृत्त की दो स्पर्श रेखा हैं। छोटी चाप BC पर x कोर्स बिन्दु हैं।

$$\angle BRC = 115^\circ \quad \angle A = ?$$



$$\angle BRC = 90 + \frac{x}{2}$$

$$90 + \frac{x}{2} = 115$$

$$\frac{x}{2} = 25$$

$$x = 50^\circ$$

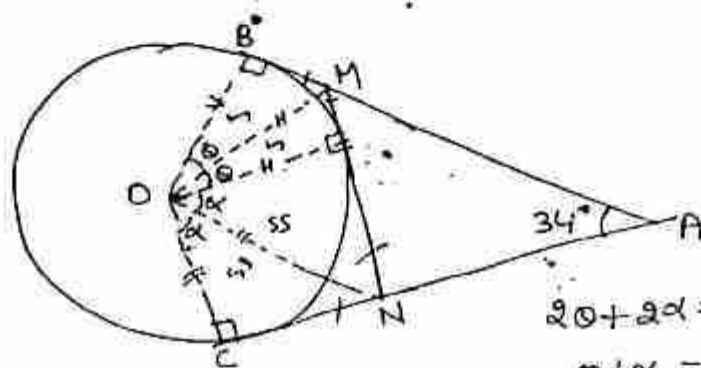


92 AB व AC किसी वृत्त की दो स्पर्श रेखा हैं। MN एक स्पर्श रेखा है जो AB व AC को M तथा N पर काटती है। जहाँ पर लाइन OA वृत्त को काटती है वहाँ पर MN स्पर्श नहीं करती।

O → केन्द्र

$\angle A = 34^\circ$

$\angle MON = ?$



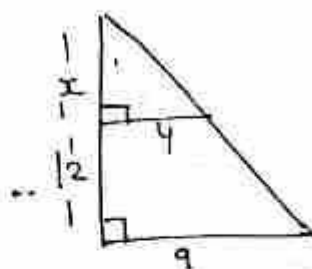
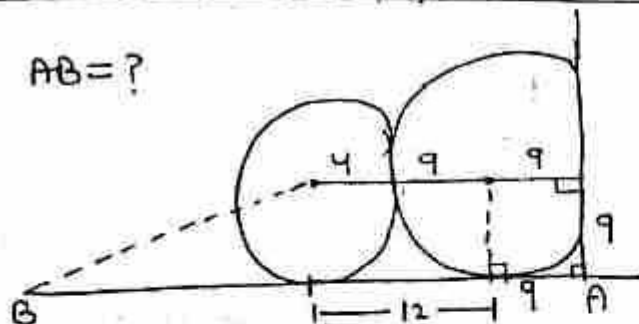
$$20 + 2x = 146^\circ$$

