Синтез систем регулирования методом линейно-квадратичной аппроксимационной коррекции

А. Б. Филимонов
МИРЭА – Российский технологический университет
E-mail: filimon_ab@mail.ru

Н. Б. Филимонов
Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова
E-mail: nbfilimonov@mail.ru

***Аннотация*. Разрабатывается методология аппроксимационной коррекции управляемых динамических систем. Желаемый результат коррекции задается эталонной моделью. В предлагаемых схемах динамической коррекции применяется формализм линейно-квадратичной оптимизации. В предлагаемых схемах динамической коррекции применяется формализм линейно-квадратичной оптимизации, в котором оптимизируемые интегральные квадратичные критерии служат мерой отклонения переходных характеристик скорректированного объекта от их эталонных значений. Посредством предложенных схем коррекции решается задача синтеза систем регулирования с заданными прямыми показателями качества.**

Ключевые слова: синтез систем управления; качество управления; динамическая коррекция; эталонная модель; линейно-квадратичная оптимизация

I. Введение

Проблема качества процессов управления, несмотря на давнюю историю развития, до сих пор остается важнейшей и слабо развивающейся в теории и практике автоматических систем. Более того, приходится констатировать, что в исследованиях последних десятилетий в известной мере утрачена преемственность с интуитивно ясными и технически содержательными классическими представлениями о качестве процессов управления, выработанными отечественной школой автоматики [1].

В современной автоматике при синтезе автоматических систем все большую популярность находят требования не желаемого или допустимого, а оптимального качества процесса управления синтезируемой системы [2–10]. При этом наибольшее применение безраздельное господство получили квадратичные критерии оптимальности, породившие класс линейно-квадратичных (ЛК) задач управления и являющиеся исходными в ставшем уже классическим методе аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) Калмана-Летова. Здесь критерий качества задается в виде интегральной квадратичной формы от тех или иных показателей действительного переходного процесса, либо от невязки (рассогласования) действительного и желаемого (эталонного) переходных процессов системы и требуется обеспечить максимальную их близость (см., например, [11–19]).

Однако, несмотря на чрезвычайную популярность и видимые достоинства, методология квадратичной оптимизации процессов управления неоднократно подвергалась резкой критике со стороны ведущих отечественных и зарубежные ученых [2].

В настоящей работе предлагается новый метод синтеза систем автоматического регулирования (САР), основанный на динамической коррекции объекта управления [20–24], которая осуществляется посредством применения формализма ЛК-задач оптимизации. В основе решаемой задачи коррекции лежит идея постулирования желаемых динамических свойств синтезируемой системы в виде заданной эталонной модели скорректированного объекта. Алгоритмизация задач коррекции базируется на формализме ЛК-задач управления, причем оптимизируемые интегральные квадратичные функционалы служат мерой отклонения формируемых переходных характеристик каналов регулирования от эталонных значений. Предлагаемый метод показывает возможность конвергенции классической концепции прямых показателей качества процессов регулирования и методологии АКОР.

II. Назначение аппроксимационной коррекции

Один из действенных способов решения задач управления заключается в их *декомпозиции* на две подзадачи: предварительной динамической коррекции объекта и формирования закона управления для скорректированного объекта. Данную идею воплощает блок-схема САУ, представленная на рис. 1. Здесь управляющее устройство (УУ) состоит из двух блоков: *блока коррекции* (БК), исправляющего динамику объекта в соответствии с заданной эталонной динамической моделью, и *блока управления* (БУ), реализующего закон управления для скорректированного объекта.

Далее рассматривается класс линейных стационарных динамических объектов, описываемых в переменных состояния уравнениями вида

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_0\mathbf{x} + \mathbf{B}_0\mathbf{u}, \quad (1)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_0\mathbf{x}, \quad (2)$$

где $t \geq 0$, $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^r$ – управляющий вход, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ – состояние, $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^m$ – управляемый выход объекта, причем полагаем, что $1 < m \leq r$, $\mathbf{A}_0 \in \mathbf{R}^{n\times n}$, $\mathbf{B}_0 \in \mathbf{R}^{n\times r}$, $\mathbf{C}_0 \in \mathbf{R}^{m\times n}$.

