

# Комплексный подход и устойчивость результатов моделирования

А. Ю. Лановская

Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации (Финуниверситет), Financial University  
lanovskaya@yandex.ru

**Аннотация.** Основным методом исследования сложных систем является математическое моделирование, в том числе имитация процесса работы сложной системы на вычислительных машинах. Формализация процессов функционирования является необходимостью для моделирования сложных систем. Элементы сложных систем в основном описываются в виде динамических системы. Аналитические и имитационные методы моделирования – наиболее часто применяются при исследовании сложных систем с дискретным характером функционирования.

**Ключевые слова:** система; анализ; данные; модель; алгоритм; принципы

Моделированием называют метод изучения объектов при помощи создания и исследования их моделей. Поэтому можно сказать, что основой для процесса моделирования является именно модель, то есть уменьшенная копия исследуемого объекта. Модель создают, когда невозможно изучить реальный объект в силу определенных причин (например, ряда норм или свойств системы).

К характерным особенностям моделирования можно отнести упрощение изучаемого объекта, возможность результата моделирования на реальный объект. Также моделирование способно к изучению, то есть в него можно вносить корректировки. Кроме того, при создании моделей можно выделить основные моменты, убрав ненужные.

Сложной называют такую систему, которая состоит из некоторого множества взаимодействующих подсистем и благодаря этому такая система приобретает новые свойства подсистемного уровня.

Сложная система имеет ряд свойств:

1. целостность и членимость;
2. наличие устойчивых связей между ее элементами;
3. организация;
4. наличие таких качеств, которые присущи системе в целом, но не свойственны элементам, из которых она состоит.

## I. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Главное требование, которое предъявляют к модели, это ее адекватность реальной системе. Данное требование можно достичь с помощью применения моделей с различным уровнем детализации, зависящим от особенностей структурной и функциональной организации системы, а также целей исследования. Невозможность полного и детального описания процессов работы реальных

систем обусловлено их сложностью. Поиск компромисса между простотой описания сложной системы и необходимостью учета всех, присущих реальным системам, особенностей – главная проблема создания модели.

Принципы, на которых должно базироваться математическое моделирование сложных систем, должны обеспечивать корректность и достоверность результатов моделирования. Основные принципы:

1. использование системного подхода при решении задач анализа и синтеза;
2. использование иерархического многоуровневого моделирования;
3. множественность моделей.

Конечной целью использования системного подхода является построение системы с заданным качеством. Для выполнения такой цели нужно иметь определенные знания о влиянии различных способов структурно-функциональной организации на характеристики работы самой системы.

Иерархическое описание изучаемой системы и протекающих в ней процессов является базой принципа использования иерархического многоуровневого моделирования. Сама же система и процессы, протекающие в ней, представляются семейством моделей. Каждая из этих моделей описывает поведение системы с точки зрения различных уровней абстрагирования, которые отличаются рядом особенностей и параметров, с помощью которых и описывается поведение системы.

## A. Системный подход

Системный подход подразумевает последовательный переход от общего к частному (в отличие от, так называемого классического подхода, где изучение системы идет от частного к общему), где в основе изучения заложена цель, а исследуемый объект выделяется из окружающей среды. При системном подходе выделяют объект моделирования, систему и внешнюю среду. При таком подходе необходимо заранее отметить критерии отбора элементов.

## B. Иерархии моделей сложных систем

Выделяют два направления иерархии применительно к моделям сложных систем с дискретным характером:

1. Вертикальная. При такой иерархии деление моделей по их уровням выполняется в зависимости от структурных и функциональных особенностей системы.

2. Горизонтальная. При такой иерархии деление моделей по уровням выполняется в зависимости от методов исследования.

Иерархия по вертикали, в свою очередь, делится на три уровня модели:

1. Уровень базовых моделей. Такой уровень включает простейшие модели, на основе которых строятся другие более сложные модели.
2. Уровень локальных моделей. Такой уровень отображает отдельные особенности структурно-функциональной организации системы, а также дает возможность решать частные задачи анализа и синтеза.
3. Уровень глобальных моделей. Такой уровень наиболее полно отображает структурно-функциональные особенности организации систем, которые представляют собой модели с высокой степенью детализации. Основой глобальных моделей служат базовые и локальные модели.

