# Проектирование распределенных систем управления

### М. Ю. Шестопалов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина) shestopalov\_08@mail.ru,

### И. М. Першин

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина); Северо-Кавказский федеральный университет ivmp@yandex.ru

### В. В. Цаплева

Северо-Кавказский федеральный университет val-ryazanova@yandex.ru

Аннотация. статье, на примере управления гидролитосферным процессом, рассмотрена методика проектирования распределённых систем. Особенностью объекта управления является реализация несовершенного водозабора (водоносный горизонт вскрывается частично). В показаны основные этапы проектирования: определение линамических характеристик объекта: методика определения параметров нестандартного аппроксимирующего звена; процедура синтеза распределенной системы управления и анализ замкнутой системы. Эффективность предлагаемого подхода подтверждена результатами моделирования.

Ключевые слова: гидролитосферный процесс; несовершенный водозабор; распределённая система управления; анализ и синтез

# $L_y$ Добывающие скважины $L_x$ $X_0$ $L_{z_1}$ $L_{z_2}$ $L_{z_2}$ $L_{z_2}$ $L_{z_2}$

Рис. 1. Схема месторождения

# І. Введение

Проектирование распределенных систем управления рассмотрим на следующем примере: в качестве объекта имеется гидролитосферный пласт, из которого осуществляется добыча гидроминерального сырья с использованием 4-х добывающих скважин. При этом осуществляется несовершенный водозабор: водоносный горизонт вскрывается частично ( $Z_{01}^* \le z \le Z_{02}^*$ ), рис. 1.

Скорректируем математическую модель [1] с учетом несовершенного водозабора.

### Грунтовые воды

$$\begin{split} \frac{\partial h_{1}(x,y,z,\tau)}{\partial \tau} &= k_{1,x} \frac{\partial^{2} h_{1}(x,y,z,\tau)}{\partial x^{2}} + \\ &+ k_{1,y} \frac{\partial^{2} h_{1}(x,y,z,\tau)}{\partial y^{2}} + k_{1,z} \frac{\partial^{2} h_{1}(x,y,z,\tau)}{\partial z_{1}^{2}}; \\ &0 < x < L_{x}; 0 < y < L_{y}; 0 < z < L_{z_{1}}. \end{split}$$

### Водоносный пласт

$$\begin{split} \frac{\partial H_2(x,y,z,\tau)}{\partial \tau} &= \frac{1}{\eta_2} (k_{2,x} \frac{\partial^2 H_2(x,y,z,\tau)}{\partial x^2} + \\ &+ k_{2,y} \frac{\partial^2 H_2(x,y,z,\tau)}{\partial y^2} + k_{2,z} \frac{\partial^2 H_2(x,y,z,\tau)}{\partial {z_2}^2}) + \\ &+ V(y,z,\tau) \cdot \delta(x_0,y_0,z); \\ &0 < x < L_x; 0 < y < L_y; 0 < z < L_{z_2}. \end{split}$$

Граничные условия (условия Дарси) между пластами задаются в виде:

Грунтовые воды — Водоносный пласт  $h_1\big(x,y,L_{z_1},\tau\big) = h_1\big(x,y,L_{z_1},\tau\big) + \\ + b_1\cdot \big(H_2\big(x,y,0,\tau\big) - h_1\big(x,y,L_{z_1},\tau\big)\big),$   $H_2\big(x,y,0,\tau\big) = H_2\big(x,y,0,\tau\big) - \\ -b_1\cdot \big(H_2\big(x,y,0,\tau\big) - h_1\big(x,y,L_{z_1},\tau\big)\big),$ 

где  $b_1 = 0,00003$  сут.  $^{-1}$  – параметр перетекания.

Нижняя граница пласта:  $\partial H_2(x, y, L_z, \tau)/\partial z = 0$ .

