

АДАПТИВНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ



ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЛЕНИНГРАДСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

АДАПТИВНЫЕ СИСТЕМЫ
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Под ред. проф. *В. Б. Яковлева*



ЛЕНИНГРАД
ИЗДАТЕЛЬСТВО ЛЕНИНГРАДСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
1984

Представлено к изданию
Ленинградским электротехническим институтом
имени В.И.Ульянова (Ленина)

УДК 62-52

Адаптивные системы автоматического управления: Учеб. пособие /В.Н.Антонов, А.М.Пришвин, В.А.Терехов, А.Э.Якчевский /
Под ред. проф. В.Б.Яковлева. - Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1984.
204 с.

В учебном пособии рассматриваются методы построения адаптивных автоматических систем управления, вытекающие из концепции чувствительности и инвариантности систем управления техническими объектами. Главное внимание уделяется классу самонастраивающихся систем, построенных как по "безидентификационному" принципу, так и с идентификацией объекта и воздействий внешней среды в режиме нормальной эксплуатации. Материал книги, отражая современное состояние теории и практики адаптивных систем, существенно отличается по составу и полноте от материала, который излагается в известных учебниках и учебных пособиях по теории автоматического управления. Книга хорошо иллюстрирована примерами, способствующими глубокому усвоению предмета; удовлетворяет курсам "Теория управления", "Оптимальные и адаптивные системы", "Идентификация объектов управления" учебного плана по специальности "Автоматика и телемеханика".

Учебное пособие предназначено для студентов старших курсов и может быть полезным аспирантам и инженерно-техническим работникам, специализирующимся в области технической кибернетики.

Библиогр. 84 назв. Ил. 59. Табл. I.

Р е ц е н з е н т ы: кафедра автоматики и вычислительной
техники Ленингр.политехн.ин-та имени
М.И.Калинина (зав. кафедрой проф.
В.К.Захаров);
д-р техн.наук В.Я.Катковник (Ленингр.
политехн.ин-т имени М.И.Калинина)

А 1502000000-139 КБ 15-036-84
076(02) - 84



Издательство Ленинград-
ского университета,
1984 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В современной теории и практике автоматического управления проблемам адаптации уделяется все больше внимания. Решение этих проблем позволяет осуществить управление самыми разнообразными агрегатами, аппаратами и технологическими процессами в условиях неполноты априорной и текущей информации относительно характеристик объекта и воздействий внешней среды.

Адаптивные системы относятся к числу наиболее сложных в существующей иерархии систем управления. Их сложность определяется не только собственными топологическими особенностями, структурой операторов связей, разнообразием используемого математического аппарата, особенностями технической реализации и т.д. Сложность проблем адаптации в системах управления состоит в глубине самой концепции адаптивного поведения, будь то техническая, биологическая или иная система, в ее многоальтернативности, в многообразии характера неопределенности информации об управляемом процессе и внешней среде, в существовании множества подходов и идей, когда попытка разобраться в существе дела приводит к нелегкой задаче выбора и предпочтения той или иной идеи.

Существует огромное количество публикаций по теории адаптивного управления (сравнительно нового раздела технической кибернетики), содержание которых наглядно иллюстрирует сказанное. В равной мере относится все это и к изданным учебникам и учебным пособиям, где, как правило, читателю предлагаются отдельные идеи, алгоритмы и их реализации в классе самоастраивающихся систем. Что же касается общих свойств адаптивных систем управления, единой точки зрения на сущность такого управления, что важно с методологической стороны, и тенденций его развития, то этому в учебной литературе удалено недостаточное внимание. Исключение составляет небольшое число научных монографий отечественных и зарубежных авторов, переведенных на русский язык. В частности, в монографии Я.З.Цыпкина [75] проблема адаптации обсуждается для весьма широкого класса приложений (а не только для задач управления) на языке вероятностных итеративных процессов, в основу которых положен метод стохастической аппроксимации. В книге Дж.Саридиса [59] наиболее полно изложены основные подходы к синтезу самоорганизующихся си-

стем^{*}; в монографии В.Н.Фомина, А.Л.Фрадкова и В.А. Якубовича [74] подробно рассматриваются методы анализа и синтеза адаптивных систем на основе методов рекуррентных целевых неравенств, стохастического рекуррентного оценивания и скоростного градиента. В числе учебных пособий для студентов вузов, наиболее полно излагающих вопросы теории адаптивных систем и перспективы их развития, следует отметить книгу П.В.Куропаткина [37].

Отличительная особенность данного учебного пособия состоит в изложении задач адаптивного управления с позиций чувствительности и инвариантности [12, 13, 39, 58, 77]. Этот подход позволяет определить основные пути реализации параметрической и сигнальной адаптации, классифицировать задачи адаптивного управления в зависимости от рангов неопределенности в описании модели "объект – внешняя среда" и от наличия априорной информации об объекте и воздействиях внешней среды, дает возможность поставить задачу структурного и параметрического синтеза как задачу эволюционного синтеза или последовательного раскрытия неопределенности. Адаптация при этом становится средством обеспечения инвариантности желаемого состояния системы в режиме стабилизации, программного регулирования или слежения относительно неконтролируемых возмущений различного происхождения в условиях априорной и текущей неполноты информации об этих возмущениях. Обсуждению такого подхода к проблеме адаптации посвящена глава I пособия.

Если теория инвариантности и чувствительности позволяет наметить при конкретных обстоятельствах основу адаптивной системы управления, то процесс адаптации в рамках избранной технической идеи может быть организован самым различным образом. В пособии основные идеи построения адаптивных систем условно объединены в две группы – группу идентификационных методов и группу безидентификационных (или прямых) методов. Подобное выделение больше отражает внешнюю сторону процесса адаптации и традиционно сложившееся отношение к способам технической реализации адаптивных систем. По существу же процессов адаптации в пособии рассматриваются следующие устоявшиеся в теории и в не слишком многочисленных пока приложениях идеи, в их числе: разрывное управление на примере релейных систем и систем с переменной структу-

* Понятие "самоорганизующиеся системы" в работе [59] эквивалентно более распространенному в отечественной литературе понятию "адаптивные системы".

рой (гл.II); адаптивное управление с эталонной настраиваемой моделью движения (гл.II, IV, VI); полиномиальная аппроксимация для моделирования сигналов и идентификации (гл.III); адаптивное управление с обучаемой (настраиваемой) моделью объекта и внешней среды (гл.III); адаптивное управление с использованием временных характеристик системы, в частности импульсной переходной функции (гл.III); использование градиентных алгоритмов типа стохастической аппроксимации для идентификации и управления (гл.III, VI); адаптивное управление с эталонной моделью с использованием второго метода А.А.Ляпунова (гл.IV, V).

Сопоставление перечисленных идей с известными (хотя бы в упомянутых монографиях) покажет, естественно, неполноту задач, методов анализа и синтеза адаптивных систем управления, рассматриваемых в настоящем пособии, да и вряд ли это вообще возможно в ограниченном объеме учебника. Однако основные тенденции в развитии этого динамично развивающегося раздела технической кибернетики все же в той или иной мере нашли свое отражение. Наряду с материалом, заимствованным из монографической и периодической литературы, в содержании книги отражены оригинальные результаты самих авторов пособия, работающих в области адаптивных систем управления. Пособие написано группой преподавателей кафедры автоматики и процессов управления Ленинградского электротехнического института им. В.И.Ульянова (Ленина) в значительной мере на основе курсов лекций для студентов, а также лекций для слушателей факультета повышения квалификации преподавателей. Главы I, II и III написаны канд.техн.наук В.А.Тереховым и В.Н.Антоновым, главы IV, V – канд.техн.наук А.М.Пришвиным, а глава VI – канд.техн.наук А.Э.Янчевским.

Учебное пособие предназначено прежде всего для студентов, изучающих дисциплины по специальности "Автоматика и телемеханика" курсов "Теория управления" и "Оптимальные и адаптивные системы", а также "Идентификация объектов управления". Наряду с этим материал пособия может быть полезен аспирантам и инженерно-техническим работникам, работающим в области автоматического управления, а также специалистам смежных профилей, которым в их научной и практической деятельности могут оказаться полезными идеи адаптивного управления.

Замечания и пожелания по книге просим направлять по адресу: Ленинград, 197022, ул. проф. Попова, 5, Ленинградский электротехнический институт имени В.И.Ульянова (Ленина).

Г л а в а I

ПРИНЦИП АДАПТАЦИИ В ЗАДАЧАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Анализ традиционных принципов построения систем автоматического регулирования в аспекте их чувствительности к тем или иным факторам, изменение которых во времени не поддается прямому контролю и существенно влияет на качество процессов регулирования, позволяет сформулировать физические идеи компенсации нежелательного влияния этих факторов. Такой подход к анализу свойств автоматических систем дает основание для отнесения систем, построенных по принципам отклонения и возмущения, к адаптивным или приспособливающимся, однако в каждом конкретном случае адаптация, т.е. приспособление к изменяющимся условиям среды, имеет ограниченный характер. Подобная точка зрения на свойства обычных систем с обратными связями высказывалась давно и различными авторами, в частности Дж.Тракселом (см. [55], с.14-15), однако различия в степени проявления адаптивных свойств систем не всегда принимаются во внимание при синтезе адаптивных систем. В монографии Дж.Саридса [59] отмечается, что "в любом из разделов техники никакая новая область не может быть признана, если не показано, что в ней имеется достаточная потребность с точки зрения приложений. Теория самоорганизующихся систем управления не является исключением из этого правила. Однако ... нужно искать такие приложения, которые имеют тот же уровень сложности, что и сами системы самоорганизующегося управления. Этот принцип - не переусложнять управляющее устройство - может рассматриваться как золотое правило техники и применим также к другим научным дисциплинам. Основные критические замечания, высказанные о прежних "адаптивных" системах управления, были связаны с тем, что они представляли собой либо тривиальные конструкции, которые можно заменить контуром обратной связи, либо чрезмерно усложненные управляющие устройства, хотя они предназначались для простых систем первого или второго порядка".

Анализ примеров технических объектов и процессов, когда имеется необходимость в управлении с адаптацией, и их особенностей, приводит к такому принципу построения адаптивных систем, в которых целью является оптимальное в каком-либо смысле управление объектом (процессом), не чувствительное к изменяющимся неконтролируемым образом условиям работы системы, а средством для достижения этого свойства – адаптация регулирующего устройства системы (регулятора) к изменениям условий. Следование этому принципу приводит к синтезу адаптивных систем на основе метода последовательного раскрытия неопределенностей [12] причинно-следственных отношений модели "объект – внешняя среда", наиболее полно далее проявляющегося в классе самонастраивающихся систем. С таких позиций и рассматривается в главе I проблема адаптации в системах автоматического управления техническими объектами.

§ 1. Особенности управления объектами и процессами с переменными параметрами

Адаптивные автоматические системы предназначены для управления объектами и процессами в условиях априорной и текущей неопределенности в описании моделей объектов и внешних возмущений (внешней среды), когда такая неопределенность существенно влияет на качество управления и его результаты. Возникновение априорной неопределенности происходит уже на стадии формирования физической, химической или технологической модели автоматизируемых объектов и процессов. Текущая неопределенность обусловлена неконтролируемым, имеющим, как правило, случайный характер изменением статических и динамических свойств управляемых объектов и воздействий внешней среды на объект в режиме нормальной эксплуатации. Такая ситуация характерна для многих технических приложений, в частности для объектов технологических процессов (ТП), где замкнутые системы, и в том числе адаптивные, являются подсистемами управления в составе автоматизированной системы управления. Успешное функционирование подсистем в значительной мере зависит от достоверности информации о свойствах управляемых объектов и процессов. Если такая информация имеется и характеристики управляемых объектов и воздействий внешней среды изменяются незначительно во времени или же эти

изменения несущественно сказываются на конечном результате управления, то эффективное решение его задач может и должно быть выполнено с помощью традиционных методов теории управления и соответствующими техническими средствами.

Однако существует множество важных объектов и процессов практически во всех отраслях науки и техники, промышленности, отличающиеся тем, что статические и динамические свойства объектов и процессов этого множества изменяются неконтролируемым образом, а априорные сведения об этих изменениях и о самих физических, математических и расчетных моделях "объект - внешняя среда" лишь в определенной степени соответствуют действительности. Например, такая ситуация возникает тогда, когда принимаются упрощающие допущения, которые снижают эффективность расчетной модели системы управления, построенной по традиционным методам. В этих случаях практический результат управления не соответствует расчетному или же является совсем непригодным, и возникает потребность в методах управления, учитывающих наличие априорной и текущей неопределенности. Очевидно, что при этом адаптивные методы и соответствующие технические средства должны гарантировать желаемое качество процесса управления и инвариантность регулируемых переменных, критериев качества или других характеристик системы управления к объективно существующим неконтролируемым изменениям статических и динамических свойств объекта и воздействий внешней среды при априорной неопределенности расчетной модели "объект - внешняя среда".

Рассмотрим ряд примеров из различных областей техники, иллюстрирующих некоторые важные в аспекте адаптации особенности управляемых объектов и процессов, характеризующихся априорной и текущей неопределенностью информации о них.

Пример 1. Управление движением летательного аппарата (ЛА) относительно продольной оси [40, 70]. В упрощенном виде уравнение движения ЛА как абсолютно жесткого тела относительно продольной оси x (креновое движение) имеет следующий вид:

$$I_x \frac{d^2 \gamma}{dt^2} = m_x S l \frac{\rho v^2}{2} + M_x(t), \quad (1.1)$$

где $I_x = I_x(t)$ - момент инерции ЛА относительно продольной оси; γ - угол крена; v - скорость полета ЛА; S - площадь крыльев; l - размах крыла; ρ - плотность воздуха; $m_x = f(v, \beta, \delta)$ - коэф-

коэффициент момента сил, действующих на ЛА; δ – угол отклонения элеронов; β – угол скольжения ЛА; $M_x(t)$ – момент возмущающих сил (рис. 1, а). Динамика движения ЛА относительно продольной оси характеризуется нелинейностью и переменными параметрами, так как момент инерции I_x и коэффициент m_x нелинейно зависят от

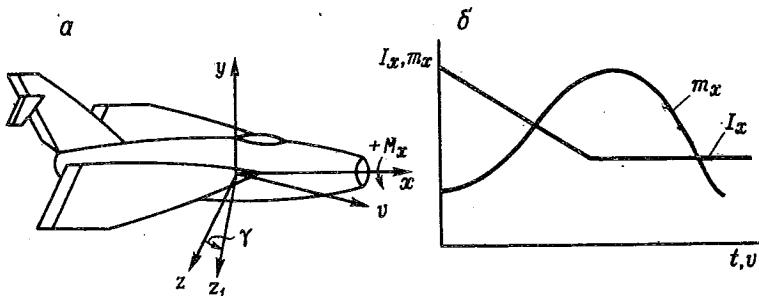


Рис. 1.

времени и от скорости полета соответственно (рис. 1, б). Если крен ЛА происходит за короткое время, т.е. если можно пренебречь изменением скорости ЛА ($\Delta v = 0$) и не учитывать влияний а) момента рыскания на крен; б) моментов сил отклонения рулей курса; в) моментов силы тяги двигателя, то линеаризованное уравнение кренового движения ЛА будет иметь вид [70]

$$\frac{d^2 \Delta \gamma}{dt^2} + \kappa_1(t) \frac{d \Delta \gamma}{dt} = \kappa_2(t) \Delta \delta(t) + \kappa_3(t) M_x(t). \quad (I.2)$$

Здесь переменные коэффициенты $\kappa_1(t)$, $\kappa_2(t)$ и $\kappa_3(t)$ определяются следующим образом:

$$\kappa_1(t) = -2I_x^{-1}(t) \rho S l m_{x\gamma} v^2; \quad \kappa_2(t) = (2I_x(t))^{-1} \rho S l m_{x\delta} v^2; \quad \kappa_3(t) = I_x^{-1}(t). \quad (I.3)$$

В выражениях (I.3) $m_{x\gamma}$ и $m_{x\delta}$ – аэродинамические коэффициенты демпфирования и элеронов.

Уравнение (I.2) является уравнением с переменными параметрами, где коэффициенты $\kappa_1(t)$, $\kappa_2(t)$, как это следует из (I.3) и рис. 1, б, изменяются пропорционально квадрату скорости ЛА (в десятки и сотни раз) и, так же, как коэффициент $\kappa_3(t)$, обратно пропорционально изменению момента инерции I_x . Применение, например, линейного регулирующего устройства (автопилота) с по-

стационарными коэффициентами настройки для управления динамикой полета ЛА по крену в этих условиях приводит к неудовлетворительному результату, в частности к неудовлетворительной длительности переходных процессов в системе для всей области возможных изменений коэффициентов $k_1(t)$, $k_2(t)$ и $k_3(t)$. В этом случае возникает задача построения адаптивного автопилота. К такому же выводу можно прийти, если рассмотреть задачу стабилизации продольного движения летательного аппарата (по тангажу) (см., например, [74, с.22-24]) и ряд других задач, возникающих при проектировании систем управления летательными аппаратами [31, 40, 55].

Пример 2. Топливная батарея низкого давления [2, 3]. Как источник постоянного тока малой и средней мощности такая батарея широко применяется в ряде отраслей науки и техники.

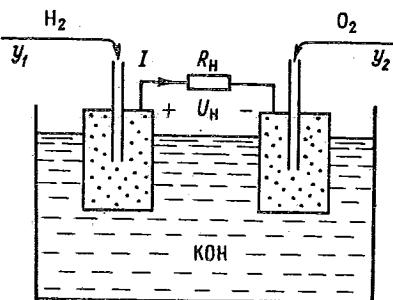


Рис.2.

сская разность потенциалов между катодом и анодом.

Одной из важных характеристик топливного элемента является его электрический к.п.д. (η):

$$\eta = R_H (R_H + r)^{-1}, \quad (I.4)$$

где R_H - внешняя нагрузка, Ом; r - внутреннее сопротивление топливного элемента, складывающееся из сопротивления электролита и сопротивления массопередачи для границы трех фаз: газ - металлы - электролит. Из выражения (I.4) следует, что к.п.д. тем выше, чем меньше внутреннее сопротивление r . В свою очередь, r , как установлено экспериментально, при монотонном росте избытка да-

функциональная схема одного топливного элемента изображена на рис.2. На пористые электроды подается топливо (им может быть водород, окись углерода, природный газ, а также некоторые жидкости) и окислитель (кислород). Пористые электроды погружены в электролит (щелочь или расплав карбонатов щелочных металлов). В результате электролитического окисления топлива образуется гальваниче-

вления Δp уменьшается до определенного значения, а затем возрастает. Таким образом, к.п.д. топливного элемента, т.е. его полезная мощность при нагрузке R_h , регулируется изменением параметра Δp .

При эксплуатации топливной батареи нагрузка по току (I), а следовательно, и расход рабочих газов (y_1 и y_2 на рис.2) изменяются случайным образом в допустимых пределах, что влечет за собой существенное изменение напряжения нагрузки: $U_h = f(\Delta p)$ (статической характеристики топливного элемента). Поэтому возникает задача стабилизации экстремального значения Δp (а тем самым стабилизации экстремальных значений η и U_h) путем регулирования подачи топлива (y_1) и окислителя (y_2). В силу случайного характера (с неизвестным, вообще говоря, законом распределения или его параметрами) изменения режима работы топливного элемента оптимизация этого режима представляет собой задачу для адаптивного управления [3].

Пример 3. Восстановление четыреххлористого титана [17, 78]. Этот процесс состоит из стадии собственного восстановления $TiCl_4$ магнием: $TiCl_4 + 2Mg \rightarrow Ti + 2MgCl_2$ и последующей очистки полученного губчатого титана от металлического непрореагированного магния и его хлоридов путем сублимации их при высоком вакууме в сепараторах.

Аппарат восстановления состоит из электропечи, реактора (реторты из нержавеющей стали), устройства для загрузки расплавленного магния, устройства подачи $TiCl_4$ и слива $MgCl_2$. Промышленное восстановление титана ведется в реакторах, помеченных в электропечи типа "Редмет-500" с нагревателями в верхней, средней и нижней зонах. Аппарат предварительно заполняется восстановителем – расплавленным магнием, контролируемым по массе. Четыреххлористый титан подается с определенной скоростью, которая регулируется с помощью клапанов. Хлорид магния периодически сливается, причем периодичность и масса сливаемых порций контролируются и регулируются.

Реакция протекает при температуре, равной или несколько превышающей температуру расплавленного магния, при небольшом избыточном контролируемом давлении инертного газа (аргона). Для измерения температуры в разных точках реактора в конструкции аппарата предусмотрено дистанционное управление положением по-

верхностных термопар. Выходные показатели процесса – качество губчатого титана и производительность аппарата – доступны измерению лишь в отдельные моменты процесса и после окончания полного цикла. Косвенными показателями качества процесса могут служить температура поверхности реактора в зоне реакции (прямой показатель), а также изменение массы продуктов реакции по ее ходу (косвенный показатель) [17].

Восстановление характеризуется динамической неравномерностью: большими температурными градиентами, случайным характером изменений температуры, давления, концентрации $TiCl_4$ и весьма неопределенным расположением зоны реакции, особенно после образования блока губчатого титана. Как показывает практика [78], не удается получить неизменным качество регулирования реакции восстановления за время полного цикла при неизменных параметрах настройки регуляторов. Для процесса характерны переходы с апериодического режима на колебательный и обратно. Изменения показателей качества регулирования обусловлены вариациями статических и динамических характеристик аппарата для зависимости расход $TiCl_4$ – температура в зоне реакции при восстановлении. Причиной этого являются перемещения по вертикали самой зоны реакции в реакторе и внутри этой зоны области наиболее интенсивного выделения тепла. Другой причиной изменения показателей качества регулирования является вариация теплопроводности реакционной массы в ходе процесса, так как магний в реакторе постепенно заменяется губкой титана и хлористым магнием.

Таким образом, восстановление четыреххлористого титана является сложным технологическим процессом, при управлении которым в режиме нормальной эксплуатации также приходится сталкиваться с неконтролируемыми изменениями основных его параметров.

Пример 4. Выращивание полупроводниковых монокристаллов [60]. Этот процесс протекает в герметичных камерах (9) (рис.3) с газовой или вакуумной атмосферой. Расплав (4) заливается в тигель (6) с тепловым экраном (5), закрепленным на вращающемся штоке (10). Количество расплава может колебаться в довольно широких пределах. Вокруг тигля помещен нагреватель (7), который может быть индукционным, электронно-лучевым или нагревателем сопротивления (электропечь). Система тигель – нагреватель заключена в тепловой экран (8). Выращивание монокристаллов

происходит следующим образом. В тигель опускается затравка (3), закрепленная на другом вращающемся штоке (2). Одновременно шток совершает поступательное движение, вытягивая таким образом чистый монокристалл в виде слитка (1) из расплава. К установке предъявляются следующие требования: она должна обеспечивать технологическую чистоту процесса, ее тепловая часть должна создавать оптимальные температурные градиенты в растущем слитке и расплаве, установка должна обеспечивать необходимый диапазон скоростей роста и стабильность скорости вытягивания, а также стабилизацию температурного режима в камере, должна быть универсальной, т.е. пригодной для выращивания монокристаллов различных материалов – кремния, германия, иттриево-алюминиевого градиента, ниобата лития.

Основной характеристикой процесса является качество получаемого монокристалла, которое оценивается по отклонению от заданного значения диаметра растущего кристалла и по характеру распределения его удельного сопротивления по длине.

Управление процессом осуществляется регулированием температуры в точке расплава путем изменения подводимой к нагревателю мощности, расхода и температуры охлаждающей воды и скорости вытягивания, причем изменения скоростей вытягивания и роста могут не совпадать. Выращивание монокристалла представляет собой процесс, аналогичный по динамическим свойствам астатическому звену, которое подвержено влиянию значительных внешних возмущений: нестабильности охлаждения, подводимой мощности, асимметрии теплового экрана и т.д. Процесс вытягивания характеризуется нестабильностью коэффициентов передаточных функций, связывающих перечисленные параметры процесса выращивания. Так,

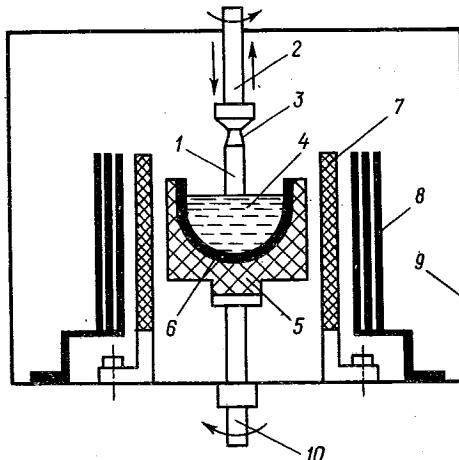


Рис.3.

например, при изменении диаметра кристалла от 23 до 32 мм постоянная времени названного выше астатического звена уменьшается в 2,5 раза. На нестабильности кристаллизации существенно оказывается перемещение в глубь тигля фронта кристаллизации при вытягивании кристалла и уменьшении количества расплава. В результате градиент температуры в кристалле снижается и происходит нежелательное уменьшение диаметра. Из-за быстрого разрушения теплового экрана нарушается конфигурация теплового поля, что сильно оказывается на управляемости процесса при постоянных параметрах настройки регулятора. Поэтому возникает необходимость в подстройке этих параметров или использовании особых режимов работы замкнутых контуров управления, обеспечивающих их адаптацию к возмущающим факторам [47].

Пример 5. Обжиг в кипящем слое [11, 21]. Этот процесс является основным в технологии производства цветных металлов, например, цинка. Обжиг в кипящем слое относится к классу термохимических гетерогенных, т.е. неоднородных и многофазных процессов. Общая модель гетерогенной реакции довольно сложна и отражает зависимость скорости химической реакции и количества реагентов (затраченных и выделившихся) от концентрации газообразных реагентов и температуры процесса. При ряде допущений, обычно принимаемых для целей группы термохимических гетерогенных процессов в химической и металлургической отраслях промышленности, можно составить систему уравнений, приближенно описывающих процесс обжига и технологический аппарат, в котором происходит обжиг:

во-первых, уравнение динамики процесса в твердой фазе;

$$\frac{dG_r}{dt} = \Phi_{r0} - \alpha \Phi_r^* - k_r G_r, \quad (I.5)$$

где G_r – масса исходного твердого вещества в реакционном объеме аппарата; Φ_{r0} – поток твердого вещества, поступившего в аппарат; Φ_r^* – поток газообразного вещества, вступившего в химическое взаимодействие; k_r – коэффициент выгрузки вещества в твердой фазе; α – стехиометрический коэффициент перехода от Φ_r^* к Φ_r ;

во-вторых, уравнение динамики процесса в газообразной фазе:

$$\frac{d\Phi_r}{dt} = \Phi_{r0} - \Phi_r^* - k_r G_r, \quad (I.6)$$

где G_r - масса исходного газообразного вещества в реакционном объеме аппарата; Φ_{r0} - поток газообразного вещества, поступившего в аппарат; k_r - коэффициент выгрузки вещества в газообразной фазе;

в-третьих, уравнение изменения температуры в зоне реакции θ :

$$\tau_a \frac{d\theta}{dt} + \theta = k_a \Phi_r^*, \quad (I.7)$$

где τ_a - постоянная времени тепловой модели аппарата; k_a - коэффициент передачи между Φ_r^* и θ ;

в-четвертых, нелинейное статическое уравнение для эквивалентной концентрации газообразного исходного вещества $C_r^{экв}$ в зоне реакции:

$$C_r^{экв} = G_r F(n) / V_r, \quad (I.8)$$

где $F(n)$ - функция, отражающая порядок реакции; $V_r = \epsilon V (\epsilon < 1)$ - объем, занимаемый газообразным реагентом в реакционной зоне аппарата объема V ;

в-пятых, уравнение статики для потока газообразного вещества Φ_r^* , вступающего в химическое взаимодействие:

$$\Phi_r^* = k G_r C_r^{экв}, \quad (I.9)$$

где k - константа скорости реакции, зависящая от температуры θ и энергии активации E в соответствии с выражением $k = A \exp(-E/(273 + \theta))$, A - некоторая константа. Разложение правой части выражения в ряд Тейлора в окрестности расчетного значения температуры θ_0 позволяет записать приближенное выражение для k в виде линейной функции температуры:

$$k \approx k_0 + k_1 \theta_0, \quad (I.10)$$

где k_0 , k_1 - постоянные коэффициенты для первых двух членов ряда Тейлора, в частности, коэффициент k_1 характеризует чувствительность скорости реакции к температуре.

Уравнениям (I.5)-(I.10) соответствует расчетная структурная схема процесса обжига в кипящем слое (рис.4), где $f_1(t)$, $f_2(t)$ - потоки соответственно твердого и газообразного вещества, а $\mu_1(t)$, $\mu_2(t)$ - регулирующие воздействия на эти потоки. Разности $f_1(t) - \mu_1(t)$ и $f_2(t) - \mu_2(t)$ представляют собой расходы соответственно твердого и газообразного исходных веществ

и являются наряду с эквивалентной концентрацией $C_r^{\text{экб}}$ и температурой θ контролируемыми и регулирующими параметрами обжига.

Несмотря на довольно простую модель процесса обжига, управление ею с помощью регуляторов с постоянными параметрами настройки не дают возможности поддерживать наиболее выгодные ре-

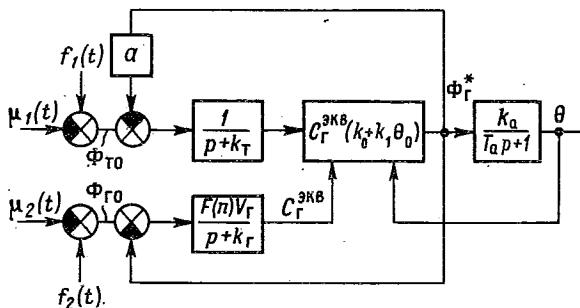


Рис.4.

жимы обжига [11]. Объясняется это следующим образом. Модель процесса, заданная системой уравнений (I.5)-(I.9), справедлива для некоторого единственного расчетного состояния и при малых отклонениях от него. Реальный процесс обжига в кипящем слое описывается нелинейными уравнениями. В фазовом пространстве такой динамической системы имеется несколько особых точек, находящихся вблизи положения равновесия, причем некоторые из них всегда неустойчивы. Реально действующие возмущения приводят к таким отклонениям от положения равновесия, когда изображающая точка в фазовом пространстве попадает в области неустойчивых особых точек. Следовательно, для технической реализации наиболее выгодных технологических режимов необходима разработка систем автоматического управления, обеспечивающих устойчивую работу процесса обжига при наличии внешних возмущений.

Например, известно, что повышенная химическая активность веществ наблюдается только вблизи определенных температур. Так, для цинкового концентрата константа скорости химической реакции, соответствующая выражению (I.10), в диапазоне температур $1016-1028^{\circ}$ меняется от 132,98 до 3487,03 и обратно до 132,98 $\text{м}^3/\text{(кг}\cdot\text{ч)}$. Если учесть, что обжиг в кипящем слое является экзотер-

мическим процессом и что температура в аппарате определяется главным образом работой нагревателя и выделением тепла в процессе химической реакции, то стабилизация температуры в этом случае с минимальной точностью 0,5-0,4% представляет непростую задачу.

Рассмотренные объекты и процессы, для которых применение обычных регуляторов с постоянными параметрами настройки оказывается не эффективным, обладают рядом общих особенностей, которые необходимо иметь в виду при разработке адаптивных регуляторов [2, 48].

1. Многомерность, как это изображено на блок-схеме модели объекта,

рис.5. На входах модели

действуют переменные $y_i^1(t)$,

$\dots, y_1^1(t), \dots, y_{t_1}^1(t)$;

$f_1(t), \dots, f_{t_2}(t)$; на выходе – переменные $x_1(t), \dots, x_i(t), \dots, x_n(t)$.

В число входных переменных $\{y_i^1(t)\}_{i \in \overline{1, t_1}}$ можно включить переменные, характеризующие состав сырья, механические параметры, качество топлива, стоимость заготовок и т.д., т.е. переменные, определяющие тот или иной технологический режим. Эти переменные, однако, чаще используются в моделях оперативного управления режимом технологического процесса. Поэтому входными переменными в дальнейшем будем считать такие, которые характеризуют рабочий режим объекта (процесса). Ими могут быть температура или температурный градиент, угол поворота, скорость вращения, давление или разрежение и т.д. В приведенных примерах объектов и процессов фигурирует именно этот тип переменных. Выходными переменными $\{x_i(t)\}_{i \in \overline{1, n}}$ могут быть кроме перечисленных физических и механических параметров переменные, характеризующие качество конечного продукта, стоимость, физико-химические свойства, т.е. те или иные обобщенные показатели.

При формировании модели все входные и выходные переменные не могут быть учтены, так как среди них могут оказаться неизмеряемые или же такие, которые в данной модели мало влия-

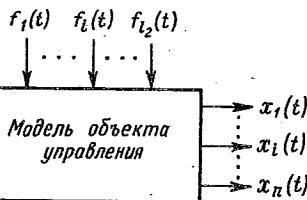


Рис.5.

ют на выходные переменные. К тому же учет всех переменных может привести к модели большой и практически неприемлемой размерности. Поэтому среди входных переменных прежде всего выделяют те, которые могут быть использованы как управляющие (на рис.5 это группа переменных $\{y_i^{(i)}\}_{i \in \overline{1,7}}$), и те, которые характеризуют неконтролируемые возмущения (на рис.5 это группа переменных $\{f_i(i)\}_{i \in \overline{1,7}}$), влияние которых должно быть скомпенсировано в результате необходимого управления. Такое естественное усечение числа входных и выходных переменных в модели приводит заведомо к априорной неполноте информации о топологии или структуре связей объекта, т.е. структуре причинно-следственных связей. Часто выбор управляющих и управляемых переменных определяется не столько истинным влиянием их на конечный продукт технологического процесса, сколько возможностями измерения переменных на входе и выходе объекта. Например, выращивание полупроводниковых монокристаллов (пример 4) характеризуется отклонением диаметра выращиваемого кристалла от заданного значения и распределением по его длине удельного сопротивления. Однако в силу технологических особенностей процесса измерение этих переменных трудно осуществимо в ходе выращивания, поэтому управляемая модель процесса строится по косвенным – измеряемым – переменным: по подводимой мощности к нагревателю, расходу охлаждающей воды, ее температуре, скорости вытягивания кристалла. Априорная неполнота многомерной модели обусловливается также неизбежными допущениями, которые принимаются при составлении математической модели объекта (процесса), с чем читателю придется встретиться во всех примерах.

2. Сложность топологии и операторов, связывающих переменные на входе и выходе модели объекта (процесса), является другой особенностью рассмотренных примеров. Установление структуры операторов и их параметров является задачей идентификации, когда по измеряемым переменным на входе и выходе объекта определяются структура оператора, наилучшая в каких-либо смыслах, и ее параметры. Решение этой нетривиальной задачи не исчерпывает, однако, проблему, так как структура и параметры оператора не остаются неизменными и зависят от состояния объекта (или режима работы технологического процесса).

Важно подчеркнуть, что эти изменения носят, как правило, неконтролируемый характер, поэтому будущее управление должно осуществляться в условиях текущей неполноты информации. Например, управлением креновым движением летательного аппарата (пример 1) происходит при существенном неконтролируемом изменении коэффициентов уравнения (1.2), зависящих от измениющихся в полете скорости, плотности воздуха, момента инерции относительно продольной оси.

3. Существенной особенностью является повышенная чувствительность выходных переменных объекта (процесса) к неконтролируемым изменениям возмущений $f_i(t)$, при этом диапазон изменений может быть и небольшим, и изменениям операторов и их параметров связей между входными-выходными переменными. Эта особенность вызывает необходимость в управлении, которое делает замкнутую систему в целом мало чувствительной к нежелательным возмущающим факторам – сигнальным, параметрическим и, быть может, к изменяющимся операторам связей между входами и выходами модели объекта. Хорошой иллюстрацией этой особенности является технологический процесс обработки цинкового концентрата в кипящем слое (пример 5).

Из анализа особенностей современных управляемых объектов, технологических установок и процессов следует, что управляющие устройства (регуляторы) должны осуществлять оптимальные в каком-либо смысле режимы работы многомерными объектами в условиях априорной и текущей неполноты информации с одновременным обеспечением малой (в предельном случае нулевой) чувствительности системы к неконтролируемым изменениям свойств объекта и воздействий внешней среды. Неконтролируемыми изменениями свойств объектов и процессов могут быть в общем случае изменения структуры связей (топологии), структуры операторов (уравнений) связей и изменение параметров операторов (коэффициентов дифференциальных или разностных уравнений, постоянных времени, коэффициентов передач и т.д.). В дальнейшем неконтролируемыми изменениями будем считать главным образом изменения параметров некоторой исходной замкнутой системы (контура), включающей в себя управляемый объект и внешние наблюдаемые возмущения. Структуры связей и их операторов при этом будем считать известными.

§ 2. Классы адаптивных автоматических систем

Синтез автоматических систем управления осуществляется обычно на основе известной расчетной модели объекта (процесса), когда имеется полная информация о собственных статических и динамических свойствах объекта управления и воздействиях на объект внешней среды, причем модель адекватна реальному объекту (процессу) во времени и по всем входным воздействиям. Под полнотой информации здесь подразумевается также знание возможных изменений тех или иных динамических свойств объекта и воздействий, т.е. эти изменения контролируются и могут быть измêрены. Если же они неконтролируются, то при определенных допущениях и известных границах неконтролируемых изменений свойств объекта и воздействий на него в принципе можно обеспечить пониженную (в пределе – нулевую) чувствительность к этим изменениям желаемых свойств системы управления. Как правило, эти изменения относятся к малым изменениям относительно расчетных свойств, задаваемых моделью типа "объект – внешняя среда".

В тех случаях, когда нельзя гарантировать малость неконтролируемых изменений свойств управляемого объекта, обычные системы уже не удовлетворяют требуемым показателям качества или вообще могут стать неработоспособными. Тогда на основе дополнительной информации о состоянии системы, получаемой с помощью включенных в первоначальную структуру системы вычислителей, целенаправленно и автоматически корректируются ее динамические свойства. При этом задача управления будет считаться решенной, если после коррекции система вновь удовлетворяет желаемым требованиям и инвариантна к неконтролируемым возмущениям.

Системы, в которых осуществляется оптимальное в каком-либо смысле управление объектом с неконтролируемыми изменениями его свойств (структурой связей, операторов и их параметров), для чего с помощью специальных вычислителей и устройств автоматически и целенаправленно корректируются свойства всей системы, так что спустя конечное время система управления становится инвариантной к неконтролируемым изменениям свойств объекта, будем называть адаптивными системами. Это нестрогое определение понятия адаптивных систем требует, естественно, уточнения в конкретном случае, когда четко сформулированы класс адаптации и условия физической реализации адаптивной системы. (Существует

многообразие определений понятий "адаптивное управление" и "адаптивная система"; наибольшее число этих определений приведено в [59].)

Классы адаптации или, далее, классы адаптивных систем можно определить на основе рангов неопределенности моделей "объект - внешняя среда" [12, 26]:

модели нулевого ранга неопределенности, в которых неопределенность проявляется на уровне задания топологии и (или) структуры физических связей управляемого объекта, когда известна лишь совокупность вершин графа объекта \mathcal{G} без задания отношений между ними, - абстрактный неориентированный объект по Л.Заде [26] или "черный ящик" по Н.Винеру;

модели первого ранга неопределенности, в которых она проявляется на уровне задания структуры операторов связей, когда топология объекта задана, а отношения между входными и выходными переменными неизвестны, в лучшем случае определен класс операторов связей - абстрактный ориентированный объект с заданным множеством упорядоченных пар временных функций вида $(Y; X)$, где Y является входом, а X - выходом объекта, определенными на интервале времени (t_0, t_1) ; модель первого ранга устанавливает, таким образом, причинно-следственные отношения между Y и X ;

модели второго ранга, где раскрывается неопределенность первого ранга за счет задания структуры операторов связи между компонентами векторов Y и X при полной или частичной неопределенности значений параметров этих операторов.

Дальнейшее раскрытие неопределенностей моделей "объект - внешняя среда" приводит к той полноте информации, которая позволяет осуществить синтез обычных неадаптивных систем. Если поставлена задача управления объектами (процессами), заданными одной из перечисленных моделей, то решение ее возможно в одном из следующих классов адаптивных систем.

Класс самоорганизующихся систем, предназначенных для управления объектами (процессами), заданными моделью нулевого ранга неопределенности. Самоорганизация структуры системы управления требует решения задачи классификации (распознавания) ситуаций на заданном множестве структур связей и восстановления множества пар временных функций $(Y; X)$ по данным измере-

ния входных и выходных переменных с последующим восстановлением функциональных отношений между Y и X , если решение этой задачи возможно хотя бы в принципе. В настоящее время отсутствует ее решение с помощью автоматических систем, и поэтому класс самоорганизующихся систем является пока гипотетическим. Однако подобная задача решается (и почти всегда успешно) человеком или коллективом людей при разработке систем автоматизации сложных технологических процессов; при этом решение задач классификации включает в себя определение физических и технологических моделей процессов, формирование математических и расчетных моделей (восстановление пар временных функций ($Y ; X$)), экспериментальную проверку адекватности моделей реальным процессам, синтез структур управляющих устройств и т.д.

Класс самоалгоритмизирующихся систем (САС), предназначенный для автоматического управления объектом, заданным моделью первого ранга неопределенности. В САС автоматически восстанавливаются функциональные соотношения между известными парами вход – выход по данным измерения этих пар, если определен класс операторов связи и правило разделения. Таким образом, построение САС также связано с решением задачи классификации. Автоматическая коррекция алгоритма управления в условиях неконтролируемого изменения операторов связи объекта в принципе позволяет стабилизировать оптимальный режим работы системы, сделав ее мало чувствительной к неконтролируемым изменениям операторов связей и параметров этих операторов.

Класс самонастраивющихся систем (СНС), которые решают задачу управления в условиях параметрической неопределенности при известных и неизменяемых структуре связей объекта (процесса) и их операторов (модель второго ранга). В этом случае, как правило, известна лишь область возможных изменений параметров объекта и воздействий внешней среды.

В настоящее время наибольшее практическое приложение нашли самонастраивающиеся системы, теория которых сравнительно хорошо разработана [4, 18, 20, 32–35, 37, 54, 55, 58, 59, 62, 76]. В целом же теория адаптивного управления динамическими объектами находится в стадии своего развития (см., например, [74]). Этому способствует широкое внедрение средств вычислительной техники, создающее большие возможности для реализации алгоритмов адап-

ции, расширяется круг задач адаптивного управления, что, в свою очередь, стимулирует развитие теории адаптивных систем.

§ 3. Анализ чувствительности и условий инвариантности автоматических систем

Приведенные в предыдущем параграфе определения адаптивных систем вообще и самонастраивющихся в частности подводят к такой последовательности синтеза СНС, когда на основе заданной априорной информации строится исходная, неадаптивная система, далее будем называть ее основным контуром адаптивной системы, обладающей в силу ее структурной организации, быть может особых режимов работы, возможностями к оптимизации в каком-либо смысле не только в первоначальном расчетном состоянии, но и при изменениях параметров операторов объекта и воздействий внешней среды в заданной области. Анализ таких возможностей в настоящем параграфе базируется на анализе чувствительности автоматических систем, который позволяет сформулировать основные физические пути реализации инвариантных (полностью или частично) основных контуров к тем или иным возмущениям [12, 13, 39, 42, 43, 69, 77].

Обратимся к обобщенной блок-схеме модели объекта управления на рис.5 и образуем вектор выходных переменных $x^T(t) = [x_1(t), \dots, x_i(t), \dots, x_n(t)]$, здесь верхний индекс T – знак транспонирования. На вектор выхода влияют вектор управляющих входных переменных $y_1^T(t) = [y_1^1(t), \dots, y_1^l(t), \dots, y_1^{l_1}(t)]$ и вектор возмущений $f^T(t) = [f_1(t), \dots, f_{\ell_2}^1(t)]$, в дальнейшем объединенные в один вектор входа: $Y^T(t) = [Y_1^T(t) f^T(t)] = [y_1(t), \dots, y_j(t), \dots, y_m(t)]$, $m = l_1 + l_2$. Таким образом, в общем случае среди $y_j(t)$ ($j = 1, 2, \dots, m$) на входе объекта могут быть как управляющие, так и возмущающие воздействия, а также дополнительные вводимые корректирующие. Структура связей, заданная графом системы G , как и класс операторов связей, согласно определению модели второго ранга неопределенности считается заданной. Конкретно для анализа примем линейными операторы связей графа G , заданными передаточными функциями $W_\ell(s, c_{r\ell})$ всех дуг $\ell = 1, 2, \dots, N$ графа, где $c_{r\ell}$ – коэффициенты передаточной функции. В дальнейшем, как правило, будем писать вместо $W_\ell(s, c_{r\ell})$ просто $W_\ell(s)$. На рис.6 изображена дуга ℓ графа G модели объекта управления с передаточной функцией $W_\ell(s, c_{r\ell})$ (обведено пункти-

ром), вершины которой связаны с вершинами других друг, что на рисунке также показано пунктирными стрелками.

Отклонения $\Delta x_i(t)$ -й выходной переменной $x_i(t)$ на интервале времени $(t_0, t]$ (t_0 – начальный момент изменения $x_i(t)$)

вызываются либо входными воздействиями из числа $y_j(t)$, либо изменением передаточной функции $W_\ell(s)$ какого-либо звена ℓ исходной системы, либо одновременно тем и другим. Для малых приращений Δy_j и $\Delta W_\ell(s)$

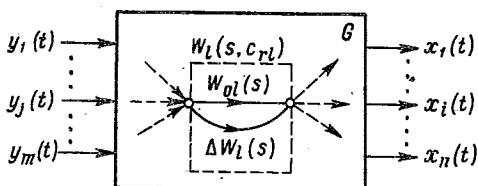


Рис. 6.

приращение i -й выходной переменной $\Delta x_i(t)$ можно записать следующим образом:

$$\Delta x_i(s) \approx \sum_{j \in \overline{1, m}} \Delta y_j(s) \Phi_{ij}(s) + \sum_{j \in \overline{1, m}} y_j(s) \sum_{\ell \in \overline{1, q}} \frac{\partial \Phi_{ij}(s)}{\partial W_\ell(s)} \Delta W_\ell(s, \Delta c_{r\ell}). \quad (I.11)$$

Здесь $\Phi_{ij}(s)$ – передаточная функция от входа j к выходу i ; $\Delta W_\ell(s, \Delta c_{r\ell})$ – вариация передаточной функции звена ℓ (дуги ℓ графа G); $(\overline{1, m})$ – индексирующее множество набора входных переменных. Вариация $\Delta W_\ell(s, \Delta c_{r\ell})$ обусловлена возможным изменением своей структуры, а в более простом случае – изменением своих параметров $c_{r\ell} \in W_\ell(s)$.

Задача состоит в том, чтобы в результате анализа правой части выражения (I.11) выявить возможные способы компенсации составляющих дополнительного движения $\Delta x_i(t)$, вызванного малыми приращениями внешних воздействий $\Delta y_i(t)$ и малыми изменениями параметров $\Delta c_{r\ell}$ операторов $W_\ell(s)$ или самих операторов каких-либо дуг ℓ графа G системы. Для выявления механизма взаимодействия вариаций $\Delta y_i(s)$, $\Delta W_\ell(s, \Delta c_{r\ell})$ с воздействиями и операторами обобщенной блок-схемы требуется преобразовать (I.11). Изменение $W_\ell(s)$ представим далее аддитивной моделью

$$W_\ell(s, c_{r\ell}) = W_\ell^0(s, c_{r\ell}) + \Delta W_\ell(s, \Delta c_{r\ell}), \quad (I.12)$$

в которой примем $W_\ell^0(s, c_{r\ell}^0)$ за расчетную передаточную функцию дуги ℓ . Используя формулу Мэзона и формулу разложения определи-

теля графа по дуге ℓ с передачей $W_\ell(s)$, раскроем содержание функции чувствительности $U_\Phi(s) = \Phi_{ij}(s)/W_\ell(s)$. Из формулы Мэона имеем

$$\Phi_{ij}(s) = \frac{A_{ij}(s)}{\Delta(s)} = \frac{\sum_{k \in M} P_k^{ij}(s) \Delta''_k(s)}{\Delta(s)}, \quad (I.13)$$

где $k \in M$ – индексирующее множество набора всех прямых путей \mathcal{P}^{ij} от входа j к выходу i ; $P_k^{ij}(s)$ – передаточные функции k -х прямых путей; $\Delta''_k(s)$ – определитель части графа, образующейся после исключения из графа G пути k . Из множества всех прямых путей \mathcal{P}^{ij} выделим подмножество всех путей \mathcal{P}_ℓ^{ij} , проходящих через дугу ℓ ; тогда можно записать:

$$A_{ij}(s) = \sum_{k \in M_\ell} P_k^{ij}(s) \Delta''_k(s) + \sum_{k \in M_1} P_k^{ij}(s) \Delta''_k(s), \quad (I.14)$$

причем $M_\ell \cup M_1 = M$. Учитывая (I.12) и то, что

$$P_k^{ij}(s) = W_\ell(s, c_{r\ell}) P_k^{*ij}(s), \quad k \in M_\ell \quad (I.15)$$

(передача $P_k^{*ij}(s)$ не содержит $W_\ell(s)$), получаем, что

$$P_k^{ij}(s) = W_\ell^0(s, c_{r\ell}) P_k^{*ij}(s) + \Delta W_\ell(s, \Delta c_{r\ell}) P_k^{*ij}(s), \quad k \in M_\ell.$$

Тогда числитель (I.13) может быть раскрыт следующим образом:

$$A_{ij}(s) = \sum_{k \in M_1} P_k^{ij}(s) \Delta''_k(s) + \left(\sum_{k \in M_\ell} P_k^{*ij}(s) \Delta''_k(s) \right) W_\ell^0(s, c_{r\ell}) + \left(\sum_{k \in M_\ell} P_k^{*ij}(s) \times (\Delta''_k(s) \Delta W_\ell(s, \Delta c_{r\ell})) \right) A_{ij}^0(s) + \Delta W_\ell(s, \Delta c_{r\ell}) \sum_{k \in M_\ell} P_k^{*ij}(s) \Delta''_k(s). \quad (I.16)$$

Здесь составляющая $A_{ij}^0(s)$ есть числитель расчетной передаточной функции $\Phi_{ij}^0(s)$ между входом j и выходом i .

Из формулы разложения определителя $\Delta(s)$ графа G по дуге ℓ следует, что

$$\Delta(s) = \Delta_{-\ell}(s) + \sum_{k \in K_\ell} L'_k(s) \Delta'_k(s). \quad (I.17)$$

Здесь $\Delta_{-\ell}(s)$ – определитель графа G с исключенной дугой ℓ ; $L'_k(s)$ – передаточная функция разомкнутого k -го контура, образуемого дугой ℓ ; $\Delta'_k(s)$ – определитель части графа G , образующейся после исключения k -го контура с дугой ℓ ; $k \in K_\ell$ – индексирующее

множество всех контуров с дугой ℓ . Очевидно, что по аналогии с (I.15) можно записать:

$$L_k^*(s) = W_l(s, c_{rl}) L_k^{**}(s) = W_l^0(s, c_{rl}^0) L_k^{**}(s) + \Delta W_l(s, \Delta c_{rl}) L_k^{**}(s). \quad (I.18)$$

Подставляя (I.18) в (I.17), получаем, что

$$\Delta(s) = \Delta_0(s) + \Delta W_\ell(s, \Delta c_{rl}) \sum_{k \in K_\ell} L_k^{**}(s) \Delta'_k(s),$$

где $\Delta_0(s)$ – определитель графа G , соответствующий расчетной передаточной функции $\Phi_{ij}^0(s) = A_{ij}^0(s)/\Delta_0(s)$.

Определим производную $\partial \Phi_{ij}(s) / \partial W_\ell(s)$ в виде

$$\frac{\partial \Phi_{ij}(s)}{\partial W_\ell(s)} = \lim_{\Delta W_\ell \rightarrow 0} \frac{\Phi_{ij}(s) - \Phi_{ij}^0(s)}{\Delta W_\ell(s, \Delta c_{rl})}.$$

После несложных преобразований имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_{ij}(s)}{\partial W_\ell(s)} &= \frac{1}{\Delta_0(s)} \left(\sum_{k \in M_\ell} P_k^{**ij}(s) \Delta''_k(s) - \Phi_{ij}^0(s) \sum_{k \in M_\ell} L_k^{**}(s) \Delta'_k(s) \right) = \\ &= \frac{1}{\Delta_0(s)} (N_1(s) - N_2(s)). \end{aligned} \quad (I.19)$$

Приращение $\Delta x_i(s)$, вызываемое изменением сигнала на j -м входе $\Delta y_j(s)$ и изменением передаточной функции ℓ -й дуги ΔW_ℓ относительно некоторого расчетного состояния с учетом выражений (I.16) и (I.19), окончательно запишем в виде

$$\begin{aligned} \Delta x_i(s) &= \sum_{j \in \overline{1, m}} \frac{A_{ij}^0(s) + \Delta W_\ell(s, \Delta c_{rl}) \sum_{k \in M_\ell} P_k^{**ij}(s) \Delta''_k(s)}{\Delta_0(s) + \Delta W_\ell(s, \Delta c_{rl}) \sum_{k \in K_\ell} L_k^{**}(s) \Delta'_k(s)} \Delta y_j(s) + \\ &+ \frac{1}{\Delta_0(s)} \sum_{j \in \overline{1, m}} y_j(s) (N_1(s) - N_2(s)) = \Delta x_i^{Ay}(s) + \Delta x_i^{Aw}(s). \end{aligned} \quad (I.20)$$

Согласно этому выражению будем считать систему не чувствительной к изменениям (приращениям) $\Delta y(t_0)$ и (или) $\Delta W_\ell(s, \Delta c_{rl})$, если на интервале времени $(t_0, t_1]$ (t_0 – момент начала изменений (приращений) $\Delta y_j(t)$ и $\Delta W_\ell(s, \Delta c_{rl})$, $t_1 > t_0$) приращение $\Delta x_i(t)$, $t_0 < t \leq t_1$, тождественно обращается в нуль, т.е. $\Delta x_i(t) \equiv 0$. Такое состояние объекта (системы) при $t = t_0$ удовлетворяет состоянию абсолютной инвариантности к возмущениям $\Delta y_j(t)$ и (или) $\Delta W_\ell(s, \Delta c_{rl})$.

Возможные подходы к реализации абсолютно инвариантного объекта (системы) следуют из анализа соотношения (I.20):

I. Пусть $\Delta y_j(t) \neq 0$ ($t_0 < t \leq t_1$), а $|\Delta W_\ell(j\omega, \Delta c_{r\ell})| = 0$. В этом случае из выражения (I.20) следует:

$$\Delta x_i(s) = \sum_{j \in \overline{1, m}} \Delta y_j(s) \Phi_{ij}^0(s) = \Delta_0^{-1}(s) \sum_{j \in \overline{1, m}} \Delta y_j(s) \sum_{\kappa \in M} P_\kappa^{ij}(s) \Delta_\kappa''(s).$$

(Очевидно, что множества M и M_1 прямых путей здесь совпадают.) Достижение абсолютной инвариантности или нечувствительности выходной переменной $\Delta x_i(t)$ к приращению $\Delta y_j(t)$ возможно в следующих четырех случаях:

1а. $\Delta x_i(t) \equiv 0$, если $\Delta y_j(t) = 0$. Это тривиальный случай.

1б. $\Delta x_i(t) \equiv 0$, если $|\Delta_0(j\omega)|_{0 \leq \omega < \infty} = \infty$. Реализация такого условия требует бесконечно большого коэффициента усиления в канале передачи j -го воздействия на i -й выход. Этот известный путь повышения точности и быстродействия системы имеет свои ограничения, подробно рассматриваемые в монографии М.В.Меерова [42].

1в. $\Delta x_i(t) \equiv 0$, если при $|\Delta_\kappa''(j\omega)|_{0 \leq \omega < \infty} \neq 0$ каждый κ -й путь \mathcal{P}_κ^{ij} образован двумя и более дифференциально включенными ветвями, причем общая передаточная функция $P_\kappa^{ij}(s) \equiv 0$. Это – структурный подход к задаче компенсаций возмущений, известен в теории инвариантности как принцип многоканальности акад.Б.Н.Петрова (в широко распространенном случае – как принцип двухканальности) и используется для синтеза комбинированных автоматических систем [43] (см. примеры в § 4 этой главы). Ясно, что физическая реализация этого принципа требует априорного знания операторов $P_\kappa^{ij}(s)$ с точностью до параметров и прямых физических измерений передачи j -го воздействия.

1г. $\Delta x_i(t) \equiv 0$, если $|\Delta_\kappa''(j\omega)|_{0 \leq \omega < \infty} = 0$ для всех κ путей \mathcal{P}_κ^{ij} , когда $|P_\kappa^{ij}(j\omega)|_{0 \leq \omega < \infty} \neq 0$. Обращение в нуль определителя заданного графа G системы с исключенным κ -м путем достигается соответствующим выбором операторов и их параметров, входящих в определитель $\Delta_\kappa''(s)$. Однако при этом возможна потеря грубости [42, 43] объекта (системы), так как определитель $\Delta_\kappa''(s)$ является частью главного определителя $\Delta_0(s)$ и, возможно, его частью с высшими степенями оператора s . Этот подход к построению абсолютно инвариантных систем также хорошо известен, в частности он реализуется в автоматических системах с так называемым косвенным измерением возмущений [43] (см. также § 4 этой главы).

2. Теперь полагаем $\Delta y_j(t) \equiv 0$ ($t_0 < t \leq t_1$), а $|\Delta W_\ell(s, \Delta c_{r\ell})|_{0 \leq \omega < \infty} \neq 0$. Изображение приращения $\Delta x_i(s)$ примет вид

$$\Delta x_i(s) = \Delta_0^{-2}(s) \sum_{j \in I, M} y_j(s) \{ \Delta_0(s) \sum_{k \in M_\ell} P_k^{*ij}(s) \Delta_k''(s) - \\ - \sum_{k \in M} P_k^{0ij}(s) \Delta_k''(s) \sum_{\ell \in K_\ell} L_\ell^*(s) \Delta_\ell'(s) \} \Delta W_\ell(s, \Delta c_{r\ell}). \quad (I.21)$$

2a. $\Delta x_i(t) \equiv 0$ ($t_0 < t \leq t_1$), если $|\Delta W_\ell(j\omega, \Delta c_{r\ell})|_{0 \leq \omega < \infty} \equiv 0$. Это тривиальный случай.

2б. $\Delta x_i(t) \equiv 0$, если $|\Delta_0(j\omega)|_{0 \leq \omega < \infty} = \infty$. Этот случай достижения абсолютной инвариантности к изменению оператора $\Delta W_\ell(s, \Delta c_{r\ell})$ (в частном случае — к параметрическим возмущениям $\Delta c_{r\ell}$) аналогичен случаю 1б со всеми особенностями реализации.

2в. $\Delta x_i(t) \equiv 0$, если при $|\Delta_0(j\omega)| \neq \infty, |\Delta W_\ell(j\omega)| \neq 0$ обращается в нуль член в фигурных скобках в выражении (I.21), что возможно в принципе, если только одновременно обращаются в нуль

$\sum_{k \in M_l} P_k^{*ij}(s) \Delta_k''(s)$ и $\sum_{k \in M} P_k^{*ij}(s) \Delta_k''(s)$ или $\sum_{k \in M_l} P_k^{*ij}(s) \Delta_k''(s)$ и $\sum_{k \in K_\ell} L_k^* x(s) \Delta_\ell'(s)$ за счет введения структурной избыточности (дополнительные связи по п. 1в) и ограничений на структуры операторов и их параметры (п. 1г). Реализация этих условий возможна, очевидно, при полностью определенных структурах связей и операторов заданной системы. Таким образом, компенсация дополнительных движений в системе, вызванная приращениями параметров $\Delta c_{r\ell}$ или изменениями операторов $\Delta W_\ell(s, \Delta c_{r\ell})$ относительно расчетных значений и выражений, может быть достигнута теми же путями, что и при сигнальных возмущениях $\Delta y_j(t)$.

Заметим, что условия абсолютной инвариантности в случае 2в могут совпадать с условиями абсолютной инвариантности, вытекающими из 1в, 1г при сигнальных возмущениях. В этом случае говорят о двукратной инвариантности [77].

3. В общем случае на интервале времени $t_0 < t \leq t_1, \Delta x_i(t) \neq 0$, так как одновременно $\Delta y_j(t) \neq 0$ и $|\Delta W_\ell(j\omega, \Delta c_{r\ell})| \neq 0$ ($0 \leq \omega < \infty$). Компенсация приращения $\Delta x_i(t)$ возможна, если одновременно и порознь обращаются в нуль составляющие $\Delta x_i^{Ay}(t)$ и $\Delta x_i^{Aw}(t)$.

За. При $\Delta y_j(t) \neq 0$ обращение в нуль $\Delta x_i^{Ay}(t)$ возможно, как и в выше рассмотренных случаях, при выполнении условий типа 1а-1г; наибольшее значение приобретает осуществление условия, когда

$$|\Lambda_{ij}^0(j\omega) + \Delta W_\ell(j\omega, \Delta c_{r\ell}) \sum_{k \in M_\ell} P_k^{*ij}(j\omega) \Delta_k''(j\omega)|_{0 \leq \omega < \infty} =$$

$$= \left| \sum_{\kappa \in M_1} P_\kappa^{ij}(j\omega) \Delta''_\kappa(j\omega) \sum_{\kappa \in M_\ell} P_\kappa^{*ij}(j\omega) [W_\ell^0(j\omega, c_{rl}^0) + \Delta W_\ell(j\omega, \Delta c_{rl})] \Delta''_\kappa(j\omega) \right|_{0 \leq \omega < \infty} \equiv 0.$$

Так как для заданного объекта или системы передаточные функции $P_\kappa^{ij}(s)$, $\kappa \in M_1$ и $P_\kappa^{*ij}(s)$, $\kappa \in M_\ell$, ненулевые, то выполнение записанного условия требует, как и ранее в случаях Iв и 2в, введения дополнительных структурных связей либо при неизменяемой структуре связей введение ограничений на структуру и параметры операторов, что приводит к необходимости в текущей идентификации изменяемой части $W_\ell(s, c_{rl})$.

Зб. Обращение в нуль составляющей $\Delta x_i^{aw}(t)$ возможно при условиях, рассмотренных в п.2в. Необходимо отметить, что компенсация влияния $\Delta y_j(t)$ и $\Delta W_\ell(s, \Delta c_{rl})$ одновременно, т.е. выполнение условий двукратной инвариантности, когда $\Delta x_i^{ay}(t) = \Delta x_i^{aw}(t) \equiv 0$, может быть достигнуто в основном за счет введения дополнительных связей, когда для всех значений κ обращаются в нуль передаточные функции прямых путей P_κ^{*ij} , $\kappa \in M_\ell$, и P_κ^{ij} , $\kappa \in M_1$.

Итак, нулевая чувствительность или абсолютная инвариантность какой-либо переменной $x_i(t)$ к малым приращениям $\Delta y_j(t)$ воздействия извне на объект (систему) и (или) малым по модулю приращениям передаточной функции $|\Delta W_\ell(j\omega, \Delta c_{rl})|_{0 \leq \omega < \infty}$ какой-либо дуги графа G объекта (системы) может быть в принципе достигнута на вполне определенном интервале $(t_0, t_1]$ несколькими путями:

реализацией бесконечно большого коэффициента передачи прямого пути, включающего в себя изменяемую часть $W_\ell(s, c_{rl})$, от j -го воздействия до i -го выхода;

введением дополнительных, дифференциально включенных по отношению к исходным каналов передачи воздействий от j -го входа на i -й выход, причем каналы должны содержать варьируемые дуги с передачами $W_\ell(s, c_{rl})$;

введением ограничений на исходные структуры и операторы связей в каналах передачи от j -го входа на i -й выход с изменяющейся частью $\Delta W_\ell(s, \Delta c_{rl})$; в частности, в наиболее простых случаях это условие может означать стабилизацию частотной характеристики объекта (системы), например в результате стабилизации обобщенных коэффициентов частотной передаточной функции коэффициента усиления;

при этом стабилизация свойств исходного объекта (системы) в условиях изменений сигналов, параметров или структуры операторов может осуществляться известными в теории регулирования методами (см. далее § 4 этой главы).

