

# Параметрический синтез ПИД-регуляторов с ограничениями

Г. К. Аязян<sup>1</sup>, Е. В. Таушева<sup>2</sup>

Уфимский государственный нефтяной технический университет

<sup>1</sup>AyazyanGK@rambler.ru, <sup>2</sup>TaushevaEV@mail.ru

**Аннотация.** В статье рассматривается проблема параметрического синтеза ПИД-регуляторов, обеспечивающая заданный максимум функции чувствительности (показатель колебательности). На базе критерия компенсации низкочастотных возмущений (КНВ) получены формулы для определения коэффициента усиления по производной ПИД-регулятора. В результате задача оптимизации сводится к определению двух параметров настройки регулятора.

**Ключевые слова:** ПИД регулятор; функция чувствительности; показатель колебательности; теория исключения

## I. ВВЕДЕНИЕ

Для параметрического синтеза ПИД регуляторов, в качестве показателя запаса устойчивости и робастности широко используются максимум функций чувствительности  $M_s = \max_{\omega} |S(j\omega)|$  или дополнительной чувствительности  $M_p = \max_{\omega} |T(j\omega)|$  [3,8-10]. Процедура синтеза осложняется наличием трех настроечных параметров. Это коэффициент усиления  $K$ , время интегрирования  $T_i$  и время дифференцирования  $T_d$ , или эквивалентные им параметры  $K_1 = K$ ,  $K_0 = K_1/T_i$ ,  $K_2 = K_1 \cdot T_d$ . Часто коэффициент  $T_d$  определяется, например, по формуле  $T_d = \alpha T_i$ , что эквивалентно  $K_2 = \alpha K_1^2 / K_0$ . При этом параметр  $\alpha$  выбирается часто эмпирически, например,  $\alpha = 0.15 \dots 0.25$  [3,11]. В работах [10] и [3] однозначность решения обеспечивается с помощью дополнительные ограничений на частотные характеристики разомкнутого контура. Процедура синтеза, как правило, сводится к построению в плоскости двух параметров ( $K_1, K_0$ ) кривой заданного значения  $M_s$  или  $M_p$  при различных значениях частоты. Оптимальные значения параметров настройки выбираются на кривой в точке  $K_0 = K_{0\max}$ . Это эквивалентно минимуму линейного интегрального критерия качества  $IE$ . В настоящей работе из условия компенсации (подавления) низкочастотных возмущений, предлагается способ позволяющий однозначно определять коэффициент усиления дифференциальной части  $K_2$  (или  $T_d$ ) ПИД регуляторов и их модификаций с идеальными и реальными

дифференциаторами. Эта статья является обобщением результатов представленных на конференции [6]. Метод решения задачи использован в работе [5].

## II. ФОРМУЛИРОВАНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Рассматривается система регулирования с одним входом и одним выходом. Обозначены:  $G(s)$ ,  $G_c(s)$  – передаточные функции модели объекта и регулятора,  $x$ ,  $y$ ,  $e = x - y$  – задание, регулируемая величина и ошибка регулирования,  $f_1$  и  $f_2$  – возмущения, приложенные ко входу и выходу объекта соответственно.

Будем рассматривать модели объектов с передаточными функциями вида

$$G(s) = \frac{1}{s^r} \tilde{G}(s) = \frac{1}{s^r} \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_m s^m}{a_0 + a_1 s + \dots + a_n s^n} e^{-s\tau}, \quad (1)$$

где  $\tilde{G}(0) = |b_0/a_0| < \infty$ ;  $r = 0, 1$ ;  $a_i, b_i$  – постоянные коэффициенты,  $a_n > 0$ ,  $b_0 > 0$ ;  $m \leq n$ ;  $\tau$  – транспортное запаздывание.

