

# Интуиционистский подход к решению распределительных задач в условиях неопределенности

А. В. Боженюк<sup>1</sup>, С. Л. Беляков<sup>2</sup>, О. В. Косенко<sup>3</sup>, М. В. Князева<sup>4</sup>

Южный федеральный университет

<sup>1</sup>avb002@yandex.ru, <sup>2</sup>beliacov@yandex.ru, <sup>3</sup>o\_kosenko@mail.ru, <sup>4</sup>margarita.knyazeva@gmail.com

**Аннотация.** Вопрос наилучшего закрепления областей спроса за конкретным промежуточным центром является актуальным. При группировании областей спроса необходимо учитывать множество параметров, которые имеют неопределенный характер. В данной статье рассмотрен интуиционистский подход к решению распределительных задач, обладающий значительно большей информативностью, чем при применении классических нечетких методов. Проведен анализ применимости и адекватности данного подхода к решению задач принадлежности областей спроса к промежуточным центрам.

**Ключевые слова:** *распределение ресурсов; промежуточные центры; спрос; неопределенность параметров; интуиционистское нечеткое множество*

## I. ВВЕДЕНИЕ

Методы решения распределительных задач имеют эволюционное развитие, связанное с усложнением условий решения задач, особенно в ситуациях неопределенности и многокритериальности. Развитие производственных отношений и технологий распределения привело к необходимости создания распределительных центров [1, 2]. Функции этих распределительных центров могут выполнять, в зависимости от решаемой задачи, технологическое оборудование предприятий, банк производственных операций, банк ресурсов технических систем, складские помещения, хранящие информацию серверы сетей передачи дискретной информации и многое другое. Общим признаком распределительных центров является аккумуляция и хранение ресурсов при решении задачи их распределения, что связано с потребностью решения задач эффективного управления потреблением этих ресурсов на других уровнях [3, 4].

В качестве центров, обеспечивающих распределение ресурсов за закрепленными за ними потребителями, в работах ученых исследуются так называемые центры кластеризации (группирования) или промежуточные распределительные центры.

В работе [5] Мак Квин предлагает метод, где случайным образом выбираются  $k$  объектов, которые

принимаются в качестве центров кластеризации. Для каждого объекта находится ближайшая точка кластеризации, и если расстояние от выбранного объекта до центра кластеризации не больше заданной величины, то этот объект приписывается данному центру кластеризации. В качестве целевой функции берется внутригрупповая сумма квадратов отклонений. Модели von Toenen и Weber основаны на минимизации затрат [6]. Модель J. Edgar Hoover учитывает при выборе местоположения промежуточного центра не только затраты, но и спрос, при этом автор метода говорит об отсутствии линейной зависимости между транспортными тарифами и расстоянием [7]. Согласно модели Melvin Greenheart, наилучшим будет такое размещение промежуточных центров, при котором прибыль будет максимальна [8].

Принципиальный недостаток представленных методов состоит в том, что задача по размещению промежуточного центра решается в детерминированной постановке. Реальный спрос, являясь величиной недетерминированной, может существенно повлиять на результат решения задачи [9, 10]. При этом применение теории нечетких множеств не может полностью охватить ситуации, возникающие на практике, например, равноудаленность областей спроса от распределительных центров.

Для преодоления этих недостатков рассмотрим применение задания параметров принадлежности в виде нечетких интуиционистских множеств и рассчитанных значений расстояний между данными множествами.

## II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу рационального закрепления областей спроса за промежуточными центрами.

Пусть дана некоторая ограниченная область  $S$ , на множестве точек которой с координатами  $(x, y)$ . Для обеспечения потребителей имеется основная база, располагающая ресурсом потребления в объеме, превышающим средний суммарный спрос.

Недетерминированность спроса и неопределенность значений большинства параметров задачи распределения ресурсов позволяет использовать представление параметров задачи в виде нечетких интервалов.

---

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №18-01-00023а

Таким образом, для определения рационального закрепления областей спроса за центрами группирования (распределительными центрами) необходимо использовать следующую последовательность шагов [11].

1. Разбить исходное множество на кластеры (подобласти  $s_{ij}$  области  $S$ ), задаваемые, например, в виде элементарных квадратов. Для каждого кластера определить условный центр с координатами  $(x_b, y_i)$ .