Иерархия по горизонтали состоит из четырех уровней моделей (в зависимости от метода исследования):

1. модели, которые возможно точно рассчитать (либо аналитически, либо численно);
2. модели, которые поддаются приближенному аналитическому расчету с заданной точностью (результат чаще всего получается в виде границ);
3. модели, которые требуют использования статистических методов расчета, основанных на имитационном моделировании;
4. модели, которые используют аналитико-имитационные методы расчета.

### 1.3 Применение принципа множественности моделей

Принцип множественности моделей является одним из основополагающих принципов моделирования и заключается в возможности отображения многих различных систем и процессов с помощью одной и той же модели, а также в возможности представления одной и той же системы множеством различных моделей в зависимости от целей исследования. Использование этого принципа позволяет отказаться от подхода, при котором для каждой исследуемой системы разрабатывается своя модель, и предлагает новый подход, при котором разрабатываются абстрактные математические модели разного уровня (в основном базовые и локальные), используемые для исследования систем различных классов. При этом задача моделирования сводится к грамотной параметризации моделей и интерпретации полученных результатов.

## II. СТАДИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

При проектировании конкретной сложной системы и ее подсистем выполняют внешнее проектирование или макропроектирование, а также внутреннее проектирование или микропроектирование. Методы и средства на этих могут серьезно различаться из-за того, что на каждой стадии преследуются свои цели.

Макропроектирование (или внешнее проектирование). На этой стадии создается обобщенная модель процесса

функционирования сложной системы. Такая обобщенная позволяет исследователю изучить эффективность различных стратегий управления объектом при его взаимодействии с внешней средой. Анализ и синтез являются составными частями макропроектирования.

При анализе строят модель воздействий с внешней среды, определяют критерии оценки эффективности, также на этом этапе возможно изучить имеющиеся ресурсы и необходимые ограничения. Анализ необходим для построения модели объекта управления и для дальнейшей оценки его характеристик.

В свою очередь задачи выбора стратегии управления на основе полученной модели сложной системы решаются на этапе синтеза макропроектирования. На этапе внутреннего проектирования разрабатывают модели с целью создания эффективных подсистем. При этом применяемые методы и средства моделирования зависят от того, какие именно обеспечивающие подсистемы создаются. Такими подсистемами могут быть, например, математическая или техническая подсистема.

## III. ПОДХОДЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Структуры системы как совокупность связей между элементами системы, отражающих их взаимодействие, является важным определением при применении системного подхода. Структура может изучаться как извне, так и изнутри.

1. Извне структура системы изучается с точки зрения состава отдельных подсистем и отношений между ними.
2. Изнутри структура рассматривается, когда анализируются отдельные свойства, которые позволяют системе достигать заранее заданной цели, а именно, когда изучаются функции системы.

В результате этого появилось несколько подходов к изучению структуры системы. К ним относят в первую очередь структурный и функциональный подходы.

1. Структурный подход. При таком подходе выявляются состав выделенных элементов системы, а также связи между ними. Совокупность элементов и связей между ними позволяет судить о структуре системы. Эту совокупность можно описать на разных уровнях рассмотрения в зависимости от цели исследования.
2. Функциональный подход, основываясь на функциональном описании системы, оценивает выполняемые данной системой функции. Свойства сложной системы можно выразить в виде некоторых характеристик элементов и подсистем системы. Существуют количественные и качественные системные характеристики, однако о них можно говорить, лишь при наличии определенного образца. Для количественной характеристики вводятся числа, которые выражают отношения между данной характеристикой и образцом. Качественные характеристики системы можно найти, например, с помощью метода экспертных оценок.

#### IV. ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Необходимо отметить, что от постановки задачи моделирования до интерпретации полученных результатов возникает большое количество сложных научно-технических проблем. Основными из них являются выбор вида моделей, распознавание основных закономерностей и проверка результатов. Также иногда бывает сложно идентифицировать реальный объект.

Данные проблемы могут иметь разную значимость в зависимости от моделируемого объекта и вида применяемой модели. В одних случаях наиболее сложной оказывается идентификация реальных объектов, в других – проверка правильности полученных в ходе моделирования результатов. При реализации модели также возможны трудности, особенно в случае имитационного моделирования больших систем. Также необходимо отдельно отметить роль исследователя в процессе. Постановка задачи и построение модели реального объекта можно назвать творческим процессом, поэтому здесь нет формальных путей выбора оптимального вида модели. В итоге можно констатировать, что выбор конкретного математического аппарата моделирования полностью основывается на имеющемся опыте исследователя, а его неточности могут привести к ошибочным результатам моделирования.