$$2x = 126^\circ$$

$$\angle MON = 73^\circ$$



93 AB = ?



$$\frac{x}{x+12} = \frac{4}{9}$$

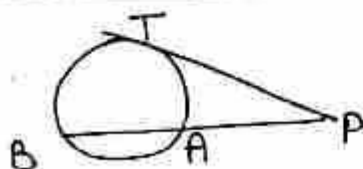
$$9x = 4x + 48$$

$$5x = 48, \therefore x = 9.6$$

$$AB = 12 + 9 + 9.6 = 30.6 \text{ cm.}$$



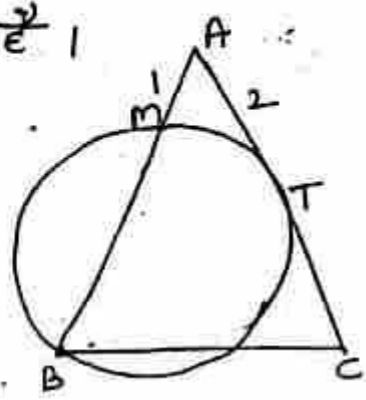
⊕



$$PT^2 = PA \times PB$$

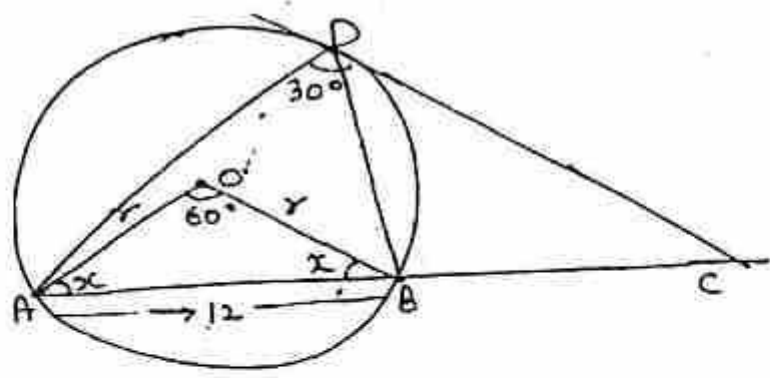
94 समबाहु $\triangle ABC$ में से वृत्त O से स्पर्श करता है, जो AC के मध्य बिन्दु को स्पर्श करता है और AB को M पर काटता है।

$AB = AC$
 $AM : MB = ?$



$AB = AC = 4$ (माना)
 $AT^2 = AM \times AB$
 $AM = 1$
 $AM : MB$
 $1 : 3$

95 $BC = 4$
 $\angle AOB = 30^\circ$
 $r = 12$
 $CD = ?$



$$x + x + 60^\circ = 180^\circ$$

$$x = 60$$

$\therefore \triangle AOB$ एक समबाहु त्रिभुज है।

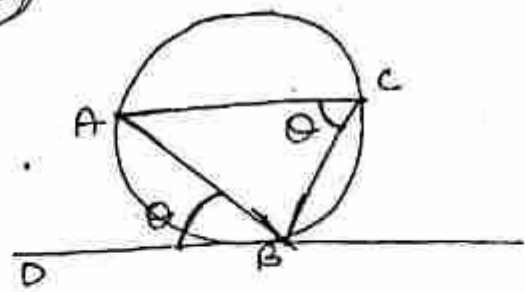
$$CD^2 = CB \times CA$$

$$CD^2 = 4 \times 16 = 64$$

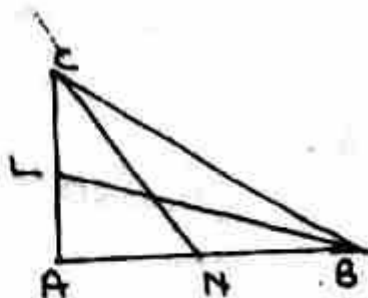
$$CD = \sqrt{64}$$

$$CD = 8 \text{ Ans.}$$

11



यदि चाप AB व स्पर्श रेखा BD मिलकर O कोण बनाती है तो चाप द्वारा वृत्त के दूसरे हिस्से में बना कोण O ही होगा।



$$4 \left[\left(\frac{3\sqrt{5}}{2} \right)^2 + CN^2 \right] = 5 \times 25$$

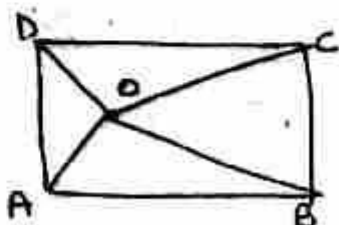
$$4 \left(\frac{45}{4} + CN^2 \right) = 125$$