2. Вписать область  $S$  в прямоугольник со сторонами  $a$  и  $b$ , который разбит на квадраты со стороной  $l$  (рис. 1).

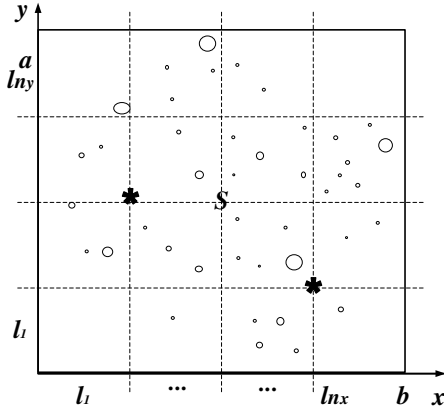


Рис. 1. Размещение распределительных центров в области  $S$

3. Спрос на ресурс всех потребителей, размещенных в каждом элементарном квадрате  $(i, j)$ , для каждого потребителя определим как  $q_{ij}$  в виде нечеткого интервала, заданного четверкой параметров (левый и правый коэффициент нечеткости, нижнее и верхнее модальное значение параметра) [12].

4. Необходимо задать число распределительных центров.

5. Определить (экспертным путем) начальное расположение распределительных центров в пределах области  $S$  и распределение ресурса (мощность) между распределительными центрами

Таким образом, зная координаты расположения центров и центров областей спроса необходимо определить принадлежность каждой области спроса к наиболее предпочтительному распределительному центру. То есть определить группу потребителей, закрепленных за распределительным центром

### III. ОПИСАНИЕ МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ОБЛАСТЕЙ СПРОСА К РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫМ ЦЕНТРАМ

Для определения принадлежности областей спроса к предпочтительному распределительному центру с учетом не только расстояния между объектами группирования, но и с учетом величины спроса и емкости распределительных центров необходимо вычислить потенциалы взаимосвязи (1) для каждой пары  $(k, m)$ , где  $k$  – определенный распределительный центр, а  $m$  – определенный элементарный квадрат реализации ресурса (в котором задан объем величины спроса на ресурс) [13, 14].

$$P_{km} = z_k q_m \setminus R_{km}^2 \quad (1)$$

где  $z_k$  – нечеткое множество, заданное на множестве действительных чисел и определяющее нечеткое количество ресурса в  $k$ -м распределительном центре;

$q_m$  – нечеткое множество, заданное на множестве действительных чисел и определяющее нечеткое значение спроса  $m$ -го элементарного квадрата;

$R_{km}$  – нечеткое множество, заданное на множестве действительных чисел и определяющее нечеткую величину расстояния от  $k$ -го распределительного центра до  $m$ -го квадрата реализации ресурса.

Множество потенциалов позволяют определить степень оценки взаимосвязи областей потребления ресурса, характеризующихся величиной спроса с распределительными центрами, характеризующимися пропускной способностью (емкостью) с учетом расстояния между ними.

Применение нечетко-интервального метода для определения областей группирования, в отличие от детерминированных методов, позволяет одной и той же  $q$ -й области потребления ресурса принадлежать одновременно нескольким центрам группирования, но с разной степенью принадлежности.

При задании параметров задачи группирования в виде четких величин матрица принадлежности  $q$ -й области потребления ресурса к  $k$ -му центру группирования  $W$  определится следующим образом:

$$W = \begin{bmatrix} k/q & 1 & . & . & . & m \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ K & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$W = [\tau_{kq}], \tau_{kq} \in \{0, 1\} \quad k = 1 \dots K, \quad q = 1 \dots m,$$

где  $\tau_{kq}$  – четкое значение (0 или 1), определяющее принадлежность  $q$ -й области потребления ресурса к  $k$ -му центру группирования [15].

То есть, в матрице  $W$  содержатся значения  $\tau_{kq}$ , согласно которым можно точно сказать принадлежит ли область центру группирования. Причем если определена принадлежность области какому-либо центру  $\tau_{kq} = 1$ , то данная область не может принадлежать другому центру группирования ( $\tau_{kq} = 0$ ).

