

Моделирование сложных дистрибьюторских сетей в условиях рыночной неопределенности

С. В. Краснов¹, С. М. Сергеев², А. С. Краснов³
Санкт-Петербургский политехнический университет

Петра Великого

¹hsm.krasnov@gmail.com, ²sergeev2@yandex.ru,

³alex073ul@mail.ru

С. А. Краснова

Военная академия связи им. Маршала Советского

Союза С.М. Буденного

k.svetlana67@mail.ru

Аннотация. Концентрация бизнеса в коммерческих сетях достигает уровня 80-90 процентов. Сложности при ведении единой дистрибьюторской и маркетинговой политики возникают по целому ряду причин. В первую очередь рыночная неопределенность, стохастический характер спроса и, соответственно объемы потоков, загружающих межзусловные связи. Кроме того, коммерческие сети отличаются многоуровневой топологией что требует использовать для математического моделирования методы, основанные на теории оптимальных процессов. В работе предложены алгоритмы восстановления экономических параметров по срезу случайных значений, оптимизации загрузки распределительных центров. Реализация полученных результатов позволяет организовать сетевой бизнес с минимальными эмерджентными ресурсами.

Ключевые слова: дистрибьюторские сети; рыночная неопределенность; алгоритмы оптимизации; распределительные коммерческие центры

I. ВВЕДЕНИЕ

Анализ показателей ведущих игроков мировой экономики демонстрирует [1] устойчивый тренд на усиление роли коммерческих сетей во всех отраслях. В первую очередь это относится к предприятиям торговли и сферы услуг, причем сегмент традиционных ритейлерских сетей начинает снижать долю присутствия в связи с ростом онлайн-площадок, использующих самые современные технологии SPL (Fifth Party Logistics). Разработка таких интернет-порталов на базе интеллектуальных платформ равноуровневого партнерства с интегрированными банковскими услугами, дает импульс к дальнейшей агломерации бизнеса и проникновению сетевой парадигмы в такие отрасли, как почтовая служба, медицина, медиа. Тройку самых крупных из них, представляют такие компании, как G4S PLC (Group 4 Securicor Public limited company), Wal-Mart Stores Inc, Foxconn. Они представляют разные сферы бизнеса – услуги, розничную торговлю, производство, но их объединяет экспансия на глобальные рынки и географический охват территорий большинства стран.

Будущие детерминанты развития коммерческих сетей можно определить на основе экстраполяционного анализа базовых моделей. За прошедшее десятилетие на этапах регионального стратегического развития данных

субъектов рынка, выделился лидирующий слой мультимедийных игроков, характеризующийся высокой конкуренцией и стратегией диверсификации товарного предложения на различных сегментах влияния. Это привело к концентрации посредством слияния и поглощения местных региональных сетей. Как следствие сложения векторов взаимного конкурентного давления, данные процессы вынуждают искать инновационные решения, как в рамках самой сети, так и в масштабе стран резидентов и связанном мировом секторе. Они также порождают острую необходимость в научно обоснованном оптимальном управлении их деятельностью, в непрерывном совершенствовании внедряемых методов ведения бизнеса сложными экономическими субъектами.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Коммерческая сеть (ниже для математического описания процессов в сетях будут использованы принятые в специальной литературе [2] термины и обозначения) – это сложная многоуровневая система, представляющая собой совокупность розничных торговых предприятий и других бизнес-единиц, координирующих свою текущую деятельность в рамках одного или нескольких территориальных рынков. При этом для связи предприятий используются как информационные, так и транспортные каналы с целью реализации бизнес-компетенций. Управление осуществляется из единого центра, который берет на себя выполнение ряда особо важных функций, таких как менеджмент структурных подразделений, координация финансов и связывающих воедино сеть информационных ресурсов, технологий, определение сфер компетенции и стратегии, делегирование полномочий, а также развитие отношений с контрагентами. Необходимо формализовать задачу управления потоками в сети. Условиями являются как рыночная неопределенность, так и уровни обеспеченности текущей деятельности. Далее, необходимо научно обосновать математическую основу построения программного обеспечения для сетевого бизнеса. При этом критерием оптимизации должна выступать максимизация прибыли.

