

Прогнозирование изменения глубин как периодической функции в задаче поиска пути судна

И. А. Янчин¹, О. Н. Петров²

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет

¹ivan.yanchin@gmail.com, ²petr_oleg@mail.ru

Аннотация. В работе рассматривается задача о прогнозировании значений периодической функции на примере прогнозирования изменения глубин вследствие приливо-отливных течений. Для решения подобных задач, как правило, применяются искусственные нейронные сети и регрессионные модели. В работе приводится описание моделей этого типа, которые могут быть использованы для решения поставленной задачи, и делается вывод о применимости каждой из них.

Ключевые слова: регрессионные модели; искусственные нейронные сети; прогнозирование временных рядов

1. ВВЕДЕНИЕ

При решении многих задачи часто возникает необходимость в моделировании временных рядов, в частности, может потребоваться определить значение элемента такого ряда в некоторый момент времени в будущем. Одним из физических процессов, которые могут быть представлены как временной ряд, является изменение глубин вследствие приливо-отливных течений. Свойством этого физического процесса является его периодичность: в течение примерно 6 часов минимальное значение глубины сменяется максимальным, после чего в течение также примерно 6 часов происходит обратное изменение. В течение суток глубина области дважды достигает минимальных значений и дважды — максимальных. При этом, на приливо-отливные течения оказывают влияние лунный цикл и географическое расположение области [1]. Таким образом, фактическое значение глубины зависит от сочетания многих факторов, в результате чего практически невозможно вывести формулу, с помощью которой было бы возможным осуществить прогнозирование глубин.

При решении задачи о поиске безопасного маршрута судна важно иметь возможность определить, какова будет глубина некоторой области в некоторый момент времени в будущем. Это связано с тем, что необходимо знать глубину области заранее, чтобы на основании этого знания осуществлять планирование маршрута следования, избегая областей с недостаточной глубиной [2]. Прогнозирование изменения глубин вследствие приливо-отливных течений особенно важно при прибрежной навигации [3]. Следует отметить, что значение глубины в некоторый момент времени зависит от значений глубин в предыдущие

моменты времени, таким образом, изменение глубин можно представить как рекуррентную функцию, которая для некоторого количества замеров глубин вычисляет значение глубины в последующий момент времени. В процессе анализа задачи было решено, что модель, выполняющая прогнозирование, должна быть способна на основе 10 измеренных значений глубины вычислить 11-е. Предполагается, что замеры, на основании которых выполняется прогноз, были сделаны последовательно, с равными промежутками времени между ними.

Функция, значения которой требуется прогнозировать задана не аналитически, а в виде набора значений, которые являются результатом замеров глубин области.

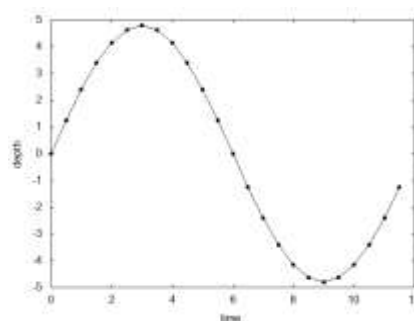


Рис. 1. График прогнозируемой функции.

На рис. 1 приведён график функции, прогнозирование значений которой необходимо выполнить. Каждая точка графика представляет собой результат замера глубины области в некоторый момент времени. Через эти точки проведена кривая, которая иллюстрирует изменение глубин с течением времени. По причине периодичности функции она имеет участки убывания и возрастания, а также точки перегиба, где одно направление изменения функции изменяется на противоположное. Прогнозирование значений такой функции требует определить, какому участку (убывания или возрастания) соответствуют значения, а также не приходится ли они на окрестность точки перегиба. Вследствие этого, а также того, что функция задана набором значений, для прогнозирования значений глубин требуется использовать метод, относящийся к интеллектуальным. Для прогнозирования значений некоторой функции чаще всего используются регрессионные модели и искусственные

нейронные сети. Очевидно, что требуется, чтобы прогнозируемые значения действительно зависели от тех значений, на основе которых выполняется прогноз.

Для обучения моделей использовался искусственно сгенерированный набор данных, состоящий из значений, каждое из которых является результатом замера глубины некоторой области в некоторый момент времени. Использование искусственного набора обучающих примеров обусловлено возможностью контролируемого привнесения искажений. Данные организованы как набор векторов, где каждый вектор содержит 10 замеров глубин и ожидаемое 11-е значение, которые должно быть спрогнозировано.