$$45 + 4CN^2 = 125$$

$$4CN^2 = 80$$

$$CN^2 = 20 \quad \therefore CN = 2\sqrt{5}$$

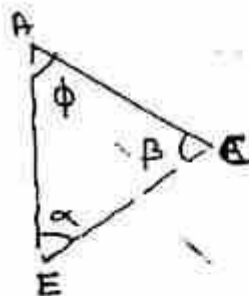
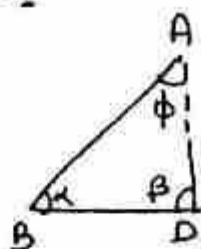
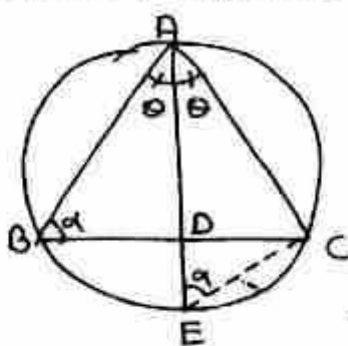
#



$$OD^2 + OB^2 = OA^2 + OC^2$$

[100] $\triangle ABC$ में $\angle A$ का द्विभाजक BC को D पर तथा परिवृत को E पर काटता है।

$$AB \times AC + DE \times AE = ?$$



$$\frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC}$$

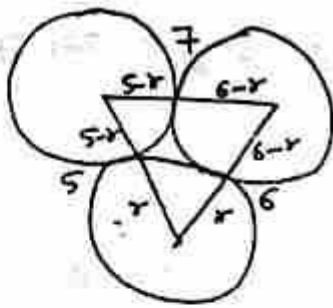
$$AB \times AC = (AE - DE) \times AE$$

$$= AE^2 - AE \times DE$$

$$AB \times AC + AE \times DE = AE^2 \quad \text{Ans}$$



[101] 3 वृत्त एक दूसरे को बाह्यतः स्पर्श करते हैं और उनके केन्द्रों के बीच की दूरी 5cm, 6cm, 7cm है। तीनों वृत्तों की मजिजा ज्ञात करो ?



$$5-r+6-r=7$$

$$-2r = -4$$

$$r=2$$

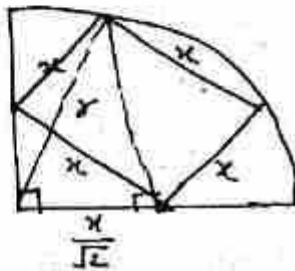
$$6-2=4$$

$$5-2=3$$

Any



102 किसी क्वार्टर (चतुर्थ) वृत्त में एक वर्ग इस प्रकार बनाया गया कि इसके दो शीर्ष केन्द्र से समान दूरी पर हैं तथा बाकी दो शीर्ष वृत्ताकार चाप पर हैं। यदि वर्ग की भुजा x cm हो तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करो:



$$r^2 = \frac{x^2}{2} + 2x^2$$

$$r^2 = \frac{5x^2}{2}; \quad r = \sqrt{\frac{5}{2}} x \quad \text{Any}$$

103 $\triangle ABC$ में D व E क्रमशः AC तथा BC के मध्य बिन्दु हैं

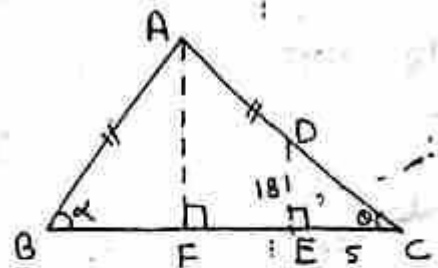
$$DE = 18$$

$$CE = 5$$

$$\angle DEC = 90^\circ$$

$$\tan \angle ABC = 3.6$$

$$AC : CD = ?$$



$$\tan \theta = \frac{P}{B} = \frac{18}{5} = 3.6$$

$$\tan \alpha = 3.6$$

$$\tan \theta = \tan \alpha \therefore \theta = \alpha$$

$$\therefore AB = AC$$

$$BF = FC$$

$$FC = \frac{BC}{2}$$

$$\triangle AFC \sim \triangle DEC$$

$$\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CF}$$

$$\frac{CD}{CA} = \frac{2CE}{BC}$$

$$CA : CD =$$

$$BC : 2CE$$

Any



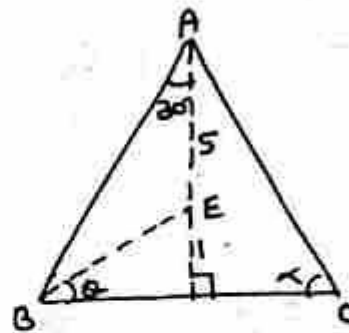
104 $\triangle ABC$ में BC पर बिन्दु D और AD पर बिन्दु E इस प्रकार हैं

