

нарушает ваши авторские права? [Сообщите нам.](#)
государственный электротехнический университет "ЛЭТИ"
Насос / koo / metoda.doc

Скачиваний: 131
Добавлен: 03.06.2014
Размер: 32.72 Мб

Скачать



< Предыдущая

1 2 3 4

8.2. Синтез модального регулятора

Краткие теоретические сведения. При анализе и синтезе систем в пространстве состояний все переменные, характеризующие систему или имеющие к ней прямое отношение, делятся на входные переменные, представляющие собой управляющие или возмущающие воздействия, выходные переменные y , представляющие интерес для исследователя, и промежуточные переменные x , или переменные состояния, определяющие динамическое поведение исследуемой системы. В основе этой формы математического описания лежит представление дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши, которое дополняется алгебраическими уравнениями выхода.

В векторно-матричной форме эти уравнения записываются следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = AX(t) + BU(t); \\ Y(t) = CX(t) + DU(t), \end{cases} \quad (8.3)$$

где A , B , C и D - матрицы коэффициентов размерности $(n \times n)$, $(n \times m)$, $(m \times n)$, $(m \times p)$ соответственно; m — число входов; n - число выходов; $U(t)$ - вектор-функция управляющих воздействий размерности m ; $X(t)$ - вектор-функция переменных состояния размерности n ; $Y(t)$ - вектор-функция выходных координат размерности p . Матрица A характеризует динамические свойства системы, матрицу B называют матрицей управления, она определяет характер воздействия входных переменных $U(t)$ на переменные состояния $X(t)$. Алгебраическое уравнение связывает выходные переменные $Y(t)$ с переменными состояния $X(t)$ через матрицу связи C . Обычно в системах автоматического управления матрица $D = 0$, она характеризует непосредственное воздействие входов на выходы. При этом уравнения (8.3) приобретают вид

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = AX(t) + Bu(t); \\ y(t) = CX(t). \end{cases} \quad (8.4)$$

Для системы с одним входом и одним выходом переход от ее передаточной функции $W(p)$ к описанию в пространстве состояний осуществляется следующим образом:

1. передаточная функция приводится к виду

$$W(p) = \frac{b_{n-1}p^{n-1} + \dots + b_1p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1p + a_0} = \frac{b_{n-1}p^{n-1} + \dots + b_1p + b_0}{p^n + \frac{a_{n-1}}{a_n}p^{n-1} + \dots + \frac{a_1}{a_n}p + \frac{a_0}{a_n}};$$

2. составляется система уравнений в форме Коши:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2; \\ \frac{dx_2}{dt} = x_3; \\ \dots \\ \frac{dx_{n-1}}{dt} = x_n; \\ \frac{dx_n}{dt} = -\frac{a_0}{a_n}x_1 - \frac{a_1}{a_n}x_2 - \dots - \frac{a_{n-1}}{a_n}x_n; \\ y(t) = \frac{b_0}{a_n}x_1 + \frac{b_1}{a_n}x_2 + \dots + \frac{b_{n-1}}{a_n}x_n. \end{cases}$$

Последнюю систему уравнений можно записать в матричной форме (в каноническом управляемом базисе):

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\frac{a_0}{a_n} & -\frac{a_1}{a_n} & -\frac{a_2}{a_n} & \dots & -\frac{a_{n-1}}{a_n} \end{bmatrix}; \\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ \frac{1}{a_n} \end{bmatrix}; \\ C = \begin{bmatrix} \frac{b_0}{a_n} & \frac{b_1}{a_n} & \dots & \frac{b_{n-1}}{a_n} \end{bmatrix}; \end{cases}$$

Для синтеза модального регулятора объект, описываемый уравнениями (8.4), должен быть полностью управляемым и наблюдаемым.

Полная управляемость - это возможность перевода объекта из начального состояния X_0 в любое наперед заданное положение X при ограниченном управляющем воздействии. Наблюдаемость - возможность по выходному вектору $Y(t)$ определить вектор состояния $X(t)$.

Для анализа управляемости и наблюдаемости можно воспользоваться критерием Калмана, который сводится к проверке рангов матриц управляемости U и наблюдаемости V :

$$U = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B]; \\ V = [C \quad CA \quad CA^2 \quad \dots \quad CA^{n-1}].$$

Чтобы система была полностью управляема, ранг матрицы U должен быть равен порядку системы (n). Аналогично, чтобы система была полностью наблюдаема, ранг матрицы V должен быть равен порядку системы.