### Боковые грани:

$$\begin{split} h_1\big(0,y,z,\tau\big) &= h_{1,0}; H_2\big(0,y,z,\tau\big) = H_{2,01}, \\ \partial h_1\big(L_x,y,z,\tau\big) / \, \partial x &= 0; H_2\big(L_x,y,z,\tau\big) = H_{2,02}; \\ h_1\big(x,0,z,\tau\big) &= h_1\big(x,L_y,z,\tau\big) = h_{1,0}. \end{split}$$

При формировании граничных условий по координате у полагаем, мощность пласта такова, что возмущения от добывающих скважин не влияют на состояние пласта в граничных точках:

$$H_2(x,0,z,\tau) = H_2(x,L_y,z,\tau) = H_{2,01} - (H_{2,01} - H_{2,02}) \cdot x / Lx,$$

где:  $h_{I,0} = z$   $(0 < z < L_{zI})$ ,  $H_{2,0I} = 85$  м,  $H_{2,02} = 65$  м начальные состояния невозмущенных грунтовых вод и пласта;  $h_1$  – напор в горизонте грунтовых вод;  $H_2$  – напор в водоносном горизонте; изучаемом коэффициенты соответствующим фильтрации координатам: ПО  $k_{I,x}=0.198,\ k_{I,y}=0.196,\ k_{I,z}=0.148,\ k_{2,x}=0.146,\ k_{2,y}=0,148,\ k_{2,z}=0.024$  (в м/сут.);  $\eta_2=0.000581$ /м — упругоемкость понижение напора, вызванное пласта;  $V(y_i,z,\tau)$ воздействием (дебитом  $Q_i$ ) i-й добывающей скважины, с учетом распределения дебита  $Z^*_{0I} \leq z \leq Z^*_{02}, V(y_i,z,\tau) = K_Q \cdot Q_i(\tau); \delta(x_0,y_i,z)$  - функция, равная единице, если  $x = x_0, y = y_i, (i=0,...3), Z^*_{0I} \leq z \leq Z^*_{02}$ , и равная нулю в других случаях; x, y, z – пространственные координаты;  $\tau$  – время. Функцией выхода служит изменение уровня в точке  $H(x_0,y_i,z=(Z^*_{01}+Z^*_{02})/2,\tau)$ . Геометрические параметры заданы в виде: Lx = 350 м,  $Ly = 275 \text{ м}, \quad Lz_1 = 45 \text{ м}, \quad Lz_2 = 80 \text{ м}. \quad \text{В} \quad [1] \quad \text{показана}$ верификация рассматриваемого объекта управления и получено значение  $K_O = 0.0447256$ .

### II. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РАССМАТРИВАЕМОГО ОБЪЕКТА

Добывающие скважины были выведены на установившейся режим при заданном дебите скважин:  $Q_i = 0.001157 \text{ m}^3/\text{c.}$ , i = 0,1,2,3.

В соответствии с граничными условиями сформируем пространственные моды входного воздействия [2]:

$$\Delta Q_i \left( y_i, \tau \right) = \sum_{\eta=1}^{\infty} A_{\eta} \sin(\psi_{\eta} \cdot y_i),$$
  
$$\psi_{\eta} = \pi \cdot \eta / L_{y}, 0 < y < L_{y}, i = 0, 1, 2, 3,$$

где  $A_n$  — модули входного воздействия.

1. Определим реакцию объекта на выделенные пространственные моды ( $\eta = 1,2$ ), при этом полагая  $A_n = 0.0001157$  м<sup>3</sup>/с. Изменяя дебит добывающих скважин

$$\Delta Q_i(y_i, \tau) = 0.0001157 \cdot \sin(\psi_1 \cdot y_i),$$
  
 $\psi_1 = \pi \cdot 1/L_v, i = 0,1,2,3,$ 

определим изменение уровня точке  $H_2(x_0,y_1,z=(Z_{01}^*+Z_{02}^*)/2,\tau)$ . Поскольку объект принадлежит классу пространственно-инвариантных [2], то для анализа объекта достаточно исследовать функцию выхода выбранной точке. При моделировании распределение дебита і-й скважины по пространству  $Z_{01}^* \le z \le Z_{02}^*$ . В результате моделирования объекта управления получено, что через 40 суток уровень в рассматриваемой точке выходит на стационарный режим. Рассогласование уровней составило -0.491286 м, а входное -0.0001128387 воздействие  $\mathbf{M}^3/\mathbf{c}$ . Вычисленный коэффициент усиления  $K_1 = -0.491286/(-$ 0.0001128387) = 4353.87.