$AD \perp BC$
 $AE : ED = 5 : 1$

$\angle BAD = 30^\circ$

$\tan \angle ACB = 6 \tan \angle DBE$

$\angle ACB = ?$



$\angle B = 60^\circ$

$\tan \theta = \frac{1}{BD}$

$\tan \alpha = \frac{6}{DC}$

$\tan \alpha = 6 \tan \theta$

$\frac{6}{DC} = \frac{6}{BD}$

$DC = BD$

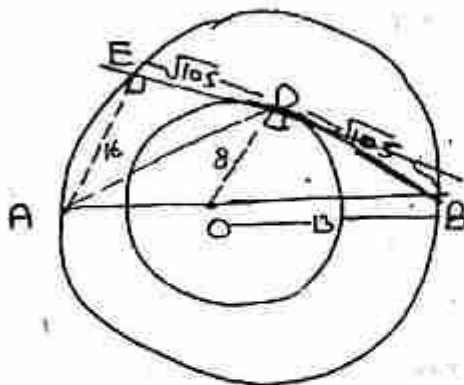
$\therefore AB = AC$

$\therefore \angle B = \angle C$

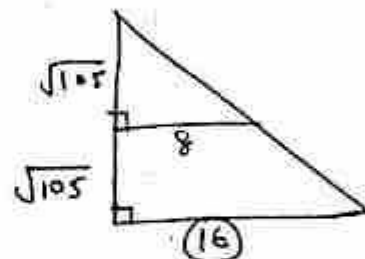
$\therefore \angle C = 60^\circ$ Ans



105 समान केन्द्र वाले दो वृत्तों की त्रिज्या 13 cm व 8 cm हैं AB बड़े वृत्त का व्यास है और BD छोटे वृत्त की स्पर्श रेखा है जो AB को D पर स्पर्श करती है और बड़े वृत्त को E पर काटती है A और D को जोड़ा गया। AD ज्ञात करो।



$BD = \sqrt{105}$

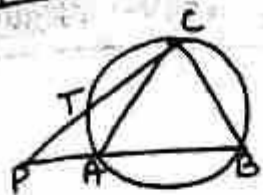


$AD = \sqrt{(\sqrt{105})^2 + 16^2}$

$= \sqrt{105 + 256} = \sqrt{361}$

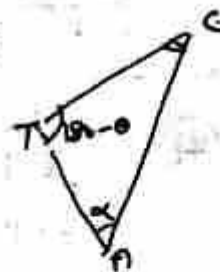
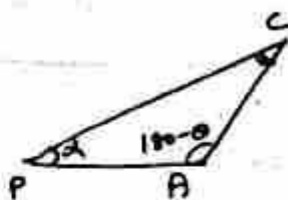
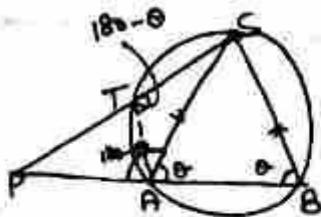
$AD = 19$ Ans

106 AC व BC दो जीवां हैं।



A) $CT:TP = AB:CA$

B) $CT:TP = CA:AB$



$$\frac{CT}{CA} = \frac{CA}{PC}$$

107 एक समद्विबाहु Δ में $\angle B = 90^\circ$. D त्रिभुज के अन्दर कोई बिन्दु है P और Q भुजा AB तथा AC पर कोई बिन्दु हैं -

