

Параметрическая идентификация многоканального объекта на основе итерационного метода наименьших квадратов

Г. В. Трошина¹, А. А. Воевода²

Новосибирский государственный технический университет

¹t.galina.v@gmail.com, ²ucit@ucit.ru

Аннотация. В данной работе приведены результаты использования итерационного метода наименьших квадратов для определения параметров многоканального объекта. Предполагается, что присутствует гауссовский шум на выходе объекта. Проведено тестирование алгоритма при разных параметрах шума. На графиках демонстрируется характер поведения оценок параметров объекта. В качестве тестовых входных сигналов используются синусоидальные сигналы и сигналы типа меандра. Рассмотренный алгоритм позволяет определить параметры объекта более точно, что является весьма важным при решении практических задач.

Ключевые слова: идентификация; оценивание параметров; метод наименьших квадратов; моделирование

I. ВВЕДЕНИЕ

Вопросы идентификации параметров систем автоматического управления рассматриваются во многих работах [1–28]. Поскольку в реальных условиях системы управления функционируют в условиях возмущающих сигналов, то необходимо задавать определенное управление, чтобы обеспечивать устойчивость системы. Вычислительные процедуры, сложные с математической точки зрения, не дают возможности эффективно использовать алгоритмы идентификации в практических исследованиях. Особые трудности вызывает задача идентификации параметров неустойчивого объекта, которая возникает, например, в робототехнике [15–22]. Для повышения точности оценивания неизвестных параметров весьма полезным оказывается разработка специальных тестовых сигналов [23–24].

В данной работе рассматривается итерационная схема метода наименьших квадратов для параметрической идентификации многоканального объекта, когда на систему осуществляется подача тестовых сигналов. Рассматриваются синусоидальные входные сигналы и входные сигналы типа меандра.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается двухканальный объект вида

$$\begin{pmatrix} y_{k+1}^1 \\ y_{k+1}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} \\ \theta_{21} & \theta_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k^1 \\ x_k^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{k+1}^1 \\ v_{k+1}^2 \end{pmatrix},$$

где x – входной сигнал, y – выходной сигнал, $\theta = [\theta_{ij}]$ – матрица оцениваемых параметров объекта, v – гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием.

Для определения параметров $\theta = [\theta_{ij}]$ имеют место следующие формулы рекуррентной процедуры метода наименьших квадратов [1–3]:

$$\hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + K_{N+1}(y_{N+1} - x_{N+1}^T \hat{\theta}_N),$$

$$K_{N+1} = P_N x_{N+1} / (1 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1}),$$

$$P_{N+1} = (I - P_N \frac{x_{N+1} x_{N+1}^T}{1 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1}}) P_N.$$

Здесь y_{N+1} – вектор-строка размера n , $\hat{\theta}_N$, $\hat{\theta}_{N+1}$ – матрицы размером $n \times n$, x_{N+1} – вектор-столбец размером n , K_{N+1} – вектор-столбец коэффициентов усиления размером n , P_N , P_{N+1} – ковариационные матрицы размером $n \times n$.

В среде Simulink выполнено моделирование объекта, входного сигнала и алгоритма определения неизвестных параметров с использованием итерационной процедуры метода наименьших квадратов. Более подробно моделирование рекуррентной схемы метода наименьших квадратов в среде Simulink изложено в работах [25–28].

III. РЕАЛИЗИЦИЯ ИТЕРАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ

Моделирование выполнено при базовых значениях параметров $\theta_{11} = 1$, $\theta_{12} = 2$, $\theta_{21} = 0.5$, $\theta_{22} = 1.5$. Результаты эксперимента представлены для случая, когда присутствуют гауссовские шумы измерений с нулевым средним и дисперсией $\sigma = 0.1$. В качестве начального значения матрицы P выбрана матрица в виде $P_0 = [0.6, 0.4; 0.5, 0.8]$. На вход подаются тестовые сигналы типа меандра с периодами $T = 4$ (для первого входного сигнала), $T = 12$ (для второго входного сигнала) и амплитудой, равной единице. На рис. 1 приведен

выходной сигнал объекта (при наличии шумов на выходе объекта).