Запишем разложение  $G(s)$  в ряд

$$G(s) = \frac{1}{s^r} (\mu_0 + \mu_1 s + \dots + \mu_k s^k + \dots), \quad (2)$$

где  $\mu_k = \frac{1}{k!} \frac{d^k}{ds^k} G(s) \Big|_{s=0}$ ,  $k = 0, 1, \dots$  – моменты передаточной функции  $G(s)$ .

Передаточная функция регулятора

$$G_c(s) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = K_1 + \frac{K_0}{s} + K_2 s. \quad (3)$$

Для замкнутой системы из необходимого условия устойчивости и  $b_0 > 0$  следует, что  $K_0 > 0$ . Настройки регулятора будем определять из условия минимума

интегрального критерия при ограничении на заданный запас устойчивости

$$IE = \int_0^{\infty} e(t)dt = \min_{K_0, K_1, \omega} IE,$$

$$M_s = \max |S(j\omega)| = \max \left| \frac{1}{1 + L(j\omega, K_0, K_1)} \right| \quad \text{или} \quad (4)$$

$$M_p = \max |T(j\omega)| = \max \left| \frac{L(j\omega, K_0, K_1)}{1 + L(j\omega, K_0, K_1)} \right|,$$

где  $L(j\omega, K_0, K_1) = G_c(j\omega)G(j\omega)$  – частотная характеристика разомкнутого контура. Предполагается, что  $K_2$  это функция  $K_2 = \varphi(K_0, K_1)$ . В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением критерия  $M_s$ .

Разложим  $A_E(\omega) = |S(j\omega)|$  и  $A_f(\omega) = |G(j\omega)S(j\omega)|$  в ряд Тейлора в точке  $\omega = 0$  и, устремив младшие коэффициенты к нулю, получим условия, обеспечивающие подавление низкочастотных возмущений действующих соответственно на входе и выходе объекта [4]

$$K_0 = \max K_0$$

$$K_2 = \alpha \cdot \frac{K_1^2}{K_0} + \alpha_1 \cdot \frac{K_1}{K_0} + \frac{\alpha_1^2}{2 \cdot K_0} + \alpha_2 \cdot K_0 + \alpha_3, \quad (5)$$

$$\text{где } \alpha = \frac{1}{2}, \quad \alpha_1 = \frac{1}{\mu_0}, \quad \alpha_2 = \frac{\mu_1^2 - 2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_2}{2 \cdot \mu_0^2}, \quad \alpha_3 = \frac{\mu_1}{\mu_0^2}.$$

Формулы для  $\alpha_i, i=1,3$  зависят от свойств объекта и точки приложения возмущения. Для возмущения, действующего на входе объекта  $\alpha_2 = 0$ , для астатического

$$\text{объекта } \alpha_1 = 0 \text{ и } \alpha_3 = -\frac{1}{\mu_0}.$$

Если  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$  и  $\alpha$  некоторая постоянная, получим известную формулу  $K_2 = \alpha K_1^2 / K_0$ .

Знак коэффициента  $\alpha_2$  характеризует колебательность переходного процесса объекта. При  $\alpha_2 \leq 0$  переходный процесс имеет слабо колебательный характер. Так, для колебательного звена при коэффициенте демпфирования  $\xi = 0.707$ , имеем  $\alpha_2 = 0$ . Можно показать, что при последовательном соединении звеньев коэффициенты  $\alpha_2$  суммируются. Таким образом  $\alpha_2$  может служить хорошим критерием колебательности/апериодичности процесса. Отметим, что запаздывание на  $\alpha_2$  не влияет. На рис. 1 приведены переходные характеристики  $h(t)$  моделей объектов с различными значениями  $\alpha_2$ .

