

# Моделирование акустического тракта методом волновых уравнений

Я. Дурукан

Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)  
durukanleti@gmail.com

**Аннотация.** В работе представлены результаты численного моделирования электроакустического тракта методом волновых уравнений и соответствующие экспериментальные исследования. Рассматриваемая система представляет собой пьезоэлектрические пластинчатые преобразователи и среду распространения (звукопровод). Анализируется влияние различных параметров на коэффициент передачи такого акустического тракта.

**Ключевые слова:** ультразвук; акустический тракт; пьезопреобразователь; коэффициент передачи

## I. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Коэффициент передачи акустического тракта является определяющим параметром в ряде устройств, использующих ультразвуковые волны в качестве информативного параметра. Моделирование акустического тракта необходимо при решении задач как дефектоскопии, так и акустоэлектроники, с целью обеспечения наибольшей полосы пропускания. Последнее условие является важным с точки зрения повышения разрешающей способности дефектоскопов и увеличения информативной ёмкости устройств акустоэлектроники. Решение задачи анализа акустического тракта также позволит оптимизировать конструкции объёмно волновых сенсоров. В том числе датчиков, в основе функционирования которых лежит изменение характеристик объёмных акустических волн, распространяющихся во вращающейся твердой среде [1–4].

В работе анализируется электроакустический тракт, представляющий собой излучающий (И) и приёмный (П) пьезопреобразователи, среду распространения (звукопровод), а также контактные слои (С) и нагрузку – электрический колебательный контур (рис. 1).

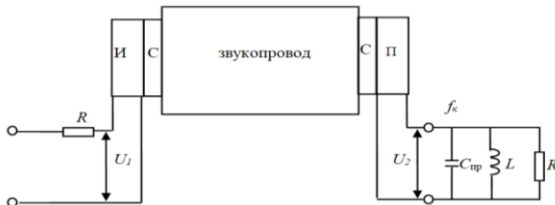


Рис. 1. Электроакустический тракт

Существует два метода моделирования работы пьезоэлектрических пластинчатых преобразователей [5].

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации НШ-4165.2018.8

Один из них основан на использовании электромеханических аналогий, описывающих распространение упругих и электромагнитных волн. Второй метод предусматривает расчет преобразователей на основе уравнений, описывающих его колебания. Распространение волн внутри каждого элемента тракта (преобразователя, слоя, звукопровода и т.д.) описывается одномерным волновым уравнением, решение которого в общем случае представляет собой совокупность двух волн, движущихся навстречу. Система уравнений для определения параметров волн может быть получена из граничных условий, представляющих собой непрерывность смещений и механических напряжений на каждой границе раздела.

Оба подхода дают идентичный результат. Однако ни в первом, ни во втором случае не учитывается ограниченность размеров акустического тракта. Кроме того, толщина слоя является неявно задаваемым параметром. Это обусловлено шероховатостью поверхностей, которые неравномерно заполняет материал контактного слоя.

Коэффициент передачи  $K$  определяется через отношение выходного напряжения  $U_2$  и входного  $U_1$ . Выражение, описывающее частотную зависимость акустической системы, выглядит следующим образом [6]:

$$K(\omega) = \frac{2C_{\text{пр}} f_a^{\text{из}}}{(Y + j\omega C_{\text{пр}})} \frac{2k_{\text{св}1}^2 k_{\text{св}2}^2 z_3}{z_3} \sqrt{\frac{(\epsilon_r)^{\text{из}}}{(\epsilon_r)^{\text{пр}}}} F1(\omega) F2(\omega),$$

где  $f_a^{\text{из}}$  – частота антирезонанса излучателя;  $\omega$  – круговая частота ультразвуковых колебаний;  $j$  – мнимая единица,  $Y$  – проводимость нагрузки, представляющую собой колебательный контур, образованный ёмкостью приёмной пьезопластины и ёмкостью внешней электрической цепи  $C_{\text{пр}}$  с индуктивностью  $L$ ;  $k_{\text{св}1}$ ,  $k_{\text{св}2}$  – коэффициент электромеханической связи излучающей и приёмной пьезопластин соответственно;  $z_3$ ,  $z_{\text{пр}}$  – акустические импедансы звукопровода и приёмной пьезопластин соответственно;  $(\epsilon_r)^{\text{из}}$ ,  $(\epsilon_r)^{\text{пр}}$  – произведение диэлектрической проницаемости и плотности излучающей и приёмной пьезопластин соответственно;  $F1(\omega)$ ,  $F2(\omega)$  – частотно-зависимые части коэффициента передачи излучения и приёма соответственно, определяемые по следующим формулам:

$$F1(x1) = \frac{1 - \cos(x1) - j\alpha_{01} \sin(x1)}{Q_1 \cos(x1) + jR_1 \sin(x1) - j \frac{(k_{св1})^2}{x1} [2R_0(1 - \cos(x1)) - jQ_1 \sin(x1)]},$$

$$F2(x2) = \frac{1 - \cos(x2) - j\alpha_{02} \sin(x2)}{Q_1 \cos(x2) + jR_1 \sin(x2) - j \frac{(k_{св2})^2}{x2} B [2R_0(1 - \cos(x2)) - jQ_1 \sin(x2)]},$$

где  $x1$ ,  $x2$  – произведение волнового числа преобразователя и его толщины для излучателя и приёмника соответственно;  $B=Y/(Y+j\omega C_{пр})$ . Коэффициенты  $Q_1$ ,  $R_0$ ,  $R_1$  определяются из рекуррентных соотношений, зависящих от конфигурации системы тракта, причём коэффициенты  $Q_n$ ,  $R_n$  полагаются равными  $Q_n=1$ ,  $R_n=\alpha_{n,n+1}$ ;  $\alpha_{n,n+1}$  – отношение импедансов соответствующих слоев системы ( $n$  – номер последнего слоя системы) [5].

Процесс моделирования и сопоставления с экспериментальными данными существенно осложняется тем, что  $K$  является многопараметрической функцией, сложным образом зависящей от ряда характеристик системы: толщин слоев  $dc$ , резонансных частот пластин излучателя и приёмника, добротности электрического контура на выходе, акустических импедансов входящих в систему материалов, наличия тыльных нагрузок. Как было отмечено ранее, толщина слоя представляет собой некую эквивалентную величину, поскольку материал слоя неравномерно заполняет шероховатости поверхности пластины и звукопровода (рис. 2).

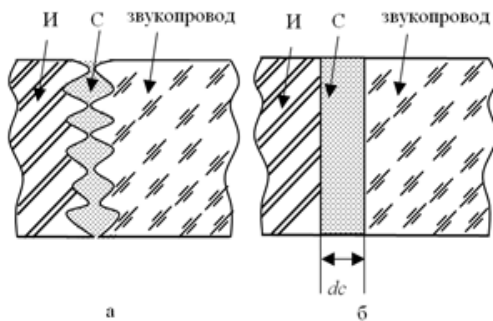


Рис. 2. Контактный слой, а – реальный, б–эквивалентный

Кроме того, измерить толщину контактного слоя не представляется возможным. В связи с этим, один из вариантов оценки толщины слоя – построение семейства кривых частотных зависимостей коэффициента передачи с различной эквивалентной толщиной слоя и сравнение с результатом эксперимента. Другим немаловажным фактором, осложняющим процесс моделирования, является то, что в теории среда представляется одномерной, то есть не учитывается ограниченность поперечных размеров, как среды распространения, так и преобразователей.

Таким образом, в ходе проводимых исследований необходимо:

- определить, насколько имеющиеся теоретические положения применимы к трактам ограниченных размеров;

- оценить влияние эквивалентной толщины слоя на коэффициент передачи.

Для выполнения теоретического анализа была разработана соответствующая программа в пакете программ *MatchCAD*.

## II. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для проведения экспериментальных исследований были изготовлены макеты системы с использованием преобразователей как из пьезокварца, так и из пьезокерамики. Звукопроводы были выполнены из плавленого кварца в форме цилиндра с плоскопараллельными торцами и имели длину 23 мм и диаметр 20 мм. Параметры пьезокерамических преобразователей (ёмкость, толщина, частота резонанса  $f_p$ ) были предварительно измерены по существующим методикам.

На рис. 3 представлены частотные зависимости коэффициента передачи для макета с идентичными преобразователями из пьезокварца  $Y$ -среза ( $f_p=3,25$  МГц) в режиме холостого хода ( $Y=0$ ).