#### V. ОБРАБОТКА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Решения, принимаемые исследователем, будут оправданными только, если полученные результаты обладают заданной достоверностью и точностью, а сам исследователь в состоянии правильно воспринимать полученные результаты, знает, как использовать их на практике.

Возможность выполнения первого условия закладывается обычно еще на этапе разработки модели или же частично – на этапе планирования эксперимента. Достоверность результатов моделирования предполагает, что модель, с помощью которой они получены, является не только правильной, но и отвечает заданным дополнительным требованиям, предъявляемым к имитационным моделям.

От соответствия формы представления результатов целям моделирования зависит способность исследователя верно понять полученные результаты и на их основе принимать правильные решения.

Форма представления результатов может быть заранее выбрана, если разработчик модели уверен, что полученные результаты будут использоваться в четко заданной цели. В таком случае преобразование экспериментальных данных к требуемому виду может производиться либо в ходе эксперимента, либо сразу после его завершения. Таким методом можно сократить время на анализ результатов и принятие решений.

Завершающим этапом разработки модели является оценка ее качества. Это оценка преследует две цели:

1. Проверить на соответствие модели целям исследования.
2. Оценить достоверность и статистические характеристики результатов, которые были

получены при проведении модельных экспериментов.

Факторы, влияющие на достоверность результатов при имитационном моделировании:

1. Моделирование случайных факторов, основанное на применении датчиков случайных чисел, которые могут вносить искажения в действия модели;
2. Наличие нестационарного режима функционирования модели;
3. Применение ряда разнотипных математических методов в одной модели;
4. Влияние плана эксперимента на результаты моделирования сложной системы;
5. Работа всех компонентов модели должна быть синхронизирована;
6. Присутствие модели рабочей нагрузки. Качество такой модели зависит от тех же факторов, что и основная модель.

Основными целевыми свойствами, которыми характеризуется имитационная модель, являются:

1. адекватность модели системы;
2. устойчивость модели системы;
3. чувствительность модели системы.

##### A. Оценка адекватности модели

Под адекватность обычно подразумевают степень соответствия модели реальному объекту, который она описывает, а также целям исследователя.

Применение методов математической статистики является самым используемым способом обоснования адекватности созданной модели. Данные методы заключаются в использовании определенных статистических критериев для проверки выдвинутой гипотезы. При этом важно учитывать, что статистические критерии могут лишь указать на отсутствие опровержений выдвинутой гипотезы, но не доказать ее.

Основные способы сравнения измерений на реальной системе и результатов эксперимента на модели:

1. по средним значениям модели и системы;
2. по дисперсиям отклонений откликов модели от среднего значения откликов системы;
3. по максимальному значению относительных откликов модели от откликов системы.

При применении способа по средним значениям модели и системы проверяется гипотеза о близости среднего значения наблюдаемой переменной  $Y$  среднему значению отклика реальной системы  $Y^*$ .

В результате некоторого количества опытов на реальной системе получают выборку  $Y^*$ . Выполнив то же количество экспериментов на модели, получают выборку наблюдаемой переменной  $Y$ .

Далее рассчитывают оценки математического ожидания и дисперсии откликов модели и системы, после чего выдвигается гипотеза о близости средних значений величин  $Y^*$  и  $Y$ . Базой для проверки гипотезы является распределение Стьюдента. Его значение, найденное по результатам испытаний, сравнивается с табличным

критическим значением  $t_{кр}$ . Гипотеза принимается, если выполняется  $t < t_{кр}$ .

### В. Оценка устойчивости модели

Проверка устойчивости модели имеет большое значение для обоснования достоверности рассчитанных результатов, так как при проверке на адекватность невозможно задействовать все подмножества всех возможных значений входящих параметров.

Под устойчивостью модели понимают ее способность не терять свою адекватность при изучении эффективности системы при изменении настроек системы.

При проверке системы на устойчивость исследователь вынужден прибегать к частичным тестам и здравому смыслу, так как общей процедуры проверки не существует.

Обычно устойчивость модели напрямую зависит от степени детализации и близости структуры модели структуре системы. Чем эти показатели выше, тем устойчивее модель системы.

Устойчивость результатов моделирования может быть также оценена методами математической статистики. При статистической оценке устойчивости модели соответствующая гипотеза может быть сформулирована следующим образом: при изменении входной нагрузки или структуры модели закон распределения результатов моделирования остается неизменным.

