Моделирование чувствительного элемента микромеханического акселерометра для высокодинамичных объектов методом конечных элементов

М. А. Хиврич, С. Ю. Шевченко
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. Ульянова (Ленина)
Mariya-khivrich@yandex.ru, syshevchenko@mail.ru

***Аннотация*. В текущей работе для моделирования микромеханических датчиков ускорения применяется программный пакет COMSOL Multiphysics. Это интегрированная платформа для моделирования, включающая в себя все его этапы: от создания геометрии, определения свойств материалов и описания физических явлений, до настройки решения и процесса постобработки, что позволяет получать точные и надежные результаты. С помощью программного пакета COMSOL Multiphysics инженеры и ученые моделируют конструкции, устройства и процессы во всех областях инженерных, производственных и научных исследований.**

Ключевые слова: метод конечных элементов; дискретизация; конечные элементы; узлы; аппроксимация

I. Введение

Ключевую роль при проектировании инерциальных сенсоров играет оптимизация топологии чувствительного элемента. Варьируя параметры инерционных масс и преобразователей сигналов, можно добиться наибольшей точности измерений, простоты конструкции датчика и необходимого частотного диапазона. Аналитический расчет таких параметров – сложная и трудоемкая задача, поэтому для оптимизации целесообразно применение компьютерного моделирования. Кроме того, в процессе проектирования возникает необходимость оценки предельных эксплуатационных характеристик сенсоров. Поскольку к ударопрочности сенсоров, предназначенных для работы на высокодинамических объектов, предъявляются крайне жесткие требования, ее экспериментальная оценка требует значительных затрат, а в некоторых случаях вовсе невозможна. Решением является замена натурных испытаний компьютерным моделированием.

II. Метод конечных элементов

Метод конечных элементов (МКЭ) – это метод приближённого численного решения физических задач. В его основе лежат две главные идеи: дискретизация исследуемого объекта на конечное множество элементов и кусочно-элементная аппроксимация исследуемых функций [1].

A. Дискретизация, конечные элементы, узлы

Деформируемое тело (конструкция) разбивается на конечные элементы (рис. 1). Конечные элементы могут иметь различную форму и различные размеры. В результате разбивки создаётся сетка из границ элементов. Пересечения этих границ образуют узлы. На границах и внутри элементов могут быть созданы дополнительные узловые точки. Ансамбль из всех конечных элементов и узлов является основой конечно-элементной модели деформируемого тела. Дискретная модель должна достаточно хорошо покрывать область исследуемого объекта.

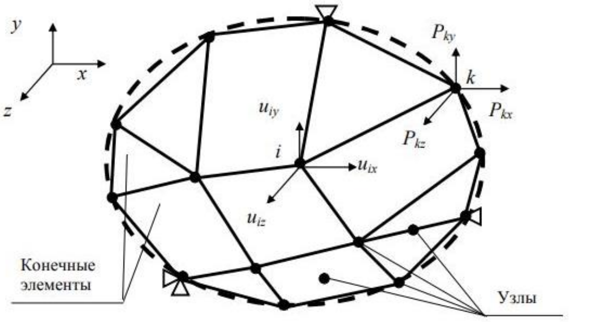


Рис. 1. Конечно-элементная модель

Выбор типа, формы и размера конечного элемента (КЭ) зависит от вида напряжённо-деформированного состояния, формы и нагрузки исследуемого тела. Стержневой КЭ применяется для моделирования одноосного напряжённого состояния при растяжении-сжатии, а также в задачах о кручении или изгибе. Плоский (двумерный) КЭ в виде, например, треугольной или четырёхугольной пластины используется для моделирования плоского напряжённого или плоского деформированного состояния. Объёмный (трёхмерный) КЭ в виде, например, тетраэдра, шестигранника или призмы служит для анализа объёмного напряжённого состояния. КЭ в форме кольца применяется в случае осесимметричного напряжённого состояния. Для расчёта изгиба пластины берётся соответствующий плоский КЭ, а для расчёта оболочки используется оболочечный КЭ. В тех зонах деформируемого тела, где ожидаются большие градиенты напряжений, нужно применять более мелкие КЭ или элементы большего порядка.

