

Робастные модели эволюций состояний неопределенности систем на основе понятий энтропийных потенциалов

В. Л. Лазарев
Университет ИТМО
holod25@yandex.ru

УДК 637.52(075)

Аннотация. В работе рассматриваются подходы к созданию простых, робастных моделей для описания изменений состояний неопределенности систем на основе понятий энтропийного потенциала и комплексного энтропийного потенциала. Предложенные модели являются компактными и удобными для практического применения. Указаны области и условия применения различных вариантов этих моделей. Использование предлагаемых разработок будет способствовать повышению оперативности проведения мониторинга и организации управления системами различной природы.

Ключевые слова: состояния неопределенности; энтропийный потенциал; комплексный энтропийный потенциал; математические модели

Введение. Теория энтропийных потенциалов (ТЭП) и методы, разработанные на ее основе, являются эффективным инструментом для организации мониторинга и управления системами различной природы [1–4]. С их использованием представляется возможным построение информационных и «энтропийных» портретов состояний неопределенности разнородных эволюционных процессов. На основе таких портретов удастся осуществлять прогнозирование возникновений аномальных состояний, кризисных явлений и др. [4–6] Дальнейшее внедрение существующих разработок на практике нуждается в совершенствовании методик и моделей для нахождения оценок изменения значений величин энтропийных потенциалов на отдельных этапах функционирования систем. Указанные обстоятельства и определяют актуальность данной работы.

Отправные положения. В рамках ТЭП для описания состояний неопределенности системы по одному параметру введены две взаимосвязанные характеристики: энтропийный потенциал (ЭП) – Δ_e и комплексный ЭП – L_Δ .

$$L_\Delta = \frac{\Delta_e}{|X_n|} = \frac{K_e \sigma}{|X_n|}. \quad (1)$$

В определении (1) использованы следующие обозначения: σ – величина среднеквадратического отклонения (СКО) параметра, K_e – энтропийный

коэффициент его закона распределения, X_n – величина базового значения, на основе которого рассматривается состояние неопределенности. Сравнительный анализ и возможности по описанию состояний неопределенности обеих характеристик, а также соответствующие примеры, приведены в [1–4]. При проведении исследований эволюционный процесс системы разбивается на ряд этапов, и анализируются приращения выбранных характеристик между ними. Определение значений величин приращений может быть осуществлено вычитанием значений этих величин для сравниваемых этапов, которые могут быть рассчитаны на основании (1). Другой, приближенный способ, основан на определении приращений через дифференциалы соответствующих характеристик. Здесь возможны ситуации получения более простых и удобных вычислительных моделей и процедур. Рассмотрим их применительно к каждой из вышеуказанных характеристик.

Робастные модели для определения приращений энтропийного потенциала. Исходя из представления (1) величина ЭП находится из выражения $\Delta_e = K_e \sigma$. Ее приращение $\delta \Delta_e$ может быть определено через дифференциал $d\Delta_e$ при замене дифференциалов аргументов на их реальные приращения для сравниваемых этапов δK_e и $\delta \sigma$, то есть

$$\delta \Delta_e \approx d\Delta_e \approx \frac{\partial \Delta_e}{\partial K_e} \cdot \delta K_e + \frac{\partial \Delta_e}{\partial \sigma} \cdot \delta \sigma = \sigma \cdot \delta K_e + K_e \cdot \delta \sigma \quad (2)$$

На основе (2) можно получить различные варианты упрощенных «вычислительных» моделей. Рассмотрим возможности замены исходной модели (2) каким-либо одним доминирующим слагаемым. Если априори, из каких-либо соображений (эвристических, физических и др.), известно, что для рассматриваемых этапов имеет место соотношение

$$|\sigma \cdot \delta K_e| < |K_e \cdot \delta \sigma|, \quad (3)$$

то исходная модель (2) может быть упрощена до вида

$$\delta \Delta_e \approx K_e \cdot \delta \sigma. \quad (4)$$

Полученная модель является наглядной, простой и компактной. При ее использовании требуется минимальный объем исходных данных (для нахождения значения величины $\delta\sigma$) для получения искомого результата (значения величины $\delta\Delta_e$).