Формализация задачи. При разработке математической модели и алгоритмов программного обеспечения всего комплекса экономических процессов, решались технические вопросы, связанные с адаптацией программ к

аппаратным средствам и создание кросс-платформенных приложений. Это обусловлено широким спектром технических средств, работающих на самых разных операционных системах. Объемная задача оптимального управления сетевыми коммерческими процессами потребовала для ее решения исследования структуры сети и корпоративных отношений. Сформулируем в математических терминах ситуацию продвижения товара по коммерческой сети по законам переноса с выраженным диффузионным характером. Например, в структуре Wal-Mart Stores, Inc. число крупных узлов более 10 тысяч, что при таком уровне дискретизации позволяет моделировать работу с применением обычных уравнений в частных производных, так как расчеты на ЭВМ ведутся в итоге численными методами. Введем обозначение для распределительного центра – DC (distribution center). При математическом описании торгово-экономических процессов в коммерческих сетях традиционно используется представление в виде геометрического связного ориентированного графа [3]. Совокупность розничных торговых предприятий и других бизнес-единиц суть узлы графа, транспортные и информационные каналы – ребра графа. Введем следующие обозначения: пусть Γ – указанный ограниченный граф с узлами ξ_i , допускающий наличие циклов (петель), γ_k – ребра графа, параметризованные отрезком $[0,1]$. Для упрощения технической стороны анализа использован гомеоморфизм коммерческой сети и графа Γ , $R(\xi)$ – множество ребер, ориентированных к узлу ξ , $r(\xi)$ – множество ребер ориентированных от узла ξ . Далее, введем понятие граничных и внутренних узлов графа Γ : если к узлу ξ примыкает только одно ребро, назовем таковой граничным (в дальнейшем граничные узлы будем обозначать через ζ , $\partial\Gamma$ – множество граничных узлов), в противном случае – внутренним (ξ обозначает внутренние узлы, $J(\Gamma)$ – множество внутренних узлов). Множество граничных узлов $\partial\Gamma$ разделим на два непустых непересекающихся подмножества $\partial\Gamma^1$ и $\partial\Gamma^2$: $\partial\Gamma = \partial\Gamma^1 \cup \partial\Gamma^2$. В приложениях для коммерческих сетей множество $\partial\Gamma^1$ соответствует множеству пунктов, содержащих распределительные терминалы сети (базовые DC), множество $\partial\Gamma^2$ – совокупность конечных пунктов сети. Детальное описание всех обозначений и множеств приведено в [3], используемые ниже понятия и утверждения взяты из работы [4]. Обозначим через $L_2(\Gamma)$ пространство функций, суммируемых с квадратом на Γ (аналогично определяется пространство $L_2(\Gamma_T)$); $L_{2,1}(\Gamma_T)$ – пространство функций из $L_1(\Gamma_T)$ с нормой $\|f\|_{L_{2,1}(\Gamma_T)} = \int_0^T (\int_{\Gamma} f^2(x,t) dx)^{1/2} dt$; $W_2^{1,0}(\Gamma_T)$ – пространство функций $f(x,t) \in L_2(\Gamma_T)$, имеющих обобщенную производную 1-го порядка по x , принадлежащую $L_2(\Gamma_T)$,

$$\|f\|_{W_2^{1,0}(\Gamma_T)}^2 = \int_{\Gamma_T} \left(f^2(x,t) + \frac{\partial f(x,t)^2}{\partial x} \right) dx dt. \quad \text{Рассмотрим}$$

билинейную форму $\ell(\mu, \nu) = \int_{\Gamma} a(x) \frac{d\mu(x)}{dx} \frac{d\nu(x)}{dx} dx + \int_{\Gamma} b(x) \mu(x) \nu(x) dx$, где $a(x)$, $b(x)$ фиксированные измеримые ограниченные на Γ_0 функции, суммируемые с квадратом. Обозначим через $W_2^{1,0}(a, \Gamma_T) \subset W_2^{1,0}(\Gamma_T)$ пространство, являющееся замыканием в норме $W_2^{1,0}(\Gamma_T)$ множества гладких функций, удовлетворяющих соотношениям (условия согласования)

$$\sum_{\gamma_j \in R(\xi)} a(1)_{\gamma_j} \frac{\partial u(1,t)_{\gamma_j}}{\partial x} = \sum_{\gamma_j \in r(\xi)} a(0)_{\gamma_j} \frac{\partial u(0,t)_{\gamma_j}}{\partial x} \quad (1)$$

