

Математические модели и системы адаптивного управления жестким и упругим четырехзвенным манипуляционным роботом с исполнительными электроприводами

Нгуен Дык Фу, В. В. Путов, Чу Чонг Шы
СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
e-mail: Phubongchut@gmail.com

Аннотация. Разработаны математические модели жесткого и упругого четырехзвенного манипуляционного робота с исполнительными электроприводами. Математическая модель робота-манипулятора разработана на основе уравнений Лагранжа–Эйлера, представлены результаты расчета нелинейных матриц инерции, центробежных и кориолисовых сил и вектора гравитационных сил. Математическая модель электромеханического привода разработана на основе двухмассовой упругой модели «исполнительный электропривод – механизм». Построены адаптивные системы, синтезированные для жесткого и упругого манипулятора методом вычисленного момента и пошагового синтеза. Алгоритм расчета и синтеза реализованы на базе пакетов программы Mathcad и Matlab-Simulink.

Ключевые слова: жесткий и упругий четырехзвенный манипуляционный робот; исполнительные электроприводы; регрессорная матрица; двухмассовая упругая модель «исполнительный электропривод – механизм»

I. ВВЕДЕНИЕ

Математические модели динамики многозвенных механизмов имеют двойное назначение. Они используются как при проектировании механических конструкций промышленных роботов, обеспечивая необходимую расчетную базу их конструирования [1], так и в задачах синтеза, исследования и отладки систем управления динамикой многозвенных манипуляционных роботов, предоставляя исследователям и проектировщикам возможности применения новых современных подходов в управлении [2].

Однако расчет математической модели четырехзвенного манипулятора с учетом динамики электропривода без использования программной автоматизации представляет собой довольно сложную задачу уже для роботов-манипуляторов с числом звеньев больше двух [3]. В докладе рассматриваются вопросы построения математических моделей и синтеза систем адаптивного управления жестким и упругим четырехзвенным манипуляционным роботом с учётом упругой электромагнитной инерции исполнительных электроприводов.

II. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОЗВЕННОГО РОБОТА-МАНИПУЛЯТОРА

Динамика робота-манипулятора без учета динамики электроприводов описывается в следующем виде [4]:

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau. \quad (1)$$

где q – n -мерный вектор обобщённых координат (углов вращения сочленений) манипулятора; D – $n \times n$ функциональная матрица инерции манипулятора, симметричная и положительно определённая; C – $n \times n$ функциональная матрица кориолисовых и центробежных сил, зависящих от скоростей; G – n -мерный вектор гравитационных сил; τ – n -мерный вектор обобщённых сил, создаваемых силовыми приводами в сочленениях манипулятора; n – число звеньев (степеней свободы) манипулятора.

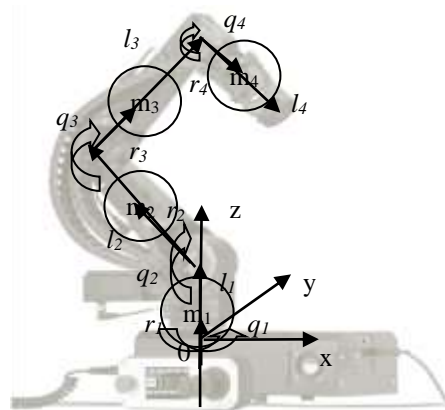


Рис. 1. Четырехзвенный манипуляционный робот

Для расчета матриц и вектора уравнения (1) вычислим кинематическую и потенциальную энергию движения манипулятора.

Кинетическая энергия (T) робота-манипулятора рассчитывается как:

$$T = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v^T & \omega^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & I_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} = \frac{1}{2} V^T M V \quad (2)$$

где $V = \begin{pmatrix} v^T & \omega^T \end{pmatrix}^T$, M – диагональная матрица, $I_c = R I_0 R^T$ – тензор инерции системы; I_0 – тензор постоянной инерции, определенный при нулевом вращении, R – матрица поворота, соответствующая ориентации тела. m – 3x3 числовая матрица масс звеньев.

$$V = \begin{pmatrix} J_v \\ J_\omega \end{pmatrix} \dot{q} \equiv J(q) \dot{q}, \quad (3)$$

где J – матрица Якоби.

Поставив (4) в (3), получаем:

$$T = \frac{1}{2} \dot{q}^T J^T M J \dot{q} = \frac{1}{2} \dot{q}^T D \dot{q}. \quad (4)$$

Потенциальная энергия (U) робота манипулятора рассчитывается как

$$U(q) = \sum_{i=1}^n U_i(q) = \sum_{i=1}^n m_i g h_i(q) \quad (5)$$

где g – ускорение свободного падения; h_i – высота положения i -ой массы (m_i) относительно начальной координаты.

