

Синтез робастного нелинейного закона управления системой с магнитной левитацией: скользящее управление

А. А. Кузьменко

Институт компьютерных технологий и информационной безопасности
Южного федерального университета
Таганрог, Россия
aakuzmenko@sfedu.ru

Аннотация. В данной работе представлена методика синтеза робастного нелинейного закона скользящего управления (sliding mode control – SMC) системой с магнитной левитацией на основе последовательной совокупности инвариантных многообразий метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) синергетической теории управления (СТУ). Данная методика по сравнению с классической методикой синтеза SMC упрощает процедуру анализа устойчивости замкнутой системы, а также позволяет исключить высокочастотное переключение знака закона управления.

Ключевые слова: нелинейные системы управления; робастность; скользящее управление; система с магнитной левитацией; метод АКАР; синергетическая теория управления

I. ВВЕДЕНИЕ

В современной жизни системы с магнитной левитацией (magnetic levitation system – MLS) уже имеют широкое практическое применение: фотолиитография, высокоскоростные поезда с магнитной левитацией, газовые турбины, ветро- и электрогенераторы с магнитными подшипниками, системы активной защиты от вибраций [1]–[4]. Тем не менее, и в настоящее время создание перспективных подвижных объектов с магнитной левитацией и возможность использования магнитной левитации в биомедицинских системах продолжают находиться в тренде инженерных и научных работ [5].

Разомкнутая MLS является неустойчивой, поэтому для MLS, как объекта управления, крайне актуальным является задача синтеза закона замкнутого управления, обеспечивающего точное позиционирование и робастность к параметрическим возмущениям. Для решения задачи управления MLS применяются как классические методы линейной теории управления [1], [6]–[8], так и современные методы нелинейного управления: линеаризация обратной

связью, SMC, backstepping, метод функций Ляпунова, метод пассивации, методы адаптивного, робастного и интеллектуального управления [2]–[4], [6], [9]–[13]. Особо следует отметить использование SMC для обеспечения робастности технических систем. При этом возможности SMC дополняют новыми возможностями теории адаптивного и робастного управления, теории нечетких систем, искусственных нейронных сетей и др. [14]–[20]. Но при синтезе SMC по-прежнему остаются актуальными трудности векторного синтеза и анализа устойчивости замкнутой системы и др. [14]. Эти трудности и сложности синтеза SMC позволяет преодолеть СТУ [21]–[29], в рамках который проф. А.А. Колесниковым предложена методика синтеза закона скользящего управления на основе последовательной совокупности инвариантных многообразий СТУ. Более подробно эта методика описана в [28], [29]. В данной же работе рассмотрим ее применение для MLS.

II. МОДЕЛЬ MLS И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Схематическая диаграмма MLS показана на рис. 1 [4], [12]. В общем случае MLS состоит из объекта (обычно это

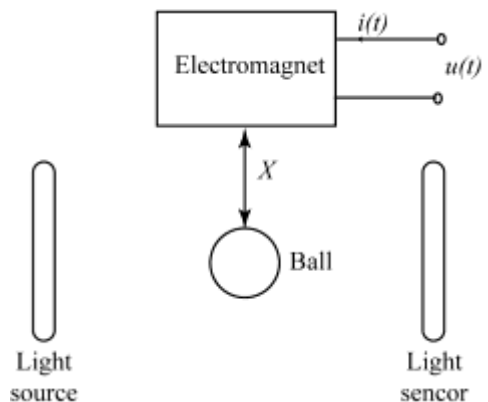


Рис. 1. Схематическая диаграмма

ферромагнитный шарик), электромагнита, системы датчиков положения и контроллера. Входное напряжение, приложенное к обмоткам электромагнита, создает электромагнитное поле, которое заставляет объект левитировать – зависать в воздухе на расстоянии X от электромагнита. Изменением амплитуды входного напряжения можно задавать желаемое вертикальное положение объекта. В зависимости от реализации MLS для измерения положения объекта могут использоваться фотоэлектрические, инфракрасные, лазерные датчики [1]–[13].