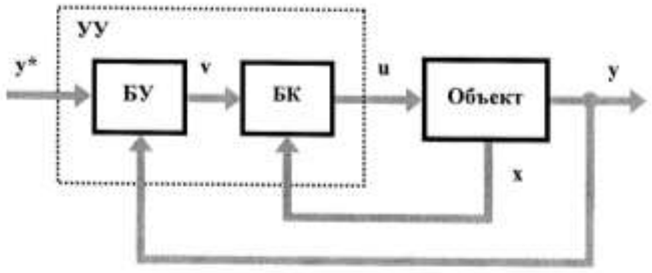

Рис. 1.

Передаточная матрица объекта по каналу «вход – выход» равна

$$\mathbf{W}_0(s)=\mathbf{C}_0(\mathbf{E}_n s-\mathbf{A}_0)^{-1}\mathbf{B}_0\,,$$

где $\mathbf{s}$ – комплексная частота, $\mathbf{E}_n$ – единичная матрица n-го порядка.

Назначение САУ – отработка уставки $\mathbf{y}^*(t)$:

$$\mathbf{y}(t)\approx\mathbf{y}^*(t)\,,$$

в соответствии с заданными требованиями качества процессов управления.

Действие БК будем оценивать по реакции скорректированного объекта на тестовый сигнал

$$\mathbf{v}(t)=\mathbf{v}(0)\neq 0\ \ (t>0)\,. \tag{3}$$

Полагаем, что данный сигнал генерируется *задатчиком*, описываемым дифференциальным уравнением

$$\dot{\mathbf{v}}=0\,.$$

Желаемую динамику выхода скорректированного объекта зададим *эталонной моделью* (ЭМ) порядка $n_{\text{М}}$:

$$\dot{\mathbf{x}}_{\text{М}}=\mathbf{A}_{\text{М}}\mathbf{x}_{\text{М}}+\mathbf{B}_{\text{М}}\mathbf{v}\,, \tag{4}$$

$$\mathbf{y}_{\text{М}}=\mathbf{C}_{\text{М}}\mathbf{x}_{\text{М}}+\mathbf{D}_{\text{М}}\mathbf{v}\,, \tag{5}$$

где $\mathbf{x}_{\text{М}}\in\mathbf{R}^{n_{\text{М}}}$ – состояние, $\mathbf{y}_{\text{М}}\in\mathbf{R}^{m}$ – выход эталонной модели; $\mathbf{A}_{\text{М}}$, $\mathbf{B}_{\text{М}}$, $\mathbf{C}_{\text{М}}$, $\mathbf{D}_{\text{М}}$ – числовые матрицы соответствующих размеров.

Полагаем, что ЭМ устойчива, так что реакция выхода на постоянное входное воздействие (3) устанавливается на постоянном уровне, т.е.

$$\lim_{t\to\infty}\dot{\mathbf{y}}_{\text{М}}(t)=0\,.$$

Расхождение между выходом скорректированного объекта и выходом эталонной модели выражает *невязка*

$$\delta\mathbf{y}(t)=\mathbf{y}(t)-\mathbf{y}_{\text{М}}(t)\,.$$

Динамическая коррекция объекта должна обеспечивать требование:

$$\delta\mathbf{y}(t)\approx 0\,. \tag{6}$$

Введем малый положительный параметр γ:

$$0<\gamma<<1\,. \tag{7}$$

Точность приближения (6) будем оценивать следующим интегральным квадратичным критерием (здесь $\|\ldots\|$ обозначает евклидову норму вектора):

$$J_y^\gamma=\int_0^\infty e^{-2\gamma t}\,\|\delta\mathbf{y}(t)\|^2\,dt\,, \tag{8}$$

а интенсивность управляющих воздействий – критерием

$$J_u^\gamma=\int_0^\infty e^{-2\gamma t}\,\|\mathbf{u}(t)\|^2\,dt\,. \tag{9}$$

Весовой множитель $e^{-2\gamma t}$ обеспечивает сходимость функционалов (8) и (9) для класса *ограниченных* функций, позволяя рассматривать установившиеся режимы в САУ с *ненулевой* асимптотикой процессов $\delta\mathbf{y}(t)$ и $\mathbf{u}(t)$.