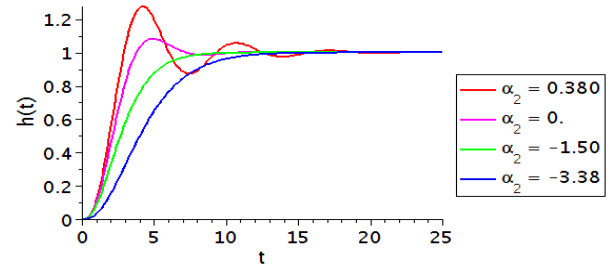


Рис. 1. Переходные характеристики моделей с различными  $\alpha_2$

### III. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Уравнения для расчета граничной кривой  $M_s = const$  или  $M_p = const$  запишем следующим образом [2]

$$F_1 = (u + a)^2 + v^2 - R^2 = 0$$

$$F_2 = \frac{dF_1}{d\omega} = 2(u + a) \frac{du}{d\omega} + 2v \frac{dv}{d\omega} = 0, \quad (6)$$

где  $u = u(K_0, K_1, K_2, \omega)$ ,  $v = v(K_0, K_1, K_2, \omega)$  – вещественная и мнимая частотные характеристики разомкнутой системы;  $\omega$  – частота;

$$a = \frac{M_p^2}{M_p^2 - 1}, R = \frac{M_p}{M_p^2 - 1} \quad \text{или} \quad a = 1, \quad R = \frac{1}{M_s}. \quad (7)$$

Совокупность уравнений (6) определяют огибающую семейства окружностей – граничную кривую  $M = const$ . Запишем АФХ разомкнутой системы

$$L(j\omega) = (K_1 + j(K_2\omega - K_0/\omega))(u_0(\omega) + jv_0(\omega)) =$$

$$= u(K_0, K_1, K_2, \omega) + jv(K_0, K_1, K_2, \omega).$$

Из предыдущего уравнения находим

$$u = K_1 u_0 - (K_2\omega - \frac{K_0}{\omega})v_0, \quad v = K_1 v_0 + (K_2\omega - \frac{K_0}{\omega})u_0, \quad (8)$$

где  $u_0$  и  $v_0$  – вещественные и мнимые частотные характеристики объекта  $G(j\omega) = u_0 + jv_0$ .

Подставив теперь в (6) выражения (8) и принимая во внимание формулу (3), после преобразований и группировки по степеням  $K_1$ , получим основные уравнения для решения поставленной задачи

$$\tilde{F}_1 = a_4 \tilde{K}_1^4 + a_3 \tilde{K}_1^3 + a_2 \tilde{K}_1^2 + a_1 \tilde{K}_1 + a_0,$$

$$\tilde{F}_2 = b_4 \tilde{K}_1^4 + b_3 \tilde{K}_1^3 + b_2 \tilde{K}_1^2 + b_1 \tilde{K}_1 + b_0, \quad (9)$$

где  $a_4 = 4\alpha^2$ ,  $a_3 = 8\alpha\alpha_1$ ,

$$a_2 = 4(1 - 2\alpha + 2\alpha\alpha_2\omega^2)\tilde{K}_0^2 + 4\alpha(E + 2\omega\alpha_3)\tilde{K}_0 + 4\alpha_1^2(1 + \alpha),$$

$$a_1 = 4(C + 2\alpha_1(\alpha_2\omega^2 - 1))\tilde{K}_0^2 + 4\alpha_1(E + 2\omega\alpha_3)\tilde{K}_0 + 4\alpha_1^3,$$

$$a_0 = 4(\alpha_2\omega^2 - 1)^2\tilde{K}_0^4 + 4(B + \alpha_2\omega^2E + 2\omega\alpha_3(\alpha_2\omega^2 - 1))\tilde{K}_0^3 +$$

$$+ 4(\alpha_1^2(\alpha_2\omega^2 - 1) + \omega^2\alpha_3^2 + F + \omega\alpha_3E)\tilde{K}_0^2 +$$