$DP \perp AB$

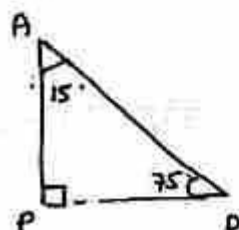
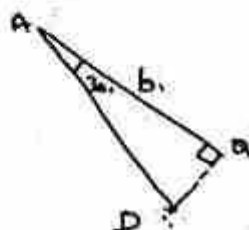
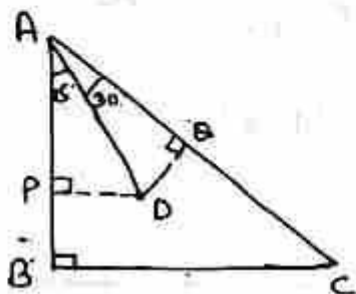
$DQ \perp AC$

$AP = a$

$AQ = b$

$\angle BAD = 15^\circ$

$\sin 75^\circ = ?$



$$\frac{AP}{b} = \sec 30^\circ$$

$$AD = \frac{2b}{\sqrt{3}}$$

$$\sin 75^\circ = \frac{a}{AD} = \frac{a}{\frac{2b}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}a}{2b}$$

$$\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{3}a}{2b} \quad \text{Ans}$$



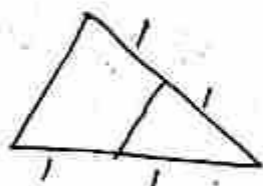
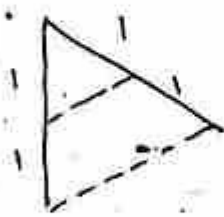
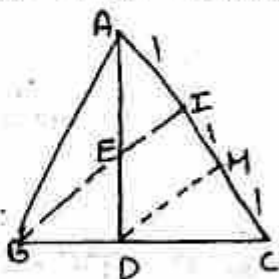
108 ΔABC में माध्यिका AD का मध्य बिन्दु E है। BE को बढ़ाने पर यह AC को I पर काटता है।

$AB = 18$

$AC = 15$

$BC = 20$

$CI = ?$



$$\begin{matrix} 3 & \longrightarrow & 15 \\ 1 & \longrightarrow & 5 \end{matrix}$$

$$CI = 10$$

⊕

$$4x + 3y = 12$$

$$2x + 5y = 10$$

$$x = \frac{15}{7}, y = \frac{8}{7}$$



⊕

$$a_1x + b_1y = c_1$$

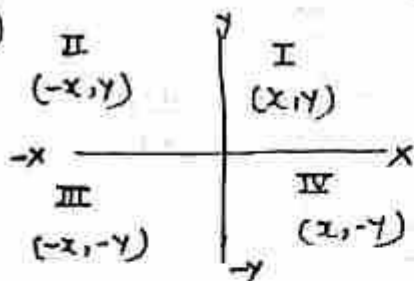
$$a_2x + b_2y = c_2$$

एक अद्वितीय हल $\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ X

कोई हल नहीं होगा $\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ==

अनन्त हल होंगे $\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ —

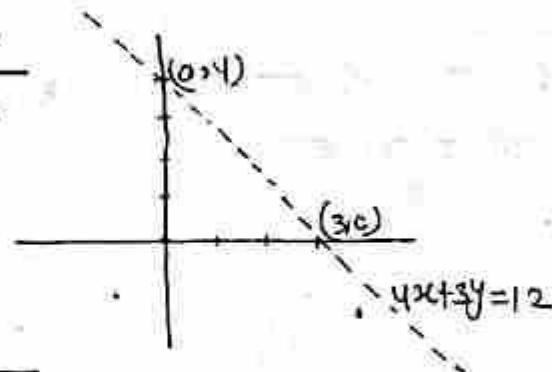
⊕



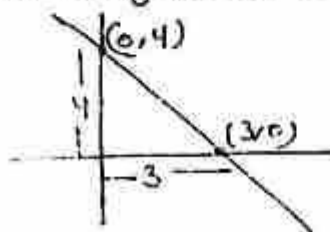
① $4x + 3y = 12$

$x=0, y=4 \Rightarrow (0, 4)$

$y=0, x=3 \Rightarrow (3, 0)$



② रेखा $4x + 3y = 12$, x-axis, y-axis द्वारा बने Δ का क्षेत्र ज्ञात करें।



$$\begin{aligned} \Delta \text{ का क्षेत्र} &= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \\ &= 6 \text{ Ans} \end{aligned}$$