II. РЕГРЕССИОННАЯ МОДЕЛЬ

Регрессивная модель устанавливает соответствие между несколькими независимыми переменными и некоторой зависимой переменной, называемой также целевой [4]. Уравнение (1) иллюстрирует это определение. В этом уравнении $x_1 \dots x_n$ представляют независимые переменные, относящиеся к одному объекту, для которого осуществляется вычисление h , а θ — параметры модели.

$$h(x, \theta) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \dots + \theta_n x_n \quad (1)$$

Обучение модели заключается в изменении параметров θ с целью минимизации целевой функции (2). В этом уравнении m — количество обучающих примеров, $x^{(i)}$ — i -ый обучающий пример, а $y^{(i)}$ — ожидаемое значение для i -го примера.

$$C(\theta) = \sum_{i=1}^m (h(x^{(i)}, \theta) - y^{(i)})^2 \quad (2)$$

Для обучения регрессионной модели использовался пакет MATLAB. При обучении модели использовался метод k -скользящих, который может быть использован для выбора оптимальной структуры модели. Метод заключается в том, что обучающая выборка разделяется на k частей одинакового размера. При обучении модели используются $k-1$ частей, а k -я используется в качестве валидационной выборки для расчёта ошибки. Выполняется k процедур обучения, каждый раз модель обучается заново, причём во время i -ой процедуры в качестве валидационной выборки используется i -я часть, а остальные части используются для обучения. После этого вычисляется среднее значение ошибки для всех выполненных процедур обучения [5]. Набор данных был разделён на 5 частей.

В качестве возможных регрессионных моделей для прогнозирования были рассмотрены линейная и полиномиальная.

A. Линейная регрессия

Линейная регрессионная модель подразумевает, что функция, значения которой прогнозируются, является

линейной. Хотя функция изменения глубин области с течением времени не является линейной сама по себе, она может быть аппроксимирована набором прямых, а тот факт, что для выполнения прогноза используется достаточно большое количество независимых переменных, может привести к появлению нелинейности при изменении параметров модели.

В результате обучения линейной регрессионной модели с использованием k -скользящих для валидации были определены параметры модели θ , при которых среднеквадратичная ошибка на валидационных наборах минимальна. Для проверки возможности обученной модели обрабатывать данные, которые не были ей предъявлены в процессе обучения, был подготовлен набор данных с привнесённым шумом, то есть значения глубин были изменены случайным образом по формуле d^*r , где d — значение глубины, а r — случайное значение в диапазоне $[0.95; 1.05]$, для каждого значения глубины использовалось своё случайное число r . При обучении модели среднеквадратичная ошибка составила $9.21 \cdot 10^{-12}$, то есть в результате обучения модель получила возможность в точности прогнозировать изменение глубин. В то же время, при внесении шумов описанным выше образом среднеквадратичная ошибка увеличивается до 0.0294, причём при повышении степени зашумлённости ошибка прогнозирования также возрастает и составляет 0.1067.

B. Полиномиальная регрессия

Полиномиальная регрессионная модель во многом аналогична линейной модели, за исключением того, что функция $h(x, \theta)$ является полиномиальной. При этом существует несколько вариантов такой функции: формула (3) и формула (4).

$$h(x, \theta) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \dots + \theta_{n-1} x_{n-1}^{p-1} + \theta_n x_n^p \quad (3)$$

$$h(x, \theta) = \theta_0 + \theta_1 x_1^p + \dots + \theta_n x_n^p \quad (4)$$

При обучении полиномиальной регрессионной модели независимо от используемой функции $h(x, \theta)$ степень p является гиперпараметром и также может быть изменена для воздействия на свойства модели. Выбор степени p можно расценить как часть процесса обучения модели.

При выборе значения гиперпараметра p следует рассмотреть график изменения ошибки при прогнозировании значений валидационного набора данных и сравнить с графиком ошибки при прогнозировании значений обучающего набора данных. На рис. 2 представлен график функций ошибок при обучении и валидации при использовании функции (4). Сплошной линией на графике отображена функция ошибки при валидации, прерывистой линией — функция ошибки при обучении. По горизонтальной оси отложены значения степени p , по вертикальной — значения ошибки при обучении полиномиальной регрессионной модели при использовании этой степени.

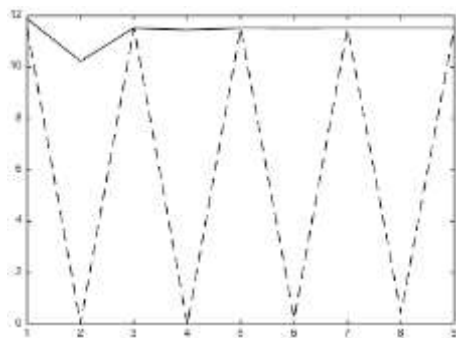


Рис. 2. Графики функций ошибок при обучении и валидации при использовании функции 4

Как видно из рис. 2, модель, использующая функцию 4, непригодна для прогнозирования изменения глубин области, так как независимо от степени p значения функции ошибки остаются высокими и практически не меняются, при этом функция ошибки при обучении изменяется в зависимости от чётности гиперпараметра p .