Напомним, что рассмотренные способы компенсации предполагают малость вариаций $\Delta y_j(t)$ и $\Delta W_\ell(s)$ относительно их расчетных состояний и наличие полной априорной информации о системе и воздействиях внешней среды. Но открытм остается вопрос о физической реализации этих условий.

При одновременном влиянии возмущений $\Delta y_j(t)$ и $\Delta W_\ell(s)$ неизвестна обеспечить абсолютную инвариантность только в результате структурной организации систем, без автоматической коррекции динамических свойств системы по результатам прямых или косвенных вариаций: как $\Delta W_\ell(s, \Delta c_{re})$, так и $\Delta y_j(t)$ (или $y_j(t)$). Как следует из проведенного анализа, необходимость в автоматической коррекции (подналадке) системы возникает и в тех случаях, когда расчетный режим, оптимальный в каком-либо смысле, изменяется, и вариации $\Delta y_j(t)$ и $\Delta W_\ell(s, \Delta c_{re})$ уже не являются малыми относительно расчетного состояния.

Стабилизация расчетных оптимальных динамических свойств исходной замкнутой системы (или ее отдельных контуров) в этих условиях и будет составлять основную цель адаптации. Эта цель достигается в абсолютно инвариантных или инвариантных до ϵ автоматических системах, в которых интересующие нас управляемые переменные или какие-либо показатели качества не зависят или незначительно зависят от изменяющихся неконтролируемым образом возмущающих факторов. Интерпретация адаптации как достижение нулевой, практически малой чувствительности в замкнутых системах к тем или иным нежелательным и неконтролируемым изменениям их свойств укладывается в рамки принципов управления по отклонению (с обратными связями) и (или) по возмущению (с компенсирующими связями), которые могут в той или иной степени удовлетворять требованиям малой чувствительности к различным возмущающим факторам.

В этом смысле одно- и многоконтурные системы, системы с особыми динамическими режимами обладают свойствами так называемой пассивной адаптации. Поэтому далее рассмотрим ряд таких структур автоматических систем с позиций чувствительности и ин-

вариантности регулируемых выходных переменных к неконтролируемым изменениям параметров изменяющейся части исходной системы. Такой анализ может быть полезным и с той точки зрения, что замкнутые контуры управления со свойствами пассивной адаптации нередко используются как исходные основные контуры при синтезе систем управления с активной адаптацией (см. гл. II, III).

§ 4. Системы автоматического управления с пассивной адаптацией

Автоматические системы с большим контурным усилием, системы с моделями, инвариантные системы, а также системы с особыми динамическими режимами, которые здесь рассматриваются, иллюстрируют изложенные в § 3 подходы к решению проблемы компенсации влияния внешних возмущающих воздействий на систему и изменений статических и динамических свойств объекта в системах. Структурные схемы таких автоматических систем будем называть системами с пассивной адаптацией, поскольку свойства инвариантности достигаются в результате введения сигнальных корректирующих обратных связей с неизменяемыми структурами операторов, с постоянными известными параметрами, а также за счет организации скользящих режимов в системах с разрывным управлением.

Замкнутые системы с большим контурным усилием [35, 42]. На рис. 7 изображена одноконтурная система стабилизации при помощи регулятора, имеющего передаточную функцию $\kappa_2 W_2(s)$, объекта с передаточной функцией $W_1^*(s) = \kappa_1 W_1(s)$.

Для составляющей полного приращения $\Delta x^{W_1^*}$ выхода системы в соответствии с (I.20) при изменении передаточной функции $W_1^*(s)$ относительно расчетного состояния $W_1^{0*}(s) = \kappa_1^0 W_1^0(s)$ имеем

$$\Delta x^{W_1^*}(s) = x^0(s) \frac{\kappa_2 W_2(s)}{[1 + \kappa_1^0 \kappa_2 W_1^0(s) W_2(s)]^2} \Delta W_1^*(s).$$

При $|\Delta W_1^*(j\omega)|_{0 < \omega < \infty} \neq 0$ компенсация приращения $\Delta x^{W_1^*}(j\omega)$ в рассматриваемой структуре возможна при неограниченном росте контурного усиления: $\kappa = \kappa_1^0 \kappa_2 \rightarrow \infty$. При бесконечно большом зна-

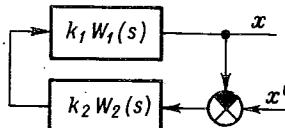


Рис. 7.

чении K одноконтурная система не чувствительна к изменению передаточной функции объекта $\kappa_1 W_1(s)$ как в результате изменения ее параметров (в частности, коэффициента κ_1), так и вследствие изменения самой структуры передаточной функции $W_1(s)$. В этом смысле простейшая одноконтурная система обладает свойством пассивной адаптации. Однако рост K ограничен условием устойчивости: $K < K_{kp}$ и допустимым качеством переходных процессов; кроме того, при большом конкретном значении K свойство пассивной адаптации в одноконтурной системе может быть удовлетворительным с практической точки зрения для сравнительно узкого диапазона изменения параметров передаточной функции $\kappa_1 W_1(s)$. Компенсация влияния изменения параметров $\kappa_1 W_1(s)$ возможна также путем подстройки параметров передаточной функции $\kappa_2 W_2(s)$ или путем введения с той же целью дополнительных корректирующих связей. В первом случае уже требуется знание текущих значений изменяющихся параметров, т.е. необходима текущая идентификация. Во втором для обычных "неадаптивных" замкнутых систем в таких случаях используется метод компенсации влияния нулей и полюсов изменяемой части системы нулями и полюсами дополнительных корректирующих обратных связей.

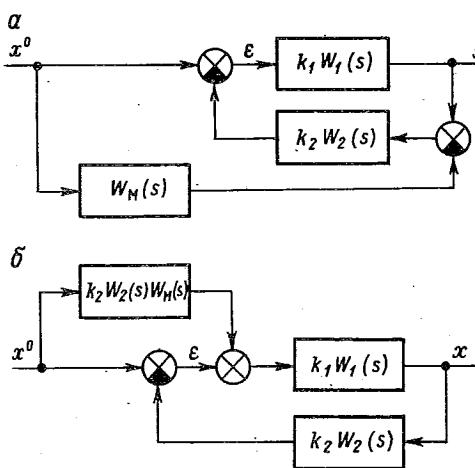


Рис.8.

Система стабилизации с моделью (рис.8, а). Такая система имеет некоторое преимущество перед простой одноконтурной системой [35]. Передаточные функции $\kappa_1 W_1(s)$, $\kappa_2 W_2(s)$ соответствуют объекту и регулятору, а модель с передаточной функцией $W_H(s)$, включенная параллельно объекту, выбирается в соответствии с желаемыми динамическими свойствами системы в целом. Для структурной схемы рис.8, а передаточная функция по

каналу вход - выход может быть записана как

$$\Phi_{x^0 x}(s) = \frac{\kappa_1 W_1(s)}{1 + \kappa_1 \kappa_2 W_1(s) W_2(s)} + \frac{\kappa_1 \kappa_2 W_1(s) W_2(s) W_m(s)}{1 + \kappa_1 \kappa_2 W_1(s) W_2(s)} = \Phi_1(s) + \Phi_2(s).$$

Если, как и ранее, выбрать достаточно большим контурное усиление: $\kappa = \kappa_1 \kappa_2 \gg 1$, то $|\Phi_1(j\omega)|_{0 \leq \omega < \infty} \ll 1$ и динамические свойства системы в целом будут определяться выбранной моделью:

$$\Phi_{x^0 x}(s) \approx + \frac{W(s)}{1 + W(s)} W_m(s),$$

где $W(s) = \kappa_1 \kappa_2 W_1(s) W_2(s)$, а так как $\kappa = \kappa_1 \kappa_2 \gg 1$, то $|\Phi_{x^0 x}(j\omega)| \approx |W_m(j\omega)|$ ($0 \leq \omega < \infty$).

В то же время приращение Δx , вызванное изменением передаточной функции объекта $W_1^*(s)$, для рассматриваемой системы с условной связью на основании (I.20) имеет вид

$$\Delta x^{\Delta W_1^*}(s) = x^0(s) \frac{1 + \kappa_2 W_2(s) W_m(s)}{[1 + \kappa_2 W_2(s) W_1^*(s)]^2} \Delta W_1^*(s). \quad (I.22)$$

Выражение (I.22) можно упростить, в частности, если модель выбрана с учетом расчетного состояния объекта, т.е. $W_1^{0*}(s) \equiv W_m(s)$. Из (I.22) очевидно, что при $\kappa = \kappa_1 \kappa_2 \gg 1$ система обладает пониженной (в предельном случае - нулевой) чувствительностью к вариациям $\Delta W_1^*(s)$, и при этом стабилизируется желаемый (расчетный) режим работы, определяемый моделью $W_m(s)$ (в отличие от одноконтурной системы).

Следящие системы. Они иллюстрируют возможность получения малой чувствительности ошибки системы к изменению входного воздействия при включении дополнительного канала передачи воздействия (§ 3, случай Iв). От структурной схемы рис.8,а можно перейти к эквивалентной, изображенной на рис.8,б, т.е. к хорошо известной структуре комбинированных следящих систем. Для следящих систем важно точное воспроизведение входного воздействия x^0 любой формы, в то время как изменения какой-либо передаточной функции замкнутого контура обычно исключаются. Согласно подходу, рассмотренному в пункте Iв § 3, канал передачи входного воздействия x^0 с передаточной функцией $\kappa_2 W_2(s) W_m(s) = W_k(s)$ является дополнительным к замкнутому контуру с передаточными функциями $\kappa_1 W_1(s)$ и $\kappa_2 W_2(s)$. При $|\Delta W_1^*(j\omega)| \equiv 0$ в диапазоне частот $0 \leq \omega < \infty$ приращение ошибок слежения $\Delta \epsilon$ при произвольном по форме приращении Δx^0 на основании (I.20) можно записать в виде

$$\Delta \varepsilon(s) = \Delta x^0(s) \frac{1 - \kappa_1 \kappa_2 W_1(s) W_2(s) W_K(s)}{1 + \kappa_1 \kappa_2 W_1(s) W_2(s)}.$$

Отсюда следует условие абсолютной инвариантности ошибки сложения к изменению входного воздействия:

$$W_K(s) = (\kappa_1 \kappa_2 W_1(s) W_2(s))^{-1}, \quad (I.23)$$

или (что одно и то же) применительно к эквивалентной схеме рис.8,б:

$$W_M(s) = (\kappa_1 W_1(s))^{-1} (\kappa_2 W_2(s))^{-2}. \quad (I.24)$$

Реализация условий (I.23) или (I.24) не нуждается в бесконечно большом контурном усилении ($\kappa = \kappa_1 \kappa_2$), но требует знания всех передаточных функций замкнутого контура и их неизменности в эксплуатационном режиме. Эти условия, естественно, не всегда могут быть физически реализованы. Но даже при их приближенном выполнении в комбинированных следящих системах существенно могут быть уменьшены переходные и установившиеся ошибки $\varepsilon(t)$ при произвольно изменяющихся форме и параметрах входного воздействия $x^0(t)$, т.е. системы обладают свойством пассивной адаптации к воздействиям, что и обусловило их широкое практическое распространение.

Система автоматической стабилизации с пассивной адаптацией к изменению параметров передаточной функции объекта и к возмущениям. Обобщенная структурная схема такой системы изображена на рис.9, где обозначения передаточных функций $\kappa_1 W_1(s)$, $\kappa_2 W_2(s)$ и $W_M(s)$ сохраняют прежний смысл, а пунктиром показаны дополнительные корректирующие связи. Приведенное к выходу системы эквивалентное возмущение σ отражает модель влияния внешней среды на объект (см. § I гл.VI). Для этой схемы ξ – воздействие, о котором известно лишь то, что оно ограничено по интенсивности в существенном диапазоне частот, а $F(s)$ – некоторая передаточная функция линейного устойчивого фильтра.

Запишем функцию чувствительности управляемой выходной переменной x к изменяющемуся параметру c_i передаточной функции $\kappa_1 W_1(s)$:

$$\frac{\partial x}{\partial c_i} = \frac{\partial x(s)}{\partial c_i} = x^0(s) \frac{\partial \Phi_{x^0 x}(s)}{\partial c_i} - \xi(s) \frac{\partial \Phi_b(s)}{\partial c_i}. \quad (I.25)$$

Здесь $\Phi_{x^0}(s)$ и $\Phi_b(s)$ – передаточные функции основного контура системы соответственно по входам x^0 и ξ . Рассмотрим частные случаи.

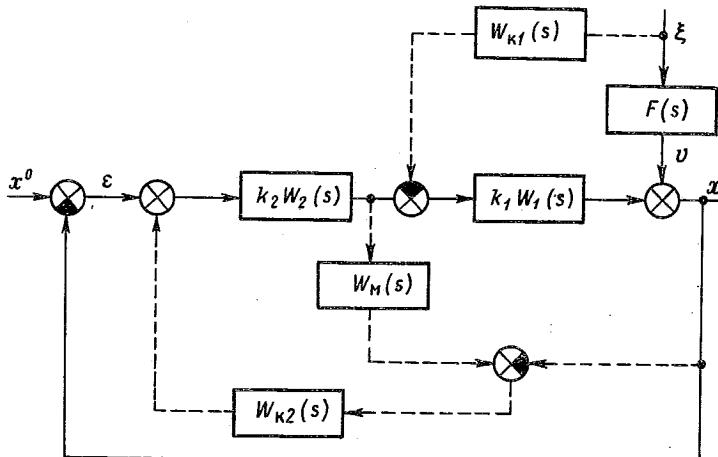


Рис.9.

1. Пусть $W_m(s) = W_{k1}(s) = W_{k2}(s) \equiv 0$. Для получившейся одноконтурной системы функция чувствительности

$$u_x^{c_i}(s) = \Delta^{-2}(s) \kappa_1 \kappa_2 W_2(s) \frac{\partial W_1(s)}{\partial c_i} (x^0(s) + v(s)) \quad (I.26)$$

($\Delta(s)$ – характеристический полином замкнутого контура). Из выражения (I.26) следует, что в обычной одноконтурной системе (обширный класс локальных систем автоматики с промышленными регуляторами) нулевая чувствительность x к вариациям параметров c_i в переходных режимах недостижима, за исключением тривиального случая $x^0 = v = 0$.

2. Пусть $W_{k1}(s) = 0$ и дополнительно в основном контуре организовано косвенное измерение возмущений: включены модель с $W_m(s)$ и канал компенсации с $W_{k2}(s)$. Тогда изображение приращения $\Delta x^{W_1}(s)$ на основании формулы (I.21) имеет вид

$$\Delta x^{W_1}(s) = x^0(s) \kappa_2 W_2(s) \Delta_0^2(s) \{1 - \kappa_2 W_2(s) W_m(s) W_{k2}(s)\} \Delta W_1^*(s). \quad (I.27)$$

При равенстве нулю члена в фигурных скобках (см.случай 2г в §2) и известных передаточных функциях $\kappa_2 W_2(s)$, $W_m(s)$ определяется передаточная функция канала компенсации $W_{\kappa 2}(s)$, которая обеспечивает нулевую чувствительность выходной переменной $x(t)$ к передаточной функции объекта $\kappa_1 W_1(s)$:

$$W_{\kappa 2}(s) = (\kappa_2 W_2(s) W_m(s))^{-1}. \quad (I.28)$$

К такому же результату приводит и анализ приращения $\Delta x^{\Delta v}(s)$, вызываемого изменением $\Delta v(s)$ эквивалентного возмущения $v(s)$ (см.случай 1г в §3). Поэтому структура с косвенным измерением возмущений обладает свойством двукратной инвариантности. Реально условие вида (I.28) выполняется приближенно, например:

$$W_{\kappa 2}(s) = (\kappa_2 W_2(s) W_m(s))^{-1} (1 + d(s))^{-1}.$$

Здесь сомножитель $(1 + d(s))^{-1}$ учитывает неидеальность реализации дифференцирующих звеньев в $W_{\kappa 2}(s)$, а $d(s)$ – полином по степеням s , s^2, \dots с малыми по модулю коэффициентами a_1, a_2, \dots в сравнении с коэффициентами передаточных функций $W_m(s)$, $W_1(s)$ и $W_2(s)$.

Итак, функция чувствительности (I.25) выходной переменной к какому-либо параметру c_i передаточной функции $W_1(s)$ такова:

$$u_x^{c_i}(s) = \frac{\kappa_1 d(s)}{\Delta^2(s)} \frac{d W_1(s)}{dc_i} \left\{ x^0(s) \kappa_1 W_1(s) + v(s) \frac{1 + [1 + d(s)] \kappa_2 W_2(s) W_m(s)}{[1 + d(s)] W_m(s)} \right\}. \quad (I.29)$$

Отсюда следует, что в системе с косвенным измерением возмущений функции чувствительности $u_x^{c_i}(s) \neq 0$, но могут быть сделаны малыми по модулю вследствие малости коэффициентов полинома $d(s)$. В предельном случае, когда $|d(j\omega)| \rightarrow 0$, реакция $x(t)$ системы на входное воздействие $x^0(t)$ и возмущение $v(t)$ определяется соотношением

$$x(s) = x^0(s) \frac{\kappa_2 W_2(s) W_m(s)}{1 + \kappa_2 W_2(s) W_m(s)},$$

т.е. выходная переменная системы $x(s)$ не зависит от передаточной функции объекта и ее изменений и от приведенного к выходу системы эквивалентного возмущения $v(s)$.

В реальных условиях $|d(j\omega)| \neq 0$, однако чувствительность $x(t)$ к изменению коэффициентов $\kappa_1 W_1(s)$ может быть сделана весьма малой.

Можно считать, что рассмотренный пример организации структуры связей системы в определенной мере соответствует задаче адаптивного управления. Нетрудно заметить, что это достигается путем обращения в нуль определителя $\Delta''_k(s)$ ($k = 1$) в выражении (I.4) для системы, в которой удален прямой путь между воздействием $\sigma(t)$ и выходом $x(t)$ (случай Iг §3). Условие инвариантности (I.28) как раз и обеспечивает необходимое обращение в нуль определителя $\Delta''_k(s)$.

3. Полагаем $W_m(s) = W_{k2}(s) = 0$, а передаточную функцию $W_{k1}(s)$ выберем из условия абсолютной инвариантности выходной переменной $x(t)$ к возмущению $\xi(t)$ (см. случай Iв в §3):

$$W_{k1}(s) = F(s) (k_1 W_1(s))^{-1}. \quad (I.30)$$

Полученная структура соответствует хорошо известной комбинированной системе стабилизации, в которой осуществляется компенсация влияния эквивалентного возмущения $\sigma(t)$. При выполнении условия (I.30) выходная переменная не чувствительна к действию $\xi(t)$, но для реализации этого свойства требуется прямое измерение $\xi(t)$ и необходима априорная информация о передаточных функциях $F(s)$ и $k_1 W_1(s)$.

Из рассмотренных примеров автоматических систем следует, что строгое выполнение условий абсолютной инвариантности (практически инвариантности до ϵ) требует полной информации об операторах объектов и возмущений внешней среды и их параметрах. Без знания текущих значений параметров нулевая или допустимо низкая чувствительность может быть сохранена теоретически лишь в малой окрестности расчетных значений. В ряде практических задач можно довольствоваться и этим. Расширение возможностей достижения нулевой (или низкой) чувствительности системы к изменяющимся факторам заключается, как видим, в использовании текущей информации о состоянии изменяющейся части системы с последующей на ее основе коррекцией управляющих воздействий на объект.

Наличие априорной и текущей неполноты информации естественным образом подводит к мысли о целесообразности объединения процессов текущей идентификации изменяющейся части системы с процессами управления по результатам идентификации. Эта идея составляет суть одного из подходов к построению автоматических систем с активной адаптацией (см. гл. II, III, VI).

Как следует из анализа возможных путей достижения малой (нулевой) чувствительности в автоматических системах к возмущающим факторам, сделанного в § 3, одним из способов является стабилизация тем или иным образом динамических характеристик системы в целом при изменении свойств объекта. Это может быть реализовано, например в релейных автоколебательных системах, путем стабилизации контурного эквивалентного комплексного коэффициента передачи при неконтролируемом изменении коэффициента передачи объекта [53]. В системах переменной структуры желаемый динамический режим стабилизируется в результате особых переключений двух (а в принципе и более двух) операторов регулятора с заданными свойствами [25]. Проанализируем этот путь реализации свойства пассивной адаптации на примерах двух автоматических систем.

Релейная одноконтурная система с регулятором в виде релейного элемента (РЭ) (рис.10). Пусть РЭ имеет статическую характеристику идеального реле:

$$y = F(\varepsilon) = \begin{cases} +c, & \varepsilon > 0, \\ -c, & \varepsilon < 0, \end{cases}$$

а линейная часть (ЛЧ), включающая в себя объект, имеет передаточную функцию

$$W(s) = \frac{\kappa_{\text{лч}} N(s)}{D(s)} = \frac{k_{\text{лч}} \sum_{j=0}^m n_j s^j}{\sum_{j=0}^n d_j s^j}.$$

Автоколебательный режим, возникающий в такой системе, при отсутствии входного воздействия x^0 характеризуется параметрами автоколебаний – амплитудой A_0 и частотой ω_0 .

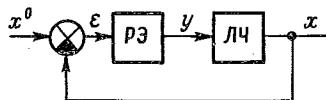


Рис.10.

остаются постоянными. При медленно изменяющемся входном воздействии ($x^0(t) \neq 0$) сигнал рассогласования $\varepsilon(t)$ на входе РЭ может быть приближенно представлен суммой двух сигналов:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) + \varepsilon_0(t), \quad (I.31)$$

где $\varepsilon_1(t) = A_1 \sin \omega_1 t$; A_1, ω_1 – параметры автоколебаний; $\varepsilon_0(t)$ – медленно изменяющаяся составляющая ошибки, обусловленная наличием входного воздействия $x^0(t)$. Мерой медленности изменения является условие

$$\text{mod} [\varepsilon_0(t + T_1) - \varepsilon_0(t)] \ll \text{mod} \varepsilon_0(t), \quad (I.32)$$

где $T_1 = 2\pi/\omega_1$. Гармонически линеаризованное уравнение замкнутой системы, на входе РЭ которой есть сигнал, описываемый выражением (I.31), можно записать следующим образом:

$$D(p)\varepsilon(t) + F(\varepsilon) \kappa_{\text{лч}} N(p) = D(p)x^0(t), \quad p = d/dt. \quad (I.33)$$

Здесь $F(\varepsilon) = y = F_0 + [q(A_1, \varepsilon_0)]\varepsilon(t)$, причем медленно изменяющаяся составляющая сигнала на выходе РЭ (функция смещения) F_0 и $q(A_1, \varepsilon_0)$ являются коэффициентами гармонической линеаризации [53]:

$$F_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\varepsilon_0 + A_1 \sin \omega_1 t) d\omega_1 t = \frac{2c}{\pi} \arcsin \frac{\varepsilon_0}{A_1},$$

$$q(A_1, \varepsilon_0) = \frac{4c}{\pi A_1} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_0^2}{A_1^2}}. \quad (I.34)$$

При выполнении условия (I.32) уравнение (I.33) можно представить в виде двух уравнений, нелинейно связанных через коэффициенты гармонической линеаризации (I.34):

$$D(p)\varepsilon_0(t) + F_0 \kappa_{\text{лч}} N(p) = D(p)x^0(t),$$

$$D(p)\varepsilon_1(t) + q(A_1, \varepsilon_0) \kappa_{\text{лч}} N(p)\varepsilon_1(t) = 0,$$
(I.35)

причем первое характеризует свойства системы по медленно изменяющейся составляющей ошибки $\varepsilon_0(t)$, а второе соответствует гармонически линеаризованному уравнению системы по первой гармонике $\varepsilon_1(t)$. Если $\text{mod} \varepsilon_0/A_1 < 1$, то можно приближенно записать

$$F_0 = \frac{2c}{\pi} \arcsin \frac{\varepsilon_0}{A_1} \approx \frac{2c}{\pi} \frac{\varepsilon_0}{A_1}, \quad (I.36)$$

что верно с точностью до величины малости $(\varepsilon_0/A_1)^3/6$. При $A_1 = \text{const}$, т.е. в автоколебательном режиме при выполнении условия (I.32) имеет место $F_0 = \kappa_p \varepsilon_0$, $\kappa_p = 2c/(\pi A_1) = \text{const}$. Отсюда следует, что по медленно изменяющейся составляющей $\varepsilon_0(t)$ при наличии высокочастотных колебаний $\varepsilon_1(t)$ релейная система ведет себя как линейная с эквивалентной передаточной функцией в разомкнутом состоянии:

$$W_{\text{экб}}(s) = \frac{x(s)}{\epsilon_0(s)} = \frac{\kappa_{\text{РЭ}} \kappa_{\text{ЛЧ}} N(s)}{D(s)},$$

причем тем лучше проявляется это свойство, чем вернее приближенное соотношение (I.36), т.е. чем меньше $\text{mod } \epsilon_0/A_1$. Из рис. II, а видно, что при $\epsilon_{0\max} \leq A_1/2$ функция смещения F_0 близка к линейной, а изменение амплитуды автоколебаний A_1 , при изменении ϵ_0 от 0 до $\epsilon_{0\max}$ происходит в диапазоне от A_1 до $0,707A_1$ (рис. II, б).

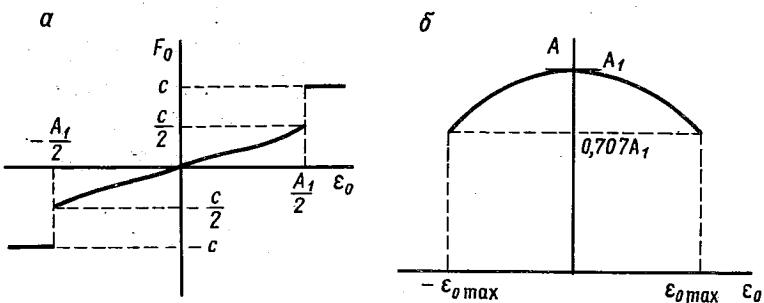


Рис. I.

С учетом всего сказанного уравнение движения в реальной системе по медленно изменяющейся составляющей ошибки $\epsilon_0(t)$ примет вид

$$[D(p) + \kappa_{\text{РЭ}} \kappa_{\text{ЛЧ}} N(p)] \epsilon_0(t) = D(p) x^0(t). \quad (\text{I.37})$$

Анализ характеристического уравнения гармонически линеаризованной системы по первой гармонике, где коэффициент $q(A_1 \epsilon_0)$ берется из выражения (I.34), например аналитическим путем, приводит к постоянной частоте автоколебаний ω_1 , не зависящей для РЭ с идеальной характеристикой от смещения ϵ_0 , и к амплитуде $A_1 = \kappa_{\text{ЛЧ}} B$ (B – константа, определяемая постоянными параметрами РЭ и ЛЧ [31, 53]). Подстановка значения амплитуды A_1 в уравнение (I.37):

$$[D(p) + \frac{2c}{\pi B} N(p)] \epsilon_0(t) = D(p) x^0(t),$$

показывает, что динамика и статика рассматриваемой реальной системы по медленно изменяющемуся входному воздействию при устойчивых высокочастотных автоколебаниях в контуре не зависят от произвольных неконтролируемых изменений коэффициента передачи

ЛЧ системы, и в этом смысле релейная система обладает свойством пассивной адаптации. Сглаживание релейной характеристики в присутствии автоколебаний – так называемый эффект вибрационного сглаживания – приводит к линеаризации системы по медленной составляющей движения, и эта система не чувствительна к изменениям коэффициента передачи ЛЧ. Напомним, что эффект сглаживания проявляется при соотношении $\epsilon_0/A_1 < 0,5$. При $\epsilon_0/A_1 > 0,5$ происходит "залипание" контакта реле, автоколебательный режим срывается и указанные свойства системы исчезают.

Изменяющийся произвольным образом коэффициент $\kappa_{\text{ЛЧ}}$ вызывает пропорциональное изменение амплитуды A_1 периодического движения. При недопустимо больших изменениях $\kappa_{\text{ЛЧ}}$ и следовательно амплитуды A_1 возникает задача ограничения значений A_1 при сохранении режима вибрационного сглаживания и изменениях в нужном диапазоне значения коэффициента $\kappa_{\text{РЭ}}$, благодаря чему гармонически линеаризованная система обладает свойством пассивной адаптации. Решение этой задачи приводит к автоколебательной самонастраивающейся системе (см. § 1 гл. II).

Системы с переменной структурой (СПС) [25]. В таких системах реализуется скользящий режим переключения параметров или операторов регулятора. При этом правая часть дифференциальных уравнений, например, претерпевает разрыв на особой поверхности в фазовом пространстве переменных системы и изображающая точка M (рис. 12, а) всегда движется к этой поверхности (в фазовой плоскости это линия) при любых начальных условиях. Такая поверхность в теории СПС называется гиперплоскостью (линией) переключения. После попадания на гиперплоскость изображающая точка M

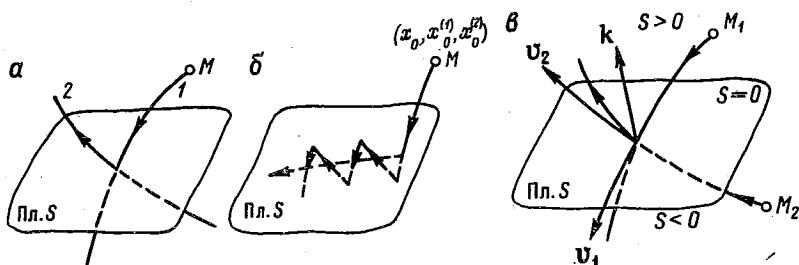


Рис. 12.

движется только по траекториям, принадлежащим этой гиперплоскости (рис.12,*b*); и на финальной стадии, следовательно, динамические свойства СПС не зависят от свойств отдельно взятых переключаемых структур. В этом смысле и понимаются адаптивные свойства СПС.

Движение изображающей точки M в гиперплоскости носит название вырожденного движения: порядок описывающего его уравнения меньше размерности системы. Организация вырожденного движения является главной задачей в СПС и осуществляется путем переключения операторов регулятора или их параметров с достаточно большой частотой, когда изображающая точка M как бы скользит в гиперплоскости (рис.12,*b*). Каким же образом обеспечиваются условия возникновения скользящего режима в СПС? Для ответа на этот вопрос обратимся к СПС, в которых осуществляется переключение двух структур, причем каждая из них описывается одинаковым линейным дифференциальным уравнением 3-го порядка:

$$x^{(3)} + \alpha_2 x^{(2)} + \alpha_1 x^{(1)} + \alpha_0 x = 0, \quad (I.38)$$

но коэффициенты α_2 , α_1 и α_0 могут принимать по крайней мере по два значения: α_{21} , α_{11} , α_{01} и α_{22} , α_{12} , α_{02} . Каждому комплексу коэффициентов в фазовом пространстве ($x, x^{(1)}, x^{(2)}$) соответствуют разные фазовые портреты (имеется в виду различие их топологии).

Зададим в этом же фазовом пространстве гиперплоскость, проходящую через начало координат $S = 0$ и описываемую уравнением

$$S = x^{(2)} + c_1 x^{(1)} + c_0 x = 0, \quad (I.39)$$

коэффициенты которого c_0 и c_1 выбираются исходя из желаемого вида переходных процессов в СПС и отличаются от коэффициентов α_2 , α_1 и α_0 каждой из структур. Через каждую точку плоскости могут проходить две фазовые траектории, соответствующие комплексам коэффициентов α_{21} , α_{11} , α_{01} и α_{22} , α_{12} , α_{02} . Надлежащим выбором этих коэффициентов и переключением их можно так заставить двигаться изображающие точки M_1 и M_2 фазовых траекторий, что векторы их скоростей V_1 и V_2 будут направлены встречно по разные стороны плоскости $S = 0$ (рис.12,*b*; вектор фазовой скорости движения точки M , V , направлен сверху вниз ($S < 0$), а вектор V — снизу вверх ($S > 0$)). Изображающие точки "прошибают" плоскость S , совершая при этом малые по амплитуде колебания с большой частотой, скользя вдоль плоскости S , которую поэтому

называют еще плоскостью скольжения. Если порядок переключаемых структур равен двум, то плоскость скольжения вырождается в прямую, если же переключаемые структуры описываются уравнением n -го порядка, то говорят о гиперплоскости скольжения с уравнением

$$\mathcal{S} = \sum_{j=0}^{n-1} c_j x^{(j)} = 0, \quad (I.40)$$

где c_j – постоянные коэффициенты; $x^{(j)}$ – координаты n -мерного фазового пространства.

Таким образом, в фазовом пространстве СПС помимо семейств траекторий, обусловленных комплектами коэффициентов уравнений отдельных структур, существует семейство траекторий, принадлежащих гиперплоскости $\mathcal{S} = 0$, и переходные процессы $x(t)$, соответствующие вырожденному движению изображающей точки M в плоскости \mathcal{S} , определяются исключительно значениями коэффициентов c_j в уравнении (I.40).

Сформулируем в общем виде условия существования вырожденного движения в СПС. Из рис. I2, б и предыдущих рассуждений следует, что изображающая точка M_1 над плоскостью \mathcal{S} ($\mathcal{S} > 0$) должна двигаться к этой плоскости с фазовой скоростью v_1 , а изображающая точка M_2 под плоскостью \mathcal{S} ($\mathcal{S} < 0$) должна двигаться к этой плоскости с фазовой скоростью v_2 . Если ввести в рассмотрение вектор κ , нормальный к плоскости \mathcal{S} , то непосредственно из рис. I2, б следует, что изображающие точки M_1 и M_2 фазовых траекторий, принадлежащих переключаемым структурам СПС, попадают на плоскость \mathcal{S} , если только выполняется необходимое условие

$$\operatorname{sgn}(v_1, \kappa) = -\operatorname{sgn}(v_2, \kappa). \quad (I.41)$$

Условие (I.41) означает, что изображающая точка M фазовой траектории после смены коэффициентов дифференциального уравнения изменила направление движения и снова устремилась к плоскости \mathcal{S} , для чего скалярное произведение векторов κ и одного какого-либо вектора фазовой скорости v_1 (или v_2) должно быть отрицательным, т.е. вектор фазовой скорости и нормальный вектор образовывали бы тупой угол.

Требуемые соотношения между значениями коэффициентов дифференциальных уравнений подсистем СПС и выбранными значениями коэффициентов c_j в уравнении (I.40) можно получить в общем ви-

де, рассматривая скалярное произведение (v, κ) . В n -мерном фазовом пространстве G_n нормальный вектор $\kappa \in G_n$ к плоскости \mathcal{S} можно представить следующим образом:

$$\kappa = \sum_{j=0}^{n-1} c_j e_j. \quad (I.42)$$

Здесь n векторов e_j образуют ортогональный нормированный базис фазового пространства $G_n(x, x^{(1)}, \dots, x^{(n-1)})$. Вектор скорости v фазовых траекторий в этом же базисе записывается аналогично:

$$v = \sum_{j=1}^n x^{(j)} e_{j-1}.$$

В частности, для рассматриваемого примера $v = x^{(1)} e_0 + x^{(2)} e_1 + x^{(3)} e_2$. Из уравнения (I.38) $x^{(3)} = -\alpha_2 x^{(2)} - \alpha_1 x^{(1)} - \alpha_0 x$. С учетом этого для системы 3-го порядка $v = x^{(1)} e_0 + x^{(2)} e_1 - (\alpha_2 x^{(2)} + \alpha_1 x^{(1)} + \alpha_0 x) e_2$.

Обобщение этого приема на систему n -го порядка с коэффициентами дифференциального уравнения α_j , $j = 0, 1, \dots, n-1$ позволяет записать вектор скорости v в виде

$$v = \sum_{j=1}^{n-1} x^{(j)} e_{j-1} - \left[\sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j x^{(j)} \right] e_{n-1}. \quad (I.43)$$

Подставляя сюда значение производной $x^{(n-1)}$ из уравнения гиперплоскости (I.40)

$$x^{(n-1)} = - \sum_{j=0}^{n-2} c_{n-1}^{-1} c_j x^{(j)} = - \sum_{j=0}^{n-2} \beta_j x^{(j)},$$

получаем окончательно

$$v = \sum_{j=1}^{n-2} x^{(j)} e_{j-1} - \left[\sum_{j=0}^{n-2} \beta_j x^{(j)} \right] e_{n-2} + \sum_{j=0}^{n-2} (\alpha_{n-1} \beta_j - \alpha_j) x^{(j)} e_{n-1}. \quad (I.44)$$

Скалярное произведение (v, κ) вычисляется в соответствии со значениями κ и v из формул (I.42) и (I.44) в ортогональном базисе, который образован системой векторов e_j . Итак,

$$\begin{aligned} (v, \kappa) &= \sum_{j=1}^{n-2} c_{j-1} x^{(j)} - \sum_{j=0}^{n-2} c_{n-2} \beta_j x^{(j)} + \sum_{j=0}^{n-2} c_{n-1} (\alpha_{n-1} \beta_j - \alpha_j) x^{(j)} = \\ &= \sum_{j=0}^{n-2} A_j x^{(j)}. \end{aligned} \quad (I.45)$$

Постоянные коэффициенты A_j определяются из соотношений

$$\begin{aligned} A_0 &= \beta_0(c_{n-1}\alpha_{n-1} - c_{n-2}) - \alpha_0c_{n-1}, \\ A_i &= \beta_i(c_{n-1}\alpha_{n-1} - c_{n-i}) - \alpha_ic_{n-1} + c_{i-1}, \quad i=1,2,\dots \end{aligned} \quad (I.46)$$

На основании выражений (I.40), (I.45) и (I.46) определяются конкретные условия возникновения вырожденного движения в СПС по заданным значениям коэффициентов c_i и коэффициентов α_{ji} дифференциальных уравнений переключаемых структур. В частности, для СПС 3-го порядка (I.38) при заданных коэффициентах c_i имеем $\beta_0 = c_2^{-1}c_0 = a$, $\beta_1 = c_2^{-1}c_1 = b$. Из соотношений (I.46) следуют значения A_{ji} :

$$\begin{aligned} A_{01} &= a\alpha_{21} - ab - \alpha_{01}, \\ A_{11} &= b\alpha_{21} - b^2 - \alpha_{11} + a, \\ A_{02} &= a\alpha_{22} - ab - \alpha_{02}, \\ A_{12} &= b\alpha_{22} - b^2 - \alpha_{12} + a. \end{aligned} \quad (I.47)$$

Таким образом, условие существования вырожденного движения в СПС 3-го порядка записывается как

$$\operatorname{sgn}(A_{01}x + A_{11}x^{(1)}) = -\operatorname{sgn}(A_{02}x + A_{12}x^{(1)}). \quad (I.48)$$

Логическое устройство СПС на основании измерений текущих значений x , $x^{(1)}$ определяет знак линейной формы $A_{0i}x + A_{1i}x^{(1)}$ и включает в регуляторе СПС ту или иную комбинацию коэффициентов α_{ji} ($j = 0, 1, 2$; $i = 1, 2$). Моменты переключения соответствуют моментам времени, когда обращается в нуль линейная форма $\delta = 0 = c_0x + c_1x^{(1)} + c_2x^{(2)}$.

Однако полученные условия существования вырожденного движения могут быть нарушены, так как они являются необходимыми, но недостаточными. Действительно, скалярное произведение v , k не сохраняет свой знак на всей гиперплоскости δ ; оно обращается в нуль и может иметь противоположный знак, поскольку v зависит от значений коэффициентов α_{ji} , а они могут изменяться неконтролируемым образом. Это приводит к тому, что условия (I.40) или, в частности, (I.48) выполняются не в моменты, когда $\delta = 0$, а раньше или позже.

Поясним сказанное. Скалярное произведение (v, k) , обращаясь в нуль, образует уравнение прямой линии, проходящей через начало координат в плоскости $(x, x^{(1)})$ (рис. I3, a). Пусть перв-

вому комплекту коэффициентов $\alpha_{21}, \alpha_{11}, \alpha_{01}$ соответствует линия I, а второму комплекту - линия II. Если предположить, что знаки произведений (v_1, k) и (v_2, k) распределены так, как это изображено на рис.13, a, то очевидно, что условие существования вырожденного движения (I.48) выполняется лишь в тех частях пло-

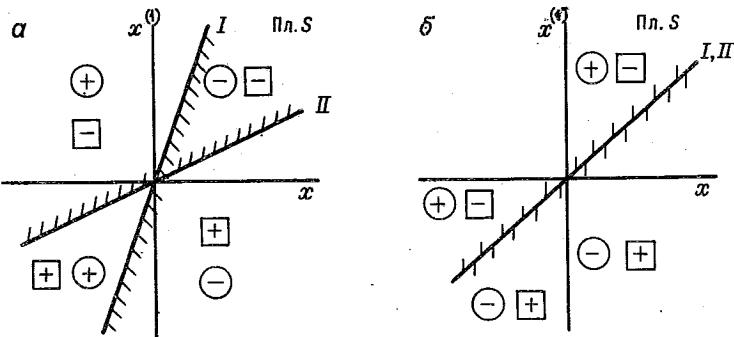


Рис.13.

скости ($x, x^{(1)}$), где одновременно имеют место знаки $\boxed{+}$ и $\boxed{-}$. Условия существования скользящего режима нарушаются при сочетаниях знаков $\boxed{+}$ и $\circled{+}$ или $\circled{-}$ и $\boxed{-}$. Для того чтобы условие существования скользящего режима выполнялось на всей фазовой плоскости, необходимо развернуть прямые I и II таким образом, чтобы они сомкнулись в одну прямую (рис.13, б), т.е. необходимо, чтобы для всех $i = 0, 1$ выполнялись равенства

$$A_{i1} = -A_{i2}. \quad (I.49)$$

Выполнение условий типа (I.49) в общем случае для всех $i = 0, 1, \dots, n-2$ является необходимым и достаточным условием существования вырожденного движения изображающей точки в гиперплоскости S после ее попадания на эту плоскость. Вырожденное движение в СИС удовлетворяет дифференциальному уравнению (I.40) и не зависит от параметров α_{ji} ($j = 0, 1, \dots, n-1; i = 1, 2$) переключаемых структур СИС.

На рис.14 изображена структурная схема СИС 3-го порядка. Она составлена на основе уравнений (I.38), (I.39), (I.47) и (I.49). Переключение коэффициентов α_{ji} в блоке обратных связей (БОС) осуществляется сигналом X с выхода логического устройства - бло-

ка переменны знака (БПЗ). Знак сигнала X определяется знаком $S = c_0 x + c_1 x^{(1)} + x^{(2)}$ в зависимости от положения изображающей точки M в фазовом пространстве относительно плоскости \mathcal{S} и знаком уравнения "раздела" $Y = A_0 x + A_1 x^{(1)}$ в зависимости от положения изображающей точки M в окрестности плоскости \mathcal{S} . Из схемы рис.14 следует, что регулятор СПС должен иметь регулируемые коэффициенты A_i , $i = 0, 1, \dots, n-2$ и устройство, моделирующее гиперплоскость \mathcal{S} (т.е. модель желаемого процесса). Регулятор СПС содержит устройство для измерения регулируемой величины, ее $n-1$ производных и блок переключаемых коэффициентов α_{ji} (БОС). В БПЗ входят два сигнум-реле для определения знаков S , Y и логический блок для реализации условия (I.49).

Таким образом, ценным свойством принципа переменности структуры является возможность получения желаемых динамических показателей качества в системе с неконтролируемым изменением параметров объекта. Диапазон допустимых изменений определяется в каждом конкретном случае возможностью выполнения условия (I.49). Очевидно, что переход к СПС с активной адаптацией связан с управлением режимом переключения или (что одно и то же) с коррекцией положения гиперплоскости \mathcal{S} в фазовом пространстве системы в зависимости от значений параметров α_{ji} дифференциальных уравнений подсистем СПС [25]. Такая возможность будет рассмотрена в § 2 гл. II. Полезной для практики особенностью СПС является измерение знаков линейных форм координат системы и оперирование со знаками, а не с самими координатами. Кроме того, в СПС не требуется измерение всех n производных. Однако, как и во всех ранее рассмотренных системах, для реализации СПС необходимо наличие полной информации об управляемом объекте и возможном диапазоне изменений его параметров.

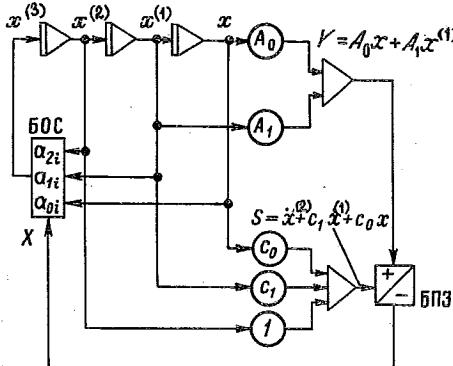


Рис.14.

Отметим, что в параграфе изложена лишь идея использования принципа переменности структуры, а условия существования вырожденного движения получены с помощью наглядных геометрических преобразований. Более строгое и полное изложение теории СПС можно найти в специальных работах, посвященных этому классу автоматических систем, например в работе [25].

§ 5. Самонастраивающиеся системы управления (обобщенные блок-схемы)

Следуя идеи организации структуры адаптивных систем, основной контур СНС образуем из объекта управления \mathcal{A} с описанием в виде линейного оператора A и регулятора \mathcal{B} с линейным оператором B (рис. 15, a). Операторы A и B могут быть заданы в классе дифференциальных или разностных уравнений, а также в классе уравнений состояния, где операторы A, B — операторы дифферен-

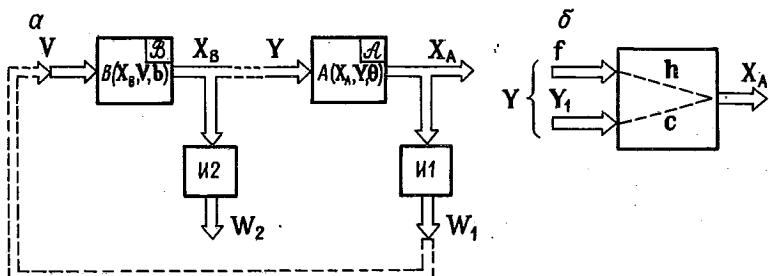


Рис. 15.

цирования или сдвига. Для определенности в данном параграфе полагаем, что объект \mathcal{A} и регулятор \mathcal{B} априори заданы модельными структурами связи, переменными состояния $X_A \in \Omega_X^A$, $Y \in \Omega_Y$, $V \in \Omega_V$ на интервале времени $(t_0, t] \subset [0, \infty)$, где в том числе $t_0 = 0$. Объект \mathcal{A} и регулятор \mathcal{B} описываются уравнениями системы вход — выход — состояние вида

$$\mathcal{A} : W_1 = A(X_A, V, \theta),$$

$$\mathcal{B} : W_2 = B(X_B, V, b), X_B \in \Omega_X^B.$$

Здесь θ и b — векторы параметров уравнений объекта и регулятора. Измерительные устройства I_1, I_2 на рис. 15, а осуществляют преобразование векторов состояния X_A, X_B , например для мас-

штабирования, физического преобразования. В частности, это может быть преобразование с единичным оператором, когда $W_1 \equiv X_A$ и $W_2 \equiv X_B$. В замкнутом контуре пространство входов объекта является пространством выходов регулятора \mathcal{B} , и наоборот, т.е. имеет место $X_A \equiv V \in \Omega_x^A \subset \Omega_x$ и $X_B \equiv Y \in \Omega_y^B \subset \Omega_y$.

Поскольку СНС предназначены для работы в условиях параметрической неопределенности при известных и неизменных структурах связей и операторов A и B , то далее введем в употребление расширенный вектор параметров $\Theta^T = [c^T; h^T]$ изменяемой части основного контура. Вектор Θ составлен из параметров собственно модели объекта по каналу вход Y_1 - выход X_A и параметров h модели объекта по каналу передачи возмущения f (рис.15,б).

Большое значение в классе СНС имеет понятие совместимости [26, 69] регулятора \mathcal{B} с объектом \mathcal{A} . Будем называть регулятор \mathcal{B} совместимым с объектом \mathcal{A} , если для $\forall \Theta \in \Omega_\Theta$ на интервале $(t_0, t]$ каждая пара вход - выход $(Y; W_1)$ объекта \mathcal{A} обладает тем свойством, что $(W_1 = V; Y = W_2)$ есть пара вход - выход регулятора \mathcal{B} , и наоборот, а для каждого состояния $X_A \in \Omega_x^A$ и каждого $Y \in \Omega_y$ всегда находится состояние $X_B \in \Omega_y^B$ регулятора \mathcal{B} такое, что $B(X_B^{A,Y}; A(X_A; Y; \Theta); b) = Y$, и наоборот, каждому состоянию $X_B \in \Omega_y^B \in \Omega_y$ и $V \in W_1$ регулятора \mathcal{B} соответствует состояние $X_A^{B,V}$ объекта \mathcal{A} такое, что $A(X_A^{B,V}; B(X_B; V; b); \Theta) = V$. При этом состояние соединения \mathcal{A} и \mathcal{B} на временном интервале $(t_0, t]$ на множествах Ω_x , Ω_y , Ω_Θ и Ω_b удовлетворяет некоторому целевому условию (критерию оптимальности) типа, например, неравенства

$$a_1(Z(t_0, t]; \Theta; b; t) \geq 0, \quad (I.50)$$

где вектор измерений $Z^T(t_0, t] = [X_A^T(t_0, t]; Y^T(t_0, t)]$ и $Z \in \Omega_Z = \Omega_x \times \Omega_y$. Совместимость \mathcal{A} и \mathcal{B} практически означает возможность скомпенсировать изменения системы уравнений вход - выход - состояние объекта \mathcal{A} , вызванные неконтролируемыми изменениями параметров c и (или) h на интервале времени $(t_0, t]$ в результате изменения настраиваемых параметров b регулятора \mathcal{B} таким образом, чтобы выполнялось целевое условие (I.50). В зависимости от способа изменения (подстройки) параметров $b \in \Omega_b$ можно говорить о двух подходах к построению СНС.

Первый подход основан на том, что цель управления в замкнутой СНС и цель адаптации (самонастройки) совпадают [59, 74, 80] и задаются в виде общего целевого неравенства:

$$a_1(z(t_0, t]; \theta; t) > 0, \quad (I.51)$$

а уравнение адаптивного регулятора отыскивается в виде

$$\begin{aligned} Y(t) &= \varphi_1(z(t_i); b; t), \\ b(t) &= \varphi_2(b(t_i); z(t_i); \tau), \\ t_0 &\leq t_i < t. \end{aligned} \quad (I.52)$$

Здесь важно отметить, что уравнение адаптивного регулятора строится таким образом, что оно не зависит от текущих значений параметров θ управляемого объекта в явном виде. При таком подходе к построению СНС не требуется текущая идентификация изменяющейся части основного контура. Управление в виде системы уравнений (I.52) осуществляет подбор параметров $b^r = \{b_j\}$ на определенном и ограниченном интервале времени t_i, t_{i+1} . Если при этом $b(t) = \hat{b} = \text{const}$ при $t > t_{i+1} > t_0$, то таким адаптивным алгоритмом будет

$$Y(t) = \varphi_1(z(t); \hat{b}; t), \quad (I.53)$$

причем целевое условие (I.51) все время будет выполнено.

Нужно оговорить, что управление (I.53) может отличаться от некоторого идеального управления в случае, если бы был известен вектор параметров θ :

$$Y^*(t) = \varphi_1(z(t); \theta; t),$$

поскольку алгоритм (I.53), обеспечивающий выполнение целевого условия, может быть не единственным и удовлетворять различным b [80].

Блок-схема, иллюстрирующая первый подход к построению СНС, изображена на рис.16, где двойная стрелка обозначает параметрические связи. Основной контур СНС образован объектом с переменными параметрами $\{c_i\}$ по входному управляющему воздействию $Y(t)$ и $\{h_i\}$ по наблюдаемому возмущению $f(t)$ и адаптивным регулятором \mathcal{B} с перестраиваемыми параметрами $\{b_j\}$, на вход которого поступают задающие воздействия X^0 . Блок целевых условий осуществляет вычисления, связанные с выполнением целевого неравенства (I.51) по данным измерения переменных состояния $Y(t)$ и $X(t)$, подбирая необходимый вектор $b(t)$, пока с некоторого момента $\tau \geq t$ не станет $b(\tau) = \hat{b} = \text{const}$.

Методы построения СНС безыдентификационного типа или, как их еще называют, СНС с прямым адаптивным управлением, довольно подробно рассматриваются в гл. II, IV, V.

Второй подход к построению СНС отличается от первого тем, что вектор настраиваемых параметров $\mathbf{b} \in \Omega_b$, вычисляется на основе оценок текущих значений параметров $\hat{\theta}(t)$ (или только параметров $\hat{\mathbf{c}}(t)$ или $\hat{\mathbf{h}}(t)$). Таким образом, этот подход предпола-

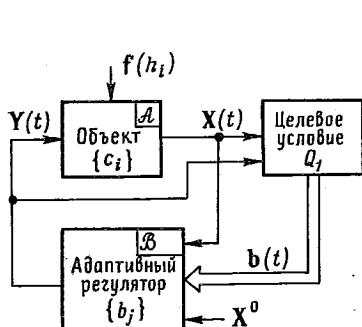


Рис. 16.

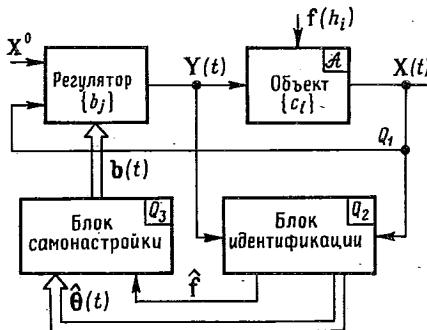


Рис. 17.

гает в явном виде текущую идентификацию параметров и состояния управляемого объекта. Поэтому СНС этого типа принято называть идентификационными. Управление в таких системах осуществляется в соответствии с уравнениями

$$\begin{aligned} Y(\tau) &= \varphi_1(Z(\tau); b(\tau); \tau), \\ b(\tau) &= \varphi_2(b(\tau_1; Z(\tau_1); \hat{\theta}(\tau_1); \tau), \\ \hat{\theta}(\tau) &= \varphi_3(\hat{\theta}(\tau_1); Z(\tau_1); \tau), \quad (I.54) \\ \tau_0 < \tau_1 &\leq \tau. \end{aligned}$$

Критерием текущей идентификации $a_2(z(t_0, t] \hat{\theta}(t), t)$ определяется решение задачи оценивания вектора θ . Вычисление вектора настраиваемых параметров в соответствии с системой уравнений (I.54) также в общем случае представляет собой решение экстремальной задачи с критерием оптимальности Q_3 . В то же время работа основного контура удовлетворяет целевому условию Q_1 .

Таким образом, в СНС идентификационного типа осуществляется в общем случае одновременное решение трех экстремальных

задач, в результате чего с некоторого момента $\tau > t$ алгоритм управления $\mathbf{Y}(\tau) = \mathbf{Y}(\mathbf{z}(\tau); \hat{\mathbf{b}}; \theta; \tau)$ обеспечивает выполнение целевого условия Q_1 .

На рис.17 изображена общая блок-схема СНС идентификационного типа, где обозначения имеют тот же смысл, что и на рис.16, а отличия следуют из описанного принципа ее построения. Более подробно СНС с текущей идентификацией тех или иных характеристик основного контура будет рассмотрена в гл. III, VI.

§ 6. Типы самонастраивающихся автоматических систем

Независимо от назначения СНС и принятого подхода к ее построению общим во всем случаях является задание основного контура управления, включающего в себя объект и регулятор. В зависимости от характера и объема априорной информации об объекте и внешних воздействиях на него, степени влияния неполноты информации на качество управления можно говорить, во-первых, об адаптации или самонастройке, обусловленной неполнотой априорной и наличием текущей неопределенности знаний о внешних воздействиях (как полезных, так и возмущающих); во-вторых, об адаптации, обусловленной неполной априорной и текущей информацией о параметрах (коэффициентах передачи, постоянных времени, обобщенных коэффициентах дифференциальных или разностных уравнений, описывающих объекты); в-третьих, об адаптации, вызванной изменениями и параметров, и воздействий. В первом случае говорят иногда о сигнальной адаптации, во втором – о параметрической.

Априорная неопределенность информации о воздействиях проявляется, например, в отсутствии знания коэффициентов уравнений, которыми описываются детерминированные сигналы (в частности, типовые воздействия), и закона распределения случайного воздействия или его моментов. Текущая неопределенность проявляет себя в неконтролируемых изменениях коэффициентов и параметров, которыми характеризуется воздействие, в изменении частотного спектра воздействий, энергетических характеристик сигналов, например в произвольном изменении соотношения уровней случайного полезного сигнала и сигнала помехи на входе системы, и т.д.

Априорная неполнота информации о параметрах объекта заключается в незнании начальных, или, как это говорилось ранее,

расчетных значений, относительно которых изменяются текущие, а также в незнании области их возможных изменений. Текущая неполнота информации проявляется в неконтролируемом изменении параметров, скоростей их изменения и т.д.

Априорная неполнота информации о параметрах и воздействиях существенно влияет на результаты синтеза основного контура и по возможности ликвидируется на стадии изучения или проектирования объекта управления. Наличие текущей неопределенности и влияние ее на качество работы основного контура определяет необходимость в самонастройке и конкретный способ ее реализации. Рассмотрим несколько СНС, на базе которых можно в рамках двух выделенных в § 5 подходов определить основные типы таких систем.

Статистически оптимальная следящая система. Такая система должна воспроизводить полезный случайный сигнал $s(t)$ с заданной спектральной плотностью $S_s(\omega)$ при наличии аддитивной помехи $\xi(t)$ со спектральной плотностью $S_\xi(\omega)$. Пусть амплитудная характеристика такой системы есть $A(\omega)$. Задача синтеза оптимальной системы по минимуму среднеквадратичной ошибки ϵ^2 сводится, по существу, к определению оптимальной полосы пропускания $A^*(\omega)$. Для конкретности положим, что полезный сигнал имеет корреляционную функцию $K_s(\tau) = C_s^2 \exp(-\alpha|\tau|)$ и спектральную плотность $S_s(\omega) = m^2/(\omega^2 + \alpha^2)$, где $m^2 = 2\alpha b_s^2$. Случайная помеха $\xi(t)$ полагается в виде белого шума со спектральной плотностью $S_\xi(\omega) = n^2$. Пусть соотношение сигнал/шум $\varrho = m^2/n^2 = \text{const}$. На рис. 18, а изображены примерные амплитудно-частотные характеристики системы и спектральные плотности. Из анализа этого рисунка следует, что для хорошего воспроизведения сигнала (точность, быстродействие) полоса частот должна быть достаточно широкой, например $A_2(\omega)$.

Однако в отношении помехоустойчивости такая частотная характеристика системы является неудовлетворительной, так как на выходе сигнал будет значительно искажен воспроизводимой помехой. С другой стороны, система с узкой полосой пропускания $A_1(\omega)$ также может быть неудовлетворительной из-за низких динамических свойств следящей системы, хотя фильтрующие свойства ее будут хорошими. На рис. 18, б показана зависимость среднеквадратичной ошибки ϵ^2 воспроизведения от частотной полосы системы. Такая

ошибка для линейной системы является суммой ошибки воспроизведения полезного сигнала и ошибки фильтрации помехи $\xi(t)$, т.е. $\tilde{\epsilon}^2 = \tilde{\epsilon}_s^2 + \tilde{\epsilon}_\xi^2$. Очевидно, что существует некоторая оптимальная полоса частот $\omega_{\min} < \omega_i^* < \omega_{\max}$, в которой система воспроизводит полезный сигнал и фильтрует помеху с $\tilde{\epsilon}_{\min}^2$.

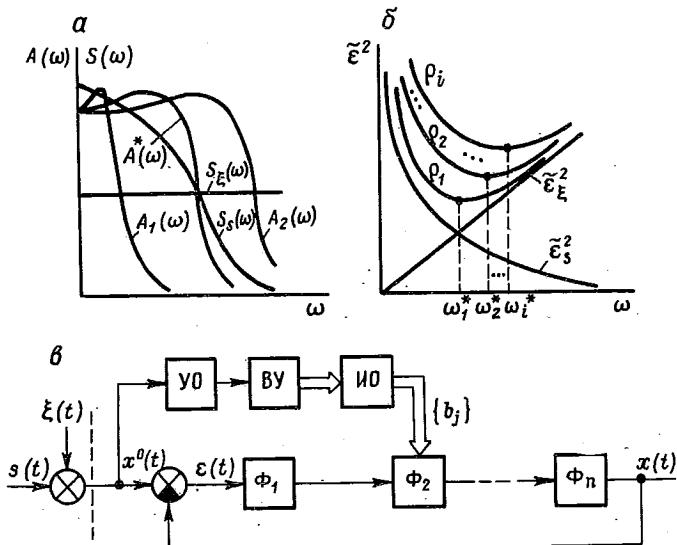


Рис.18.

Аналитическое решение этой экстремальной задачи дает теория винеровского фильтра. Напомним, что это решение предполагает априорное знание статистических свойств сигналов $s(t)$ и $\xi(t)$ и их неизменность в режиме нормальной эксплуатации следящей системы.

Однако $\rho = m^2/n^2 \text{ var}$ и для сохранения $\tilde{\epsilon}_{\min}^2$ при новых и неизвестных значениях ρ требуется коррекция в ту или иную сторону полосы пропускания с новыми значениями частот $\omega_2^*, \dots, \omega_i^*$, соответствующими новым ρ_2, \dots, ρ_i (см.рис.18,б).

Таким образом, $\omega_i^* = f(\rho_i)$, и исходная следящая система должна быть дополнена некоторым контуром, с помощью которого осуществляется коррекция частотной полосы системы в соответ-

вии с изменяющимися соотношениями сигнал/шум. Возможная структура такой следящей системы с самонастройкой изображена на рис.18, б [33].

Основной контур следящей системы состоит из линейных фильтров $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$, причем один из них, например Φ_2 , имеет перестраиваемые параметры $\{b_j\}$ – коэффициенты передачи, постоянные времени. Контур самонастройки состоит из устройства оценивания (УО), вычислительного устройства (ВУ) и исполнительного органа (ИО), выходами которых являются параметрические сигналы (это показано двойными стрелками). В УО вычисляется, например, текущее значение φ или дисперсия полезного сигнала $G_{\text{стек}}^2$, на основании которых в ВУ производится расчет оптимальных значений параметров $\Phi_2 \{b_j\}$, формирующих оптимальную полосу пропускания. Следует обратить внимание на то, что структура связей комбинированной следящей системы (см.рис.18, б) и структура следящей самонастраивающейся системы аналогичны, но имеют разные операторы корректирующих связей. И в первой и во второй структурах реализуется малая чувствительность: в комбинированной системе ошибки воспроизведения мало чувствительны к форме входных воздействий или, как это было показано в § 4, выходной переменной – к передаточной функции изменяемой части системы; в статистически оптимальной СНС – к произвольным изменениям соотношения уровней интенсивностей полезный сигнал-помеха на входе системы с сохранением $\xi^2_{\text{шип}}$ [33].