Задачу синтеза БК можно формализовать посредством ограничения или минимизации критериев (8), (9). В наиболее общей постановке это будет задача двухкритериальной оптимизации вида ($g>0$):

$$J^\gamma=gJ_y^\gamma+J_u^\gamma\to\min\,,$$

или то же самое, но с учетом (8), (9):

$$J^\gamma=\int_0^\infty e^{-2\gamma t}\,(g\,\|\delta\mathbf{y}(t)\|^2+\ \|\mathbf{u}(t)\|^2)\,dt\to\min\ . \tag{10}$$

Оптимизационный аспект структурно-параметрического синтеза БК показывает, что рассматриваемый тип динамической коррекции объекта по своему смыслу является *аппроксимационным*.

III. Эквивалентная стационарная линейно-квадратичная задача

Предлагаемую структуру БК отражает рис. 2.

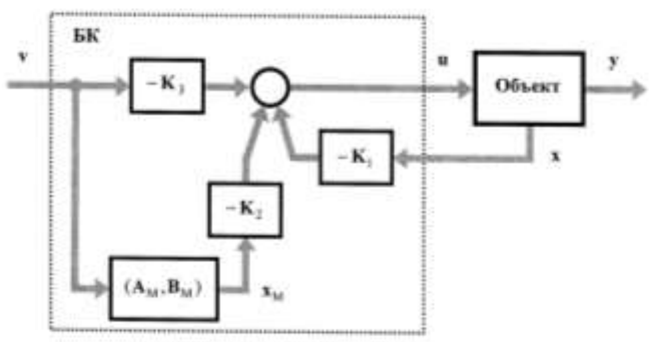

Рис. 2.

Рассмотрим систему S порядка $N=n+n_{\text{М}}+m$:

$$\dot{\mathbf{x}}=\mathbf{A}_0\mathbf{x}+\mathbf{B}_0\mathbf{u}\,, \tag{13}$$

$$\dot{\mathbf{x}}_\text{М} = \mathbf{A}_\text{М}\mathbf{x}_\text{М} + \mathbf{B}_\text{М}\mathbf{v}, \qquad (14)$$

$$\dot{\mathbf{v}} = 0, \qquad (15)$$

$$\delta\mathbf{y} = \mathbf{C}_0\mathbf{x} - \mathbf{C}_\text{М}\mathbf{x}_\text{М} - \mathbf{D}_\text{М}\mathbf{v}. \qquad (16)$$

Она описывает динамику состояний объекта и эталонной модели, формирование сигналов $\mathbf{v}(t)$ и $\delta\mathbf{y}(t)$.

Сформируем вектор состояния системы S:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_\text{М} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}. \qquad (17)$$

Тогда уравнения (13)–(16) можно записать в форме:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \qquad (18)$$

$$\delta\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{z}. \qquad (19)$$

В соответствии с (17) матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ имеют блочную структуру (нулевые блоки оставлены пустыми), представленную следующими выражениями:

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{c:c:c} \mathbf{A}_0 & & \\ \hdashline & \mathbf{A}_\text{М} & \mathbf{B}_\text{М} \\ \hdashline & & \end{array}\right], \quad \mathbf{B} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{B}_0 \\ \hdashline \\ \hdashline \\ \end{array}\right],$$

$$\mathbf{C} = \left[\begin{array}{c:c:c} \mathbf{C}_0 & -\mathbf{C}_\text{М} & -\mathbf{D}_\text{М} \end{array}\right].$$