Синтез регулятора состояний. Регулятор состояния представляет собой отрицательную обратную связь по всем компонентам вектора состояния. При этом порядок регулятора равен порядку системы:

$$u(t) = -KX(t) = -(k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_n)X(t) = -(k_1x_1 \quad k_2x_2 \quad \dots \quad k_nx_n) \quad (8.5)$$

Замкнутая система управления получается объединением объекта: $\frac{dX(t)}{dt} = AX(t) + Bu(t)$ и регулятора состояния:

$$\frac{dX(t)}{dt} = AX(t) + B(-KX(t)) = (A - BK)X(t) = A_KX(t),$$

где $A_K = A - BK$, матрица состояний замкнутой системы.

Матрица A_K должна иметь желаемые собственные значения

λ_i , $i = 1, \dots, n$. Коэффициенты a_i^* ($i = 0, \dots, n-1$) матрицы A_K находятся из

характеристического полинома $W_K(p)$, построенного по желаемым собственным числам λ_i :

$$W_K(p) = \prod_{i=1}^n (p - \lambda_i) = p^n + a_{n-1}^*p^{n-1} + \dots + a_1^*p + a_0^*;$$

$$A_K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0^* & -a_1^* & -a_2^* & \dots & -a_{n-1}^* \end{bmatrix}.$$

Коэффициенты матрицы обратных связей по состоянию K находятся из уравнения (8.5), в случае канонического управляемого базиса

$$k_i = a_{i-1}^* - a_{i-1} \quad (i = 1, \dots, n).$$

Проблема выбора желаемых корней — это и есть основная проблема синтеза в данной методике. Существуют различные методики выбора желаемых корней, например, биномиальное распределение корней, распределение по Баттерворту, выбор корней по некоторому интегральному показателю качества и т. д. Эти методики позволяют добиться оптимальных по соответствующим критериям переходных процессов.

Однако произвольный выбор корней и простота определения коэффициентов обратных связей может привести к неверному выводу о том, что в замкнутой системе можно добиться любого качества процессов управления. В рамках линейных математических моделей это, разумеется, так. Но линейные модели адекватны реальным системам только для малых отклонений переменных состояния и управления и ограниченных диапазонов частот. Стремление к быстрому затуханию процессов - выбор больших по модулю желаемых корней приводит к тому, что некоторые из переменных состояния и переменная управления за время процесса изменяются с большой скоростью и принимают очень большие значения. Для объяснения быстрых движений исходные модели оказываются не вполне адекватными системе - в них не учтены малые инерционности объекта, измерителей, исполнительных механизмов, ставшие теперь существенными. Поэтому при назначении желаемых собственных значений матрицы системы следует ориентироваться на границы области адекватности $|\lambda_i| < \Omega$. Кроме того, необходим анализ про

цессов в синтезируемой системе при типовых и других начальных условиях с целью проверки допустимости отклонений переменных состояния $y(t)$ и управления $u(t)$. Синтез регулятора в реальных системах - это часто итеративный процесс, так как не всегда удается с первого раза добиться желаемых свойств в реальной нелинейной системе.

Синтез наблюдателя состояния. При построении регулятора предполагалось, что все переменные состояния объекта управления могут быть измерены непосредственно. Однако, как правило, измеряются только переменные выхода, число которых меньше порядка модели объекта. Если объект наблюдаем полностью, то по измеренным значениям переменной выхода $y(t)$ можно вычислять текущее состояние объекта $X(t)$. При этом управляющее воз-

действие формируется по оценкам вектора состояния:

$$u(t) = -K\hat{X}(t).$$

Наблюдатель состояния представляет собой модель объекта, охваченную обратной связью по отклонению δy выходов модели y и объекта y .

Оценка вектора состояния $X(t)$ отличается от состояния $X(t)$ объекта из-за различия начальных условий, действующих на объект возмущений, а также неточности описания объекта. Однако при правильном выборе матрицы обратной связи наблюдателя L оценка $\hat{X}(t)$ должна асимптотически стремиться к состоянию объекта. Задача определения матрицы L является дуальной по отношению к задаче определения матрицы K . Поэтому матрицу наблюдателя можно найти теми же методами, если вместо матриц (A, B) принять

пару (A^T, C^T)

Рассмотрим простейший случай, когда система задана в каноническом наблюдаемом базисе (переход из произвольного базиса в каноническую форму осуществляется при помощи соответствующего линейного преобразования). Сначала задаются желаемые собственные значения замкнутого наблюдателя $\lambda_{n,i}$ ($i = 1, \dots, n$), затем по желаемым корням записывается характеристический полином $W_{n,i}(p)$. Далее с использованием коэффициентов характеристического полинома $\lambda_{n,i}$ ($i = 0, \dots, n-1$) строится матрица замкнутого

наблюдателя $(A_n, \lambda)^T$:

$$(A_n, \lambda)^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_{n0} & -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & -a_{n,n-1} \end{bmatrix}.$$

Коэффициенты матрицы λ находятся из уравнения: $(A_n, \lambda)^T = A^T - C^T L$. В данном случае $\lambda_i = a_{n,i-1} - a_{n,i-1} \lambda_i$ ($i = 1, \dots, n$).