Система автоматической стабилизации с эталонной ненастраиваемой моделью основного контура. Если требуется стабилизировать расчетный режим работы основного контура, т.е. при изменении параметров передаточной функции объекта выполнить условие $\min Q_{\text{расч}} = \text{const}$ и сделать его независимым от вариаций параметров передаточной функции объекта в окрестности их расчетных значений, то эта задача может быть решена с помощью СНС, в которой основной исходный контур стабилизации дополнен моделью (M), устройством сравнения 1 и каналом самонастройки 2 (рис.19). Основной контур содержит объект регулирования (OP) с изменяющимися параметрами $\{c_i\}$, регулятор (P) с настраиваемыми коэффициентами $\{b_j\}$. Расчетное состояние контура моделируется аппаратным или программным путем в виде модели, сигнал с выхода которой x_1 сравнивается с выходом основного

контура x , а сигнал рассогласования $\epsilon_1 = x_i - x$ является сигналом для вычисления настраиваемых коэффициентов $\{b_j\}$ в канале самонастройки, состоящем из вычислительного устройства (ВУ) и исполнительного органа (ИО). Настройка коэффициентов $\{b_j\}$ происходит до тех пор, пока ошибка ϵ основного контура или критерий качества $Q_1(\epsilon, t)$ не станут удовлетворять целевому неравенству $Q_1(\epsilon, t) \leq \min Q_{1\text{расч}}(\epsilon, t)$. Алгоритм работы ВУ определяется в каждом конкретном случае в зависимости от передаточных функций основного контура, числа изменяющихся параметров $\{c_i\}$, наличия или отсутствия внешних возмущений, метода вычислений. Как и в предыдущем примере, структура СНС идентична структуре ненастраиваемой системы с моделью (см. рис. 8, а), но в том

случае та же цель – достижение малой чувствительности выходной величины x к вариациям параметров объекта – достигается с помощью бесконечно большого контурного усиления. В рассматриваемом примере СНС не производится идентификация объекта, и критерии оптимальности основного контура и самонастройки совпадают, что характерно для первого подхода к построению СНС. Роль блока целевых условий в СНС на блок-схеме рис. 19 выполняют дополнительные к основному контуру модель, устройство сравнения и канал самонастройки.

Система автоматической стабилизации с эталонной настраиваемой (обучаемой) моделью объекта. Изменения параметров передаточной функции объекта могут быть такими, что при новых значениях этих параметров настройкой коэффициентов регулятора $\{b_j\}$ можно получить "лучший" $\min Q_1(\epsilon)$, чём это было в первоначальном расчетном режиме. В СНС с ненастраиваемой моделью отслеживать абсолютный $\min Q_1(\epsilon)$ невозможно из-за задания расчетного режима единственной ненастраиваемой эталонной моделью замкнутого контура. Если же использовать настраиваемую (обучаемую) модель объекта, в определенном смысле близкую по динамическим

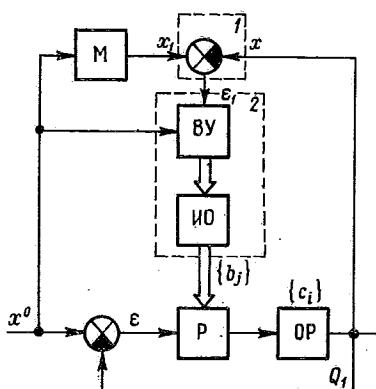


Рис. 19.

параметрам $\{c_i\}$, то в этом случае СНС идентична структуре ненастраиваемой системы с моделью (см. рис. 8, а), но в том случае та же цель – достижение малой чувствительности выходной величины x к вариациям параметров объекта – достигается с помощью бесконечно большого контурного усиления. В рассматриваемом примере СНС не производится идентификация объекта, и критерии оптимальности основного контура и самонастройки совпадают, что характерно для первого подхода к построению СНС. Роль блока целевых условий в СНС на блок-схеме рис. 19 выполняют дополнительные к основному контуру модель, устройство сравнения и канал самонастройки.

свойствам реальному объекту, и настраивать коэффициенты регулятора по коэффициентам настраиваемой модели (оценкам параметров передаточной функции объекта), то становится возможным с определенной мерой близости отслеживать абсолютный $\min Q_1(\varepsilon)$. Общая блок-схема такой СНС приведена на рис.20. Блок-схема включает в себя блок идентификации модели объекта, который в свою очередь состоит из блока настройки модели (*БНМ*), самой модели объекта (*МО*) и блока самонастройки. Последний образован вычислительным устройством (*ВУ*) и исполнительным органом (*ИО*). При известной структуре и уравнениях объекта аппаратным или программным путем по результатам сравнения сигналов x_i и x с выходов соответственно *ОР* и *МО* реализуется модель объекта с перестраиваемыми при помощи *БНМ* параметрами $\{\hat{c}_i\}$. Алгоритм работы *БНМ* зависит от принятой модели объекта, природы сигналов вход – выход, критерия и метода оценивания. Результатами настройки являются значения оценок $\{\hat{c}_i\}$, в той или иной мере близкие к текущим значениям параметров передаточной функции объекта. В соответствии с критерием оптимальности основного контура *ВУ* блока самонастройки рассчитывает для значений оценок $\{\hat{c}_i\}$ значения коэффициентов настройки регулятора $\{b_j\}$ либо вычисляет текущий сигнал регулирования $y(t)$. В последнем случае *ВУ* выполняет и роль регулятора в основном контуре.

Таким образом, самонастройка в СНС с настраиваемой моделью объекта в общем случае представляет собой решение трех экстремальных задач: во-первых, оптимизации основного контура в соответствии с принятой целевой функцией (функционалом) Q_1 ; во-вторых, оптимизации процесса обучения модели объекта по критерию Q_2 ; в-третьих, оптимизации вычислений в блоке самонастройки в соответствии с критерием Q_3 .

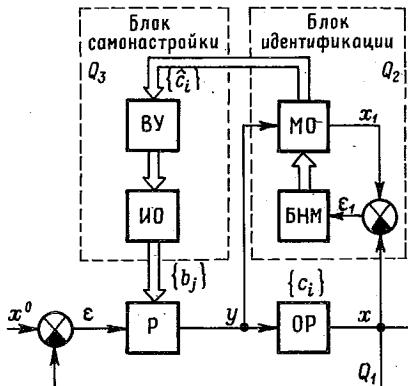


Рис.20.

Очевидно, что описанная СНС стабилизации является примером второго подхода к построению СНС.

Общим моментом для рассмотренных примеров реализации сигнальной или параметрической адаптации является последовательность этапов синтеза СНС.

На первом этапе известными методами анализа и синтеза систем автоматического управления осуществляется структурный и параметрический синтез основного контура с желаемыми свойствами, которые формализуются в виде одного из целевых условий: а) неравенства $A_1 > 0$; б) $\text{extr } A_1 = \text{const}$; в) $\text{extr } A_1 = \text{var}$.

На втором этапе формулируются цели самонастройки и способы их достижения, которые определяют конкретный тип СНС. Цели самонастройки основного контура состоят в обеспечении выполнения целевых условий а), б) при неконтролируемых изменениях параметров модели объекта и внешних возмущений, иными словами, в обеспечении малой (в предельном случае нулевой) чувствительности целевых условий к возмущающим факторам. Например, целью самонастройки может быть поддержание в системе заданных запасов устойчивости по амплитуде и фазе или ограничение амплитуды автоколебаний в релейных системах (целевые условия типа а)); целью самонастройки может являться стабилизация желаемых динамических свойств (целевые условия типа б)) или же слежение за оптимальным состоянием системы, когда $\text{extr } A_{1\text{тек}}(\xi) \equiv \text{extr } A_{1\text{расч}}(\xi) = \text{var}$ (целевые условия типа в)).

Выбор способа реализации цели самонастройки зависит от принимаемого подхода к построению СНС, используемых в них типов моделей сигналов, статических и динамических характеристик основного контура или его изменяемой части, а также от уровня технической реализации. Оставляя в стороне вопрос о том, какой подход использовать, поскольку при этом возникает ряд обстоятельств, влияющих на окончательный выбор, и вопрос о технической базе СНС, отметим, что для структурного синтеза СНС можно использовать известные характеристики основного контура или его части:

- временные характеристики – переходные и импульсные переходные или весовые функции;
- частотные характеристики – амплитудные частотные, вещественные и мнимые частотные характеристики и др.;

динамические модели в виде дифференциальных, разностных уравнений или уравнений состояния, передаточные функции (непрерывные и дискретные) и их коэффициенты;

статистические модели типа уравнений регрессии;

параметры режимов работы – перерегулирование, амплитуда автоколебаний и их частота и т.д.

Исходя из объема априорной информации, необходимой для синтеза самонастраивающихся систем и содержащей структуру связей и структуру оператора объекта управления, область допустимых и неконтролируемых изменений параметров модели "объект – внешняя среда", критерии оптимальности основного контура, цели самонастройки, характеристики основного контура или объекта из числа перечисленных выше, и учитывая наличие двух подходов к построению СНС, выделим две группы СНС:

I. Без идентификации модели "объект – внешняя среда", в которой далее рассмотрим методы построения следующих типов СНС:

1) автоколебательные СНС с самонастройкой по изменению амплитуды автоколебаний в основном контуре с релейными элементами; 2) СНС с использованием принципа переменности структуры основного контура; 3) градиентные СНС с ненастраиваемой эталонной моделью замкнутого основного контура. Работа первых двух типов СНС основана на использовании и развитии особых режимов работы в релейных системах и в системах с переменной структурой (см. § 4), придающих основному контуру свойства пассивной адаптации к изменению параметров модели объекта. Градиентные самонастраивающиеся системы развивают идею построения адаптивных систем безидентификационного типа на основе метода вспомогательного оператора (см. гл. II) и второго метода А. А. Ляпунова (см. гл. IV, V).

II. С идентификацией модели "объект – внешняя среда". Среди них далее рассмотрим: 1) самонастраивающиеся аналитические (беспоисковые) системы с самонастройкой по эталонной импульсной переходной функции (ИПФ) разомкнутого основного контура системы; 2) СНС с ортогональными спектральными анализаторами; 3) СНС с настраиваемой моделью вариации уравнений объекта и внешних воздействий (инвариантные СНС). Основной контур этих типов СНС строится в соответствии с известными принципами построения систем регулирования, обеспечивающими малую чувствительность к некон-

тролируемым изменениям свойств объекта и воздействий или же оптимальные в некотором смысле свойства управления. Самонастройка с идентификацией объектов и воздействий в СНС II группы обеспечивает стабилизацию этих свойств при достаточно широких неконтролируемых изменениях динамических характеристик объекта. Так, в аналитических СНС с самонастройкой по эталонной ИПФ осуществляется вычисление текущей ИПФ объекта управления по корреляционным функциям, определяемым в режиме нормальной эксплуатации; в СНС с ортогональными спектральными анализаторами вычисляются текущие значения коэффициентов передаточной функции объекта по аппроксимации сигналов на входе и выходе объекта ортогональными функциями, в частности функциями Лагерра; в инвариантных СНС осуществляется оценка коэффициентов дифференциальных или разностных уравнений объекта и источника возмущающих воздействий (так называемого формирующего фильтра), а основной контур синтезируется из условий инвариантности выходной переменной к изменениям передаточной функции объекта.

В заключение оговорим условия, общие при рассмотрении всех перечисленных типов СНС.

Во-первых, синтез основного контура удовлетворяет требованию к совместности регулятора и объекта во всем диапазоне неконтролируемых изменений параметров объекта и (или) воздействий внешней среды, когда их влияние может быть скомпенсировано перестройкой параметров регулятора.

Во-вторых, реализуется гипотеза квазистационарности основного контура. По своему прямому назначению самонастройка необходима при нестационарности основного контура. В соответствии с гипотезой квазистационарности предполагается, что существует интервал времени $t_i < t \leq t_i + t_1$, когда осуществляются необходимые измерения переменных системы, вычисления, перестройка параметров регулятора и заканчиваются переходные процессы, вызванные этой перестройкой. На этом интервале изменением параметров объекта возмущений пренебрегают и объект управления считается стационарным. В целом такой характер нестационарности эквивалентен дрейфу параметров объекта в ограниченной области, и спектр этого дрейфа соответствует спектру частот, много меньших частот среза частотной характеристики основного контура.

Гипотеза квазистационарности выполняется и в тех случаях, когда неконтролируемые изменения параметров объекта происходят скачкообразно, при этом переходные процессы в основном контуре, вызванные этими изменениями, затухают в интервалах времени между текущими скачкообразными изменениями параметров. В этом случае самонастройка осуществляется эпизодически с промежутками времени $t \geq t_1$.

В-третьих, предполагается, что выведение системы на расчетный оптимальный режим осуществляется без самонастройки. Задачей самонастройки является стабилизация расчетного оптимального режима или его отслеживание. Это ограничение тесно связано с выполнением гипотезы квазистационарности.

Ограничения, свойственные работе любого типа СНС, будут оговариваться особо в каждом конкретном случае.

Г л а в а II

САМОНАСТРАИВАЮЩИЕСЯ СИСТЕМЫ БЕЗ ТЕКУЩЕЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОБЪЕКТА И ВОЗДЕЙСТВИЙ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ

Во второй главе анализируются методы построения самонастраивающихся систем I группы: в первых двух типах этой группы – в автоколебательных СНС и в СНС, построенных на основе принципа переменности структуры, – используются особые режимы работы: скользящие режимы, возникающие при разрывных управленииах и обладающие, как это было показано в § 4 гл. I, свойствами пассивной адаптации; в третьем типе настройка параметров регулятора осуществляется градиентным методом с применением метода вспомогательных операторов, а желаемые свойства основного контура задаются эталонной ненастраиваемой моделью. Описываемые системы относительно просты по устройству и были разработаны в числе первых самонастраивающихся систем. В частности, автоколебательные СНС с релейными элементами были использованы для построения автопилотов [31, 32, 55]; принцип переменности структуры использован при реализации промышленного адаптивного регулятора [61], предназначенного для локальных систем автоматизации технологических процессов. Градиентные СНС с эталонной моделью отличаются быстродействием процесса самонастройки, которая осуществляется без специальных пробных сигналов и в принципе по любому числу настраиваемых параметров. Этими достоинствами объясняется большой интерес к подобным системам [62].

§ 1. Автоколебательные самонастраивающиеся системы

Свойства релейных автоколебательных систем стабилизировать свои характеристики в режиме вибрационного сглаживания используются при построении основного контура автоколебательных самонастраивающихся систем. Технические возможности автоколебательных СНС обычно ограничиваются стабилизацией расчетного режима при изменении коэффициента передачи линейной части основного контура. В обычных релейных системах без самонастройки при

значительных изменениях коэффициента усиления (в десятки и сотни раз, что имеет место, например, при управлении летательным аппаратом (см. § 1 гл. I)) соответствующие изменения амплитуды автоколебаний превосходят допустимые границы. Целью самонастройки в таких случаях и является стабилизация амплитуды автоколебаний на выходе объекта и сохранение при этом стабилизирующего эффекта режима вибрационного сглаживания. Вопрос о допустимом значении стабилизируемой амплитуды автоколебаний и их частоты решается в каждом конкретном случае. Учитывая желательную малость амплитуды A , автоколебаний и в силу (I.43) еще в большей степени малость смещения $\epsilon^0(t)$, необходима оценка влияния случайной помехи на входе РЭ на режим вибрационного сглаживания. При наличии во входном сигнале $x^0(t)$ интенсивной помехи возникает режим случайных колебаний, которые вносят дестабилизирующий эффект при передаче входной полезной составляющей сигнала.

Для исключения влияния помехи минимальная амплитуда автоколебаний A , должна превышать среднеквадратичное значение сигнала помехи в три-четыре раза [35]. Выбор допустимой амплитуды автоколебаний определяется, во-первых, допустимой величиной ошибки регулирования системы и, во-вторых, эксплуатационными характеристиками исполнительного органа объекта, а в некоторых случаях эксплуатационными условиями для всей системы в целом. Так, например, на допустимую величину амплитуды автоколебаний в системах управления летательными аппаратами существенно влияет величина допустимых перегрузок экипажа и ускорений относительно центра массы.

Таким образом, слишком большое увеличение или уменьшение амплитуды автоколебаний при значительных по диапазону изменениях коэффициента передачи линейной части могут оказаться нежелательными. Поэтому для сохранения аддитивных свойств релейной системы вводится контур самонастройки, один из возможных вариантов которого изображен на рис. 21, где основной контур включает в себя объект (O), исполнительное устройство ($ИУ$), блок измерения и преобразования ($ИП$) регулируемой величины x . В регулятор основного контура помимо релейного элемента (на рис. 21 изображена идеальная релейная характеристика $P\varphi$) включены линейные фильтры с перестраиваемыми постоянными времени и пере-

даточными функциями $W_{\phi_1}(s)$ и $W_{\phi_2}(s)$ (необходимость в таких фильтрах будет объяснена далее). Контур самонастройки образован узкополосным фильтром с передаточной функцией $W_{y,\phi}(s)$, выпрямителем, сглаживающим фильтром с передаточной функцией $W_{\phi}(s)$, элементом сравнения сигналов, пропорциональных ампли-

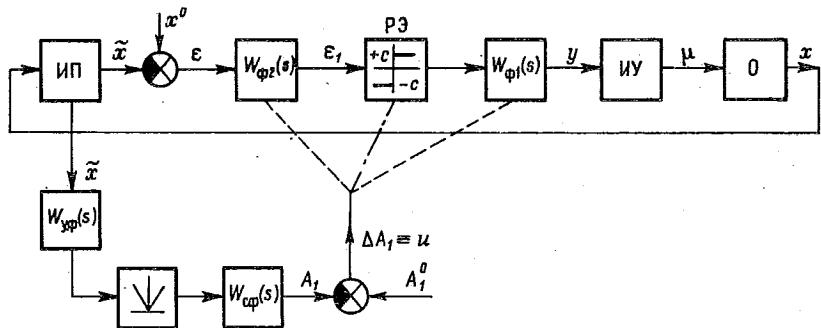


Рис.21.

тудам автоколебаний A_1 и A_1^0 . Воздействие сигнала ΔA_1 на перестраиваемые фильтры или на РЭ в основном контуре показано на рис.21 соответственно пунктиром и штрих-пунктиром. Такая система позволяет стабилизировать амплитуду автоколебаний A_1 на выходе O , но обеспечивает ее изменение на входе релейного элемента, где $A_{\epsilon 1} = \text{var}$, благодаря чему сохраняются адаптивные свойства основного контура – нечувствительность к изменениям коэффициента передачи линейной части $k_{\text{лц}}$ (см. § 4 гл. I).

Сигнал $\tilde{x} \equiv x$ с выхода ИП поступает на вход узкополосного фильтра, передаточная функция которого имеет, например, следующий вид:

$$W_{y,\phi}(s) = \frac{2\zeta Ts}{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1}, \quad \zeta < 1, \quad \frac{1}{T} = \omega_1.$$

Сигнал с выхода узкополосного фильтра выпрямляется, сглаживается и сравнивается с сигналом, пропорциональным требуемому значению амплитуды автоколебаний A_1^0 , на выходе объекта. Сигнал расогласования в контуре самонастройки, пропорциональный ΔA_1 , изменяет либо значение $\pm c$ характеристики РЭ, либо значения постоянных времени передаточных функций $W_{\phi_1}(s)$ и $W_{\phi_2}(s)$ одновременно.

Например, если коэффициент $\kappa_{\text{лц}}$ увеличился, то для сохранения $A_1 = \text{const}$ сигнал рассогласования ΔA_1 , должен способствовать уменьшению значения $\pm c$ пропорционально изменению $1/\kappa_{\text{лц}}$. В частности, в случае отсутствия медленно меняющейся составляющей $\varepsilon^0(t)$ необходимо, чтобы изменение величины c соответствовало условию $c = (\pi A_0 \gamma / 4) \kappa_{\text{лц}}^{-1}$, где A_0 – стабилизируемое значение амплитуды автоколебаний; $\gamma = \kappa_{\text{лц}} \kappa_{\text{рэ}} = \text{const}$ и $\kappa_{\text{рэ}} = q(A_0)$. На рис. 22 изображена простая схема перестраиваемого РЭ, выполненная на операционных усилителях и управляемая сигналом с выхода контура самонастройки $u = \Delta A_1$ в виде напряжения постоянного тока.

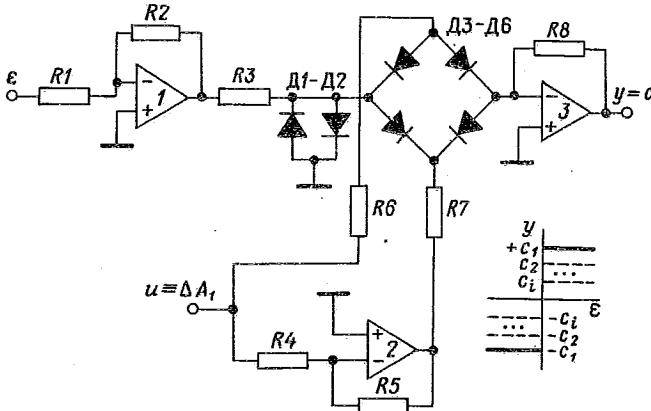


Рис. 22.

Если по каким-либо соображениям нецелесообразно изменять значения $\pm c$ на выходе РЭ, то ограничение амплитуды A_1 на выходе объекта реализуется включением в регулятор основного контура линейных фильтров с перестраиваемыми постоянными времени. Один из них – с передаточной функцией $W_{\Phi 1}(s)$ – ослабляет амплитуду автоколебаний до необходимой величины A_1^0 на фиксированной частоте автоколебаний $\omega_1 = \text{const}$. Например, роль такого фильтра может играть линейное звено с передаточной функцией вида

$$W_{\Phi 1}(s) = \left(\frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1} \right)^2, \quad T_1 < T_2, \quad T_1^{-1} < \omega_1 < T_2^{-1}.$$

Для сохранения неизменной передаточной функции линейной части следует включить на входе РЭ фильтр с передаточной функцией $W_{\Phi 2}(s) = W_{\Phi 1}^{-1}(s)$. Возможность ограничения и стабилизации ампли-

туды автоколебаний на выходе объекта таким путем следует из рассмотрения частотных логарифмических характеристик фильтров (рис.23, а, б) и несложных соотношений. В расчетном автоколеба-

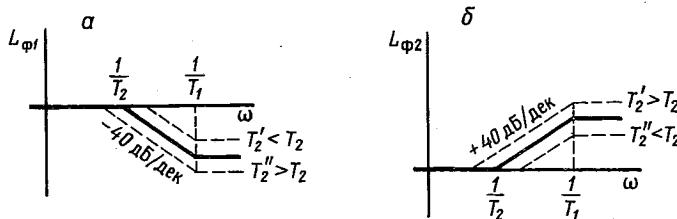


Рис.23.

тельном режиме на частоте автоколебаний ω_1 , из условия гармонического баланса амплитуда A_1 , автоколебаний на выходе объекта (см.рис.21) будет

$$A_1 = \frac{4c}{\pi} \operatorname{mod} \kappa_{\Phi 1} W_{\Phi 1}(j\omega_1) \operatorname{mod} W_{\text{ИП}}(j\omega_1) \operatorname{mod} \kappa_0 W_0(j\omega_1) \times \\ \times \operatorname{mod} W_{\text{ИП}}(j\omega_1).$$

Если теперь возможные изменения коэффициентов κ_0 , $\kappa_{\Phi 1}$ и $\kappa_{\Phi 2}$ в m раз на частоте ω_1 выразить соотношениями $\operatorname{mod}[m^{-1}\kappa_{\Phi 1} W_{\Phi 1}(j\omega_1)]$, $\operatorname{mod}[m\kappa_{\Phi 2} W_{\Phi 2}(j\omega_1)]$ и $\operatorname{mod}[m\kappa_0 W_0(j\omega_1)]$ ($\kappa_0 = m\kappa_{0\text{расч}} = \text{var}$, $\kappa_{0\text{расч}}$ – расчетное значение коэффициента передачи объекта), то амплитуда автоколебаний на выходе объекта сохранится прежней, а на входе РЭ при одновременном и, как следует из рис.23, б, противоположном изменении постоянной времени T_2 будет изменяться пропорционально изменению $\kappa_0 = m\kappa_{0\text{расч}} = \text{var}$:

$$A_{\epsilon_1} = \frac{4c}{\pi} \operatorname{mod} W_{\text{ИП}}(j\omega_1) \operatorname{mod} W_{\text{ИП}}(j\omega_1) \operatorname{mod} m\kappa_{0\text{расч}} W_0(j\omega_1) \times \\ \times \operatorname{mod} m^{-1} W_{\Phi 1}(j\omega_1) \operatorname{mod} \kappa_{\Phi 2} m W_{\Phi 2}(j\omega_1) = A_1 m \operatorname{mod} W_{\Phi 2}(j\omega_1).$$

Следовательно, будет меняться и комплексный коэффициент передачи κ_p РЭ, и свойства адаптации основного контура сохранятся.

Выбор частоты ω_1 автоколебательного режима также зависит от эксплуатационных возможностей объекта, исполнительного устройства, частотного спектра входного воздействия. По возможности, частоту автоколебаний желательно иметь большую, чем частота среза ω_c линейной части во всем диапазоне изменений $\kappa_{\text{ЛЧ}}$,

поскольку в этом случае исполнительное устройство и объект, обладая фильтрующими свойствами, подавляют амплитуду автоколебаний. Поэтому потребуется меньшее ослабление ее фильтром $W_{\Phi 1}(s)$, что позволяет сузить частотный диапазон как фильтра $W_{\Phi 1}(s)$, так и $W_{\Phi 2}(s)$. Для фильтра $W_{\Phi 2}(s)$ это особенно необходимо при работе системы в условиях помех, если иметь в виду его дифференцирующие свойства на входе РЭ. С другой стороны, чрезмерное увеличение частоты $\omega_1 \gg \omega_c$ также нецелесообразно ввиду ограниченной чувствительности датчика в цепи обратной связи основного контура, из-за чего режим автоколебаний может быть сорван. На выбор частоты автоколебаний влияют априорные данные о спектре случайных помех на входе системы. Очевидно, что влияние помех на режим вибрационного стягивания будет тем меньше, чем дальше будет отнесена частота автоколебаний от спектра частот помехи.

При изменении постоянных времени линейной части изменяется частота автоколебаний ω_1 , и коэффициент передачи гармонически линеаризованного РЭ по медленно меняющейся составляющей зависит не только от изменения амплитуды, но и частоты автоколебаний. Поэтому самонастройка лишь по изменению амплитуды становится неэффективной. Кроме описанного способа самонастройки контуров с РЭ, существует ряд модификаций, в частности с применением модели оптимального режима работы [32, 55].

§ 2. Самонастраивающиеся системы с использованием принципа переменности структуры

Использование принципа переменности структуры (см. § 4 гл. I) позволяет получить в замкнутом контуре регулирования динамические свойства, которыми не обладают отдельно взятые структуры, образующие этот контур, причем сделать это можно несколькими способами. Рассмотрим их. Скользящий режим переключения структур СНС оказывается не чувствительным к изменению параметров объекта в некотором диапазоне, а переходный процесс в основном контуре обладает желаемыми свойствами. Достигается это, напомним, в результате формирования вырожденного движения, чьему в фазовом пространстве соответствует гиперплоскость скольжения (на фазовой плоскости — линия скольжения), задаваемые параметры которой определяют качество переходных процессов.

При достаточно широком диапазоне изменения параметров объекта возникающая необходимость в адаптации может быть достигнута изменением положения гиперплоскости скольжения. Рассмотрим способ адаптации, предложенный С.В.Емельяновым [25], который основан на управлении линией скольжения $S = 0$, начиная с начальной линии $S_0 = 0$, если для нее выполняется условие существования скользящего режима.

Система с переменной структурой и адаптивным управляющим устройством. Блок-схема такой системы изображена на рис.24, а, где кроме регулятора с переменной структурой (*РПС*) использова-

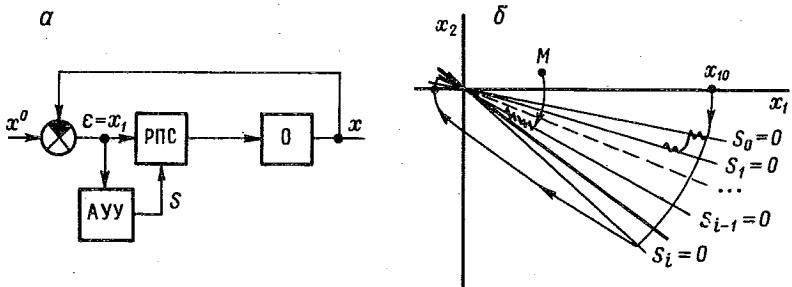


Рис.24.

но адаптивное управляющее устройство (*АУУ*), формирующее функцию $S = 0$. Алгоритм его работы состоит в следующем. В начальный момент времени $t = 0$, когда изображающая точка M находится в положении $x_{10} = \epsilon_0$, адаптивное управляющее устройство формирует функцию $S_0 = x_2 + c_0 x_1$ (рис.24, б). В момент возникновения скользящего режима, когда точка M попадает на линию $S_0 = 0$, входящий в состав управляющего устройства блок индикации скользящего режима выдает команду в блок формирования функции переключения на изменение функции S с S_0 на $S_1 = c_1 x_1 + x_2$, где $c_1 = c_0 + \Delta c$; Δc – малое приращение. Если после попадания изображающей точки на линию $S_1 = 0$ скользящий режим устойчив, что регистрируется в блоке индикации скользящего режима, то блок формирования функции переключения изменяет функцию S_1 на $S_2 = c_2 x_1 + x_2$, где $c_2 = c_1 + \Delta c$. Процесс повторяется до тех пор, пока на некоторой линии переключения $S_i = 0$ скользящий режим не сорвется, т.е. не будут выполняться условия существования скользящего ре-

жима (I.48), а изображающая точка M будет двигаться по траектории, соответствующей управлению в одной из переключаемых структур. В это время блоки индикации скользящего режима и формирования функции переключения вернут изображающую точку M на линию скольжения $S_{i-1} = 0$, где скользящий режим устойчив. После повторного попадания изображающей точки M на эту линию движение к положению равновесия в финальной стадии будет осуществляться вдоль линии скольжения $S_{i-1} = 0$. При этом достигается наибольшая скорость затухания переходного процесса в возмущенной системе.

Описанный способ адаптации в СПС предполагает, что в пределах переходного процесса, когда изображающая точка M движется из возмущенного состояния $x_{10} = \varepsilon_0$ в начало координат фазовой плоскости (x_1, x_2) , коэффициенты дифференциального уравнения объекта остаются постоянными. Достоинством адаптивной СПС является простота получения и обработки информации для перестройки закона управления в адаптивном управляющем устройстве, поскольку для этого используются простые логические устройства, реализующие индикацию скользящего режима и функцию переключения [25]. Процесс поиска линии переключения $S_i = 0$, на которой срывается скользящий режим, и величина перерегулирования переходного процесса зависят от шага Δc . Чем меньше Δc , тем меньше b . Границной линией переключения $S_i = 0$ может быть естественная вырожденная фазовая траектория, принадлежащая фазовому портрету одной из переключаемых структур СПС.

Самонастраивающаяся система с переменной структурой и косвенным измерением возмущений в контуре компенсации*. Принцип работы системы (рис.25) основан на автоматическом переключении в структуре основного контура с косвенным измерением возмущений (см. § 4 гл. I) канала компенсации (KK) на канал организации скользящего режима, который состоит из управляющего устройства ($УУ$), ключей $K2$ и $K3$. Основной режим работы системы определяется действием канала компенсации (ключ $K4$ замкнут). Как было показано в § 4 гл. I, в силу неточного выполнения условия абсолютной инвариантности вида (I.27) и при неконтролируемых измене-

* Система разработана и исследована М.И.Шиленкоым.

ниях параметров объекта (O) относительно расчетных значений, заданных моделью объекта (M_0), динамические свойства основного контура могут стать неудовлетворительными и он может стать неустойчивым при достаточно больших изменениях коэффициентов передаточной функции объекта. В этих случаях целью самонастройки будет обеспечение устойчивой работы системы при заданной величине перерегулирования δ при неконтролируемых изменениях параметров объекта.

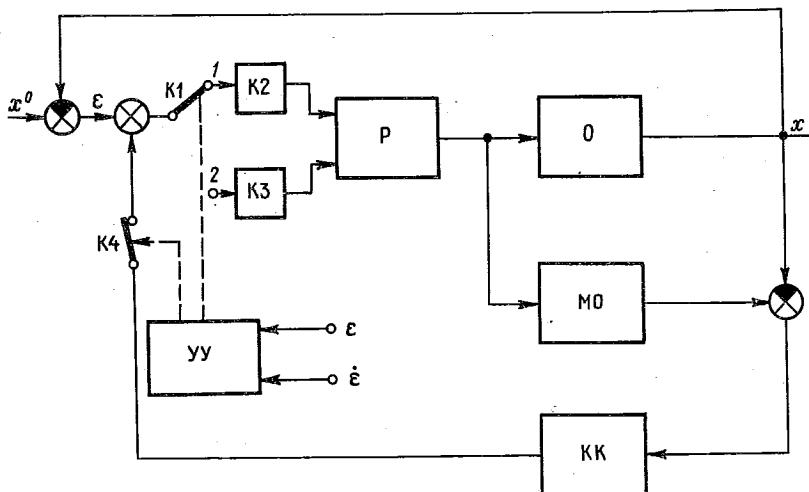


Рис.25.

Простейшее решение такой задачи – отключение канала компенсации размыканием ключа $K4$ на рис.25 при возникновении расходящихся колебаний в контуре. Система преобразуется при этом в одноконтурную, где почти наверное возникнет неустойчивый переходный процесс, который и используется для организации скользящего режима. Длительность скользящего режима определяется временем, за которое ошибка регулирования ϵ не достигнет нулевого значения.

Работа управляющего устройства (yy) поясняется рис. 26. Пусть под действием возмущения или вследствие изменения задающего воздействия изображающая точка фазовой траектории отклоняется

нилась из начала координат в точку A . Дальнейшее движение определяется параметрами системы. Если при своем движении изображающая точка не пересекает линию скольжения $S = \varepsilon + c\dot{\varepsilon}$ (траектория 1) либо пересекает ее, но не выходит из полосы, заключенной между линией скольжения $S = 0$ и линией переключения $S_1 = 0$ (траектория 2), то никаких переключений в системе не происходит. При пересечении изображающей точкой линии переключения $S_1 = 0$ (кривая 3) управляющее устройство размыкает ключ $K4$ на рис.25 и система превращается в одноконтурную. Одновременно переключатель $K1$ переводится в положение 2 так что изображающая точка начинает двигаться по траектории 4. По достижении линии скольжения $S = 0$ в системе начинается скользящий режим, изображающая точка движется по траектории 5 к началу координат. Если к переходному процессу не предъявляются жестких требований, то скольжение может не включаться. В этом случае после перехода через линию переключения $S_1 = 0$ в системе завершается колебательный сходящийся процесс (траектория 6).

Линия переключения S_1 параллельна линии скольжения $S = 0$ и сдвинута относительно нее на величину $\kappa_c b$, пропорциональную модулю максимальной ошибки $b = \max|\varepsilon|$: $S_1 = -\kappa_c b + S \operatorname{sgn} S$. Сдвиг линии S_1 производится в сторону, противоположную той, в которую первоначально отклонилась изображающая точка. Коэффициент пропорциональности κ_c устанавливается при настройке регулятора. От его величины зависят вид переходных процессов в системе и величина перерегулирования. Точка пересечения линии S_1 оси абс-

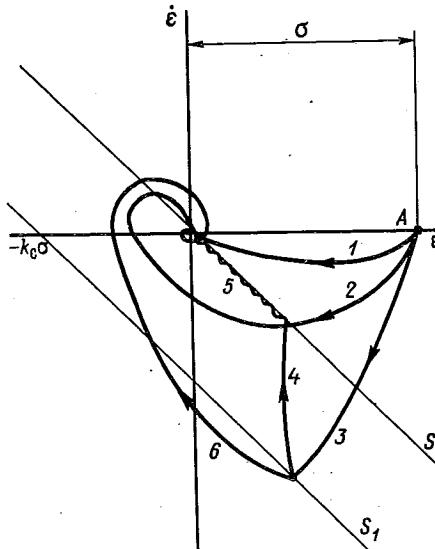


Рис.26.

цисс в точке $-k_c b$ определяет максимальное перерегулирование, равное k_c . Все фазовые траектории инвариантной системы (когда канал компенсации включен), пересекающие ось абсцисс левее точки $-k_c b$, пересекают и линию переключения δ_1 , вследствие чего происходит переключение на одноконтурную систему. Следовательно, любая фазовая траектория системы, построенной по предложенному способу, пересекает ось абсцисс правее точки $-k_c b$.

Таким образом, в системе обеспечивается перерегулирование, не превосходящее величины, заданной коэффициентом k_c , при любых значениях параметров объекта управления.

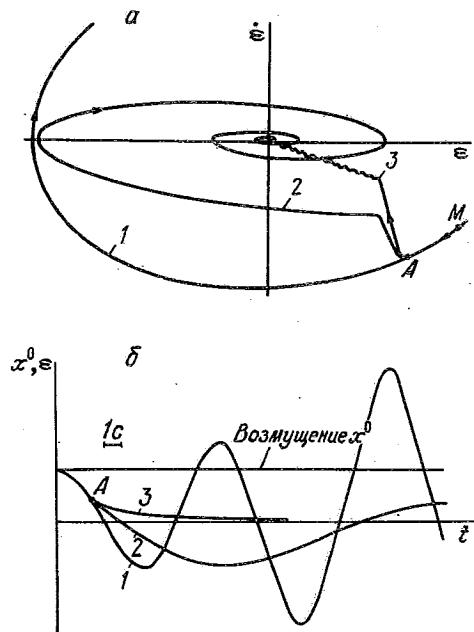


Рис.27.

передачи: $k_1 = 0 \div 10$, для постоянной времени объекта $T_1 = 1 \div 20$ с при неизменном значении коэффициента перерегулирования b . Траектория 1 на рис.27, а соответствует неустойчивому колебательному процессу в основном контуре с косвенным измерением возмущений. Переключение осуществляется в точке A и дальнейшее движение может проходить по траектории 2 (канал компенсации от-

Достоинством рассмотренной СНС является ее работоспособность в аварийных режимах, когда неконтролируемые изменения коэффициентов передачи и постоянных времени приводят к такому режиму из-за возникающей неустойчивой работы системы. На рис.27, а изображены экспериментальные фазовые траектории переходных процессов в основном контуре СНС второго порядка, выполненной по схеме рис.25, где возможный диапазон неконтролируемых изменений параметров объекта составляет для коэффициента пе-

ключен) или же по траектории \mathcal{Z} , когда с помощью управляющего устройства организуется скользящий режим. Соответствующие кривые переходных процессов (рис. 27, б) наглядно иллюстрируют эффективность СНС. В сущности, систему можно уже отнести к классу самоалгоритмизирующихся систем, так как адаптивные свойства здесь обеспечиваются не только изменением параметров регулятора (в скользящем режиме), но и изменением алгоритма регулирования при переходе от структуры с косвенным измерением возмущений к одноконтурной системе с переменной структурой.

Адаптивный регулятор. Принцип переменности структуры с использованием скользящего режима для технической реализации множительных и делительных устройств лежит в основе работы адаптивного промышленного регулятора [61]. Настраиваемым параметром в нем является коэффициент передачи регулятора β (рис. 28), а ко-

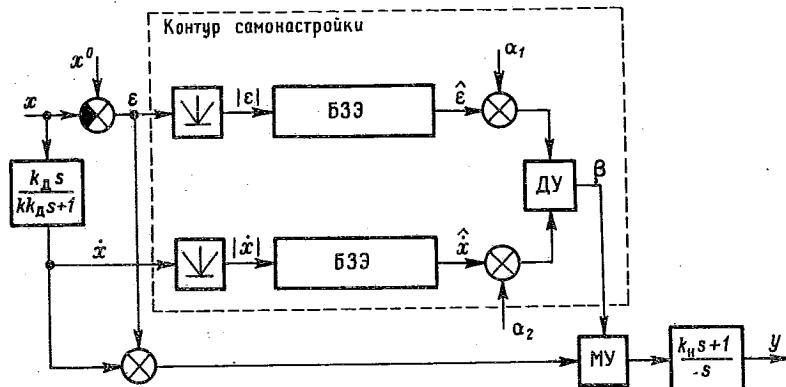


Рис. 28.

коэффициент передачи объекта регулирования изменяется произвольным образом. Процесс самонастройки осуществляется без идентификации, с использованием информации только о выходной (регулируемой) переменной объекта и обеспечивает стабилизацию расчетного режима работы основного контура $\text{extr } Q_1 = \text{const}$.

На входе адаптивного регулятора сравниваются сигнал задания x^0 и сигнал x , пропорциональный регулируемой переменной на выходе объекта. Контур самонастройки регулятора (на рис. 28 об-

веден пунктирной линией) включает в себя схемы измерения модуля ошибки рассогласования $|\varepsilon|$ и модуля производной $|\dot{x}|$ сигнала x ; блоки запоминания экстремумов (БЗЭ) [35] сигналов $|\varepsilon|$ и $|\dot{x}|$ и делительное устройство (ДУ). Регулятор имеет передаточную функцию ПИД-звена, которая обеспечивается Д-звеном с передаточной функцией $\kappa_d s / (\kappa_d s + 1)$, ПИ-звеном с передаточной функцией $(\kappa_i s + 1) / s$ и множительным устройством (МУ). Соответствующее включение их по схеме рис.28 реализует адаптивный регулятор с передаточной функцией

$$W(s) = \beta \left(\frac{\kappa_d s}{\kappa_d s + 1} + 1 \right) \times \\ \times \left(\frac{\kappa_i s + 1}{s} \right),$$

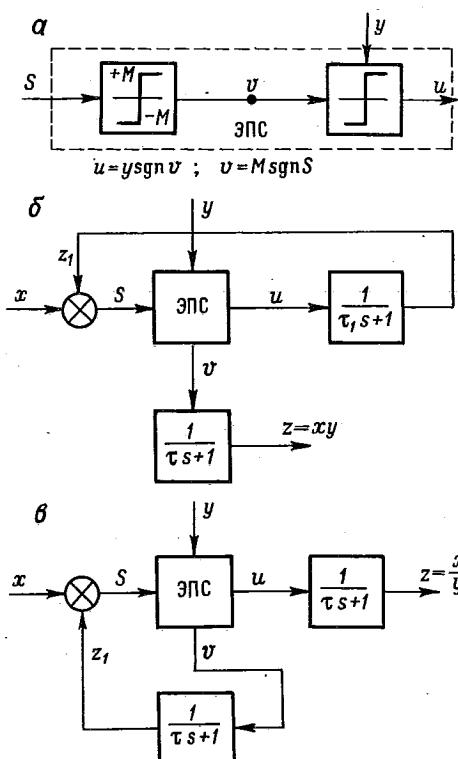


Рис.29.

где κ_d – постоянная времени дифференцирования, $\kappa \kappa_d \ll \kappa_d$; κ_i – постоянная времени интегрирования; β – настраиваемый с помощью контура самонастройки коэффициент передачи ПИД-регулятора. В делительном и множительном устройствах используется элемент переменной структуры (ЭПС), структурная схема которого изображена на рис.29, а.

В качестве примера использования элементов переменной структуры на рис.29, б приведена структурная схема множительного устройства, осуществляющего перемножение аналоговых сигналов. Множительное устройство построено на принципе ши-

ротно-импульсной модуляции, и возникающий в нем скользящий режим можно рассматривать как автоколебания. В этом режиме элемент выполняет широтную и импульсную модуляцию. Ширина прямоугольных импульсов b определяется первым сомножителем, а затем этот сигнал модулируется по амплитуде величиной, равной другому сомножителю. В результате выходная переменная u имеет среднюю составляющую z , пропорциональную перемножаемым сигналам. Множительное устройство на базе элементов переменной структуры позволяет получать основную погрешность преобразования не более 0,2% во всем диапазоне входных сигналов.

Работа делительного устройства основана на том же принципе, отличие состоит лишь в организации обратной связи и другой точке съема входного сигнала (см.рис.29, б).

Настраиваемый коэффициент β вычисляется с помощью блоков запоминания экстремумов $|\varepsilon|$ и $|\dot{x}|$ и делительного устройства:

$$\beta = \frac{\hat{\varepsilon} + \alpha_1}{\hat{x} + \alpha_2},$$

где $\hat{\varepsilon}$ и \hat{x} – максимальные значения модулей $|\varepsilon|$ и $|\dot{x}|$. Коэффициент β характеризует динамические свойства объекта. Например, при увеличении коэффициента усиления объекта основной контур становится более быстродействующим, составляющая \hat{x} растет в большей степени, чем $\hat{\varepsilon}$, и коэффициент β при $\alpha_1 = \text{const}$ и $\alpha_2 = \text{const}$ уменьшается, компенсируя тем самым увеличение коэффициента усиления объекта и сохраняя расчетный режим работы контура.

§ 3. Аналитические самонастраивающиеся системы с ненастраиваемой эталонной моделью замкнутого основного контура (метод вспомогательного оператора)

Общая блок-схема СНС с ненастраиваемой эталонной моделью замкнутого основного контура была приведена на рис.19. Этalonная модель имеет передаточную функцию $\Phi_m(p)$ с коэффициентами, выбираемыми из условия $\text{extr } Q_1$, при расчетных значениях параметров объекта c_i^0 и оптимальных настройках регулятора b_j^0 . Компенсация влияния изменения параметров объекта c_i осуществляется перестройкой параметров регулятора b_j таким образом, чтобы функционал $Q_3 = Q_3(\varepsilon_1)$, формируемый в зависимости от ошибки

$\varepsilon_1 = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0$, на интервале самонастройки достигал своего минимума. В этом случае динамика основного контура будет определяться эталонной моделью с мерой близости, определяемой $\min_{\mathbf{b}} Q_3$.

Положим, что изменение вектора параметров регулятора $\mathbf{b} = \{b_j\}_{j \in \overline{1, m}}$ осуществляется в соответствии с методом градиента:

$$\frac{d \mathbf{b}}{dt} = p \mathbf{b} = -\gamma \operatorname{grad} Q_3, \quad (\text{II.1})$$

где $p = \frac{d}{dt}$; $p \mathbf{b}^T = [pb_1, \dots, pb_m]$; $\operatorname{grad} Q_3 = \sum_{j=1}^m \frac{\partial Q_3}{\partial b_j} \mathbf{k}_j$, \mathbf{k}_j – взаимно ортогональные единичные векторы; $Q_3 = Q_3(\varepsilon_1(\mathbf{b}, \mathbf{c}))$ – критерий самонастройки; коэффициент γ – скалярный масштабный множитель. Знак минус в (II.1) означает, что функционал Q_3 минимизируется.

Непосредственное вычисление составляющих $\frac{\partial Q_3}{\partial b_j}$ градиента Q_3 затруднено вследствие зависимости Q_3 не только от настраиваемых параметров b_j регулятора, но и от произвольно изменяющихся и неизвестных параметров объекта c_i . Преодоление этой трудности возможно путем использования метода вспомогательных операторов [24, 62]. Суть метода состоит в следующем. Согласно (II.1) скорость изменения параметра b_j настраиваемого регулятора можно записать следующим образом:

$$pb_j = -\gamma_j \frac{\partial Q_3(\varepsilon_1(\mathbf{b}, \mathbf{c}))}{\partial \varepsilon_1} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial b_j}. \quad (\text{II.2})$$

Так как $\varepsilon_1 = [\Phi_m(p) - \Phi(p)]\mathbf{x}^0$, основной контур СНС на интервале квазистационарности имеет передаточную функцию $\Phi(p, t) \approx \Phi(p)$, выходная переменная равна $\mathbf{x} = \Phi(p)\mathbf{x}^0$, а передаточная функция эталонной модели $\Phi_m(p)$ не зависит от текущих значений параметров b_j регулятора, то

$$\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial b_j} = -\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial b_j} = \frac{\partial \Phi(p)}{\partial b_j} \mathbf{x}^0, \quad (\text{II.3})$$

С учетом (II.3) уравнение градиента (II.2) можно записать в виде

$$pb_j = -\frac{\partial Q_3}{\partial \varepsilon_1} \left[-\frac{\partial \Phi(p)}{\partial b_j} \right] \gamma_j \mathbf{x}^0. \quad (\text{II.4})$$

Уравнения (II.4) для всех значений j (числа настраиваемых параметров регулятора) определяют структуру контура самонастройки. Сомножитель $\frac{\partial Q_3}{\partial \varepsilon_1}$ легко формируется, так как критерий самонастройки обычно выбирается в виде функционала от сигнала

ошибки $\epsilon_1(b, c)$. Сомножитель $\left[-\frac{\partial \Phi(p)}{\partial b_j} \right] = W^j(p)$ носит название вспомогательного оператора [24], он может быть реализован в виде вычислителя на линейных звеньях с перестраиваемыми коэффициентами b_j .

Вспомогательные операторы, как это следует из их определения, являются функциями чувствительности передаточной функции основного контура $\Phi(p, b, c)$ к изменению параметров b_j регулятора. Согласно (II.3) значения $\frac{\partial \epsilon_1}{\partial b_j}$ соответствуют реакции вычислителей $W^j(p)$ на входное воздействие x^0 . Трудность, однако, состоит в том, что параметрами $W^j(p)$ являются как вычисляемые текущие значения b_j , так и неизмеряемые текущие значения параметров передаточной функции объекта c_i . Один из выходов – использование идеи квазистационарного вспомогательного оператора, когда в передаточную функцию $W^j(p)$ подставляются вместо текущих значений c_i их расчетные значения c_i^0 . Таким образом, искомые функции чувствительности в точности соответствуют истинным лишь тогда, когда $\Phi_m(p) \equiv \Phi(p)$. Однако при этом значительно упрощается реализация контуров самонастройки СНС.

Система уравнений, описывающих работу СНС, на основании сказанного может быть представлена:

во-первых, уравнением основного контура СНС:

$$Dx(t) = Nx^0(t) + Ff(t), \quad (\text{II.5})$$

где операторы D , N и F определяются на основе априорных данных: $D = D(p, d_k)$, $k \in \overline{0, m+n}$; $N = N(p, n_l)$, $l \in \overline{0, l_1} \leq m+n$; $F = F(p, \eta_q)$, $q \in \overline{0, q_1}$; коэффициенты d_k , n_l , η_q зависят от параметров объекта c_i ($i \in \overline{0, n}$), регулятора b_j ($j \in \overline{0, m}$) и фильтра h_r ($r \in \overline{0, r_1}$), формирующего эквивалентное возмущение, приведенное к выходу объекта:

$$\begin{aligned} d_k &= d(b_j, c_i), \\ n_l &= n(b_j, c_i), \\ \eta_q &= \eta(c_i, h_r). \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

(без потери общности в дальнейшем примем равными порядки k , l и q); в свою очередь, изменяющиеся коэффициенты b_j , c_i и h_r являются функциями времени, т.е. $b_j = b_j(t)$; $c_i = c_i(t)$ и $h_r = h_r(t)$;

во-вторых, уравнением эталонной ненастраиваемой модели основного контура:

$$D_M x_1(t) = N_M x^0(t), \quad (II.7)$$

где операторы $D_M = D_M(p, d_k^M)$, $N_M = N_M(p, n_k^M)$, $d_k^M, n_k^M \sim \text{const}$; в-третьих, уравнением для ошибки в контуре самонастройки:

$$\varepsilon_1(t) = x_1(t) - x(t); \quad (II.8)$$

в-четвертых, уравнением самонастройки по параметрам b_j :

$$p b_j = + \gamma_j Q_{\varepsilon_1} W^j(p) x^0(t), \quad (II.9)$$

где $W^j(p)$ – вспомогательный оператор.

На основании уравнений (II.5)–(II.9) градиентная СНС, в которой использован метод вспомогательного оператора, может быть построена по структурной схеме, показанной на рис.30. Из этой

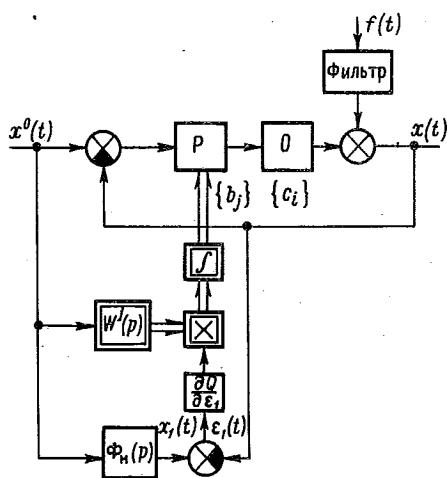


Рис.30.

резко возрастает при росте размерности уравнений основного контура и числа настраиваемых параметров регулятора. Поясним сказанное на примере.

Пример 1. Пусть объект регулирования и регулятор основного контура имеют передаточные функции $W_0(p) = k_0(T_0 p + 1)^{-1}$ и $W_p(p) = k_p(T_p p + 1)(T_u p)^{-1}$. Обозначим $k_0 T_0^{-1} = c_1$; $T_0^{-1} = c_2$; $k_p = b_1$; $T_u^{-1} = b_2$. Полагая, что $b_2 = c_2$, имеем $W_p(p) W_0(p) = c_1 b_1 p^{-1}$,

схемы и на основании уравнений СНС следует, что при числе настраиваемых параметров b_j , $j > 1$, градиентная СНС является многоконтурной нелинейной системой, причем нелинейность определяется зависимостями (II.6). Поэтому исследование динамики СНС по таким переменным, как, например, $\Delta b_j = \varphi_1(\Delta c_i)$, $\varepsilon_1 = \varphi_2(\Delta c_i)$, наталкивается на значительные трудности вследствие высокой размерности системы уравнений рассматриваемого типа СНС, которая

а $\Phi(p) = c_1 b_1 (p + c_1 b_1)^{-1}$; основной контур обладает, таким образом, свойствами апериодического звена с постоянной времени, которая может быть задана и определяет желаемый переходный экспоненциальный процесс (критерий $\text{extr } Q_1 = \text{const}$). Модель замкнутого контура естественно выбрать с передаточной функцией $\Phi_M(p) = \alpha_M (p + \alpha_M)^{-1}$, и тогда целью самонастройки будет поддержание системы равенств

$$\begin{aligned} \alpha_M &= c_1 b_1; \\ c_2 &= b_2. \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

Критерий оптимальности Q_3 контура самонастройки выберем в виде интегральной квадратичной оценки: $Q_3(\varepsilon_1) = Q(\varepsilon_1) = 0,5 \int_0^t \varepsilon_1^2 dt$. Если равенства (II.10) нарушаются, то

$$\Phi(p) = \frac{b_1 c_1 (p + b_2)}{p^2 + p(c_2 + c_1 b_1) + c_1 b_1 b_2}.$$

Тогда $\left(\frac{\partial \Phi(p)}{\partial \mathbf{b}} \right)^T = \left[\frac{\partial \Phi(p)}{\partial b_1}, \frac{\partial \Phi(p)}{\partial b_2} \right]$,

где $W^1(p) = \frac{\partial \Phi(p)}{\partial b_1} = \frac{c_1 p (p_2 + p(b_2 + c_2) + c_2 b_2)}{(p_2 + p(c_2 + c_1 b_1) + c_1 b_1 b_2)^2}$,

$$W^2(p) = \frac{\partial \Phi(p)}{\partial b_2} = \frac{c_1 b_1 p (p + c_2)}{(p^2 + p(c_2 + c_1 p_1) + c_1 b_1 b_2)^2}. \quad (\text{II.11})$$

Как следует из системы уравнений (II.11), функции чувствительности $W^1(p)$, $W^2(p)$ зависят от изменяющихся во времени компонент вектора $\mathbf{c}^T = (c_1, c_2)$. В соответствии с идеей метода стационарных вспомогательных операторов полагаем выполнение (II.10), тогда

$$\begin{aligned} W^{1*}(p) &= \frac{1}{b_1} \frac{\alpha_M}{p + \alpha_M} \frac{p}{p + \alpha_M}, \quad b_1 = \text{var}, \\ W^{2*}(p) &= \frac{1}{p + b_2} \frac{\alpha_M}{p + \alpha_M} \frac{p}{p + \alpha_M}, \quad b_2 = \text{var}. \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

Производная $dQ_3/d\varepsilon_1 = \int_0^t \varepsilon_1 dt$ и с учетом системы (II.12)

$$\begin{aligned} pb_1 &= \gamma \left(\int_0^t \varepsilon_1 dt \right) W^{1*}(p) x^0(p), \\ pb_2 &= \gamma \left(\int_0^t \varepsilon_1 dt \right) W^{2*}(p) x^0(p). \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

Уравнения (II.13), разрешенные относительно b_1 , b_2 , определяют структуру контура самонастройки СНС, изображенную на рис.31.

Из рассмотренного примера следует, что при втором порядке основного контура, двух настраиваемых параметров и условии равенства c_2 и b_2 размерность уравнений СНС равна восьми. Вследствие этого весьма актуальной задачей является задача формирования таких адекватных моделей СНС, для расчета которых возможно применение хорошо зарекомендовавших себя инженерных методов теории управления, в частности частотных методов.

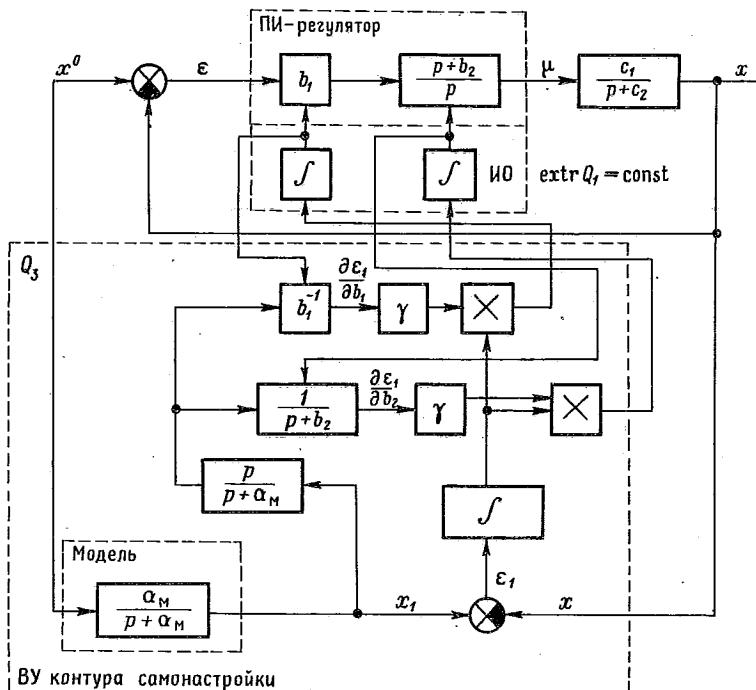


Рис.31.

Кратко рассмотрим метод получения линейных эквивалентов СНС [62], для исследования динамики которых применимы частотные методы, например метод логарифмических частотных характеристик. Метод базируется на обычной линеаризации нелинейных от-
80

носительно параметров b_j , c_i операторов D и N в уравнении (II.5), когда нелинейные зависимости $d_k = d(b_j, c_i)$ и $n_k = n(b_j, c_i)$ представляются рядом Тейлора с последующим пренебрежением членами второго порядка малости, например:

$$d_k \approx d_k^0(b_j^0, c_i^0) + \left(\frac{\partial d_k}{\partial b_j} \right)_{b_j=b_j^0} \Delta b_j \left(\frac{\partial d_k}{\partial c_i} \right)_{c_i=c_i^0} \Delta c_i. \quad (\text{II.14})$$

Здесь можно принять $b_j^0 = b_j^M$, $c_i^0 = c_i^M$ и $\Delta b_j = b_j - b_j^M$, $\Delta c_i = c_i - c_i^M$. Представление d_k и n_k в виде (II.10) дает возможность записать уравнение основного контура в виде

$$(D_m + \Delta D)x(t) = (N_m + \Delta N)x^0(t) + Ff(t). \quad (\text{II.15})$$

Так как $x(t) = x_1(t) - \varepsilon_1(t)$, то, принимая составляющую $\Delta D\varepsilon_1(t) \approx 0$ и имея в виду, что $x_1(t) = ((N_m(p)/D_m(p))x^0(t)$, уравнение (II.15) перепишем в эквивалентной форме

$$\varepsilon_1(t) = D_m^{-1}(p)[\Delta D\Phi_m(p) - \Delta N(p)]x^0(t) - Ff(t). \quad (\text{II.16})$$

Если, например, принять критерий самонастройки $\varrho_3 = 0,5 \varepsilon_1^2(t)$, то уравнения самонастройки (II.9) можно записать в виде

$$p\Delta b_j = -\gamma_j \varepsilon_1(t) \frac{\partial \varepsilon_1(t)}{\partial b_j}. \quad (\text{II.17})$$

В уравнение (II.17) значение $\varepsilon_1(t)$ подставляется из формулы (II.16), а производные $\partial \varepsilon_1(t) / \partial b_j$ вычисляются (при условии, что оператор F не зависит от b_j) в соответствии с идеей стационарных вспомогательных операторов по формулам

$$\left(\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial b_j} \right)_{b_j=b_j^M} = \left(\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \Delta b_j} \right)_{\Delta b_j=0} = D_m^{-1} \left[\frac{\partial \Delta D}{\partial \Delta b_j} \Phi_m(p) - \frac{\partial \Delta N}{\partial \Delta b_j} \right] x^0(t).$$

Нетрудно показать, что $d\Delta D/d\Delta b_j = (\partial D/\partial b_j)_{b_j=b_j^M}$ и $d\Delta N/d\Delta b_j = (dN/db_j)_{b_j=b_j^M}$, а так как $d\varepsilon_1(t)/\partial b_j = W^j(p)x^0(t)$, то приходим к линейному уравнению самонастройки по j -му параметру:

$$p \Delta b_j = \gamma_j \frac{[\Delta D \Phi_m(p) - \Delta N(p)] x^0(t) - f(t)}{D_m(p)} \times \\ \times \frac{[(\partial D / \partial b_j) \Phi_m(p) - (\partial N / \partial b_j)]_{b_j = b_j^M} x^0(t)}{D_m(p)}. \quad (II.18)$$

Уравнения (II.16) и (II.18) линейны относительно переменных $\epsilon_i(t)$, Δb_j , Δc_i , f , поэтому они и называются линейными эквивалентами градиентной СНС с ненастраиваемой эталонной моделью. Необходимо отметить, что из-за члена в квадратных скобках в формулах (II.16) и (II.18) эти линейные уравнения в общем виде являются нестационарными, хотя при определенных ограничениях на входное воздействие $x^0(t)$ возможна их стационаризация (см. [62], с. 83–87). Из уравнений линейных эквивалентов следуют также и условия их применимости: стационарность эталонных свойств ($c_i^0 = c_i^M = b_j^0 = b_j^M$) и малость вариаций Δc_i , Δb_j .

Пример 2. Произведем построение линейных эквивалентов СНС, рассмотренной в предыдущем примере. Для апериодического объекта и ПИ-регулятора передаточная функция замкнутого контура $\Phi(p) = N(p)D^{-1}(p)$ в общем виде имеет следующие полиномы $N(p)$ и $D(p)$:

$$N(p) = b_1 c_1 (p + b_2) = n_1 p + n_0, \\ D(p) = p^2 + p(c_2 + c_1 b_1) + c_1 b_1 b_2 = p^2 + d_1 p + d_0.$$

Положим конкретно, что коэффициенты $c_2 = \text{const}$ и $b_2 = \text{const}$, т.е. постоянные времени T_0 и T_1 неизменны, а переменными являются $c_1 = k_0 T_0^{-1}$ и $b_1 = k_1$. Возмущение f для простоты полагаем равным нулю, т.е. $f(t) \equiv 0$.