При обучении полиномиальной регрессии, использующей функцию (3), график функций ошибок при обучении и валидации имеет вид, представленный на рис. 3.

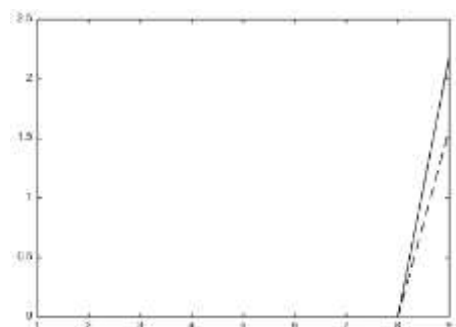


Рис. 3. Графики функций ошибок при обучении и валидации при использовании функции 3

Как видно из графиков на рис. 3, ошибки при обучении и валидации малы до тех пор, пока гиперпараметр p не достигает сравнительно больших значений. Анализ коэффициентов θ , полученных в процессе обучения модели показал, что коэффициенты, соответствующие тем параметрам x , которые были возведены в степень, оказываются очень малы и практически сопоставимы с 0. Таким образом, в процессе обучения модели она «учится игнорировать» полиномиальные параметры и полагается только на линейные. Рост значения ошибок с ростом значения гиперпараметра p вызван тем, что с развитием этого процесса уменьшается количество линейных параметров, в результате чего модель, фактически, утрачивает способность осуществлять прогнозирование.

Таким образом, для прогнозирования изменения глубин области нецелесообразно использовать полиномиальную регрессионную модель. Результаты, демонстрируемые линейной регрессионной моделью, оказываются лучше, чем в случае полиномиальной модели.

III. ИСКУССТВЕННАЯ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ

Другим видом моделей, используемых для прогнозирования временных рядов, являются искусственные нейронные сети [6]. Пакет MATLAB предоставляет средства создания, обучения и использования искусственных нейронных сетей.

Искусственная нейронная сеть представляет собой совокупность соединённых и взаимодействующих между собой вычислительных элементов, называемых искусственными нейронами. Сам по себе искусственный нейрон очень прост и осуществляет применение некоторой функции, называемой функцией активации, ко входному сигналу. Искусственная нейронная сеть, состоящая из таких простых элементов, имеет возможность классифицировать и кластеризовать объекты, выполнять интерполяцию и экстраполяцию функций и решать иные задачи. [7] Слоистые нейронные сети состоят из слоёв, каждый из которых содержит один или несколько искусственных нейронов. Каждый слой (за исключением входного) соединён с предыдущим, и все нейроны этого слоя получают на вход выходные сигналы нейронов предыдущего, причём величина выходного сигнала некоторого нейрона предыдущего слоя, полученного нейроном текущего слоя, зависит от «веса» связи между этими двумя нейронами [8]. Обучение нейронной сети заключается в изменении этих весов. После этого вычисляется сумма входных сигналов нейрона с применёнными весами, и для полученного значения вычисляется значение функции активации, которое является выходным значением нейрона и подаётся на вход следующему слою. Уравнение 5 иллюстрирует вычисление выходного сигнала некоторого нейрона, где x_i – выходной сигнал i -го нейрона предыдущего слоя, а w_i – «вес» связи между нейроном и i -м нейроном предыдущего слоя, f – функция активации.

$$o = f(\sum_{i=1}^n w_i x_i) \quad (5)$$

Первый слой нейронной сети называют входным слоем, а последний слой – выходным.

Так как по условиям задачи модель должна быть способна выполнять прогноз на основе 10 значений, то нейронная сеть также имеет 10 входов; сеть имеет один выход, так как выполняется прогнозирование одного значения.

В процессе исследования было подготовлено и обучено 12 нейронных сетей с разным количеством нейронов и слоёв. Во всех случаях использовалась сеть прямого распространения с обратным распространением ошибки. Все нейронные сети обучались на том же наборе данных, что и регрессионные модели, также использовался метод k -скользящих. Таблица содержит информацию об исследованных сетях и результатах.