Собственные значения, заданные при синтезе наблюдателя состояния, должны обеспечивать большее быстродействие, чем собственные значения, заданные при синтезе регулятора. На рис. 8.2 представлена структурная схема замкнутой системы с регулятором и наблюдателем состояния.



Рис. 8.2. Замкнутая система управления с регулятором и наблюдателем состояния

Пример синтеза модального регулятора в Matlab. Рассмотрим синтез модального регулятора на примере объекта с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{30}{s(0.1s^2 - 1)(0.03s^2 + 2 \cdot 0.8 - 0.03s + 1)}$$

В окне команд *Matlab* создадим модель системы с помощью следующих команд:

```
> w1=tf([30],[1,0]); % редуктор
> w2=tf([1],[0,1,0,-1]); % велосипед
> w3=tf([1],[0,0.009,0,0.48,1]); % электродвигатель
> WR=w1*w2*w3;
```

В результате в рабочей области появились объекты - передаточные функции w1, w2, w3 и WR - передаточная функция разомкнутой системы (ПФ), представляющая собой последовательное соединение звеньев. Убедимся, что ПФ задана правильно, введем команду: > WR

В результате в окно команд должна быть выведена передаточная функция WR:

Transfer function:
30

9e-005 s^5 + 0.0048 s^4 + 0.0991 s^3 - 0.048 s^2 - s

Выведем полюсы WR с помощью команды pole (WR). В результате получим вектор корней [0, -26.6 + y20, -26.6 - y20, 3.2, -3.2].

Видно, что характеристический полином (ХП) имеет один правый полюс - значит система неустойчива. Перейдем от представления в виде ПФ к форме пространства состояний. Введем в окне команд: >>[A B C D]=ssdata(WR) В рабочей области появятся новые переменные A, B, C и D, которые также будут выведены на экран:

$$A = \begin{bmatrix} -53.3 & -34.4 & 2.1 & 5.4 & 0 \\ 32.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.06 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 64 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 40.7]; D = 0.$$

Теперь вычислим собственные числа матрицы A: >>eig(A)

Если все было введено правильно, полученные значения будут совпадать с вычисленными ранее полюсами передаточной функции WR.

Прежде чем синтезировать регулятор, проверим управляемость и наблюдаемость системы. Получим матрицы управляемости U и наблюдаемости V:

```
>>U=obsv(A,C); >>V=Ctrb(A,B);
```

А теперь проверим ранги полученных матриц: >>rank(U) >>rank(V)

Проверка покажет, что ранги матриц равны порядку системы (пяти) и согласно критериям Калмана система полностью наблюдаема и управляема.

Для синтеза регулятора будем использовать распределение корней по Баттерворту (табл. 8.1).

№	Корни
1	-0.901 + 0.901i
2	-0.901 - 0.901i
3	-0.009 + 0.009i
4	-0.009 - 0.009i
5	-0.009 + 0.009i
6	-0.009 - 0.009i
7	-0.009 + 0.009i
8	-0.009 - 0.009i

Зададим вектор желаемых корней:

```
>>pn=[-0.309+0.9511i, -0.309-0.9511i, -1.0, -0.809+0.58781i, -0.809-0.58781i]*15;
```

А теперь вычислим матрицу коэффициентов обратных связей K: >>K=place(A,B, pn)

В результате получим следующие коэффициенты: K = -0.0749 0.0376 1.1112 1.3347 92.7029

Проверим собственные значения матрицы замкнутой системы: >>eig(A-B*K)

На экран будут выведены корни, в точности совпадающие с желаемыми, т. е. синтез проведен корректно.

Желаемые корни наблюдателя назовем таким образом, чтобы процессы в нем происходили быстрее, чем в объекте:

```
>>pn=[-0.309+0.9511i, -0.309-0.9511i, -1.0, -0.809+0.58781i, -0.809-0.58781i]*30;
```

Вычислим матрицу обратной связи наблюдателя:

```
L' = 665.9 -709.2 1256.9 502.6 1.1
```

```
>>L=place(A',C',pn)'
```

Получим коэффициенты:

Объединим регулятор состояния и наблюдатель в одном динамическом регуляторе (рис. 8.3).