Опишем условия применимости модели (4). Поскольку величины K_e и σ являются всегда положительными, то соотношение (3) может быть преобразовано к следующему виду

$$\frac{|\delta\sigma|}{\sigma} \succ \frac{|\delta K_e|}{K_e}. \quad (5)$$

Определим максимально-возможное значение выражения в правой части неравенства (5) используя логику «мажорантных» соотношений. Так как величины $\delta\sigma$ и σ не ограничены, а реальный диапазон изменения величины энтропийного коэффициента описывается условием [2, 7]

$$1 \leq K_e \leq 2.07, \text{ или } K_{e(\min)} = 1.00; K_{e(\max)} = 2.07, \quad (6)$$

то мажорантное значение правой части неравенства (5) будет иметь место в случае

$$\delta K_e = \delta K_{e(\max)} = K_{e(\max)} - K_{e(\min)} = 2.07 - 1.00 = 1.07; K_e = K_{e(\min)}. \quad (7)$$

То есть максимально возможная величина относительного приращения энтропийного коэффициента будет равна

$$\left(\frac{|\delta K_e|}{K_e} \right)_{(\max)} = \frac{|\delta K_e|_{(\max)}}{K_{e(\min)}} = \frac{1.07}{1.00} = 1.07. \quad (8)$$

Подставив полученное значение (8) в правую часть неравенства (5) получим «мажорантное» условие применимости модели (4) в виде ограничения на величину относительного приращения СКО в виде

$$\frac{|\delta\sigma|}{\sigma} \succ 1.07. \quad (9)$$

Повышение адекватности модели (4) можно осуществить путем «усиления» неравенства (3) с помощью мультипликативного коэффициента q ($q \geq 1$) в виде

$$q \cdot |\sigma \cdot \delta K_e| \prec |K_e \cdot \delta\sigma|. \quad (10)$$

Значение коэффициента q выбирается исходя из требований к точности оценок приращений величины энтропийного потенциала. Опыт проведения подобных исследований позволяет сделать вывод о том, что «рабочий» диапазон изменений коэффициента q при решении многих инженерных задач находится в пределах $1 \leq q \leq 8$. При наличии условия (10), область применения модели приращений ЭП (4), вместо (9), будет иметь следующий обобщенный вид

$$\frac{|\delta\sigma|}{\sigma} \succ 1.07q. \quad (11)$$

Результаты (4)–(11) можно трактовать следующим образом. При достаточно больших изменениях величины относительного приращения СКО изменение состояния неопределенности системы будет пропорционально изменению этой величины.

По аналогии, для другой ситуации, когда для рассматриваемых этапов имеет место соотношение

$$|\sigma \cdot \delta K_e| \succ q \cdot |K_e \cdot \delta\sigma|, \quad (12)$$

исходная модель (2) может быть упрощена до вида

$$\delta\Delta_e \approx \sigma \cdot \delta K_e. \quad (13)$$

Исходя из (12) условие применимости модели (13) можно представить в виде

$$\frac{|\delta\sigma|}{\sigma} \prec \frac{1}{q} \cdot \left(\frac{|\delta K_e|}{K_e} \right)_{(\min)}. \quad (14)$$

Минимально возможная величина относительного приращения энтропийного коэффициента зависит от конкретных особенностей функционирования системы и, в пределе, может быть равна нулю (в случае, когда $\delta K_e \rightarrow 0$). Поэтому, в общем случае, точно указать область применимости модели (13) не представляется возможным. Можно рекомендовать использование этой модели при наличии малых приращений величины $\frac{|\delta\sigma|}{\sigma}$,

когда изменение состояния неопределенности системы пропорционально величине относительного приращения энтропийного коэффициента.

Между областями (11) и (14) находится область, где приращение величины ЭП – $\delta\Delta_e$ наиболее адекватно может быть определено только с использованием полной модели приращений ЭП (2). Описание этой области по параметру варьирования величины относительного приращения СКО будет иметь вид

$$\frac{1}{q} \cdot \left(\frac{|\delta K_e|}{K_e} \right)_{(\min)} \leq \frac{|\delta\sigma|}{\sigma} \leq 1.07q. \quad (15)$$

Графическая иллюстрация расположения указанных областей с указанием вариантов моделей приведена на рис. 1, где разными видами штриховки показаны области применения описанных моделей с указанием «реперной» точки $\frac{|\delta\sigma|}{\sigma} = 1.07$, для значения $q = 2$.