Закон управления (11) представим в виде

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{z}, \qquad (20)$$

где в соответствии с (17) $\mathbf{K}$ – блочная матрица:

$$\mathbf{K} = [\, \mathbf{K}_1 \,\vdots\, \mathbf{K}_2 \,\vdots\, \mathbf{K}_3 \,]. \qquad (21)$$

Из (19) следует равенство

$$g\,\|\delta\mathbf{y}\|^2 = \mathbf{z}^\text{T}\mathbf{Q}\mathbf{z}, \qquad (22)$$

где $\mathbf{Q}$ – симметрическая неотрицательно определенная матрица:

$$\mathbf{Q} = g\,\mathbf{C}^\text{T}\mathbf{C} \qquad (23)$$

Используя (22), преобразуем критерий (10) к виду

$$J^\gamma = \int_0^\infty e^{-2\gamma t}\,(\mathbf{z}^\text{T}(t)\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) + \|\mathbf{u}(t)\|^2)\,dt \to \min. \qquad (24)$$

Рассмотрим вспомогательную систему $\hat{\mathsf{S}}$:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A}_0 - \gamma\mathbf{E}_n)\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_0\hat{\mathbf{u}}, \qquad (25)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_\text{М} = (\mathbf{A}_\text{М} - \gamma\mathbf{E}_{n_\text{М}})\hat{\mathbf{x}}_\text{М} + \mathbf{B}_\text{М}\hat{\mathbf{v}}, \qquad (26)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{v}}} = -\gamma\hat{\mathbf{v}}, \qquad (27)$$

где $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbf{R}^n$, $\hat{\mathbf{x}}_\text{М} \in \mathbf{R}^{n_\text{М}}$, $\hat{\mathbf{v}} \in \mathbf{R}^m$, $\hat{\mathbf{u}} \in \mathbf{R}^r$ – управляющий вход.

Вводя вектор состояние системы $\hat{\mathsf{S}}$:

$$\hat{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\mathbf{x}}_\text{М} \\ \hat{\mathbf{v}} \end{bmatrix},$$

из (25)–(27) получим ее уравнения состояния в виде

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{z}} + \mathbf{B}\hat{\mathbf{u}}, \qquad (28)$$

где

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \gamma\mathbf{E}_N. \qquad (29)$$

Из (29) следует, что спектр системы $\hat{\mathsf{S}}$ получается сдвигом спектра системы S влево на малую величину (7).

Установим связь между динамическими процессами в системах S и $\hat{\mathsf{S}}$.

Предложение 1. Система S приводится к системе $\hat{\mathsf{S}}$ посредством следующей замены переменных:

$$\mathbf{z}(t) = e^{\gamma t}\hat{\mathbf{z}}(t), \quad \mathbf{u}(t) = e^{\gamma t}\hat{\mathbf{u}}(t). \qquad (30)$$

Таким образом, соотношения (30) устанавливают взаимно однозначное соответствие между управляемыми движениями систем S и $\hat{\mathsf{S}}$.

Подстановка выражений (30) в критерий (24) приводит к оптимизационной задаче для системы $\hat{\mathsf{S}}$:

$$J^0 = \int_0^\infty (\hat{\mathbf{z}}^\text{T}(t)\mathbf{Q}\hat{\mathbf{z}}(t) + \|\hat{\mathbf{u}}(t)\|^2)\,dt \to \min. \qquad (31)$$

Отсюда вытекает следующее предложение.

Предложение 2. Исходная задача ЛК-оптимизации процессов управления (24) в системе S эквивалентна стационарной задаче ЛК-оптимального управления системой $\hat{\mathsf{S}}$ по критерию (31).

Отметим, что закон управления (20) для системы S с помощью соотношений (30) преобразуется в закон управления для системы $\hat{\mathsf{S}}$:

$$\hat{\mathbf{u}} = -\mathbf{K}\hat{\mathbf{z}}. \qquad (32)$$

Предложение 3. Если объект (1), (2) является вполне управляемым, эталонная модель (4), (5) – устойчива, то оптимизационная задача (10) разрешима.