Аналогично изменяя дебит

$$\Delta Q_i(y_i, \tau) = 0.0001157 \cdot \sin(\psi_2 \cdot y_i), \psi_2 = \pi \cdot 2/L_v$$
,

был вычислен  $K_2 = 3378.45$ .

2. Определим сдвиг по фазе ( $\Delta f_I$ ) между входным воздействием и функцией выхода. Для этого полагая

$$\Delta Q_i(y_i, \tau) = 0.0001157 \cdot \sin(\omega \cdot \tau) \cdot \sin(\psi_1 \cdot y_i),$$
  
$$\psi_1 = \pi \cdot 1/L_{w_i},$$

 $(\omega=0.00001~$  1/c.) определим сдвиг по времени сигнала выхода относительно входного воздействия  $\Delta \tau=-19.05$  час.

При этом период колебаний составил 174.5 час.

Сдвиг по фазе между входным воздействием и функцией выхода определяется из следующего соотношения:

$$\Delta f_1 = 2 \cdot \pi \cdot (-19.05)/174.5 = -0.6859$$
.

### III. МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ АППРОКСИМИРУЮЩЕГО ЗВЕНА

Исследования, приведенные в [3, 7] показывают, что для описания динамических характеристик рассматриваемых объектов может быть рекомендовано следующее аппроксимирующее звено:

$$W_{an}(s) = (K/(\beta+1)) \cdot \exp(-\beta \cdot \Delta z), \ \beta = (s/a + \psi_n^2)^{1/2}, \ (1)$$

где: s — оператор Лапласа; K,  $\Delta z$ , a — параметры, значения которых определяются в соответствии со следующей методикой:

1. Полагая в (1)  $\omega = 0$  и приравнивая статические коэффициенты усиления аппроксимирующего звена значению  $K_1$  и  $K_2$  получим:

$$4353.87 = K/(\beta + 1) \exp(-\beta \cdot \Delta z), \beta = (\pi \cdot 1/L_y),$$
  
$$3378.45 = K/(\beta + 1) \exp(-\beta \cdot \Delta z), \beta = (\pi \cdot 2/L_y).$$

Решая полученную систему, определим:

$$K = 5611.647$$
;  $\Delta z = 21.22$ .

2. Полагая в (1)  $s=j\omega$  ( $\omega=0.00001$ ), запишем соотношение для определения фазы аппроксимирующего звена

$$\Delta f_1 = -\text{Im}(\beta) - \arctan(\text{Im}(\beta)/(\text{Re}(\beta) + 1), \beta_{ol} = (j \cdot 0.00001/a + (\pi/L_y)^2)^{1/2}.$$
 (2)

3. Подставляя в исходные данные в уравнение (2) и решая численным методом, получим: a = 0.004909.

### IV. ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Методика синтеза распределенных регуляторов, скорректированная для использования в процедуре синтеза аппроксимирующих звеньев (1), приведена в [4–6]. Передаточная функция такого регулятора записывается в виде:

$$W(y,s) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{s} + E_2 \cdot \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} - \frac{1}{n_2} \nabla^2 \right] \cdot s,$$

где:  $\nabla^2$  — лапласиан;  $E_{\xi}$ ,  $n_{\xi}$  ( $\xi=1,2,4$ ) — параметры, подлежащие определению.

При синтезе распределенного регулятора на запас устойчивости разомкнутой системы по фазе  $\Delta f$  и на параметр  $\Delta$  [4] наложены следующие ограничения:  $\Delta f \geq \pi/8$ ;  $\Delta = 20$ .

В результате синтеза получены следующие значения параметров регулятора:

$$n_1 = 1.010998$$
;  $E_1 = 0.25929$ ;  $n_2 = \infty$ ;  $E_2 = 14.66596$ ;

$$n_4 = 1.015327$$
;  $E_4 = 0.00002239$ .

В реальных условиях измерение функции выхода (текущего уровня) осуществляется с помощью датчиков. Такие датчики устанавливаются в рабочие зоны добывающих скважин ( $Z^*_{0l} \le z \le Z^*_{02}$ ). Положим, что такие датчики установлены в точках  $z = (Z^*_{02} + Z^*_{0l})/2$ .