В соответствии с [4], [7], [12] нелинейная математическая модель MLS имеет вид

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2; \\ \dot{x}_2(t) &= g_c - \frac{C}{m} \left(\frac{x_3}{x_1} \right)^2; \\ \dot{x}_3(t) &= -\frac{R}{L} x_3 + \frac{2C}{L} \left(\frac{x_2 x_3}{x_1^2} \right) + \frac{u}{L},\end{aligned}\quad (1)$$

где $x_1 = X$ – позиция шарика по вертикали; $x_2 = \dot{X}$ – скорость перемещения шарика; $x_3 = i$ – ток в обмотке электромагнита, u – напряжение, подаваемое на электромагнит (управление); g_c – ускорение свободного падения; m – масса шарика; C – электромагнитная постоянная электромагнитной силы [7]; $L = L_1 + 2C / x_1$ – индуктивность обмотки электромагнита, зависящая от постоянной составляющей индуктивности L_1 и позиции шарика; R – активное сопротивление обмотки электромагнита.

Введем новые координаты [4]:

$$\begin{aligned}z_1 &= x_1 - x_{1d}; \\ z_2 &= x_2; \\ z_3 &= g_c - \frac{C}{m} \left(\frac{x_3}{x_1} \right)^2,\end{aligned}\quad (2)$$

где x_{1d} – желаемое значение позиции шарика. Тогда система (1), записанная в координатах (2), имеет вид

$$\begin{aligned}\dot{z}_1(t) &= z_2; \\ \dot{z}_2(t) &= z_3; \\ \dot{z}_3(t) &= f(\mathbf{z}) + g(\mathbf{z})u,\end{aligned}\quad (3)$$

$$\text{где } g(\mathbf{z}) = \frac{-2}{L(z_1 + x_{1d})} \sqrt{\frac{C}{m}(g_c - z_3)},$$

$$f(\mathbf{z}) = 2(g_c - z_3) \left(\left(1 - \frac{2C}{L(z_1 + x_{1d})} \right) \frac{z_2}{z_1 + x_{1d}} + \frac{R}{L} \right).$$

Для системы (3) ставится задача синтеза SMC, базирующегося на последовательной совокупности инвариантных многообразий СТУ: требуется определить такое управление $u = u(\mathbf{z})$ в функции переменных состояния объекта (3), которое обеспечивает перевод изображающей точки (ИТ) объекта из произвольного исходного состояния (в некоторой допустимой области) в заданное состояние, определяемое желаемым инвариантом – целью управления: $x_1 - x_{1d} = 0$, и робастность к параметрическим возмущениям.

III. СИНТЕЗ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

Согласно методике синтеза SMC, базирующегося на последовательной совокупности инвариантных многообразий [28], [29], на первом этапе синтеза задаем инвариантное многообразие вида

$$\psi_1 = \beta_1 |z_1| + \beta_2 |z_2| + |s_1| = 0, \quad (4)$$

где β_1, β_2 – постоянные коэффициенты, $s_1 = z_3 + u_2(z_1, z_2)$ – выражение для поверхности скольжения, $u_2(z_1, z_2)$ – внутреннее управление метода АКАР СТУ [21]–[29].

Подставляя (4) в функциональное уравнение метода АКАР СТУ [21]–[29]:

$$T_1 \dot{\psi}_1(t) + \psi_1 = 0, \quad (5)$$

получаем в силу уравнений объекта (3), закон управления:

$$u = -\frac{1}{g(\mathbf{z})} \left(\left(\beta_1 z_2 \operatorname{sign} z_1 + \beta_2 z_3 \operatorname{sign} z_2 + \frac{\psi_1}{T_1} \right) \operatorname{sign} s_1 + \right. \\ \left. + f(\mathbf{z}) + \frac{\partial u_2}{\partial z_1} z_2 + \frac{\partial u_2}{\partial z_2} z_3 \right). \quad (6)$$

Под действием закона управления (6) ИТ системы (3) попадает в окрестность многообразия (4), движение вдоль которого описывается декомпозированной системой:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1(t) &= z_2; \\ \dot{z}_2(t) &= -u_2(z_1, z_2).\end{aligned}\quad (7)$$

На втором этапе синтеза для нахождения внутреннего управления $u_2(z_1, z_2)$ для системы (7) зададим подмногообразие: $s_2 = z_2 + \gamma z_1 = 0$. Подставляя это выражение в функциональное уравнение

$$T_2 \dot{s}_2(t) + s_2 = 0,$$

получаем в силу уравнений (7) выражение для внутреннего закона управления:

$$u_2(z_1, z_2) = \frac{\gamma}{T_2} z_1 + \left(\gamma + \frac{1}{T_2} \right) z_2 = \lambda_1 z_1 + \lambda_2 z_2. \quad (8)$$