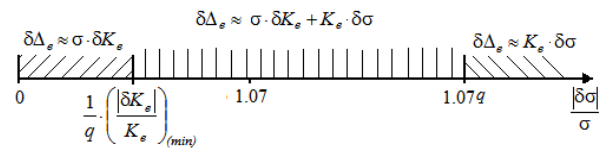


Рис. 1. Области применения моделей приращения энтропийного потенциала

Робастные модели для определения приращений комплексного ЭП. По аналогии с (2), величина приращения комплексного ЭП (КЭП) – δL_Δ также может быть определена через дифференциал dL_Δ при замене

$$\delta L_\Delta \approx dL_\Delta \approx \frac{\partial L_\Delta}{\partial \Delta_e} \cdot \delta \Delta_e + \frac{\partial L_\Delta}{\partial X_n} \cdot \delta X_n = \frac{\delta \Delta_e}{X_n} - \frac{\Delta_e}{X_n^2} \cdot \delta X_n = \frac{1}{X_n} \left(\delta \Delta_e - \frac{\Delta_e}{X_n} \cdot \delta X_n \right). \quad (16)$$

На основе (16), как и в предыдущем случае, возможно получение упрощенных вариантов «вычислительных» моделей. Такое упрощение может быть основано на пренебрежении одним из слагаемых в правой части выражения (16). В первом варианте будем исходить из условия

$$\left| \delta \Delta_e \right| > \left| \frac{\Delta_e}{X_n} \cdot \delta X_n \right|, \text{ или, т.к. } \Delta_e \geq 0, \text{ можно записать} \quad (17)$$

$$\frac{|\delta \Delta_e|}{\Delta_e} > \frac{|\delta X_n|}{|X_n|}.$$

В этом случае модель для определения величины приращения КЭП может быть упрощена до вида

$$\delta L_\Delta \approx \frac{\delta \Delta_e}{X_n}. \quad (18)$$

Достоинством приведенной модели, помимо простоты и наглядности, является то, что для определения приращения КЭП, на конкретном этапе с заданной величиной базового значения, можно использовать полученные выше модели приращений ЭПов: (2), (4), (13).

Очевидно, что область применения модели (18) будет определяться условием

$$\frac{|\delta \Delta_e|}{\Delta_e} > \left(\frac{|\delta X_n|}{|X_n|} \right)_{(max)}. \quad (19)$$

Определение величины максимально возможного относительного приращения базового значения в правой части неравенства (19), на отдельных этапах функционирования систем, в значительной части технических задач не вызывает затруднений, так как задается директивно различными технологическими инструкциями, стандартами, нормативами и пр. Таковыми, например, являются т.н. формулы «стерилизации» при обработке консервов в автоклавах, где строго задаются временные диаграммы перехода на конкретные температурные режимы (базовые значения температур и их приращения при переходе на новые режимы). Аналогичные ситуации имеют место при термической обработке металлов, керамики, расхолаживании заготовок после варки при производстве оптического стекла и др. Усиление условия (17) с помощью вышеуказанного коэффициента q ($q \geq 1$) приведет к повышению уровня адекватности модели (18). При этом область применения

дифференциалов аргументов на их реальные приращения $\delta \Delta_e$ и δX_n для сравниваемых этапов. Исходя из определения (1) получим

такой модели из (19) ($q = 1$) трансформируется в обобщенную форму, описываемую условием

$$\frac{|\delta \Delta_e|}{\Delta_e} > q \cdot \left(\frac{|\delta X_n|}{|X_n|} \right)_{(max)}. \quad (20)$$

Другой вариант упрощения модели (16), в обобщенном виде, основывается на предположении q – кратного превалирования второго слагаемого над первым. Исходя из этого, по аналогии с (17) и (20), окончательно можно записать

$$q \cdot \frac{|\delta \Delta_e|}{\Delta_e} < \left(\frac{|\delta X_n|}{|X_n|} \right)_{(min)}, \text{ или } \frac{|\delta \Delta_e|}{\Delta_e} < \frac{1}{q} \cdot \left(\frac{|\delta X_n|}{|X_n|} \right)_{(min)}. \quad (21)$$