Подавая на вход регулятора входное воздействие  $\Delta H(y,\tau) = H_v(y,\tau) - H_z(x_0,y,z = (Z_{0z}^* + Z_{0l}^*)/2,\tau)$  получим:

$$U(y,\tau) = 0.25929 \cdot \left[ \frac{0.010998}{1.010998} \cdot \Delta H(y,\tau) - \frac{1}{1.010998} \nabla^2 \Delta H(y,\tau) \right]$$

$$+ 0.00002239 \cdot \int_{\tau} \left[ \frac{0.015327}{1.015327} \cdot \Delta H(y,\tau) - \frac{1}{1.015327} \nabla^2 \Delta H(y,\tau) \right] \cdot d\tau +$$

$$+ 14.66596 \cdot \frac{d\Delta H(y,\tau)}{d\tau}$$

$$(3)$$

Положим, что расстояние между добывающими скважинами равно  $\Delta y$  (рис. 1). Представим (3) в дискретном по пространственной координате виде [2], получим алгоритм управления дебитами рассматриваемых скважин.

$$\begin{split} U_{i}\left(y_{i},\tau\right) &= 0.25929 \cdot \left[\frac{0.010998}{1.010998} \cdot \Delta H_{i}(y_{i},\tau) - \frac{1}{1.010998} D_{i}(y_{i},\tau)\right] \\ &+ 0.00002239 \cdot \int_{\tau} \left[\frac{0.015327}{1.015327} \cdot \Delta H_{i}(y_{i},\tau) - \frac{1}{1.015327} D_{i}(y_{i},\tau)\right] \cdot d\tau + \text{ (4)} \\ &+ 14.66596 \cdot \frac{d\Delta H(y_{i},\tau)}{d\tau}, \end{split}$$

где:

$$\begin{split} D_{i}(y_{i},\tau) &= \frac{\Delta H_{i-1}(y_{i-1},\tau) - 2\cdot\Delta H_{i}(y_{i},\tau) + \Delta H_{i+1}(y_{i+1},\tau)}{\Delta y^{2}}, i = 1,2; \\ D_{i}(y_{i},\tau) &= \frac{-2\cdot\Delta H_{i}(y_{i},\tau) + \Delta H_{i+1}(y_{i+1},\tau)}{\Delta y^{2}}, i = 0; \\ D_{i}(y_{i},\tau) &= \frac{\Delta H_{i-1}(y_{i-1},\tau) - 2\cdot\Delta H_{i}(y_{i},\tau)}{\Delta y^{2}}, i = 3. \end{split}$$

Приравнивая  $Q_i(\tau) = U_i(y_i, \tau)$ , моделируем работу замкнутой системы управления.

## V. Анализ работы замкнутой системы управления уровнем рассматриваемого гидролитосферного процесса

На рис. 2 приведена структурная схема системы управления гидролитосферным процессом рассматриваемого месторождения.

На рис. 3 приведен график изменения уровня в точке  $\{x=x_0; y=y_0; z=Lz_2/2\}$ . На вход замкнутой системы было подано входное воздействие 73.333 м (в момент времени  $\tau=0$  рассматриваемая точка находилась в состоянии 78.333 м).

На рис. 4 приведен график изменения уровня в стационарном режиме по линии расположения скважин  $\{x=x_0; y; (Z^*_{02}+Z^*_{01})/2\}.$ 

Изменение уровня в стационарном режиме по толщине пласта показано на рис. 5.