Следующие исходные данные используют для проверки указанной гипотезы:

есть две выборки  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  и  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ , которые были получены для различных значений рабочей нагрузки.

Значения обеих выборок упорядочиваются вместе по возрастанию, далее производится анализ взаимного расположения  $x_i$  и  $y_i$ . Если  $y_i < x_i$ , то пара значений  $(x_i, y_i)$  образует инверсию.

Подсчитывают полное число инверсий  $U$ . В том случае, если гипотеза верная, полное число инверсий  $U$  не должно сильно отклоняться от своего математического ожидания  $M = \frac{n \cdot m}{2}$ .

Если же  $|U - M| > U_{кр}$ , где  $U_{кр}$  определяют по таблице для данного уровня значимости, то от гипотезы отказываются.

### С. Оценка чувствительности модели

Задача оценивания чувствительности модели к изменению параметров рабочей нагрузки и внутренних параметров самой системы возникает из-за того, что если изменение входных или параметров модели в заранее определенном диапазоне не отражается на значениях выходных параметров, то польза от такой модели невелика, а саму модель называют «бесчувственной».

Эту оценку проводят отдельно по каждому параметру  $X_k$ , и она базируется на том, что диапазон возможных изменений в большинстве случаев параметра известен заранее. Процедура оценивания состоит в следующем:

1. вычисляется величина относительного среднего приращения параметра  $X_k$ :

$$\Delta X = \frac{(X_{kmax} - X_{kmin}) \cdot 2}{(X_{kmax} + X_{kmin})} \cdot 100\% ;$$

2. далее проводится пара модельных экспериментов при значениях  $X_k = X_{kmax}$  и  $X_k = X_{kmin}$  и средних фиксированных значениях остальных параметров. Определяются значения отклика модели  $Y1 = f(X_{kmax})$  и  $Y2 = f(X_{kmin})$ ;

3. на заключительном этапе вычисляют ее относительное приращение наблюдаемой переменной  $Y$ :

$$\Delta Y = \frac{|Y1 - Y2| \cdot 2}{(Y1 + Y2)} \cdot 100\%$$

В итоге для  $k$ -го параметра модели получаем пару значений  $(\Delta X_k; \Delta Y_k)$ , которая и характеризует чувствительность модели по данному параметру  $k$ . Таким способом образуются пары и для остальных параметров модели.

Полученные при оценивании чувствительности модели данные, могут быть использованы при планировании экспериментов. Также необходимо отметить, что большее внимание должно уделяться тем параметрам, по которым модель является более чувствительной.

## VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение необходимо сказать, что моделирование сложных систем, как процесс замещения реальных систем их моделями, является технически сложным процессом, который обладает рядом основополагающих принципов (таких как системный подход или иерархическое построение моделей), включает свои стадии и имеет несколько подходов к решению.

Однако помимо очевидных преимуществ, таких как, например, возможность спроецировать результат моделирования на реально существующий объект, моделирование сложных систем имеет и ряд проблем: выбор вида моделей или построение моделей и их машинная реализация.

Также важно при получении определенных результатов моделирования сложной системы провести оценку адекватности, устойчивости и чувствительность в целях установления пригодности этих результатов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Андрейчиков А.В. Системный анализ и синтез стратегических решений в инноватике: Основы стратегического инновационного менеджмента и маркетинга: Учебное пособие. М.: КД Либроком, 2013. 248 с
- [2] Ганев Е.Н. Математическая логика и особенности ее применения. // Вестник КГУ. 2015. №5. С. 55-63
- [3] Звягин Л.С. Проблемы экономики России на микроуровне как результат взаимовлияния социально-экономической теории, политики и хозяйственной практики// В книге: Стратегическое планирование и развитие предприятий Материалы Шестнадцатого всероссийского симпозиума. Под редакцией Г.Б. Клейнера. 2015. С. 64-67.
- [4] Иманов К.Е. Методика решения задач с использованием системного анализа. // Вестник ИЭУП. 2015. № 10. С. 87-93.
- [5] Zvyagin L.S. Concept and technology critical thinking as the basis of modern educational technology// В сборнике: 2016 IEEE 5th Forum Strategic Partnership of Universities and Enterprises of Hi-Tech Branches, Science. Education. Innovations 2016 5. 2016. С. 46-48.