В соответствии с выражением (II.14) имеем

$$\begin{aligned} n_1 &\approx b_1^0 c_1^0 + c_1^0 \Delta b_1 + b_1^0 \Delta c_1 = n_1^0 + \Delta n_1, \\ n_0 &\approx b_2 b_1^0 c_1^0 + b_2 (c_1^0 \Delta b_1 + b_1^0 \Delta c_1) = n_0^0 + \Delta n_0, \\ d_1 &\approx c_2 + c_1^0 b_1^0 + c_1^0 \Delta b_1 + b_1^0 \Delta c_1 = d_1^0 + \Delta d_1, \\ d_0 &\approx c_2 b_1^0 c_1^0 + b_2 (c_1^0 \Delta b_1 + b_1^0 \Delta c_1) = d_0^0 + \Delta d_0, \end{aligned} \quad (II.19)$$

где c_1^0 , b_1^0 , c_2 , b_2 – расчетные значения коэффициентов; Δb_1 , Δc_1 – конечные приращения коэффициентов b_1 , c_1 относительно расчетных значений. Из формул (II.15) и (II.19) следует, что

$$\Delta D(p) = \Delta N(p) = (c_1^0 \Delta b_1 + b_1^0 \Delta c_1)(p + b_2),$$

а расчетные полиномы, соответствующие полиномам эталонной модели $\Phi_M(p)$, имеют вид

$$\begin{aligned}N_M(p) &= N_0(p) = c_1^0 b_1^0 (p + b_2) = \alpha_M (p + b_2), \\D_M(p) &= D_0(p) = p^2 + p(c_2 + c_1^0 b_1^0) + c_2 b_1^0 c_1^0.\end{aligned}$$

В дальнейшем для упрощения расчета примем, что постоянные времени $T_0 = T_n$, т.е. $c_2 = b_2 = \text{const}$. Тогда $\Phi_M(p) = N_M(p) D_M^{-1}(p) = c_1^0 b_1^0 (p + c_1^0 b_1^0)^{-1} = \alpha_M (p + \alpha_M)$. Подставляя $\Phi_M(p)$, $\Delta D(p)$, $\Delta N(p)$ и $D_M(p)$ в формулу (II.16), получаем выражение для ошибки $\varepsilon_1(t)$ в виде

$$\varepsilon_1(t) = -\frac{(-c_1^0 \Delta b_1 + b_1^0 \Delta c_1)(p + b_2)}{(p + c_1^0 b_1^0)^2} px^0(t). \quad (\text{II.20})$$

Выражение (II.20) в принципе позволяет определить изменение ошибки $\varepsilon_1(t)$ в зависимости от изменения $\Delta b_1(t)$ или $\Delta c_1(t)$. Однако соответствующий оператор связи $\varepsilon_1(t)$ и $\Delta b_1(t)$ (или $\Delta c_1(t)$ и $\varepsilon_1(t)$) будет нестационарным из-за сомножителя $px^0(t)$.

При определенных условиях можно перейти к стационарному оператору. В данном примере это условие вытекает из простых рассуждений. Выражение для ошибки $\varepsilon_1(t)$ представлено как

$$\varepsilon_1(t) = -(c_1^0 \Delta b_1 + b_1^0 \Delta c_1) G_1(p) px^0(t), \quad p = \frac{d}{dt},$$

где стационарный оператор $G_1(t)$ обращается в конечную величину при $p = 0$. Очевидно, что связи $\varepsilon_1(t)$ с $\Delta b_1(t)$ или $\Delta c_1(t)$ будут определяться стационарным оператором $G_1(t)$, если $px^0(t) = \text{const}$, т.е. если $x^0(t) = At$, причем $A = \text{const}$. При таком предположении динамика полученных линейных стационарных эквивалентов СНС по каналу $\Delta c_1 - \varepsilon_1(t)$ или $\Delta b_1(t) - \varepsilon_1(t)$ может быть сравнительно просто исследована, например частотными методами, если перейти от p к оператору Лапласа $s = j\omega$.

Теперь получим линейный стационарный эквивалент СНС по каналу $\Delta c_1(t) - \varepsilon_1(t)$ при тех же предпосылках и условиях. В соответствии с выражением (II.18) для этого необходимо вычислить в нем второй сомножитель:

$$\left[\left(\frac{\partial D(p)}{\partial b_1} \right) \Phi_M(p) - \left(\frac{\partial N(p)}{\partial b_1} \right) \right]_{b_1^0 = b_1^K} [D_M(p)]^{-1} = -\frac{c_1^0 p (p + b_2)}{(p + c_1^0 b_1^0)^2}. \quad (\text{II.21})$$

Подставляя в формулу (II.18) значения $\epsilon_1(t)$ из формул (II.20) и (II.21), после несложных преобразований (при условии $x^0(t)=At$, $A=\text{const}$) получим линейный стационарный эквивалент СНС с эталонной моделью:

$$\Phi_1(p) = -\frac{\Delta b_1(t)}{\Delta c_1(t)} = -\frac{A^2 b_1^0}{c_1^0} \frac{W_3(p)}{1+W_3(p)},$$

где $W_3(p) = \gamma_1(c_1^0)^2 \frac{(p+b_2)^2}{p(p+c_1^0 b_1^0)^4}$, а коэффициент γ_1 – настраиваемый коэффициент контура самонастройки. Его выбор может быть осуществлен довольно просто с использованием, например, частотных логарифмических характеристик по какому-либо критерию. (Более подробно методика синтеза и анализа линейных эквивалентов СНС с эталонной моделью изложена в работе [62].)

Из анализа принципа построения и рассмотренного метода исследования СНС с эталонной ненастраиваемой моделью очевидны ограничивающие условия их применения: необходимость выполнения условий квазистационарности, малость приращений (вариаций) коэффициентов, предположения о непрерывности функциональных зависимостей коэффициентов d_k , n_k , операторов $D(p, d_k)$, $N(p, n_k)$ от изменяемых параметров b_j , c_i и довольно быстрое усложнение контура самонастройки с ростом числа изменяющихся и настраиваемых параметров.

Достоинством этого типа СНС является возможность их реализации простыми техническими средствами с помощью линейных типовых звеньев.

Г л а в а III

САМОНАСТРАИВАЮЩИЕСЯ СИСТЕМЫ С ТЕКУЩЕЙ ИДЕНТИФИКАЦИЕЙ ПАРАМЕТРОВ И ПРОЦЕССОВ

В данной главе изучаются принципы построения трех типов СНС второй группы (см. § 6 гл. I) с текущей идентификацией объекта и воздействий внешней среды, предназначенных для решения задач стабилизации и программного регулирования. Общая характеристика СНС идентификационного типа была дана в § 5 и 6 гл. I. Для рассматриваемых далее СНС конкретных типов предполагаются заданными модели объекта, выполнение условий квазистационарности и совместимости регулятора (в основном контуре) и объекта, а для третьего типа СНС задается и модель воздействий внешней среды.

Основной контур синтезируется в соответствии с конкретным целевым условием для СНС каждого типа, но для всех них общей является цель самонастройки: стабилизация расчетного режима при неконтролируемых изменениях возмущающих факторов. Расчетный режим задается эталонной моделью: в СНС с ортогональными спектральными анализаторами и в СНС с модулями вариаций эталонная модель задана в виде непрерывной или дискретной передаточных функций; в СНС с использованием корреляционных функций для цели идентификации эталонная модель выбирается в виде желаемой импульсной переходной функции разомкнутого основного контура.

Реализация инвариантных свойств или малой чувствительности (см. § 3 гл. I) к возмущающим факторам достигается либо в результате включения дополнительного канала передачи возмущения (принцип двухканальности) в СНС с моделями вариаций, либо вследствие компенсации влияния изменения нулей и полюсов объекта соответствующим измерением полюсов и нулей регулятора в явном виде в СНС с ортогональными спектральными анализаторами, в неявном – в СНС с эталонной импульсной переходной функцией, а также в определенном случае в СНС с моделями вариаций.

Оценка текущего состояния основного контура основана на текущей идентификации параметров и процессов. В § 5 гл. I при анализе СНС идентификационного типа речь шла о параметрической идентификации модели объекта с заданной структурой оператора.

В СНС с ортогональными спектральными анализаторами осуществляется оценивание текущих значений коэффициентов передаточной функции объекта на интервале квазистационарности. В СНС с моделями вариаций вследствие особого формирования модели идентифицируемой части задача оценивания внешних воздействий также сводится к задаче параметрической идентификации, равно как и оценивание параметров модели собственно объекта. В отличие от этого в СНС с эталонной импульсной переходной функцией осуществляется непараметрическая идентификация, поскольку результатом вычислений на интервале квазистационарности являются текущие значения этой функции объекта, причем она используется в алгоритме работы контура самонастройки.

§ 1. Самонастраивающиеся системы с ортогональными спектральными анализаторами

Принцип построения основного контура. Рассмотрим один из возможных способов построения СНС [4, 55], когда для целей текущей идентификации используется представление сигналов на входе и выходе объекта в виде ортогональных полиномов. Предполагаются заданными структура, передаточная функция объекта $W_0^*(s)$ с расчетными значениями коэффициентов числителя (b_i^*) и знаменателя (c_i^*) и целевая функция (критерий оптимальности) основного контура Q_1 . Выбор алгоритма регулирования и параметрическая оптимизация приводят к оптимальной передаточной функции регулятора $W_p^*(s)$. Оптимальная (например, по $\min Q_1$) передаточная функция основного контура $W^*(s) = W_p^*(s) W_0^*(s)$ принимается за эталонную расчетную передаточную функцию. Так как на самом деле параметры $a_i = a_i(t)$ и $b_i = b_i(t)$ передаточной функции объекта $W_0(s, t)$ изменяются (но так, что удовлетворяется гипотеза квазистационарности), то для стабилизации $\min Q_1$ будем подстраивать параметры передаточной функции регулятора $W_p(s, t)$, реализуемой в виде последовательного соединения двух фильтров с передаточными функциями $W^*(s)$ и $W_0^{-1}(s, t)$:

$$W_p(s, t) = W^*(s) W_0^{-1}(s, t). \quad (\text{III.1})$$

Очевидно, что для физической реализации регулятора согласно (III.1) требуется, во-первых, чтобы при всех возможных изменениях $a_i(t)$ и $b_i(t)$ объект оставался минимально-фазовым и, во-

вторых, необходимо оценивание текущих значений параметров $a_i(t)$, $b_i(t)$ на каждом интервале квазистационарности.

Таким образом, процессы идентификации и поднастройки регулятора будут происходить периодически в режиме нормальной эксплуатации.

Для идентификации воспользуемся представлением сигналов ортогональными полиномами, в частности рассмотрим применение для этой цели ортонормированных полиномов Лагерра.

Идентификация линейного объекта с помощью анализатора спектра Лагерра. Этот метод идентификации относится к группе спектральных методов. Его суть состоит в следующем [4, 22, 23].

Пусть интервал задания оцениваемого сигнала $x(t)$ есть $[0, \infty]$ или $[0, T]$. Ставится задача: дать оценку $\hat{x}(t)$ сигнала $x(t)$ на указанном интервале в виде линейной формы:

$$\hat{x}(t) = \sum_{i=0}^n c_i \psi_i(t), \quad (\text{III.2})$$

где $\psi_i(t)$ – известные функции, например $\Psi_i(t) = t^{i-1}$, $\Psi_i(t) = \exp(\alpha_i t)$, $i = 1, 2, \dots$, c_i – коэффициенты, подлежащие определению. Обычно в таких случаях мера близости $x(t)$ и оценки $\hat{x}(t)$ выбираются в виде интегральной квадратичной функции

$$J_T(c) = \int_0^T [x(t) - \hat{x}(t)]^2 dt = \int_0^T [x(t) - \sum_{i=0}^n c_i \psi_i(t)]^2 dt.$$

Минимизация $J_T(c)$ по c_i приводит к следующим результатам:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_T(c)}{\partial c_i} &= \frac{\partial}{\partial c_i} \left[\int_0^T x^2(t) dt + \int_0^T \left(\sum_{i=0}^n c_i \psi_i(t) \right)^2 dt - 2 \int_0^T x(t) \sum_{i=0}^n c_i \psi_i(t) dt \right] = \\ &= 2 \int_0^T \sum_{i,j=0}^n c_i \psi_i(t) \psi_j(t) dt - 2 \int_0^T x(t) \psi_i(t) dt = 0. \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

Из $n+1$ уравнений (III.3) при известных $x(t)$ и $\psi_i(t)$ определяются коэффициенты c_i . Эта задача решается сравнительно просто, если система $\psi_i(t)$ ($i = 0, 1, \dots$) образует полную систему ортогональных функций. Согласно определению ортогональности система функций $\psi_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots$), заданная на интервале $[0, T]$, называется ортогональной и нормированной с весом $\varrho(t)$, причем $\varrho(t)$ – неотрицательная и фиксированная функция, если имеют место соотношения

$$\int_0^T \psi_i(t) \psi_j(t) \varrho(t) dt = \begin{cases} 0, & \text{если } i \neq j, \\ 1, & \text{если } i = j. \end{cases}$$

Функция $\varphi(t)$ определяет тип ортогональной функции и влияет на характер приближения (точность, число необходимых для этого членов в равенстве (III.2) и т.д.). Если $\psi_i(t)$ – семейство ортогональных функций, то уравнения (III.3) значительно упрощаются и при $\varphi(t) = 1$ принимают вид

$$c_i - \int_0^T x(t) \psi_i(t) dt = 0,$$

отсюда и определяются неизвестные коэффициенты c_i , которые носят название обобщенных коэффициентов Фурье и образуют спектр Фурье.

Пусть в качестве системы ортогональных функций $\psi_i(t)$ используются ортогональные полиномы Лагерра, нормированные с весом $\varphi(t) = \sqrt{m} \exp(-mt/2)$ и определенные на интервале $[0, \infty]$: $\mathcal{L}'_i(t) = \mathcal{L}_i(t) \varphi(t)$, где полиномы Лагерра $\mathcal{L}_i(t)$ определяются в виде

$$\mathcal{L}_i(t) = \sum_{j=0}^i (-1)^j \frac{i!}{j!(i-j)!} \frac{m^j t^j}{j!}. \quad (\text{III.4})$$

Коэффициент m играет роль масштабного коэффициента и влияет на точность аппроксимации.

В частности, первые три полинома Лагерра имеют, как это следует из (III.4), следующий вид:

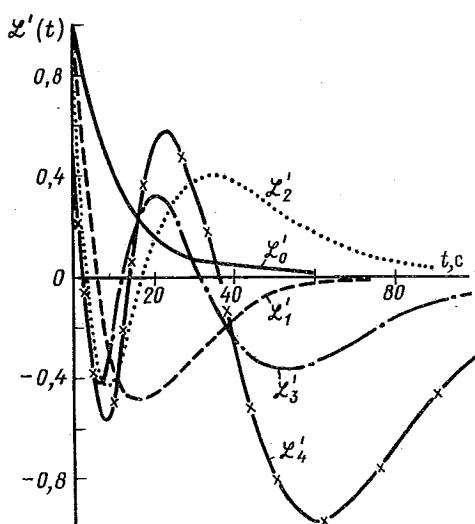


Рис.32.

$$\mathcal{L}_0(t) = 1,$$

$$\mathcal{L}_1(t) = 1 - mt,$$

$$\mathcal{L}_2(t) = 1 - 2mt + \frac{m^2 t^2}{2!}.$$

На рис.32 изображены первые пять функций Лагерра $\mathcal{L}'_i(t)$ при $m = 1/6$.

Оцениваемая функция $x(t)$ аппроксимируется следующим образом:

$$x(t) \approx \sum_{i=0}^n c_i \mathcal{L}'_i(t); \quad (\text{III.5})$$

здесь коэффициенты c_i образуют спектр Лагерра и определяются из соотношений

$$c_i = \int_0^t x(t) \varphi'_i(t) dt = \int_0^t x(t) \varphi_i(t) \sqrt{m} \exp(-mt/2) dt, \quad (\text{III.6})$$

Где при практических расчетах берут значения $0 < i \leq (3 \div 5)$.

Использование полиномов Лагерра делает возможным реализацию фильтров для вычисления c_i на линейных операционных схемах. Это следует из сопоставления уравнения свертки для линейных систем с уравнением (III.6):

$$z(t) = \int_0^t y(t-\tau) w(\tau) d\tau,$$

где в данном случае весовая функция фильтра Лагерра равна

$$w_i(t) = \varphi_i(t) \varphi(t). \quad (\text{III.7})$$

Можно заметить, что коэффициенты c_i соответствуют выходу линейного фильтра с весовой функцией (III.7), если на вход подать оцениваемый сигнал $x(T-t)$. Сигнал $x(t)$ для этого необходимо вначале записать на интервале времени $[0, T]$, а затем вводить на вход фильтра от конца (момент $t = T$) к началу (момент $t = 0$). Если принять за начальный момент ввода сигнала $x(T-t)$ $t = 0$, то коэффициенты c_i будут считываться в момент $t = T$. (Здесь предполагается, что хотя строго $x(t)$ определена на полу бесконечном интервале, практически она затухает на интервале $[0, T]$.) Однако подобный способ вычисления коэффициентов c_i при текущей идентификации неприемлем.

Избежать вычислений c_i по прошлым значениям $x(-t)$ позволяет свойство интеграла свертки для линейных стационарных систем:

$$z(t) = \int_0^t y(t-\tau) w(\tau) d\tau = \int_0^t y(\tau) w(t-\tau) d\tau. \quad (\text{III.8})$$

Если допустить, что оцениваемый сигнал $x(t) \approx 0$ при $t > T$, то верхний предел интегрирования в (III.8) заменяется на T , а $w(t-\tau)$ заменяется на $w(T-t)$:

$$w_i(T-t) = \varphi_i(T-t) \varphi(T-t). \quad (\text{III.9})$$

В этом случае коэффициенты c_i вычисляются путем интегрирования $x(t)$ текущего:

$$c_i = \int_0^t x(t) \varphi_i(T-t) \varphi(T-t) dt.$$

Известно [22, 23], что полиномы Лагерра преобразуемы по Лапласу. Преобразуя по Лапласу обе части (III.5), получим

$$x(s) = \sum_{i=0}^n c_i \mathcal{L}'_i(s), \quad (\text{III.10})$$

причем функции $\mathcal{L}'_i(s)$ вычисляются как интегралы Лапласа от (III.9):

$$\mathcal{L}'_i(s) = \int_0^\infty \mathcal{L}_i(T-t) e^{-ts} dt = \sqrt{m} e^{-m\tau/2} \int_0^\infty \mathcal{L}_i(T-t) e^{-(s-m/2)t} dt.$$

Преобразование Лапласа для первых трех полиномов Лагерра приводит к передаточным функциям фильтров Лагерра [22]:

$$\mathcal{L}'_0(s) = \frac{\sqrt{2\tau} e^{-T/\tau}}{\tau s - 1},$$

$$\mathcal{L}'_1(s) = \frac{\tau s + 1}{\tau s - 1} \mathcal{L}'_0(s) - mT \mathcal{L}'_0(s), \quad (\text{III.11})$$

$$\mathcal{L}'_2(s) = \frac{\tau s + 1}{\tau s - 1} \mathcal{L}'_1(s) + \left(\frac{m^2 T^2}{2} - mT \right) \mathcal{L}'_0(s),$$

где $\tau = 2/m$.

На основании выражений (III.11) можно составить структурную схему анализатора спектра Лагерра для вычисления первых трех коэффициентов c_0 , c_1 и c_2 (см.рис.33). Для вычисления последующих коэффициентов схема анализатора наращивается добавлением к имеющейся схеме фильтров с передаточными функциями $\frac{\tau s + 1}{\tau s - 1}$ не-

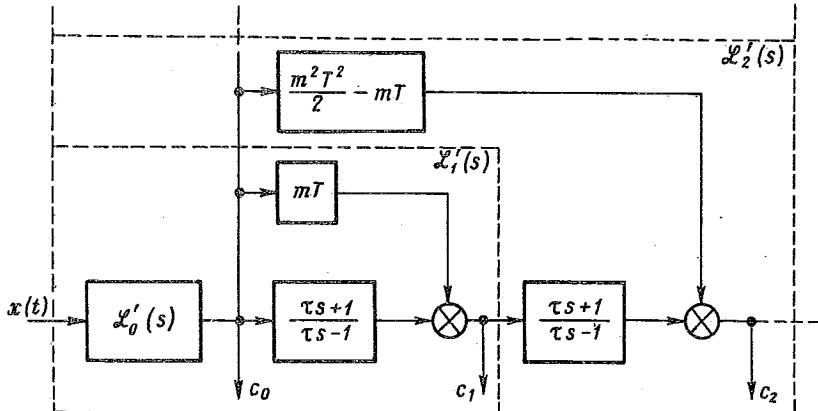


Рис.33.

обходимых блоков постоянных коэффициентов, следующих из $\mathcal{L}_3'(s)$, $\mathcal{L}_4'(s)$, и т.д.

Фильтры анализатора спектра Лагерра реализуются на базе операционных усилителей. Так как анализатор состоит из неустойчивых звеньев, то в его схеме должны быть предусмотрены устройства, осуществляющие приведение фильтров к нулевым начальным условиям в момент съема $t = T$ значений коэффициентов c_i , и запоминающие устройства для их хранения на интервале квазистационарности.

Из схемы анализатора спектра Лагерра очевиден смысл масштабирующего множителя $m = 2\tau^{-1}$, имеющего размерность обратных секунд (s^{-1}). Его величина определяет полосы пропускания частот фильтров Лагерра, которые должны соответствовать предполагаемому частотному спектру аппроксимируемого сигнала $x(t)$. Если интервал аппроксимации $[0, T]$ задан, то рекомендуемые значения берутся в диапазоне $2/T < m < 10/T$.

Используя значения c_i , считываемые с выходов анализаторов, и изображение сигналов $X(s)$ и $Y(s)$ в виде (III.10), можно теперь определить передаточную функцию $W_0(s)$ фильтра регулятора основного контура. Предварительно отметим следующее. Как известно, интеграл свертки для выходного сигнала объекта на интервале времени $0 < t < T$ можно записать в виде суммы двух составляющих:

$$x(t) = \int_{-\infty}^0 y(\tau) w(t-\tau) d\tau + \int_0^\infty y(\tau) w(t-\tau) d\tau = x_-(t) + x_+(t),$$

где составляющая $x_-(t)$ определяется ненулевыми предначальными условиями (предначальное значение $x_-(t) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} [x(0-\epsilon)]$), а $x_+(t)$ – составляющая, обусловленная воздействием $y(t)$ на интервале $0 \leq t < T$. Передаточная функция линеаризованного объекта определяется при нулевом предначальном значении $x_-(t) = 0$, т.е.

$$W_0(s) = \frac{x(s)}{Y(s)} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i x \mathcal{L}_i'(s)}{\sum_{i=1}^n c_i y \mathcal{L}_i'(s)};$$

здесь используются изображения Лапласа для полиномов Лагерра (III.4):

$$\mathcal{L}_i'(s) = \frac{\sqrt{m}}{s+m/2} \frac{(s-m/2)^i}{(s+m/2)^i} = \frac{\sqrt{2\tau}}{\tau s+1} \frac{(\tau s-1)^i}{(\tau s+1)^i}.$$

Тогда передаточная функция фильтра $W_0^{-1}(s)$ на интервале квазистационарности будет иметь вид

$$W_0^{-1}(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \sum_{i=0}^{n_2} c_{iy} \frac{(\tau s - 1)^i}{(\tau s + 1)^{i+1}} \left(\sum_{i=0}^{n_1} c_{ix} \frac{(\tau s - 1)^i}{(\tau s + 1)^{i+1}} \right)^{-1} =$$

$$= \frac{a_0 + a_1 s + \dots + a_{n_2} s^{n_2}}{b_0 + b_1 s + \dots + b_{n_1} s^{n_1}}.$$

Очевидно, что в контуре самонастройки должен быть вычислитель, который производит пересчет коэффициентов c_{iy} , c_{ix} , τ в коэффициенты a_i , b_i . Так, например, если принять одно и то же число членов числителя и знаменателя: $n_1 = n_2 = 3$, то коэффициенты b_i пересчитываются через коэффициенты c_{ix} при выбранном значении τ по следующим простым соотношениям:

$$b_3 = \tau^3 (c_{0x} + c_{1x} + c_{2x} + c_{3x}),$$

$$b_2 = \tau^2 (3c_{0x} + c_{1x} - c_{2x} - 3c_{3x}),$$

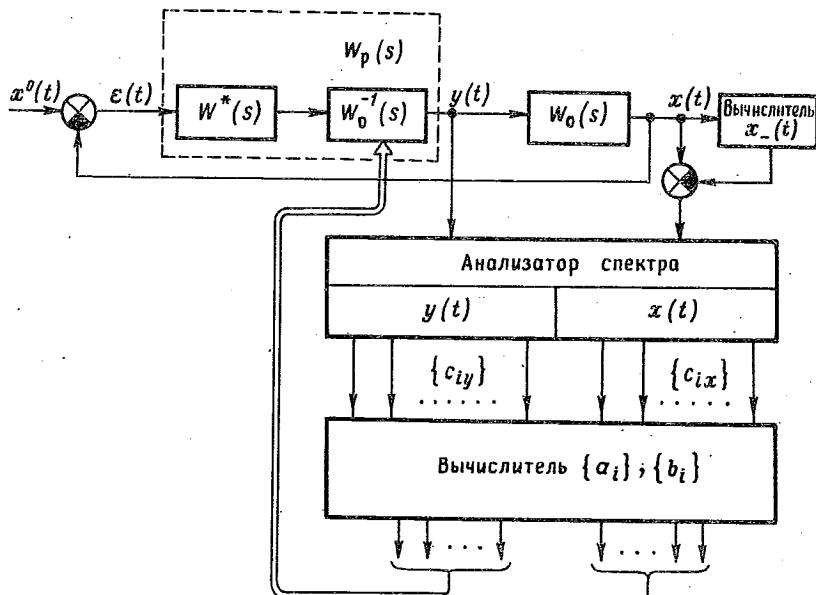


Рис.34.

$$b_1 = \tau^4 (3c_{0x} - c_{1x} + c_{2x} - c_{3x}),$$

$$b_0 = \tau^0 (c_{0x} + c_{1x} + c_{2x} - c_{3x}).$$

Аналогичные соотношения могут быть получены для коэффициентов a_i и любых других значений n_1 и n_2 .

Если начальные значения $x_-(t)$ ненулевые, то в блоке идентификации необходимо предусмотреть вычислитель составляющей $x_-(t)$, которая вычитается из выходного сигнала $x(t)$.

Блок-схема ортогональной СИС, удовлетворяющая изложенному принципу построения, изображена на рис.34. Вычислитель $x_-(t)$ и перестраиваемый корректирующий фильтр $W_0^{-1}(s)$ регулятора в основном контуре достаточно просто реализуются на линейных операционных схемах и множительных устройствах [4].

§ 2. Аналитические самонастраивающиеся системы с настройкой по эталонной импульсной переходной функции разомкнутого основного контура

Алгоритм самонастройки в случаях, когда сигналы на входе $y(t)$ и выходе $x(t)$ объекта являются случайными стационарными в широком смысле и эргодическими процессами, может быть получен путем решения системы двух интегральных уравнений [4]:

$$\omega_p^*(t) = \int_0^{t_1} \omega_p^*(t-\tau) \omega_0(\tau) d\tau, \quad (\text{III.12})$$

$$\kappa_{yx}(t) = \int_0^{t_1} \kappa_{yy}(t-\tau) \omega_0(\tau) d\tau.$$

В этой системе $\omega_p^*(t)$ – заданная оптимальная в каком-либо смысле импульсная переходная функция разомкнутого основного контура; $\omega_p^*(t)$ – оптимальная импульсная переходная функция регулятора U ; $\omega_0(t)$ – импульсная переходная функция объекта; $\kappa_{yx}(t)$ – взаимная корреляционная функция между входным и выходным случайными сигналами объекта; κ_{yy} – автокорреляционная функция сигнала $y(t)$. (Второе уравнение в системе (III.12) является известным уравнением Винера-Хопфа.)

Решение интегральных уравнений типа (III.12) может быть получено приближенно, если интеграл в каждом из уравнений заменить суммой. В частности, для вычисления весовой функции объекта $\omega_0(t)$ необходимо определение корреляционных функций κ_{yx} и κ_{yy} на интервале времени $[0, t_1]$. Предположим, что функции κ_{yx} и κ_{yy} определены по данным измерений в режиме нормальной экс-

плуатации системы. Тогда весовая функция объекта может быть вычислена, если интеграл свертки представить в виде

$$K_{yx}(t \cdot \Delta t) = \sum_{i,k=0}^{n-1} K_{yy}[(i-k) \cdot \Delta t] w_0(k \cdot \Delta t) \cdot \Delta t, \quad (\text{III.13})$$

где $t = i \cdot \Delta t$ – текущее время; $\tau = k \cdot \Delta t$ – интервал дискретизации.

Учитывая четность автокорреляционных функций, когда $K_{yy}(t) = K_{yy}(-t)$, уравнение (III.13) перепишем в матричной форме

$$K_{yx} = K_{yy} \cdot w_0, \quad (\text{III.14})$$

где K_{yy} – квадратная матрица коэффициентов

$$K_{yy} = \begin{bmatrix} K_{yy}(0) & K_{yy}(\Delta t) & K_{yy}(2 \cdot \Delta t) \dots K_{yy}((n-1) \cdot \Delta t) \\ K_{yy}(\Delta t) & K_{yy}(0) & K_{yy}(\Delta t) \dots K_{yy}((n-2) \cdot \Delta t) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{yy}((n-1) \cdot \Delta t) & K_{yy}((n-2) \cdot \Delta t) & \dots & K_{yy}(0) \end{bmatrix}; \quad (\text{III.15})$$

K_{yx}, w_0 – векторы размерностью $n \times 1$.

Матричное уравнение (III.15) равносильно системе алгебраических уравнений с неизвестными значениями весовой функции $w_0(\kappa \cdot \Delta t)$, которые могут быть определены по методу обращения:

$$w_0 = K_{yy}^{-1} K_{yx} \quad (\text{III.16})$$

Однако метод определения весовой функции $w_0(t)$ по экспериментально вычисленным корреляционным функциям $K_{yy}(t), K_{yx}(t)$ может привести к недопустимо большим искажениям решения векторного уравнения (III.16) при небольших погрешностях в определении $K_{yy}(t)$ и $K_{yx}(t)$, неизбежных в результате любого эксперимента. Известно, что задача идентификации линейного объекта по экспериментально вычисленным корреляционным функциям относится к числу так называемых некорректных задач [67].

Чтобы пояснить смысл некорректности в данном случае, обратимся к понятию плохо обусловленных систем уравнений. Введем в рассмотрение квадратную матрицу A размерностью $n \times n$ и вектор X размерностью $n \times 1$. Будем называть обратную матрицу A^{-1} устойчивой, если малым изменениям элементов матрицы A будут соответствовать малые изменения элементов матрицы A^{-1} . Говорят, что матрица A плохо обусловлена, если соответствующая ей обратная

матрица A^{-1} неустойчива. Мера обусловленности ν матрицы A может быть определена через ее свойства; известно, например, следующее определение меры ν [6]:

$$\nu = \|A\|_3 \|A^{-1}\|_3 = \frac{\max |\lambda_A|}{\min |\lambda_A|}, \quad (\text{III.17})$$

где $\max |\lambda_A|$ и $\min |\lambda_A|$ – наибольшее и наименьшее по модулю собственные значения матрицы A : $\|A\|_3 = \sqrt{\max_{1 \leq i \leq n} \lambda_A^i}$ – норма матрицы A ,

согласованная с нормой вектора $\|\mathbf{x}\|_3 = \sqrt{\sum_{j=1}^n |x_j|^2} = \sqrt{(\mathbf{x}, \mathbf{x})}$; в частности, если матрица A – симметричная, то $\|A\|_3 = \max_i \lambda_A^i$, $i \in \overline{1, n}$. Соответственно системы уравнений типа (III.14) и матрицы с большими значениями мер обусловленности ν называют плохо обусловленными, а с малыми $\nu \geq 1$ – хорошо обусловленными.

Из определения меры обусловленности (III.17) следует, что плохо обусловленная матрица A имеет сильно отличающиеся по модулю собственные значения λ_A^i , в том числе малые по модулю $\lambda_A^i \sim 0$.

Пусть далее $A = K_{yy}$, $w_0 = x$ и $K_{yx} = b$; тогда уравнения (III.14) перепишем в стандартном виде:

$$Ax = b. \quad (\text{III.18})$$

Так как матрица A – симметричная и положительно-определенная, то она имеет полную систему собственных векторов V_r и собственных значений λ_r (корней характеристического уравнения $\det(A - \lambda E) = 0$, где E – единичная матрица):

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r, \dots, \lambda_n \neq 0, \lambda_r > 0;$$

$$V_1, V_2, \dots, V_r, \dots, V_n.$$

Из линейной алгебры известно, что вектор x – решение уравнения (III.18) – может быть представлен в виде

$$x = \sum_{r=1}^n a_r V_r, \quad (\text{III.19})$$

где $a_r = (b, V_r)/r$ и $(b, V_r) = b^T V_r$ – скалярные произведения векторов b и V_r . Если значения компонент вектора b , т.е. взаимной корреляционной функции K_{yx} , отличаются из-за погрешностей эксперимента от истинных значений и вместо вектора b имеем $\tilde{b} = b + \eta$, то решение (III.19) также искажается:

$$\tilde{x} = \sum_{r=1}^n \frac{(b, V_r) + (\eta, V_r)}{\lambda_r} V_r. \quad (\text{III.20})$$

Если среди λ_i имеются малые по величине собственные значения, т.е. матрица $A = K_{yy}$ плохо обусловлена, то из-за второго слагаемого под знаком суммы (III.20) решение \tilde{x} может иметь мало общего с истинным решением x . Задачи с плохо обусловленными матрицами и относятся к числу некорректных задач.

В нашем случае некорректность задачи вычисления текущей импульсной переходной функции объекта $w_0(t)$ возникает, если неудачно выбран интервал квазистационарности, а корреляционные функции на этом интервале затухают медленно. Так как в реальной ситуации может быть и такой случай, то процедура вычисления импульсной переходной функции объекта в блоке идентификации СНС должна предусматривать какие-то меры для устранения некорректности решения исходной задачи.

Корректное решение задачи определения весовой функции $w_0(t)$ из уравнения (III.14) осуществляется путем регуляризации исходной задачи. Методы такой регуляризации, разработанные акад. А.Н.Тихоновым [67], позволяют однозначно определить $w_0(t)$ по экспериментально вычисленным корреляционным функциям $K_{yy}(t), K_{yx}(t)$ с погрешностью, пропорциональной погрешности определения этих функций. Рассмотрим метод регуляризации, использующий вариационный принцип с применением итеративных процедур. Полагаем сначала, что уравнение (III.18) "точное", а его решение x^* будем искать в виде вектора, дающего минимум функционала $J(x) = \|Ax - b\|_3^2$. Если матрица $A \neq 0$, то условием экстремума $J(x)$ по x является условие $J'_x(x) = 2(Ax - b)^T A = 0$ или (что одно и то же) $Ax - b = 0$. Таким образом, вектор x^* , минимизирующий функционал $J(x)$, есть одновременно решение исходного уравнения. В соответствии с градиентным методом при начальном приближении x_0 имеем

$$x_{k+1} = x_k - \gamma J'_x(x_k),$$

где $\gamma > 0$.

Теперь полагаем, что вместо "точного" уравнения (III.18) решается "искаженное", где вместо A и b имеем соответственно \tilde{A} и \tilde{b} такие, что $\|\tilde{A} - A\| \leq \delta$, $\|\tilde{b} - b\| \leq \delta$, $\delta > 0$ – некоторое малое число. В соответствии с методом регуляризации А.Н.Тихонова вместо решения "искаженного" уравнения по методу обращения решается задача на отыскание минимума функционала:

$$J^*(x) = \|\tilde{A}x - \tilde{b}\|^2 + \alpha \Omega(x),$$

где $\Omega(x) = \|x\|_3^2$; $\alpha = \alpha(\delta) > 0$ – так называемый числовой параметр регуляризации, выбираемый таким образом, что при $\delta \rightarrow 0$ и $\alpha \rightarrow 0$. Очевидно, что при $\alpha = 0$ имеем функционал $J(x)$. Функционал $\Omega(x)$ носит название стабилизирующего функционала.

Предположим, что существует единственный вектор \tilde{x} , минимизирующий $J^\alpha(x)$ и определяемый итеративной процедурой при начальном приближении \tilde{x}_0 :

$$x_{k+1} = \tilde{x}_k - \gamma (A^* \tilde{x}_k - b^*), \quad (\text{III.21})$$

где A^* , b^* следуют из $J_k^\alpha \cong \Delta_x J^\alpha(x) = \Delta_x [(Ax, \tilde{A}x) - 2(Ax, \tilde{b}) + (\tilde{b}, \tilde{b})] + \alpha(x, x) = \Delta_x [((\tilde{A}^T \tilde{A} + \alpha E)x, x) - 2(\tilde{A}x, \tilde{b}) + (\tilde{b}, \tilde{b})] = 2[(\tilde{A}^T \tilde{A} + \alpha E)x - \tilde{A}^T \tilde{b}]$, откуда $A^* = \tilde{A}^T \tilde{A} + \alpha E$, $b^* = \tilde{A}^T \tilde{b}$. Надлежащим выбором параметра $\alpha = \alpha(\delta) > 0$ [6, 67] плохо обусловленная задача вычисления импульсной переходной функции объекта по экспериментальным корреляционным функциям заменяется на хорошо обусловленную, решаемую численными методами, и, как показано А.Н.Тихоновым, это решение $\tilde{x}_k \xrightarrow{k \rightarrow \infty} \tilde{x}$ можно принять в качестве приближенного решения исходного уравнения, которое, однако, в значительно меньшей мере подвержено влиянию погрешностей вычисления корреляционных функций.

Рассмотрим теперь кратко основные подходы к экспериментальному определению корреляционных функций по результатам измерений входного и выходного сигналов объекта. Можно выделить две группы методов: использующих пропорциональные множительные устройства и не использующих их [28, 44].

Теоретической основой первой группы методов являются соотношения, справедливые для эргодических случайных процессов $y(t)$ и $x(t)$:

$$\begin{aligned} K_{yy}(\tau) &= \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \hat{y}(t) \hat{y}(t+\tau) dt, \\ K_{yx}(\tau) &= \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \hat{y}(t) \hat{x}(t+\tau) dt, \end{aligned} \quad (\text{III.22})$$

где $\hat{y}(t)$, $\hat{x}(t)$ – центрированные случайные процессы. Корреляционные функции (III.22) являются несмещеными оценками, т.е. их математические ожидания с определенной погрешностью совпадают с истинными функциями $K_{yy}(\ell)$ и $K_{yx}(\ell)$. Разобъем интервал интегрирования $[0, T_1]$ на кванты $\Delta t = T_1/n$; сигналы $\hat{x}(t)$, $\hat{y}(t)$ заменим решетчатыми функциями $\hat{x}(v \cdot \Delta t)$, $\hat{y}(v \cdot \Delta t)$, где $v = 0, 1, \dots, n-1$.

$2, \dots, n-1$. Тогда уравнения (III.22) можно приближенно, но со сколь угодно большой точностью представить в виде

$$\begin{aligned} R_{yy}(\gamma) &\approx \left(\sum_{\nu=0}^{n-1} \tilde{y}_\nu \tilde{y}_{\nu+\gamma} \right) \frac{1}{n-1}, \\ R_{yx}(\gamma) &\approx \frac{1}{n-1} \sum_{\nu=0}^{n-1} \tilde{y}_\nu \tilde{x}_{\nu+\gamma}, \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

где $\gamma = 0, 1, \dots$ определяет переменный сдвиг $\tau = \gamma \cdot \Delta t$.

Замена соотношений (III.22) соотношениями (III.23) означает, что вместо непрерывных функций вычисляются их дискретные значения числом $2n$.

Вторая группа методов базируется на использовании так называемой функции знаковой корреляции, которая определяется как математическое ожидание произведения знаковых функций (сигнум-функций) центрированного случайного процесса $\tilde{x}(t)$ для двух любых значений аргумента t_1, t_2 :

$$R_{xx}(t_1, t_2) = M \{ \operatorname{sgn} \tilde{x}(t_1) \operatorname{sgn} \tilde{x}(t_2) \},$$

$$\text{где } \operatorname{sgn} \tilde{x}(t) = \begin{cases} +1, & \text{если } \tilde{x}(t) > 0, \\ 0, & \text{если } \tilde{x}(t) = 0, \\ -1, & \text{если } \tilde{x}(t) < 0. \end{cases}$$

Для стационарных и эргодических случайных процессов справедливы следующие знаковые корреляционные функции:

$$\begin{aligned} R_{yy}(\gamma) &= \frac{1}{n-1} \sum_{\nu=0}^{n-1} \operatorname{sgn} \tilde{y}_\nu \operatorname{sgn} \tilde{y}_{\nu+\gamma}, \\ R_{yx}(\gamma) &= \frac{1}{n-1} \sum_{\nu=0}^{n-1} \operatorname{sgn} \tilde{y}_\nu \operatorname{sgn} \tilde{x}_{\nu+\gamma}, \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

где $\gamma = 0, 1, \dots$

Между знаковой и обычной корреляционными функциями существует связь в виде $R_{yy}(\gamma) = \sin \left[\frac{\pi}{2} R_{yy}(\gamma) \right]$, где $R_{yy}(\gamma)$ – нормированная обычная корреляционная функция.

Наряду с использованием метода знаковой корреляции, который, как это следует из (III.24), исключает операцию перемножения непрерывных или дискретных значений сигналов, можно использовать метод, основанный на измерении релейной функции корреляции:

$$R_{yy}(\tau) = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \tilde{y}(t) \operatorname{sgn} \tilde{y}(t-\tau) dt, \quad (\text{III.25})$$

$$K_{yy}(\tau) = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \tilde{x}(t) \operatorname{sgn} \tilde{y}(t-\tau) dt.$$

Однако правая и левая части уравнений (III.25) однозначно соответствуют друг другу в интервале изменения аргумента $0 \leq t \leq T_1$, строго говоря, лишь для стационарных в узком смысле сигналов $\tilde{x}(t)$ и $\tilde{y}(t)$ [44].

К первой группе методов можно отнести метод, заключающийся в определении корреляционной функции в виде суммы членов разложения ее в ряд по ортогональным функциям Лагерра, Чебышева, Уолша и др., но где также используются пропорциональные множительные устройства. Известные аппаратурные решения коррелометров используют определения корреляционных функций в виде (III.23) – в цифровых коррелометрах, (III.24) – в аналого-цифровых коррелометрах типа "знак-знак"; (III.25) – релейных коррелометрах. Так как в соответствии с решением уравнения (III.16) по методу обращения или итеративным путем в соответствии с (III.21) требуется знание всех $2p$ ординат $K_{yy}(l)$ и $K_{yx}(l)$ одновременно, то становится целесообразным применение многоканального коррелометра. Для ознакомления с конкретными техническими решениями коррелометров, пригодных и для использования в блоке идентификации СНС, следует обратиться к специальной литературе [28, 44].

Вычисление оптимальной импульсной переходной функции регулятора $w_p^*(l)$ по известной $w^*(t)$ разомкнутого основного контура и вычисленной текущей $w_o(t)$ на интервале $[0, T_1]$ из интегральных уравнений (III.12) также целесообразно осуществлять итеративным путем, тем более, что в данном случае это сделать довольно просто. Для этого от первого интегрального уравнения в системе (III.12) перейдем к его дискретному эквиваленту:

$$w^*(k \cdot \Delta t) = \sum_{l=0}^{n-1} w_p^*[(k-l) \cdot \Delta t] w_o(l \cdot \Delta t),$$

где, как и раньше, $\Delta t = T_1/n$; для физически реализуемых эвеньев на интервале квазистационарности $k \geq l$, а потому матрица w_p^* в управлении $w^* = w_p^* w_o$ является левой треугольной матрицей размерностью $n \times n$:

$$w_p^* = \begin{bmatrix} w^*(0) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ w_p^*(\Delta t) & w_p^*(0) & 0 & \dots & 0 \\ w_p^*(2 \cdot \Delta t) & w_p^*(\Delta t) & w_p^*(0) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix},$$

$$w_p^* = \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ w_p^*(i \cdot \Delta t) & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ w_p^*((n-1) \cdot \Delta t) & w_p^*((n-2) \cdot \Delta t) & \cdots & \cdots & w_p^*(0) \end{bmatrix},$$

а векторы w^* , w_0 обладают размерностью ($n \times 1$):

$$w^* = \begin{bmatrix} w^*(0) \\ w^*(\Delta t) \\ \cdots \\ w^*(i \cdot \Delta t) \\ \cdots \\ w^*((n-1) \cdot \Delta t) \end{bmatrix}, \quad w_0 = \begin{bmatrix} w_0(0) \\ w_0(\Delta t) \\ \cdots \\ w_0(i \cdot \Delta t) \\ \cdots \\ w_0((n-1) \cdot \Delta t) \end{bmatrix}.$$

Вычисление компонент матрицы $w_p^* = \{w_{pi}^*\}_{i=0}^{n-1}$ осуществляется последовательно для значений $i = 0, 1, \dots, n-1$:

$$w_p^*(i \cdot \Delta t) = \frac{w^*(i \cdot \Delta t) - \sum_{v=1}^{i-1} w_p^*[(i-v) \cdot \Delta t] w_0(v \cdot \Delta t)}{w_0(0)} \quad (\text{III.26})$$

при $i > v$. Если $i \leq v$, то суммы по индексам $v = 1, 2, \dots, i$ обращаются в нуль.

Регулирующее воздействие на входе объекта определяется как свертка сигнала рассогласования $\epsilon(t)$ в основном контуре с вычисленной весовой функцией $w_p^*(t)$, т.е.

$$y(\kappa \cdot \Delta t) = \sum_{l=0}^{n-1} \epsilon[(\kappa-l) \cdot \Delta t] w_p^*(l \cdot \Delta t) \cdot \Delta t \quad (\text{III.27})$$

для всех $\kappa \geq l = 0, 1, \dots, n-1$.

Упрощенная блок-схема аналитической СНС, в основу работы которой положены решения численными методами интегральных уравнений (III.12) вычисления в соответствии с (III.26) и (III.27), изображена на рис.35. Блок идентификации объекта регулирования (*ОР*) СНС включает в себя аналого-цифровой преобразователь (*АЦП*) сигналов основного контура $\epsilon(t)$ и $x(t)$, оперативное запоминающее устройство (*ОЗУ*), арифметическое устройство (*АУ1*). Запоминающее устройство предназначено для хранения измеренных и центрированных значений $\tilde{x}(t)$, $\tilde{y}(t)$ и $\tilde{\epsilon}(t)$, необходимых для вычислений $K_{yy}(l)$, $K_{yx}(l)$ и $y(t)$ в соответствии с формулами (III.23) и (III.27), хранения вычисленных ординат корреляционных

функций, ординат импульсной переходной функции объекта $w_o(t)$ и ординат оптимальной импульсной переходной функции регулятора $w_p^*(t)$. Арифметическое устройство $AU1$ осуществляет операции усреднения, умножения, масштабирования и суммирования при вычислениях $K_{yy}(t)$, $K_{yx}(t)$ и $w_o(t)$. Блок самонастройки СНС включает в себя долговременное запоминающее устройство (DZY), где хранятся ординаты расчетной оптимальной импульсной переходной функции разомкнутого основного контура $w^*(t)$, арифметическое устройство $AU2$, необходимое для вычислений значений $w_p^*(t)$ в соответствии с рекуррентным соотношением (III.26) и регулирующим воздействием $y(t)$ в соответствии с (III.27), и цифроаналоговый преобразователь ($ЦАП$). Сдвиг значений $\epsilon(t)$ на $\tau = \ell \cdot \Delta t$ осуществляется в ячейках памяти оперативного запоминающего устройства. Блок самонастройки СНС является одновременно и регулятором (P) основного контура. Устройство управления ($УУ$) обеспечивает синхронизацию устройств в блоках идентификации и самонастройки. В целом же СНС описанного типа, исключая объект, исполнительные устройства, представляет собой специализированную вычислительную машину [4], предназначенную для вычислений в соответствии с выражениями (III.12), (III.21), (III.23), (III.26) и (III.27).

Время полного цикла (t_u) самонастройки состоит из времени измерений и записи сигналов $\epsilon(t)$ и $x(t)$ в OZY на интервале $0 \leq t \leq T_1$; времени вычисления корреляционных функций $K_{yy}(t)$, $K_{yx}(t)$, равного t_k ; времени вычисления импульсной переходной функции объекта, равного $t_0 = v \cdot \Delta t_0$, где v – число итераций процесса (III.21), а Δt_0 – длительность одной итерации; времени вычисления опти-

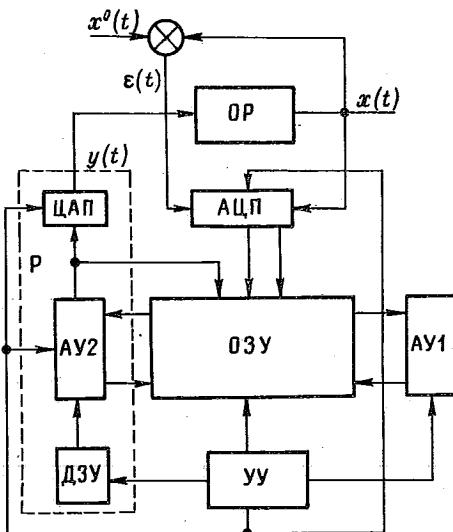


Рис.35.

мальной импульсной переходной функции регулятора, равного $t_p = \mu \cdot \Delta t$, где μ - число итераций; и времени свертки сигнала рас-согласования $\varepsilon(t)$ с $w_p^*(t) - t_y$.

Таким образом, время $t_u \geq t_1 + t_n + t_0 + t_p + t_y$, и интервал квазистационарности определяется временем $t \geq t_u$.

В заключение отметим, что наряду с необходимостью регуляризации алгоритма вычисления текущей импульсной переходной функции, изложенный метод идентификации объекта в замкнутом контуре применим при отсутствии случайных помех, действующих на элементы основного контура извне. В противном случае из-за обратной связи полезный сигнал на входе объекта коррелирован с помехой, и второе уравнение в системе (III.12) не выполняется.

§ 3. Инвариантные самонастраивающиеся системы с моделями вариаций уравнений объекта

В основу рассматриваемого в этом параграфе типа СНС положены идеи теории инвариантности, рассмотренные в § 3 гл. I, в частности принцип двухканальности акад. Б. Н. Петрова [54]. В соответствии с этим принципом образование двух каналов передачи сигнала позволяет скомпенсировать возмущенные движения в основном контуре, порожденные нестационарным характером объекта, а также влияние возмущений внешней среды. Как и ранее, предполагается, что нестационарность объекта вызвана неконтролируемыми, в общем случае произвольными изменениями коэффициентов линейного дифференциального уравнения известного порядка относительно некоторых номинальных значений. Произвол в изменении коэффициентов уравнения ограничим условиями квазистационарности и заданной областью изменения.

Рассмотрим применение указанного принципа для синтеза основного контура, где объект с одним входом и одним выходом описывается линейным дифференциальным уравнением n -го порядка с переменными коэффициентами

$$\sum_{j=0}^n d_j(t) \frac{d^j x(t)}{dt^j} = \sum_{j=0}^m n_j(t) \frac{d^j y(t)}{dt^j}, \quad m \leq n. \quad (\text{III.28})$$

Полагая, как обычно, $d/dt = p$, введем следующие операторные обозначения:

$$D(p, t) = \sum_{j=0}^n d_j(t) p^j = \sum_{j=0}^n (d_j^0 + \Delta d_j(t)) p^j = D_0(p) + \Delta D(p, t), \quad (\text{III.29})$$

$$N(p,t) = \sum_{j=0}^m n_j(t) p^j = \sum_{j=0}^m (n_j^0 + \Delta n_j(t)) p^j = N_0(p) + \Delta N(p,t). \quad (\text{III.30})$$

Здесь операторы с постоянными коэффициентами $D_0(p) \sum_{j=0}^m a_j^0 p^j$ и $N_0(p) = \sum_{j=0}^m n_j^0 p^j$ определяют некоторый расчетный желаемый режим работы объекта управления, соответствующий стационарному минимально-фазовому динамическому звену. Операторы $\Delta D(p,t) = \sum_{j=0}^m \Delta d_j(t) p^j$ и $\Delta N(p,t) = \sum_{j=0}^m \Delta n_j(t) p^j$ характеризуют нестационарность объекта, вызванную медленными изменениями коэффициентов объекта относительно коэффициентов расчетного режима $\Delta d_j(t) = d_j(t) - d_j^0$ и $\Delta n_j(t) = n_j(t) - n_j^0$.

Таким образом, связь входной и выходной координат объекта (рис.36, а) может быть записана в виде операторного уравнения

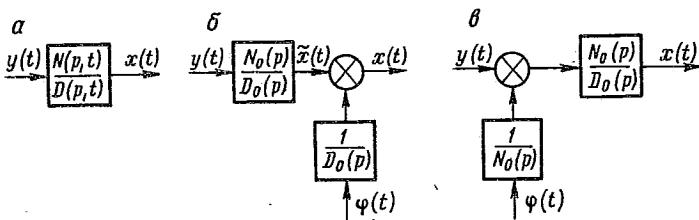


Рис.36.

$$D(p,t) \cdot x(t) = N(p,t) \cdot y(t),$$

где символ (\cdot) означает операцию преобразования переменных $x(t)$, $y(t)$ дифференциальными операторами соответственно $D(p,t)$ и $N(p,t)$. Учитывая принятую модель объекта и предполагая, как и ранее, медленность дрейфа параметров $d_j(t)$ и $n_j(t)$, перепишем (III.28):

$$\sum_{j=0}^m a_j^0 p^j x(t) = \sum_{j=0}^m n_j^0 p^j y(t) - \sum_{j=0}^m \Delta d_j(t) p^j x(t) + \sum_{j=0}^m \Delta n_j(t) p^j y(t),$$

или более кратко

$$D_0(p)x(t) = N_0(p)y(t) + \varphi(t), \quad (\text{III.31})$$

$$\text{где } \varphi(t) = \Delta N(p,t) \cdot y(t) - \Delta D(p,t) \cdot x(t).$$

Составляющую $\varphi(t)$ в правой части уравнения (III.31) можно назвать возмущенным движением, вызванным нестационарным характером

ром коэффициентов $n_i(t)$ и $d_j(t)$. В соответствие уравнению (III.31) можно поставить структуру объекта, изображенную на рис.36, б, или после переноса точки суммирования на вход - в виде структуры, показанной на рис.36, в. Из рис.36, б следует, что если входную координату $y(t)$ заменить суммой двух координат $y(t) = \mu(t) - x_k(t)$, где $\mu(t)$ - некоторая новая входная координата; $x_k(t)$ - сигнал компенсации, выбранный в виде

$$x_k(t) = [N_0(p)]^{-1} \psi(t), \quad (\text{III.32})$$

то выходная координата нестационарного объекта $x(t) \equiv \ddot{x}(t)$, при чем $\ddot{x}(t)$ определена как выходная координата объекта с номинальными коэффициентами n_j^0, d_j^0 . Так как координата $\ddot{x}(t)$ не зависит от изменений $\Delta n_j(t)$ и $\Delta d_j(t)$, то равенство (III.32) можно определить как условие абсолютной инвариантности выходной координаты $x(t)$ относительно изменений коэффициентов дифференциального уравнения объекта.

Для формирования сигнала компенсации $x_k(t)$ необходимо иметь звено компенсации с постоянной передаточной функцией $W_k(p) = N_0^{-1}(p)$, где $N_0(p)$ - известный полином, и выделять координату $\psi(t)$. В

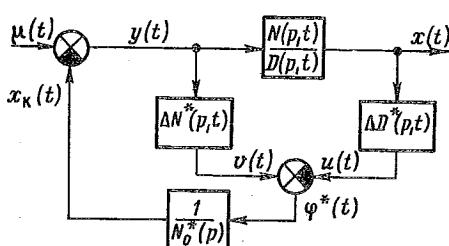


Рис.37.

соответствии с (III.33) для этого требуется измерять координаты $y(t)$ и $x(t)$ на входе и выходе объекта, пропустить их через линейные фильтры с нестационарными операторами $\Delta N(p,t)$ и $\Delta D(p,t)$ и сравнить соответствующие реакции этих фильтров. Струк-

турная схема, иллюстрирующая эти построения, изображена на рис.37, где знак * означает, что звенья с операторами $N_0^*(p)$, $\Delta N^*(p,t)$, $\Delta D^*(p,t)$ являются дополнительно вводимыми звеньями к объекту и, вообще говоря, $N_0^*(p) \neq N_0(p)$, $\Delta N^*(p,t) \neq \Delta N(p,t)$, $\Delta D^*(p,t) \neq \Delta D(p,t)$. Объект с оператором $\frac{N(p,t)}{D(p,t)}$, дополненный двумя каналами - дифференциально включенные связями - и звеном компенсации $W_k(p)$, будем называть обобщенным настраиваемым объектом (ОНО) [54]. Дифференциально включенные связи $\Delta N^*(p,t)$ и $\Delta D^*(p,t)$ являются моделями вариаций соответственно правой и левой частей уравнения объекта, отсюда следует и название рассматриваемого типа СНС.

Дополним обобщенный настраиваемый объект регулятором с постоянной передаточной функцией $W_r(p) \frac{R(p)}{Q(p)}$, параметры которой определяются любым известным образом для номинальных значений коэффициентов n_j^0 , d_j^0 объекта и критерия оптимальности Q_1 . Структурная схема основного контура с регулятором и объектом изображена на рис.38. На интервале квазистационарности можно записать передаточную функцию замкнутого контура:

$$\Phi(p, t) \approx \Phi(p) = \frac{R(p) N_0^*(p) \times}{Q(p)[(N_0^*(p) + \Delta N^*(p))(D_0(p) + \Delta D(p))] - (\text{III.33})} \\ \times \frac{(N_0(p) + \Delta N(p))}{-\Delta D^*(p)(N_0(p) + \Delta N(p))} + R(p) N_0^*(p)(N_0(p) + \Delta N(p))$$

Если в этом выражении выполнить тождества $N_0^*(p) \equiv N_0(p)$, $\Delta N^*(p) \equiv \Delta N(p)$, $\Delta D^*(p) \equiv \Delta D(p)$, которые, как и соотношение (III.32), можно назвать условиями абсолютной инвариантности, то

$$\Phi_0(p) = \frac{x(p)}{x^0(p)} = \frac{R(p) N_0(p)(N_0(p) + \Delta N(p))}{[Q(p) D_0(p) + R(p) N_0(p)](N_0(p) + \Delta N(p))}. \quad (\text{III.34})$$

Влияние параметрических возмущений ΔD компенсируется в соответствии с принципом двухканальности за счет дополнительного канала передачи этих возмущений ΔD^* , в то время как влияние параметрического возмущения ΔN осуществляется за счет компенсации нулей передаточной функции объекта полюсами дополнительного канала ΔN^* . Из дальнейшего рассмотрения будет ясно, что компенсация влияния возмущений внешней среды осуществляется в соответствии с принципом двухканальности.

Однако возникает вопрос о физической реализуемости основного контура с инвариантными свойствами. Ответ на этот вопрос можно дать, если проанализировать: а) грубость (по А.А.Андронову) синтезированного основного контура [39]*; б) структурную

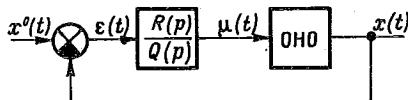


Рис.38.

* Необходимым условием грубости линейной системы является равенство порядков исходного уравнения и уравнения этой же системы при выполнении условий абсолютной инвариантности; доста-

устойчивость; в) физическую осуществимость звеньев ΔN^* , ΔD^* .

Выпишем для квазистационарного случая характеристическое уравнение замкнутого контура:

$$L(p) = Q(p)[(N_0^*(p) + \Delta N^*(p))(D_0(p) + \Delta D(p)) - \Delta D^*(p)(N_0(p) + \Delta N(p))] + \\ + R(p)N_0^*(p)(N_0(p) + \Delta N(p)) = 0. \quad (\text{III.35})$$

Порядок характеристического уравнения (III.35) определяется числом $\ell = q + m + n$, где ℓ – порядок полинома $L(p)$; q – порядок полинома $Q(p)$; m – порядок оператора $N(p, t)$; n – порядок оператора $D(p, t)$, причем $n \geq m$. При выполнении условий абсолютной инвариантности координаты $x(t)$ порядок характеристического уравнения

$$L_0(p) = (Q(p)D_0(p) + R(p)N_0(p))(N_0(p) + \Delta N(p)) = 0 \quad (\text{III.36})$$

опять определяется числом ℓ , и, таким образом, необходимое условие грубости выполняется.

Для установления достаточных условий грубости обратимся к передаточной функции основного контура (III.34). Как видно из этого выражения, компенсация движения объекта, обусловленного изменениями коэффициентов уравнения $n_j(t)$ и $d_j(t)$ приводит к возможности сокращения полинома $N_0(p) + \Delta N(p)$ в числителе и знаменателе, т.е. в абсолютно инвариантной системе рассматриваемого типа появляются ненаблюдаемая и неуправляемая части. Если предположить, что составляющая характеристического уравнения основного контура $L_1(p) = Q(p)D_0(p) + R(p)N_0(p)$ имеет корни, строго лежащие в левой полуплоскости, то сокращение полинома $N_0(p) + \Delta N(p)$ в числителе и знаменателе (III.34) не изменяет сделанного заключения об устойчивости основного контура. Однако из уравнения (III.36) следует, что если вариация коэффициентов полинома $N(p, t)$ приводит к перемещению корней уравнения $N(p, t) = 0$ в правую полуплоскость, то среди корней характеристического уравнения порядка ℓ абсолютно инвариантной системы часть корней $\omega_\mu (\mu \leq m)$ имеет $\operatorname{Re} \omega_\mu > 0$, и синтезированная структура на самом деле неустойчива.

точное условие включает в себя дополнительно требование о расположении всех корней характеристического уравнения абсолютно инвариантной системы строго в левой полуплоскости.

Таким образом, достаточное условие грубости в данной структуре основного контура выполняется, если в процессе работы системы среди нулей передаточной функции объекта не появляются нули ω_m с $\operatorname{Re} \omega_m > 0$. В противном случае передаточная функция регулятора должна выбираться с учетом дополнительных ограничений на физическую осуществимость основного контура с обобщенным настраиваемым объектом. (Более подробно об этом см. в [30, 54].)

Выполнение указанных необходимых и достаточных условий грубости приводит к выполнению и структурной устойчивости.

Физическая осуществимость рассматриваемого контура с обобщенным настраиваемым объектом тесно связана с возможностью построения моделей вариаций $\Delta N^*(p,t)$ и $\Delta D^*(p,t)$, которые представляют собой комбинацию линейных дифференциальных операторов p, p^2, \dots , где $p \frac{d}{dt}$, с переменными коэффициентами Δn_j и Δd_j ($j = 0, 1, 2, \dots$)

Реализация таких операторов, как известно, может быть лишь приближенной, хотя и с высокой степенью приближения. Например, дифференцирующее звено $\Delta n(t)p \simeq \Delta n(t)p(\tau p + 1)^{-1}$, где $\tau \ll \min \Delta n(t)$, причем современные элементы автоматики легко позволяют осуществить $\tau^{-1} \cdot \min \Delta n(t) > 10^4$. Однако в силу приближенности реализации моделей $\Delta N^*(p,t)$ и $\Delta D^*(p,t)$ выполнение условий абсолютной инвариантности оказывается практически невозможным, и речь может идти об инвариантности до ϵ .