$$+ 2\alpha_1^2(E + 2\omega\alpha_3)\tilde{K}_0 + \alpha_1^4,$$

$$b_4 = -4\alpha^2, b_3 = -8\alpha\alpha_1,$$

$$b_2 = -8\omega^2\alpha\alpha_2\tilde{K}_0^2 + 4\alpha(E_1 - 2\omega\alpha_3)\tilde{K}_0 - 4\alpha_1^2(1 + \alpha),$$

$$b_1 = 4(C_1 - 2\alpha_1\alpha_2\omega^2)\tilde{K}_0^2 + 4\alpha_1(E_1 - 2\alpha_3\omega)\tilde{K}_0 - 4\alpha_1^3,$$

$$b_0 = 4(1 - \alpha_2\omega^4)\tilde{K}_0^4 + 4(B_1 + \alpha_2\omega^2E_1 - 2\alpha_2\alpha_3\omega^3)\tilde{K}_0^3 +$$

$$+ 4(\omega\alpha_3E_1 + F_1 - \omega^2\alpha_3^2 - \alpha_1^2\alpha_2\omega^2)\tilde{K}_0^2 +$$

$$+ 2\alpha_1^2(E_1 - 2\omega\alpha_3)\tilde{K}_0 - \alpha_1^4,$$

$$B = -2a\bar{v}_0, C = 2a\bar{u}_0, E = 2a\bar{v}_0 = -B, F = (a^2 - R^2)(\bar{u}_0^2 + \bar{v}_0^2),$$

$$B_1 = -\frac{\omega^2}{2} \frac{dB}{d\omega} = -\omega^2 E_1, C_1 = -\frac{\omega}{2} \frac{dC}{d\omega}, E_1 = -\frac{1}{2} \frac{dE}{d\omega},$$

$$F_1 = -\frac{\omega}{2} \frac{dF}{d\omega},$$

$$G^{-1}(j\omega) = \bar{u}_0 + j\bar{v}_0.$$

Для упрощения расчетов вводятся нормированные коэффициенты  $\tilde{K}_0 = K_0/\omega$ ,  $\tilde{K}_1 = K_1$ ,  $\tilde{K}_2 = K_2\omega$ .

Для решения задачи, умножив каждое из уравнений (9) на  $\tilde{K}_1$ ,  $\tilde{K}_1^2$  и  $\tilde{K}_1^3$ , получим систему из восьми уравнений. Запишем ее в матричном виде

$$\begin{bmatrix} a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\ 0 & 0 & 0 & b_4 & b_3 & b_2 & b_1 & b_0 \\ 0 & 0 & b_4 & b_3 & b_2 & b_1 & b_0 & 0 \\ 0 & b_4 & b_3 & b_2 & b_1 & b_0 & 0 & 0 \\ b_4 & b_3 & b_2 & b_1 & b_0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{K}_1^7 \\ \tilde{K}_1^6 \\ \tilde{K}_1^5 \\ \tilde{K}_1^4 \\ \tilde{K}_1^3 \\ \tilde{K}_1^2 \\ \tilde{K}_1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0. \quad (10)$$

Система (10) совместна, если ее определитель (результант) равен нулю. Результант Rez является полиномом 8-й степени относительно  $\tilde{K}_0$  с коэффициентами, зависящими от частоты. Задавая частотой  $\omega$ , находим  $\tilde{K}_0$  как один из вещественных положительных корней результата. При известном  $\tilde{K}_0$  коэффициент  $\tilde{K}_1$  находится решением следующей системы уравнений, которая получается из (10) отбрасыванием первой и последней строки

$$\begin{bmatrix} a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 \\ 0 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\ 0 & 0 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & 0 & b_4 & b_3 & b_2 & b_1 \\ 0 & b_4 & b_3 & b_2 & b_1 & b_0 \\ b_4 & b_3 & b_2 & b_1 & b_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{K}_1^6 \\ \tilde{K}_1^5 \\ \tilde{K}_1^4 \\ \tilde{K}_1^3 \\ \tilde{K}_1^2 \\ \tilde{K}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -a_0 \\ -b_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Решая ее относительно  $\tilde{K}_1$  методом Крамера, получим