Тогда движение ИТ системы (7) под действием управления (8) будет описываться уравнением:

$$\ddot{z}_1(t) + \lambda_2 \dot{z}_1(t) + \lambda_1 z_1 = 0.$$

Условие асимптотической устойчивости в целом этого уравнения имеет весьма простой вид: $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$, а выбором значений этих параметров можно обеспечить желаемый вид переходного процесса. Тогда при выполнении этих условий видно, что выполняется цель управления – стабилизация вертикального положения шарика $z_1 = x_1 - x_{1d} = 0$. Таким образом, подставляя (8) в (6), можем получить итоговое выражение для управления MLS (3).

Проверим выполнение условия возникновения скользящего режима [14]:

$$s_1 \cdot \dot{s}_1(t) < 0. \quad (9)$$

Для этого с учетом (8) получим выражение поверхности скольжения: $s_1 = z_3 + \lambda_1 z_1 + \lambda_2 z_2$, а из (5) с учетом (4) выразим ее производную:

$$\dot{s}_1(t) = - \left(\beta_1 z_2 \operatorname{sign} z_1 + \beta_2 z_3 \operatorname{sign} z_2 + \frac{\psi_1}{T_1} \right) \operatorname{sign} s_1.$$

Отсюда видно, что условие (9) всегда обеспечивается следующим выбором: $\gamma > 0, \beta_i > 0, T_i > 0, i = 1, 2$. Как видим, анализ устойчивости и анализ выполнения условия возникновения скользящего режима (9) достаточно просты.

На рис. 2, 3 показаны результаты моделирования замкнутой системы (1), (6) с номинальными параметрами системы [13]: $R=13.8$ Ом; $L_I=0.65$ Гн; $g_c=9.81$ м/с²; $C=2.31e-4$ Нм²/А²; $m=0.022$ кг и параметрами закона управления (6): $x_{1d}=0.05$; $T_1=T_2=0.05$; $\beta_1=100$; $\beta_2=50$; $\gamma=200$. А на

рис. 4, 5 показаны результаты моделирования замкнутой системы (1) с этими же параметрами и классическим SMC, представленном в [4]:

$$u = - \frac{1}{g(z)} \left(f(z) + \alpha_1 \left(g_c - \frac{C}{m} \left(\frac{x_3}{x_1} \right)^2 \right) + \alpha_2 x_2 + \right. \\ \left. + W \operatorname{sign} \left(g_c - \frac{C}{m} \left(\frac{x_3}{x_1} \right)^2 + \alpha_1 x_2 + \alpha_2 (x_1 - x_{1d}) \right) \right), \quad (10)$$

где α_1, α_2, W – постоянные коэффициенты. Для моделирования зададим [4]: $x_{1d}=0.05$; $W=350$; $\alpha_1=61$; $\alpha_2=930$.

При этом в обоих случаях система (1) подвержена параметрическому возмущению

$$R = \begin{cases} 13.8, & t \leq 1; \\ 1.38, & t > 1. \end{cases} \quad (11)$$

Из рис. 2 видно, что под действием управления (6) положение шарика оказывается нечувствительным к параметрическому возмущению (11). График изменения управления (6), представленный на рис. 3, позволяет утверждать, что синтезированный закон позволяет исключить высокочастотное переключение знака закона управления (chattering free). При этом из рис. 4 видно, что под действием управления (10) положение шарика принимает новое установившееся значение, отличающееся от желаемого $x_{1d}=0.05$, т.е. система чувствительна к параметрическому возмущению (11). Уменьшить ошибку стабилизацию вертикального положения шарика в этом случае можно за счет увеличения настроечных коэффициентов закона (10) – α_1, α_2, W , но это, в свою очередь, усиливает chattering эффект.