При задании параметров задачи группирования в виде нечетких величин матрица принадлежности  $q$ -й области потребления ресурса к  $k$ -му центру группирования  $\tilde{W}$  определится следующим образом:

$$\tilde{W} = \begin{bmatrix} k/q & 1 & . & . & . & . & m \\ 1 & \mu_{11} & \mu_{1q} & \mu_{1q} & \mu_{1q} & \mu_{1q} & \mu_{1m} \\ \vdots & \mu_{k1} & \mu_{kq} & \mu_{kq} & \mu_{kq} & \mu_{kq} & \mu_{km} \\ K & \mu_{K1} & \mu_{Kq} & \mu_{Kq} & \mu_{Kq} & \mu_{Kq} & \mu_{Km} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{W} = [\mu_{kq}], \mu_{kq} \in [0,1], k = 1 \dots K, q = 1 \dots m,$$

$$\sum_{k=1}^K \mu_{kq} = 1, k = 1 \dots K, \quad 0 < \sum_{q=1}^m \mu_{kq} < m, q = 1 \dots m,$$

где  $\mu_{kq}$  – нечеткое значение, определяющее принадлежность  $q$ -й области потребления ресурса к  $k$ -му центру группирования. Матрица  $\tilde{W}$  содержит значения принадлежности области центрам группирования.

При классическом нечетком задании область потребления может с некоторой степенью  $\mu_{kq}$  принадлежать одному центру группирования и со степенью  $1-\mu_{kq}$  не принадлежать данному распределительному центру или принадлежать другому распределительному центру. Однако у данного подхода есть недостатки. Например, при равноудаленных областях спроса от центра распределения и равных объемах спроса степени принадлежности, либо непринадлежности, могут быть однозначными и принимать значения равные 0,5.

Также возникают трудности в том случае, когда в выборке оказались области спроса, удаленные от центров всех найденных кластеров и ограничение на сумму степеней принадлежности, равную единице, не позволяет назначить для них малые степени принадлежности [16].

Для преодоления этих недостатков необходимо для каждой связи промежуточного центра и области спроса определить, так называемое, интуиционистское нечеткое множество (ИНМ), определяемое как [17]:

$$Q = \{ \langle w, \mu_Q(w_j), \vartheta_Q(w_j) \rangle \}.$$

Данное нечеткое множество позволит задать степень принадлежности области спроса к распределительному центру, степень непринадлежности и интуиционистский индекс нечеткости (показатель размытости), равный:

$$\pi_Q(w_j) = 1 - \mu_Q(w_j) - \vartheta_Q(w_j),$$

при этом  $0 \leq \pi_Q(w_j) \leq 1$ .

Рассмотрим пример. Пусть  $W$  количество распределительных центров.  $W = \{w_1, w_2\}$ , где  $w_1$  – подмножество областей спроса, закрепленных областей спроса за первым распределительным центром,  $w_2$  – подмножество областей спроса, закрепленных областей спроса за вторым распределительным центром (рис. 1 распределительный центр обозначен «\*»), а  $Q = \{q_i\}$ , где  $q_i$  – области спроса (на рисунке ограничены квадратами разбиения области спроса),  $i=1 \dots 16$ .

Тогда интуиционистское нечеткое множество определяющее степень эффективного закрепления областей спроса за конкретным распределительным центром представим следующим образом:

$$Q_i = \{ \langle w_1, \mu_Q(w_1), \vartheta_Q(w_1) \rangle, \langle w_2, \mu_Q(w_2), \vartheta_Q(w_2) \rangle \} \quad (2)$$

Пусть экспертами, заданы степени принадлежности и непринадлежности областей спроса к каждому из распределительных центров, которые запишем по аналогии с (2):