Конечные элементы наделяются различными свойствами, которые задаются с помощью констант и выбора нужных математических соотношений. Если КЭ двумерный, то корректируется содержание соответствующих матриц. Задаваемые свойства материала КЭ должны отражать физические условия деформирования. Кроме упругих свойств – модуля упругости и коэффициента Пуассона, если необходимо, должны вводиться коэффициент теплового расширения, плотность и другие физические характеристики. Все элементы и узлы нумеруются. Нумерация узлов бывает общей (глобальной) для всей конечно-элементной модели и местной (локальной) внутри элементов. Нумерацию элементов и общую нумерацию узлов желательно производить так, чтобы трудоёмкость вычислений была наименьшей. Существуют алгоритмы оптимизации этой нумерации. Должны быть определены массивы связей между номерами элементов и общими номерами узлов, а также между местными и общими номерами узлов [1].

B. Системы отсчета, степени свободы

Состояние деформированного тела характеризуется конечным числом независимых параметров, определённых в узлах конечно- элементной сетки. Такие параметры называются обобщёнными координатами, или степенями свободы. В рассматриваемых ниже задачах в качестве степеней свободы применяются перемещения узлов, среди компонентов которых могут быть и угловые перемещения. Степени свободы, координаты узлов, перемещения произвольных точек элементов, силы и другие объекты могут определяться в различных системах отсчёта – системах координат. В алгоритме МКЭ используются общая (глобальная) система координат, привязанная ко всей конечно-элементной модели (рисунок 1), и местные (локальные) системы координат, связанные с конкретными конечными элементами, в силу чего их называют элементными системами координат. Переход от одной системы координат к другой производится с помощью матриц преобразования.

Число степеней свободы одного узла зависит от типа задачи. На рисунке 1 показан узел *i*, имеющий в общей системе координат x, y, z три степени свободы, которым соответствует вектор перемещений узла.

$$U_i = \begin{Bmatrix} u_{ix} \\ u_{iy} \\ u_{iz} \end{Bmatrix}. \tag{1}$$

C. Аппроксимация

Искомая функция – поле перемещений точек деформированного тела аппроксимируется с помощью множества кусочно-непрерывных функций, называемых функциями формы. Каждая функция формы отлична от нуля только в области одного «своего» конечного элемента, принимает значение 1 в одном узле этого элемента и равна нулю во всех других узлах. Такой выбор аппроксимирующих функций позволяет интерполировать вектор перемещения произвольной точки элемента $\{U(x)\}_e$ через вектор узловых перемещений элемента $\{U\}_e$ в виде сумм:

$$\{U(x)\}_e = [N(x)]_e \{U\}_e \tag{2}$$

где x – набор координат, определяющих положение точки в элементе, $[N(x)]_e$ – матрица функций формы элемента.

Степень полиномов, используемых в качестве функций формы, определяет порядок конечного элемента. Выбор порядка аппроксимации накладывает определённые условия на количество узлов элемента. Модель чувствительного элемента микромеханического датчика ускорения [1].

III. Построение модели чувствительного элемента

В данной работе производится оценка не только деформации чувствительного элемента под влиянием внешних факторов, но и их воздействие на параметры. Для оценки распределения относительных деформаций на оппозитных сторонах круглого ЧЭ микроакселерометра было проведено моделирование методом конечных элементов. При помощи встроенного редактора геометрии была построена модель, представленная на рис. 2.

