

Generalized Freq. response for linear phase FIR filter :-

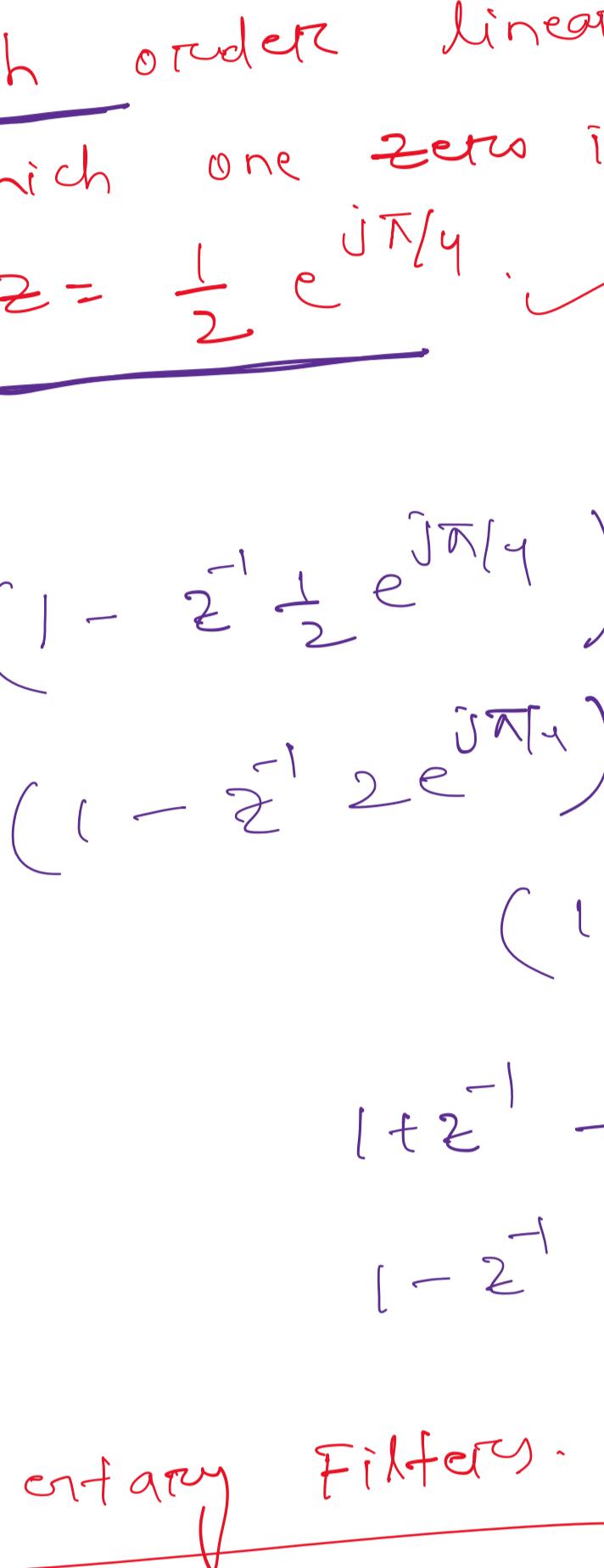
$$\checkmark H(e^{j\omega}) = e^{-j\frac{\omega N}{2}} e^{j\omega} \tilde{H}(\omega)$$

↓
pseudo-magnitude
fn.

$N = 0 \text{ or } \pi/2$

$$\checkmark H(z) = \pm z^{-N} H(z^*)$$

Zero-locations for linear phase FIR filter



→ If $h(n)$ is real, complex conjugate zero pairs present.

→ If zero (z_0) is on unit circle.

$$\frac{1}{z_0} = z_0$$

→ If any zero occurs in pure imaginary or complex form (except on unit circle), there will be occur a set of 4 zeros.

Ex

Find all possible zero locations for a 5th order linear phase FIR filter, in which one zero is given at $z = \frac{1}{2} e^{j\pi/4}$.