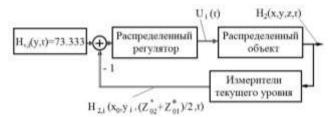


Рис. 2. Структурная схема системы управления

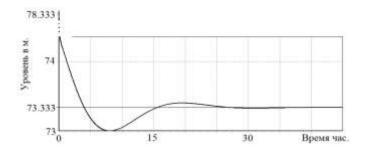


Рис. 3. График переходного процесса замкнутой системы управления

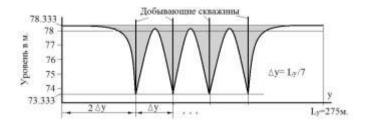


Рис. 4. Изменение уровня по линии расположения скважин

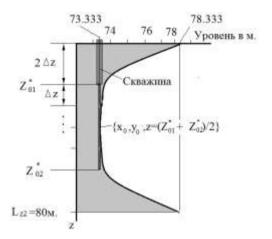


Рис. 5. Изменение уровня по  $z \{x = x_0; y = y_0; z\}$ 

### VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье приводятся основные этапы проектирования распределённых систем управления. рассмотрены на примере построения системы управления гидролитосферным процессом. Входным воздействием на объект управления служит дебит добывающих скважин. Функцией выхода – понижение уровня расположения скважин. Безусловно, важной задачей является выбор числа добывающих скважин. Решение этой рассмотрено [8-13].Особенностью задачи В рассмотренного объекта управления является реализация несовершенного водозабора (водоносный вскрывается частично). Известно, что математические модели рассматриваемых гидролитосферных процессов не имеют аналитического решения. В работе показано определение динамических характеристик объекта с использованием численных моделей. Аналогичные характеристики могут быть получены с использованием экспериментальных исследований на реальном объекте. В статье так же рассмотрены: методика определения параметров нестандартного аппроксимирующего звена; процедура синтеза распределенной системы управления. Анализ работы замкнутой системы управления показывает эффективность изложенной методики проектирования.

### Список литературы

- [1] Першин И.М., Малков А.В., Веселов Г.Е., Першин М.И. Автоматизация технологических процессов добычи гидроминерального сырья // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2018. № 5 (199). С.198-210.
- [2] Малков А.В., Першин И.М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. М.: Научный мир, 2012. 476 с.
- [3] Першин М.И. Исследование погрешностей динамических характеристик распределенных объектов при аппроксимации // Современная наука и инновации. 2014. №4(8). С. 46-50.
- [4] Веселов Г.Е., Першин М.И. Проектирование распределенных систем управления гидролитосферными процессами // Известия вузов. Геология и разведка. 2016. № 1. С.99-105.
- [5] Pershin I.M., Malkov A.V., Pomelyayko I.S. Designing a Control System for Underground Water Intakes // International science and technology conference "Earth science". IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 2019. Vol. 272. 022026.
- [6] Pervukhin D.A, Pershin I.M, Ilyushin Y.V., Afanaseva O.V. Design of distributed systems of hydrolithospere processes management. Selection of optimal number of extracting wells // IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 2017. 87(3). 032030.
- [7] Першин И.М., Веселов Г.Е., Першин М.И. Аппроксимационные модели передаточных функций распределенных объектов // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2015. № 7 (168). С. 126-138.
- [8] Малков А.В., Першин И.М., Дубогрей В.Ф. Методика синтеза распределенных систем управления режимами эксплуатации месторождений минеральных вод // Известия вузов. Геология и развелка. 2012. № 2. С.74-78.
- [9] Малков А.В., Першин И.М., Помеляйко И.С., Уткин В.А., Королев Б.И., Дубогрей В.Ф., Хмель В.В., Першин М.И. Кисловодское месторождение углекислых минеральных вод: системный анализ, диагностика, прогноз, управление. М.: Наука, 2015. 285 с.
- [10] Першин И.М., Афанасьева О.В. Первухин Д.А., Ильюшин Ю.В. Проектирование распределенных систем управления гидролитосферными процессами. Синтез распределенных систем управления // Инновации и перспективы развития горного машиностроения и электромеханики: IPDME-2017. Сб. трудов международной научно-практической конференции. РИЦ Санкт-Петербургского горного университета. С. 189-195.
- [11] Першин И.М., Малков А.В., Першин М.И. Оперативное и стратегическое управление режимами эксплуатации гидролитосферных объектов // Недропользование XXI век. Межотраслевой научно-технический журнал. 2014. № 6а (44). С.40-47.
- [12] Першин И.М., Малков А.В., Першин М.И. Оптимизация количества водозаборных скважин при эксплуатации месторождений минеральных вод // Недропользование XXI век. Межотраслевой научно-технический журнал. 2015. № 1 (51). С.100-104.
- [13] Kukharova T.V., Pershin I.M. Conditions of Application of Distributed Systems Synthesis Methods to Multidimensional Object // 2018 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies, FarEastCon 2018. 8602749.