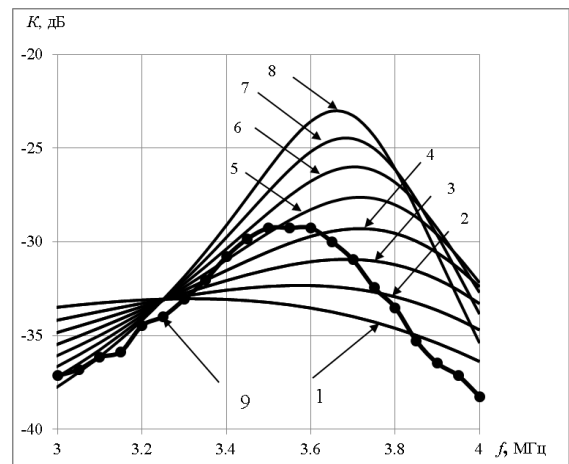


Рис. 3. Макет №1. Работа в режиме холостого хода

Кривые 1–8 построены при толщинах контактных слоёв от 1 мкм до 8 мкм соответственно. Кривая 9 получена в ходе проведения экспериментов. Изменение толщины слоя при проведении теоретического анализа в реально достижимых пределах от 1 мкм до 8 мкм приводит к изменению значения  $K$  в пределах 10 дБ. Наилучшая сходимость результатов моделирования и эксперимента наблюдается для кривой 4. Следовательно, можно сказать, что эквивалентная толщина слоя данного экспериментального образца составила 4 мкм.

Анализ работы этого макета в режиме нагрузки на колебательный контур с различными резонансными частотами представлен на рис. 4. Кривые 1 и 1' соответствуют расчётной и экспериментальной зависимости при настройке электрического контура на частоту 1,8 МГц, 2 и 2' – 2,7 МГц, 3 и 3' – 3,4 МГц. При расчетах толщина слоя считалась равной 4 мкм.

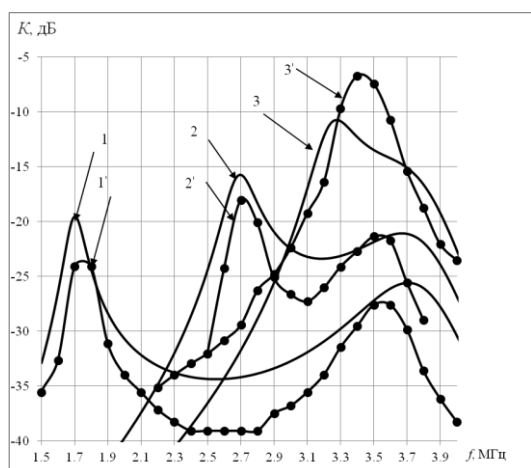


Рис. 4. Макет №1. Работа в режиме нагрузки на электрический колебательный контур

Кривые 1–2 имеют два максимума. Первый соответствует резонансной частоте электрического контура, а второй – механической системы. У кривой 3 один резонанс, поскольку собственные частоты контура и пластины находятся близко. Максимальное значение коэффициента передачи составляет минус 6 дБ, что на 20 дБ выше, чем при отсутствии электрической нагрузки.

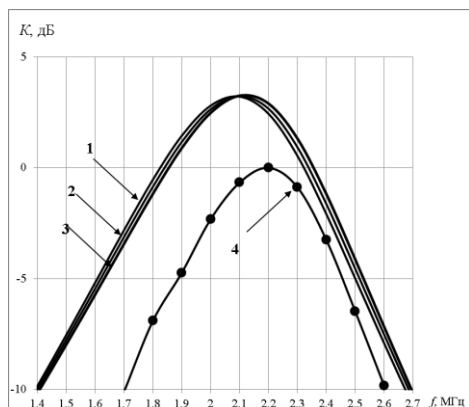


Рис. 5. Макет №2. Работа в режиме холостого хода

Аналогичные исследования были проведены для макета с преобразователями из пьезокерамики ЦТС–19  $f_p=2\text{МГц}$  (рис. 5).

Кривые 1–3 соответствуют эквивалентным толщинам контактных слоев 4–6 мкм. Кривая 4 построена по результатам эксперимента. Как видно из графиков, представленных на рис. 5, для этого макета не наблюдается столь существенное изменение коэффициента передачи при варьировании толщиной слоя.

Экспериментальная и теоретические кривые близки друг к другу по виду. Максимальное значение  $K$ , полученное в ходе проведения эксперимента, составило 0 дБ, что на 30 дБ больше, чем соответствующее значение для первого макета.

На рис. 6 представлены теоретические и экспериментальные кривые в случае нагрузки приёмного преобразователя на колебательный контур.