$$\tilde{K}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\gamma_4\tilde{K}_0^4 + \gamma_3\tilde{K}_0^3 + \gamma_2\tilde{K}_0^2 + \gamma_1\tilde{K}_0 + \gamma_0}{\lambda_2\tilde{K}_0^2 + \lambda_1\tilde{K}_0 + \lambda_0} \quad \text{и} \quad (12)$$

$$\text{Rez} = \beta_8\tilde{K}_0^8 + \beta_7\tilde{K}_0^7 + \dots + \beta_1\tilde{K}_0 + \beta_0.$$

Выражения для коэффициентов  $\beta_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\lambda_i$  зависят от частоты, слишком громоздкие и здесь не приводятся. Таким образом, задача оптимизации сводится к вычислению двух коэффициентов  $K_1$  и  $K_0$ . Определитель  $\Delta$ , субрезультант, системы (10) в общем случае отличен от нуля. Отметим, что  $\beta_8 = 4096(\alpha_2\omega^2 - 1)^4$  и, что в случае слабо колебательных объектов ( $\alpha_2 \leq 0$ ) имеем  $\beta_8 \neq 0$ .

#### IV. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ. РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНЫХ НАСТРОЕК

Вернемся к уравнению запретной окружности  $\tilde{F}_1$  из (6). Определим функцию  $\delta(\omega)$  как

$$\delta(\omega) = K_2\omega - K_0/\omega = \left( \frac{\alpha}{K_0} \left( K_1 + \frac{\alpha_1}{2\alpha} \right)^2 + \frac{\alpha_1^2}{2} \left( 1 - \frac{1}{2\alpha} \right) + \alpha_2 K_0 + \alpha_3 \right) \omega - \frac{K_0}{\omega}. \quad (13)$$

С учетом (13), принимая во внимание уравнения (8) и первое уравнение из (6) после несложных преобразований получим квадратное уравнение относительно  $K_0$

$$(\alpha_2\omega^2 - 1)K_0^2 + X \cdot K_0 + Y = 0, \quad (14)$$

$$\text{где } X = \alpha_3\omega^2 - \omega \left( \pm \sqrt{R_1^2 - (K_1 + a\bar{u}_0)^2} - a\bar{v}_0 \right),$$

$$Y = \omega^2 \left( \frac{\alpha_1^2}{2} \left( 1 - \frac{1}{2\alpha} \right) + \alpha \left( K_1 + \frac{\alpha_1}{2\alpha} \right)^2 \right), \quad R_1 = R\sqrt{\bar{u}_0^2 + \bar{v}_0^2}.$$

Уравнение (14) определяет при каждом значении  $\omega$  две замкнутые кривые в верхней и нижней полуплоскости. Каждая состоит из двух половин, знак  $\pm$  в выражении для  $X$ . Для слабо колебательных объектов  $\alpha_2 \leq 0$  и положительное решение ( $K_0 > 0$ ) уравнения (14) имеет вид

$$K_0 = \frac{-X - \sqrt{X^2 - 4(\alpha_2 \omega^2 - 1)Y}}{2(\alpha_2 \omega^2 - 1)}, \quad (15)$$

где  $K_1$  изменяется в пределах  $-a\bar{u}_0 - R_1 \leq K_1 \leq -a\bar{u}_0 + R_1$ .

На рис. 2 показано семейство кривых (15) для объекта с передаточной функцией  $G(s) = 1/(s+1)^3$ ,  $M_p = 1.5$  и внутренней огибающей соответствующей устойчивой системе. На рис. 3 показан случай, когда огибающая имеет самопересечение.

Так как задача оптимизации сведена к двум параметрам, оптимальные значения  $K_1$  и  $K_0$  находятся методом, предложенным для ПИ-регулятора в [2].

