

Синтез математического представления ациклической алгебраической байесовской сети

Н. А. Харитонов¹, А. И. Березин²

СПИИРАН, СПбГУ

¹nikita.khariono95@yandex.ru, ²beraliv.spb@gmail.com

Аннотация. Данная работа посвящена генерации алгебраических байесовских сетей цепной и звездчатой структуры.

Ключевые слова: алгебраические байесовские сети; вероятностные графические модели; фрагмент знаний; генерация сети

I. ВВЕДЕНИЕ

Во время решения проблем и выполнения задач в теории принятия решений эксперт зачастую вынужден работать с колоссальным количеством суждений. Такие суждения могут быть представлены в разных формах (например, идеал конъюнктов [3] или множество квантов [3]). Необходимо учитывать все факторы высказывания, объединяя результаты по всем имеющимся данным. Такие данные часто декомпозируются на фрагменты знаний (ФЗ) [3]. Под ФЗ часто подразумевается множество утверждений, достаточно тесно связанных между собой, при этом ФЗ между собой могут иметь слабые связи. Соотношения между такими знаниями образуют алгебраическую байесовскую сеть (АБС) [1–4, 8].

АБС относятся к классу вероятностных графических моделей. В отличие от байесовских сетей доверия [5–7, 9], АБС оперируют как скалярными, так и интервальными значениями вероятностей в каждом ФЗ.

Над набором ФЗ, при условии непротиворечивости, можно проводить логико-вероятностный вывод (ЛВВ) [1, 2]. Бывает он разных видов: локальный и глобальный. Локальный ЛВВ делится на априорный [2] и апостериорный [1]. Априорный вывод заключается в формировании оценок вероятностей или их уточнении на основе имеющихся ограничений. При апостериорном ЛВВ работа осуществляется на основе сформированного набора ФЗ, в который поступают новые уточняющие данные, или свидетельство. На основе этих данных необходимо принять какое-то решение.

II. АЛГОРИТМ СОЗДАНИЯ ЦЕПНОЙ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ БАЙЕСОВСКОЙ СЕТИ

Назовем алгебраическую байесовскую сеть цепной, если каждый новый фрагмент знаний, добавляемый в нее,

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №. 18-01-00626, а также государственного задания СПИИРАН № 0073-2018-0001.

имеет пересечение только с последним добавленным ФЗ. На рис. 1–3 приведены примеры таких АБС над пятью атомами.

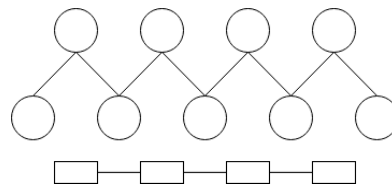


Рис. 1. Цепная АБС, состоящая из 4 ФЗ, построенных над 2 атомами, с 1 атомом на пересечении

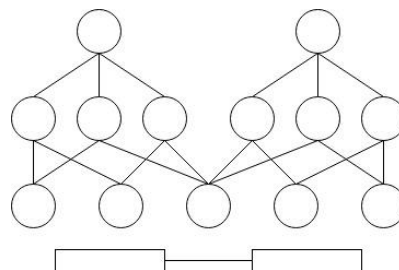


Рис. 2. Цепная АБС, состоящая из 2 ФЗ, построенных над 3 атомами, с 1 атомом на пересечении

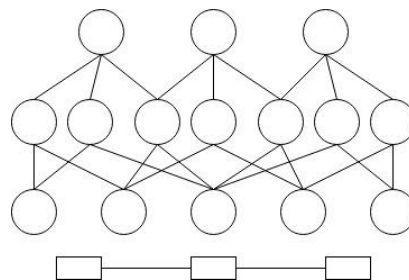


Рис. 3. Цепная АБС, состоящая из 3 ФЗ, построенных над 3 атомами, с 2 атомами на пересечении

В рамках данного исследования количество атомов на пересечениях фрагментов знаний, ровно как и количество атомов в них, одинаковы для всей сети, что позволяет нивелировать влияние разброса размеров ФЗ в планируемых экспериментах, и, более того, проследить зависимости от этих величин.

Входными данными для построения алгебраических байесовских сетей с цепной структурой являлись:

1. количество атомов в алфавите;
2. количество атомов во фрагменте знаний;
3. количество атомов на пересечении фрагментов знаний.

Границы значений интервалов вероятности истинности конъюнктов, содержащихся во фрагментах знаний, создавались псевдослучайным образом. Для каждого ФЗ случайно с шагом 0.5 выбирались нижняя (l_{mean}) и верхняя (u_{mean}) средние в границах от $[1.5; 3.5]$ и $[6.5; 8.5]$ соответственно. Для каждого интервала вероятности истинности конъюкта его нижняя граница также случайно бралась с шагом 0.5 из интервала $[l_{\text{mean}} - 1; l_{\text{mean}} + 1]$, а верхняя из интервала $[u_{\text{mean}} - 1; u_{\text{mean}} + 1]$. Подобный способ построения границ позволяет достаточно просто и без лишних проверок утверждать, что фрагмент знаний не будет заведомо непротиворечив (в силу того, что ни у одного конъюкта нижняя граница не может быть выше верхней).