OR यदि किसी Δ की दो भुजाएं x -axis व y -axis हो तो यह एक समकोण त्रिभुज होगी.

4 $4x + 3y = 12$

12 से भाग देने पर

$$\frac{4x}{12} + \frac{3y}{12} = \frac{12}{12} \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$$

आधार लम्ब

Δ का क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ एक

③ रेखा $8x + 6y = 60$, x -axis व y -axis द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्र ज्ञात करें

$8x + 6y = 60$

60 से भाग देने पर

$$\frac{8x}{60} + \frac{6y}{60} = \frac{60}{60}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{7.5} + \frac{y}{10} = 1$$

आधार लम्ब

Δ का क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times 7.5 \times 10$
= 37.5 एक



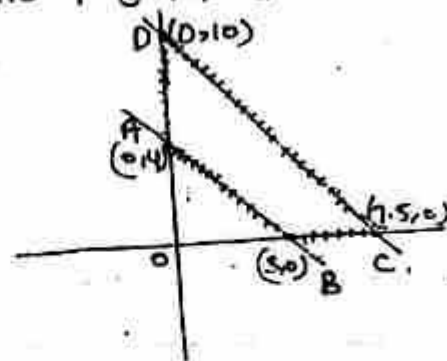
④ $8x + 6y = 60$, $4x + 3y = 12$, x -axis व y -axis द्वारा बने समलंब चतुर्भुज का क्षेत्र ज्ञात करें

$8x + 6y = 60$

x	0	7.5
y	10	0

$4x + 3y = 12$

x	0	3
y	4	0



ΔOCD का क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times 10 \times 7.5 = 37.5$

ΔOAB का क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

$\square ABCD$ का क्षेत्र = $\Delta OCD - \Delta OAB$
= $37.5 - 6$
= 31.5 एक



5) $5x+3y=15$, $15x+9y=270$, x -axis व y -axis द्वारा बने

समलंब चतुर्भज का क्षेत्र क्या होगा.

$15x+9y=270$ द्वारा बनी Δ का क्षेत्र

$$\frac{15x}{270} + \frac{9y}{270} = \frac{270}{270}$$

$$\frac{x}{18} + \frac{y}{30} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 18 \times 30 = 270$$

$5x+3y=15$ द्वारा बनी Δ का क्षेत्र.

$$\frac{5x}{15} + \frac{3y}{15} = \frac{15}{15} \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = 7.5$$

समलंब चतुर्भज का क्षेत्र = $270 - 7.5 = 262.5$ Ans.



6) $4x+3y=12$, $5x+7y=35$ व x -axis द्वारा बने Δ का क्षेत्र क्या होगा

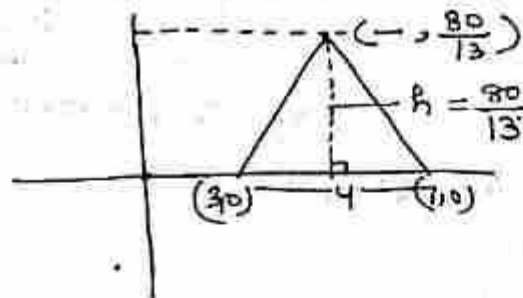
$$4x+3y=12$$

x	3	
y	0	

$$5x+7y=35$$

$$y=0, x=7$$

$$(7,0)$$



$$\left. \begin{array}{l} 4x+3y=12 \\ 5x+7y=35 \end{array} \right\} y = \frac{80}{13}$$

$$\Delta \text{ का क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{80}{13} = \frac{160}{13} \text{ Ans.}$$