Физическая осуществимость инвариантных свойств основного контура зависит, наконец, от возможности определения текущих значений переменных коэффициентов $\Delta n_j(t)$, $\Delta d_j(t)$ моделей вариаций. Так как по условию синтеза известны номинальные или расчетные значения коэффициентов n_j^0, d_j^0 , то вычисление $\Delta n_j(t)$, $\Delta d_j(t)$ требует определения текущих значений коэффициентов уравнения объекта $n_j(t)$, $d_j(t)$. По известным $n_j(t)$ и n_j^0, d_j^0 и $d_j(t)$ вариации определяются просто:

$$\Delta n_j(t) = n_j(t) - n_j^0,$$

$$\Delta d_j(t) = d_j(t) - d_j^0, \quad j = 1, 2, \dots$$

Структурная схема СНС с рассмотренным инвариантным основным контуром, где осуществляются необходимые вычисления $\Delta n_j(t)$, $\Delta d_j(t)$, изображена на рис.39. Структура СНС включает в себя помимо основного контура следующие блоки: блок настраиваемой мо-

дели объекта (НМО) соответствующей передаточной функции $W^*(p,t) = \frac{N^*(p,t)}{D^*(p,t)}$, коэффициенты которого подстраиваются при помощи блока настройки модели (БНМ). Входным сигналом блока настройки модели является рассогласование $\varepsilon_M(t) = x_M(t) - x(t)$; выходными сигналами – сигналы, пропорциональные текущим значениям коэффициентов реального объекта.

Таким образом, в данной части структуры рассматриваемая СНС не отличается от структуры, изображенной ранее на рис.20. Контур самонастройки (на рис.39 обведен пунктиром) включает в

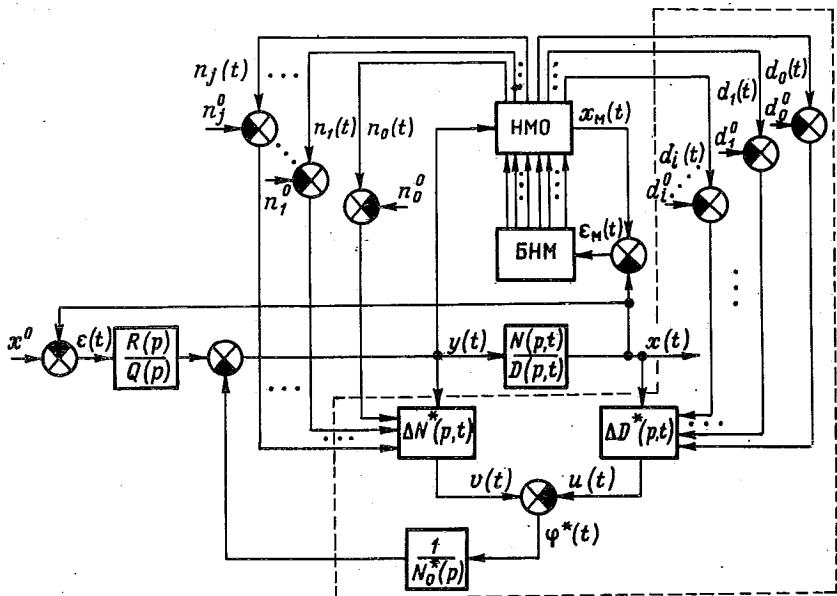


Рис.39.

себя сравнивающие устройства, сигналы с выходов которых, пропорциональные вариациям $\Delta n_j(t)$, $\Delta d_i(t)$, поступают на входы блоков моделей вариаций $\Delta N^*(p,t)$ и $\Delta D^*(p,t)$.

В целом блок идентификации вместе с блоками моделей вариации представляет собой специализированное вычислительное устройство, реализация которого целесообразна с помощью ПВМ.

Рассмотрим алгоритм работы основного контура СНС с дискретным обобщенным настраиваемым объектом [10, 65], ориентированный на использование ЦВМ в предположениях, что, во-первых, каким-либо корректным образом осуществлен переход от непрерывной модели объекта $\mathcal{A}(p, t)$ к дискретной $\mathcal{A}(z^{-1}, t)$, где z^{-1} – оператор сдвига ($z^{-1}: z^{-1}x_t = x_{t-1}$), $t = 0, 1, \dots$ – дискретное время; во-вторых, выполнены требования гипотезы квазистационарности и определен интервал времени квазистационарности (t_0, t_1) и $t_0 < t \cdot T \leq t_1$, где $t = 0, 1, \dots, N$; T – период дискретности; в-третьих, учитывается эквивалентное возмущающее воздействие v_t , приведенное к выходу объекта.

Таким образом, дискретная модель объекта с возмущениями принимается в том виде, каком она изображена на рис.40, где сигналы y_t, w_t, v_t, ξ_t и x_t представляют собой последовательности импульсов (решетчатые функции); $D(z^{-1}, t)$, $N(z^{-1}, t)$ и $H(z^{-1}, t)$ – линейные дискретные операторы с переменными параметрами каналов передачи входной y_t (управляющей) и возмущающей ξ_t последовательностей. Дискретной модели объекта удовлетворяют уравнения

$$\begin{aligned} D(z^{-1}, t)w_t &= N(z^{-1}, t)y_t, \\ x_t &= w_t + v_t, \\ v_t &= H(z^{-1}, t)\xi_t, \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

где дискретные операторы $D(z^{-1}, t)$, $N(z^{-1}, t)$ и $H(z^{-1}, t)$ для определенности примем в виде полиномов

$$\begin{aligned} D(z^{-1}, t) &= 1 + \sum_{i=1}^{\ell} d_{i,t} z^{-i} = 1 + \sum_{i=1}^{\ell} (d_i^0 + \Delta d_{i,t}) z^{-i} = D_0(z^{-1}) + \Delta D(z^{-1}, t), \\ N(z^{-1}, t) &= \sum_{i=1}^{\ell} n_{i,t} z^{-(i+m)} = \sum_{i=1}^{\ell} (n_i^0 + \Delta n_{i,t}) z^{-(i+m)} = N_0(z^{-1}) + \Delta N(z^{-1}, t), \\ H(z^{-1}, t) &= 1 + \sum_{i=1}^{\ell} h_{i,t} z^{-i} = 1 + \sum_{i=1}^{\ell} (h_i^0 + \Delta h_{i,t}) z^{-i} = H_0(z^{-1}) + \Delta H(z^{-1}, t). \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

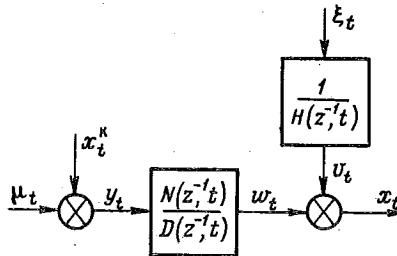


Рис.40.

В системе (III.38), как и в непрерывном случае, полиномы $D_0(z^{-1})$, $N_0(z^{-1})$ и $H_0(z^{-1})$ соответствуют неизменяемой (расчетной) части объекта и воздействий внешней среды, а $\Delta D(z^{-1}, t)$, $\Delta N(z^{-1}, t)$ и $\Delta H(z^{-1}, t)$ описывают дрейф параметров $a_{i,t}$, $n_{i,t}$ и $h_{i,t}$ относительно расчетных значений a_i^0 , n_i^0 и h_i^0 :

$$\begin{aligned}\Delta D(z^{-1}, t) &= \Delta d_{1,t} z^{-1} + \Delta d_{2,t} z^{-2} + \dots + \Delta d_{\ell,t} z^{-\ell}, \\ \Delta N(z^{-1}, t) &= \Delta n_{1,t} z^{-(m+1)} + \Delta n_{2,t} z^{-(m+2)} + \dots + \Delta n_{\ell,t} z^{-(m+\ell)}, \\ \Delta H(z^{-1}, t) &= \Delta h_{1,t} z^{-1} + \Delta h_{2,t} z^{-2} + \dots + \Delta h_{\ell,t} z^{-\ell}.\end{aligned}\quad (\text{III.39})$$

В системах (III.38), (III.39) значение m есть целая часть "чистого" запаздывания объекта τ , т.е. $m = \tau/T = 0, 1, 2, \dots$, и порядок полинома $N(z^{-1}, t)$ на единицу меньше порядка полинома $D(z^{-1}, t)$.

Полагая, что, как и в непрерывном случае (см.рис.37), входное воздействие на объект записывается в виде

$$y_t = \mu_t - x_t^k, \quad (\text{III.40})$$

получаем (пока при $\sigma_t = 0$, т.е. $w_t = x_t$)

$$D_0(z^{-1})w_t = N_0(z^{-1})\mu_t - N_0(z^{-1})x_t^k + \Delta N(z^{-1}, t)y_t - \Delta D(z^{-1}, t)w_t.$$

Если для всех моментов времени t выполняется условие

$$N_0(z^{-1})x_t^k = \Delta N(z^{-1}, t)y_t - \Delta D(z^{-1}, t)w_t, \quad (\text{III.41})$$

то выходная переменная x_t объекта не будет зависеть от вариаций $\Delta d_{i,t}$, $\Delta n_{i,t}$, и условие (III.41) можно назвать условием абсолютной инвариантности $x_t \equiv w_t$ для дискретных моментов времени t относительно параметрических возмущений $\Delta d_{i,t}$, $\Delta n_{i,t}$.

Уравнениям (III.37), (III.40) и (III.41) соответствует дискретная модель обобщенного настраиваемого объекта, аналогичная непрерывной (см.рис.37).

Вычисление компенсирующего воздействия x_t^k по результатам измерений μ_t , y_t и $w_t = x_t$ (напомним, что пока $\sigma_t = 0$) осуществляется по программе, которая следует из уравнений (III.40) и (III.41):

$$x_t^k = \frac{1}{n_{1,t+m+1}} \left\{ \Delta n_{1,t+m+1}\mu_t + \sum_{i=2}^l \Delta n_{i,t+m+1}y_{t-i+1} + \right.$$

$$+ \sum_{i=1}^l \Delta d_{i,t+m+1} w_{t-i+m+1} - \sum_{i=2}^l n_i^0 x_{t-i+1}^k \Big\}. \quad (\text{III.42})$$

Вычисление x_t^k в точном соответствии с (III.42) даже при $m = 0$ физически неосуществимо, так как для этого требуется прогноз значений $n_{i,t}$, $d_{i,t}$. При выполнении гипотезы квазистационарности вместо значений $\Delta n_{i,t+1}$ и $\Delta d_{i,t+1}$ в (III.42) можно использовать прошлые значения $\Delta n_{i,t-1}$, $\Delta d_{i,t-1}$, и в этом случае программа вычислений становится реализуемой, хотя сигнал компенсации x_t^k уже не удовлетворяет условию абсолютной инвариантности для дискретных моментов времени t . Если же $m = 1, 2, \dots$, т.е. запаздывание объекта превышает длительность периода квантования, то выполнение условия инвариантности требует прогноза не только значений параметров $n_{i,t}$, $d_{i,t}$, но и сигнала на выходе объекта w_t . Выполнение гипотезы квазистационарности в отношении параметров $n_{i,t}$, $d_{i,t}$ все же может быть приемлемым для практических задач и приводит к удовлетворительным результатам при использовании СНС с дискретным обобщенным настраиваемым объектом.

П р и м е р. Приведем результаты исследования на ЦВМ СНС с объектом, передаточная функция которого соответствует непрерывному звену 2-го порядка с запаздыванием:

$$W(s) = \frac{\exp(-\tau s)}{(s+1)(0,25s+1)}$$

и импульсным пропорционально-интегральным регулятором с амплитудно-импульсной модуляцией, период дискретности которого равен $T = 0,2$ с. Дискретная модель объекта соответствует разностному уравнению

$$x_{t+1} + d_1 x_t + d_2 x_{t-1} = n_1 y_{t-m} + n_2 y_{t-m-1},$$

где расчетные значения коэффициентов равны: $d_1^0 = -1,18$; $d_2^0 = 0,3$; $n_1^0 = 0,068$; $n_2^0 = 0,046$. При настройке ПИ-регулятора по квадратичному критерию качества получены параметры настройки:

$$\text{a) } m = \tau / T = 0, \quad K_p = 3,33, \quad T_n = 1,4 \text{ с,}$$

$$\text{б) } m = 1,0, \quad K_p = 2,0, \quad T_n = 1,4 \text{ с,}$$

где K_p – коэффициент пропорциональности; T_n – постоянная времени регулирования импульсного ПИ-регулятора. Компенсирующее воздействие x_t^k в системе с обобщенным настраиваемым объектом,

где модель объекта в контуре идентификации описывается разностным уравнением

$$x_{t+1} + d_{1,t}^* x_t + d_{2,t}^* x_{t-1} = n_{1,t}^* y_t + n_{2,t}^* y_{t-1}$$

$(d_{1,t} = d_1^0 + \Delta d_{1,t}, n_{1,t}^* = n_1^0 + \Delta n_{1,t}^*, i = 1, 2)$ согласно выражению (III.42) имеет вид

$$x_t^* = \frac{1}{n_{1,t-1}^*} \left\{ \Delta n_{1,t-1}^* M_t + \Delta n_{2,t-1}^* + \Delta d_{1,t-1}^* w_{t+m} + \Delta d_{2,t-1}^* w_{t+m-1} + n_2^0 x_{t-1}^* \right\}.$$

1. Оценка влияния погрешностей идентификации. Текущие значения параметров: $m=0$; $n_{1,t}^* = n_1^0 + \Delta n_{1,t}^* = 0,068 + 0,15 = 0,218$; $n_{2,t}^* = n_2^0; d_{1,t}^* = d_1^0 = -1,18; d_{2,t}^* = d_2^0 = 0,3$. Конечное время вычислений на ЦВМ учтено в виде запаздывания на период поступления компенсирующего воздействия x_t^* на вход объекта. В результате идентификации текущее значение $n_{1,t}^*$ определялось с погрешностями 10, 20 и 50%. Переходные процессы в основном контуре с обобщенным настраиваемым объектом в этих случаях изображены на рис. 41, а. Аналогичные процессы при $m=1$ изображены на рис. 41, б. Из анализа рис. 41 следует вывод, что динамические свойства контура с обобщенным настраиваемым объектом остаются удовлетворительными без перенастройки параметров ПИ-регулятора при значительных погрешностях идентификации.

2. Сравнительная оценка свойств основного контура с обобщенным настраиваемым объектом и без него. На рис. 42 изображены переходные процессы в основном контуре с обобщенным настраиваемым объектом (кривая 1) и без него (кривая 2), рассчитанные при $\Delta n_1^* = +0,15$ ($n_1^0 = 0,068$); $\Delta n_2^* = 0,01$ ($n_2^0 = 0,046$); $\Delta d_1^* = -0,5$ ($d_1^0 = -1,18$); $\Delta d_2^* = 0,4$ ($d_2^0 = 0,3$); $m=0$ и настройках ПИ-регулятора при расчетных значениях n_i^0 и d_i^0 .

Учет эквивалентного возмущения $\sigma_t \neq 0$ на выходе объекта при выполнении условия абсолютной инвариантности (III.41) приводит к дополнительному возмущенному движению на выходе системы и $x_t \neq w_t$. Потребуем, чтобы компенсация влияния возмущения σ_t осуществлялась путем подачи на вход обобщенного настраиваемого объекта дополнительного сигнала x_t^v , так, как это показано на рис. 43. Необходимым условием компенсации является очевидное соотношение

$$(M_t + x_t^v) \frac{N_0(z^{-1})}{D_0(z^{-1})} + \sigma_t = M_t \frac{N_0(z^{-1})}{D_0(z^{-1})},$$

откуда компенсирующий сигнал

$$x_t^{\sigma} = - \frac{D_0(z^{-1})}{N_0(z^{-1})} \sigma_t . \quad (\text{III.43})$$

Однако в реальной ситуации выполнение полученного условия компенсации невозможно потому, во-первых, что для вычисления x_t^{σ} требуется непосредственное измерение эквивалентного возмущения σ_t в моменты $t = 0, 1, \dots$, во-вторых, должны использоваться будущие значения σ_t (по отношению к текущим значениям x_t^{σ}). Последнее вытекает из того, что порядок полинома $D_0(z^{-1})$ выше порядка полинома $N_0(z^{-1})$. Как и ранее, эту трудность можно обой-

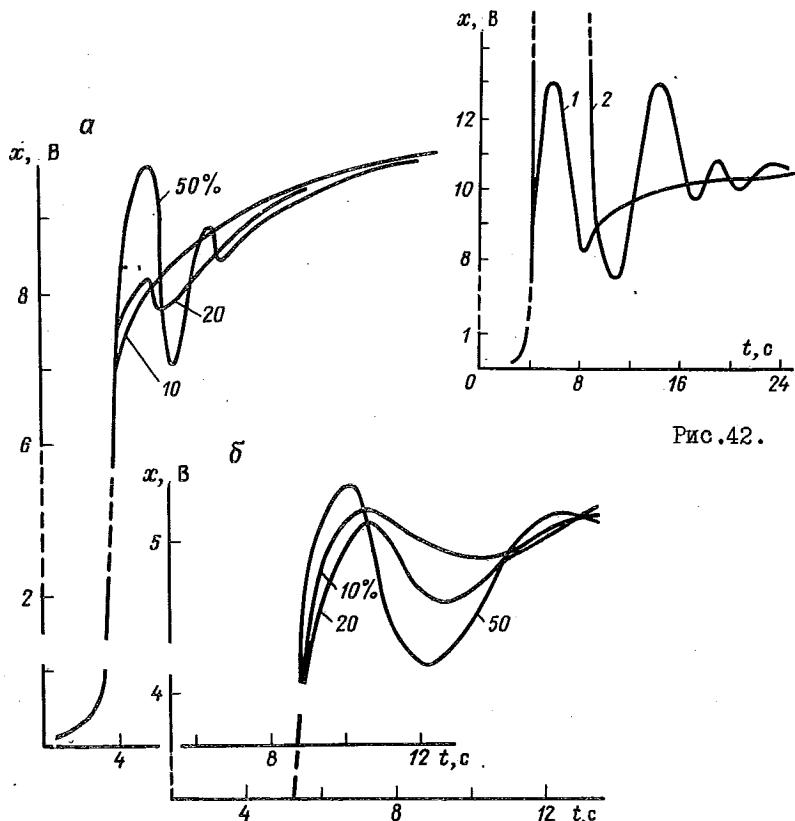


Рис.42.

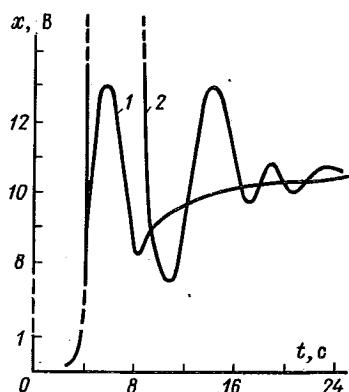


Рис.41.

III3

ти, если вместо последовательности φ_t в (III.43) использовать ее прогноз $\hat{\varphi}_t$ на один период T , если порядок полинома $N_0(z^{-1})$ по z на один меньше порядка полинома $D_0(z^{-1})$ (как и было принято в данном случае) и на r периодов T , если разность порядков $D_0(z^{-1})$ и $N_0(z^{-1})$ составляет r .

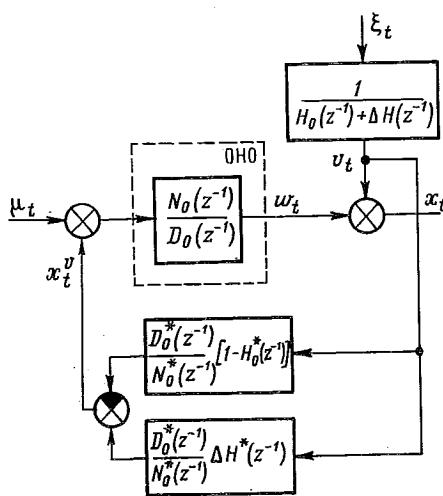


Рис.43.

$$x_t^* = -\frac{D_0^*(z^{-1})}{N_0^*(z^{-1})} \hat{\varphi}_t = -\frac{D_0^*(z^{-1})}{N_0^*(z^{-1})} [1 - H_0^*(z^{-1})] \times \varphi_t + \frac{D_0^*(z^{-1})}{N_0^*(z^{-1})} \Delta H^*(z^{-1}) \varphi_t. \quad (\text{III.45})$$

В (III.45) и на схеме рис.43, иллюстрирующей рассматриваемый способ компенсации влияния вариаций ΔH и тем самым возмущений φ_t^* , звездочкой отмечены звенья системы, реализуемые тем или иным образом как дополнительные к основному контуру с обобщенным настраиваемым объектом.

Реализация условия компенсации (III.45) приводит к тому, что влияние возмущающих факторов на объект, учитываемое в виде эквивалентного возмущения φ_t , приведенного к выходу объекта, компенсируется с точностью до порождающего его воздействия ξ_t , что легко проверяется непосредственной подстановкой x_t^* в (III.43). К сожалению, большего сделать нельзя, если только измеряется φ_t .

Заметим, что выполнение условия компенсации эквивалентного возмущения φ_t с точностью до ξ_t с учетом вариаций ΔH есть, по

и $N_0(z^{-1})$ составляет r . В нашем случае достаточен одношаговый прогноз, реализуемый в виде

$$\hat{\varphi}_t = [1 - H(z^{-1})] \varphi_t = h_1 v_{t-1} + \dots + h_l v_{t-l}$$

или с учетом вариаций ΔH :

$$\hat{\varphi}_t = [1 - H_0(z^{-1})] \varphi_t - \Delta H(z^{-1}) v_t. \quad (\text{III.44})$$

Подставляя равенство (III.44) в условие компенсации (III.43), получим, что

существу, реализация классического принципа управления по возмущению.

Структурная схема инвариантной СНС с дискретным обобщенным настраиваемым объектом в основном контуре, где при выполнении условий компенсации (III.41) и (III.45) достигается инвариантность выходной последовательности x_t к вариациям ΔD , ΔN , ΔH и к возмущению σ_t , изображена на рис.44. Регулятор (P) в основном контуре выполняется в виде аналогового либо цифрового устройства. Если задачей основного контура является стабилизация объекта, то регулятор можно исключить и разомкнуть главную обратную связь, при этом $\mu_t = x_t^0$. Роль стабилизирующего регулятора в этом случае играют блоки моделей вариаций, операторы которых помечены на рис.44 звездочкой (как и операторы всех остальных блоков, реализуемых дополнительно к исходному основному контуру). Регулятор в цепи главной обратной связи необходим для программного управления объектом.

Из схем основного контура инвариантной СНС следует также, что наряду с необходимостью оценивания текущих значений параметров $d_{i,t}$, $n_{i,t}$ и $h_{i,t}$ требуется одновременно и решение задачи фильтрации сигнала x_t для определения значений оценок последовательностей \hat{w}_t и \hat{v}_t , поскольку непосредственное изменение w_t и v_t в реальных условиях невозможно. Блок идентифи-

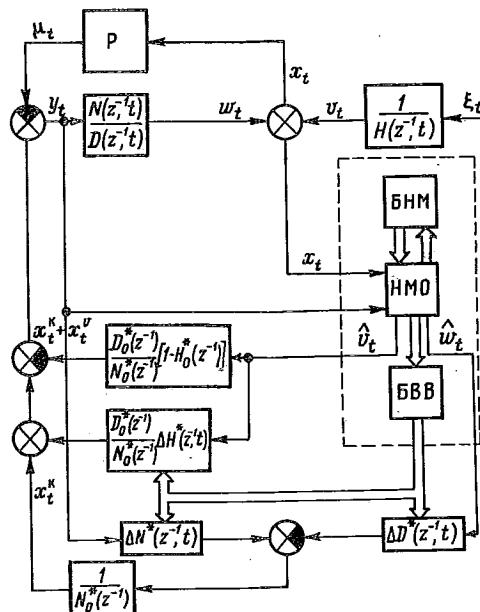


Рис.44.

кации (обозначен пунктиром) на рис.44 включает в себя блок настройки модели (*БНМ*), блок настраиваемой модели объекта (*НМО*), в котором наряду с вычислением значений оценок параметров $n_{i,t}$, $d_{i,t}$, $h_{i,t}$ вычисляется прогноз \hat{w}_t и \hat{v}_t . Значения оценок вариаций $\Delta n_{i,t}$, $\Delta d_{i,t}$ и $\Delta h_{i,t}$ вычисляются в блоке вычисления вариаций (*БВВ*). Замена текущих значений сигналов w_t , v_t и параметров $n_{i,t}$, $d_{i,t}$, $h_{i,t}$ их оценками, необходимая для физической реализации изложенного принципа построения СНС, приводит, вообще говоря, к замене исходной задачи другой, эффективность решения которой с позиций достижения низкой чувствительности динамических свойств основного контура к неконтролируемым изменениям свойств объекта и воздействий внешней среды требует дополнительного анализа.

Г л а в а IV

ПРЯМОЕ АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМАХ

В настоящей главе развивается первый подход (см. § 5 гл.I) к построению непрерывных автоматических систем с прямым адаптивным управлением и заданной эталонной моделью. Для настройки регулятора в основном контуре в таких системах не используется информация о текущих значениях параметров объекта управления, т.е. речь идет о СНС безидентификационного типа. В гл.III были рассмотрены СНС этого типа и в том числе СНС с эталонной моделью, в которой для самонастройки использовался метод вспомогательного оператора. В данной и следующей, пятой, главах в основу работы систем с прямым адаптивным управлением также положена идея эталонной модели, но процесс адаптации в них определяется как процедура решения задачи численной оптимизации некоторой функции или функционала обобщенной ошибки основного контура. В ряде случаев такой подход оказывается практически приемлемым с учетом скорости процесса адаптации. При этом, однако, не приходится говорить об оптимизации свойств системы, так как при неизвестных значениях параметров объекта невозможно получить оптимальные, например по минимуму квадратичного критерия, настройки регулятора. Предельные динамические свойства задаются ненастраиваемой эталонной моделью основного контура [18], и судить о близости ее к истинному состоянию системы трудно из-за отсутствия сведений об объекте. Далее мы рассмотрим общий подход к проектированию алгоритмов адаптации без идентификации объекта, некоторые частные алгоритмы с измерением производных и с использованием наблюдателей, а также рекомендации по оценке свойств подобных СНС.

§ 1. Представление прямого адаптивного управления как задачи численной оптимизации

Рассмотрим обобщенный подход к проектированию алгоритмов прямого адаптивного управления, используя для простоты одномерный объект с одним входом и одним выходом (это позволит уделить внимание главному, не теряя общности).

Итак, пусть объект управления описывается дифференциальным уравнением вида

$$x^{(n)} + \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^{(i)} = \sum_{j=0}^m b_j y^{(j)}, \quad (\text{IV.1})$$

а эталонное движение, определяющее заданную реакцию системы на задающее воздействие $x_0(t)$, – уравнением

$$x_M^{(n)} + \sum_{i=0}^{n-1} a_{Mi} x_M^{(i)} = \sum_{j=0}^k b_{Mj} x_0^{(j)}. \quad (\text{IV.2})$$

Мы сознательно говорим о порождающем уравнении, а не об эталонной модели, так как реализация эталонной модели может значительно отличаться, вплоть до порядка (это будет показано далее), от системы, описываемой уравнением (IV.2).

Необходимо обеспечить такое управление $y(t)$, чтобы с течением времени движение системы приближалось к эталонному. Это может быть записано в виде

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} (x_M - x) = 0. \quad (\text{IV.3})$$

Покажем, что такое управление существует, и определим закон, которому оно подчиняется. Для этого вычтем (IV.1) из (IV.2). В результате

$$x_M^{(n)} - x^{(n)} + \sum_{i=0}^{n-1} a_{Mi} x_M^{(i)} = \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^{(i)} + \sum_{j=0}^k b_{Mj} x_0^{(j)} - \sum_{j=0}^m b_j y^{(j)}.$$

Вычтем из левой и правой части этого выражения член $\sum_{i=0}^{n-1} a_{Mi} x^{(i)}$, тогда с учетом обозначения $\varepsilon_1 = x_M - x$ получим

$$\varepsilon_1^{(n)} + \sum_{i=0}^{n-1} a_{Mi} \varepsilon_1^{(i)} = \sum_{i=0}^{n-1} (a_i - a_{Mi}) x^{(i)} + \sum_{j=0}^k b_{Mj} x_0^{(j)} - \sum_{j=0}^m b_j y^{(j)}. \quad (\text{IV.4})$$

Правая часть выражения (IV.5) определяет искомый закон формирования управляющего воздействия. Действительно, при выполнении условия

$$\sum_j b_j y^{(j)} = \sum_i (a_{Mi} - a_i) x^{(i)} + \sum_j b_{Mj} x_0^{(j)} \quad (\text{IV.5})$$

получим $\varepsilon_1^{(n)} + \sum_{i=0}^{n-1} a_{Mi} \varepsilon_1^{(i)} = 0$. Тогда, если уравнение (IV.2) обеспечивает устойчивое движение, то выполняется и условие (IV.3).

Как следует из условия (IV.5), для устойчивости регулятора необходимо, чтобы уравнение $\sum_j b_j y^{(j)} = 0$ было устойчивым.

В соответствии с (IV.5) регулятор должен описываться уравнением

$$\sum_{j=0}^m \beta_j y^{(j)} = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i x^{(i)} + \sum_{j=0}^k b_{mj} x_0^{(j)}. \quad (\text{IV.6})$$

Настройка параметров должна обеспечить выполнение условий

$$\begin{aligned} \alpha_i &= a_i - a_{im}, \quad i = 0, 1, \dots, n-1; \\ \beta_j &= b_j, \quad j = 0, 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (\text{IV.7})$$

При их выполнении всегда, как мы уже показали, обеспечивается выполнение условия (IV.3).

Таким образом, необходимо найти некоторую величину, однозначно определяемую отклонением настроек регулятора от эталонных, заданных условиями (IV.7). Желательно, чтобы искомая величина мгновенно реагировала на отклонения параметров регулятора или объекта управления. Для нахождения такой величины обратимся еще раз к уравнению (IV.4). Правая часть его мгновенно откликается на изменения параметров объекта или эталонной модели. Для определения ее связи с параметрами регулятора разрешим уравнение (IV.6) относительно $y^{(m)}$ и подставим его в (IV.4), тогда

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^{(n)} + \sum_{i=0}^{n-1} a_{mi} \varepsilon_1^{(i)} &= \sum_{i=0}^{n-1} \left(a_i - a_{mi} - \frac{b_m}{\beta_m} \alpha_i \right) x^{(i)} - \\ &- \sum_{j=0}^{m-1} \left(b_j - \frac{b_m}{\beta_m} \beta_j \right) y^{(j)} + \left(1 - \frac{b_m}{\beta_m} \right) \sum_{j=0}^k b_{mj} x_0^{(j)}. \end{aligned} \quad (\text{IV.8})$$

Как следует из полученного выражения, правая часть уравнения (IV.8) мгновенно реагирует на изменение параметров регулятора и является линейной функцией отклонения этих параметров от идеальных.

Покажем, что для определения правой части уравнения (IV.8) нет необходимости в измерении значений $\varepsilon_1^{(i)}$ ($i = 0, 1, \dots, n$). Действительно, правая часть уравнения (IV.4), а следовательно и (IV.8), с учетом уравнения объекта управления (IV.4) может быть представлена в виде

$$\varepsilon_1^{(n)} + \sum_{i=0}^{n-1} a_{mi} \varepsilon_1^{(i)} = -x^{(n)} - \sum_{i=0}^{n-1} a_{im} x_i + \sum_{j=0}^k b_{mj} x_0^{(j)}, \quad (\text{IV.9})$$

т.е. правая часть (IV.8) является невязкой реакции объекта относительно эталонного движения.

Введем обозначение для правых частей уравнений (IV.4), (IV.8), (IV.9):

$$\begin{aligned} \delta &= \sum_{i=0}^n b_{ni} x_0^{(j)} - x^{(n)} - \sum_{i=0}^{n-1} a_{ni} x^{(i)} = \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \left(a_i - a_{ni} - \frac{b_m}{\beta_m} \alpha_i \right) x^{(i)} - \sum_{j=0}^{m-1} \left(b_j - \frac{b_m}{\beta_m} \beta_j \right) y^{(j)} + \quad (IV.10) \\ &\quad + \left(1 - \frac{b_m}{\beta_m} \right) \sum_j^k b_{mj} x_0^{(j)} = \varepsilon_1^{(n)} + \sum_{i=0}^{n-1} a_{ni} \varepsilon_1^{(i)}. \end{aligned}$$

Таким образом, величина δ несет информацию о параметрических рассогласованиях объекта и об отклонениях движения системы от эталонного. При $\delta = 0$ обеспечивается выполнение условия (IV.3).

Обратимся теперь к задаче настройки параметров. Как уже рассматривалось ранее при изучении метода вспомогательного оператора (см. гл. II, § 3), настройку параметров можно решать как задачу минимизации функционала $I = \varepsilon_1^T$, при этом система фактически строится как система экстремального регулирования объекта [46], а управляющими воздействиями являются параметры регулятора. В более общем случае в качестве минимизируемого функционала можно принять $I = \omega_i^T$, где ω_i – линейная функция ошибки ε_1 и ее производных:

$$\omega_i = \mathcal{L}_i(p) \varepsilon_1, \quad (IV.11)$$

$\mathcal{L}_i = p^i + \sum_{j=0}^{i-1} \ell_j p^j$ – устойчивый оператор. Тогда $\omega_0 = \varepsilon_1$, а $\omega_n = \delta$, и уравнение для реализации записывается в виде

$$\mathcal{L}_i(p) \varepsilon_1 = \mathcal{L}_i(p) x - \frac{\beta_m(p) \mathcal{L}_i(p)}{\alpha_m(p)} x_0 = \frac{\mathcal{L}_i(p)}{\alpha_m(p)} \delta. \quad (IV.12)$$

Как следует из уравнения (IV.12), ω_i несет информацию об i производных ошибки (и реагирует на каждую из них мгновенно) и об отклонении параметров от эталонных (но в этих случаях реакция запаздывает тем больше, чем меньше i). На рис. 45, а представлена схема реализации ω_i , соответствующая уравнению (IV.12). Как видно, уменьшается порядок фильтра, через который проходит сигнал x_0 , кроме того, для реализации требуется знание i про-

изводных выхода объекта. На рис.45, б представлена эквивалентная схема экстремального объекта. Чем выше i , тем меньше инерционность объекта и тем легче обеспечивается устойчивость экстремальной системы.

Из уравнения (IV.12) очевидно, что при $i = n - 1$ отпадает необходимость искать n -ю производную выхода, не используемую в регуляторе (IV.6).

Итак, задача настройки регулятора сводится к задаче минимизации некоторой функции от w_i , при чем необходимо, чтобы она имела один минимум при $w_i = 0$, тогда из устойчивости $\mathcal{L}_i(p)$ и $w_i = 0$ следует выполнение (IV.3), при этом решаются фактически две задачи:

обеспечение равенства $w_i = 0$ и, следовательно, условия (IV.3);

уменьшение параметрических рассогласований.

Первая задача является ближайшей тактической целью, а вторая – дальней, глобальной, так как при нулевых параметрических рассогласованиях регулятор становится стационарным.

§ 2. Адаптивное управление с использованием производных.

Оценка качества систем

Как было показано в предыдущем параграфе, задачей адаптивного регулятора является поиск таких значений настроек α_i и β_i , при которых обеспечивается $\min_{\alpha_i, \beta_i} F(w_i)$. Для поиска этих значений используем градиентную процедуру минимизации $F(w_i)$ по каждому из параметров. Тогда закон изменения параметров регулятора можно представить в виде системы уравнений

$$\begin{aligned}\frac{d \alpha_i}{dt} &= -\gamma_i \frac{d F(w_K)}{d w_K} \frac{\partial w_K}{\partial \alpha_i}, \\ \frac{d \beta_i}{dt} &= -\gamma_i \frac{d F(w_K)}{d w_K} \frac{\partial w_K}{\partial \beta_i};\end{aligned}\quad (\text{IV.13})$$

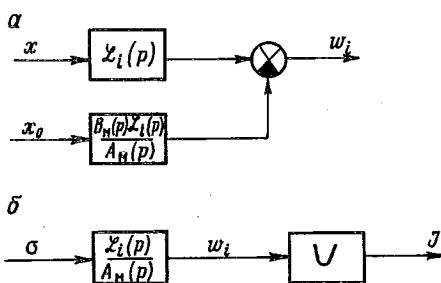


Рис.45.

Основная цель системы – $\varepsilon_i \rightarrow 0$ – может быть обеспечена в двух случаях: во-первых, если $w_i \equiv 0$, во-вторых, если обращаются в нуль параметрические рассогласования. При выполнении второго условия система становится стационарной, т.е. прекращается подстройка параметров регулятора при постоянных параметрах объекта, поэтому естественно стремление обеспечить уменьшение параметрических рассогласований надлежит выбором y_i , $F(w_i)$. Для этого необходимо, чтобы производная от некоторой положительно определенной функции параметрических рассогласований была отрицательна.

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \theta^T &= (a_i - a_{mi} - \alpha_i, -b_j + \beta_j), \\ z^T &= (x^{(j)}, y^{(j)}). \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} i = 0, 1, \dots, n-1, \\ j = 0, 1, \dots, m. \end{array} \right\}$$

Тогда величину невязки можно записать в виде $b = \theta^T z$, а искомая положительно определенная функция может быть определена как норма вектора θ вида

$$V = \|\theta\|^2 = \sum_{i=0}^{n-1} (a_i - a_{mi} - \alpha_i)^2 + \sum_{j=0}^m (\beta_j - b_j)^2.$$

Производная от функции V определяется выражением

$$w = \frac{dV}{dt} = 2\theta^T \left(\frac{d\theta}{dt} \right) = -2 \sum_{i=0}^{n-1} (a_i - a_{mi} - \alpha_i) \frac{d\alpha_i}{dt} + 2 \sum_{j=0}^m (\beta_j - b_j) \frac{d\beta_j}{dt}. \quad (\text{IV.14})$$

Теперь необходимо выбрать y_i и $F(w_i)$ так, чтобы было $w < 0$ для всех α_i, β_i , при которых $V \neq 0$. Для этого определим прежде всего величины $\frac{\partial w_k}{\partial \theta}$.

Из выражения (IV.11) имеем

$$w_k = x_k(p) \varepsilon_1 = \sum_{j=0}^k l_j \varepsilon^{(j)} = \sum_{j=0}^k l_j x_M^{(j)} - \sum_{j=0}^k l_j x^{(j)}. \quad (\text{IV.15})$$

Уравнение объекта с учетом уравнений регулятора имеет вид

$$x^{(n)} + \sum_{j=0}^{n-1} \left(a_j - \alpha_j - \frac{b_m}{\beta_m} \right) x^{(j)} = \sum_{j=0}^{m-1} \left(b_j - \beta_j - \frac{b_m}{\beta_m} \right) y^{(j)} + \xi \frac{b_m}{\beta_m} \sum_{j=0}^K b_j x_0^{(j)}.$$

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^i l_j x^{(j)} &= -x^{(n)} - \sum_{j=i+1}^{n-1} \left(a_j - \alpha_j - \frac{b_m}{\beta_m} \right) x^{(j)} - \sum_{j=0}^K \left(a_j - l_j - \alpha - \frac{b_m}{\beta_m} \right) x^{(j)} + \\ &+ \sum_{j=0}^{m-1} \left(b_j - \beta_j - \frac{b_m}{\beta_m} \right) y^{(j)} + \xi \frac{b_m}{\beta_m} \sum_{j=0}^K b_j x_0^{(j)}. \end{aligned} \quad (\text{IV.16})$$

Подставляя выражение (IV.16) в (IV.15) и дифференцируя по вектору ($\alpha : \beta$), получим

$$\frac{\partial w_k}{\partial \theta} = -\frac{b_m}{\beta_m} z^T.$$

Тогда алгоритм изменения параметров может быть записан в виде

$$\dot{\theta} = -\gamma \frac{d F(w_k)}{d w_k} z. \quad (\text{IV.17})$$

Подставляя выражение (IV.17) в (IV.14), получим

$$w = -\gamma \theta^T \frac{d F(w_k)}{d w_k} z = -2\gamma b \frac{d F(w_k)}{d w_k}. \quad (\text{IV.18})$$

Для того чтобы w не было положительным, достаточно выполнения условия

$$\operatorname{sgn} b = \operatorname{sgn} \frac{d F(w_k)}{d w_k}.$$

Пусть $F(w_k) = w_k^2$, тогда соотношение (IV.18) упростится и примет вид $w = -2\gamma b w_k$.

В предыдущем параграфе было показано, что $b = A_m(p) \varepsilon_1$, $w_k(p) = \mathcal{L}_k(p) \varepsilon_1$. Тогда условие положительности произведения $b w_k$ может быть определено следующим образом:

$$\operatorname{Re} \frac{\mathcal{L}_k(j\omega)}{A_m(j\omega)} \geq 0, \quad \omega \neq 0. \quad (\text{IV.19})$$

Условие (IV.19) выполняется всегда, если $k=n$, $\mathcal{L}_k(p)=A_m(p)$, т.е. $w_k=b$ или $k=n-1$, $(p+\lambda)\mathcal{L}_k(p)=A_m(p)$ при $\lambda > 0$.

Таким образом, параметрическая сходимость гарантируется всегда, если в качестве контролируемой величины используется w_n или w_{n-1} . В противном случае условие (IV.19) может быть выполнено при специальном выборе $\mathcal{L}_k(p)$ и $A_m(p)$ и в ограниченной области. Именно это и было показано при анализе метода вспомогательного оператора в § 3 гл. II. В дальнейшем основное внимание мы будем уделять алгоритмам, использующим невязку b .

Итак, при использовании алгоритма (IV.13) при минимизации $F=b^2$ или $F=w_{n-1}^2$ обеспечивается параметрическая сходимость при $b \neq 0$ или $w_{n-1} \neq 0$, а в силу устойчивости $A_m(p)$ или $\mathcal{L}_{n-1}(p)$ устойчива и система.

Покажем это, используя второй метод Ляпунова. Введем обозначения: $\varepsilon^T = [\varepsilon_1, \varepsilon_1^{(1)}, \varepsilon_1^{(2)}, \dots, \varepsilon_1^{(n-1)}]$, $A_m^T = [a_{m0}, a_{m1}, \dots, a_{mn-1}]$. Тогда $b = A_m^T \varepsilon$. Примем функцию Ляпунова в виде

$$V = \xi \varepsilon^T w \varepsilon + \delta \| \theta \|^2,$$

где $\omega = \omega^T > 0$. Тогда производная от функции Ляпунова определяется соотношением

$$\dot{w} = \dot{\varepsilon} = \xi \dot{\varepsilon}^T w \varepsilon + \xi \varepsilon^T w \dot{\varepsilon} + 2\delta (\theta \dot{\theta}^T). \quad (IV.20)$$

Уравнение для ошибки системы (IV.10) перепишем с учетом введенных обозначений:

$$\dot{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 0 & E \\ -A_m^T \end{pmatrix} \varepsilon + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \tilde{A} \varepsilon + \tilde{b}.$$

Тогда соотношение (IV.20) примет вид

$$w = \xi (\varepsilon^T \tilde{A}^T w \varepsilon + \varepsilon^T w \tilde{A} \varepsilon) + \xi \tilde{b}^T w \varepsilon + \xi \varepsilon^T \tilde{b} - 2\gamma \delta \tilde{b}^T \tilde{b}.$$

В силу устойчивости \tilde{A} матричное уравнение $\tilde{A}^T w + w \tilde{A} = -Q$ ($Q > 0$) всегда имеет решение. Тогда

$$w = -\xi \varepsilon^T Q \varepsilon + \xi \tilde{b}^T \tilde{A}^T \varepsilon + \xi \varepsilon^T \tilde{A} \tilde{b} - 2\gamma \delta \tilde{b}^T \tilde{b}. \quad (IV.21)$$

Выражение (IV.21) может быть переписано в виде

$$w = -(\varepsilon^T G^T) \begin{pmatrix} \xi Q & -\xi w \\ -\xi w & 2\gamma \delta E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \sigma \end{pmatrix}. \quad (IV.22)$$

Асимптотическая устойчивость обеспечивается при выполнении условия

$$\begin{pmatrix} \xi Q & -\xi w \\ -\xi w & 2\gamma \delta E \end{pmatrix} > 0. \quad (IV.23)$$

Матрица P положительно определена, если она представима в виде $P = T^T \Gamma$. Примем $T = \begin{pmatrix} T_1 & T_2 \\ 0 & T_3 \end{pmatrix}$ тогда условие (IV.23) положительной определенности сводится к системе матричных уравнений

$$\begin{aligned} T_1^T T_1 &= \xi Q, \\ T_1^T T_2 &= -\xi w, \\ T_2^T T_2 + T_3^T T_3 &= 2\gamma \delta E. \end{aligned} \quad (IV.24)$$

Решение первого уравнения этой системы существует в силу положительной определенности Q , при этом T_1 – неособенная матрица, тогда $T_2 = -\xi (T_1^{-1})^T w$, и третье уравнение примет вид

$$2\xi^2 w T_1^{-1} (T_1^{-1})^T w + T_3^T T_3 = 2\gamma \delta E.$$

Так как $T_1^{-1} (T_1^{-1})^T = Q^{-1}$, то

$$2 \xi^2 w Q^{-1} w + T_3^T T_3 = 2 \gamma \delta E. \quad (IV.25)$$

Уравнение (IV.25) имеет решение, если

$$2 \gamma \delta E > \xi^2 w Q^{-1} w. \quad (IV.26)$$

Очевидно, что выбором γ всегда можно обеспечить выполнение условия (IV.26) и, следовательно, отрицательную определенность w , а значит, и асимптотическую устойчивость адаптивной системы.

В реальных условиях на управляющий сигнал и на параметры регулятора обычно наложены ограничения. Проведем исследование устойчивости при наличии ограничений.

Пусть на параметры регулятора наложены ограничения вида $m_i \leq \alpha_i \leq M_i$, $n_i \leq \beta_j \leq N_j$. Для того чтобы параметры регулятора не выходили из допустимой области, необходимо принять

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_i &= \gamma \xi x^{(i)}, \text{ если } m_i < \alpha_i < M_i, \\ \text{или } m_i &= \alpha_i, \quad \dot{\alpha}_i > 0, \quad M_i = \alpha_i, \quad \dot{\alpha}_i < 0, \quad \dot{\alpha}_i = 0, \quad (IV.27) \\ \text{если } m_i &= \alpha_i, \quad \alpha_i < 0, \quad M_i = \alpha_i, \quad \alpha_i > 0. \end{aligned}$$

Аналогичны ограничения и для β_i .

Очевидно, что внутри допустимой области остаются справедливыми все полученные ранее соотношения. Поэтому рассмотрим случай достижения правой границы.

Пусть некоторые параметры α_k вышли на границу допустимой области $\alpha_k = M$, $k \in [0, n-1]$, тогда при $\dot{\alpha}_k < 0$ алгоритм полностью совпадает с рассмотренным ранее, и, следовательно, система устойчива. Если расчетная величина скорости $\dot{\alpha}_x = \gamma \xi x^{(k)} > 0$, то принимаем $\dot{\alpha}_k = 0$, и тогда $\theta = -\gamma \xi z^T + \gamma \xi z_k^T$, где $z_k^T = z^T|_{z_i=0, i \neq k}$. Получим $(\theta^T \theta) = -\gamma \xi^2 + \gamma \xi (\theta^T z_k)$. Если m_i и M_i выбраны так, что решение задачи по параметрам удовлетворяет ограничениям, т.е. $\operatorname{sgn}(-\alpha_i + \alpha_{iM} - m_i) = -\operatorname{sgn}(-\alpha_i + \alpha_{iM} - M_i)$, то $\operatorname{sgn} \xi = -\operatorname{sgn}(\theta^T z_k)$, так как согласно условиям (IV.27) $\gamma \xi x^{(k)} > 0$, $\operatorname{sgn} x^{(k)} = \operatorname{sgn} \xi$, а $\alpha_{kk} - \alpha_k - M_k < 0$ и, следовательно, $\operatorname{sgn}(\alpha_m - \alpha_k - M_k) x^{(k)} = -\operatorname{sgn} \xi$. С учетом полученных знаков можно записать:

$$\operatorname{sgn} \sum_k (\alpha_{mk} - \alpha_k - M_k) x^{(k)} = \operatorname{sgn}(\theta^T z_k) = -\operatorname{sgn} \xi \quad \text{и} \quad \theta^T \theta = -\gamma \xi^2 - \gamma \xi^2 \eta,$$

где $\eta = \|\theta^T z_k\| / |\xi|$.

Таким образом, сходимость по параметрам ускоряется, а выбор γ из условия (IV.26) тем более обеспечивает отрицательную определенность w при выходе некоторых параметров на ограничения, когда допустимое γ уменьшается в $(1+\eta)$ раз.

Аналогично доказывается отрицательная определенность при выходе на левую границу.

Рассмотрим теперь учет ограничений на управляющее воздействие.

Ограничения на управляющее воздействие будем понимать следующим образом: на выходе регулятора имеется безынерционный усилитель с насыщением, характеристика которого описывается следующим образом:

$$f(y) = \begin{cases} y, & |y| \leq y_m, \\ y_m \operatorname{sgn} y, & |y| > y_m. \end{cases}$$

При наличии такого звена

$$G = \sum_{i=0}^{n-1} (a_{Mi} - a_i) x^{(i)} - \sum_{j=0}^m f(y)^j b_j + \sum_{j=0}^k b_{Mj} x_0^{(j)}. \quad (\text{IV.28})$$

Внутри области ограничений $f(y) = y$, и, следовательно, условия устойчивости при γ , удовлетворяющем условию (IV.26), выполняются.

При $|y| > y_m$ получим

$$G = \sum_{i=0}^{n-1} (a_{Mi} - a_i) x^{(i)} - (b_0 - \beta_0) y_m + \sum_{j=0}^k b_{Mj} x_0^{(j)}.$$

Выбирая, как и ранее, $v = \xi \varepsilon^T w \in +\delta \| \theta \|^2$, находим

$$w = -\xi \varepsilon^T Q \varepsilon + \xi \tilde{G} \tilde{A}^T \varepsilon + \xi \varepsilon^T \tilde{A} \tilde{G} - 2\delta \gamma \tilde{G}(\theta^T z),$$

но, как следует из формулы (IV.28), $G \neq (\theta^T z)$, поэтому изменим алгоритм настройки:

$$\dot{\theta} = \gamma G^* \cdot z \quad (\text{IV.29})$$

так, чтобы выполнялось условие $G^* = \theta^T z$ при $|y| > y_m$.

Для того чтобы учесть параметры регулятора, перепишем уравнение (IV.28) с учетом (IV.6) в виде

$$G = \sum_{i=0}^{n-1} (a_{Mi} - a_i - \alpha_i) x^{(i)} - \sum_{j=0}^m b_j f(y) + \sum_{j=0}^m \beta_j y^{(j)}, \quad (\text{IV.30})$$

Добавим к левой и правой частям этого уравнения выражение $\sum_{j=0}^m \beta_j f(y)^{(j)}$ и получим

$$\sigma + \sum_{j=0}^m \beta_j (f(y)^{(j)} - y^{(j)}) = \sum_{i=0}^{n-1} (a_{ni} - a_i - \alpha_i) x^{(i)} - \sum_{j=0}^m (b_j - \beta_j) f(y)^{(j)}$$

Принимая $\mathbf{z}^T = (x^{(1)}; f(y)^{(1)})$, запишем:

$$\sigma^* = \sigma + \sum_{j=0}^m \beta_j (f(y)^{(j)} - y^{(j)}) = \Theta^T \mathbf{z},$$

тогда обеспечивается отрицательное значение $(\Theta^T \Theta)$ при $\sigma^* \neq 0$ и возможность выбора γ , доставляющего отрицательность \mathbf{w} при $|\varepsilon| \neq 0$, $\sigma^* \neq 0$.

Из изложенного следует, что подобный прием можно использовать и в тех случаях, когда в объекте на входе имеется звено, на выходе которого можно измерить все производные до m -й включительно. Такой подход позволяет уменьшить порядок уравнения объекта и, следовательно, упростить расчет и повысить надежность.

Итак, при $\omega_n = \sigma$ и модификациях алгоритма управления (IV.28), (IV.30) обеспечивается асимптотическая устойчивость адаптивной системы в целом.

Аналогично доказывается асимптотическая устойчивость системы при использовании в качестве меры рассогласований величины ω_{n-1} . При этом в качестве функции Ляпунова целесообразно принять функцию вида $V = (\varepsilon^T \omega_{n-1}) \mathbf{w} \left(\frac{\varepsilon}{\omega_{n-1}} \right) + \|\theta\|^2$.

Исследование производной функции Ляпунова и поведения системы при наличии ограничений на управляющее воздействие и параметры регулятора предстает читателю.

При $i < n-1$ алгоритм управления параметрами должен иметь вид

$$\dot{\theta} = -\gamma \mathcal{P}_i(p) \omega_i z, \quad (IV.31)$$

где $\mathcal{P}_i(p)$ – полином $(n-i-1)$ -й степени от $p = \frac{d}{dt}$. Устойчивость такой процедуры достигается, если выполняется условие

$$\operatorname{Re} \frac{\mathcal{P}_i(j\omega) \mathcal{L}_i(j\omega)}{A_n(j\omega)} > 0, \quad \omega \neq 0.$$

Как следует из (IV.31), реализация алгоритма требует знания производных ε или x до $(n-1)$ -й включительно, а тогда очевидно, что можно воспользоваться величиной ω_{n-1} , для которой условие устойчивости может быть выполнено всегда, а количество измеримых производных должно быть на одну меньше, чем при использовании σ .

Для лучшего понимания содержания матриц и вида матричных уравнений (IV.28), (IV.25) рассмотрим пример анализа системы.

Пример. Пусть заданы уравнения объекта и эталонной модели:

$$\begin{aligned} x^{(4)} + 10x^{(3)} + 213x^{(2)} + 616x^{(1)} + 5920x = 5920y, \\ x_m^{(4)} + 67x_m^{(3)} + 930x_m^{(2)} + 4100x_m^{(1)} + 5000x_m = 10^4x_0. \end{aligned}$$

Тогда величина невязки определяется уравнением

$$\delta = x_m^{(4)} + 67x_m^{(3)} + 930x_m^{(2)} + 4100x_m^{(1)} + 5000x_m - 10^4x_0.$$

Система состоит из объекта, регулятора, описываемого уравнением $\beta y = \alpha_0 x + \alpha_1 x^{(1)} + \alpha_2 x^{(2)} + \alpha_3 x^{(3)} + 10^4 x_0$,

и устройств подстройки параметров, функционирующих в соответствии с алгоритмом $\dot{\beta} = -\gamma \delta y$, $\dot{\alpha}_i = \gamma \beta x^{(i)}$, $i = 0, 1, 2, 3$. При $t = 0$, $\beta(0) = 10^4$, $\alpha_i(0) = 0$, $x^{(i)}(0) = 0$. Тогда $\mathbf{z}' = [x, x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}, y]$, $\mathbf{g}' = (5000 - 5920 - \alpha_0, 4100 - 616 - \alpha_1, 930 - 213 - \alpha_2, 67 - 10 - \alpha_3, \beta - 5920)$ и в соответствии с принятыми обозначениями

$$\begin{aligned} \epsilon_1^{(4)} + 67\epsilon_1^{(3)} + 930\epsilon_1^{(2)} + 4100\epsilon_1^{(1)} + 5000\epsilon_1 = \delta, \\ \epsilon = (\epsilon_1, \epsilon_1^{(1)}, \epsilon_1^{(2)}, \epsilon_1^{(3)}), \end{aligned}$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -5000 & -4100 & -930 & -67 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, уравнение для \mathbf{q} примет вид

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -5000 \\ 1 & 0 & 0 & -4100 \\ 0 & 1 & 0 & -930 \\ 0 & 0 & 1 & -67 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & w_{14} \\ w_{12} & w_{22} & w_{23} & w_{24} \\ w_{13} & w_{23} & w_{33} & w_{34} \\ w_{14} & w_{24} & w_{34} & w_{44} \end{pmatrix} + \\ & + \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & w_{14} \\ w_{12} & w_{22} & w_{23} & w_{24} \\ w_{13} & w_{23} & w_{33} & w_{34} \\ w_{14} & w_{24} & w_{34} & w_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -5000 & -4100 & -930 & -67 \end{pmatrix} = \\ & = \xi \begin{pmatrix} q_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{44} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

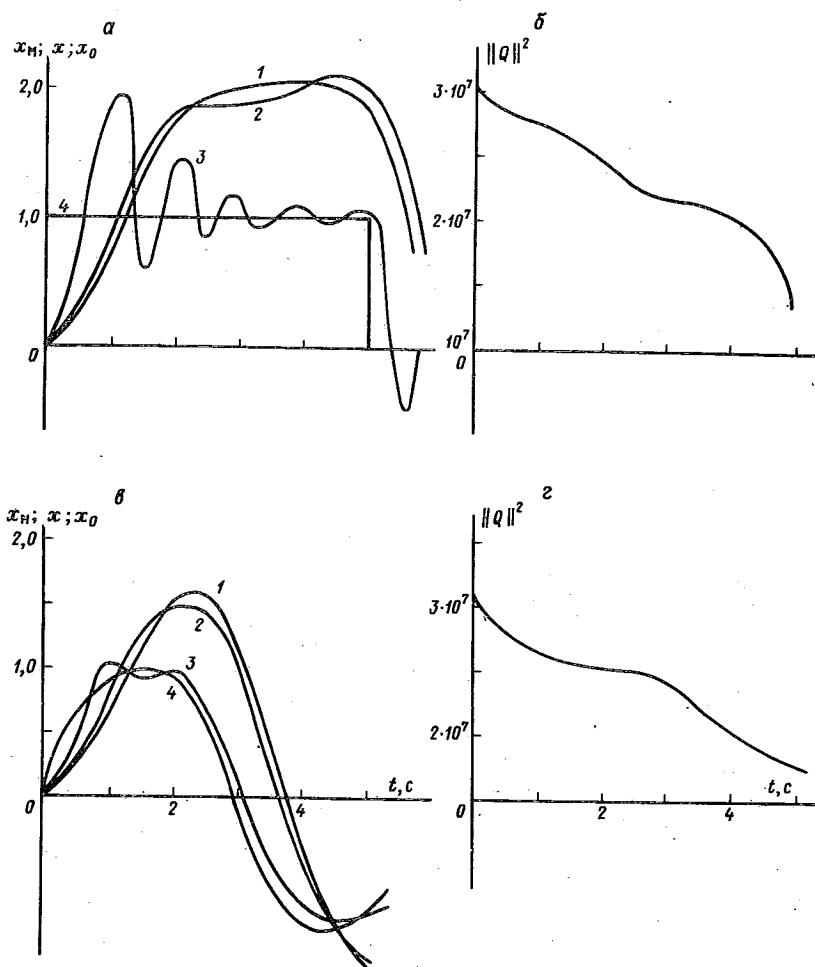


Рис. 46.

Принимая $q_{11} = q_{22} = q_{33} = 0,1$, $q_{44} = 0,001$, $\xi = 0,1$, получим матрицу w в виде

$$w = \begin{pmatrix} 7,45 & 5,27 & 0,46 & 10^{-4} \\ 5,27 & 5,1 & 0,46 & 1,4 \cdot 10^{-3} \\ 0,46 & 0,46 & 0,15 & 10^{-3} \\ 10^{-4} & 1,4 \cdot 10^{-3} & 10^{-3} & 9 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix}.$$

Тогда, если $\gamma > 0,75$, то условие (IV.26) выполняется при $\delta = 1$.
Примем $\gamma = 1$.

На интервале $T = [0,5]$ исследовались два режима работы системы по x_0 :

$$x_{01} = 0,5 [1 - \operatorname{sgn}(t - 4)], x_{02} = \operatorname{sgn} 1,047t.$$

Результаты расчета представлены на рис.46, а для x_{01} и на рис.46, б – для x_{02} . Графики изменения $\|\theta\|^2$ представлены на рис.46, б, г. Эталонное движение изображено кривой 1, выходной сигнал объекта с адаптивным регулятором – кривой 2, реакция объекта без регулятора – кривой 3, а задающее воздействие x_0 – кривой 4.

В оценках качества систем необходимо различать сходимость по ϵ , β и $\|\theta\|^2$, так как при $\|\theta\|^2 = 0$ невязка обращается в нуль, а при нулевой невязке поведение отклонения выхода объекта от модели ϵ , полностью определяется уравнением модели.

Скорость сходимости по невязке β значительно больше, скорости сходимости по параметрам и может быть сделана сколь угодно большой при ограниченном векторе состояния z . Действительно, так как $\dot{\theta} = \theta^T \dot{z} - \dot{\theta}^T z = \theta^T \tilde{A}z - \gamma_0 \|z\|^2$, то выбором γ всегда можно обеспечить выполнение условия $|\gamma_0 \|z\|^2| >> |\theta^T \tilde{A}z|$. С другой стороны, увеличение скорости убывания β затягивает сходимость по параметрам. Поэтому γ необходимо выбирать, исходя из назначения и условий работы системы и соблюдая условие (IV.26). При управлении системой задача идентификации является вторичной, и поэтому можно выбирать γ достаточно большим.

Основным недостатком рассмотренных решений является использование производных до $(n-1)$ -й включительно. Этот недостаток оказывается меньше, если прибегнуть к адаптации части объекта, но такой подход не всегда применим из-за трудности измерения промежуточной координаты. Поэтому рассмотрим другие способы управления без измерения производных.

§ 3. Управление без измерения производных

Многократное дифференцирование выходного сигнала, необходимое для реализации рассмотренных ранее алгоритмов, резко снижает помехоустойчивость системы и зачастую делает ее неработоспособной. С позиций реализуемости системы важное значение име-

ёт решение задачи управления при условии, что часть производных выходного сигнала не измеряется. При решении поставленной задачи необходимо учитывать, что для реализации системы требуется измерение показателя ω_i и формирование управляющего сигнала. Первое условие выполняется легко при использовании $\omega_0 = \epsilon_1$, при этом основной трудностью становится обеспечение устойчивости.

Рассмотрим условия устойчивости процедуры настройки при неполноте измеряемом векторе $\mathbf{z}^T = [x^{(i)}, y^{(j)}]$.

Как уже отмечалось,

$$[\rho^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_{ni} \rho^i] \varepsilon_1 = [\rho^n + A_{n-1}(\rho)] \varepsilon_1 = \theta^T \mathbf{z} = (\theta_1 + \mathbf{r})^T \mathbf{z},$$

где $\theta_1^T = [a_{ni} - a_{i+1} b_j]$, $\mathbf{r} = [\alpha_i : \beta_i]$. Тогда

$$\varepsilon_1 = [\rho^n + A_{n-1}(\rho)]^{-1} \bar{\varepsilon} = \theta_1^T \tilde{\mathbf{z}} + (\tilde{\mathbf{r}}^T \mathbf{z}),$$

где

$$\begin{aligned} (\rho^n + A_{n-1}(\rho)) \mathbf{z} &= \tilde{\mathbf{z}}, \\ (\rho^n + A_{n-1}(\rho))^{-1} (\mathbf{r}^T \mathbf{z}) &= (\tilde{\mathbf{r}}^T \mathbf{z}). \end{aligned}$$

Введем новую модель ошибки:

$$\tilde{\varepsilon}_1 = \varepsilon_1 + \mathbf{r}^T \tilde{\mathbf{z}} - (\tilde{\mathbf{r}}^T \mathbf{z}) = (\theta_1 + \mathbf{r})^T \tilde{\mathbf{z}}.$$

Так как добавка $\mathbf{r}^T \tilde{\mathbf{z}} - (\tilde{\mathbf{r}}^T \mathbf{z})$ реализуема, то при использовании алгоритма вида $\dot{\mathbf{z}} = -\gamma \tilde{\varepsilon}_1 \cdot \tilde{\mathbf{z}}$ справедливы все полученные ранее результаты и остается лишь одна задача реализации алгоритма при неизмеряемом векторе \mathbf{z} .