ТАБЛИЦА 1 ИССЛЕДОВАННЫЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ

№	Количество нейронов в скрытых слоях	Ошибка при обучении ^а	Ошибка на слабо зашумлённых данных	Ошибка на сильно зашумлённых данных
1	10	$6.76 \cdot 10^{-09}$	0.22	0.7839
2	5	$2.97 \cdot 10^{-08}$	0.0887	0.3189
3	20	$5.83 \cdot 10^{-11}$	0.0930	0.3341
4	30	$7.82 \cdot 10^{-11}$	0.1216	0.4319
5	10 - 5	$1.86 \cdot 10^{-08}$	0.0544	0.1981
6	10 - 5 - 1	$3.76 \cdot 10^{-07}$	0.0998	0.3577
7	10 - 10 - 5	$1.90 \cdot 10^{-10}$	0.0665	0.2439
8	10 - 10 - 1	$4.19 \cdot 10^{-07}$	0.2258	0.7912
9	5 - 10 - 1	$7.08 \cdot 10^{-06}$	0.0857	0.3298
10	10 - 20 - 10	$2.19 \cdot 10^{-09}$	0.0579	0.2097
11	5 - 10 - 5	$1.04 \cdot 10^{-07}$	0.2376	0.8685
12	5 - 10 - 1	4.6191	0.1042	0.3673

^а. Столбец содержит среднее значение по всем валидационным частям при обучении.

При выборе архитектуры нейронной сети для прогнозирования учитывались значения ошибок при обучении, при проверке на зашумлённых данных с невысокой степенью зашумлённости и на зашумлённых данных с более высокой степенью зашумлённости. Наилучшей архитектурой, в соответствии с этими критериями, обладает нейронная сеть № 5, значения ошибок которой минимальны. Эта сеть имеет два скрытых слоя, где размер первого равен размеру входного слоя, а размер второго – меньше, за счёт чего достигается постепенный переход от 10 входных значений к одному выходному значению. При увеличении количества слоёв до трёх наблюдается увеличение ошибок, что говорит о том, что такие сети не пригодны для решения поставленной задачи. При этом наибольшие значения ошибок имеют такие сети, у которых за слоем с небольшим количеством нейронов располагается слой с большим количеством нейронов (сети 9, 11 и 12). Результаты сетей 5 и 10 близки, при этом сеть 5 имеет большее значение ошибки при обучении, но меньшее – при валидации на зашумлённых данных, что говорит о том, что она лучше обрабатывает неизвестные данные, которые не были ей предъявлены при обучении. Наименьшее значение ошибки при обучении имеет сеть 3, однако она показывает сравнительно высокие значения ошибок при валидации на зашумлённых данных, что может говорить о переобучении этой сети.

IV. ВЫВОДЫ

В результате проведённого исследования было обучено несколько моделей, относящихся к классам линейных и полиномиальных регрессионных моделей и

искусственным нейронным сетям. Целью работы было определить, какая модель наилучшим образом подходит для прогнозирования изменения глубин некоторой акватории, чтобы на основании этого прогноза обеспечить поиск безопасного маршрута судна, при следовании по которому оно проходит только в тех областях, глубина которых достаточна.

В результате исследования установлено, что для решения поставленной задачи может быть использована линейная регрессионная модель или искусственная нейронная сеть, имеющая два скрытых слоя, первый из которых содержит 10 нейронов, а второй – 5. Хотя первый и этих слоёв содержит столько же нейронов, что и входной слой, а второй – вдвое меньше, определение того, является ли такое соотношение случайностью или действительно влияет на результат является предметом дальнейших исследований. В результате исследования было также установлено, что полиномиальные регрессионные модели не могут быть использованы для решения этой задачи. В результате исследования были получены две модели (искусственная нейронная сеть и линейная регрессионная модель), которые демонстрируют сопоставимый результат. Определение границ применимости этих моделей является предметом дальнейших исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] What Causes Tides? // National Oceanic and Atmospheric Administration. URL: https://oceanservice.noaa.gov/education/tutorial_tides/tides02_cause.html 1 (Дата обращения: 17.03.2018).
- [2] Янчин И.А., Петров О.Н. Параллелизованный генетический алгоритм для построения маршрута судна. // Сборник докладов «XX Международной конференции по мягким вычислениям и изменениям», Санкт-Петербург: изд. СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017.
- [3] The Importance of Monitoring the Tides and Their Currents // National Oceanic and Atmospheric Administration. URL: https://oceanservice.noaa.gov/education/tutorial_tides/tides09_monitor.html (Дата обращения: 17.03.2018)
- [4] Lubis F.F., Rosmansyah Y., Supangkat S.H. Gradient descent and normal equations on cost function minimization for online predictive using linear regression with multiple variables // 2014 International Conference on ICT For Smart Society (ICISS). 2014. С. 202-205.
- [5] Tadayoshi Fushiki. Estimation of prediction error by using K-fold cross-validation // Statistics and Computing. 2011. № 2. С. 137-146.
- [6] Бугорский В.Н., Сергиенко А.Г. Использование нейронных сетей для моделирования прогноза котировок ценных бумаг // Прикладная информатика. 2008. № 3 (15).
- [7] Галушкин А.И. Нейронные сети: основы теории. Москва: Горячая линия – Телеком, 2015. 496 с.
- [8] Уоссермен Ф. Нейрокомпьютерная техника: теория и практика. Москва: Мир, 1992.