$$\begin{aligned} Q_1 &= \{ \langle w_1, 0.425, 0.384 \rangle, \langle w_2, 0.422, 0.383 \rangle \} & Q_9 &= \{ \langle w_1, 0.902, 0.019 \rangle, \langle w_2, 0.214, 0.699 \rangle \} \\ Q_2 &= \{ \langle w_1, 0.383, 0.384 \rangle, \langle w_2, 0.675, 0.292 \rangle \} & Q_{10} &= \{ \langle w_1, 0.915, 0.024 \rangle, \langle w_2, 0.389, 0.504 \rangle \} \\ Q_3 &= \{ \langle w_1, 0.217, 0.586 \rangle, \langle w_2, 0.833, 0.042 \rangle \} & Q_{11} &= \{ \langle w_1, 0.425, 0.409 \rangle, \langle w_2, 0.402, 0.307 \rangle \} \\ Q_4 &= \{ \langle w_1, 0.184, 0.657 \rangle, \langle w_2, 0.742, 0.052 \rangle \} & Q_{12} &= \{ \langle w_1, 0.298, 0.498 \rangle, \langle w_2, 0.801, 0.195 \rangle \} \\ Q_5 &= \{ \langle w_1, 0.875, 0.075 \rangle, \langle w_2, 0.017, 0.285 \rangle \} & Q_{13} &= \{ \langle w_1, 0.788, 0.106 \rangle, \langle w_2, 0.208, 0.705 \rangle \} \\ Q_6 &= \{ \langle w_1, 0.744, 0.214 \rangle, \langle w_2, 0.523, 0.322 \rangle \} & Q_{14} &= \{ \langle w_1, 0.724, 0.102 \rangle, \langle w_2, 0.402, 0.522 \rangle \} \\ Q_7 &= \{ \langle w_1, 0.454, 0.402 \rangle, \langle w_2, 0.898, 0.021 \rangle \} & Q_{15} &= \{ \langle w_1, 0.566, 0.302 \rangle, \langle w_2, 0.622, 0.289 \rangle \} \\ Q_8 &= \{ \langle w_1, 0.032, 0.654 \rangle, \langle w_2, 0.819, 0.019 \rangle \} & Q_{16} &= \{ \langle w_1, 0.413, 0.396 \rangle, \langle w_2, 0.472, 0.482 \rangle \} \end{aligned}$$

Для рассмотренных интуиционистских нечетких множеств рассчитаем расстояние. Для этого воспользуемся формулой относительного расстояния Хемминга [18, 19]. Результаты вычислений представлены в таблице I.

ТАБЛИЦА I ЗНАЧЕНИЕ РАССТОЯНИЙ ИНМ

	$Q_1$	$Q_2$	...	$Q_8$	...	$Q_{15}$	$Q_{16}$
$Q_1$	0	0.0345	...	0.1254	...	0.2417	0.1213
$Q_2$	0.0345	0	...	0.1887	...	0.0610	0.2556
...	...	...	0	...	...	...	...
$Q_8$	0.1254	0.1887	...	0	...	0.0959	0.0692
...	...	...	...	...	0	...	...
$Q_{15}$	0.2417	0.0610	...	0.0959	...	0	0.2133
$Q_{16}$	0.1213	0.2556	...	0.0692	...	0.2133	0

При вычислении расстояния были использованы формулы, включающие в себя значения всех трех известных нам параметров: функции принадлежности, функции непринадлежности и интуиционистского индекса нечеткости. В работе [17] было определено, что формулы, использующие только два параметра (функции принадлежности и непринадлежности) могут привести к противоречивым результатам.

Расстояние является вспомогательным инструментом для последующего анализа интуиционистских нечетких множеств, в том числе для вычисления такой характеристики, как энтропия. Энтропия напрямую зависит от рассчитанного расстояния между элементами рассматриваемого множества.

Результаты вычислений энтропии запишем в табл. II.

Для лица, принимающего решение, энтропия – вспомогательный инструмент в принятии решения, она играет роль рекомендации к действию. Применительно к рассматриваемой задаче определения эффективного закрепления областей спроса за распределительными центрами минимальное значение энтропии предпочтительнее.

ТАБЛИЦА II                      ЗНАЧЕНИЕ ЭНТРОПИИ

ИНМ	энтропия	ИНМ	энтропия
$Q_1$	0.6020	$Q_9$	0.1203
$Q_2$	0.5124	$Q_{10}$	0.1098
$Q_3$	0.2692	$Q_{11}$	0.5690
$Q_4$	0.3692	$Q_{12}$	0.2012
$Q_5$	0.1243	$Q_{13}$	0.2356
$Q_6$	0.2982	$Q_{14}$	0.2444
$Q_7$	0.1988	$Q_{15}$	0.4809
$Q_8$	0.1802	$Q_{16}$	0.5988

Из полученных расчетных данных видно, что наименьшее значение энтропии имеют ИНМ  $Q_{10}$ , а наибольшее же значение энтропии соответствует ИНМ  $Q_1, Q_{16}$ . В связи с этим, для снижения уровня энтропии необходимо принимать меры, например, рассмотреть возможность создания дополнительных промежуточных центров, либо увеличить емкость (пропускную способность) уже существующих распределительных центров.