Обоснуем данное предложение. В силу предложения 2 вопрос разрешимости оптимизационной задачи (18), (24) сводится к вопросу разрешимости задачи (28), (31). Заметим, что система $\hat{\mathsf{S}}$ состоит из трех подсистем, представленных уравнениями (25)–(27). Из полной управляемости объекта следует, что подсистема (25) вполне управляема. Подсистемы (26), (27) хотя и неуправляемы, но являются устойчивыми. Таким образом, система $\hat{\mathsf{S}}$ *стабилизируе-*

ма, т.е. посредством действия стабилизирующих обратных связей возможно добиться ее устойчивости. В этом случае функционал в (31) будет принимать конечные значения, что гарантирует существование оптимума (10).

Замечание. Приведем еще одно соображение в пользу излагаемого подхода к формализации задачи динамической коррекции - применении критериев качества (8), (9) с параметризацией (7) и последующем сведении исходной оптимизационной задачи к эквивалентной стационарной ЛК-задаче.

Пусть время установления переходных процессов в скорректированном объекте не превышает величины T, причем $\gamma T << 1$. Сравним движения систем S и $\widehat{\mathsf{S}}$, полагая, что их начальные состояния совпадают:

$$\widehat{\mathbf{z}}(0) = \mathbf{z}(0) .$$

Сравнение уравнений (13)–(15) и (25)–(27) показывает, что управляемые динамические процессы в системах S и $\widehat{\mathsf{S}}$ практически не будут отличаться на временном интервале $0 < t \le T$. В частности, согласно (27) сигнал $\widehat{\mathbf{v}}(t)$ является экспоненциальным

$$\widehat{\mathbf{v}}(t) = \widehat{\mathbf{v}}(0)\exp(-\gamma t) ,$$

но в силу (7) это – *слабозатухающий* (т.е. *квазистационарный*) сигнал, который практически совпадает с постоянным сигналом (3) при $0 < t \le T$.

IV. Редукция задач регулирования на основе схем аппроксимационной коррекции

Решение стационарной ЛК-задачи (28), (31) дает линейный закон управления (32) с матрицей $\mathbf{K}$ вида

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{P} ,$$

где $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{N\times N}$ – симметрическая матрица, являющаяся решением алгебраического матричного уравнения Риккати

$$\mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{P} - \mathbf{P}\widehat{\mathbf{A}} - \widehat{\mathbf{A}}^{\mathrm{T}}\mathbf{P} - \mathbf{Q} = 0 .$$

Разбивая полученную матрицу $\mathbf{K}$ согласно (21) на блоки размеров $r\times n$, $r\times n_{\mathrm{M}}$ и $r\times m$, находим искомые матричные параметры $\mathbf{K}_1$, $\mathbf{K}_2$ и $\mathbf{K}_3$ БК (11), (12).

Необходимая настройка БК осуществляется посредством подходящего выбора весового коэффициента g в структуре весовой матрицы (23).

Построение САУ по схеме динамической коррекции каналов управления (рис. 1) позволяет упростить задачу регулирования – она решается применительно к эталонной модели скорректированного объекта. Если же динамический порядок эталонной модели меньше порядка модели, т.е. $n_{\mathrm{M}} < n$, то динамическая коррекция объекта порождает еще один благоприятный эффект – снижение размерности задачи регулирования.