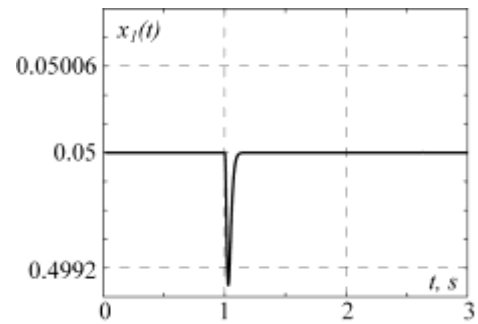


Рис. 2. График изменения $x_1(t)$.

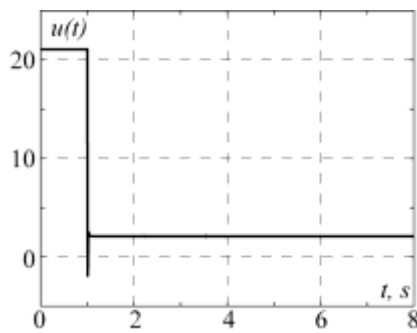


Рис. 3. График изменения управления (6).

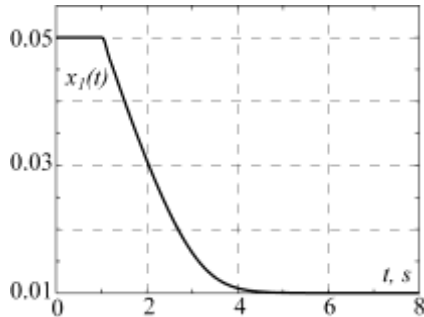


Рис. 4. Графики изменения $x_1(t)$.

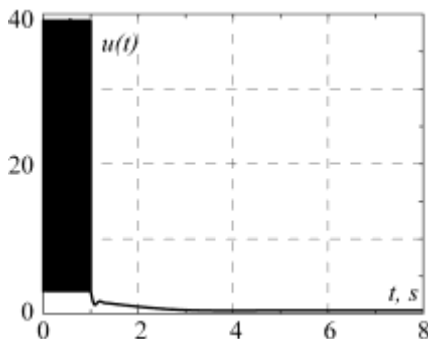


Рис. 5. График изменения управления (10).

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, в данной работе представлена методика синтеза SMC для MLS на основе последовательной совокупности инвариантных многообразий метода АКАР СТУ. Эта методика позволяет осуществлять синтез робастного нелинейного закона управления, упрощает процедуру анализа устойчивости замкнутой системы и позволяет исключить высокочастотное переключение знака закона управления (chattering эффект). Результаты моделирования замкнутой системы с SMC наглядно показали, что синтезированный закон управления (6) действительно обеспечивает выполнение заданной цели управления – стабилизации вертикального положения шарика,