Soln

$$(1 - z^{-1} \frac{1}{2} e^{j\pi/4})(1 - z^{-1} \frac{1}{2} e^{-j\pi/4})$$

$$(1 - z^{-1} 2 e^{j\pi/4})(1 - z^{-1} 2 e^{-j\pi/4})$$

$$(1 \pm z^{-1}).$$

$$1+z^{-1} \rightarrow \text{Type-2}$$

$$1-z^{-1} \rightarrow \text{Type-4.}$$

Delay complementary

→ A set of L TFS $\{H_0(z), H_1(z) \dots H_{L-1}(z)\}$

is defined to be delay-complementary to each other iff

$$\sum_{i=0}^{L-1} H_i(z) = \beta z^{-n_0} \quad \beta \neq 0$$

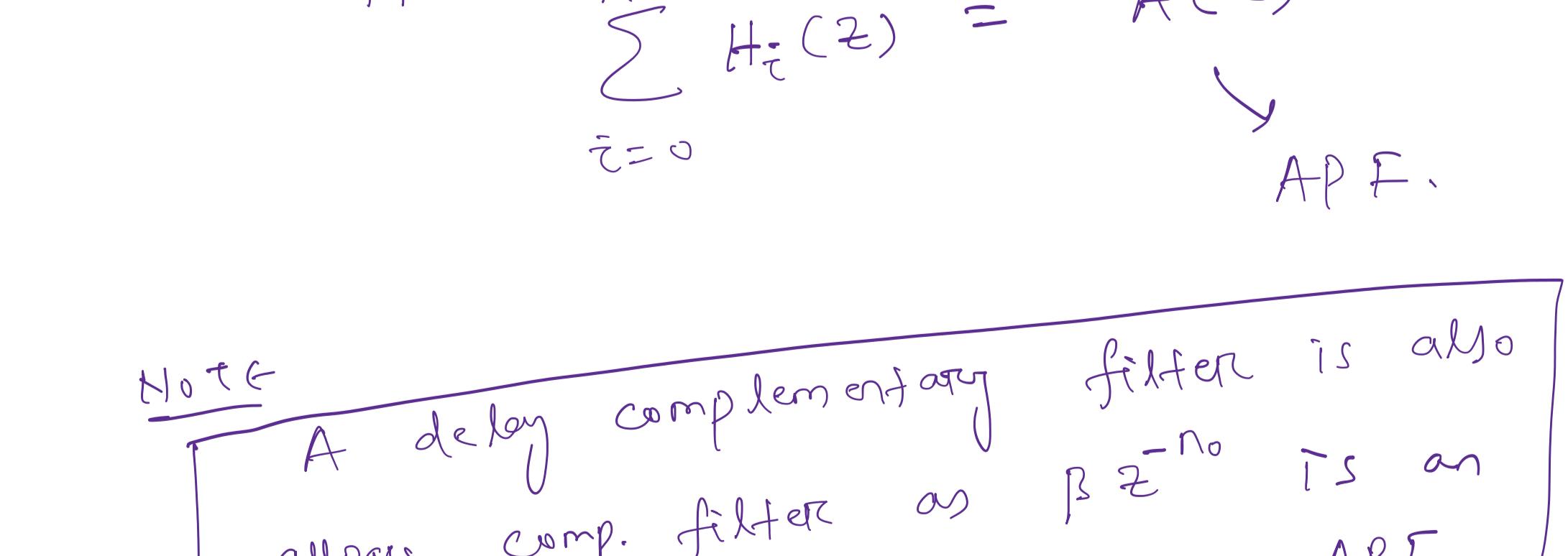
\therefore pure delay.
 $n_0 \rightarrow$ +ve integer

Let $L=2$

$$H_0(z) + H_1(z) = \beta z^{-n_0}.$$

→ If $H_0(z)$ is type-1 linear phase FIR filter with length $M = 2K+1$

$$\checkmark H_0(z) \rightarrow \text{LPF.}$$



$$\checkmark H_0(e^{j\omega}) = e^{-jK\omega} \tilde{H}_0(\omega)$$

$$\rightarrow H_1(e^{j\omega}) + H_0(e^{j\omega}) = e^{-jK\omega}$$

→ $H_1(z)$ is a linear phase FIR of order $2K+1$.

$$\Rightarrow H_1(e^{j\omega}) = e^{-jK\omega} - H_0(e^{j\omega})$$

$$= e^{-jK\omega} (1 - \tilde{H}_0(e^{j\omega}))$$

→ $H_1(z)$ is a

HPF.

$$\Rightarrow H_1(z) = z^{-10} - H_0(z).$$

$$= -\frac{1}{64} (1 - z^{-2})^4 (1 + 4z^{-2} + 5z^{-4} + 5z^{-8} + 4z^{-10} + z^{-12})$$

→ Bandpass filter.

$$\Rightarrow H_1(z) = z^{-10} - \frac{1}{64} (1 - z^{-2})^4 (1 + 4z^{-2} + 5z^{-4} + 5z^{-8} + 4z^{-10} + z^{-12})$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 1 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 1)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 2 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 2)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 4 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 4)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 8 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 8)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 16 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 16)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 32 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 32)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 64 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 64)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 128 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 128)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 256 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 256)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 512 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 512)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 1024 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 1024)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 2048 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 2048)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 4096 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 4096)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 8192 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 8192)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 16384 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 16384)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 32768 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 32768)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 65536 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 65536)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 131072 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 131072)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 262144 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 262144)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 524288 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 524288)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 1048576 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 1048576)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 2097152 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 2097152)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 4194304 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 4194304)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 8388608 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 8388608)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 16777216 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 16777216)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 33554432 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 33554432)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 67108864 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 67108864)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 134217728 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 134217728)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 268435456 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 268435456)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 536870912 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 536870912)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 1073741824 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 1073741824)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 2147483648 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 2147483648)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 4294967296 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 4294967296)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 8589934592 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 8589934592)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 17179869184 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 17179869184)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 34359738368 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 34359738368)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 68719476736 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 68719476736)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 137438953472 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 137438953472)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 274877906944 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 274877906944)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 549755813888 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 549755813888)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 1099511627776 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 1099511627776)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 2199023255552 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 2199023255552)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 4398046511104 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 4398046511104)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 8796093022208 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 8796093022208)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 17592186044416 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 17592186044416)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 35184372088832 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 35184372088832)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 70368744177664 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 70368744177664)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 140737488355328 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 140737488355328)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 281474976710656 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 281474976710656)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 562949953421312 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 562949953421312)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 1125899906842624 - 4z^{-8} - 5z^{-6} - 5z^{-4} - 4z^{-2} - 1125899906842624)$$

$$= \frac{1}{64} (z^{-10} - 22517998136$$