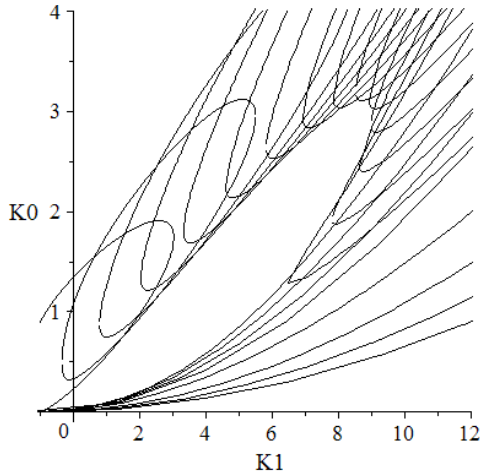


Рис. 2. Семейство кривых (15) и внутренняя огибающая соответствующая устойчивой системе

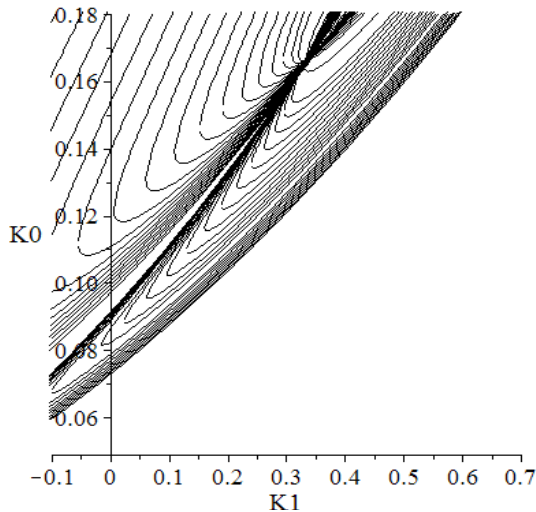


Рис. 3. Случай, когда огибающая имеет самопересечение

Для кривой  $M = const$  без самопересечения к уравнениям (9) добавляется уравнение  $\tilde{F}_3 = d\tilde{F}_1/d\tilde{K}_1$  [10]:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_1 &= a_4 \tilde{K}_1^4 + a_3 \tilde{K}_1^3 + a_2 \tilde{K}_1^2 + a_1 \tilde{K}_1 + a_0 \\ \tilde{F}_2 &= b_4 \tilde{K}_1^4 + b_3 \tilde{K}_1^3 + b_2 \tilde{K}_1^2 + b_1 \tilde{K}_1 + b_0 \\ \tilde{F}_3 &= d\tilde{F}_1/d\tilde{K}_1 = 4a_4 \tilde{K}_1^3 + 3a_3 \tilde{K}_1^2 + 2a_2 \tilde{K}_1 + a_1 \end{aligned} \quad (16)$$

В результате их решения определяются оптимальные значения  $\omega$ ,  $K_1 = \tilde{K}_1$ ,  $K_0 = \omega \tilde{K}_0$ , при этом  $K_0 = K_{0max}$ , а  $K_2$  рассчитывается по формуле (5). В случае самопересечения кривой решается система из четырех уравнений [3, 10]

$$\begin{aligned} \tilde{F}_1 &= a_4(\omega_1) \tilde{K}_1^4 + a_3(\omega_1) \tilde{K}_1^3 + \dots + a_0(\omega_1) \\ \tilde{F}_2 &= b_4(\omega_1) \tilde{K}_1^4 + b_3(\omega_1) \tilde{K}_1^3 + \dots + b_0(\omega_1) \\ \tilde{F}_3 &= a_4(\omega_2) \tilde{K}_1^4 + a_3(\omega_2) \tilde{K}_1^3 + \dots + a_0(\omega_2) \\ \tilde{F}_4 &= b_4(\omega_2) \tilde{K}_1^4 + b_3(\omega_2) \tilde{K}_1^3 + \dots + b_0(\omega_2) \end{aligned} \quad (17)$$

и оптимальные значения  $K_1$ ,  $K_0$ , и  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ , определяются как точка самопересечения огибающей.