для всех узлов $\xi \in J(\Gamma)$ и для любого $t \in [0, T]$ (существование таких функций показано в [4]). Подробное описание всех используемых пространств приведено в [5]. Рассмотрим начально-краевую задачу

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(a(x) \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right) + b(x)y(x,t) = f(x,t) \quad (1)$$

$$y|_{t=0} = \phi(x), x \in \Gamma \quad (3)$$

$$a(x) \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{\partial\Gamma} = \begin{cases} \nu(x,t), x, t \in \Gamma_T^1, \\ 0, x, t \in \Gamma_T^0 \end{cases} \quad (4)$$

поиска $y(x,t)$ в области Γ_T , при условиях (1); $f(x,t) \in L_{2,1}(\Gamma_T)$, $\phi(x) \in L_2(\Gamma)$; среди управлений ν .

Пространство $W_2^{1,0}(a, \Gamma_T)$ суть множество состояний $y(x,t)$ обеспеченности торговой сети необходимым товарным ассортиментом. Элементом пространства является кусочно-постоянная аппроксимация заданной дискретно функции товарного распределения, а обобщенная производная, это кусочно-постоянная аппроксимация одностороннего разностного отношения. Функции $f(x,t)$, $\phi(x)$ задают исходное состояние торговой сети – доступность сети внешним поступлениям (в случае консервативной коммерческой сети $f(x,t) = 0$), товарная обеспеченность в начальный момент времени; $\nu(x,t)$ ($x, t \in \Gamma_T$) – потоки (объемы) поступления товара на DC сети; соотношения (1) – условия коммерческого баланса товарной продукции в розничных торговых предприятиях или иных бизнес-единицах. Соотношения (2)–(4) начально-краевой задачи в области Γ_T описывают математическую модель взаимодействия в организационной структуре торговой сети.

III. МОДЕЛИРОВАНИЕ УРОВНЯ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ УЗЛОВ

Если для предприятий ритейла уже имеются наработки по оптимальным алгоритмам складского, логистического обслуживания [6], то задача организации потоков в крупных терминалах не может быть решена в рамках детерминированного подхода. Для поиска приемлемого результата на практике необходима разработка математических моделей [7] с привлечением методик описания стохастических процессов динамики прохождения товарных масс. При этом в качестве критерия берутся не только финансово-экономические показатели, но еще учитываются также ограничения по времени, обусловленные как предельными сроками хранения продуктов, так и нахождением в процессе перемещения, таможенных или иных процедур обработки грузов и связанной с ними информации. Проанализируем двухступенчатую складскую подсистему транспортно-логистического узла. Верхним уровнем служит распределительный центр DC с любым типом хранилищ. При этом такие параметры как температурный режим, различия между тарными, жидкими и сыпучими грузами, срок годности, отражены в их формализованных экономических показателях. Вторым уровнем является локальный склад SW (Store Warehouse) максимально приближенный к потребителю локации. На один DC приходится несколько SW объединенных в системе spoke-hub дистрибуции.

Разработка математического описания. Введем ряд формализмов [8], необходимых для составления математической модели: w - уровень запасов DC / SW; v - выраженный в стандартных единицах объем $w \geq 0$; $r = w + v$ - отражает суммарный объем запасов; z - стохастическая переменная спроса, $z \geq 0$; $p(z)$ - функция распределения; D - объем запроса в товарных единицах в единицу времени; L - продолжительность исполнения, интервал времени реализации заказа; D_L - объем спроса или норма на плановом отрезке L . Ввиду сепарабельности процесса выполняется $D_L = D \cdot L$; $TC(v)$ - функция зависимости общих затрат; FC (fixed cost), $FC > 0$; $\Phi(r)$ - ожидаемые затраты; $\beta > 0$ - затраты на содержание; γ - потери. Значение $\Omega^* = \frac{\gamma - c}{\gamma + \beta}$ является критическим отношением; S равняется наименьшему целому числу при условии: $\Omega(S) = \sum_{z=0}^S p(z) \geq \Omega^*$; $\phi(r|w)$ - средние затраты, равные расходам, когда объем запасов равен r при начальном объеме w . При анализе EOQ (Economic Order Quantity) стабильности работы в условиях рыночной неопределенности определяются показатели Δ^* . Это дает оценку конкурентоспособности в условиях рыночной неопределенности. Из оптимального значения $\Delta^* = \sqrt{2FC \cdot D / \beta}$ следует, что при росте нормы спроса D , растет Δ^* , но укорачивается промежуток, определяемый оптимальным значением T^* . В реальной деятельности DC