Для решения этой задачи может быть использована теория наблюдателей состояния. Под наблюдателем состояния для объекта (IV.1) будем понимать фильтр, описываемый уравнением

$$A_M(p) x_H = B_M(p) x_0 + R_s(p)(x - x_H), \quad (IV.32)$$

где $R_s(p)$ – полином s -го порядка, $p = \frac{d}{dt}$. При условии, что $A_M(p)$ и $A_M(p) + R_s(p)$ – устойчивые операторы, получим, $x_H \rightarrow x$ при $\gamma = 0$. Действительно, уравнение объекта может быть представлено в виде

$$A_M(p)x = B_M(p)x_0 + \bar{\sigma}. \quad (IV.33)$$

Вычитая уравнение (IV.32) из (IV.33), записываем:

$$[A_M(p) + R_s(p)](x - x_H) = \bar{\sigma}.$$

Пусть измеряется вектор $\mathbf{x}_1^T = (x_1, x_1^{(1)}, \dots, x_1^{(s)})$ и вектор состояния наблюдателя $\mathbf{x}_H^T = (\mathbf{x}_{1H}^T : \mathbf{x}_{2H}^T) = [x_{1H}, x_{1H}^{(1)} \dots x_{1H}^{(s)} : x_{2H}^{(s+1)} \dots x_{2H}^{(n-s)}]$. Тогда зададим регулятор в виде

$$\mathbf{r}_1^T \mathbf{u} = \mathbf{r}_{11}^T x_1 + \mathbf{r}_{12}^T x_{2H} + \beta_M(p) x_0,$$

где $\mathbf{u}^T = [y, y^{(1)}, \dots, y^{(m)}]$.

Для решения задачи необходимо указать существование настроек \mathbf{r}^* , при которых $\varepsilon^1 = 0$ и $b \rightarrow 0$.

Величина $\tilde{\varepsilon}_1^1$ при использовании $\mathbf{z}^1 = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_{2H}, \mathbf{u}]^T$ вместе с \mathbf{z} может быть записана следующим образом:

$$\tilde{\varepsilon}_1 = (\theta_{11} + \mathbf{r}_{11}^T) \tilde{x}_1 + \theta_{12}^T \tilde{x}_2 + \mathbf{r}_{12}^T \tilde{x}_{2H} + (\theta_{13} + \mathbf{r}_{13}^T) \mathbf{u}. \quad (IV.34)$$

Равенство (IV.34) не нарушится, если к правой его части прибавить, а потом отнять от нее $\mathbf{r}_2^T \mathbf{x}_2$. Тогда

$$\varepsilon_1 = (\theta_1 + \mathbf{r})^T \tilde{\mathbf{z}} + \mathbf{r}_{12}^T (\mathbf{x}_{2H} - \mathbf{x}_2).$$

Очевидно, что при $x_{2H} = x_2$ использование нового измеряемого вектора обеспечивает устойчивость системы. Нетрудно показать, что если оператор $A_M(p) + R_s(p)$ устойчив, то из $\tilde{\varepsilon}_1^1 \equiv 0$ следует $\varepsilon_H \rightarrow 0$ и, следовательно, $(\theta_1 + \mathbf{r})^T \tilde{\mathbf{z}} \rightarrow 0$.

Рассмотрим еще один метод реализации регулятора по некоторой формируемой линейной комбинации вектора \mathbf{z} .

Пусть нам известен некоторый вектор $\tilde{\mathbf{z}}$, удовлетворяющий соотношению $\tilde{\mathbf{z}} = T \mathbf{z}$, и уравнение регулятора имеет вид $L_y = L(y, \tilde{\mathbf{z}}, \alpha, \beta, x_0, t) = 0$. Тогда задача реализации регулятора заключается в определении оператора $L(\cdot)$ и способа формирования измеряемой и ограниченной вектор-функции $\tilde{\mathbf{z}}$, для которой существует вектор $(\alpha : \beta) = (\alpha^* : \beta^*)^T$ такой, что выполнено условие $b \xrightarrow{t \rightarrow 0} 0$ для любых режимов по x_0 .

Рассмотрим, можно ли использовать наблюдатели состояния при той же, что и ранее, структуре регулятора (IV.6), но часть x_i заменяется на z_i , где z_i – составляющие вектора наблюдения.

Пусть, как и ранее, объект управления описывается уравнением

$$x^{(n)} + \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^{(i)} = \sum_{j=0}^m b_j y^{(j)}.$$

Пусть регулятор тоже содержит вектор \mathbf{x} , но измеряется только его часть, т.е. $\mathbf{x}^T = (\mathbf{x}_1^T : \mathbf{x}_2^T)$, где \mathbf{x}_2^T – неизмеряемая часть вектора, размерностью $n-s$, которая удовлетворяет равенству

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{P}_1 \mathbf{y} + \mathbf{P}_2 \mathbf{x}_1 + \mathbf{P}_3 \mathbf{v} + \mathbf{P}_4 \mathbf{w}. \quad (\text{IV.35})$$

Здесь \mathbf{v}, \mathbf{w} – формируемые вектор-функции размерностью $n-s$; $\mathbf{P}_1 \div \mathbf{P}_4$ – матрицы.

Последнее равенство означает, что недостающая часть вектора может быть сформирована; тогда регулятор будет описываться уравнением

$$\sum_{j=0}^m \beta_j y^{(j)} = \sum_{i=0}^{s-1} \alpha_i x^{(i)} + \sum_{i=s}^{n-1} \alpha_{i\omega} v_i + \\ + \sum_{i=s}^{n-1} \alpha_{i\omega} w_i + \sum_{j=0}^s b_{mj} x_0^{(j)}.$$

Тогда с учетом равенства (IV.35) невязку можно представить в виде

$$0 = \sum_{i=0}^{s-1} (\alpha_{im} - \alpha_i + \alpha_i) x^{(i)} + \sum_{i=s}^{n-1} (\alpha'_{im} - \\ - \alpha'_i - \alpha_{i\omega}) v_{i-s+1} + \sum_{i=s}^{n-1} (\alpha''_{im} - \alpha''_i - \alpha_{i\omega}) w_{i-s+1} + \\ + \sum_{j=0}^s (b'_j - \beta_j) y^{(j)} = (\Theta_\Sigma z_\Sigma),$$

где a'_i, b'_i, a''_i, b''_i определяются a_i, b_i и матрицами $\mathbf{P}_1 \div \mathbf{P}_4$;

$$\Theta_\Sigma^T = (a_{m1}^T - a_1^T + (a_{m2}^T - a_2^T) \mathbf{P}_2 + \alpha^T : (a_{m2}^T - a_2^T) \mathbf{P}_3 + \alpha \mathbf{v}^T : \\ : (a_{m2}^T - a_2^T) \mathbf{P}_4 + \alpha_w^T : b^T + (\alpha_{m2}^T - \alpha_2^T) \mathbf{P}_1 + \beta^T; \\ z_\Sigma = (\bar{x}_1^T, \bar{v}^T, \bar{w}^T, \bar{y}^T).$$

Вводя суммарный вектор Θ_Σ и z_Σ в соответствии с полученным выражением, получим $b = (\Theta_\Sigma, z_\Sigma)$, и тогда, пользуясь той же методикой, что и раньше, сформируем алгоритм управления в виде $\Theta_\Sigma = -\gamma b z_\Sigma$.

Используя функцию Ляпунова в виде $V = \|\Theta_\Sigma\|^2/2$, легко показать сходимость алгоритма при $\gamma > 0$.

Таким образом, регулятор реализуем, и задача сводится к определению таких способов формирования вектор-функций \mathbf{v} и \mathbf{w} по результатам измерения \mathbf{x}_1 и \mathbf{y} , для которых выполняется равенство (IV.36).

Искомые величины могут быть получены, если \mathbf{v} и \mathbf{w} удовлетворяют уравнениям

$$L_{n-s}(p)v = x, \quad v(0) = 0,$$

$$L_{n-s}(p)w = y, \quad w(0) = 0,$$

где $\mathcal{L}_{n-s}(p) = p^{n-s} + \sum_{i=0}^{n-s-1} l_i p^i$ – произвольный устойчивый линейный оператор.

Существенным недостатком рассмотренного метода является увеличение числа настроек, а его достоинством – точное воспроизведение недостающей части вектора состояния. При использовании наблюдателей обычного вида недостаток исчезает, но зато на начальном периоде работы системы уменьшается точность.

Для определения величины b при неизвестных $x^{(i)}$ может быть использован метод модулирующих функций [32], при котором величина b заменяется его оценкой:

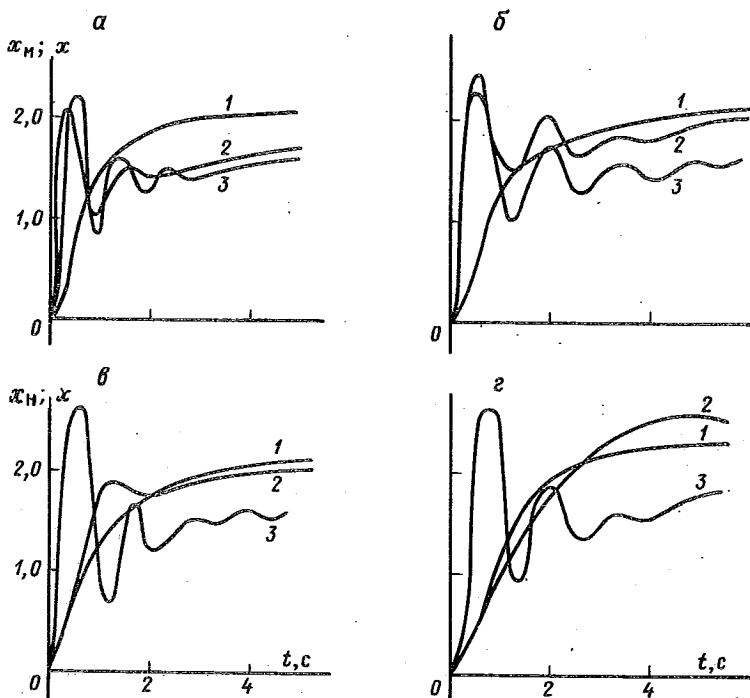


Рис. 47

$$\hat{G} = \int_{t_0}^{t_0+T} G(t) \varphi(t) dt = \int_{t_0}^{t_0+T} \left(x^{(n)} + \sum_{i=0}^{n-1} a_{iM} x^{(i)} - \sum_{j=0}^k b_{jM} x_0^{(j)} \right) x$$

$$x \varphi(t) dt = \int_{t_0}^{t_0+T} \left[x(t) (-1)^n \varphi^{(n)}(t) + \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^i \varphi^{(i)}(t) \right] - x_0(t) \sum_{j=0}^k (-1)^j b_{Mj} \varphi^{(j)}(t) dt,$$

если $\varphi(t_0) = \varphi^{(i)}(t_0 + T)$ для всех $i \in [0, n-1]$. (Более подробно смысл этого равенства будет раскрыт в следующей главе.) При этом изменение настроек регулятора возможно лишь в дискретные моменты времени. На рис.47 приведены результаты моделирования системы управления для объекта, рассмотренного ранее, для различных методов формирования вектора состояния. На рис.47, а представлен переходный процесс в системе с неполным набором обратных связей, причем используются только измеряемые координаты вектора состояния. На рис.47, б для построения управляющего воздействия используется вектор z^1 , а на рис.47, в недостающая часть вектора состояния заменяется выходными сигналами наблюдателя. И наконец, на рис.47, г представлен переходный процесс в системе, использующей модулирующие функции. Нетрудно сравнить поведение системы при различных способах ее построения.

Как следует из всего изложенного выше, использование адаптивных аналоговых регуляторов позволяет получить заданные динамические свойства, однако сложность систем с адаптивными регуляторами значительно превышает сложность неадаптивных систем, поэтому целесообразно рассмотреть принципиально иные, дискретные способы реализации адаптивных регуляторов.

Г л а в а V

ДИСКРЕТНЫЕ БЕЗЫДЕНТИФИКАЦИОННЫЕ АДАПТИВНЫЕ СИСТЕМЫ

Основная сложность реализации непрерывных адаптивных систем – резкое увеличение порядка системы при использовании наблюдателей или низкая помехоустойчивость при использовании производных – заставили исследователей обратиться к дискретным системам с их легко получаемыми аналогами производных [34, 36]. Развитие дискретной вычислительной техники значительно ускорило процесс внедрения цифровых адаптивных регуляторов, особенно в автоматизированных системах управления технологическими процессами и в системах числового программного управления металлообрабатывающим оборудованием. Настоящая глава посвящена способам построения и особенностям дискретных адаптивных систем.

§ 1. Особенности дискретных адаптивных систем прямого управления

Как и ранее, для простоты рассмотрим объект управления с одним входом и одним выходом, описываемый уравнением вида

$$x_t = A(z^{-1})x_t + B(z^{-1})y_t, \quad (V.1)$$

где $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ – полиномы оператора сдвига z^{-1} . Как и ранее, желаемые свойства системы заданы уравнением движения эталонной модели:

$$x_{m,t} = A_m(z^{-1})x_{m,t} + B_m(z^{-1})x_{0,t}, \quad (V.2)$$

где $x_{0,t}$ – задающее воздействие.

Основной особенностью дискретных систем является возможность построения величины невязки при любом, сколь угодно малом, порядке модели и обеспечения устойчивости системы. Это объясняется прежде всего способом представления информации – измеримостью x_t .

Действительно, если в непрерывных системах необходимо знание производных до $n-1$ включительно, т.е. умение прогнозировать, то в дискретных системах необходимо знать предысторию, что

значительно проще. Но очевидно, что это накладывает и ограничения на систему с позиций показателей качества, так как ценность информации с течением времени падает.

Первая особенность систем приводит лишь к одной форме представления ошибки – по невязке. Действительно, в этом случае мы имеем из уравнений (V.1), (V.2)

$$\begin{aligned}\varepsilon_{1t} &\stackrel{\Delta}{=} x_{mt} - x_t = A_m(z^{-1})x_{mt} - A(z^{-1})x_t + B_m(z^{-1})x_{0t} - \\&- B(z^{-1})y_t = A_m(z^{-1})\varepsilon_{1t} + [A_m(z^{-1}) - A(z^{-1})]x_t + \\&+ B_m(z^{-1})x_{0t} - B(z^{-1})y_t.\end{aligned}$$

Введя обозначение

$$\sigma_t = [A_m(z^{-1}) - A(z^{-1})]x_t + B(z^{-1})x_{0t} - B(z^{-1})y_t, \quad (V.3)$$

с учетом уравнения (V.1) получим

$$\sigma_t = A_m(z^{-1})x_t + B_m(z^{-1})x_{0t} - x_t. \quad (V.4)$$

Уравнение (V.4) может быть использовано для расчета σ_t при любом виде эталонной модели. Действительно, при безынерционной модели $x_{mt} = z^{-1}x_{0t}$ и невязка выражается как $\sigma_t = z^{-1}x_{0t} - x_t = \varepsilon_{1t}$. Представление невязки в виде (V.3) позволяет определить структуру регулятора:

$$B(z^{-1})y_t = [A_m(z^{-1}) - A(z^{-1})]x_t + B_m(z^{-1})x_{0t}. \quad (V.5)$$

Как следует из этого выражения, объем необходимой информации о выходе объекта определяется порядком $A_m(z^{-1})$ или $A(z^{-1})$. Именно здесь и проявляется вторая особенность – большое время накопления информации и, следовательно, меньшая, чем в непрерывных системах, скорость сходимости. И, наконец, третья особенность дискретных систем – возможность обеспечения заданных свойств в системах с запаздыванием.

Действительно, если запишем уравнение объекта

$$(1 - A(z^{-1}))x_t = B(z^{-1})y_t, \quad B(z^{-1}) = \sum_{i=r}^{r=m} b_i(z^{-1})^i$$

и уравнение регулятора

$$C(z^{-1})y_t = D(z^{-1})x_t + F(z^{-1})x_{0t}, \quad (V.6)$$

то получим уравнение системы в следующем виде:

$$[(1 - A(z^{-1}))C(z^{-1}) - D(z^{-1})B(z^{-1})]y_t = F(z^{-1})B(z^{-1})x_{0t}.$$

Таким образом, если существует решение уравнения

$$C(z^{-1}) - A(z^{-1}) C(z^{-1}) - D(z^{-1}) B(z^{-1}) = 1 - A(z^{-1}), \quad (V.7)$$

то существуют и настройки регулятора, обеспечивающие заданные свойства системы. Для существования решения степень полинома $D(z^{-1})$ должна быть равна степени полинома $A(z^{-1})$, а степень полинома $C(z^{-1})$ определяется степенью полинома $D(z^{-1}) \cdot B(z^{-1})$. Существование решения нетрудно проверить, выбрав произвольные полиномы $A(z^{-1}) B(z^{-1})$, что и сделано в работе [80].

Из уравнения (V.7) очевидно, что объем информации, необходимой для реализации системы, еще больше возрастает при наличии запаздывания, а время адаптации увеличивается по крайней мере на время запаздывания. Остановимся более подробно на алгоритмах адаптации и оценке сходимости.

§ 2. Алгоритмы дискретной адаптации.

Оценка сходимости

Как следует из (V.5), уравнение регулятора имеет вид

$$\beta(z^{-1}) y_t = \alpha(z^{-1}) x_t + B_m(z^{-1}) x_{0t}. \quad (V.8)$$

С учетом уравнения регулятора выражение для δ_t записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta_t = & [A_m(z^{-1}) - A(z^{-1}) - \alpha(z^{-1})] x_t - \\ & - [B(z^{-1}) - \beta(z^{-1})] y_t. \end{aligned} \quad (V.9)$$

Как следует из (V.3), невязка может быть представлена в форме

$$\delta_t = (\mathbf{Q}_t^T \mathbf{z}_t),$$

где \mathbf{Q}_t – вектор параметрических рассогласований; $\mathbf{z}_t^T = [z^{-i} x_t : z^{-i} y_t]$ – вектор состояния объекта. Следовательно, задача настройки регулятора сводится к задаче квадратичного программирования $\min_{\alpha, \beta} G_t^2$.

Применяя градиентный алгоритм, получим

$$\Delta \mathbf{Q}_k = -\gamma_k G_k \mathbf{z}_k. \quad (V.10)$$

Определим необходимую величину γ_k , исходя из условия уменьшения параметрических рассогласований. Как и в предыдущей главе, в качестве функции Ляпунова примем $V_k = \|\mathbf{Q}_k\|^2$, тогда приращение функции Ляпунова ΔV_k определится из выражения

$$\begin{aligned}\Delta V_k &= \|Q_{k+1}\|^2 - \|Q_k\|^2 = \|Q_k + \Delta Q_k\|^2 - \|Q_k\|^2 = \\ &= 2(Q_k, \Delta Q_k) + \|\Delta Q_k\|^2 = -2\gamma_k \delta_k (Q_k, z_k) + \\ &\quad + \gamma_k^2 \delta_k^2 \|z_k\|^2.\end{aligned}$$

С учетом (V.9) окончательно находим

$$\Delta V_k = -2\gamma_k \delta_k^2 + \gamma_k^2 \delta_k^2 \|z_k\|^2.$$

Параметрические рассогласования уменьшаются, если $\Delta V_k < 0$. Это условие выполняется, если $0 \leq \gamma_k \leq 2^{-1} \|z_k\|^{-2}$. При этом $-\delta_k^2 \|z_k\|^2 \leq \Delta V_k \leq 0$, а при $\gamma_k = \|z_k\|^{-2}$, $\Delta V_k = -\delta_k^2 \|z_k\|^{-2}$. Откуда очевидно, что сходимость алгоритма определяется не величиной z_k , а его положением относительно Q_k . Нетрудно видеть, что

$$(Q_{k+1}, z_k) = (Q_k - \gamma_k \delta_k z_k, z_k) = \delta_k - \gamma_k \delta_k \|z_k\|^2,$$

при $\gamma_k = \|z_k\|^{-2} (Q_{k+1}, z_k) = 0$, т.е. Q_{k+1} ортогонален z_k .

Геометрическая интерпретация алгоритма (V.10) представлена на рис. 48. Новый вектор параметрических рассогласований лежит в плоскости, образованной векторами Q_k и z_k , и ортогонален вектору z_k . При таком построении мы получаем минимум параметрических рассогласований на первом шаге.

Следуя изложению, подобному предыдущему, нетрудно построить алгоритм, при котором вектор параметрических рассогласований Q_{k+1} будет ортогонален z_k и z_{k-1} , а Q_k — ортогонален z_{k-1} . Примем алгоритм управления в виде

$$\Delta Q_k = -\delta_k (\gamma_1 z_k + \gamma_2 z_{k-1}). \quad (V.11)$$

Тогда

$$\begin{aligned}\Delta V_k &= 2(Q_k, -\delta_k (\gamma_1 z_k + \gamma_2 z_{k-1})) + \\ &\quad + \delta_k^2 \|\gamma_1 z_k + \gamma_2 z_{k-1}\|^2 = 2\gamma_1 (Q_k, z_k) \delta_k - \\ &\quad - \gamma_2 (Q_k, z_{k-1}) + \delta_k^2 (\gamma_1^2 \|z_k\|^2 + 2\gamma_1 \gamma_2 (z_k, z_{k-1}) + \\ &\quad + \gamma_2^2 \|z_{k-1}\|^2) = -2\gamma_1 \delta_k^2 + \delta_k^2 (\gamma_1^2 \|z_k\|^2 + \\ &\quad + 2\gamma_1 \gamma_2 (z_k, z_{k-1}) + \gamma_2^2 \|z_{k-1}\|^2),\end{aligned}$$

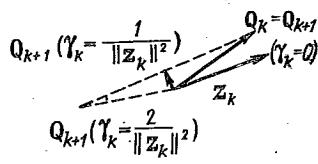


Рис. 48.

откуда получим

$$\begin{aligned} -2 + 2\gamma_{1\text{опт}} \|\mathbf{z}_k\|^2 + 2\gamma_{2\text{опт}} (\mathbf{z}_k \mathbf{z}_{k-1}) &= 0, \\ 2\gamma_{1\text{опт}} (\mathbf{z}_k, \mathbf{z}_{k-1}) + 2\gamma_{2\text{опт}} \|\mathbf{z}_{k-1}\|^2 &= 0, \\ \gamma_{2\text{опт}} &= -\gamma_{1\text{опт}} \frac{(\mathbf{z}_k, \mathbf{z}_{k-1})}{\|\mathbf{z}_{k-1}\|^2}, \\ \gamma_{1\text{опт}} &= \frac{1}{\|\mathbf{z}_k\|^2 - \|\mathbf{z}_{k-1}\|^2} = \frac{\|\mathbf{z}_{k-1}\|^2}{\|\mathbf{z}_k\|^2 \|\mathbf{z}_{k-1}\|^2 - (\mathbf{z}_k \mathbf{z}_{k-1})^2}, \\ \gamma_{2\text{опт}} &= -\frac{(\mathbf{z}_k \mathbf{z}_{k-1})}{\|\mathbf{z}_k\|^2 \|\mathbf{z}_{k-1}\|^2 - (\mathbf{z}_k, \mathbf{z}_{k-1})^2}. \end{aligned}$$

При этом

$$\Delta V_k = -\frac{\sigma_k^2 \|\mathbf{z}_{k-1}\|^2}{\|\mathbf{z}_k\|^2 \|\mathbf{z}_{k-1}\|^2 - (\mathbf{z}_k \mathbf{z}_{k-1})^2} = -\frac{\sigma_k^2}{\|\mathbf{z}_k\|^2} \left[1 - \frac{(\mathbf{z}_k \mathbf{z}_{k-1})^2}{\|\mathbf{z}_k\|^2 \|\mathbf{z}_{k-1}\|^2} \right]^{-1}$$

Как следует из полученного выражения, второй алгоритм обеспечивает при прочих равных условиях больше продвижения к нулевому вектору параметрических рассогласований. Равенство продвижений обеспечивается лишь при $(\mathbf{z}_k \mathbf{z}_{k-1}) = 0$, т.е. в случае вырожденного движения.

Можно расширить алгоритм на большее число векторов и строить их иначе, но это требует резкого повышения точности определения векторов и нелесообразно, особенно при наличии возмущений.

Другой способ коррекции алгоритма (V.10) приведен в работе [1].

Суть его состоит в том, что проводится анализ взаимного расположения векторов $\mathbf{Q}_k, \mathbf{z}_k$ и \mathbf{Q}_{k+1} . Может оказаться, что построение вектора \mathbf{Q}_{k+1} целесообразно проводить от вектора \mathbf{Q}_{k-1} , а не от \mathbf{Q}_k , т.е. проводить пересчет невязки к предыдущему значению настроек (рис.49). Оценим уменьшение вектора параметрических рассогласований при различных способах определения настроек.

Как следует из оценки приращения вектора \mathbf{Q} при использовании (V.10), двукратное его применение³⁰ даст уменьшение параметрических рассогласований в виде $\Delta^4 V = \|\mathbf{Q}_{k-1}\|^2 - \|\mathbf{Q}_{k+1}^1\|^2 =$
 $= \frac{\sigma_{k-1}^2}{\|\mathbf{z}_{k-1}\|^2} + \frac{\sigma_k^2}{\|\mathbf{z}_k\|^2}$.

При пересчете невязки на k -м шаге к вектору \mathbf{Q}_{k-1} получим

$$\sigma_k^1 = (\mathbf{Q}_{k-1}^T \mathbf{z}_k) = (\mathbf{Q}_k^T + \frac{\sigma_{k-1} \mathbf{z}_{k-1}^T}{\|\mathbf{z}_{k-1}\|^2}, \mathbf{z}_k) = \sigma_k + \frac{\sigma_{k-1} \mathbf{z}_{k-1}^T \mathbf{z}_k}{\|\mathbf{z}_{k-1}\|^2}.$$

Тогда применение (V.10) с этим значением невязки даст изменение параметрических рассогласований на величину

$$\Delta^2 V = \|\mathbf{Q}_{k-1}\|^2 - \|\mathbf{Q}_{k+1}^2\|^2 = \frac{\sigma_k^2}{\|\mathbf{z}_k\|^2} + \frac{2\sigma_k\sigma_{k-1}(\mathbf{z}_{k-1}^T \mathbf{z}_k)}{\|\mathbf{z}_{k-1}\|^2 \|\mathbf{z}_k\|^2} + \frac{\sigma_{k-1}^2(\mathbf{z}_k \mathbf{z}_{k-1})^2}{\|\mathbf{z}_{k-1}\|^2 \|\mathbf{z}_k\|^2}. \text{ Тогда алгоритм управления параметрами регулятора примет вид,}$$

$$\Delta \mathbf{Q}_k = -\frac{\sigma_k \mathbf{z}_k}{\|\mathbf{z}_k\|^2} + \theta_k \frac{\sigma_{k-1}}{\|\mathbf{z}_k\|^2} \left(\mathbf{z}_{k-1} - \mathbf{z}_k \frac{(\mathbf{z}_{k-1}, \mathbf{z}_k)}{\|\mathbf{z}_k\|^2} \right),$$

$$\theta_k = \begin{cases} 0, & \frac{2\sigma_k}{\sigma_{k-1}} \frac{(\mathbf{z}_{k-1}^T \mathbf{z}_k)}{\|\mathbf{z}_k\|^2} \leq 1 - \frac{(\mathbf{z}_{k-1}^T \mathbf{z}_k)^2}{\|\mathbf{z}_k\|^2 \|\mathbf{z}_{k-1}\|^2}, \\ 1, & \frac{2\sigma_k}{\sigma_{k-1}} \frac{(\mathbf{z}_{k-1}^T \mathbf{z}_k)}{\|\mathbf{z}_k\|^2} > 1 - \frac{(\mathbf{z}_{k-1}^T \mathbf{z}_k)^2}{\|\mathbf{z}_k\|^2 \|\mathbf{z}_{k-1}\|^2}. \end{cases}$$

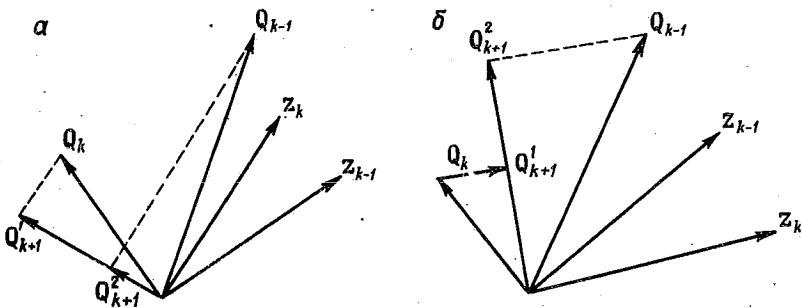


Рис.49.

Определим, какие изменения необходимо внести в алгоритмы (V.10), (V.11) для обеспечения сходимости при наличии ограничений на управление и параметры регулятора. Такое исследование особенно существенно, если настраивается коэффициент при Y_k в регуляторе.

Пусть уравнение регулятора, как и ранее, имеет вид

$$\begin{aligned} \beta_{0k} y_k = & \beta_{1k} y_{k-1} + \beta_{2k} y_{k-2} + \dots + \beta_{mk} y_{km} + \\ & + \alpha_{0k} x_k + \alpha_{1k} x_{k-1} + \dots + \alpha_{nk} x_{k-n} + \\ & + b_{m0} x_{0k} + b_{m1} x_{0k-1} + \dots + b_{rn} x_{0,k-r}. \end{aligned} \quad (V.12)$$

Очевидно, что в процессе настройки β_{0k} может поменять знак и в некоторый момент стать равным нулю, поэтому β_{0k} необходимо ограничить: $|\beta_{0k}| > \beta_{0k \text{ доп.}}$

Разными причинами могут быть вызваны ограничения и других параметров: $m_{i\alpha} < \alpha_i < M_{i\alpha}$, $m_{i\beta} < \beta_i < M_{i\beta}$.

Предположим, что на очередном шаге часть параметров вышла за ограничения и приращения по знаку таковы, что их дальнейшее изменение невозможно, т.е. при $\alpha_i = M_{i\alpha}$, $\Delta\alpha_i > 0$, а при $\alpha_i = m_{i\beta}$, $\Delta\alpha_i < 0$, тогда параметры, достигшие ограничений, не изменяются, и можно записать:

$$\begin{aligned} V_{k+1} &= \|Q_{1,k+1}\|^2 + \|Q_{2,k+1}\|^2 = \|Q_{1,k+1}\|^2 + \|Q_{2k}\|^2, \\ V_k &= \|Q_{1k}\|^2 + \|Q_{2k}\|^2. \end{aligned}$$

При этом приращение функции Ляпунова определяется только составляющей Q_1 и

$$\begin{aligned} \Delta V_k &= -2\gamma_k \sigma_k (Q_{1k} z_{1k}) + \gamma_k^2 \sigma_k^2 \|z_{1k}\|^2 = \\ &= -2\gamma_k \sigma_k (Q_{1k} z_{1k}) - 2\gamma_k \sigma_k (Q_{2k} z_{2k}) + 2\gamma_k \sigma_k (Q_{2k} z_{2k}) + \\ &+ \gamma_k^2 \sigma_k^2 \|z_{1k}\|^2 = -2\gamma_k \sigma_k (Q_{1k} z_{1k}) + 2\gamma_k \sigma_k (Q_{2k} z_{2k}) + \\ &+ \gamma_k^2 \sigma_k^2 \|z_{1k}\|^2 = -2\gamma_k \sigma_k^2 + 2\gamma_k \sigma_k (Q_{2k} z_{2k}) + \\ &+ \gamma_k^2 \sigma_k^2 \|z_{1k}\|^2. \end{aligned}$$

Из полученного выражения следует, что $\Delta V_k \leq 0$, если

$$\begin{aligned} 0 \leq \gamma_k &\leq \frac{2(1 - (Q_{2k} z_{2k})/\sigma)}{\|z_{1k}\|^2} = \\ &= \frac{2}{\|z_k\|^2} \frac{\|z_k\|^2}{\|z_{1k}\|^2} \left(1 - \frac{(Q_{2k} z_{2k})}{\sigma}\right) = \frac{2}{\|z_k\|^2} \mu, \\ \mu &= \frac{\|z_k\|^2}{\|z_{1k}\|^2} \left(1 - \frac{(Q_{2k} z_{2k})}{\sigma}\right). \end{aligned}$$

Если $\rho \geq 1$, то область устойчивости по y_k не уменьшается. Так как $\|z_k\|^2 \geq \|z_{ik}\|^2$ в силу большей размерности вектора z_k ($z_k^T = [z_{1k}^T : z_{2k}^T]$), то достаточно выполнения условия $(Q_{ik} z_{ik}) / b_k \leq 0$.

Это условие выполняется при выходе любого параметра на любую границу. Действительно, с учетом достаточности границ для решения задачи, т.е. при выполнении условий

$$\begin{aligned} |a_{mi} - a_i - m_{ia}| &> 0, \\ |a_{mi} - a_i - M_{ia}| &< 0 \end{aligned}$$

для параметров, достигших границы, и так как выполняется условие $\operatorname{sgn} \Delta Q_i = \operatorname{sgn} Q_i$ (а в соответствии с алгоритмом $\operatorname{sgn} \Delta Q_i = -|z_{ik}| \operatorname{sgn} z_{ik} \operatorname{sgn} b_k$), всегда справедливо $\operatorname{sgn}(\Delta Q_{ik} z_{ik}) = -\operatorname{sgn} b_k$. Что и требовалось доказать.

Таким образом, область устойчивости по y_k расширяется, но области ограничений должны выбираться правильно.

При наличии ограничений на управляющее воздействие управление, определенное из условия (V.11), в некоторый момент не укладывается в ограничения, т.е. $|y_k| > y_m$, тогда при подстановке y_m вместо y_k в уравнение (V.11) тождество нарушается и, следовательно, несправедливо выражение (V.8). Добавим в левую и правую части уравнения (V.11) $\beta_{0k} y_m \operatorname{sgn} y_k$. Тогда получим

$$\begin{aligned} \beta_{0k} y_m \operatorname{sgn} y_k &= \beta_{0k} (y_m \operatorname{sgn} y_k - y_k) + \\ &+ \sum_{i=1}^m \beta_{ik} y_{k-i} + \sum_{i=0}^n \alpha_{ik} x_{k-i} + \sum_{i=0}^n b_{mi} x_{0,k-i}. \end{aligned} \quad (V.13)$$

После подстановки (V.13) в выражение для b_k записываем

$$b_k = (Q_k z_k) + \beta_{0k} (y_k - y_m \operatorname{sgn} y_k)$$

$$\text{или } (Q_k z_k) = b_k - \beta_{0k} (y_k - y_m \operatorname{sgn} y_k). \quad (V.14)$$

Как следует из исследований параметрической сходимости, для обеспечения $\Delta V_k \leq 0$ необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\Delta Q_k = -y_k (Q_k z_k) z_k.$$

Тогда из формул (V.14) следует, что

$$\Delta Q_k = -y_k [G_k - \beta_{0k} (y_k - y_m \operatorname{sgn} y_k)] z_k,$$

а после введения обозначения $\bar{\sigma}_k^* = \sigma_k - \beta_{0k} (y_k - y_m \operatorname{sgn} y_k)$ окончательно записываем алгоритм адаптации в виде

$$\Delta Q_k = -\gamma_k \bar{\sigma}_k^* z_k,$$

$$0 \leq \gamma_k \leq \frac{2}{\|z_k\|^2}, \quad (V.15)$$

$$\bar{\sigma}_k^* = \begin{cases} \sigma_k - \beta_{0k} (y_k - y_m \operatorname{sgn} y_k), & \|y_k\| > y_m, \\ \sigma_k, & \|y_k\| \leq y_m. \end{cases}$$

Алгоритм (V.15) может быть использован и в том случае, когда в объекте управления на входе имеется неизвестный блок, выходные параметры которого измеряются. Тогда вместо $y_m \operatorname{sgn} y_k$ подставляется y_{fk} (y_{fk} – фактическое состояние входа объекта).

До сих пор мы не акцентировали внимание на том, что измеряемые реализации входных и выходных параметров объекта содержат помехи, а предполагали, что они отсутствуют. Во многих случаях это предположение нельзя оправдать, так как наличие возмущений изменяет величину невязки как в результате изменения вектора z_k по длине, так и вследствие его вращения, что может привести к потере устойчивости.

Пусть поведение объекта описывается уравнением с аддитивной помехой:

$$x_t = \sum_{i=1}^n (z^{-1})^i a_i x_t + \sum_{j=1}^m b_j (z^{-1})^j y_t + v_t.$$

Тогда невязка $\bar{\sigma}_t$ описывается уравнением

$$\bar{\sigma}_t = \sum_{i=1}^n a_{im} (z^{-1})^i x_t - \sum_{i=1}^n a_i (z^{-1})^i x_t - \sum_{j=1}^m b_j (z^{-1})^j y_t +$$

$$+ \sum_{j=1}^m b_{jm} (z^{-1})^j x_{0t} - v_t = (Q_t z_t) - v_t.$$

Следовательно, устойчивость будет определяться из условия $\Delta V_t \leq 0$. При

$$\Delta Q_k = -\gamma_k \bar{\sigma}_k z_k = \gamma_k [(Q_k z_k) - v_k] z_k$$

получим приращение функции Ляпунова в виде

$$\Delta V_k = -2 \gamma_k \bar{\sigma}_k (Q_k z_k) + \gamma_k^2 \bar{\sigma}_k^2 \|z_k\|^2 =$$

$$= -2 \gamma_k \bar{\sigma}_k (\bar{\sigma}_k + v_k) + \gamma_k^2 \bar{\sigma}_k^2 \|z_k\|^2.$$

Тогда условие сходимости примет вид

$$0 \leq \gamma_k \leq \frac{2\beta_k(\beta_k + \sigma_k)}{\|z_k\|^2 \beta_k^2}.$$

А при $\gamma_k = \|z_k\|^{-2}$ приращение функции Ляпунова определится выражением

$$\Delta V_k = -\frac{\beta_k^2 - \beta_k \sigma_k}{\|z_k\|^2},$$

которое обращается в нуль при $\beta_k = 0$, $\beta_k = \sigma_k$. Следовательно, выражение для установившейся ошибки можно записать как

$$\epsilon_t = \sum_{i=1}^{m-1} a_{im}(z^{-1}) \epsilon_i + \sigma_t.$$

Для уменьшения ошибки можно использовать специальный сигнал в регуляторе, зависящий от величины β_t .

Пусть уравнение регулятора

$$\sum_{j=0}^m \beta_{jk} y_{k-i} = \sum_{i=0}^n \alpha_{ik} x_{k-i} + \sum_{j=0}^m b_{jm} x_{0,k-j} + h_k.$$

Тогда, расширяя вектор параметрических рассогласований на $\sigma_k - h_k$, а вектор состояния дополняя единицей, записываем снова β_k в виде скалярного произведения: $\beta_k = (\mathbf{Q}_k z_k)$. Из него получаем приращение компенсирующего сигнала $\Delta h_k = \gamma_k \beta_k$, а выражение для приращения функции Ляпунова принимает обычный вид: $\Delta V_k = -\beta^2 \|z_k\|^{-2}$ и обращается в нуль при $\beta_k = 0$.

Подобный прием может быть использован более эффективно, если известно, что помеха v_z разлагается по некоторой системе функций φ_{it} , т.е. $v(z) = \sum_{i=0}^r v_i \varphi_i(z)$. Тогда по такой же системе функций раскладывается и сигнал в регуляторе, а компенсация возмущений осуществляется для каждой составляющей функции по алгоритму (V.15), где

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_k^T &= [a_{mi}^T - a_i^T - \alpha_{ik}^T : b_{jk}^T - \beta_{jk}^T : v_{ik}^T - h_{ik}^T], \\ z_k^T &= [x_k^T : y_k^T : \varphi_k^T]. \end{aligned}$$

В этом случае выкладки полностью соответствуют ранее приведенным.

Рассмотрим выбор коэффициента γ из условия асимптотической устойчивости, если функция Ляпунова включает сигнальные рассогласования: $\epsilon_t^T = [\epsilon_{1t}, \epsilon_{1t-1}, \dots]$.

Пусть функция Ляпунова записана в виде

$$V_t = \varepsilon_{t_m}^T w \varepsilon_t + \xi \|q_t\|^2,$$

где $w^T = w > 0$, $\xi > 0$.

Из уравнения объекта управления получим

$$\varepsilon_t = A_m \varepsilon_{t-1} + \sigma_t, \quad (V.16)$$

где $A_m = \begin{pmatrix} a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mk} \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix},$

$$\sigma_t^T = [\sigma_t, 0, \dots, 0].$$

Тогда $V_t = \varepsilon_{t-1}^T A_m^T w A_m \varepsilon_{t-1} + \xi \|q_{t-1} + \Delta q_t\|^2.$

Приращение функции Ляпунова с учетом (V.16) определяется выражением

$$\begin{aligned} \Delta V_t = V_t - V_{t-1} &= \varepsilon_{t-1}^T A_m^T w A_m \varepsilon_{t-1} - \varepsilon_{t-1}^T w \varepsilon_t + \xi \|q_t\|^2 - \\ &- \xi \|q_{t-1}\|^2 = \varepsilon_{t-1}^T (A_m^T w A_m - w) \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1}^T A_m^T w \sigma_t - \\ &+ \sigma_t^T w A_m \varepsilon_{t-1} + 2\xi (\varepsilon_{t-1}^T \Delta q_t) + \xi \|\Delta q_t\|^2. \end{aligned}$$

С учетом алгоритма управления параметрами $\Delta q = -\gamma \sigma z$ получим

$$\begin{aligned} \Delta V_t &= \varepsilon_{t-1}^T (A_m^T w A_m - w) \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1}^T A_m^T w \sigma_t + \\ &+ \sigma_t^T w A_m \varepsilon_{t-1} - 2\xi \gamma \sigma^T \sigma + \xi \gamma^2 \|z\|^2 \sigma^T \sigma. \end{aligned}$$

Это уравнение может быть записано в виде

где $\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \sigma \end{bmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} w - A_m^T w A_m & -A_m^T w \\ -w A_m & (\xi \gamma^2 \|z\|^2 - 2\xi \gamma) E \end{pmatrix}.$

$$\Delta V_t = -\varepsilon^T F \varepsilon,$$

Условие асимптотической устойчивости выполняется, если $F > 0$, что эквивалентно существованию решения системы матричных уравнений

$$w - A_m^T w A_m = T_1^T T_1,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_1^T \mathbf{T}_2 &= -\mathbf{A}_m \mathbf{w}, \\ \mathbf{T}_2^T \mathbf{T}_2 + \mathbf{T}_3^T \mathbf{T}_3 &= (\xi \gamma^2 \|z\|^2 - 2\xi\gamma) E. \end{aligned}$$

Решение первого уравнения системы существует при устойчивом операторе модели [7], при этом \mathbf{T}_1 – невырожденная матрица. Тогда существует решение второго уравнения, и условие устойчивости может быть записано в виде

$$\mathbf{T}_3^T \mathbf{T}_3 = (\xi \gamma^2 \|z\|^2 - 2\xi\gamma) E - \mathbf{A}_m^T \mathbf{w} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{w} \mathbf{A}_m > 0, \quad (V.17)$$

где $\mathbf{Q} = \mathbf{w} - \mathbf{A}_m^T \mathbf{w} \mathbf{A}_m > 0$. Так как $\gamma^2 \|z\|^2 - 2\gamma > 0$ при $0 < \gamma < 2 \cdot \|z\|^2$, то условие (V.17) может быть записано как

$$\mathbf{A}_m^T \mathbf{w} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{w} \mathbf{A}_m < \frac{\xi}{\|z\|^2} E. \quad (V.18)$$

Условия (V.18) и $\mathbf{Q} = \mathbf{w} - \mathbf{A}_m^T \mathbf{w} \mathbf{A}_m > 0$ позволяют произвести синтез уравнения модели по заданным \mathbf{w} и \mathbf{Q} при известной величине $\sup_{\xi} \|z\|^2$, однако условие (V.18) довольно жестко ограничивает возможности системы. Напомним, что при $\gamma = \|z\|^2$ система устойчива при устойчивой эталонной модели, но из (V.18) следует, что при некоторых уравнениях ε_t будет возрастать в отдельные моменты.

Для уменьшения влияния возмущений и сокращения времени получения необходимой информации можно применить модулирующую функцию [32]. Ее применение позволяет оценивать производные от сигналов, что равносильно устранению необходимости распределенного во времени измерения полного вектора состояний.

Пусть объект управления описывается дифференциальным уравнением

$$x^{(n)} = \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i + \sum_{j=0}^m b_j y^{(j)} + r(t).$$

Пусть нами выбрана некоторая непрерывная n раз дифференцируемая на отрезке времени $[t_0, t_0+T]$ функция $\varphi(t)$. Умножим левую и правую части уравнения на $\varphi(t)$, проинтегрируем на отрезке $[t_0, t_0+T]$. Применяя последовательно интегрирование по частям, получим после первого шага

$$x^{(n-1)}(t) \varphi(t) \Big|_{t_0}^{t_0+T} - \int_{t_0}^{t_0+T} x^{(n-1)}(t) \varphi'(t) dt =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^{n-1} a_i \left[x^{(i+1)}(t) \varphi(t) \right]_{t_0}^{t_0+T} - \\
&- \int_{t_0}^{t_0+T} x^{(i+1)}(t) \varphi'(t) dt + \sum_{j=1}^k b_j \left[y^{(j+1)}(t) \varphi(t) \right]_{t_0}^{t_0+T} - \\
&- \int_{t_0}^{t_0+T} y^{(j+1)}(t) \varphi'(t) dt + \int_{t_0}^{t_0+T} a_0 x(t) \varphi(t) dt + \\
&+ \int_{t_0}^{t_0+T} b_0 y(t) \varphi(t) dt + \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \varphi(t) dt .
\end{aligned}$$

Полагая $\varphi(t_0) = \varphi(t_0+T) = 0$, получим

$$\begin{aligned}
&- \int_{t_0}^{t_0+T} x^{(n+1)}(t) \varphi'(t) dt = - \sum_{i=1}^{n-1} \int_{t_0}^{t_0+T} x^{(i+1)}(t) \varphi'(t) dt - \\
&- \sum_{j=1}^k \int_{t_0}^{t_0+T} y^{(j+1)}(t) \varphi'(t) dt + \\
&+ \int_{t_0}^{t_0+T} a_0 x(t) \varphi(t) dt + \int_{t_0}^{t_0+T} b_0 y(t) \varphi(t) dt + \\
&+ \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \varphi(t) dt .
\end{aligned}$$

Продолжая интегрирование n раз и каждый раз полагая $\varphi^{(i)}(t_0) = \varphi^{(i)}(t_0+T) = 0$ до $(n-1)$ -й производной включительно, получим окончательно

$$\begin{aligned}
X_{n,t} &= \sum_{i=1}^{n-1} a_i X_{n-i,t} + \sum_{j=0}^k b_j Y_{n-j,t} + F_t, \\
X_{i,t} &= (-1)^i \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \varphi^{(i)}(t) dt, \\
Y_{i,t} &= (-1)^i \int_{t_0}^{t_0+T} y(t) \varphi^{(i)}(t) dt, \quad F_t = \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \varphi(t) dt .
\end{aligned}$$

Выбирая $\varphi(t)$ с учетом априорных знаний о помехе, можно значительно уменьшить влияние возмущений. Очевидно, что полученные оценки производных могут быть использованы для построения дискретного регулятора. Действительно, применение рассмотренного приема позволяет определить величину невязки. Использование полученных оценок для построения регулятора возможно только в том случае, когда он строится в виде последовательного соединения интегрирующих звеньев с регулируемыми связями (рис.50), т.е. при управлении по старшей производной или кусочно-постоянном, как и ранее. В первом случае доказательство сходимости при использовании $x_t^{(i)}$, $y_t^{(i)}$ и X_{it} , Y_{it} полностью идентичны.

Сохраняя обозначения для вектора параметрических рассогласований, получим

$$G_t = X_{n,t} - \sum_{i=1}^{n-1} a_{iM} X_{n-i,t} + \sum_{j=0}^r b_{jM} X_{0,n-j,t} = (\mathbf{Q}_t \mathbf{z}_t),$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} \alpha_{ik} X_{ik} + \sum_{j=0}^k b_{jk} X_{0,jk} = \sum_{i=1}^m \beta_{ik} Y_{ik},$$

и с учетом $Y_{mt} = \int_{t_0}^{t_0+T} y_k^{(m)} \varphi(t) dt$ нетрудно найти

$$y_k^{(m)} = \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{V_{mk}}{\varphi(t)} dt.$$

В случае кусочно-постоянного управления получим $Y_{it} = 0$ для $i = 1, 2, \dots, m$, а

$$y_k = \frac{Y_{mk}}{\int_{t_0}^{t_0+T} \varphi(t) dt}.$$

Читатель самостоятельно может провести все выкладки по определению устойчивости системы, следуя методике, изложенной ранее, и выбирая функцию Ляпунова, как и ранее:

$$V_t = \|\mathbf{Q}_t\|^2.$$

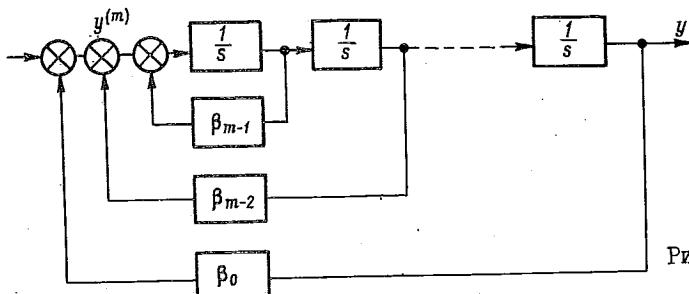


Рис.50.

П р и м е р. Пусть объект управления описывается уравнением

$$d^2x/dt^2 + 2(dx/dt) = 3y.$$

Такому объекту при $T = 0,2$ с соответствует разностное уравнение вида $x_k = 1,548812 x_{k-1} - 0,548812 x_{k-2} + 0,033069 y_{k-1} + 0,027089 y_{k-2}$.

Зададим эталонное движение уравнением $x_{mk} = 1,4890509 x_{mk-1} - 0,548812 x_{mk-2} + 0,032859 x_{0,k-1} + 0,026902 x_{0,k-2}$.

Уравнение регулятора примем в виде $u_k = 15(\beta_k y_{k-1} + \alpha_{1k} x_k + \alpha_{2k} x_{k-1} + \xi_k (0,032859 x_{0,k} + 0,026902 x_{0,k-1}))$ при $\beta_0 = \alpha_{10} = \alpha_{20} = 0$, $\xi_0 = 1$, а уравнения для настройки параметров, как

$$\Delta \beta_k = \gamma_k \sigma_k^{**} y_{k-2}, \quad \Delta \alpha_{1k} = \gamma_k \sigma_k^{**} x_{k-1}, \quad \Delta \alpha_{2k} = \gamma_k \sigma_k^{**} x_{k-2};$$

$$\Delta \xi_k = \gamma_k \sigma_k^{**} (0,032859 x_{0k-1} + 0,026902 x_{0k-2}), \text{ где } \gamma_k = [y_{k-2}^2 + x_{k-1}^2 + x_{k-2}^2 + (0,032859 x_{0k-1} + 0,026902 x_{0k-2})^2]^{-1};$$

$$G_k^{**} = 1,4890509 x_{k-1} - 0,548812 x_{k-2} + 0,032859 x_{0k-1} +$$

$$+ 0,026902 x_{0k-1} - x_k - \theta_k \cdot \frac{1}{15} (y_{k-1} - y_m \operatorname{sgn} y_{k-1});$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta_k = 1, \quad |y_{k-1}| > y_m, \\ \theta_k = 0, \quad |y_{k-1}| \leq y_m, \end{array} \right\} y_m = 1.$$

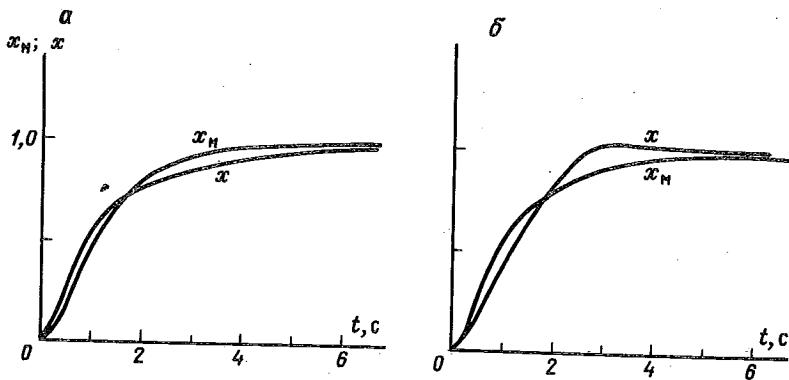


Рис.51.

На рис.51 представлены результаты расчета системы по двум рассмотренным алгоритмам. При данных условиях алгоритм (V.10) обеспечивает меньшие ε .

§ 3. Качественные показатели дискретных адаптивных систем

При анализе качественных показателей адаптивной системы необходимо иметь в виду две цели, преследуемые при построении системы: обеспечение $x_M = x$ или $b_t \rightarrow 0$ и обеспечение $\|Q\| = 0$, т.е. уменьшение параметрических рассогласований.

Скорость сходимости по параметрам. Как видно из оценок приращения функции Ляпунова, полученных в предыдущей главе, скорость уменьшения параметрических рассогласований зависит от величины невязки, и поэтому мы можем определить лишь максимальное число шагов, при которых b не укладывается в заданные пределы. Действительно, $\Delta V = -\sigma_k^2 \|z_k\|^2$.

Пусть на некотором шаге $\|\bar{b}_k\| > \delta$ (δ – максимально допустимое значение $\|\bar{b}\|$, определенное из допустимых пределов ε), тогда $|\Delta V_k| \geq \delta^2 \|\mathbf{z}_k\|^2$.

В силу устойчивости системы $\|\mathbf{z}_k\| \leq c$ и поэтому $\Delta V_k \geq \delta^2/c^2$. Принимая $|\Delta V| = \delta^2/c^2$ за нижнее значение приращения функции Ляпунова, определим максимальное число шагов (r) при $\|\bar{b}_k\| \geq \delta$:

$$r \leq V_0 c^2 / \delta^2.$$

Для того чтобы оценить поведение ошибки системы ε_t , определяемой, как было показано ранее, уравнением $\varepsilon_t = \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_{Mi} (z^{-1})^i \times \varepsilon_t + \bar{b}_t$, необходимо выяснить характер изменения \bar{b}_t . Уравнение может быть легко разрешено, если известно верхнее значение \bar{b}_t на каждом шаге $\bar{b}_k^{\max} = \sup_{\mathbf{z}_k} \bar{b}_k$.

Для оценки \bar{b}_k^{\max} рассмотрим поведение \bar{b}_k :

$$\begin{aligned} \bar{b}_{k+1} &\stackrel{\Delta}{=} (\mathbf{Q}_{k+1}, \mathbf{z}_{k+1}) = (\mathbf{Q}_{k+1}, \mathbf{z}_k + \Delta \mathbf{z}_k) = \\ &= (\mathbf{Q}_{k+1}, \mathbf{z}_k) + (\mathbf{Q}_{k+1}, \Delta \mathbf{z}_k). \end{aligned}$$

Тогда при $(\mathbf{Q}_{k+1}, \mathbf{z}_k) = 0$ получим $\bar{b}_{k+1} = (\mathbf{Q}_{k+1} \Delta \mathbf{z}_k)$. Так как при $\bar{b}_k \neq 0$ $\|\mathbf{Q}_{k+1}\| < \|\mathbf{Q}_k\|$ и $\|(\mathbf{Q} \mathbf{x})\| \leq \|\mathbf{Q}\| \|\mathbf{x}\|$, то $|\bar{b}_{k+1}| \leq \|\mathbf{Q}_{k+1}\| \|\Delta \mathbf{z}_k\|$, или $|\bar{b}_{k+1}| \leq \|\mathbf{Q}_{k+1}\| \|\Delta \mathbf{z}_k\|$, откуда

$$\frac{\bar{b}_{k+1}^{\max}}{\bar{b}_k^{\max}} \leq \frac{\|\Delta \mathbf{z}_{k+1}\|}{\|\Delta \mathbf{z}_k\|}, \text{ или } \frac{\bar{b}_{k+1}^{\max}}{\bar{b}_{kn}^{\max}} \leq \frac{\|\Delta \mathbf{z}_k\|}{\|\Delta \mathbf{z}_k\|}.$$

Тогда, если $\bar{b}_{k+1}^{\max} / \bar{b}_k^{\max} < 1$, то гарантируется монотонное убывание максимального значения \bar{b}^{\max} или равномерная сходимость. Таким образом, достаточным условием равномерной сходимости является условие

$$\inf \left\{ \frac{\|\Delta \mathbf{z}_{k+1}\|}{\|\Delta \mathbf{z}_k\|}, \frac{\|\Delta \mathbf{z}_k\|}{\|\Delta \mathbf{z}_k\|} \right\} < 1. \quad (V.19)$$

Более точное соотношение может быть получено при использовании выражения $\Delta \mathbf{Q}_k$:

$$\begin{aligned} \bar{b}_{k+1} &= (\mathbf{Q}_{k+1}, \mathbf{z}_{k+1}) = (\mathbf{Q}_k + \Delta \mathbf{Q}_k, \mathbf{z}_{k+1}) = \\ &= (\mathbf{Q}_k - \frac{\bar{b}_k}{\|\mathbf{z}_k\|^2} \mathbf{z}_k, \mathbf{z}_{k+1}) = \\ &= (\mathbf{Q}_k - \frac{\bar{b}_k}{\|\mathbf{z}_k\|^2} \mathbf{z}_k, \mathbf{z}_k + \Delta \mathbf{z}_k) = \bar{b}_k - \bar{b}_k + \\ &+ (\mathbf{Q}_k, \Delta \mathbf{z}_k) - \frac{\bar{b}_k (\mathbf{z}_k, \Delta \mathbf{z}_k)}{\|\mathbf{z}_k\|^2} = \bar{b}_k^r \left(\Delta \mathbf{z}_k - \frac{(\mathbf{z}_k, \Delta \mathbf{z}_k)}{\|\mathbf{z}_k\|^2} \right), \end{aligned}$$

$$\sigma_{k+1}^{\max} = \| \mathbf{q}_k \| \left\| \Delta \mathbf{z}_k - \mathbf{z}_k \frac{\mathbf{z}_k, \Delta \mathbf{z}_k}{\| \mathbf{z}_k \|^2} \right\|.$$

Нетрудно видеть, что

$$\Delta \mathbf{z}_k - \mathbf{z}_k \frac{(\mathbf{z}_k, \Delta \mathbf{z}_k)}{\| \mathbf{z}_k \|} = \mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{z}_k \frac{(\mathbf{z}_k, \mathbf{z}_{k+1})}{\| \mathbf{z}_k \|^2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } \frac{(\sigma_{k+1}^{\max})^2}{(\sigma_k^{\max})^2} &= \frac{\| \Delta \mathbf{z}_k - \mathbf{z}_k (\mathbf{z}_k, \Delta \mathbf{z}_k)^2 / \| \mathbf{z}_k \|^2 \|^2}{\| \mathbf{z}_k \|^2} = \\ &= \frac{\| \mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{z}_k (\mathbf{z}_k, \mathbf{z}_{k+1}) / \| \mathbf{z}_k \|^2 \|^2}{\| \mathbf{z}_k \|^2} \end{aligned}$$

и достаточным условием равномерной сходимости является условие

$$\frac{\| \mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{z}_k (\mathbf{z}_k, \mathbf{z}_{k+1}) / \| \mathbf{z}_k \|^2 \|^2}{\| \mathbf{z}_k \|^2} < 1.$$

Раскрывая это условие, получим

$$\frac{(\sigma_{k+1}^{\max})^2}{(\sigma_k^{\max})^2} = \frac{\| \mathbf{z}_{k+1} \|^2 \| \mathbf{z}_k \|^2 - (\mathbf{z}_k, \mathbf{z}_{k+1})^2}{\| \mathbf{z}_k \|^4} < 1. \quad (V.20)$$

Условие (V.20) отличается от условия (V.19) наличием члена $(\mathbf{z}_k, \mathbf{z}_{k+1})^2$, которое приводит к значительному ослаблению требования.

Полученные выражения не позволяют оценить свойства системы, так как параметры объекта неизвестны. Для получения оценки перейдем к матрично-векторному описанию систем:

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{z}_k,$$

$$\mathbf{z}_{Mk+1} = \mathbf{A}_M \mathbf{z}_M.$$

Так как \mathbf{z} является естественным вектором состояния системы, а \mathbf{A}_M может быть представлено как идеально построенная матрица \mathbf{A} , то запишем:

$$\mathbf{A}_M - \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ Q^T \\ 0 \end{pmatrix},$$

тогда $(\mathbf{A}_M - \mathbf{A}_{k+1}) \mathbf{z}_k = (\mathbf{Q}_{k+1} \mathbf{z}_k) = 0$, и в оценках системы можно заменить \mathbf{z}_{k+1} на $\mathbf{A}_M \mathbf{z}_k$. Следовательно,

$$\inf_{\mathbf{z}_k} \sup \left(\frac{\mathbf{z}_k^T \mathbf{A}_M^T \mathbf{A}_M^T \mathbf{z}_k}{\mathbf{z}_k^T \mathbf{z}_k}, \frac{\mathbf{z}_k^T (\mathbf{A}_M - \mathbf{E})^T (\mathbf{A}_M - \mathbf{E}) \mathbf{z}_k}{\mathbf{z}_k^T \mathbf{z}_k} \right) < 1$$

$$\text{или } \sup_{\mathbf{z}_K} \left(\frac{\mathbf{z}_K^T \mathbf{A}_M^T \mathbf{A}_M \mathbf{z}_K}{\mathbf{z}_K^T \mathbf{z}_K} - \frac{(\mathbf{z}_K^T \mathbf{A}_M \mathbf{z}_K)^2}{(\mathbf{z}_K^T \mathbf{z}_K)^2} \right) < 1.$$

Из этих выражений можно получить оценки свойств системы, используя свойства квадратичных форм. Нетрудно видеть, что на собственных векторах матрицы \mathbf{A}_M всегда выполняется условие $G_{k+1}^{\max}/G_k^{\max} = 0$, т.е. нижняя оценка (минимум) отношения равна нулю.

Пусть определено из условия (V.20), что $G_k^{\max} + 1/G_k^{\max} = \gamma$, тогда для нахождения ε_K можно воспользоваться уравнением

$$\varepsilon_K^{\max} = \sum_{i=0}^K d_{Mi} \varepsilon_{K-i}^{\max} + \gamma^k G_0, \text{ где } \varepsilon_K^{\max} = \sup \varepsilon_K.$$

Величину γ можно назвать показателем сходимости по б, она зависит от свойств модели.

Таким образом, использование указанных алгоритмов позволит не только проанализировать поведение системы, но и выбрать модель так, чтобы обеспечить заданные свойства системы.

Г л а в а VI

ИДЕНТИФИКАЦИЯ В АДАПТИВНЫХ СИСТЕМАХ С ОБУЧАЕМОЙ МОДЕЛЬЮ

Эта глава посвящена одному из наиболее распространенных типов самонастраивающихся систем - адаптивным системам с настраиваемой моделью и является логическим продолжением главы III. Подход к построению адаптивных систем управления, рассматриваемый ниже, основан на гипотезе разделимости, в соответствии с которой задача адаптивного управления может быть решена в два этапа. Сначала в предположении, что точное описание объекта известно, определяется алгоритм оптимального в некотором смысле управления, затем неизвестные параметры модели объекта заменяются в алгоритме управления их текущими оценками, получаемыми в результате идентификации [9, 79, 82]. Таким образом, задача идентификации объекта и воздействий внешней среды в замкнутом контуре системы является неотъемлемой составной частью адаптивного управления. Она имеет существенные отличия от задачи идентификации разомкнутых объектов (без регулятора). В связи с этим основное внимание далее уделяется задаче идентификации объекта в контуре управления по данным о режиме нормального функционирования, в том числе вопросам выбора структуры моделей объектов и внешних возмущений среды, проблеме существования и единственности решения задачи идентификации, алгоритмам идентификации [66].