Пример. Параметры объекта: $n = 3$, $m = r = 1$;

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0{,}5 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_0 = \begin{bmatrix} 1{,}5 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Его передаточная функция

$$W_0(s) = \mathbf{C}_0(\mathbf{E}_n s - \mathbf{A}_0)^{-1}\mathbf{B}_0 = \frac{3}{s(s+1)(2s+1)} .$$

Примем следующую эталонную модель динамики скорректированного объекта:

$$W_{\mathrm{M}}(s) = \frac{2s+1}{(s+1)^2} .$$

Приведем результаты расчета параметров БК для ряда вариантов значений весового коэффициента g:

1) $g = 10^2$: $\mathbf{K}_1 = [15.00 \;\; 10.08 \;\; 3.60]$,
$\mathbf{K}_2 = [-2.77 \;\; -0.53]$, $K_3 = -7.94$;

Λ = {–1.00, –1.00,–1.27±2.06*i*, –2.55};

2) $g = 10^3$: $\mathbf{K}_1 = [47.43 \;\; 22.99 \;\; 5.85]$,
$\mathbf{K}_2 = [-13.35 \;\; -4.23]$, $K_3 = -22.16$;

Λ = {–1.00, –1.00, –1.84±3.09*i*, –3.68};

3) $g = 10^4$: $\mathbf{K}_1 = [150.00 \;\; 51.57 \;\; 9.20]$,
$\mathbf{K}_2 = [-55.94 \;\; -21.60]$, $K_3 = -55.80$;

Λ = {–1.00, –1.00, –2.68±4.57*i*, –5.35};

4) $g = 10^5$: $\mathbf{K}_1 = [474.3 \;\; 114.3 \;\; 14.2]$,
$\mathbf{K}_2 = [-213.6 \;\; -91.2]$, $K_3 = -132.8$;

Λ = {–1.00, –1.00, –3.91±6.73*i*, –7.83}.

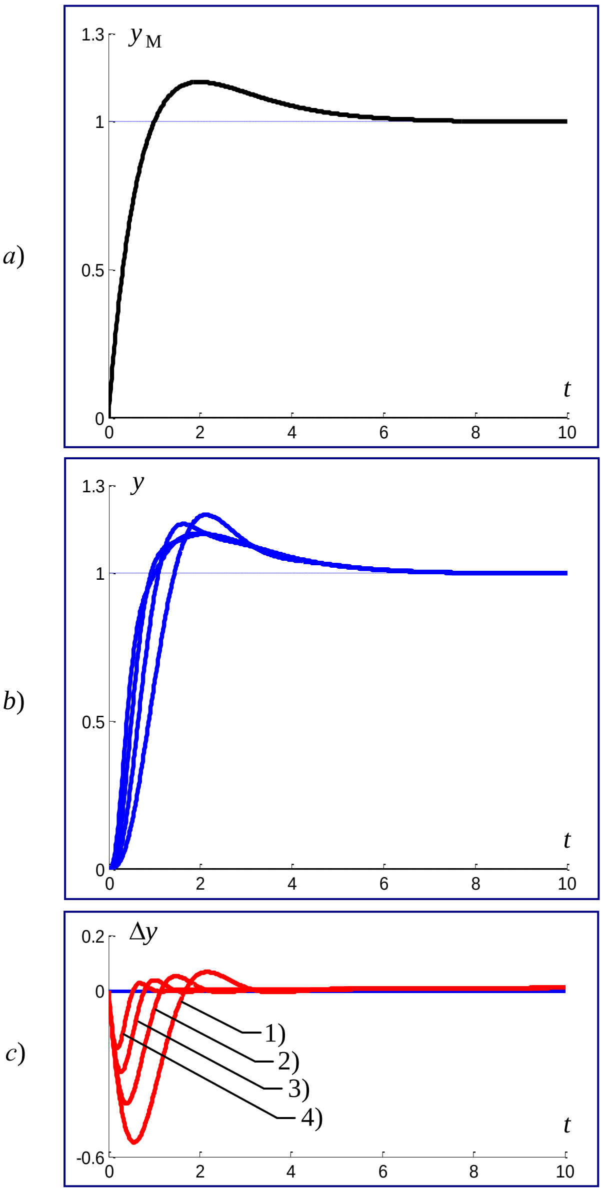

Рис. 3.