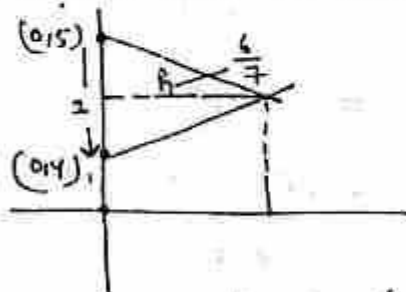
7) $x+2y=8$, $5x+3y=15$ व y -axis द्वारा बने Δ का क्षेत्र क्या होगा

$$x+2y=8$$

$$x=0, y=4 \Rightarrow (0,4)$$

$$5x+3y=15$$

$$x=0, y=5 \Rightarrow (0,5)$$



$$\left. \begin{array}{l} x+2y=8 \\ 5x+3y=15 \end{array} \right\} x = \frac{6}{7}$$

$$\Delta \text{ का क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{6}{7} = \frac{3}{7} \text{ Ans.}$$

⑧ $4x + 3y \geq 12$

119

$4x + 3y = 12$

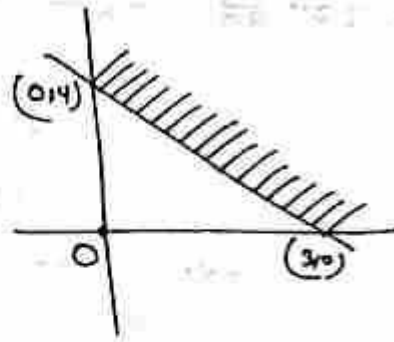
x	0	3
y	4	0

$4x + 3y \geq 12$

put $x=0, y=0$

$0+0 \geq 12$ (संतुष्ट नहीं करता, मतलब छाया उस भाग में बनेगी जिसमें $O(0,0)$ नहीं होगा)

अगर यह सत्य होता तो छाया वहाँ बतती जिस भाग में $O(0,0)$ होगा.



⑨ $x \geq -y$

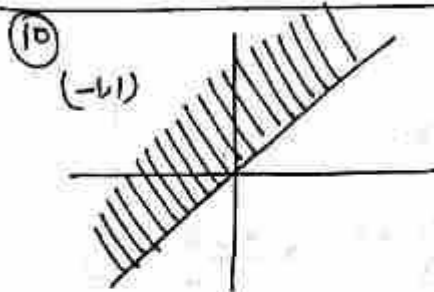
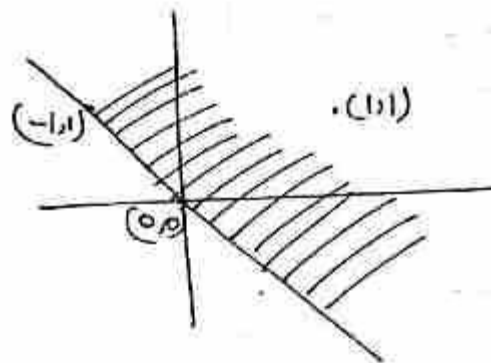
$x = -y$

x	y
0	0
-1	1

$x \geq -y$

put $x=1, y=1$

$1 \geq -1$ (सत्य, छाया उस भाग में बनेगी जहाँ $(1,1)$ होगा.)



इस लाइन के बिन्दु या तो दोनों +ve या दोनों -ve होंगे। So, option (c), (d) cancel.

option A : $x \geq y$
 $-1 \geq 1$ (X)

option B : ✓

put $x = -1, y = 1$
(∵ in 2nd quadrant)
to check the condition.

Ⓐ $x \geq y$ Ⓑ $x \leq y$

Ⓒ $x \geq -y$ Ⓓ $x \leq -y$