Для создания у алгебраической байесовской сети необходимой структуры использовалось двоичное представление индекса фрагмента знаний в сети: каждому атому АБС сопоставляется конкретная позиция в индексе. Если данный атом присутствует в данном ФЗ, то его индекс равен 1, иначе – 0.

Фрагменты знаний добавляются последовательно, начиная с первого индекса, что не умаляет общности построения. Второй фрагмент знаний «занимает» индексы с $(n-k)$ до $(2n-k)$, где n – количество атомов в ФЗ, а k – количество атомов на пересечении. i -й ФЗ «занимает» индексы с $((i-1)n-k)$ до $(in-k)$. При таком задании индексов получается АБС необходимой структуры.

Приведем пример: пусть сеть строится над 10 атомами, фрагменты знаний имеют по 4 атома и по 2 атома в пересечении. В таком случае их индексы будут следующими:

1. 1111000000;
2. 0011110000;
3. 0000111100;
4. 0000001111.

Ниже приведены результаты эксперимента по измерению времени работы построения АБС цепной структуры с различным количеством атомов в АБС, ФЗ и на пересечениях. Было произведено 5000 измерений для каждого из набора этих переменных, для каждого эксперимента приведено математическое ожидание, также были измерены дисперсия и среднееквадратичное отклонение. Последнее для каждого эксперимента не превысило 5%-го значения относительно математического ожидания, что говорит о показательности результатов.

Часть значений в таблице пропущена: это объясняется тем, что в случае, когда фрагменты знаний нельзя «ровно» уложить в алфавит заданного размера, алгебраическая байесовская сеть не строится.

ТАБЛИЦА I РЕЗУЛЬТАТЫ ПОСТРОЕНИЯ АБС ЦЕПНОЙ СТРУКТУРЫ

Число атомов в АБС	Число атомов во фрагменте знаний					
	2	3		4		
	Число атомов на пересечении ФЗ					
	1	1	2	1	2	3
10	18		18	9	11	18
15	29	18	29			31
20	42		41		26	44
25	51	30	53	24		57
30	62		64		39	70
35	74	43	79			83
40	88		91	40	55	99
45	101	59	107			116
50	116		122		74	132
55	132	74	137	57		152

Визуально результаты представлены на рис. 4. По вертикали отмечено время построения (в миллисекундах), по горизонтали – количество атомов в алгебраической байесовской сети. Как видно из графиков, алгоритмы имеют линейное время работы.

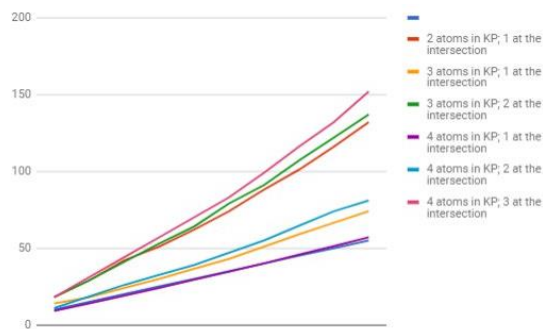


Рис. 4. Зависимость времени построения АБС цепной структуры от количества атомов в ней

III. АЛГОРИТМ СОЗДАНИЯ ЗВЕЗДЧАТОЙ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ БАЙЕСОВСКОЙ СЕТИ

Звездчатой будем называть алгебраическую байесовскую сеть такую, что все фрагменты знаний в ней имеют одно общее пересечение. Пример такой АБС приведены на рис. 5. Серым выделено общее для всех фрагментов знаний пересечение.

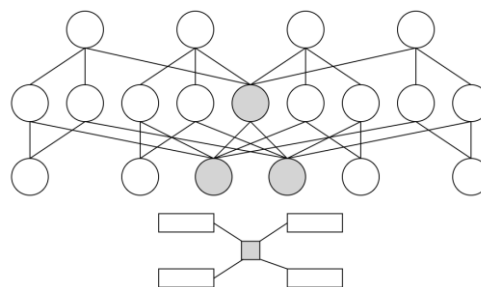


Рис. 5. Звездчатая АБС, состоящая из 4 ФЗ, построенных над 3 атомами, с 2 атомами на пересечении

Задание оценок интервалов истинности конъюнктов во фрагменте знаний в данном случае происходит абсолютно также, как при построении алгебраической байесовской сети цепной структуры.

Однако построение индексов в данном случае происходит по-другому. Первый фрагмент знаний добавляется аналогично. Атомы на позициях $1...k$ считаются общими для всех ФЗ. Поэтому второй индекс будет иметь на позициях $1...k$ и $n+1...n+(n-k)$. А для i -го добавленного ФЗ позиции в индексе, которые будут заняты единицами, будут: $1...k$ и $k+(n-k)*(i-1)...k+(n-k)*i$. Для наглядности приведем пример со значениями, аналогичными предыдущему:

1. 1111000000;
2. 1100110000;
3. 1100001100;
4. 1100000011.