это проявляется в более частом обращении к поставщикам для поддержания эмерджентного запаса. При оценке динамики работы DC, принципиально важен выбор EOQ при наличии ограничений по кратности. Реальная деятельность распределительных центров и эмерджентных [9] складов любых структур проходит при дискретном характере, как объемов размещаемых единиц товаров, так и периодов планирования пополнения запасов. В условиях дискретности числа товаров, временных периодов, и кратности товарных единиц, под параметром D в модели будем считать число товаров, обусловленных спросом в единичный период. Реализация поставок DT единиц товара сопровождается расходами C_T , где T натуральное число. Это равносильно C_T , отражающему расходы за период в T плановых единиц времени. Его рассчитаем как

$$C_T = FC + cDT + \frac{1}{2}\beta D(T-1)T. \quad \text{Оптимальный режим}$$

работы определим из минимума C_T / T . При учете $T = 1, 2, \dots$ это равносильно условию:

$$\min_T \left[\frac{FC}{T} + cD + \frac{1}{2}\beta D(T-1) \right]. \quad \text{При оценке экономических}$$

индексов деятельности DC, показатели формируются периодически и математическая модель связывает расчеты с затратами на содержание запасов. Режим онлайн взаимодействия показывает, что DC учитывает состояние обусловленной контрактными обязательствами отсрочки исполнения требований. Его доля равна $-s / \Delta$ и допустим отрицательный критический уровень. При расчете EOQ с учетом S^* , в итоге имеем параметры:

$$\Delta^* = \sqrt{2FC \cdot D \left(\frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} \right)}, \quad S = \sqrt{2FC \cdot D \left(\frac{\gamma}{\beta(\beta + \gamma)} \right)},$$

$$s = -\sqrt{2FC \cdot D \left(\frac{\beta}{\gamma(\beta + \gamma)} \right)}$$

Формирование общей модели. Полученные результаты по моделированию загрузки по отдельной позиции можно теперь распространить на всю ассортиментную матрицу. В реальной работе DC практически всегда $L > 0$. Введем понятие z_L фактического потребительского спроса, как случайную величину со своим законом распределения. Такая схема реализована в DC, ориентированных на технологию кросс-докинга. Наличие SW позволяет оптимизировать [10] уровень эмерджентных запасов на ограниченных локальных складских помещениях. Парадигма spoke-hub дистрибуции востребована как раз в связи с тем, что 3PL решает ряд проблем - затраты на аренду, удаленность, ограничения по сроку годности товаров.

Управляющие алгоритмы выбираются на основе критерия эффективности работы DC. При программировании поиска экстремума функционала, наиболее релевантно отразить снижение издержек при условии выполнения поставленных бизнесом задач. Введем функцию распределение $p_L(z_L)$, как зависимость фактического потребления на промежутке L -упреждения.

На практике реализация математической модели всегда включает разработку программного комплекса, что позволит заложить в расчеты произвольный вид функции распределения $p_L(z_L)$. Введем в целевой функционал характеристику расходов θ_s на реализацию требований о поставке: $\theta_s = FC \cdot D / \Delta + cD$. Далее определим расходы на содержание запасов, и оценку вероятных убытков. Введем выражения для функции распределения $p_L(z_L)$ и получим формулу расчета для \tilde{r} - среднего уровня ресурсов, приведенного к единичному периоду:

$$\tilde{r} = \frac{M_L}{2\Delta} \left[-s + M_L - \Delta + \sum_{z_L=0}^s (s - z_L) p_L(z_L) \right] + \frac{2s - M_L + \Delta}{2}.$$

Полученные выражения в формализованном виде дают

затраты Φ при $\mu = \sum_{z_L > s} (z_L - s) p_L(z_L)$ на содержание ДС:

$$\Phi = \left(\frac{FC}{\Delta} + c \right) D + \beta \left(\frac{\Delta}{2} - M_L + s \right) + \left(\frac{\beta M_L + 2D\gamma}{2\Delta} \right) \mu$$

Теперь становится возможным решить задачу определения оптимального управления потоками товаров в распределительном центре. Для этого необходимо найти экстремум выражения Φ . Это позволяет получить оптимальное управляющее значение s^* при условии ($s^* > 0$) в виде наименьшего целого числа, отвечающего