Рис. 3 иллюстрирует результат динамической коррекции. На нем представлены переходные характеристики скорректированного объекта и эталонной модели, т.е. их реакции $y(t)$ и $y_M(t)$ на единичную ступеньку: $v=1(t)$. Видно, что фактическая переходная характеристика близка к эталонной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Солодовников В.В., Филимонов Н.Б. Динамическое качество систем автоматического регулирования. М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1987.

[2] Филимонов Н.Б. Проблема качества процессов управления: смена оптимизационной парадигмы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 12. С. 2-11.

[3] Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. М.: Наука, 1987.

[4] Методы классической и современной теории автоматического управления. В 5-ти тт. Т. 4. Теория оптимизации систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.

[5] Hocking L.M. Optimal Control: An Introduction to the Theory and Applications, Oxford University Press, New York, 1991.

[6] Stengel R. Optimal Control and Estimation, Dover Publications, 1994.

[7] Sontag E.D. Mathematical Control Theory: Deterministic Fi-nite Di-mensional Systems, Springer, 1998.

[8] Mutambara A. Design and Analysis of Control Systems, Boca Raton, FL: CRC Press, 1999.

[9] Locatelli A. Optimal Control: An Introduction, Birkhauser, Boston, MA, 200l.

[10] Goebel R. Stabilizing a linear systems with saturation through optimal control, IEEE Trans. Autom. Control, vol. 50, no. 5, pp. 650–655, May 2005.

[11] Johnson M.A., Grimble M.J. Recent Trends in Linear Op-timal Quadratic Multivariable Control Systems Design, IEEE-review, vol. 134, pp. 53-71, 1987.

[12] Cao Y., Ren W. Optimal linear-consensus algorithms: An LQR perspective, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cyber-netics, Part B (Cybernetics), vol. 40, no. 3, pp. 819–830, June 2010.

[13] Mehrmann V. The Linear Quadratic Control Problem: Theory and Numerical Algorithms, Habilitationsschrift, Universit/it Bielefeld. 1988.

[14] Dorato P., Abdallah C., Cerone V. Linear-Quadratic Control: An Introduction, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NY, 1995.

[15] Sima V. Algorithms for Linear-Quadratic Optimization, Marcel Dekker, Inc., New York, NY, 1996.

[16] Anderson B.D.O., Moore J.B. Optimal Control: Linear Quadratic Methods, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, Dover Publications, 2007.

[17] Alt W., Schneider C. Linear-quadratic control problems with L1-control cost. Optimal Control Applications and Methods, vol. 36, pp. 512-534, 2015.

[18] Montenbruck J.M., Schmidt G.S., Seyboth G.S., Allgöwer F. On the necessity of diffusive couplings in linear synchro-nization problems with quadratic cost, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 60, no. 11, pp. 3029–3034, Nov 2015.

[19] Nguyen D.H. Reduced-order distributed consensus controller design via edge dynamics, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 62, no. 1, pp. 475–480, Jan 2017.

[20] Солодовников В.В., Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов методом фазового пространства. Ч. I. Объекты с одномерным управляющим входом // Изв. вузов. Приборостроение. 1982. № 6. С. 23-27.

[21] Солодовников В.В., Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов методом фазового пространства. Ч.II. Многосвязное регулирование // Изв. вузов. Приборостроение. 1982. № 8. С. 28-32.

[22] Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Динамическая коррекция процессов регулирования методом линейно-квадратичной оптимизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 5. С. 9-14.

[23] Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Аппроксимационная формализация обратных задач динамики в процессах управления // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Труды XIV Международной конференции. Самара: Самарский НЦ РАН, 2012. С. 546-549.

[24] Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Метод динамической ра-звязки каналов управления на основе формализма линейно-квадратичной оптимизации // Материалы конференции «Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах» СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2012. С. 827-830.

[25] Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Метод динамической коррекции и автономизации каналов управления в многосвязных системах на основе формализма линейно-квадратичной оптимизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 12. С. 2-6.