#### IV. ВЫВОДЫ

Таким образом, применение интуиционистских нечетких множеств вместо классических нечетких множеств определяет введение дополнительных степеней свободы. Такое обобщение нечетких множеств дает дополнительную возможность представления недостаточных знаний о том, что лежит в описании многих действительных проблем при решении распределительных задач.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Sachin Shetty, Xuebiao Yuchi, Min Song. Moving Target Defense for Distributed Systems. Switzerland: Springer, 2016. 92 p.
- [2] Meisels A. Distributed Search by Constrained Agents. Algorithms, Performance, Communication. Switzerland: Springer, 2007. 223 p.
- [3] Gonzalez T.F. (ed.) Handbook of Approximation Algorithms and Metaheuristics. New York: Chapman & Hall/CRC, 2007. 1354 p.
- [4] Oliveira C.A., Pardalos P.M. Mathematical Aspects of Network Routing Optimization. Switzerland: Springer, 2011. 231 p.
- [5] Mac Queen J. Some methods for classification and analysis of multivariate observations // Proc. of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, 1967. P. 281–297.

- [6] Buthe B. Alfred Weber Ein vielseitiger Standortökonom Münster, 18 - August, 2005. 154 p.
- [7] Lambert D.M., Stock J.R., Ellram Li.M. Fundamentals of Logistics Management. McGraw-Hill/Irwin, 1997. 640 p.
- [8] Ross D.F. Introduction to Supply Chain Management Technologies. CRC Press, 2010. 410 p.
- [9] Kosenko O.V., Sinyavskaya E.D., Shestova E.A., Kosenko E.Yu., Chemes O.M. Method for solution of the multi-index transportation problems with fuzzy parameters // Proceedings XIX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM), 2016. P. 179–182.
- [10] Kosenko O.V., Sinyavskaya E.D., Shestova E.A., Kosenko E.Yu., Antipin S.O. Method of rational placement of intermediate centers with setting parameters in the form of the fuzzy intervals // Proceedings XIX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM), 2016. P. 186–189.
- [11] Kosenko O.V., Shestova E.A., Sinyavskaya E.D., Kosenko E.Y., Nomerchuk A.Ya, Bozhenyuk A.V. Development of information support for the rational placement of intermediate distribution centers of fuel and energy resources under conditions of partial uncertainty // Proceedings XX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM), 2017. P. 224.
- [12] Dubois D., Prade H. Fuzzy Sets and Systems. N.Y.: Academic Press, 1980. 257 p.
- [13] Yager R. Multiple objective decision-making using fuzzy sets // Int. J. Man-Mach. Stud. 1979. Vol.9. No 4. P. 375–382.
- [14] Raskin L., Sira O., Katkova T. Finding the probability distribution of states in the fuzzy Markov systems // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2017. Vol. 2, Issue 4. P. 32–38.
- [15] Prokhorov E.I., Ponomareva L.A., Permyakov E.A., Kumskov M.I. Fuzzy classification and fast rejection rules in the structure-property problem // Pattern Recognition and Image Analysis, 2013. Vol. 23. Number 1. P. 130–138.
- [16] Prokhorov E.I., Ponomareva L.A., Permyakov E.A., Kumskov M.I. Fuzzy classification and fast rules for refusal in the QSAR problem // Pattern Recognition and Image Analysis. 2011. Vol. 21. Number 3. P. 542–544.
- [17] Atanassov K. On Intuitionistic Fuzzy Sets Theory. New York: Springer, 2012. 326 p.
- [18] Atanassov K.T. New operations defined over the intuitionistic fuzzy sets // Fuzzy Sets Syst. 1994. Vol. 61. № 2. P. 137–142.
- [19] Shabir M., Khan A. Intuitionistic fuzzy filters of ordered semigroups // J. Appl. Math. Inform. 2008. Vol. 26. № 5–6. P. 213–220.