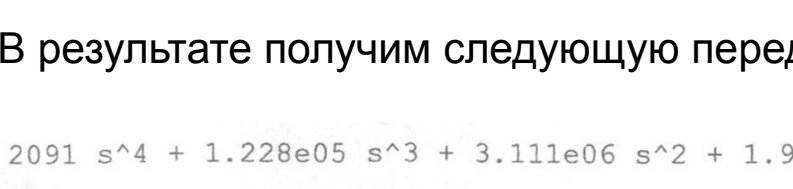


Рис. 8.3. Замкнутая система с динамическим регулятором

Матрицы динамического регулятора вычисляются по команде: > [Ar Br Cr Dr] = reg (A, B, C, D, K, L);

Вычислим передаточную функцию динамического регулятора: > [numr denr]=ss2tf(Ar,Br,Cr,Dr); > Wreg=tf(numr,denr)

В результате получим следующую передаточную функцию:

$$2091 s^4 + 3.228e05 s^3 + 3.111e06 s^2 + 1.987e07 s + 5.537e07 \\ s^5 + 92.29 s^4 + 4580 s^3 + 1.568e05 s^2 + 3.568e06 s + 5.835e07$$

Построим передаточную функцию замкнутой системы с регулятором:

```
>> Wz=feedback(WR,Wreg) Проведем анализ замкнутой системы: >> step(Wz)
```

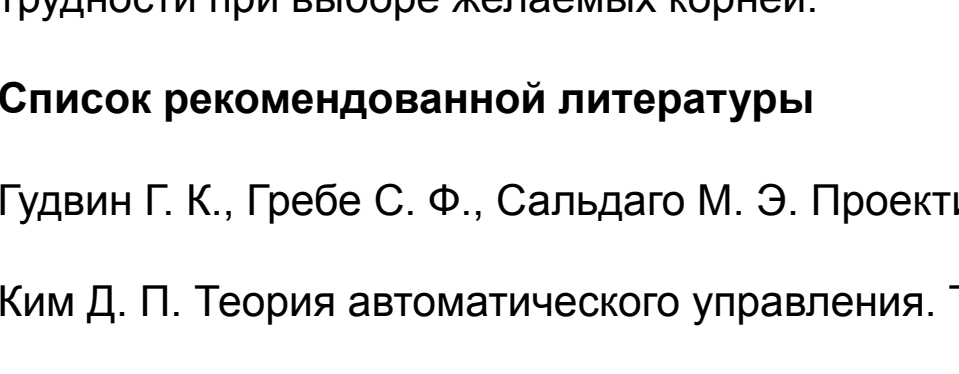


Рис. 8.4. Переходная характеристика замкнутой системы с динамическим регулятором

По переходной характеристике замкнутой системы (рис. 8.4) видно, что система оказалась устойчивой и с приемлемым качеством переходных процессов. Недостатком такого подхода в синтезе регулятора является удвоение порядка замкнутой системы с регулятором и трудности при выборе желаемых корней.

Список рекомендованной литературы

Гудвин Г. К., Гребс С. Ф., Сальдаго М. Э. Проектирование систем управления. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004.

Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 1: Линейные системы. - М.: Физматлит, 2003.

Лазарев Ю. Моделирование процессов и систем в MATLAB. Учеб. курс. - СПб.: Питер; Киев: Издательская группа BHV, 2005.

Попов Е. П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. - М.: Наука, 1978.

Справочник по теории автоматического управления/ Под ред. А. А. Красовского. - М.: Наука. 5гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.

< Предыдущая

1 2 3 4

Соединенные файлы в папке [koo](#)

	koo3.m	10	↓	1.09 Кб	03.06.2014
	koo3a.m	11	↓	3.39 Кб	03.06.2014
	koo4.m	9	↓	1.58 Кб	03.06.2014
	koo5.m	11	↓	1.27 Кб	03.06.2014
	m.link	11	↓	628 б	03.06.2014

	metoda.docx	131	↓	32.72 Мб	03.06.2014
	modal.docx	21	↓	314.7 Кб	03.06.2014
	nasos.docx	10	↓	54.73 Кб	03.06.2014
	Wr.mat	7	↓	51.57 Кб	03.06.2014
	Wr1.mat	7	↓	54.91 Кб	03.06.2014
	Wr2.mat	7	↓	57.83 Кб	03.06.2014