Начальные значения для оптимальных настроек находятся по результатам расчета огибающих по уравнениям (12). Для этого, как правило, достаточно 10–15 точек. Геометрически решения являются точками пересечения кривых (9). В общем случае есть два положительных решения. Устойчивое решение находится по правилу: окружность  $M_s = const$  лежит слева от годографа Найквиста разомкнутого контура. Угол между вектором с началом в центре окружности, проходящим через точку касания с годографом Найквиста, и касательной  $(u'_\omega, v'_\omega)$  к годографу в этой точке в этом случае равен  $+\pi/2$ . Синус этого угла положителен, условие устойчивости преобразуется к виду

$$(u+a)v'_\omega - vu'_\omega > 0, \quad v'_\omega = dv/d\omega, \quad u'_\omega = du/d\omega.$$

## V. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ ПАРАМЕТРОВ

Эффективность предложенного алгоритма проектирования была протестирована на следующих моделях объектов

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{1}{s(s+1)^3}, G_2(s) = \frac{e^{-5s}}{(s+1)^3}, G_3(s) = \frac{1}{(s+1)^4}, \\ G_4(s) &= \frac{1}{(s+1)(0.2s+1)(0.04s+1)(0.008s+1)}, \\ G_5(s) &= \frac{1-2s}{(s+1)^3}, G_6(s) = \frac{1}{(4s-1)(s+1)^2}. \end{aligned}$$

Первые 5 моделей взяты из [10] и [3], последняя модель неустойчива. Оптимальные настройки были рассчитаны из уравнений (16) и (17) для  $M_s = 1.4$  и  $M_s = 2.0$ . Для моделей 2 и 5 и  $M_s = 1.4$  огибающая самопересекается. На

рис. 3 показан такой график для модели 5. Результаты расчета приведены в таблице. На рис. 4 приведены переходные кривые замкнутой системы по возмущающему воздействию. Сплошная линия – предложенный алгоритм, пунктирная – для алгоритма из [10], согласно данным, приведенным в этой статье (табл. 2).

ТАБЛИЦА 1 ОПТИМАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ НАСТРОЕК РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ  $M_s$

Объект	$M_s$	$K$	$T_I$	$T_D$	$M_p$
$G_1$	1.4	0.322	10.094	1.937	1.35
	2.0	0.670	6.455	1.735	1.54
$G_2$	1.4	0.358	3.459	2.114	1.00
	2.0	0.623	4.248	1.578	1.03
$G_3$	1.4	1.310	2.687	1.125	1.01
	2.0	2.5895	2.677	1.029	1.38
$G_4$	1.4	15.636	0.366	0.127	1.3
	2.0	41.565	0.248	0.0998	1.73
$G_5$	1.4	0.295	1.884	1.212	1.00
	2.0	0.581	2.533	0.769	1.08
$G_6$	1.4	2.655	13.862	1.939	1.84
	2.0	8.505	4.548	1.535	1.78

## VI. ВЫВОДЫ

В статье приводятся примеры расчета параметров с  $M_s = const$ . Но алгоритм проектирования не меняется, если мы заменим  $M_s$  его  $M_p$  или используем комбинированные ограничения  $M_s$  и  $M_p$  как в [7].

Основным достоинством данного метода является автоматический выбор коэффициента  $K_2$ , значение которого зависит от характеристик объекта. Показатели качества регулирования не уступают и даже превосходят полученные при расчетах по известным методикам [3, 10]. Этот факт подтверждается переходными характеристиками систем, разработанных обоими методами, рис. 4.