§ 1. Модели объектов и внешнего возмущения среды

Рассмотрение задачи адаптивного управления в рамках гипотезы разделимости позволяет сформулировать ее как последовательность двух задач: оптимальной идентификации и оптимального управления полученной моделью. Даже такой достаточно упрощенный подход накладывает существенные ограничения на множество допустимых математических описаний объектов управления - моделей. Эти ограничения связаны с тем, что полученные в результате идентификации модели должны быть использованы для синтеза

управления, в то время как развитая в настоящее время теория управления ориентирована на использование сравнительно узкого класса математических описаний объектов управления. Это является одной из причин того, что далее будет рассматриваться только класс линейных стационарных моделей. Более подробно различные классы моделей объектов в системах управления рассмотрены в работах [29, 79].

Во многих задачах управления свойства среды, в которой функционирует объект управления, имеют такое же значение, как и динамика системы, поскольку сама постановка задачи управления часто в первую очередь связана с наличием помех (например, задача стабилизации). Поэтому целесообразно в ряде случаев при идентификации рассматривать общую модель объекта – среды.

Будем далее полагать, что процесс, которым надо управлять, описывается разностными уравнениями, допускающими линеаризацию, и является квазистационарным. Предполагается также, что влияние среды на процесс характеризуется случайными возмущениями, которые могут быть представлены стационарным гауссовским процессом с дробно-рациональной спектральной плотностью. Тогда модель объекта управления и внешней среды может быть построена на основе методов линеаризации, косвенного измерения возмущения

[43], а также представления возмущения методом порождающего процесса [27]. Такая модель показана на рис.52 и описывается соотношениями

$$x_t = \frac{\sum_{i=1}^l b_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^l a_i z^{-i}} y_t + \frac{1 + \sum_{i=1}^l c_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^l d_i z^{-i}} e_t \quad (VI.1)$$

или

$$x_t = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} y_t + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} e_t, \quad (VI.2)$$

где x_t , y_t – измеряемые последовательности управляемой и управляющей координат объекта; z^{-1} – оператор сдвига ($y_t = z y_{t-1}$, $y_t = z^{-1} y_{t+1}$); e_t – чисто случайная гауссовская последователь-

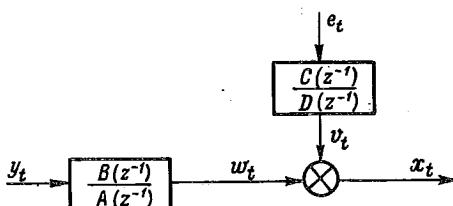


Рис.52.

ность с нулевым средним; $M\{e_t\} = 0$, $M\{e_t e_k\} = \delta^2 \delta_{tk}^*$, иначе говоря, порождающий процесс [27].

Уравнения (VI.1), (VI.2) иногда называют канонической формой для дискретной стационарной динамической системы с одним входом и одним выходом и с запаздыванием, равным целому числу шагов интервалов дискретизации [49]. Дробно-рациональная функция $F(z^{-1}) = C(z^{-1}) D^{-1}(z^{-1})$ и оператор физически реализуемой обратимой динамической системы, который преобразует стационарную чисто случайную последовательность e_t в коррелированную гауссовскую последовательность $\sigma_t = F(z^{-1}) e_t$. Такую модель обычно называют моделью авторегрессии – скользящего среднего (APCC) [8]. Так как σ_t и e_t – стационарные случайные процессы, а оператор $F(z^{-1})$ обратим, то нули полиномов $C(z^{-1})$ и $D(z^{-1})$ принадлежат единичному кругу комплексной плоскости $|z| < 1$. (Так как $M\{e_t\} = 0$, то нули $C(z^{-1})$ должны лежать внутри единичного круга, $M\{\sigma_t\}$ может, вообще говоря, отличаться от нуля и представлять собой целую рациональную функцию времени. В этом случае полином $D(z^{-1})$ должен иметь соответствующее количество нулей на единичной окружности $|z| = 1$. Такие модели позволяют описывать стационарными моделями нестационарные процессы σ_t со средним, имеющим вид целой рациональной функции времени. Эти модели называются моделями авторегрессии – проинтегрированного скользящего среднего [8]).

Без потери общности будем предполагать, что полиномы $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$, $D(z^{-1})$ имеют одинаковый порядок, а именно $\deg A(z^{-1}) = \deg B(z^{-1}) = \deg C(z^{-1}) = \deg D(z^{-1}) = \ell$ ^{**}. В случае необходимости соответствующий коэффициент в полиноме может быть равен нулю, а порядок полинома приведен в соответствие с истинным.

Как правило, вместо модели (VI.1), (VI.2) используют модели с упрощенным представлением возмущения σ_t . Общая модель авторегрессии – скользящего среднего заменяется при этом авторегрессионной (AP) или моделью скользящего среднего (CC):

$$\delta_{tk}^* \begin{cases} 1, & \text{при } t = k - \text{символ Кронекера,} \\ 0, & \text{при } t \neq k. \end{cases}$$

^{*} $\deg B(q)$ – порядок полинома $B(q)$ по степеням q (от англ. degree – степень).

$$x_t = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} y + \frac{1}{H(z^{-1})} e_t, \quad x = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} y_t + G(z^{-1}) e_t, \quad (\text{VI.3})$$

где $H(z^{-1}) = 1 - \sum_{k=1}^{\ell} h_k z^{-k}$, $G(z^{-1}) = 1 + \sum_{k=1}^{\ell} g_k z^{-k}$.

Функции $H^{-1}(z^{-1}) \approx C(z^{-1})D^{-1}(z^{-1})$ и $G(z^{-1}) \approx C(z^{-1})D^{-1}(z^{-1})$ аппрокси-мируют исходную дробно-рациональную функцию модели авторегрессии – скользящего среднего. При этом, если нули полиномов $C(z^{-1})$ и $D(z^{-1})$ лежат внутри единичного круга, то $\lim_{k \rightarrow \infty} h_k = 0$ и $\lim_{k \rightarrow \infty} g_k = 0$, т.е., если взять полиномы $H(z^{-1})$ и $G(z^{-1})$ соответствующего порядка, то аппроксимация может быть достаточно точна.

П р и м е р. Рассмотрим аппроксимацию исходной модели авторегрессии – скользящего среднего моделью AP и CC с конечным числом параметров:

$$\frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} = \frac{1 + c z^{-1}}{1 - d z^{-1}} = \frac{1 + 0,2 z^{-1}}{1 - 0,7 z^{-1}}, \quad (\text{VI.4})$$

$$G(z^{-1}) = 1 + (c-d) z^{-1} - d(c-d) z^{-2} + d^2(c-d) z^{-3} + \dots + (-1)^{i-1} d^{i-1}(c-d) z^{-i},$$

$$\begin{aligned} H^{-1}(z^{-1}) &= [1 - (c-d) z^{-1} + c(c-d) z^{-2} - c^2(c-d) z^{-3} + \dots + (-1)^i c^{i-1}(c-d) z^{-i}, \dots]^{-1}, \\ G(z^{-1}) &= 1 + 0,9 z^{-1} + 0,63 z^{-2} + 0,44 z^{-3} + 0,31 z^{-4} + 0,22 z^{-5} + 0,15 z^{-6}, \dots, \\ H^{-1}(z^{-1}) &= [1 - 0,9 z^{-1} + 0,18 z^{-2} - 0,036 z^{-3} + 0,0072 z^{-4} - 0,00144 z^{-5}, \dots]^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{VI.5})$$

Каждая из моделей может быть однозначно охарактеризована автокорреляционной функцией. Рассмотрим по пять первых значений автокорреляционной функции $K_{yy}(\tau)$ ($\tau = 0, 1, 2, 3, 4$) для исходной модели APCC и моделей AP и CC с конечным числом параметров. В таблице приведены значения $K_{yy}(\tau)$ для модели APCC, модели CC с числом параметров от одного до шести и модели AP с двумя параметрами. Из нее видно, что модели AP и CC могут достаточно точно аппроксимировать общую модель APCC, но требуют для своей реализации большего числа параметров. Следует отметить, что при идентификации точность аппроксимации автокорреляционной функций модели APCC моделью CC и AP может быть достигнута большая, чем просто использованием конечного числа членов бесконечного ряда (VI.4) или (VI.5). Необходимо отметить также, что более целесообразно использовать модели AP, так как они позволяют описывать случайные процессы, среднее которых представляет собой целую рациональную функцию времени [8].

Модель	Число параметров	$K_{\text{pp}}(\tau)$				
		0	1	2	3	4
APCC	2	2,588	2,011	1,408	0,985	0,690
CC	1	1,810	0,9	0	0	0
	2	2,207	1,467	0,630	0	0
	3	2,401	1,744	1,026	0,440	0
	4	2,497	1,881	1,221	0,719	0,310
	5	2,545	1,949	1,318	0,858	0,508
	6	2,568	1,982	1,365	0,924	0,603
AP	1	1,961	1,373	0,661	0,673	0,471
	2	2,471	1,885	1,251	0,787	0,483

§ 2. Идентифицируемость объектов в замкнутых системах управления

В детерминистической постановке задачи идентифицируемость системы вида $\dot{x}_{t+1} = Ax_t$ (x_t – вектор состояния динамической системы; A – квадратная $n \times n$ неизвестная матрица) означает возможность определения матрицы A по измерениям x_t ($t = 1, 2, 3, \dots$). Такая идентифицируемость называется n -идентифицируемостью. $[x_0 : Ax_0 : \dots : A^{n-1}x_0]$. Действительно, $[x_n : x_{n-1} : \dots : x_1] = A[x_{n-1} : x_{n-2} : \dots : x_0]$. Отсюда

$$A = [x_n : x_{n-1} : \dots : x_1] \cdot [x_{n-1} : x_{n-2} : \dots : x_0]^{-1},$$

и условием существования оценки матрицы A является невырожденность матрицы $[x_{n-1} : x_{n-2} : \dots : x_0] = [A^{n-1}x_0 : A^{n-2}x_0 : \dots : x_0]$.

Когда вектор состояния x_t непосредственно не измеряется, динамическая система

$$\dot{x}_{t+1} = Ax_t,$$

$$y_t = Cx_t$$

является идентифицируемой, если матрица n -идентифицируемости несингулярна, а матрица наблюдаемости $[C^T : A^T C^T : \dots : (A^T)^{n-1} C^T]$ имеет ранг n , т.е. система полностью наблюдаема.

Наблюдаемая система неидентифицируема в том случае, если матрица n -идентифицируемости сингулярна. Различают два случая: простейший, когда $x_0 = 0$, и нетривиальный, когда начальные условия имеют нулевые проекции на собственные векторы матрицы A [71], т.е. не все собственные колебания системы возбуждены [79].

Для неавтономной устойчивой системы

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{t+1} &= \mathbf{A} \mathbf{x}_t + \mathbf{B} u_t, \\ y_t &= \mathbf{C} \mathbf{x}_t \end{aligned}$$

условие возбуждения всех собственных колебаний и n -идентифицируемости выполнены, если ранг матрицы управляемости $[\mathbf{B}; \mathbf{AB}; \dots; \mathbf{A}^2\mathbf{B}; \dots; \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]$ равен n , а управляющий сигнал является постоянно возбуждающим порядка n , т.е. существуют пределы

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u_t < \infty,$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u_t u_{t+\tau} = r(\tau) < \infty,$$

и матрица $R_u = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & \dots & r(n-1) \\ r(1) & r(0) & \dots & r(n-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r(n-1) & r(n-2) & \dots & r(0) \end{bmatrix}$

положительно определена [50].

В стохастических системах неизвестные параметры в общем случае полностью характеризуются соответствующей апостериорной плотностью условного распределения вероятности относительно имеющихся результатов наблюдений измеряемых координат системы. Если же параметры системы являются детерминированными неизвестными и могут быть представлены как неизвестные параметры некоторой функции условного распределения вероятности наблюдаемых в системе случайных величин, то вся информация о системе будет заключаться в функции правдоподобия, а оценки неизвестных параметров по критерию максимума апостериорной вероятности могут быть адекватно заменены оценками максимума правдоподобия.

Идентифицируемость системы в этом случае понимается как возможность определения такой последовательности оценок $\hat{\mathbf{A}}_k$, $k = 1, 2, \dots$, которая сходится в некотором вероятностном смысле к значениям, доставляющим максимум функции условного распределения наблюдений относительно неизвестного вектора параметров, а корреляционная матрица ошибок оценивания сходится к нулевой [5, 8].

Адаптивная система с обучаемой моделью является замкнутой динамической системой, в которой обучение модели, т.е. идентификация динамики объекта и статистических характеристик внеш-

него возмущения, осуществляется по данным нормального функционирования объекта в замкнутой системе управления. В этих условиях задача приобретает специфический характер по сравнению с ее обычной постановкой, предполагающей независимость входного воздействия на объект от значений выходной координаты объекта и внешнего возмущения. В замкнутых системах управляющее воздействие формируется как функция выхода объекта, который включает в себя и внешнее возмущение. При этом важное условие независимости входного воздействия на объект от внешнего возмущения среды уже не имеет места.

В дальнейшем для определенности будем предполагать, что модель объекта и внешнего возмущения может быть представлена в виде (VI.3) с известными априори порядками полиномов $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $H(z^{-1})$ и неизвестными векторами параметров модели $\theta_0 = [a_1, \dots, a_\ell, b_1, \dots, b_\ell, h_1, \dots, h_\ell]^T$.

Вектор неизвестных параметров модели (VI.3) может быть представлен как неизвестный вектор параметров функции плотности совместного условного распределения вероятности $p(e_1, \dots, e_n | \theta)$ значений последовательности независимых случайных величин e_t , $t = 1, \dots, N$. Из (VI.3) следует

$$e_t = H(z^{-1})(x_t - B(z^{-1})A^{-1}(z^{-1})y_t).$$

Действительно, последовательность \hat{e}_t – невязки, т.е. разность между значениями выходной координаты объекта x_t и выходной координаты модели \hat{x}_t^M (рис.53):

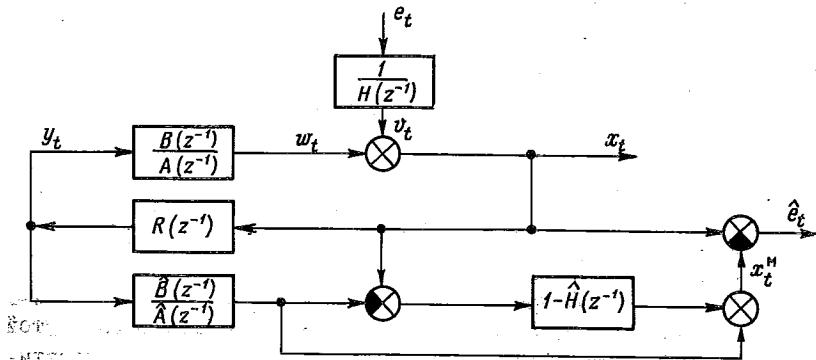


Рис.53.

$\hat{e}_t = x_t - \hat{x}_t^m = x_t - (\hat{x}_t - \hat{B}(z^{-1})\hat{A}^{-1}(z^{-1})y_t)(1 - \hat{H}(z^{-1})) + \hat{B}(z^{-1})\hat{A}^{-1}(z^{-1})y_t$ совпадает с порождающим процессом e_t , если вектор параметров модели (оценка вектора неизвестных параметров) $\hat{\theta} = \theta_0$.

Можно показать, что значение $\hat{\theta} = \theta_0$ соответствует максимуму условной плотности распределения $p(e_1, \dots, e_N | \theta)$ и минимуму функции потерь $M\{[\hat{e}_t(\hat{\theta})]^2\}$. Действительно,

$$e_t = \frac{\hat{H}(z^{-1})}{H(z^{-1})} e_t + H(z^{-1}) \left(\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} - \frac{\hat{B}(z^{-1})}{\hat{A}(z^{-1})} \right) y_t = e_t + f_t, \quad (VI.6)$$

$$\text{где } f_t = \frac{\hat{H}(z^{-1}) - H(z^{-1})}{H(z^{-1})} e_t + \hat{H}(z^{-1}) \left(\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} - \frac{\hat{B}(z^{-1})}{\hat{A}(z^{-1})} \right) y_t. \quad (VI.7)$$

Очевидно, что $f_t \equiv 0$ при $\hat{\theta} = \theta_0$. Кроме того, $M\{e_t f_t\} = 0$, так как $M\{e_t e_{t-\tau}\} = 0$ и $M\{e_t y_{t-\tau}\} = 0$ при $\tau > 0$. Следовательно,

$$M\{(\hat{e}_t(\hat{\theta}))^2\} = M\{e_t^2\} + M\{f_t^2(\hat{\theta})\} \geq M\{e_t^2\}.$$

Исследуем условия, при которых существует и единственная оценка $\hat{\theta} = \theta_0$, доставляющая максимум $p(e_1, \dots, e_N | \theta)$ или, что равносильно для независимых e_1, \dots, e_N , максимум $p(e_t | \theta)$ и минимум $M\{(\hat{e}_t(\theta))^2\}$. Можно показать, что для гауссовских процессов e_t такая оценка всегда существует, но для замкнутых систем она не всегда единственная.

Пусть Ω – замкнутое подмножество линейного пространства неизвестных параметров стохастической системы и пусть подмножество множества Ω $S_0 = \{\theta_0 : p(e_t | \theta_0) = \sup_{\theta \in \Omega} p(e_t | \theta)\}$. Как будет видно из дальнейшего, множество S_0 может представлять собой линейное многообразие и быть конечным множеством, состоящим в частном случае из одной точки. Если множество S_0 содержит только одну точку θ , то это определяет единственность максимально правдоподобной аппроксимации динамической системы в рамках данной структуры параметрической модели на бесконечном интервале наблюдений. Конечность множества S_0 указывает на то, что базис линейного пространства, в котором описывается поведение системы, находится в определенном соответствии с размерностью вектора неизвестных параметров и что функция $p(e_t | \theta)$ имеет несколько глобальных экстремумов. Если же множество S_0 представляет собой линейное многообразие, то функция $p(e_t | \theta)$ имеет "гипергребень" ($M\{\hat{e}_t^2(\theta)\}$ – "гиперовраг"), и решение задачи идентификации является вырожденным.

Будем считать систему идентифицируемой, идентифицируемой с точностью до конечного множества и неидентифицируемой, если множество δ_0 соответственно содержит одну точку, конечно и содержит более чем одну точку, является линейным многообразием. Эти определения во многом условны, но полезны тем, что позволяют различать три важных случая.

Для анализа условий идентифицируемости, или, точнее говоря, условий, при которых имеет место тот или иной тип множества δ_0 , будем рассматривать случайную последовательность f_t из выражений (VI.6), (VI.7):

$$f_t = \frac{\hat{H}(z^{-1}) - H(z^{-1})}{H(z^{-1})} e_t + \hat{H}(z^{-1}) \left(\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} - \frac{\hat{B}(z^{-1})}{\hat{A}(z^{-1})} \right) y_t.$$

Очевидно, что множеству δ_0 принадлежат только такие точки θ , для которых $f_t(\theta) \equiv 0$.

Рассмотрим задачу идентификации разомкнутой системы. При этом e_t и y_t – взаимно независимые последовательности. Тогда $f_t = 0$, только если

$$\frac{\hat{H}(z^{-1}) - H(z^{-1})}{H(z^{-1})} e_t = 0, \quad \hat{H}(z^{-1}) \left(\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} - \frac{\hat{B}(z^{-1})}{\hat{A}(z^{-1})} \right) y_t = 0.$$

Первое равенство имеет место, только если $\hat{H}(z^{-1}) = H(z^{-1})$. Второе (если полиномы $A(z^{-1})$ и $B(z^{-1})$ взаимно простые) справедливо, только если $\hat{B}(z^{-1}) = B(z^{-1})$, $\hat{A}(z^{-1}) = A(z^{-1})$. Если же полиномы $A(z^{-1})$ и $B(z^{-1})$ имеют общий делитель $K_0(z^{-1})$, то последнее условие справедливо для всех $\hat{B}(z^{-1})$, $\hat{A}(z^{-1})$, удовлетворяющих равенству

$$\frac{\hat{B}(z^{-1})}{\hat{A}(z^{-1})} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \cdot \frac{K_0(z^{-1})}{K_0(z^{-1})} \cdot \frac{K_1(z^{-1})}{K_1(z^{-1})}.$$

Здесь $K_1(z^{-1})$ – произвольный полином, удовлетворяющий условию $\deg K_1(z^{-1}) \leq \deg K_0(z^{-1})$. Предполагается также, что y_t является постоянно возбуждающим порядка ℓ .

Для взаимно простых полиномов $B(z^{-1})$ и $A(z^{-1})$ множество δ_0 содержит только одну точку, и система, описываемая (VI.3), идентифицируема. При наличии общего делителя $K_0(z^{-1})$ у полиномов $A(z^{-1})$ и $B(z^{-1})$ базис линейного пространства параметров системы меньше размерности вектора неизвестных параметров θ_0 на величину $\deg K_0(z^{-1})$, и множество δ_0 является линейным многообразием (размерностью $\deg K_0(z^{-1})$) пространства параметров. На-

личие общего делителя соответствует в данном случае неполной управляемости объекта в системе (VI.3) [30].

Таким образом, необходимыми и достаточными условиями идентифицируемости разомкнутой системы

$$x_t = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} y_t + \frac{1}{H(z^{-1})} e_t.$$

являются полная управляемость объекта и соответствие y_t условиям постоянного возбуждения. (Легко проверить, что рассматриваемая система всегда наблюдаема.)

Характерные особенности задачи идентификации объектов управления в замкнутых системах связаны с наличием обратной связи, устанавливающей причинно-следственную связь между выходом объекта и входным управляющим воздействием на объект в дополнение к уже существующей в объекте причинно-следственной связи между входом и выходом. Применение в этих условиях известных методов идентификации разомкнутых систем по данным измерений координат на входе - выходе без учета влияния обратной связи может приводить к неверным результатам или порождать неоднозначность решения задачи идентификации.

П р и м ер 1. Рассмотрим замкнутую систему

$$\begin{aligned} x_t &= W_s(z^{-1}) y_t + \sigma_t, \\ y_t &= W_R(z^{-1}) x_t. \end{aligned}$$

где $W_s(z^{-1})$ и $W_R(z^{-1})$ – соответственно дробно-рациональные операторы, описывающие объект управления и обратную связь (регулятор); σ_t – внешнее случайное возмущение с дробно-рациональной спектральной плотностью.

Применение спектральных или корреляционных методов идентификации оператора объекта $W_s(z^{-1})$ непосредственно по данным измерений x_t и y_t без учета структуры причинно-следственных связей приводит в данном случае к бессодержательному результату:

$$\hat{W}_s(z^{-1}) = (W_R(z^{-1}))^{-1}$$

($\hat{W}_s(z^{-1})$ – оценка оператора объекта), т.е. в результате идентификации полученная оценка оператора объекта представляет собой обращенный оператор обратной связи [79, 83].

П р и м ер 2. Рассмотрим замкнутую систему

$$x_t = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} y_t + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} e_t,$$

$$y_t = -\frac{M(z^{-1})}{N(z^{-1})} x_t,$$

где x_t , y_t – соответственно выходная и входная последовательности объекта управления; e_t – порождающий процесс; $B(z^{-1}) A^{-1}(z^{-1})$, $C(z^{-1}) D^{-1}(z^{-1})$, $M(z^{-1}) N^{-1}(z^{-1})$ – дробно-рациональные операторы соответственно объекта, формирующего фильтра и регулятора.

Преобразуем рассматриваемую каноническую модель объекта – среды

$$A(z^{-1}) D(z^{-1}) x_t = B(z^{-1}) D(z^{-1}) y_t + A(z^{-1}) C(z^{-1}) e_t;$$

обозначим $A^*(z^{-1}) = A(z^{-1}) D(z^{-1})$, $B^*(z^{-1}) = B(z^{-1}) D(z^{-1})$, $C^*(z^{-1}) = C(z^{-1}) A(z^{-1})$.

Модель вида $A^*(z^{-1}) x_t = B^*(z^{-1}) y_t + C^*(z^{-1}) e_t$ принято называть обобщенной моделью объекта – среды [49, 79].

Очевидно, что любой метод идентификации полиномов $A^*(z^{-1})$, $B^*(z^{-1})$ (оценки их параметров) по данным измерений последовательностей y_t , x_t приведет к следующему результату;

$$\hat{A}^*(z^{-1}) = A^*(z^{-1}) + L(z^{-1}) M(z^{-1}),$$

$$\hat{B}^*(z^{-1}) = B^*(z^{-1}) - L(z^{-1}) N(z^{-1}),$$

($L(z^{-1})$ – произвольный полином), причем

$\deg L(z^{-1}) \leq \min \{(\deg A^*(z^{-1}) - \deg M(z^{-1})), (\deg B^*(z^{-1}) - \deg N(z^{-1}))\}$, если $\deg A^*(z^{-1}) \geq \deg M(z^{-1}) \wedge \deg B^*(z^{-1}) \geq \deg N(z^{-1})$, так как система

$$A^*(z^{-1}) x_t = B^*(z^{-1}) y_t + C^*(z^{-1}) e_t$$

и выражение

$$(A^*(z^{-1}) + L(z^{-1}) M(z^{-1})) x_t = (B^*(z^{-1}) - L(z^{-1}) N(z^{-1})) y_t + C^*(z^{-1}) e_t$$

в замкнутом контуре имеют одинаковые входные и выходные последовательности.

В частном случае, если система описывается уравнениями

$$x_t + a x_{t-1} = b y_{t-1} + e_t,$$

$$y_t = m x_t,$$

оценками неизвестных параметров a и b будут $\hat{a} = a + rm$, $\hat{b} = b + r$ (r – произвольное вещественное число).

Априорная информация о структуре операторов адекватной модели объекта – среды (о порядке полиномов) является весьма существенной. Так, если для системы в рассмотренном примере 2 априори известно, что

$$\deg A^*(z^{-1}) < \deg M(z^{-1}) \vee \deg B^*(z^{-1}) < N(z^{-1}),$$

то решение задачи идентификации единственно, и оценки неизвестных параметров совпадают с истинными значениями.

Необходимо также отметить, что при описании одного и того же процесса обобщённая модель обладает, вообще говоря, параметрической избыточностью сравнительно с канонической моделью. Если принять порядки всех полиномов в канонической модели одинаковыми и равными ℓ , то она характеризуется 4ℓ неизвестными параметрами, в то время как соответствующая ей обобщенная модель содержит 6ℓ неизвестных параметров. Вместе с тем обобщенная модель может быть в принципе определена только 4ℓ параметрами, если учесть, что ее параметры являются билинейными функциями параметров канонической модели:

$$A^*(z^{-1}) = A(z^{-1}) D(z^{-1}),$$

$$B^*(z^{-1}) = B(z^{-1}) D(z^{-1}),$$

$$C^*(z^{-1}) = C(z^{-1}) A(z^{-1}).$$

Таким образом, в адаптивных системах с обучаемой моделью объекта – среди, в которых результаты текущей идентификации используются для синтеза алгоритма управления с обратной связью, анализ условий идентифицируемости, достижимой точности решения задачи идентификации, выбор методов и алгоритмов идентификации должны осуществляться с учетом влияния контура обратной связи на процедуру и результаты идентификации [16, 52].

§ 3. Структурные условия идентифицируемости в замкнутых системах управления

Рассмотрим подробнее задачу идентификации в замкнутых системах. Пусть замкнутая система (см.рис.53) описывается уравнениями

$$x_t = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} y_t + \frac{1}{H(z^{-1})} e_t, \quad (VI.8)$$

$$y_t = R(z^{-1}) x_t + u_t, \quad (VI.9)$$

где u_t – обобщенная последовательность внешнего воздействия в контуре обратной связи; $R(z^{-1})$ – оператор обратной связи (регулятор).

Вернемся опять к рассмотрению последовательности f_t из выражений (VI.6), (VI.7). С учетом уравнения (VI.9) последовательность f_t может быть определена как

$$f_t = \frac{\hat{H}(z^{-1})(\hat{A}(z^{-1}) - R(z^{-1})\hat{B}(z^{-1}))A(z^{-1}) - \hat{A}(z^{-1})(A(z^{-1}) - R(z^{-1})B(z^{-1})H(z^{-1})}{\hat{A}(z^{-1})(A(z^{-1}) - R(z^{-1})B(z^{-1})H(z^{-1}))} e_t + \\ + \hat{H}(z^{-1}) \left(\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} - \frac{\hat{B}(z^{-1})}{\hat{A}(z^{-1})} \right) u_t.$$

В силу независимости e_t и u_t условие $f_t = 0$, определяющее принадлежность удовлетворяющего этому условию вектора θ множеству \mathcal{S}_0 , распадается на два независимых условия:

$$\frac{\hat{H}(z^{-1})(\hat{A}(z^{-1}) - R(z^{-1})\hat{B}(z^{-1}))A(z^{-1}) - \hat{A}(z^{-1})(A(z^{-1}) - R(z^{-1})B(z^{-1}))H(z^{-1})}{\hat{A}(z^{-1})(A(z^{-1}) - R(z^{-1})B(z^{-1}))H(z^{-1})} = 0, \\ \hat{H}(z^{-1}) \left(\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} - \frac{\hat{B}(z^{-1})}{\hat{A}(z^{-1})} \right) u_t = 0.$$

Очевидно, что если u_t является постоянно возбуждающим порядка ℓ (e_t – постоянно возбуждающее бесконечно высокого порядка), то управляемость объекта, т.е. отсутствие нулей, кратных полюсам, в $B(z^{-1})A^{-1}(z^{-1})$ является необходимым и достаточным условием идентифицируемости системы (VI.8) с обратной связью (VI.9).

Пусть теперь $u_t = 0$. Тогда $f_t = 0$, если

$$\hat{H}(z^{-1})(\hat{A}(z^{-1}) - R(z^{-1})\hat{B}(z^{-1}))A(z^{-1}) = H(z^{-1})(A(z^{-1}) - R(z^{-1})B(z^{-1}))\hat{A}(z^{-1}), \quad (\text{VI.10})$$

или $(H(z^{-1})B(z^{-1})\hat{A}(z^{-1}) - \hat{H}(z^{-1})\hat{B}(z^{-1})A(z^{-1}))R(z^{-1}) = A(z^{-1})\hat{A}(z^{-1})(H(z^{-1}) - \hat{H}(z^{-1}))$, (VI.11)
где $\hat{A}(z^{-1})$, $\hat{B}(z^{-1})$, $\hat{H}(z^{-1})$ – произвольные полиномы, удовлетворяющие условиям $\deg \hat{A}(z^{-1}) \leq \deg A(z^{-1})$; $\deg \hat{B}(z^{-1}) \leq \deg B(z^{-1})$; $\deg \hat{H}(z^{-1}) \leq \deg H(z^{-1})$.

Если оператор $R(z^{-1})$ нелинейен, т.е. не является дробно-рациональной функцией z^{-1} и, следовательно, не удовлетворяет соотношению (VI.11) ни при каких допустимых $\hat{A}(z^{-1})$, $\hat{B}(z^{-1})$, $\hat{H}(z^{-1})$, то при некоторых слабых дополнительных условиях, обеспечивающих формирование постоянно возбуждающего u_t , которым должен удовлетворять оператор $R(z^{-1})$, система (VI.8) с обратной связью (VI.9) идентифицируема и при $u_t \equiv 0$. Условие полной управляемости объекта, как и ранее, сохраняет свою необходимость.

Пусть теперь оператор $R(z^{-1})$ линеен, т.е. может быть представлен в виде некоторой дробно-рациональной функции от z^{-1} :

$$R(z^{-1}) = M(z^{-1}) / N(z^{-1}), \quad (\text{VI.12})$$

а внешнее воздействие $u_t \equiv 0$, как и ранее.

Условие (VI.10) с учетом (VI.11) может быть приведено к следующему виду:

$$\frac{\hat{A}(z^{-1})}{\hat{H}(z^{-1})(\hat{A}(z^{-1})N(z^{-1}) + \hat{B}(z^{-1})M(z^{-1}))} = \frac{A(z^{-1})}{H(z^{-1})(A(z^{-1})N(z^{-1}) + B(z^{-1})M(z^{-1}))}. \quad (\text{VI.13})$$

Это условие может быть интерпретировано следующим образом. В замкнутой системе, описываемой уравнениями (VI.8), (VI.9), с $R(z^{-1})$, определяемым выражением (VI.12), и $u_t \equiv 0$ выходная координата

$$x_t = \frac{A(z^{-1})N(z^{-1})}{H(z^{-1})(A(z^{-1})N(z^{-1}) + B(z^{-1})M(z^{-1}))} e_t.$$

Следовательно, все системы, векторы неизвестных параметров которых принадлежат множеству \mathcal{S}_0 , имеют одинаковые выходные x_t и входные y_t последовательности. Иначе говоря, они неразличимы между собой по входным-выходным параметрам.

Равенство (VI.13) выполнено, если $\hat{A}(z^{-1}) = A(z^{-1})$, и

$$\frac{A(z^{-1})N(z^{-1})}{M(z^{-1})} = \frac{B(z^{-1})H(z^{-1}) - B(z^{-1})\hat{H}(z^{-1})}{H(z^{-1}) - \hat{H}(z^{-1})}.$$

Если $\deg H(z^{-1}) \leq \deg M(z^{-1})$ или $\deg B(z^{-1})H(z^{-1}) \leq \deg A(z^{-1})N(z^{-1})$, то последнее равенство, а следовательно, и условие (VI.10) имеют место только при $\hat{A}(z^{-1}) = A(z^{-1})$, $\hat{B}(z^{-1}) = B(z^{-1})$, $\hat{H}(z^{-1}) = H(z^{-1})$. Условие

$$\deg M(z^{-1}) > \deg H(z^{-1}) \vee \deg A(z^{-1})N(z^{-1}) > \deg B(z^{-1})H(z^{-1}) \quad (VI.14)$$

является, очевидно, достаточным условием идентифицируемости в том случае, если полиномы $A(z^{-1})$ и $H(z^{-1})(A(z^{-1})N(z^{-1}) + B(z^{-1})M(z^{-1}))$ взаимно простые [38].

Рассмотрим случай, когда условие взаимной простоты полиномов не имеет места. Возможны три варианта: общие нули имеют пары полиномов $A(z^{-1})$ и $B(z^{-1})$, $A(z^{-1})$ и $M(z^{-1})$, $A(z^{-1})$ и $H(z^{-1})$. В первом случае множество \mathcal{S}_0 всегда является линейным многообразием, так как равенство (VI.13), а следовательно, и условие (VI.10) удовлетворяются при всех

$$\frac{\hat{B}(z^{-1})}{\hat{A}(z^{-1})} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \frac{K_0(z^{-1})}{K_0(z^{-1})} \frac{K_1(z^{-1})}{K_1(z^{-1})},$$

где $K_0(z^{-1})$ – наибольший общий делитель полиномов $B(z^{-1})$ и $A(z^{-1})$, а $K_1(z^{-1})$ – произвольный полином, для которого $\deg K_1(z^{-1}) \leq \deg K_0(z^{-1})$. Следовательно, как и ранее, необходимым условием идентифицируемости является управляемость объекта. Во втором случае условие (VI.14) видоизменяется следующим образом:

$$\deg M(z^{-1}) > \varphi_y + \deg H(z^{-1}) \vee \deg A(z^{-1})N(z^{-1}) > \varphi_y + \deg B(z^{-1})H(z^{-1}), \quad (VI.15)$$

где φ_y – порядок полинома, являющегося наибольшим общим делителем для $A(z^{-1})$ и $M(z^{-1})$. Наличие общего делителя у полиномов $A(z^{-1})$ и $H(z^{-1})$ не изменяет условий идентифицируемости.

Таким образом, для линейных замкнутых систем достаточным условием идентифицируемости являются управляемость объекта и выполнение одного из неравенств (VI.15) [38].

Перейдем теперь к обсуждению необходимых и достаточных условий конечности множества \mathcal{S}_0 для линейных систем с $u_t \equiv 0$. Пусть условие (VI.15) нарушено, т.е.

$$\deg M(z^{-1}) < \varrho_y + \deg H(z^{-1}) \wedge \deg A(z^{-1})N(z^{-1}) < \varrho_y + \deg B(z^{-1})H(z^{-1}).$$

Тогда множество $\mathcal{S}_0 \subset \Omega$ образовано в пространстве параметров точками θ_i , удовлетворяющими условию

$$\frac{\hat{A}_i(z^{-1})}{\hat{H}_i(z^{-1})(A(z^{-1})N(z^{-1}) + \hat{B}_i(z^{-1})M(z^{-1}))} = \frac{A(z^{-1})}{H(z^{-1})(A(z^{-1})N(z^{-1}) + B(z^{-1})M(z^{-1}))} = \frac{P(z^{-1})}{Q(z^{-1})}, \quad (\text{VI.16})$$

как это следует из формулы (VI.13).

Для полностью наблюдаемых и полностью управляемых воздействием e_t замкнутых систем полиномы $P(z^{-1})$ и $Q(z^{-1})$ являются взаимно простыми. Отсюда следует, что $\hat{A}_i(z^{-1}) = A(z^{-1})$ для всех i , т.е. проекцией множества \mathcal{S}_0 на подпространство параметров полинома $\hat{A}(z^{-1})$ является одна точка.

С учетом этого из условия (VI.16) следует

$$\hat{H}_i(z^{-1})(A(z^{-1})N(z^{-1}) + \hat{B}_i(z^{-1})M(z^{-1})) = Q(z^{-1}). \quad (\text{VI.17})$$

Если полином $Q(z^{-1})$ может быть единственным образом представлен как произведение полиномов порядка $\deg H(z^{-1})$ и $\deg Q(z^{-1}) - \deg H(z^{-1})$ с вещественными коэффициентами, то множество \mathcal{S}_0 содержит только одну точку. Именно единственность подобного представления и является необходимым и достаточным условием идентифицируемости полностью управляемой и наблюдаемой (с взаимно простыми $P(z^{-1})$ и $Q(z^{-1})$) замкнутой системы.

Вообще говоря, максимальное число различных представлений полинома порядка p в виде произведения двух полиномов с вещественными коэффициентами порядков r и $p-r$ равно числу сочетаний C_n^r . Такое число представлений имеет место для полиномов $Q(z^{-1})$ с вещественными корнями. Наличие комплексных корней ведет к уменьшению числа подобных представлений. В качестве примера можно привести полином $Q(z^{-1})$ нечетной степени с одним вещественным корнем. Если $\deg H(z^{-1}) = 1$, то очевидно, что для данного примера существует только одно представление указанного вида. Если же все корни $Q(z^{-1})$ вещественные, то число представлений равно $C_{\deg Q(z^{-1})}^1 = \deg Q(z^{-1})$ [38].

Таким образом, существует конечное множество полиномов $H_i(z^{-1})$ и $C_i(z^{-1}) = A(z^{-1})N(z^{-1}) + B_i(z^{-1})M(z^{-1})$, удовлетворяющих равенству (VI.17). Каждому $C_i(z^{-1})$ соответствует один и только один $B_i(z^{-1})$ [38]. Отсюда следует, что множество δ_0 полностью управляемой и наблюдаемой замкнутой системы содержит конечное число точек, не превышающее $C^{\deg H(z^{-1})}_{\deg Q(z^{-1})}$.

Вернемся теперь к исследованию множества δ_0 для систем с взаимной компенсацией нулей и полюсов. Наличие общего делителя у полиномов $P(z^{-1})$ и $Q(z^{-1})$ обусловлено, как уже указывалось, наличием общего делителя хотя бы у одной из пар полиномов $A(z^{-1})$ и $B(z^{-1})$, $A(z^{-1})$ и $M(z^{-1})$, $A(z^{-1})$ и $H(z^{-1})$. Существование общего делителя у полиномов $A(z^{-1})$ и $B(z^{-1})$ и связанная с этим неполная управляемость объекта всегда приводят к тому, что множество δ_0 представляет собой линейное многообразие. Можно показать, что наличие общего делителя у полиномов $A(z^{-1})$ и $M(z^{-1})$ приводит к неполной управляемости замкнутой системы в целом (от e_t), и дефект соответствующей матрицы управляемости ϱ_y будет равен порядку наибольшего общего делителя. Аналогично наличие общего делителя у полиномов $A(z^{-1})$ и $H(z^{-1})$ приводит к неполной наблюдаемости замкнутой системы в целом (по измерениям y_t, x_t), и дефект соответствующей матрицы наблюдаемости ϱ_h равен порядку наибольшего делителя полиномов $A(z^{-1})$ и $H(z^{-1})$.

Пусть объект полностью наблюдаем ($\varrho_h = 0$) и $\varrho_y > 0$. Равенство (VI.16) распадается на два:

$$\hat{A}_i^*(z^{-1})N(z^{-1}) = P^*(z^{-1}),$$

$$\hat{H}_i(z^{-1})(A(z^{-1})N(z^{-1}) + \hat{B}_i(z^{-1})M^*(z^{-1})) = Q^*(z^{-1}),$$

где $P^*(z^{-1})$ и $Q^*(z^{-1})$, $\hat{A}^*(z^{-1})$ и $M^*(z^{-1})$ – взаимно простые полиномы, полученные делением соответствующих полиномов на наибольший общий делитель $K(z^{-1})$. С учетом этого и условия (VI.16) из первого равенства следует, что существует только один полином $\hat{A}_i(z^{-1}) = A(z^{-1})$, удовлетворяющий выражению. Второе равенство, как и для случая, рассмотренного ранее, удовлетворяется только для конечного числа полиномов $\hat{H}_i(z^{-1})$ и $\hat{B}_i(z^{-1})$, не превышающего $C^{\deg H(z^{-1})}_{\deg Q^*(z^{-1})}$. Следовательно, наблюдаемые линейные замкнутые системы всегда идентифицируемы с точностью до конечного множества δ_0 .

Пусть теперь $\varrho_y = 0$, а $\varrho_H > 0$; объект, как и ранее, полностью управляем. Равенство (VI.16) распадается на два:

$$\begin{aligned}\hat{A}_i^*(z^{-1})N(z^{-1}) &= P^*(z^{-1}), \\ \hat{H}_i^*(z^{-1})(\hat{A}_i(z^{-1})N(z^{-1}) + \hat{B}_i(z^{-1})M(z^{-1})) &= Q^*(z^{-1}),\end{aligned}$$

где $P^*(z^{-1})$ и $Q^*(z^{-1})$, $\hat{A}_i^*(z^{-1})$ и $\hat{H}_i^*(z^{-1})$ – взаимно простые полиномы, полученные делением соответствующих полиномов на наибольший общий делитель $K_i(z^{-1})$. Как и ранее, из первого равенства и условия (VI.16) следует, что $\hat{A}_i^*(z^{-1}) = A^*(z^{-1})$. Второе равенство удовлетворяется для конечного числа полиномов $\hat{H}_i^*(z^{-1})$ и $C_i(z^{-1}) = (\hat{A}_i(z^{-1})N(z^{-1}) + \hat{B}_i(z^{-1})M(z^{-1}))$. Параметры полинома $B_i(z^{-1})$ связаны с параметрами полинома $C_i(z^{-1})$ и наибольшего общего делителя $K_i(z^{-1})$ линейной зависимостью

$$C_i(z^{-1}) = A^*(z^{-1})K_i(z^{-1}) + \hat{B}_i(z^{-1})M(z^{-1}).$$

Очевидно, что если $\deg C_i(z^{-1}) \geq \deg K_i(z^{-1}) + \deg B(z^{-1})$, то каждому вектору параметров полинома $C_i(z^{-1})$ соответствует одна и только одна пара векторов параметров полиномов $K_i(z^{-1})$ и $\hat{B}_i(z^{-1})$. В противном случае множество параметров полиномов $K_i(z^{-1})$ и $\hat{B}_i(z^{-1})$, соответствующих одному полиному $C_i(z^{-1})$, образует линейное многообразие. Следовательно, условие

$$\deg C_i(z^{-1}) \geq \deg K_i(z^{-1}) + \deg B(z^{-1}) \quad (\text{VI.18})$$

является необходимым и достаточным условием идентифицируемости управляемой замкнутой системы с точностью до конечного множества. Условие (VI.18) может быть преобразовано в более удобную форму:

$$\begin{aligned}\deg A(z^{-1})N(z^{-1}) &\geq \deg K_i(z^{-1}) + \deg B(z^{-1}) \vee \deg B(z^{-1})M(z^{-1}) \geq \\ &\geq \deg K_i(z^{-1}) + \deg B(z^{-1})\end{aligned}$$

$$\text{или} \quad \deg A(z^{-1})N(z^{-1}) \geq \varrho_H + \deg B(z^{-1}) \vee \deg M(z^{-1}) \geq \varrho_H,$$

Сформулируем в окончательной форме на основе проведенного анализа условия идентифицируемости и идентифицируемости с точностью до конечного множества (конечность S_0) для линейных замкнутых систем с управляемым объектом.

Достаточное условие идентифицируемости (S_0 содержит одну и только одну точку) следует из выражения (VI.14) и (VI.15):

$$\begin{aligned}\deg M(z^{-1}) &\geq \varrho_y + \deg H(z^{-1}) \vee \deg A(z^{-1})N(z^{-1}) \geq \\ &\geq \varrho_y + \deg B(z^{-1})H(z^{-1}).\end{aligned} \quad (\text{VI.19})$$

Необходимое и достаточное условие идентифицируемости с точностью до конечного множества (S_0 конечно) следующее:

$$\deg A(z^{-1})N(z^{-1}) \geq Q_H + \deg B(z^{-1})V \deg M(z^{-1}) \geq Q_H. \quad (VI.20)$$

Условия идентифицируемости (VI.19) и (VI.20) позволяют установить нетривиальный факт полной идентифицируемости системы, которая может содержать неуправляемую и ненаблюдающую части.

Не обсуждая далее этот факт, отметим, что он имеет место благодаря априорной информации о топологии замкнутой системы. Условия такого типа обычно принято называть структурными условиями идентифицируемости.

Пример. Рассмотрим замкнутую систему

$$\begin{aligned} w_t &= aw_{t-1} + by_{t-1}, \\ v_t &= hv_{t-1} + e_t, \\ x_t &= w_t + v_t, \\ y_t &= R(z^{-1})x_t, \end{aligned} \quad (VI.21)$$

где $a = 0,8$; $b = 1,0$; $h = 0,6$.

1. Пусть $R(z^{-1}) = -1$. Из условий идентифицируемости (VI.19), (VI.20) следует, что данная система идентифицируема только с точностью до конечного множества, так как $(\deg M(z^{-1})) = 0 < \deg H(z^{-1}) = 1$ и $(\deg A(z^{-1})N(z^{-1})) = 1 < \deg B(z^{-1})H(z^{-1}) = 2$ и $Q_H = 0$. Это в данном случае соответствует наличию двух экстремумов у функции плотности условного распределения невязки:

$$e_t = x_t - x_t^M = x_t - aw_{t-1} - by_{t-1} - hv_{t-1}, \quad (VI.22)$$

где x_t^M – выходная координата модели, которая образуется как сумма выходной координаты модели управления $w_t = aw_{t-1} + by_{t-1}$ и одношагового прогноза модели возмущения $v_t = hv_{t-1}$. Множество S_0 содержит две точки: $\Theta_0^1 : \{a = 0,8; b = 1,0; h = 0,6\}$, $\Theta_0^2 : \{a = 0,8; b = 0,2; h = -0,2\}$. Нетрудно убедиться, что $x_t^M(\Theta_0^1) \equiv x_t^M(\Theta_0^2)$.

Плотность условного распределения e_t (VI.22) представляет собой в этом случае поверхность в четырехмерном пространстве. Квантованная по уровню, она может быть представлена как множество вложенных друг в друга поверхностей равного уровня, исследование которых осуществляется с помощью различных плоских сечений. На рис.54 показано сечение вида $a = 0,8$ поверхностей рав-

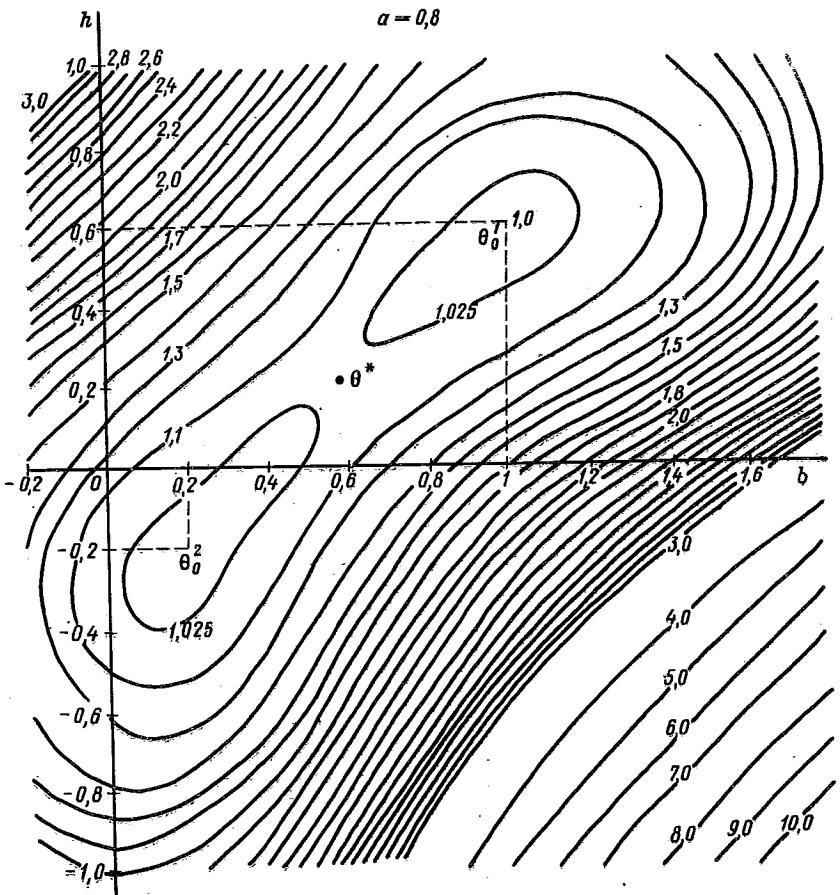


Рис.54.

ногого уровня эмпирической (экспериментальной) плотности условного распределения e_t для рассматриваемой системы (VI.21) при $R(z^{-1}) = -1$. Оно подтверждает наличие двух экстремумов в области определения функции условного распределения, которая задается условиями устойчивости замкнутой системы.

2. Пусть теперь обратная связь в замкнутой системе (VI.21) описывается как $R(z^{-1}) = -0,5(1-0,88z^{-1})(1-z^{-1})^{-1}$ и представляет собой пропорционально-интегральный регулятор. В этой

системе выполнены условия идентифицируемости (VI.19), в частности $\deg M(z^{-1}) = \deg H(z^{-1})$ и $Q_u = Q_H = 0$. Множество S_0 содержит только одну точку $\theta_0 : \{a = 0,8; b = 1,0; h = 0,6\}$ и $x_t^M(\theta_0) \neq x_t^H(\theta_0)$ при любом $\theta \neq \theta_0$. На рис.55 показано сечение вида $a = 0,8$ поверхностей равного уровня эмпирической плотности условного распределения невязки e_t для данной системы. Оно показывает наличие одного экстремума в области определения.

Рассмотрим некоторые практические аспекты проблемы идентифицируемости в замкнутых системах. Как следует из условий (VI.19), (VI.20), идентифицируемость может быть утрачена в системах с ненаблюдаемой частью. Одной из причин ненаблюдаемости части системы является взаимная компенсация динамических свойств объекта и среды. Другой причиной, всегда приводящей к неидентифицируемости, является компенсация полюсов оператора объекта его нулями. Однако, как показывает опыт, такая взаимная компенсация динамических свойств в неизменяемой части системы является маловероятной. Одновременно отметим, что неполная управляемость в замкнутой системе вполне допустима, так, например, реализация стратегий управления, минимизирующих дисперсию $M\{x_t^2\}$, приводит к компенсации полюсов объекта нулями регулятора. Решение задачи оптимальной стабилизации координаты x_t по критерию минимума дисперсии достигается регулятором

$$R(z^{-1}) = \frac{\hat{A}(z^{-1})(\hat{H}(z^{-1}) - 1)}{\hat{B}(z^{-1})\hat{H}(z^{-1})}$$

при $\hat{A}(z^{-1}) = A(z^{-1}), \hat{B}(z^{-1}) = B(z^{-1}), \hat{H}(z^{-1}) = H(z^{-1})$, где $\hat{A}(z^{-1}), \hat{B}(z^{-1}), \hat{H}(z^{-1})$ – оценки соответствующих полиномов. В этом случае условия идентифицируемости (VI.19), (VI.20) принимают соответственно вид

$$\deg A(z^{-1}) - 1 \geq Q_u, \quad \deg A(z^{-1})H(z^{-1}) - 1 \geq Q_H.$$

С учетом того, что в реальных системах $Q_H = 0$, $\deg H(z^{-1}) \geq 1$ (при $\deg H(z^{-1}) = 0$ оптимальная стабилизация достигается размыканием системы при $y_t \equiv 0$), замкнутая система всегда идентифицируема с точностью до конечного множества. При оптимальной настройке регулятора условие идентифицируемости $\deg A(z^{-1}) - 1 \geq Q_u$ нарушено, так как $Q_u = \deg A(z^{-1})$, но если иметь в виду, что настройка регулятора в адаптивной системе осуществляется по данным идентификации, то, очевидно, равенства $\hat{A}(z^{-1}) = A(z^{-1})$ и $Q_u = \deg A(z^{-1})$ имеют место только по окончании процедуры идентификации.

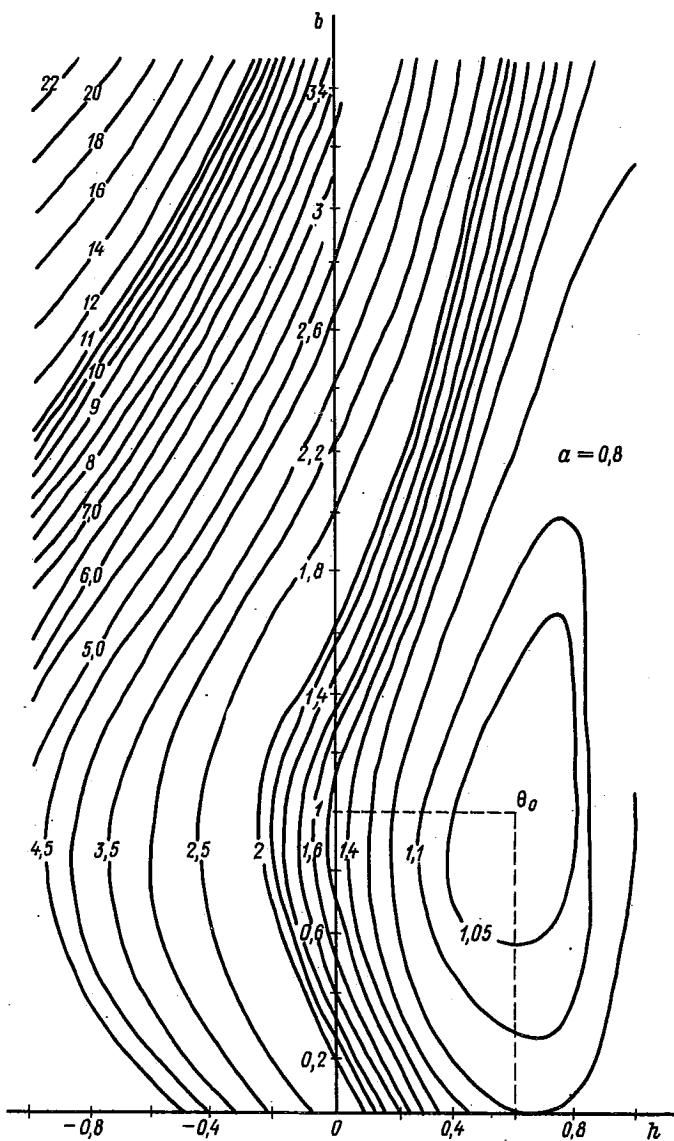


Рис. 55.

Следовательно, задача идентификации в адаптивной системе имеет единственное решение в процессе адаптации и только после окончания процесса идентификации и соответственно адаптации становится многоэкстремальной. Таким образом, в данном случае из условий идентифицируемости не следует необходимость введения дополнительных ограничений на алгоритм управления в замкнутой системе [14-16, 51, 52].

§ 4. Точность идентификации

В § 2 и 3 рассматривалась модель идентифицируемой части замкнутой системы, включающая в себя модели объекта и внешнего возмущения, которая была получена из канонического представления системы объект - среда (VI.3). Эта модель может быть эквивалентно представлена в виде

$$x_t^M = (1 - A(z^{-1}))w_t + B(z^{-1})y_t + (1 - H(z^{-1}))\sigma_t,$$

где w_t - выходная координата собственно объекта; σ_t - внешнее возмущение (см.рис.53). Выходная координата такой модели представляет собой сумму выходной координаты модели объекта управления:

$$w_t = (1 - A(z^{-1}))w_t + B(z^{-1})y_t$$

и одношагового прогноза значения внешнего возмущения:

$$\hat{\sigma}_t = (1 - H(z^{-1}))\sigma_t,$$

осуществляемого в адекватной модели с точностью до последовательности независимых случайных величин:

$$e_t - x_t - x_t^M = x_t - (1 - A(z^{-1}))w_t - B(z^{-1})y_t - (1 - H(z^{-1}))\sigma_t, \quad (VI.23)$$

которая представляет собой последовательность невязки модели системы объект - среда. В соответствии с этим модели, обучение которых основано на минимизации от невязки экстраполяции, называются экстраполяционными [66].

Экстраполяционные модели широко используются в задачах идентификации, однако, как будет показано далее, при идентификации объекта в замкнутой системе более эффективными являются интерполяционные модели. Рассмотрим интерполяционную модель идентифицируемой части замкнутой системы, в которой модель возмущения, в отличие от экстраполяционной модели системы, строится по будущим относительно прогнозируемого значения выходной

координаты системы x_t , значениям внешнего возмущения v_t [65, 81].

Последовательность случайных величин

$$\xi_t = x_t - x_t^M = x_t - (1-A(z^{-1}))w_t - B(z^{-1})y_t - (1-H(z))v_t \quad (VI.24)$$

образует последовательность ошибок ретроспективного прогноза значений выходной координаты системы или, иначе говоря, ошибок интерполяции выходной последовательности системы.

Прежде чем переходить к анализу целесообразности использования интерполяционной модели вместо экстраполяционной в замкнутых системах, докажем их адекватность в том смысле, что функции плотности условного распределения вероятности случайных величин e_t (VI.23) и ξ_t (VI.24) достигают своей точной верхней грани в одних и тех же точках пространства параметров Ω . Для такого утверждения достаточно доказать, что последовательность ξ_t является последовательностью независимых, одинаково распределенных, гауссовских случайных величин при $\theta \in S_0$ и что для интерполяционной модели

$$x_t^M(\theta)_{\theta \in S_0} \neq x_t^M(\theta) \forall \theta \in S_0. \quad (VI.25)$$

Случайная величина ξ_t в виде (VI.24) с учетом $x_t = w_t + v_t$ и $w_t = (1-A(z^{-1}))w_t + B(z^{-1})y_t$ может быть представлена как $\xi_t = H(z)v_t$. Так как случайный процесс v_t является стационарным гауссовским процессом, а $H(z)$ – стационарным конечномерным оператором, то последовательность ξ_t является гауссовой стационарной последовательностью.

Значения автокорреляционной функции $K_{\xi\xi}(\tau)$ для ξ_t определяются выражением

$$K_{\xi\xi}(\tau) = \frac{1}{i} \oint_e \frac{H(z)}{H(z^{-1})} \frac{H(z^{-1})}{H(z)} z^\tau c \frac{dz}{z},$$

где $c = \text{const}$ – спектральная плотность e_t ; τ – целое число. Очевидно, что

$$K_{\xi\xi}(\tau) = \frac{1}{i} \oint_e c z^\tau \frac{dz}{z} = 0 \quad \forall \tau \neq 0; K_{\xi\xi}(0) = 2\pi c.$$

Следовательно, последовательность ξ_t для всех $\theta \in S_0$ является некоррелированной, а это для гауссовых случайных величин – необходимое и достаточное условие независимости.

Дальнейший анализ показывает, что структурные условия идентификаемости (VI.19), (VI.20) справедливы и для интерполяционной модели и что имеет место неравенство (VI.25).

Перейдем теперь к сравнительному анализу точности решения задачи идентификации в замкнутых системах с помощью интерполя-

ционной и экстраполяционной моделей. Нижняя граница для ковариационной матрицы несмешанных оценок, т.е. таких оценок $\hat{\theta}_k$, что $M\{\hat{\theta}_k\} = \theta_0$, определяется известным неравенством Крамера-Рao [56,79] :

$$M\{[\hat{\theta}_k - \theta_0][\hat{\theta}_k - \theta_0]^T\} \geq \frac{1}{\kappa} I^{-1},$$

где $I = M\left\{\left[\frac{\partial \ln p(e_t | \theta_0)}{\partial \theta}\right]\left[\frac{\partial \ln p(e_t | \theta_0)}{\partial \theta}\right]^T\right\}$

- информационная матрица Фишера; $p(e_t | \theta_0)$ - плотность распределения случайной величины e_t .

Собственные числа информационной матрицы определяют так называемый эллипсоид рассеивания оценок [79]. С учетом гауссности последовательностей независимых случайных величин e_t и ξ_t соответствующие информационные матрицы могут быть представлены в следующей форме:

$$\begin{aligned} I(e_t, \theta_0) &= \frac{1}{\sigma^2} M\left\{\left[\frac{\partial e_t(\theta_0)}{\partial \theta}\right]\left[\frac{\partial e_t(\theta_0)}{\partial \theta}\right]^T\right\}, \\ I(\xi_t, \theta_0) &= \frac{1}{\sigma^2} M\left\{\left[\frac{\partial \xi_t(\theta_0)}{\partial \theta}\right]\left[\frac{\partial \xi_t(\theta_0)}{\partial \theta}\right]^T\right\}. \end{aligned} \quad (VI.26)$$

Векторы $\partial e_t(\theta_0)/\partial \theta, \partial \xi_t(\theta_0)/\partial \theta$ представляют собой функции чувствительности невязок e_t и ξ_t к вариациям параметров моделей при $\hat{\theta} = \theta_0$.

Можно показать, что для $\theta_0 \in S_0$ информационные матрицы (VI.26) могут быть представлены в виде блочных матриц следующего вида:

$$I(e_t, \theta_0) = \begin{bmatrix} D & V \\ V^T & S \end{bmatrix}, \quad I(\xi_t, \theta_0) = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & S \end{bmatrix},$$

где D - квадратная матрица размерностью $\dim D = \deg A(z^{-1}) + \deg B(z^{-1})$; S - квадратная матрица размерностью $\dim S = \deg H(z^{-1})$; V - прямоугольная матрица, элементы которой для почти всех значений параметров замкнутой системы не равны нулю.

Из невырожденности информационных матриц $I(e_t, \theta_0)$ и $I(\xi_t, \theta_0)$ для идентифицируемых систем следует невырожденность матриц D и S , так как $\det I(\xi_t, \theta_0) = \det D \det S \neq 0$.