Диапазон изменения величины минимально возможного относительного приращения базового значения, в общем случае, описывается соотношением

$$\left(\frac{|\delta X_n|}{|X_n|} \right)_{(min)} \geq 0. \text{ Однако, в ряде технических задач,}$$

значения этой величины также могут быть определены на основании директив и нормативов, определяющих условия функционирования конкретных систем. Очевидно, что, при выполнении условия (21), соответствующая робастная модель для определения приращений величины КЭП будет иметь вид

$$\delta L_\Delta \approx -\frac{\Delta_e}{X_n^2} \cdot \delta X_n. \quad (22)$$

Область применения общей модели приращений КЭП (16) будет находиться между указанными областями (20) и (21) и иметь вид

$$\frac{1}{q} \cdot \left(\frac{|\delta X_n|}{|X_n|} \right)_{(min)} \leq \frac{|\delta \Delta_e|}{\Delta_e} \leq q \cdot \left(\frac{|\delta X_n|}{|X_n|} \right)_{(max)}. \quad (23)$$

Соответствующая графическая иллюстрация расположения указанных областей с указанием вариантов моделей, по аналогии с рис. 1, приведена на рис. 2.

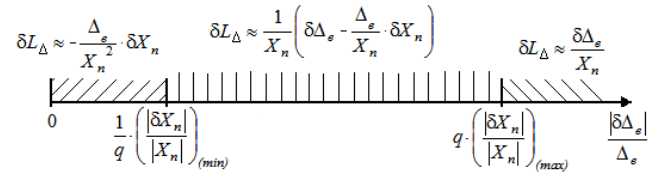


Рис. 2. Области применения моделей приращения величин КЭП

Заключение. Предложены робастные модели для определения приращений величин энтропийных потенциалов и описаны условия и области их применения. Модели являются компактными, наглядными и удобными для исследования эволюций состояний неопределенности различных систем. Актуальность проведения таких исследований обусловлена возрастающими требованиями к качеству мониторинга и процессов управления [1, 6, 8].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Мягкие измерения и вычисления. Монография в 3-х томах. / Под ред. проф. С.В. Прокопчиной. Том 1. Теоретические основы и методы. М.: ИД «Научная библиотека», 2017. 420 с.
- [2] Lazarev V.L. Analysis of Systems Based on Entropy and Information Characteristics // Technical Physics, 2010. Vol. 55, No 2, pp. 159–165.
- [3] Домбровский М.А., Буторина О.В. Анализ энтропийного потенциала инфраструктуры региона на примере Пермского края // Экономика и предпринимательство. 2015. №5-1 (58-1). С. 305–310.
- [4] Лазарев В.Л. Совершенствование управления с использованием характеристик энтропийных потенциалов. Адаптация к специфике биотехнологической промышленности // Вестник Международной академии холода. 2016. № 4. С. 68–73.
- [5] Lazarev V.L. Processing of observations on the basis of information criteria // Proceedings of the 19th International Conference on Soft Computing and Measurements, SCM 2016. Saint Petersburg, Russia. Publisher: IEEE. Pp. 48–50. DOI: 10.1109/SCM.2016.7519679.
- [6] Lazarev V.L. Epistemological foundations for generation of perspective competencies in the training of personnel for industrial and economic complex // 4th Forum Strategic Partnership of Universities and Enterprises of Hi-Tech Branches (Science, Education, Innovations). Saint Petersburg, Russia. NOV 11-13, p. 26–28. Publisher: IEEE. DOI: 10.1109/IV Forum.2015.7388242.
- [7] Электрические измерения неэлектрических величин. А.М. Туричин, П.В. Новицкий, Е.С. Левшина и др./ Под ред. П.В. Новицкого. Л.: «Энергия», 1975. 576 с.
- [8] Охтилев М.Ю., Соколов Б.В., Юсупов Р.М. Интеллектуальные технологии мониторинга и управления структурной динамикой сложных технических объектов. М.: Наука, 2006. 410 с.