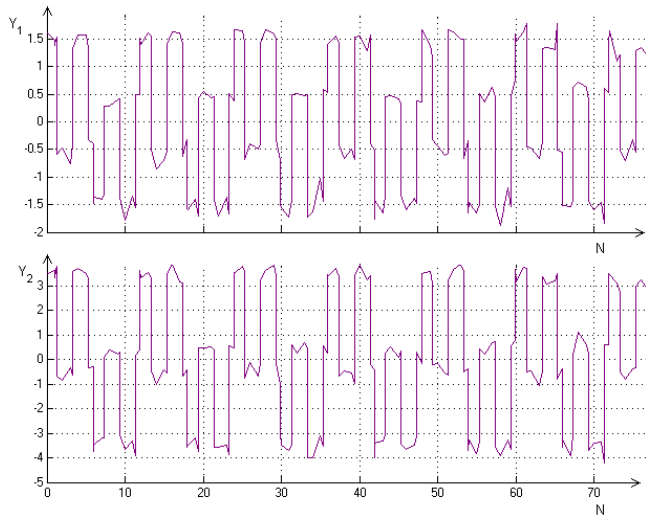


Рис. 1. Выходной сигнал объекта для входных сигналов типа меандра

Для случая $N = 200$ были получены следующие значения оцениваемых параметров: $\theta_{11} = 0.9813$, $\theta_{12} = 1.974$, $\theta_{21} = 0.5174$, $\theta_{22} = 1.525$. На рис. 2 демонстрируется поведение оценок параметров для входных сигналов типа меандра.

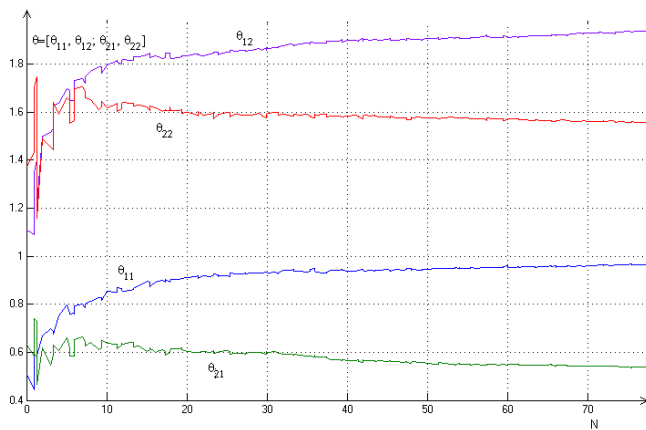


Рис. 2. Оценка параметров для входных сигналов типа меандра

На рис. 3 приведены графики поведения коэффициентов усиления при входных сигналах типа меандра. Для числа измерений $N = 200$ получены следующие значения: $K_1 = 0.005538$, $K_2 = -0.006072$.

Получены следующие значения коэффициентов матрицы P : $P_{11} = 0.005099$, $P_{12} = -0.001075$, $P_{21} = -0.001084$, $P_{22} = 0.005327$

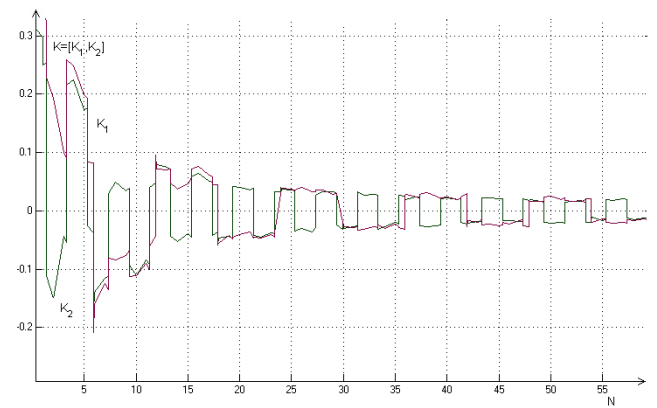


Рис. 3. Коэффициенты усиления для входных сигналов типа меандра

На рис. 4 приведены результаты поведения элементов матрицы P для входных сигналов типа меандра.