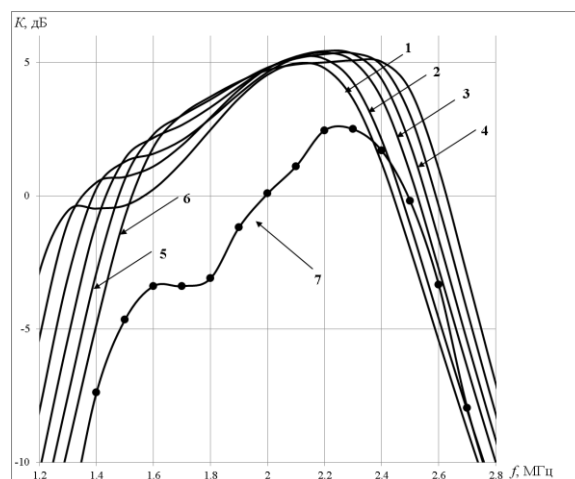


Рис. 6. Макет №2. Работа в режиме нагрузки на электрический колебательный контур

Кривые 1–6 построены при толщине контактного слоя 5 мкм и настройках резонансного контура от 1,5 МГц до 2 МГц. Кривая 7 построена по результатам эксперимента. Как видно из графиков, максимальное значение коэффициента передачи равно 3дБ. В отличие от аналогичного эксперимента для первого макета столь значительного увеличения значения коэффициента передачи не произошло. Кроме того, в ходе проведенных экспериментов, проявились отличия в характеристиках преобразователей из пьезокерамики. При подключении колебательного контура к приёмному преобразователю на его резонансной частоте образуется провал [5].

Таким образом, различие экспериментальных и теоретических данных, обусловленное отличием расчетной модели от реальных параметров макета, незначительно. Отклонение коэффициента передачи составляет не более 6 дБ для макета с преобразователями из пьезокварца и 3 дБ для макета с пьезокерамическими преобразователями. Разработанная для случая одномерного приближения теория может быть применена для расчета коэффициента передачи трактов, имеющих ограниченные размеры.

Влияние неявного задаваемого параметра – толщины слоя на коэффициент передачи лежит в пределах 10 дБ для макета с пьезокварцевыми преобразователями и может быть учтено путем построения семейства зависимостей при различных значениях толщины слоя  $dc$ . Для макета с пьезокерамическими преобразователями влиянием толщины контактного слоя на частотную зависимость коэффициента передачи можно пренебречь.

#### ВЫРАЖЕНИЕ ПРИЗНАТЕЛЬНОСТИ

Автор выражает благодарность своему научному руководителю к.т.н., доценту каф. ЭУТ Шевелько М.М. и к.т.н., доценту каф. ЭУТ Перегудову А.Н за помощь, оказанную в подготовке данной статьи.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Грибкова Е.С., Перегудов А.Н., Шевелько М.М. О возможности создания датчиков угловой скорости на базе акустических волн // Труды ЦНИИ им.акад. А. Н. Крылова. 2010. №52. С. 193 – 202.
- [2] Theoretical and Experimental Researches of Bulk Acoustic Wave's Availability in Angular Motion Sensors/ E.S. Gribkova, A.S. Kukaev, A.I. Lutovinov, A.N. Peregudov, M.M. Shevelko / 2014 Symposium on Piezoelectricity, Acoustic Waves, and Device Applications (SPAWDA), Beijing, China, 30 Oct. 2 Nov. 2014. P. 69–71.
- [3] Дурукан Я., Лутовинов А.И., Перегудов А. Н., Шевелько М.М. О возможности построения датчиков вращательного движения на объемных акустических волнах // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2015. №10. С. 69–73.
- [4] The Characteristics of Acoustic Wave Propagation in Rotating Solid-State Media / Y. Durukan, A. I. Lutovinov, A.N. Peregudov, E.S. Popkova, M.M. Shevelko // 2018 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus), Saint-Petersburg, 29 Jan. – 1 Feb. 2018. P. 461–464.
- [5] Голубев А.С. Преобразователи ультразвуковых дефектоскопов: Учебн. Пособие. ЛЭТИ, 1986. 80 с.
- [6] Меркулов Л.Г., Яблоник Л.М. Работа демпфированного пьезопреобразователя при наличии нескольких промежуточных слоёв // Акустический журнал. 1963. Т.9, вып 4. С. 449–459