Для звездчатых алгебраических байесовских сетей был проведен эксперимент, аналогичный проведенному для цепных АБС. Количество проводимых измерений было равно 5000 для каждого набора параметров, в таблице ниже приведено полученное математическое ожидание в миллисекундах. Кроме математического ожидания посчитаны дисперсия и среднеквадратичное отклонение, не превысившее по значению 5% от среднего, что говорит о валидности эксперимента.

ТАБЛИЦА II ВРЕМЯ ПОСТРОЕНИЯ АБС ЗВЕЗДАТОЙ СТРУКТУРЫ

Число атомов в АБС	Число атомов во фрагменте знаний					
	2	3		4		
	Число атомов на пересечении ФЗ					
	1	1	2	1	2	3
10	18		18	9	11	17
15	28	18	28			30
20	40		40		25	43
25	51	29	52	23		56
30	63		65		39	70
35	75	43	78			85
40	89		91	40	55	101
45	103	57	107			126
50	119		129		72	134
55	133	74	140	74		165

Пустые значения имеют тот же смысл, что и в первой части эксперимента. Кроме таблицы результаты представлены на графиках (рис. 6). По вертикали отмечено время построения (в миллисекундах), по горизонтали – количество атомов в алгебраической байесовской сети.

Как и при построении сети с цепной структурой, время создания алгебраической байесовской сети линейно. Кроме того, полученные значения близки к значениям в первом эксперименте, что объясняется схожестью структур.

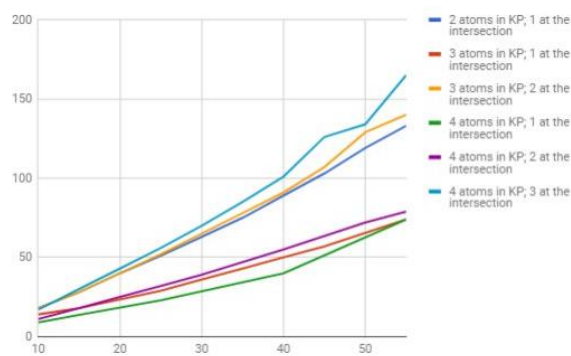


Рис. 6. Зависимость времени построения АБС звездчатой структуры от количества атомов в ней

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Алгоритмы, представленные в данной работе, открывают широкие просторы для дальнейшего исследования, тестирования и оптимизации всевозможных методов и подходов, использующихся в алгебраических байесовских сетях.

Дальнейшим направлением работ в данной области является создание алгоритма, строящего случайную алгебраическую байесовскую сеть, с возможностью задать количество атомов во фрагментах знаний. В настоящее время ведутся работы по разработке такого алгоритма.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Мальчевская Е.А., Золотин А.А. Уравнения апостериорного вывода в фрагментах знаний над идеалом дизъюнктов // Материалы Всероссийской научной конференции по проблемам информатики СПИСОК. 2017. С. 395-403.
- [2] Сироткин А.В., Тулупьев А.Л. Локальный априорный вывод в расширенном фрагменте знаний с вероятностной неопределенностью // Сборник научных трудов сессии МИФИ в 15 томах «Интеллектуальные системы и технологии». 2008. Т. 10. С. 144-145.
- [3] Тулупьев А.Л., Николенко С.И., Сироткин А.В. Байесовские сети: логико-вероятностный подход. СПб: Наука, 2006. 607 с.
- [4] Berezin A.I., Romanov A.V., Zotov M.A. Algebraic Bayesian networks secondary structure synthesis: All possible minimal join graphs' set capacity estimate // XIX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM). 2016. Pp. 76-78. (SCOPUS)
- [5] Dal Ferro N., Quinn C., Morari F. A Bayesian belief network framework to predict SOC dynamics of alternative management scenarios // Soil and Tillage Research. 2018. Vol. 179. Pp. 114-124. (SCOPUS)
- [6] Farzi S., Kianian S., Rastkhadive I. Diagnosis of attention deficit hyperactivity disorder using deep belief network based on greedy approach // 5th International Symposium on Computational and Business Intelligence. 2017. # 8053552. Pp. 96-99. (SCOPUS)
- [7] Kabir G., Sumi R.S., Sadiq R., Tesfamariam S. Performance evaluation of employees using Bayesian belief network model // International Journal of Management Science and Engineering Management. 2018. Vol. 13. Issue 2. Pp. 91-99. (SCOPUS)
- [8] Mal'chevskaya E.A., Berezin A.I., Zolotin A.A., Tulupiev A.L. Algebraic Bayesian networks: local probabilistic-logic inference machine architecture and set of minimal joint graphs // Proceedings of the First International Scientific Conference: «Intelligent Information Technologies for Industry». 2016. Vol. 451. Pp. 69-79. (SCOPUS)
- [9] Topuz K., Uner H., Oztekin A., Yildirim M.B. Predicting pediatric clinic no-shows: a decision analytic framework using elastic net and Bayesian belief network // Annals of Operations Research. 2018. Vol. 263. Issue 1-2. Pp. 479-499. (SCOPUS)