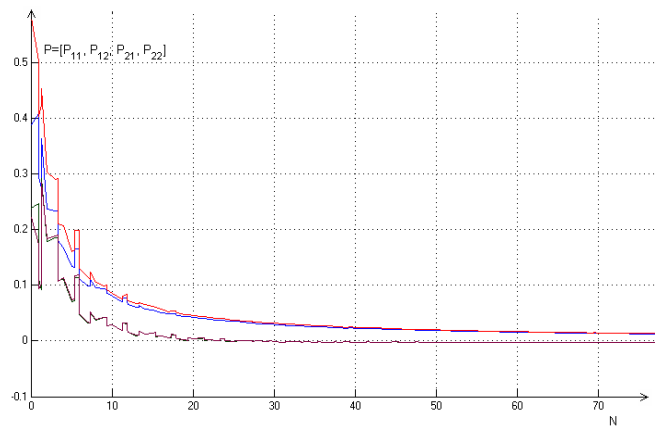


Рис. 4. Значения параметра P для входных сигналов типа меандра

На рис. 5 приведен выходной сигнал объекта для синусоидальных тестовых сигналов.

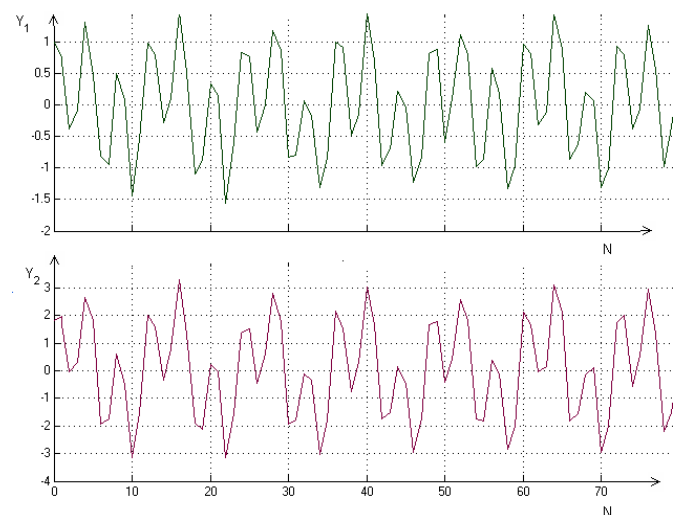


Рис. 5. Выходной сигнал объекта для синусоидальных тестовых сигналов

Для случая $N=80$ измерений при синусоидальных входных сигналах получаем следующие результаты оценивания параметров: $\theta_{11} = 0.9731$, $\theta_{12} = 1.931$, $\theta_{21} = 0.5553$, $\theta_{22} = 1.503$.

На рис. 6 продемонстрировано поведение оценок параметров объекта для синусоидальных входных сигналов.

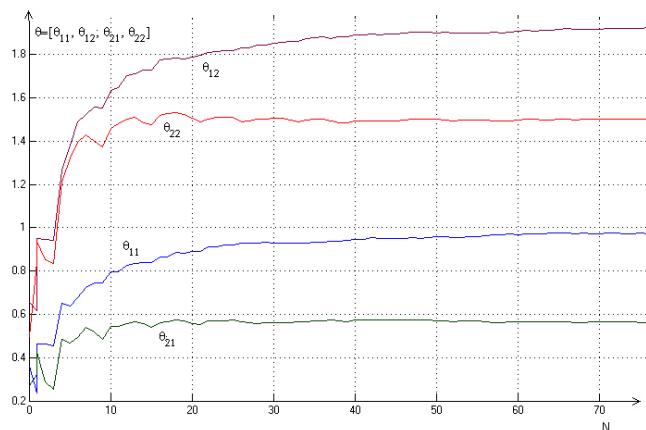


Рис. 6. Оценка параметров для синусоидальных тестовых сигналов

Для коэффициентов усиления при синусоидальных тестовых сигналах получены следующие значения: $K_1 = 0.007626$, $K_2 = -0.008358$. На рис. 7 показан график поведения коэффициентов усиления.