робастность к параметрическому возмущению (11) и отсутствие высокочастотного переключения знака закона управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Yu W., Li X. A Magnetic Levitation System for Advanced Control Education // Proc. of 19th IFAC World Congress, Cape Town, South Africa. Aug. 2014. P. 9032-9037.
- [2] Shieh H.-J., Siao J.-H., Liu Y.-C. A robust optimal sliding-mode control approach for magnetic levitation systems // Asian Journal of Control. 2010. Vol. 12, no. 4. P. 480-487.
- [3] Beltran-Carbajal F., Valderrabano-Gonzalez A. and et al. Output feedback control of a mechanical system using magnetic levitation // ISA Transactions. 2015. Vol. 57. P. 352-359.
- [4] Al-Muthairi N.F., Zribi M. Sliding mode control of a magnetic levitation system // Mathematical Problems in Engineering. 2004. Vol. 2004, iss. 2. P. 93-107.
- [5] Kluehspies J. Maglev trends in public transport: The perspectives of Maglev transportation systems // Proc. of 11th International Symposium on Linear Drives for Industry Applications, Osaka, Japan. 6-8 September 2017.
- [6] Barie W., Chiasson J. Linear and nonlinear state-space controllers for magnetic levitation // International Journal of Systems Science. 1996. Vol. 27, iss. 11. P. 1153-1163.
- [7] Shawki N., Alam S. and et al. Design and implementation of a magnetic levitation system using phase lead compensation technique // Proc. of 9th International Forum on Strategic Technology. Oct. 2014. P. 294-299.
- [8] Hurley W.G., Hynes M., Wölflé W.H. PWM Control of a Magnetic Suspension System // IEEE Transactions on Education. 2004. Vol. 47, no. 2. P. 165-173.
- [9] Joo S., Seo J.H. Design and analysis of the nonlinear feedback linearizing control for an electromagnetic suspension system // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 1997. Vol. 5, iss. 1. P. 135-144.
- [10] Cho D., Kato Y., Spilman D. Sliding mode and classical controllers in magnetic levitation systems // IEEE Control Systems Magazine. 1993. Vol. 13, iss. 1. P. 42-48.
- [11] El Hajjaji A., Ouladsine M. Modeling and nonlinear control of magnetic levitation systems // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2001. Vol. 48, iss. 4. P. 831-838.
- [12] Usarman R., Cahyadi A.I., Wahyunggoro O. Control of a Magnetic Levitation System Using Feedback Linearization // Proc. of International Conference on Computer, Control, Informatics and Its Applications. 2013. P. 95-98.
- [13] Qin Y., Peng H. and et al. A modeling and control approach to magnetic levitation system based on state-dependent ARX model // Journal of Process Control. 2014. Vol. 24, iss. 1. P. 93-112.
- [14] Utkin V., Guldner J., Shi J. Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. 2nd ed. Boca Raton. London: CRC Press, Taylor and Francis, 2009.
- [15] Young K., Utkin V.I., Ozguner U. A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 1999. Vol. 7, no. 3. P. 328-342.
- [16] Edwards C., Spurgeon S. Sliding Mode Control: Theory and Applications. London: Taylor and Francis, 1998.
- [17] Levant A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control // International Journal of Control. 2003. Vol. 76, no. 9-10. P. 924-941.
- [18] Cavallo A., Natale C. High-order sliding control of mechanical systems: Theory and experiments // Control Engineering Practice. 2004. Vol. 12. P. 1139-1149.
- [19] Emelyanov S.V., Korovin S.K., Levant A. Higher-order sliding modes in control systems // Differential Equations. 1993. Vol. 29. P. 1627-1647.

- [20] Laghrouche S., Plestan F., Glumineau A. Higher order sliding mode control based on integral sliding mode // *Automatica*. 2007. Vol. 43. P. 531-537.
- [21] Колесников А.А. Синергетическая теория управления. М.: Энергоатомиздат, 1994. 354 с.
- [22] Kolesnikov A.A. Introduction of synergetic control // *Proceedings of the American Control Conference ACC-2014*, Portland, OR, USA. June 2014. P. 3013-3016.
- [23] Kolesnikov A., Veselov G., Popov A., Kuzmenko A. and et al. Synergetic approach to the modeling of power electronic systems // *IEEE Workshop on Computers in Power Electronics*; Blacksburg, VA, USA. 16-18 July 2000. P. 259-262.
- [24] Кузьменко А.А. Нелинейные адаптивные законы управления турбиной судовой энергоустановки // *Известия РАН. Теория и системы управления*. 2012. №4. С. 38-51.
- [25] Kuz'menko A.A., Kolesnikov A.A., Kolesnitchenko D.A. Novel Robust Control of Hydrogenerator: the synergetic approach // *IFAC-PapersOnLine*. 2015. Vol. 48, iss. 11. P. 451-456.
- [26] Kuz'menko A.A., Synitsin A.S., Zyiryanova A.A. The use of integral adaptation principle to increase the reliability of synchronous generator nonlinear excitation system // *Proceedings of International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops*. January 2015. Vol. 2015. P. 415-420. DOI: 10.1109/ICUMT.2014.7002137.
- [27] Kuz'menko A.A., Synitsin A.S., Mushenko A.S. The use of integral adaptation principle to increase the reliability of DFIG-Wind turbine power system // *Proceedings of International Siberian Conference on Control and Communications*. July 2017. DOI: 10.1109/SIBCON.2017.7998487.
- [28] Колесников А.А., Кузьменко А.А. Синтез законов разрывного управления на основе последовательной совокупности инвариантных многообразий метода АКАР // *Мехатроника, автоматизация и управление*. 2019. Т. 20, № 8. С. 451-460.
- [29] Кузьменко А.А. Синтез закона разрывного управления синхронизацией хаотических систем на основе последовательной совокупности инвариантных многообразий // *Материалы III Международной научной конференции по проблемам управления в технических системах*, Санкт-Петербург, 30 октября – 1 ноября 2019.