Работоспособность метода была также проверена на других примерах. В частности при разработке системы управления наклонно-направленным бурением скважин [1].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Z.V. Agzamov, "Head-target tracking control of well drilling", Journal of Physics: Conference Series (JPCS), in press.
- [2] K. Åström, H. Panagopoulos and T. Häggglund, "Design of PI Controllers based on Non-Convex Optimization", *Automatica*, vol. 34, no. 5, pp. 585-601, 1998.
- [3] K. Åström and T. Häggglund, *Advanced PID control*. Research Triangle Park, NC: ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006.
- [4] Г.К. Аязян, *Расчет автоматических систем с типовыми алгоритмами регулирования: Учеб. пособ.* Изд-во УНИ, Уфа, 1989.
- [5] Г.К. Аязян, А.Ю. Новоженкин и Е.В. Таушева, "Параметрический синтез ПИД-регуляторов на заданную степень колебательности" в *XII всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014*, с. 147-159, 2014.
- [6] Г.К. Аязян, Е.В. Таушева и М.Р. Шаймухаметова, "Применение системы символьных вычислений Maple для параметрического синтеза регуляторов" в *Математика, ее приложения и математическое образование (МПМО17)*, Россия, Улан-Уде, 2017, с. 59-64.
- [7] H. Panagopoulos and K. J. Åström, "PID control design and  $H_\infty$  loop shaping," *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Control Applications (Cat. No.99CH36328)*, Kohala Coast, HI, 1999, pp. 103-108 vol. 1.
- [8] H. Panagopoulos, K. J. Åström and T. Häggglund, "Design of PID controllers based on constrained optimization," *Proceedings of the 1999 American Control Conference (Cat. No. 99CH36251)*, San Diego, CA, 1999, pp. 3858-3862 vol.6.
- [9] H. Panagopoulos and K. J. Åström, "PID control design and  $H_\infty$  loop shaping", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 10, no. 15, pp. 1249–1261, Dec 2000.
- [10] H. Panagopoulos, K. J. Astrom and T. Häggglund, "Design of PID controllers based on constrained optimisation," in *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 149, no. 1, pp. 32-40, Jan 2002.
- [11] Н.И. Смирнов, В.Р. Сабанин, А.И. Репин, "Чувствительность и робастная настройка ПИД-регуляторов с реальным дифференцированием", *Теплоэнергетика*, № 10, с. 15-23, 2007.

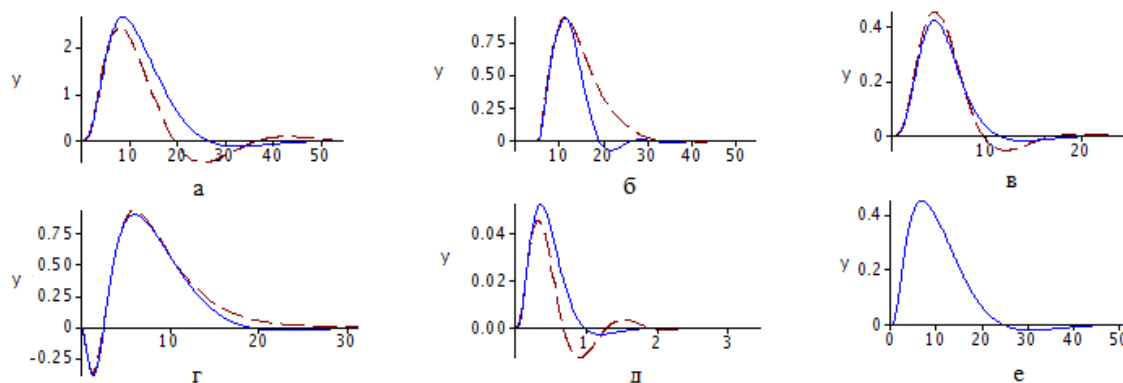


Рис. 4. Переходные характеристики замкнутой системы с моделью объекта: а –  $G_1$ , б –  $G_2$ , в –  $G_3$ , г –  $G_4$ , д –  $G_5$ , е –  $G_6$