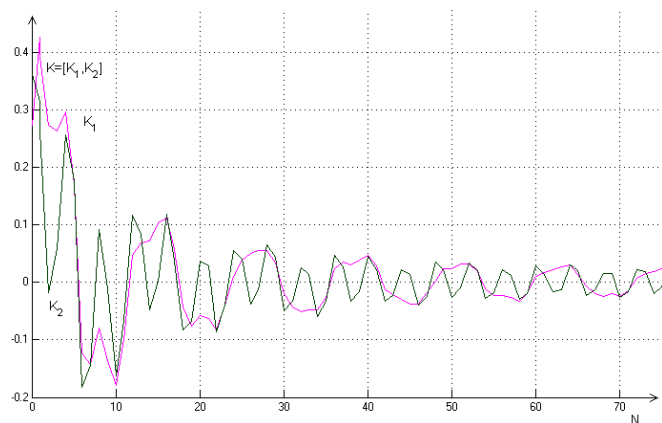


Рис. 7. Коэффициенты усиления для синусоидальных тестовых сигналов

На рис. 8 приведены результаты поведения элементов матрицы P для синусоидальных входных сигналов.

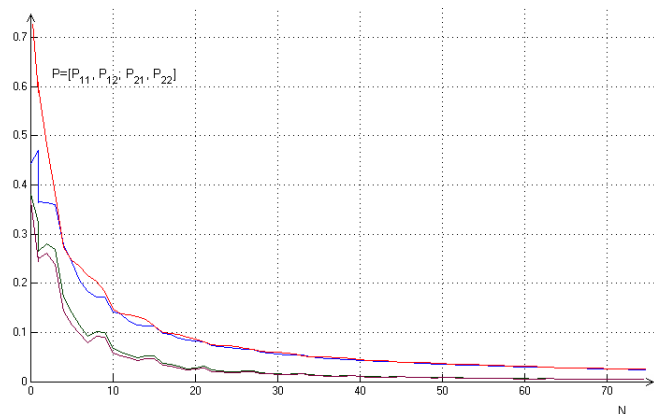


Рис. 8. Значения параметра P для синусоидальных тестовых сигналов

Отметим, что рекуррентная оценка сходится к истинному значению параметра примерно за 70–80 итераций. То же самое можно сказать и о сходимости значений K_N , P_N .

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе продемонстрированы основные результаты, полученные при параметрической идентификации многоканального объекта с использованием итерационной схемы метода наименьших квадратов. В среде Simulink выполнено моделирование многоканального объекта и итерационной процедуры метода наименьших квадратов. Поведение оценок неизвестных параметров объекта отражено на графиках. Предложенный подход может быть использован для определения неизвестных параметров более сложных систем, где присутствует возможность периодического тестирования параметров систем управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Под ред. Я.З. Цыпкина. М.: Наука, 1991. 432 с.
- [2] Goodwin G.C., Payne R.L. Dynamic System Identification: Experiment Design and Data Analysis. New York: Academic Press, 1977. 291 p.
- [3] Fedorov V.V. Theory of Optimal Experiments. New York: Academic Press, 1972. 292 p.
- [4] Sage A.P., Melsa J.L. System Identification. New York: Academic Press, 1971. 238 p.
- [5] Åström K.J. Introduction to Stochastic Control Theory. New York: Academic Press, 1970. 299 p.
- [6] Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975. 683 с.
- [7] Meditch J.S. Stochastic Optimal Linear Estimation and Control. New York: Mc. Graw Hill, 1969. 440 p.
- [8] Гроп Д. Методы идентификации систем. М.: Мир, 1979. 302 с.
- [9] Sage A.P., Melsa J.L. Estimation Theory with Application to Communication and Control. New York: Mc. Graw Hill, 1972. 495 p.
- [10] Chen C.T. Linear system theory and design. New York Oxford: Oxford University Press, 1999. 334 p.
- [11] Antsaklis P.J., Michel A. N. Linear systems. New York: Mc. Graw Hill, 1997. 685 p.
- [12] Gupta H.K., Mehra R.K. Computational aspects of maximum likelihood estimation and reduction in sensitivity function calculation // IEEE Trans. Autom. Control, 1974. vol. 19, No. 7. P. 774-785.