неравенству: $\Omega_L(s^*) > \Omega^*$, где $\Omega^* = 1 - \frac{\beta\Delta}{\beta M_L / 2 + D\gamma}$

Это и даст искомый критический уровень работы распределительного центра. Только при таком подходе к управлению эмерджентными запасами можно достичь минимума затрат, отвечающего проведению оптимальной бизнес-стратегии в масштабе коммерческой сети.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для решения задач оптимального управления в области экономики, применяются стандартные методики API как интерфейса прикладного программирования для абстрагирования от того, как именно эта функциональность реализована. Методика формирования стандартов взаимодействия в структурных подразделениях коммерческой сети осуществляется не только в виде базовых алгоритмов, но и формированием системного научного подхода на основе применения математического аппарата. В настоящей работе предложена методика по разработке и структурированию алгоритмов управления в сложных дистрибьюторских сетях и даны рекомендации по совершенствованию построения информационного обеспечения для повышения конкурентоспособности

широкого класса коммерческих сетей. На практике задача оптимального управления содержит гораздо больший объем информации по структуре, коммерческим связям, корпоративным отношениям внутри сетей сложной топологии [8]. Модель, представленная формализмами начально-краевой задачи (2)–(4), представляет собой схему взаимодействия в организационной структуре сети. Представленный подход применим как в задачах градиентной оптимизации [11], так и задачах устойчивости решений дифференциальных систем [12].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] A.V. Babkin, V.A. Plotnikov, S.V. Muraveva (2015). Integrated industrial structures in the economy of Russia: Organizational forms and typology // Proceedings of the 25th International Business Information Management Association Conference – Innovation Vision 2020: From Regional Development Sustainability to Global Economic Growth, IBIMA 2015, pp. 1286-1293
- [2] Provotorov V.V.E., Provotorova E.N. Optimal control of the linearized Navier-Stokes system in a netlike domain // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2017. Т. 13. № 4. С. 431-443.
- [3] Provotorov V.V. Boundary control of a parabolic system with distributed parameters on a graph in the class of summable functions // Automation and Remote Control. 2015. Т. 76. № 2. С. 318-322.
- [4] Provotorov V.V. Eigenfunctions of the Sturm-Liouville problem on a star graph // Mathematics. 2008. Т. 199. № 10. С. 1523.
- [5] Volkova A.S., Gnilitkaya Y.A., Provotorov V.V. On the solvability of boundary-value problems for parabolic and hyperbolic equations on geometrical graphs // Automation and Remote Control. 2014. Т. 75. № 2. С. 405-412.
- [6] S.M. Sergeev Formation of the structure of complex commercial networks management // Modern methods of applied mathematics, management theory and computer sciences (AMCTCS-2015). Proceedings of the VIII International Conference. 2015. p. 324-326.
- [7] S.V. Krasnov, S.M. Sergeev, N.V. Mukhanova, A.N. Grushkin. Methodical forming business competencies for private label // Reliability, Infocom Technologies and Optimization (Trends and Future Directions) 6th International Conference ICRITO, p. 569-574 (2017)
- [8] Provotorov V.V.E., Ryazhskikh V.I., Gnilitkaya Yu.A. Unique weak solvability of a nonlinear initial boundary value problem with distributed parameters in a netlike domain // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2017. Т. 13. № 3. С. 264-277.
- [9] S.M. Sergeev Expansion of DEA methodology on the multimodal conception for the 3PL // Proceedings of the XXIII-th International Open Science Conference (Yelm, WA, USA, January 2018). Science Book Publishing House. Yelm, WA, USA - 2018. p. 169-175.
- [10] A.V. Babkin, T.J. Kudryavtseva (2015). Identification and analysis of instrument industry cluster on the territory of the Russian Federation // Modern Applied Science, 9 (1), pp. 109-118. DOI: 10.5539/mas.v9n1p109
- [11] Kharitonov V.L., Zhabko A.P. Lyapunov-Krasovskii approach to the robust stability analysis of time delay systems // Automatica. 2003. Т. 39. № 1. С. 15-20.
- [12] Aleksandrov A.Y., Zhabko A.P., Hu G.-D. Delay-independent stability conditions for some classes of nonlinear systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2014. Т. 59. № 8. С. 2209-2214.