Пусть для простоты $\deg H(z^{-1}) = 1$, тогда по правилу обращения окаймленных матриц

$$I^{-1}(e_t, \theta_0) = \begin{bmatrix} D^{-1} + \frac{D^{-1}V V^T D^{-1}}{\alpha} & -D^{-1}V \\ -V^T D^{-1} & \frac{1}{\alpha} \end{bmatrix}, \quad I^{-1}(\xi_t, \theta_0) = \begin{bmatrix} D^{-1} & 0 \\ 0 & S^{-1} \end{bmatrix},$$

где $\alpha = S - V^T D^{-1} V$ [25]

Информационные матрицы $I(e_t, \theta_0)$ и $I(\xi_t, \theta_0)$ для идентифицируемых систем положительно определены [50]. Тогда матрица D также положительно определена, а $\delta > 0$ [7]. Очевидно, что $\alpha < \delta$, так как квадратичная форма $V^T D^{-1} V > 0$. Так как

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{\det D}{\det I(e_t, \theta_0)} > 0, \quad \text{то} \quad \frac{1}{\alpha} > \delta^{-1}.$$

Элементы на главной диагонали матрицы $D^{-1} V V^T D^{-1}$ неотрицательны, следовательно все элементы на главной диагонали матрицы $I^{-1}(e_t, \theta_0)$ больше соответствующих им элементов на главной диагонали матрицы $I^{-1}(\xi_t, \theta_0)$. Каждый из диагональных элементов матрицы, обратной информационной, представляет собой нижнюю точную грань дисперсии оценки соответствующего параметра, следовательно нижняя граница дисперсии оценок неизвестных параметров интерполяционной модели всегда ниже соответствующей нижней грани для дисперсии оценок параметров экстраполяционной модели. (Доказательство для $\deg H(z^{-1}) > 1$ основано на правиле обращения блочных матриц и проводится аналогично.)

Если характеризовать достижимую точность идентификации обобщенной оценкой – следом матрицы, обратной информационной, который представляет собой сумму дисперсий для всех параметров, то имеет место очевидное неравенство $sp I^{-1}(e_t, \theta_0) > sp I^{-1}(\xi_t, \theta_0)$.

П р и м е р. Рассмотрим систему (VI.21) с $R(z^{-1}) = I$. Для этой системы

$$I(e_t, \theta_0) = \begin{bmatrix} 2,10 & -0,18 & -1,03 \\ -0,18 & 1,04 & -0,89 \\ -1,03 & -0,89 & 1,56 \end{bmatrix}, \quad I(\xi_t, \theta_0) = \begin{bmatrix} 2,10 & -0,18 & 0 \\ -0,18 & 1,04 & 0 \\ 0 & 0 & 1,56 \end{bmatrix},$$

$$I^{-1}(e_t, \theta_0) = \begin{bmatrix} 3,20 & -4,61 & 4,74 \\ -4,61 & 8,52 & -7,91 \\ 4,74 & -7,91 & 8,28 \end{bmatrix}, \quad I^{-1}(\xi_t, \theta_0) = \begin{bmatrix} 0,48 & -0,09 & 0 \\ -0,09 & 0,98 & 0 \\ 0 & 0 & 1,56 \end{bmatrix},$$

$$sp I^{-1}(e_t, \theta_0) = 20,0; \quad sp I^{-1}(\xi_t, \theta_0) = 2,1.$$

Сумма дисперсий эффективных оценок параметров экстраполяционной модели на порядок выше суммы дисперсий аналогичных оценок параметров интерполяционной модели в рассматриваемой системе.

Можно показать, что для независимых процессов σ_t и y_t , как это имеет место в разомкнутых системах, информационные матрицы для интерполяционной и экстраполяционной моделей совпадают, а

дисперсии оценок оказываются равными. Следовательно интерполяционная модель повышает точность идентификации только в замкнутых системах.

Полученные результаты позволяют естественным образом ввести некоторые количественные критерии идентифицируемости, использующие понятие фишеровского количества информации и свойства информационных матриц. Для независимых одинаково распределенных наблюдений (например e_t, ξ_t) элементы на главной диагонали информационной матрицы можно считать равными количеству информации о соответствующих параметрах в одном наблюдении. Тогда внедиагональные элементы одного столбца (строки) показывают, какая часть количества информации о данном параметре содержится в информации о других параметрах. Диагонализация матриц позволяет определить количество независимой информации о соответствующих параметрах, в которой не содержится информация о других параметрах. Для примера, рассмотренного ранее, диагонализация матриц $I(e_t, \theta_0), I(\xi_t, \theta_0)$ дает следующий результат:

$$\text{diag } I(e_t; \theta_0) = \begin{bmatrix} 2,9 & 0 & 0 \\ 0 & 1,75 & 0 \\ 0 & 0 & 0,05 \end{bmatrix}, \text{diag } I(\xi_t; \theta_0) = \begin{bmatrix} 2,13 & 0 & 0 \\ 0 & 1,01 & 0 \\ 0 & 0 & 1,56 \end{bmatrix}.$$

Общее количество информации о параметрах в моделях остается одинаковым, но в интерполяционной модели она более равномерно распределена по параметрам, т.е. количества независимой информации о каждом из параметров интерполяционной модели в меньшей степени отличаются друг от друга, чем количества независимой информации о каждом из параметров экстраполяционной модели.

Таким образом, критерием достижимой точности идентификации является мера обусловленности соответствующей информационной матрицы. Подобный подход, как правило, предполагает использование так называемого числа обусловленности матрицы:

$$\text{cond } I^* = \frac{\max \lambda_1}{\min \lambda_1} > 1,$$

где $\max \lambda_1$ и $\min \lambda_1$ – наибольшее и наименьшее собственные числа некоторой положительно-определенной матрицы, которая ставила

* Обозначение числа обусловленности матрицы (от англ. condition – условие).

лась в соответствие идентифицируемой системе. Недостатки этого критерия связаны с тем, что его определение требует решения неполной задачи собственных значений соответствующей матрицы, и, кроме того, этот критерий не характеризует распределения собственных значений матрицы в интервале $(\max \lambda_i, \min \lambda_i)$.

Иногда более удобным является следующий количественный критерий идентифицируемости системы:

$$\mathfrak{v}(\mathbf{I}) = n \sqrt[n]{\det(\mathbf{sp}\mathbf{I})^{-1}}, \quad (\text{VI.27})$$

где $\sqrt[n]{\det \mathbf{I}}$ – среднее геометрическое значение собственных чисел матрицы \mathbf{I} , $\mathbf{sp}\mathbf{I}/n$ – среднее арифметическое значение собственных чисел матрицы \mathbf{I} . По неравенству между средним арифметическим и средним геометрическим $\sqrt[n]{\det \mathbf{I}} \leq \mathbf{sp}\mathbf{I}/n$, причем равенство имеет место в том и только в том случае, когда все собственные числа матрицы \mathbf{I} равны между собой. Таким образом, $\mathfrak{v}(\mathbf{I}) = 1$, если количество независимой информации о каждом из параметров в одном наблюдении одинаково, и $\mathfrak{v}(\mathbf{I}) = 0$, если вся информация хотя бы об одном из параметров полностью содержится в информации о других параметрах. Для рассмотренного примера данный критерий принимает значения $\mathfrak{v}(\mathbf{I}(e_t, \theta_0)) = 0,407$ и $\mathfrak{v}(\mathbf{I}(\xi_t, \theta_0)) = 0,956$.

Критерий (VI.27), значения которого лежат в замкнутом интервале $[0, 1]$, показывает, с какой относительной степенью точности может быть решена задача идентификации системы в рамках данной параметрической модели. Равенство критерия нулю указывает на так называемую перепараметризацию модели, а малые значения критерия приводят к некорректно поставленным задачам идентификации. В соответствии с критерием идентифицируемость системы выше, если при общем равном количестве информации о параметрах независимая информация более равномерно распределена между неизвестными параметрами.

Мы показали, что в замкнутой системе предельная точность оценок параметров интерполяционной модели всегда выше точности оценок параметров экстраполяционной модели. Использование критерия (VI.27) для оценки точности идентификации приводит к тому же результату. В соответствии с известным неравенством для положительно-определенных матриц с вещественными собственными значениями [7]

$$\det(\mathbf{I}(e_t, \theta_0)) \leq \det(\mathbf{I}(\xi_t, \theta_0)),$$

и, следовательно, $\nu(I(e_t, \theta_t)) \leq \nu(I(e_t, \theta_0))$, так как $\text{sp } I(e_t, \theta_0) = \text{sp } I(\xi_t, \theta_0)$.

§ 5. Алгоритмы обучения модели

В § 3 этой главы было показано, что истинное значение вектора неизвестных параметров адекватной модели объекта и внешнего возмущения θ_0 принадлежит множеству S_0 , такому, что

$$p_{\theta \in S_0}(e_t | \theta) = \sup_{\theta \in S_0} p(e_t | \theta),$$

и является единственной точкой этого множества для идентифицируемой системы. Используя теорему Вальда о состоятельности оценок максимального правдоподобия для независимых наблюдений [84], можно показать, что последовательность оценок $\hat{\theta}_k$, максимизирующих функцию правдоподобия при неограниченном росте числа наблюдений, сходится с единичной вероятностью к множеству S_0 . Иначе говоря, для последовательности оценок $\hat{\theta}_k$, удовлетворяющих условию

$$p(e_1, e_2, \dots, e_k, \hat{\theta}_k) = \sup_{\theta \in S_0} p(e_1, e_2, \dots, e_k, \theta), \quad (VI.28)$$

при всех k в идентифицируемой системе справедливо $p\{\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\theta}_k = \theta_0\} = 1$.

В соответствии с принципом правдоподобия вся информация о векторе неизвестных параметров, поступающая с наблюдениями, содержится в функции правдоподобия, и оценки максимального правдоподобия, т.е. оценки, удовлетворяющие условию (VI.28), содержат наибольшее количество информации о параметрах системы сравнительно с любыми другими состоятельными оценками [56, 72].

Последовательность оценок максимального правдоподобия получается в результате решения уравнений максимального правдоподобия:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(e_1, e_2, \dots, e_k, \hat{\theta}_k)}{\partial \theta} &= 0, \\ \frac{\partial p(e_1, e_2, \dots, e_{k+1}, \hat{\theta}_{k+1})}{\partial \theta} &= 0, \\ \dots \dots \dots \end{aligned}$$

Как правило, вместо функции правдоподобия $p(e_1, e_2, \dots, e_k, \hat{\theta}_k)$ используют отрицательную логарифмическую функцию правдоподобия $-\ln p(e_1, e_2, \dots, e_k, \hat{\theta}_k)$ и тогда уравнения максимального правдоподобия для независимых гауссовых e_t приобретают вид

$$\frac{\partial \ln p(e_1, \dots, e_k, \hat{\theta}_k)}{\partial \theta} = \frac{\partial \sum_{i=1}^k e_i^2(\hat{\theta}_k)}{\partial \theta} = 0. \quad (VI.29)$$

Уравнения (VI.29) являются нелинейными, и для их решения необходимо использовать итерационные процедуры. В принципе возможны два подхода к решению задачи идентификации с использованием уравнений (VI.29). Первый – получение разовой оценки $\hat{\theta}_k$ для $k \gg 1$. В этом случае осуществляется накопление наблюдений, после чего решается одно уравнение (матричное, если θ_0 – вектор) вида (VI.29) и предполагается, что для больших $k \gg 1$ оценка $\hat{\theta}_k \approx \theta_0$. Второй – получение текущей оценки $\hat{\theta}_k$. При таком подходе предполагается существование некоторой начальной оценки $\hat{\theta}_0$, которая уточняется по мере поступления новых наблюдений. Начальная оценка может содержаться в априорной информации или быть получена как разовая оценка максимального правдоподобия для небольшого первоначального объема наблюдений. В адаптивных системах управления с текущей идентификацией объекта и внешнего воздействия среди используется второй тип оценок, что позволяет при наличии эффективных средств обработки информации в контуре управления осуществлять идентификацию в реальном масштабе времени.

Получение последовательности оценок максимального правдоподобия связано с решением последовательности нелинейных уравнений (VI.29), что, как правило, нецелесообразно.

Рекуррентная форма метода максимального правдоподобия. Рассмотрим алгоритм, который позволяет при определенных условиях получать состоятельные последовательности оценок $\hat{\theta}_k$, близких к оценкам максимального правдоподобия.

Пусть e_1, \dots, e_n – выборка из последовательности наблюдения невязки $e_t = x_t - x_t^*(\theta_0)$, и пусть оценка $\hat{\theta}_0$ достаточно близка к оценке максимального правдоподобия $\hat{\theta}_1$ для данной выборки; тогда левая часть уравнения максимального правдоподобия, корнем которого является $\hat{\theta}_1$, может быть представлена линейными членами ряда Тейлора:

$$\frac{\partial \ln p(e_1, \dots, e_n, \hat{\theta}_1)}{\partial \theta} = \frac{\partial \ln p(e_1, \dots, e_n, \theta_0)}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 \ln p(e_1, \dots, e_n, \theta_0)}{\partial \theta^2} (\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_0) + O(\|\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_0\|). \quad (VI.30)$$

Тогда для $\hat{\theta}_1$ справедливо выражение

$$\hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_0 - \left[\frac{\partial^2 \ln p(e_1, \dots, e_n, \hat{\theta}_0)}{\partial \theta^2} \right]^{-1} \frac{\partial \ln p(e_1, \dots, e_n, \hat{\theta}_0)}{\partial \theta}.$$

Далее рассмотрим последовательность из k выборок по N : (e_1, \dots, e_N) , (e_{N+1}, \dots, e_{2N}) , ..., $(e_{N(k-1)+1}, \dots, e_{kN})$. Пусть $\hat{\theta}_{k-1}$ – оценка максимального правдоподобия для выборки $(e_1, \dots, e_{N(k-1)})$. Определим $\hat{\theta}_k$ – оценку максимального правдоподобия для выборки (e_1, \dots, e_{Nk}) . Для независимых e_t

$$\frac{\partial \ln p(e_1, \dots, e_{Nk}, \hat{\theta}_{k-1})}{\partial \theta} = \frac{\partial \ln p(e_1, \dots, e_{N(k-1)}, \hat{\theta}_{k-1})}{\partial \theta} + \frac{\partial \ln p(e_{N(k-1)+1}, \dots, e_{Nk}, \hat{\theta}_{k-1})}{\partial \theta} \quad (\text{VI.31})$$

Для выборки e_1, \dots, e_{Nk} и достаточно близких $\hat{\theta}_{k-1}$ и $\hat{\theta}_k$ аналогично (VI.30) справедливо равенство

$$\frac{\partial \ln p(e_1, \dots, e_{Nk}, \hat{\theta}_k)}{\partial \theta} = \frac{\partial \ln p(e_1, \dots, e_{Nk}, \hat{\theta}_{k-1})}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 \ln p(e_1, \dots, e_{Nk}, \hat{\theta}_{k-1})}{\partial \theta^2} (\hat{\theta}_k - \hat{\theta}_{k-1}).$$

С учетом равенства (VI.31) и соотношений

$$\frac{\partial \ln p(e_1, \dots, e_{Nk}, \hat{\theta}_k)}{\partial \theta} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial \ln p(e_1, \dots, e_{N(k-1)}, \hat{\theta}_{k-1})}{\partial \theta} = 0$$

новая оценка $\hat{\theta}_k$ при увеличении объема выборки на N равна

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} - \left[\frac{\partial^2 \ln p(e_1, \dots, e_{Nk}, \hat{\theta}_{k-1})}{\partial \theta^2} \right]^{-1} \frac{\partial \ln p(e_{N(k-1)+1}, \dots, e_{Nk}, \hat{\theta}_{k-1})}{\partial \theta}.$$

Пересчет матрицы $\frac{\partial^2 \ln p(e_1, \dots, e_{Nk}, \hat{\theta}_{k-1})}{\partial \theta^2}$ для всей совокупности k выборок по N на каждой итерации требует значительного объема памяти и времени вычислений, что является существенным недостатком полученного алгоритма.

Можно показать, что $\frac{\partial^2 \ln p(e_t, \dots, e_{t+N-1} | \theta_0)}{\partial \theta^2} = -NI(e_t, \theta_0)$, т.е.

что матрица Гесссе функции плотности условного распределения наблюдений e_t, \dots, e_{t+N-1} равна отрицательной информационной матрице в точке θ_0 , умноженной на число наблюдений. Тогда, считая оценку $\hat{\theta}_{k-1}$ близкой к θ_0 , а $k \gg 1$ и $N \gg 1$, для независимых e_t получаем

$$\frac{\partial^2 \ln p(e_1, \dots, e_{Nk}, \hat{\theta}_{k-1})}{\partial \theta^2} \approx -K \sum_{t=N(k-1)+1}^{Nk} \left[\frac{\partial \ln p(e_t, \hat{\theta}_{k-1})}{\partial \theta} \right] \left[\frac{\partial \ln p(e_t, \hat{\theta}_{k-1})}{\partial \theta} \right]^T. \quad (\text{VI.32})$$

Заменяя матрицу Гесссе функции правдоподобия оценкой информационной матрицы в соответствии с выражением (VI.32), получаем алгоритм оценивания

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} &+ \frac{1}{K} \left(\sum_{t=N(k-1)+1}^{Nk} \left[\frac{\partial \ln p(e_t, \hat{\theta}_{k-1})}{\partial \theta} \right] \left[\frac{\partial \ln p(e_t, \hat{\theta}_{k-1})}{\partial \theta} \right]^T \right)^{-1} \times \\ &\times \sum_{t=N(k-1)+1}^{Nk} \frac{\partial \ln p(e_t, \hat{\theta}_{k-1})}{\partial \theta}, \end{aligned} \quad (\text{VI.33})$$

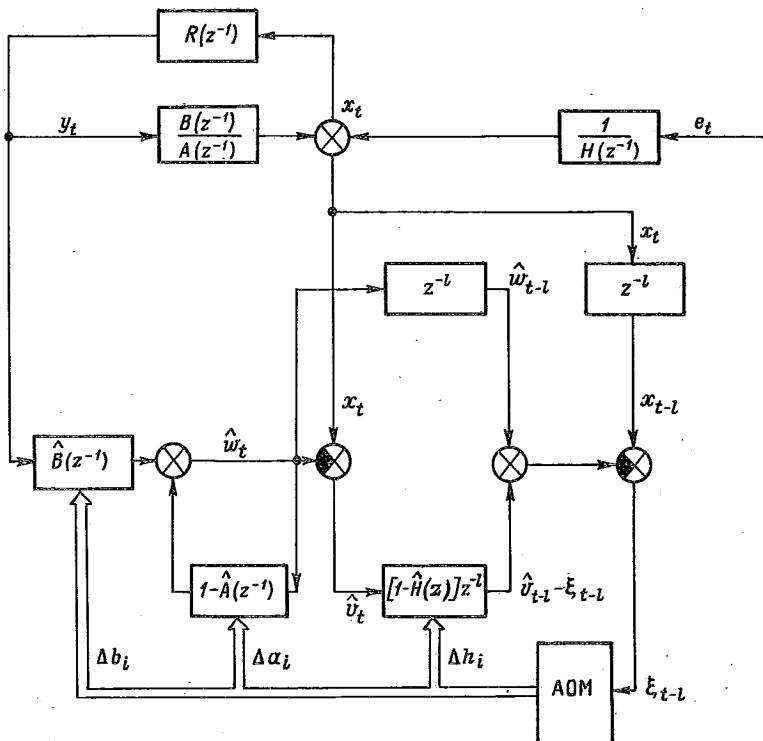


Рис.56.

использующий для получения новой оценки θ_k оценку θ_{k-1} и наблюдения, полученные после вычисления θ_{k-1} .

Алгоритм (VI.33) реализуется как алгоритм обучения модели, поэтому, как следует из § 4 этой главы, целесообразно использовать интерполяционную модель. Структура замкнутой системы с интерполяционной моделью приведена на рис.56. Можно показать, что алгоритм (VI.33) при $k \rightarrow \infty$ является оптимальным в том смысле, что дисперсия этих оценок удовлетворяет нижней границе, определяемой неравенством Крамера – Рао.

Особенностью модели является то, что она настраивается на минимум ошибки интерполяции. Обучаемая по измерениям входной и выходной координат модель вырабатывает оценку x_{t+l}^u , которая благодаря соответствующему изменению вектора параметров с по-

мощью алгоритма обучения модели (*AOM*) приближается к x_{t-1} . Иначе говоря, модель после обучения наилучшим образом по минимальности функции потерь или максимальности правдоподобия аппроксимирует идентифицируемую часть замкнутой системы,

В модели, приведенной на рис.56, координаты \hat{w}_t и \hat{v}_t являются в замкнутой системе оценками неизмеряемых координат выхода объекта, неискаженного возмущением, и внешнего эквивалентного возмущения. Оценка выходной координаты системы x_t^M и поведение интерполяционной модели однозначно определяются вектором параметров $\theta = [a_1, \dots, a_\ell, b_1, \dots, b_\ell, h_1, \dots, h_p]^T$ и вектором начального состояния модели g , причем $\dim g = \deg A(z^{-1})$.

Таким образом, число неизвестных в уравнениях максимального правдоподобия равно $2\deg A(z^{-1}) + \deg B(z^{-1}) + \deg H(z^{-1})$.

Для обучения модели будем использовать алгоритм (VI.33), который с учетом условия (VI.29) и $e_t = x_t - x_t^M$ принимает вид

$$\begin{bmatrix} \hat{\theta}_k \\ g_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{k-1} \\ g_{k-1} \end{bmatrix} + \frac{1}{k} \left(\sum_{\ell=N(k-1)+1}^{Nk} \begin{bmatrix} \partial x_t^M / \partial \theta \\ \partial x_t^M / \partial g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial x_t^M / \partial \theta \\ \partial x_t^M / \partial g \end{bmatrix}^T \right)^{-1} \sum_{\ell=N(k-1)+1}^{Nk} \begin{bmatrix} \partial x_t^M / \partial \theta \\ \partial x_t^M / \partial g \end{bmatrix}. \quad (\text{VI.34})$$

В алгоритме (VI.34) необходимо на каждой итерации производить пересчет вектора начального состояния, так как g_k не является еще вектором начального состояния для модели на следующей итерации. Начальное состояние g_k для следующей итерации получается как соответствующее конечное состояние модели при повторной "прогонке" k -й выборки измеряемых координат x_t , y_t объема N через модель, вектор параметров которой равен $\hat{\theta}_k$, а начальное состояние — g_k^1 . При этом чувствительность функции правдоподобия и выходной координаты модели к вариациям вектора неизвестных параметров и вектора начального состояния весьма различна. Так, с ростом объема сглаживающей выборки N чувствительность функции правдоподобия к вариациям параметров монотонно возрастает, а к вариациям вектора начального состояния g ограничена для полиномов $A(z^{-1})$, имеющих все корни внутри единичного круга, суммой членов бесконечно убывающей матричной геометрической прогрессии. Это, при достаточно больших N , может приводить к плохой обусловленности матрицы

$$\sum_{\ell=N(k-1)+1}^{Nk} \begin{bmatrix} \partial x_t^M / \partial \theta \\ \partial x_t^M / \partial g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial x_t^M / \partial \theta \\ \partial x_t^M / \partial g \end{bmatrix}^T$$

в алгоритме (VI.34) и, как следствие, - к значительным отклонениям от оценок максимального правдоподобия.

Вектор-функция чувствительности выхода модели объекта к вариациям начального состояния записывается как $\frac{\partial w_t}{\partial g} = A^{n-1} \alpha$, где $n = t - N(k-1)$, $N(k-1) + 1 \leq t \leq Nk$:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_\ell & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad \alpha = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_\ell \end{bmatrix}, \quad \ell = \deg A(z^{-1}).$$

Тогда вектор-функция чувствительности выхода интерполяционной модели к вариациям g выражается как

$$\frac{\partial x_t^M}{\partial g} = [A^{n-1} \alpha : A^n \alpha : \dots : A^{n-1+\ell_1} \alpha] \begin{bmatrix} 1 \\ -h_1 \\ \dots \\ -h_{\ell_1} \end{bmatrix}, \quad \ell_1 = \deg H(z^{-1}),$$

а вектор-функция чувствительности логарифмической функции правдоподобия - как

$$\frac{\partial \ln p(e_t, \hat{\theta}, g)}{\partial g} = \frac{1}{2C^2} \sum_{\ell=N(k-1)+1}^{Nk} e_t [A^{n-1} \alpha : A^n \alpha : \dots : A^{n-1+\ell_1} \alpha] \begin{bmatrix} 1 \\ -h_1 \\ \dots \\ -h_{\ell_1} \end{bmatrix}.$$

Матрица A^m ($m > 0$ - целое число) может быть представлена в виде $A^m = A T T^{-1} A T T^{-1} \dots T^{-1} A = A T \Lambda A \dots A T^{-1} A$, где $T^{-1} A T = \Lambda$ - неособое преобразование матрицы A к жордановой форме. Собственные числа λ матрицы A для полиномов $A(z^{-1})$, имеющих корни внутри единичного круга, по модулю меньше единицы, $|\lambda| < 1$; следовательно, для достаточно больших m элементы матрицы A^m близки к нулю, $A^m = 0$ при $m \rightarrow \infty$. Тогда, если выбрать некоторое достаточно большое $n = \text{const} \ll N$, для $Nk \geq t \geq N(k-1) + n$

$$\frac{\partial w_t}{\partial g} = A^{n-1} \alpha \approx 0; \quad \frac{\partial x_t^M}{\partial g} = [A^{n-1} \alpha : A^n \alpha : \dots : A^{n-1+\ell_1} \alpha] \begin{bmatrix} 1 \\ -h_1 \\ \vdots \\ -h_{\ell_1} \end{bmatrix} \approx 0, \quad (\text{VI.35})$$

Следовательно, при $n \gg 1$ чувствительность выхода модели к вариациям вектора начального состояния для $Nk \geq t \geq N(k-1) + n$ равна нулю, и выход модели x_t^M является функцией только вектора параметров модели.

Разделим каждую выборку по N из общей совокупности k выборок на две части по n и $N-n$ составляющим и будем строить функцию правдоподобия только для второй части выборки $P(e_{N(k-1)+n+1}, \dots, e_{Nk}, \hat{\theta}_k, g_k^n)$. Здесь g_k^n – вектор начального состояния модели для усеченной выборки $N-n$ – однозначно определяется θ_k как функция вектора параметров $\hat{\theta}_k$ и вектора начального состояния для полной выборки, причем, как следует из условий (VI.35), $\partial g_k^n / \partial \theta = 0$ при $n \gg 1$. Тогда

$$\frac{\partial \ln p(e_{N(k-1)+n+1}, \dots, e_{Nk}, \hat{\theta}_k, g_k^n)}{\partial g_k^n} \cdot \frac{\partial g_k^n}{\partial \theta} = 0,$$

и уравнение максимального правдоподобия принимает вид

$$\frac{\partial \ln p(e_t, \hat{\theta}_k, g_k^n)}{\partial \theta} + \frac{\partial \ln p(e_t, \hat{\theta}_k, g_k^n)}{\partial g^n} \cdot \frac{\partial g^n}{\partial \theta} = 0. \quad (\text{VI.36})$$

В этом случае решение уравнения максимального правдоподобия (VI.36) и обучение модели могут осуществляться с помощью алгоритма

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + \frac{1}{K} \left(\sum_{t=N(k-1)+n+1}^{Nk} \left[\frac{\partial x_t^H}{\partial \theta} + \frac{\partial x_t^H}{\partial g^n} \cdot \frac{\partial g^n}{\partial \theta} \right] \left[\frac{\partial x_t^H}{\partial \theta} + \frac{\partial x_t^H}{\partial g^n} \cdot \frac{\partial g^n}{\partial \theta} \right]^T \right)^{-1} \times \\ \times \sum_{t=N(k-1)+n+1}^{Nk} \left[\frac{\partial x_t^H}{\partial \theta} + \frac{\partial x_t^H}{\partial g^n} \cdot \frac{\partial g^n}{\partial \theta} \right], \quad (\text{VI.37})$$

который является преобразованием (VI.33), где $\partial x_t^H / \partial \theta$ – вектор-столбец $(\deg A(z^{-1}) + \deg B(z^{-1}) + \deg H(z^{-1})) \times 1$; $\partial x_t^H / \partial g^n$ – вектор-строка $1 \times \deg A(z^{-1})$; $\partial g^n / \partial \theta$ – матрица размером $\deg A(z^{-1}) \times \deg A(z^{-1}) + \deg B(z^{-1}) + \deg H(z^{-1})$.

Влияние начального состояния на выходную координату модели в алгоритме (VI.37) учитывается в результате того, что часть выборки объема N , равная n , используется только для вычисления условных функций чувствительности $\partial g^n / \partial \theta$. При этом существенным является требование $n \gg 1$, и, следовательно, N должно быть достаточно большим. Алгоритм (VI.37) не требует, как алгоритм (VI.34), фиксации в памяти машины всей выборки объема N для пересчета вектора начального состояния модели, однако является менее экономным: из N значений выборки в функции правдоподобия используется $N-n$ значений. Более целесообразной является фиксация в памяти машины n последних значений из $(k-1)$ -й выборки по N для вычисления условных функций чувствительности $\partial g^n / \partial \theta$ к-й выборки. При этом в функции правдоподобия полностью используется весь объем выборки, а часть его, равная n ; ис-

пользуется повторно для определения условных функций чувствительности, поэтому допустимо $N < n$.

В целом алгоритм (VI.37) характеризуется по сравнению с известными алгоритмами оценивания параметров и состояния [57, 71], в частности с алгоритмом (VI.34), отсутствием некорректности (которая может возникать в силу значительных отличий $\partial \hat{x}_t^k / \partial \theta$ и $\partial \hat{x}_t^k / \partial g$), меньшей размерностью матричных преобразований, меньшим объемом фиксируемой в памяти машины информации при $N > n$.

Рекуррентная форма метода максимального правдоподобия (VI.38), исходя из которой получен алгоритм (VI.37), строится в предположении, что начальная оценка и все без исключения оценки в последовательности $\hat{\theta}_k$ являются состоятельными оценками максимального правдоподобия, т.е. такими, что для любого $\hat{\theta}_k$ справедливо (VI.28), где k - номер итерации алгоритма. Однако данное предположение практически невыполнимо для нелинейных уравнений максимального правдоподобия (VI.29). Выбор начального приближения в малой окрестности максимума функции плотности условного распределения, возможный только в редких случаях, не гарантирует того, что все последующие оценки, получаемые с помощью алгоритма квазилинеаризации (VI.38), будут оценками максимального правдоподобия.

Любая выборка в начале процедуры ($k = 1, 2, \dots$) с эмпирическим средним, значительно отличающимся от математического ожидания, приведет к большому отклонению от экстремума функции плотности условного распределения, вокруг которого стущаются точки максимума функций правдоподобия с ростом числа данных. Это отклонение в силу нелинейности уравнения максимального правдоподобия не может быть скомпенсировано за небольшое число итераций алгоритмом квазилинеаризации с постоянно сокращающимся шагом.

Строго оптимальный алгоритм позволяет получить использование разложения уравнения максимального правдоподобия в ряд Тейлора с учетом высших производных [63]. С ростом k число учитываемых в разложении членов может сокращаться, и при $k \rightarrow \infty$ алгоритм (VI.38) становится строго оптимальным.

Таким образом, получаемые оценки являются оценками максимального правдоподобия только при больших k .

Двумя основными факторами, сокращающими скорость сходимости алгоритма при относительно небольших k , являются постоян-

ное и безусловное сокращение параметра шага алгоритма и аппроксимация поверхности функции максимального правдоподобия квадратичной функцией во всей области ее определения.

Определение параметра шага. Использование высших производных при малых k связано со значительными теоретическими и сугубо вычислительными трудностями. Поэтому наиболее целесообразно использовать асимптотически оптимальный алгоритм, улучшив его свойства при малых k . Рассматриваемые далее алгоритмы близки по своей форме к рекуррентным алгоритмам метода максимального правдоподобия и в общем виде описываются как

$$\begin{aligned}\theta_k &= \theta_{k-1} + \Gamma_k^{-1} \delta_k, \\ \delta_k &= M_k^{-1} V_0 L_k,\end{aligned}\quad (VI.38)$$

где $M_k = \sum_{t=N(k-1)+n+1}^{N_k} \left[\frac{\partial x_t^M}{\partial \theta} + \frac{\partial x_t^M}{\partial g^n} \frac{\partial g^n}{\partial \theta} \right] \left[\frac{\partial x_t^M}{\partial \theta} + \frac{\partial x_t^M}{\partial g^n} \frac{\partial g^n}{\partial \theta} \right]^T$

- оценка информационной матрицы;

$$V_0 L_k = \sum_{t=N(k-1)+n+1}^{N_k} e_t \left[\frac{\partial x_t^M}{\partial \theta} + \frac{\partial x_t^M}{\partial g^n} \frac{\partial g^n}{\partial \theta} \right]$$

- градиент логарифмической функции правдоподобия на k -м шаге.

Отличие алгоритмов типа (VI.38) от рекуррентной формы метода максимального правдоподобия (VI.33) заключается в том, что параметры шага алгоритма не образуют, вообще говоря, гармонической последовательности $1/k$, а определяются некоторой последовательностью диагональных матриц Γ_k .

Рассматриваемые алгоритмы идентификации относятся к алгоритмам типа стохастической аппроксимации. Основные идеи ускорения сходимости в таких алгоритмах обычно связаны с выбором изменений параметров шага алгоритма в зависимости от изменений в направлении вектора δ_k от итерации к итерации. Примером такого выбора параметров шага может служить скалярный алгоритм Кестена, в котором последовательность γ_k , заменяющая последовательность матриц Γ_k в скалярном случае, определяется следующим образом:

$$\gamma_1 = \alpha_1, \gamma_2 = \alpha_2, \dots, \gamma_k = \alpha_{l(k)},$$

где $l(k) = 2 + \sum_{i=3}^k l(\delta_k \delta_{k-i})$; $l(\delta_k \delta_{k-i}) = \begin{cases} 1, & \text{если } \delta_k \delta_{k-i} \leq 0, \\ 0, & \text{если } \delta_k \delta_{k-i} > 0, \end{cases}$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_i} = \infty, \quad \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_i^2} < \infty, \quad \alpha_i > 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots$$

Отсюда видно, что новое значение параметра шага берется только в случае смены направления поиска.

Подобный подход к выбору параметров шага существенно увеличивает скорость сходимости алгоритма к несмешенным оценкам в одномерном случае поиска экстремума, но в многомерном случае его результативность невысока и уменьшается с ростом размерности вектора неизвестных параметров θ . Это объясняется тем, что смена направления градиента происходит не только вследствие наличия случайной составляющей в уравнении максимального правдоподобия или "проскакивания" точки максимума, но и вследствие особенностей поверхности функции правдоподобия, например наличия гребней.

Дальнейшая оптимизация параметров шага алгоритма, позволяющая увеличить близость получаемых оценок к оценкам максимального правдоподобия, или, что то же самое, уменьшить их смещение относительно последних, возможна с учетом существования следующих пределов:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k_u}{k} < 1 \text{ или } \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k - k_u}{k} < 1 \text{ и } \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k_c^i}{k - k_u} < 1,$$

где k – число итераций; k_u – число изменений направления вектора δ_k по сравнению с вектором δ_{k-1} при изменении k от 1 до ∞ , таких, что $\delta_k^T \delta_{k-1} \leq 0$; $k_c^i < (k - k_u)$ – число δ_k , компоненты которых не сменили свой знак по сравнению с компонентами δ_{k-1} при изменении k от 1 до ∞ .

Тогда последовательность параметров шага алгоритма (VI.38) может быть сконструирована следующим образом для матричного варианта:

$$\gamma_k^i = \begin{cases} \gamma_{k-1}^i, & \text{если } \delta_{k-1}^i \delta_k^i > 0 \wedge \sum_{i=1}^c \operatorname{sgn}(\delta_{k-1}^i \delta_k^i) < c, \\ \gamma_{k-1}^i - \frac{0,5}{1-\alpha}, & \text{если } \sum_{i=1}^c \operatorname{sgn}(\delta_{k-1}^i \delta_k^i) = c \wedge \gamma_{k-1}^i - \frac{0,5}{1-\alpha} \geq \gamma_{\min}^i, \\ \gamma_{k-1}^i, & \text{если } \sum_{i=1}^c \operatorname{sgn}(\delta_{k-1}^i \delta_k^i) = c \wedge \gamma_{k-1}^i - \frac{0,5}{1-\alpha} < \gamma_{\min}^i, \\ \gamma_{k-1}^i + \frac{0,5}{\alpha}, & \text{если } \delta_{k-1}^T \delta_k \leq 0 \wedge \delta_{k-1}^i \delta_k^i \leq 0 \wedge \gamma_{k-1}^i \geq \beta_i, \\ \beta_i, & \text{если } \delta_{k-1}^T \delta_k \leq 0 \wedge \delta_{k-1}^i \delta_k^i \leq 0 \wedge \gamma_{k-1}^i < \beta_i; \end{cases} \quad (VI.39)$$

для скалярного варианта $\gamma_k^i = \gamma_k \forall i \in [1, \dim \Gamma_k]$, γ_k^i – диагональные элементы матрицы Γ_k ;

$$\gamma_k = \begin{cases} \gamma_{k-1}, & \text{если } \delta_{k-1}^T \delta_k > 0 \wedge \sum_{i=1}^c \operatorname{sgn}(\delta_{k-1}^i \delta_k^i) < c, \\ \gamma_{k-1} - \frac{0,5}{1-\alpha}, & \text{если } \sum_{i=1}^c \operatorname{sgn}(\delta_{k-1}^i \delta_k^i) = c \wedge \gamma_{k-1} - \frac{0,5}{1-\alpha} \geq \gamma_{\min}, \\ \gamma_{k-1}, & \text{если } \sum_{i=1}^c \operatorname{sgn}(\delta_{k-1}^i \delta_k^i) = c \wedge \gamma_{k-1} - \frac{0,5}{1-\alpha} < \gamma_{\min}, (\text{VI.40}) \\ \gamma_{k-1} + \frac{0,5}{\alpha}, & \text{если } \delta_{k-1}^T \delta_k \leq 0 \wedge \gamma_{k-1} \geq \beta_k, \\ \beta, & \text{если } \delta_{k-1}^T \delta_k \leq 0 \wedge \gamma_{k-1} < \beta, \end{cases}$$

где $0 < \alpha < 1$; $\beta_i \geq \gamma_{\min}^i$; $\beta_i \geq \gamma_{\min}^i$; $\gamma_{\min} > 0$; $\gamma_0 > 0$; $\gamma_{\min}^i > 0$; $c = \dim \Gamma_k$.

Рассмотрим скалярную последовательность, члены которой определяются условиями (VI.40). Достаточно очевидно, что

$$\gamma_0 + \kappa \frac{\kappa_i}{\kappa} \frac{0,5}{\alpha} \geq \gamma_k \geq \gamma_0 + \kappa \left(\frac{\kappa_i}{\kappa} \frac{0,5}{\alpha} - \frac{\kappa_i^c}{\kappa} \frac{0,5}{1-\alpha} \right).$$

Обозначим пределы $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\kappa_i}{k} = \alpha_1 < 1$, $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\kappa_i^c}{k - \kappa_i} = \alpha_2 < 1$. Тогда при $\kappa \rightarrow \infty$

$$\gamma_0 + \frac{\kappa}{2} \frac{\alpha_1}{\alpha} \geq \gamma_k \geq \gamma_0 + \frac{\kappa}{2} \left(\frac{\alpha_1}{\alpha} - \alpha_2 \frac{1-\alpha_1}{1-\alpha} \right)$$

и при $\alpha < \alpha_1$

$$\gamma_0 + \kappa \varepsilon_1 \geq \gamma_k \geq \gamma_0 + \kappa \varepsilon_2, \text{ где } \varepsilon_1 \geq \varepsilon_2 > 0.$$

Можно показать, что последовательность вида $\gamma_k = \gamma_0 + \kappa \varepsilon$, $\varepsilon > 0$, удовлетворяет условиям асимптотической сходимости

$$\gamma_k > 0 \quad \forall k = 1, 2, \dots, \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_k} = \infty, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_k^2} < \infty,$$

а следовательно, этим условиям удовлетворяет и последовательность γ_k^i , описываемая выражениями (VI.40).

Аналогичное заключение справедливо и для последовательностей γ_k^i , описываемых выражениями (VI.39) (для любого $i \in [1, \dim \Gamma_k]$), диагональных элементов матриц параметров шага Γ_k .

Введение параметра β (β_i) в алгоритм позволяет при относительно больших величинах шага парировать влияние непредставительных выборок N вследствие резкого сокращения шага алгоритма при смене направления поиска.

Таким образом, алгоритмы (VI.38), (VI.39) и (VI.38), (VI.40) сохраняют асимптотическую сходимость и вместе с тем позволяют ускорить процедуру оценивания при относительно малом числе итераций. На рис.57 приведен пример оценивания трехмерного вектора параметров $\theta_0 = [a^0, b^0, h^0]^T$, характеризующего динамические свойства объекта и внешнего возмущения в замкнутой системе со статическим (II) регулятором:

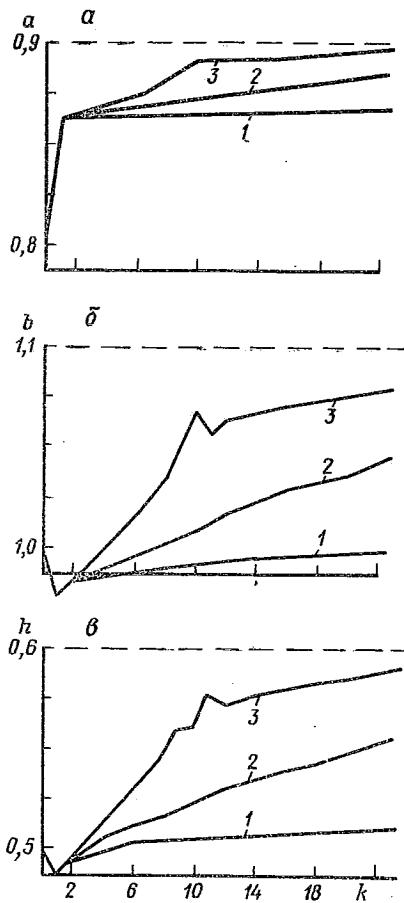


Рис. 57.

Аппроксимация информационной матрицы. Вторым фактором, существенно затрудняющим получение оценок, близких к оценкам максимального правдоподобия с помощью алгоритма (VI.37), является неадекватность аппроксимации поверхности функции правдоподобия квадратичной функцией, а матрицы Гессе – оценкой информационной матрицы во всей области допустимых значений параметров и

$$\begin{aligned}
 w_t &= a^0 w_{t-1} + b^0 y_{t-1}, \\
 v &= h^0 v_{t-1} + e_t, \\
 x_t &= w_t + v_t, \\
 y_t &= -k x_t
 \end{aligned} \quad (VI.41)$$

с помощью алгоритма (VI.37) (кривые 1), алгоритма Кестена (кривые 2), алгоритма (VI.38), (VI.40) (кривые 3). Преимущества последнего алгоритма очевидны. При этом его сравнительная результативность увеличивается с ростом размерности задачи оценивания.

Алгоритмы (VI.38), (VI.39) и (VI.38) и (VI.40) (а также их модификации) пригодны для решения задач оценивания не только в стационарных системах, но и в квазистационарных. Это следует из самого принципа действия алгоритма, позволяющего не только сокращать, но и увеличивать шаг. Результативность алгоритма во многом определяется выбором параметров α и β (β_i), который связан со спецификой конкретной задачи. Для рассматривавшегося примера $\alpha = 0,5$; $\beta = 1,0$.

при различных объемах сглаживающих выборок N . Эти аппроксимации достаточно точны только в окрестности максимума функции правдоподобия и при объеме сглаживающей выборки $N \gg 1$. Хотя положительная определенность информационной матрицы и ее оценки M_k (в отличие от матрицы Гессе) при некоторых дополнительных условиях гарантирует асимптотическую сходимость алгоритма, но при малых k , если начальные оценки далеки от экстремума, рассматриваемая область поверхности может сильно отличаться от квадратичной, а информационная матрица – от матрицы Гессе. Малый объем сглаживающей выборки N приводит к невысокой точности оценки информационной матрицы. Эти факторы особенно существенны для систем, у которых мало значение критерия линейной независимости функций чувствительности выхода модели к вариациям неизвестных параметров. Критерий линейной независимости Ψ_h характеризует свойства матрицы M_k в (VI.38) и определяется как отношение левой и правой частей неравенства Адамара [7]:

$$\Psi_h = \frac{(\det M_k)^2}{\prod_{i=1}^c \sum_{j=1}^c (m_{ij})^2} \leq 1.$$

Критерий $\Psi_h = 1$, если матрица M_k диагональна; и, следовательно, приращения компонент оценки вектора неизвестных параметров независимы между собой.

Использование матрицы M_k в уравнениях (VI.38) при $\Psi_h \ll 1$ может приводить к значительным отклонениям получаемых оценок от оценок максимального правдоподобия даже при условии выбора хорошего начального приближения. В этом случае целесообразна замена матрицы M_k ее диагональной аппроксимацией, позволяющей стабилизировать процесс оценивания, в частности целесообразно использовать матрицы вида M'_k , а для $\Psi_h \rightarrow 0$ – матрицы M''_k [68]:

$$M'_k = \begin{bmatrix} m'_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m'_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & m'_{cc} \end{bmatrix}, \quad m'_{ii} = m_{ii}, \quad M''_k = \begin{bmatrix} m''_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m''_{11} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & m''_{cc} \end{bmatrix} \quad m''_{ii} = \frac{\sum_{j=1}^c m_{ij}^2}{m_{ii}}. \quad (VI.42)$$

Эта замена позволяет также исключить из алгоритма операцию обращения матрицы M_k и заменить ее значительно более простой процедурой обращения диагональной матрицы.

На рис.58 приведен пример идентификации объекта и возмущения в системе (VI.41) при малых объемах сглаживающих выборок ($N = 31$). Для выявления влияния именно этого фактора в качестве начальных приближений взяты истинные значения параметров. Алго-

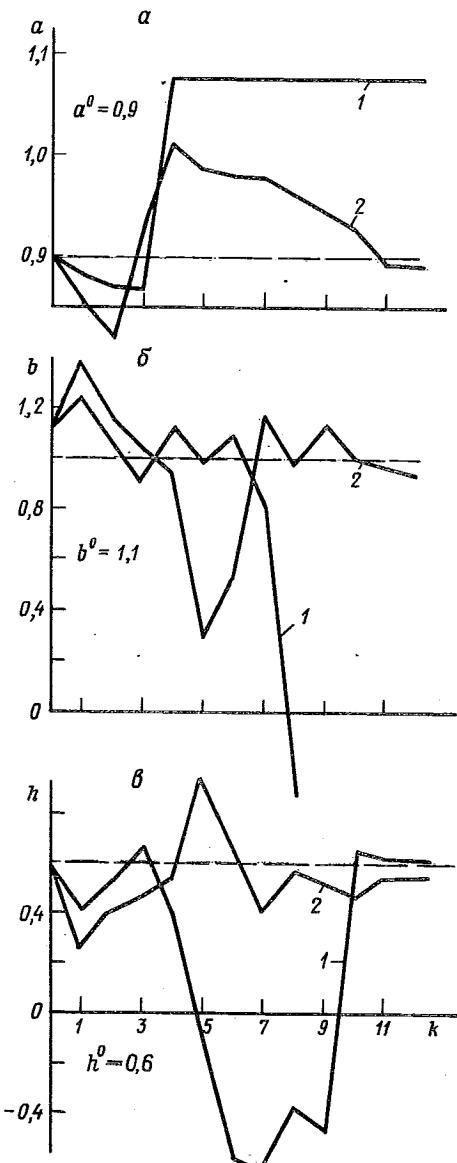


Рис. 58.

ритму с матрицей M_k соответствуют кривые 1, а с матрицей M'_k – кривые 2.

Использование алгоритмов с матрицами M'_k и M''_k (а также с другими диагональными аппроксимациями) целесообразно при малых объемах сглаживающих выборок и (или) при оценках θ_k существенно отличающихся от оценок максимального правдоподобия, что, как правило, имеет место при малых k в начале процедуры.

Алгоритмы, описываемые выражениями (VI.38), (VI.39), (VI.40), (VI.42), образуют группу алгоритмов, позволяющих получать оценки, близкие к оценкам максимального правдоподобия, и ориентированы на применение в больших, но конечных выборках.

Следует указать, что приведенные алгоритмы в значительной степени являются эвристическими, их хорошая результативность в данном классе задач подтверждается экспериментально. Для изучения строгих условий сходимости алгоритмов типа стохастической аппроксимации можно рекомендовать работы [45, 73].

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аведьян Э.Д., Щипкин Я.З. Обобщенный алгоритм Качмажа. - Автоматика и телемеханика, 1979, № 1, с.72-78.
2. Александровский Н.М., Егоров С.В., Кузин Р.Е. Адаптивные системы автоматического управления сложными технологическими процессами. М., 1973. 272 с.
3. Александровский Н.М., Кузин Р.Е. Особенности автоматических оптимизаторов для промышленных объектов одного класса. - В кн.: Труды Моск. энергетич. ин-та. Вып.59. М., 1965, с.115-141.
4. Аналитические самонастраивющиеся системы автоматического управления / Под ред. В.В.Солодовникова. М., 1965. 356 с.
5. Аоки М. Оптимизация стохастических систем. М., 1971. 424 с.
6. Бахвалов Н.С. Численные методы. Т.1. М., 1973. 632 с.
7. Беллман Р. Введение в теорию матриц. М., 1976. 351 с.
8. Бокс Д., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. М., 1974. 406 с.
9. Брикман М.С., Репников А.Д. О принципиальной эффективности метода разделения. - В кн.: Методы и модели управления и контроля. Рига, 1979, с.87-92.
10. Будин В.И., Терехов В.А., Яковлев В.Б. Синтез дискретных беспойсковых самонастраивющихся систем на основе принципа инвариантности. - В кн.: Вопросы кибернетики, сер. Адаптивные системы управления. М., 1977, с.47-50.
11. Буровой И.А., Штеренберг Е.Н. О структуре математической модели процессов обжига в кипящем слое с укрупнением исходных частиц. - В кн.: Изв.вузов. Цветная металлургия. М., 1969, № 3, с.144-150.
12. Вавилов А.А. Структурный и параметрический синтез сложных систем. Л., 1979. 94 с.
13. Вавилов А.А., Имаев Д.Х. Анализ параметрической чувствительности и синтез структур инвариантных систем управления. - В кн.: Изв.ЛЭТИ. Вып.111. Л., 1972, с.8-23.
14. Ворчик Б.Г. Асимптотические оценки максимального правдоподобия параметров замкнутой стохастической системы. - Автоматика и телемеханика, 1976, № 12, с.32-48.
15. Ворчик Б.Г. Идентифицируемость многосвязной замкнутой стохастической системы: Декомпозиция замкнутой системы при идентификации. - Автоматика и телемеханика, 1977, № 2, с.14-28.
16. Ворчик Б.Г. Предельные распределения оценок максимального правдоподобия параметров замкнутой системы и их применение. - Автоматика и телемеханика, 1979, № 12, с.51-65.
17. Гинзбург В.М. Объекты редкометаллической и полупроводниковой промышленности с переменными параметрами. - В кн.: Научные труды Гиредмета. Т.27. М., 1969, с.5-9.
18. Громыко В.Д., Санковский Е.А. Самонастраивющиеся системы с моделью. М., 1974. 80 с.

19. Гром Д. Методы идентификации систем. М., 1979. 304 с.
20. Деревицкий Д.П., Фрадков А.Л. Прикладная теория дискретных адаптивных систем управления. М., 1981. 216 с.
21. Динамические свойства печи для обжига концентратов в кипящем слое / И.А.Буровой, В.А.Брюквин, В.И.Слепов, М.А.Морозова. - В кн.: Сб.научных трудов Гинцветмета. Вып.21. М., 1964, с.207-218.
22. Литкин В.А., Прудников А.П. Справочник по операционному исчислению. М., 1965. 466 с.
23. Литкин В.А., Прудников А.П. Операционное исчисление. М., 1966. 408 с.
24. Евланов Л.Г. Самонастраивающаяся система с поиском градиента методом вспомогательного оператора. - Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1963, № 1, с.113-120.
25. Емельянов С.В. Системы автоматического управления с переменной структурой. М., 1967. 336 с.
26. Заде Л., Дезоэр Ч. Теория-линейных систем. М., 1970. 704 с.
27. Кайлатц Т. Метод порождающего процесса в применении к теории обнаружения и оценки. - Труды Ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике, 1970, № 5, с.82-99.
28. Калинчук Б.А., Пиастро В.П. Анализаторы инфразвуковых случайных процессов. Л., 1973. 184 с.
29. Каминскас В.А. Об оценке класса системы в задаче идентификации. - Труды АН Лит.ССР, сер.Б, 1979, т.1, с.117-123.
30. Катковник В.Я., Полуэктов Р.А. Многомерные дискретные системы управления. М., 1966. 416 с.
31. Козлов В.Н. Самонастраивающиеся системы с релейными элементами. М., 1974. 112 с.
32. Козлов Ю.М., Русупов Р.М. Беспоисковые самонастраивающиеся системы. М., 1969. 456 с.
33. Костюк В.И. Самонастраивающиеся следящие системы. Киев, 1966. 244 с.
34. Костюк В.И. Беспоисковые градиентные самонастраивающиеся системы. Киев, 1969. 276 с.
35. Красовский А.А. Динамика непрерывных самонастраивающихся систем. М., 1963. 468 с.
36. Кунцевич В.М. Импульсные самонастраивающиеся и экстремальные системы автоматического управления. Киев, 1966. 284 с.
37. Куропаткин П.В. Оптимальные и адаптивные системы. М., 1980. 288 с.
38. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М., 1975. 432 с.
39. Кухтенко А.И. Проблема инвариантности в автоматике. Киев, 1963. 376 с.
40. Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов: Изд.2-е. М., 1973. 616 с.

41. Ли Р. Оптимальные оценки, определение характеристик и управление. 1966. 176 с.
42. Мееров М.В. Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности. М., 1959. 284 с.
43. Менский Б.М. Принцип инвариантности в автоматическом регулировании и управлении. М., 1972. 248 с.
44. Мирский Г.Я. Аппаратурное определение характеристик случайных процессов. М., 1972. 456 с.
45. Невельсон М.Б., Хасьминский Р.З. Стохастическая аппроксимация и рекуррентное оценивание. М., 1972. 304 с.
46. Олейников В.А., Зотов Н.С., Пришвин А.М. Основы оптимального и экстремального управления. М., 1969. 296 с.
47. О применении САР с переменной структурой для регулирования термохимических гетерогенных процессов / И.А.Буровой, С.В.Емельянов, М.А.Морозова, О.А.Григорьева. - В кн.: Сб. научных трудов Гинцветмета. Вып.21. М., 1964, с.344-358.
48. Основы управления технологическими процессами / Под ред.Н.С.Райбмана. М., 1978. 440 с.
49. Острем К. Введение в стохастическую теорию управления. М., 1973. 322 с.
50. Острем К., Болин Т. Цифровая идентификация линейных динамических систем на основе данных о нормальном режиме работы. - В кн.: Теория самонастраивающихся систем управления. М., 1969, с.99-116.
51. Петров Б.Н., Теряев Е.Д., Шамриков Б.М. Условия параметрической идентифицируемости объектов в разомкнутых и замкнутых автоматических системах. - Изв.АН СССР. Техническая кибернетика, 1977, № 2, с.160-175.
52. Петров Б.Н., Теряев Е.Д., Шамриков Б.М. Условия параметрической идентифицируемости объектов управления в замкнутых автоматических системах. - Докл.АН СССР, 1977, вып.232, с.6.
53. Попов Е.П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. М., 1973. 584 с.
54. Принципы построения и проектирования самонастраивающихся систем / Б.Н.Петров, В.Ю.Рутковский, И.Н.Крутова, С.Д.Земляков. М., 1972. 260 с.
55. Приспособливающиеся автоматические системы / Под ред. Э.Мишкина, Л.Брауна. М., 1963. 670 с.
56. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применение. М., 1968. 548 с.
57. Рубан А.И. Идентификация нелинейных динамических объектов на основе алгоритма чувствительности. Томск, 1975. 270 с.
58. Самонастраивающиеся системы: Справочник / Под ред. П.И.Чинаева. Киев, 1969. 528 с.
59. Саридис Дж. Самоорганизующиеся стохастические системы управления. М., 1980. 400 с.

60. Система автоматического регулирования процесса вытяживания / Н.К.Бронштейн, И.П.Кагановский, И.Л.Шендерович, Г.И.Шубский, М.А.Сиваков. - В кн.: Сб. научных трудов Гидретмета. М., 1969, т.27, с.53-62.
61. Система проектирования средств автоматизации / С.В.Емельянов, Н.Е.Костылева, Б.П.Матич, Н.Н.Миловидов. М., 1978. 190 с.
62. Соловьев В.В., Шрамко Л.С. Расчет и проектирование аналитических самонастраивающихся систем с эталонными моделями. М., 1972. 270 с.
63. Стратонович Р.А. Об оптимальных алгоритмах типа стохастической аппроксимации. - Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1970, № I, с.24-32.
64. Терехов В.А. Адаптивные автоматические системы: Конспект лекций. Л., 1976. 90 с.
65. Терехов В.А., Янчевский А.Э. Адаптивное управление и идентификация в импульсных автоматических системах. - В кн.: Вопросы теории систем автоматического управления. Вып.4. Л., 1978, с.15-21.
66. Терехов В.А., Янчевский А.Э. Идентификация объектов в адаптивных автоматических системах. Л., 1979. 102 с.
67. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М., 1974. 224 с.
68. Товстуха Т.И. Исследование дискретных квазиоптимальных алгоритмов идентификации. - Автоматика и телемеханика, 1974, № II, с.71-80.
69. Томович Р., Вукобратович М. Общая теория чувствительности. М., 1972. 240 с.
70. Топчеев Ю.И., Чипляков А.П. Задачник по теории автоматического регулирования. М., 1977. 592 с.
71. Фадеев Л.К., Фадеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М., 1963. 736 с.
72. Фишер Г. Статистические методы для исследователей. М., 1958. 356 с.
73. Фомин В.Н. Математическая теория обучаемых опознающих систем. Л., 1976. 236 с.
74. Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами. М., 1981. 448 с.
75. Чипкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах. М., 1968. 400 с.
76. Чаки Ф. Современная теория управления. М., 1975. 424 с.
77. Чувствительность и инвариантность нелинейных импульсных автоматических систем / В.Н.Антонов, А.А.Вавилов, В.А.Терехов, В.Б.Яковлев. - В кн.: Вопросы теории систем автоматического управления. Вып.3. Л., 1977, с.3-13.

78. Шнееров М.С. Автоматизация процесса восстановления титана. - В кн.: Материалы науч.-технич. совещания по механиз. и автоматиз. пр-ва титана. М., 1961, с.74-83.
79. Эйхофф П. Основы идентификации систем управления. М., 1975. 686 с.
80. Якубович В.А. Метод рекуррентных целевых неравенств в теории адаптивных систем. - В кн.: Вопросы кибернетики, сер. Адаптивные системы. М., 1976, с.32-36.
81. Янчевский А.Э. Идентифицируемость стохастических замкнутых систем одного класса. - Изв.ЛЭТИ. Вып.222. Л., 1977, с.18-24.
82. Aström K.J., Borisson V., Ljung L., Wittenmark B. Theory and applications of self-turning regulators. - Automatica, 1977, vol.13, N 5, p.457-476.
83. Gustavsson I., Ljung L., Söderstrom T. Identification of processes in closed loop - identifiability and accuracy aspects. - Automatica, 1977, vol.13, N 1, p.59-75.
84. Wald A. Note on the consistency of the maximum likelihood estimates. - Ann. Math. Stat., 1949, vol.20, N 4, p.595-601.

О Г Л А В Л Е Н И Е

Предисловие	3
Глава I. ПРИНЦИП АДАПТАЦИИ В ЗАДАЧАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ	6
§ 1. Особенности управления объектами и процессами с переменными параметрами	7
§ 2. Классы адаптивных автоматических систем	20
Класс самоорганизующихся систем (21). Класс самоалгоритмизирующихся систем (22). Класс самонастраивющихся систем (22).	
§ 3. Анализ чувствительности и условий инвариантности автоматических систем	23
§ 4. Системы автоматического управления с пассивной адаптацией.	31
Замкнутые системы с большим контурным усилением (31). Система стабилизации с моделью (32). Следящие системы (33). Система автоматической стабилизации (34). Релейная одноконтурная система (38). Системы с переменной структурой (41).	
§ 5. Самонастраивающиеся системы управления (обобщенные блок-схемы)	48
§ 6. Типы самонастраивающихся автоматических систем. .	52
Статистически оптимальная следящая система (53). Система автоматической стабилизации с эталонной ненастраиваемой моделью основного контура (55). Система автоматической стабилизации с эталонной настраиваемой (обучаемой) моделью объекта (56).	
Глава II. САМОНАСТРАИВАЮЩИЕСЯ СИСТЕМЫ БЕЗ ТЕКУЩЕЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОБЪЕКТА И ВОЗДЕЙСТВИЙ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ	62
§ 1. Автоколебательные самонастраивающиеся системы . .	62
§ 2. Самонастраивающиеся системы с использованием принципа переменности структуры	67
Система с переменной структурой и адаптивным управляющим устройством (68). Самонастраивающаяся система с переменной структурой и косвенным из-	

мерением возмущений в контуре компенсации (69).	
Адаптивный регулятор (73).	
§ 3. Аналитические самонастраивющиеся системы с не- настраиваемой эталонной моделью замкнутого основ- ного контура (метод вспомогательного оператора) .	75
Глава III. САМОНАСТРАИВАЮЩИЕСЯ СИСТЕМЫ С ТЕКУЩЕЙ ИДЕНТИФИ- КАЦИЕЙ ПАРАМЕТРОВ И ПРОЦЕССОВ.	85
§ 1. Самонастраивющиеся системы с ортогональными спек- тральными анализаторами	86
Принцип построения основного контура (86).	
Идентификация линейного объекта с помощью анали- затора спектра Лагерра (87).	
§ 2. Аналитические самонастраивющиеся системы с на- стройкой по эталонной импульсной переходной функ- ции разомкнутого основного контура.	93
§ 3. Инвариантные самонастраивющиеся системы с моде- лями вариаций уравнений объекта	102
Глава IV. ПРЯМОЕ АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В НЕПРЕРЫВНЫХ СИ- СТЕМАХ.	117
§ 1. Представление прямого адаптивного управления как задачи численной оптимизации.	117
§ 2. Адаптивное управление с использованием производ- ных. Оценка качества систем	121
§ 3. Управление без измерения производных.	130
Глава V. ДИСКРЕТНЫЕ БЕЗИДЕНТИФИКАЦИОННЫЕ АДАПТИВНЫЕ СИ- СТЕМЫ	136
§ 1. Особенности дискретных адаптивных систем прямого управления.	136
§ 2. Алгоритмы дискретной адаптации. Оценка сходимости	138
§ 3. Качественные показатели дискретных адаптивных си- стем.	150
Скорость сходимости по параметрам (150).	
Глава VI. ИДЕНТИФИКАЦИЯ В АДАПТИВНЫХ СИСТЕМАХ С ОБУЧАЕМОЙ МОДЕЛЬЮ	154
§ 1. Модели объектов и внешнего возмущения среды	154
	201

§ 2. Идентифицируемость объектов в замкнутых системах управления	158
§ 3. Структурные условия идентифицируемости в замкнутых системах управления.	165
§ 4. Точность идентификации	175
§ 5. Алгоритмы обучения модели. Рекуррентная форма метода максимального правдоподобия (182). Определение параметра шага (189). Аппроксимация информационной матрицы (192).	181
Указатель литературы	195