- [13] Goodwin G.C., Zarrop M.B., Payne R.L. Coupled Design of Test Signal, Sampling Intervals and Filters for System Identification. // IEEE Trans. Autom. Control, 1974. vol. 19. No. 6. P. 748-752.
- [14] Brown R.J., Sage A.P. Error Analysis of Modeling and Bias Errors in Continuous Time State Estimation // Automatica, 1971. vol. 7. P. 577-590.
- [15] Mehra R.K. Optimal Input for Linear System Identification // IEEE Trans. Autom. Control, 1974. vol. 19. No. 3. P. 192-200.
- [16] Mehra R.K. Optimal input signal for parameter estimation in dynamic system – survey and new results // IEEE Trans. Autom. Control, 1974. vol. 19. No. 6. P. 753-768.
- [17] Voevoda A.A., Troshina G.V. Active identification of the inverted pendulum control system // Proc. of the 18th Intern. Conf. on Soft Computing and Measurements (SCM'2015). Sankt-Peterburg: LETI Publ., 2015. vol. 1. P. 153-156.
- [18] Troshina G.V., Voevoda A.A., Patrino V.M., Simakina M.V. The object unknown parameters estimation for the 'inverted pendulum-Cart' system in the steady state // Proc. of the 16th Intern. Conf. of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM-2015), Altai, Erlagol, 29 June – 3 July 2015 / Novosibirsk State Technical University. Novosibirsk, 2015. P. 186-188.
- [19] Воевода А.А., Трошина Г.В. Рекуррентный метод оценивания параметров в динамическом объекте // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2016. № 4(65). С. 7-18.
- [20] Voevoda A.A., Troshina G.V. The parameters vector estimation in the steady state for the linear dynamic systems // 11 International forum on strategic technology (IFOST 2016): proc., Novosibirsk, 1–3 June 2016 / Novosibirsk State Technical University. Novosibirsk, 2016. T. 1. P. 582-584.
- [21] Трошина Г.В. О методах оценивания вектора состояния в задачах идентификации // Сб. науч. тр. НГТУ. Новосибирск, 2012. Вып.1(67). С. 69-78.
- [22] Troshina G.V., Voevoda A.A. The steady-state in the parameters estimation problem for the dynamic objects // International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences, (SIBIRCON 2017). Novosibirsk, Akademgorodok, 18-22 Sept. 2017 / Novosibirsk: IEEE, 2017. P. 351-355. DOI: 10.1109/SIBIRCON.2017.8109904
- [23] Troshina G.V., Voevoda A.A., Bobobekov K.M. The active identification of parameters for the unstable object, // 11 International forum on strategic technology (IFOST 2016): proc., Novosibirsk, 1–3 June 2016 / Novosibirsk State Technical University. Novosibirsk, 2016. T. 1. P. 594-596.
- [24] Troshina G.V., Voevoda A.A., Bobobekov K.M. The parameters determination of the inverted pendulum model in the automatic control system // Proc. of the XIII Intern. Conf. "Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE-2016) / Novosibirsk State Technical University. Novosibirsk, 2016. P. 180-182.
- [25] Воевода А.А., Трошина Г.В. Моделирование фильтра Калмана с обновленной последовательностью в среде Simulink // Сб. науч. тр. НГТУ. Новосибирск, 2015. Вып.2(80). С. 7-17. DOI: 10.17212/2307-6879-2015-2-7-17.
- [26] Трошина Г.В. Моделирование динамических объектов в среде SIMULINK. Ч. 1. // Сб. науч. тр. НГТУ. Новосибирск, 2015. Вып.3(81). С. 55-68. DOI: 10.17212/2307-6879-2015-3-55-68
- [27] Трошина Г.В. Моделирование динамических объектов в среде Simulink. Часть 2. // Сб. науч. тр. НГТУ. Новосибирск, 2015. Вып.4(82). С. 31-41. DOI: 10.17212/2307-6879-2015-4-31-41.
- [28] Troshina G.V., Voevoda A.A. The iterative procedure modeling for the dynamic parameters estimation at the active identification task // Siberian symposium on data science and engineering (2017 SSDSE) : proc., Novosibirsk, Akademgorodok, 12–13 Apr. 2017. / Novosibirsk : IEEE, 2017. P. 80–83. DOI: 10.1109/SSDSE.2017.8071969