Форма конструкции, ее способ крепления, масса – вносят ощутимый вклад в прочностные и, в тоже время, точностные характеристики. Это связано с распределением напряжений в структуре пластины: напрямую влияет на численные значения, локации предельных нагрузок и относительных деформаций. Для того чтобы найти оптимальную форму чувствительного элемента, необходимо было оценить предложенные конструкции с использованием программных пакетов COMSOL Multiphysics. Моделирование позволяет решать нетравиальные задачи, которые не рассматриваются в классических учебниках, а выводы формул очень громоздки.

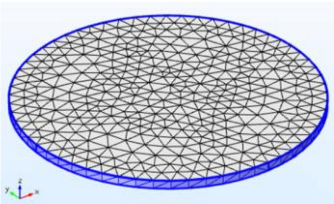


Рис. 2. Модель круглого чувствительного элемента (синим цветом показан край жестко закрепленный по периметру)

Модель представляет собой круглую пластину из кварца ST-среза жестко закрепленную по периметру. Были учтены все анизотропные свойства монокристалла [2]. Так как модель простая, она была разбита на конечные элементы треугольной сеткой (рис. 2). Программа позволяет провести моделирование воздействия различных значений ускорения. По результатам моделирования проводится анализ напряженно-деформированного состояния элемента [3]. На рис. 3 показана модель под действием ускорения.

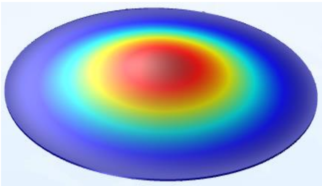
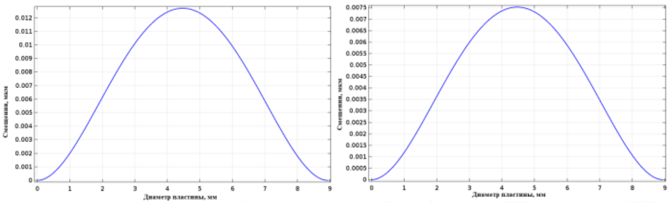
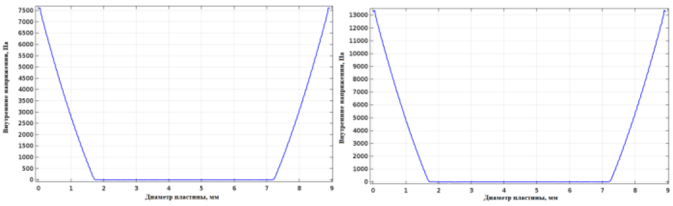


Рис. 3. Модель круглого чувствительного элемента под действием ускорения –1g



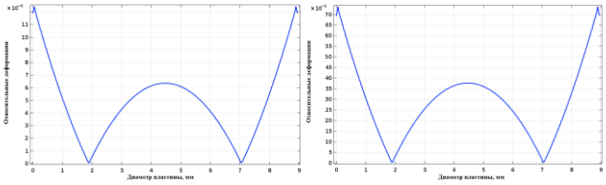
а) б)

Рис. 4. а) График смещения частиц ЧЭ из кварца под действием ускорения; б) График смещения частиц ЧЭ из ниобата лития под действием ускорения



а) б)

Рис. 5. а) График внутренних напряжений ЧЭ из кварца под действием ускорения; б) График внутренних напряжений ЧЭ из ниобата лития под действием ускорения



а) б)

Рис. 6. а) График относительных деформаций ЧЭ из кварца под действием ускорения; б) График относительных деформаций ЧЭ из ниобата лития под действием ускорения.

Мультифизическое моделирование с использованием метода конечных элементов позволяет быстро и просто оценивать параметры конструкций [3].

Список литературы

[1] В.Г. Фокин, Метод конечных элементов в механике деформируемого твердого тела, учебное пособие, Самара, Самарский государственный технические университет, 2010.

[2] B.A. Auld. Acoustic fields and waves in solids. Volume 1. AWILEY-INTERSCIENCEPUBLICATION. 1922.

[3] Основы постобработки и визуализации COMSOL Multiphysics, 2015.