Из (4) следует, что матрица инерции имеет вид

$$D = J^T M J \quad (6)$$

Матрица $C(q, \dot{q})$ определяется как [4]

$$C_{ij}(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial D_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial D_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial D_{kj}}{\partial q_i} \right) \dot{q}_k, \quad (7)$$

а вектор $G(q)$ рассчитывается в виде

$$G_i(q) = \frac{\partial U}{\partial q_i}. \quad (8)$$

По соотношениям (3), (6), (7) и (8) рассчитываются все элементы матриц и вектора уравнения (1).

Изложенный подход к расчету n -степенной модели показывает, что для каждой конкретной модели конструкции робота достаточно определить матрицы J , M и V .

На рис. 1 показаны q_1 – q_4 – углы вращения звеньев; m_1 – m_4 – массы каждого звена; l_1 – l_4 – длины звеньев; r_1 – r_4 – расстояния от начального звена до центра масс. Охуз – декартова система координат.

III. РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЧЕТЫРЕХЗВЕННОГО РОБОТА-МАНИПУЛЯТОРА И МАТРИЦЫ РЕГРЕССОРА

Для расчета параметров матриц D , C и G введем следующие дополнительные переменные:

$$q_5 = q_3 + q_4, \quad q_6 = 2q_2, \quad q_7 = 2q_2 + 2q_3, \quad q_8 = 2q_2 + 2q_3 + 2q_4, \quad q_9 = 2q_2 + q_3, \\ q_{10} = 2q_2 + 2q_3 + q_4, \quad q_{11} = 2q_2 + q_3 + q_4, \quad c_i = \cos(q_i), \quad s_i = \sin(q_i), \quad i = \overline{1,11},$$

$$a_1 = m_4 r_4^2 I_{y_4}, \quad a_2 = m_4 r_4 l_3, \quad a_3 = I_{y_3} + m_3 r_3^2 + m_4 l_3^2, \quad a_4 = m_4 r_4 l_2, \\ a_5 = l_2 m_4 r_4, \quad a_6 = l_2 l_3 m_4 + l_2 m_3 r_3, \quad a_7 = I_{y_2} + l_2^2 m_3 + l_2^2 m_4 + m_2 r_2^2, \\ a_8 = \frac{m_4 r_4^2}{2} - \frac{I_{x_4}}{2} + \frac{I_{z_4}}{2}, \quad a_9 = \frac{m_4 l_3^2}{2} + \frac{m_3 r_3^2}{2} - \frac{I_{x_3}}{2} + \frac{I_{z_3}}{2}, \quad a_{10} = \frac{I_{z_2}}{2} - \frac{I_{x_2}}{2} + \frac{l_2^2 m_3}{2} + \frac{l_2^2 m_4}{2} + \frac{m_2 r_2^2}{2}, \\ a_{11} = \frac{I_{x_2}}{2} + \frac{I_{x_3}}{2} + I_{x_1} + \frac{I_{x_4}}{2} + \frac{I_{z_2}}{2} + \frac{I_{z_3}}{2} + \frac{I_{z_4}}{2} + \frac{l_2^2 m_3}{2} + \frac{l_2^2 m_4}{2} + \frac{l_3^2 m_4}{2} + \frac{m_2 r_2^2}{2} + \frac{m_3 r_3^2}{2} + \frac{m_4 r_4^2}{2}, \\ a_{12} = g(l_2 m_3 + l_2 m_4 + m_2 r_3), \quad a_{13} = g(m_4 l_3 + m_3 r_3), \quad a_{14} = g m_4 r_4$$

где m_i , r_i , l_i , I_{x_i} , I_{y_i} , I_{z_i} – соответственно масса i -го звена, расстояние от соединения $i-1$ звена до центра масс i -го звена, длина i -го звена, моменты инерции i -го звена, $i = \overline{1,4}$.

А. Расчет матрицы инерции D

Симметричная матрица D рассчитывается по формуле (6) с помощью алгоритмов расчета в программе Mathcad и все ее верхние треугольные элементы приведены ниже:

$$D_{11} = a_{11} + a_{10} c_6 + a_9 c_7 + a_8 c_8 + a_6 c_9 + a_6 c_3 + a_2 c_{10} + a_4 c_{11} + a_2 c_4 + a_4 c_5; \\ D_{12} = D_{13} = D_{14} = 0; \quad D_{22} = a_7 + a_3 + a_1 + 2a_6 c_3 + 2a_4 c_5 + 2a_2 c_2; \\ D_{23} = a_1 + a_3 + a_6 c_3 + 2a_2 c_4 + a_5 c_5; \quad D_{24} = a_1 + a_4 c_5 + a_2 c_4; \\ D_{33} = a_1 + a_3 + 2a_2 c_4; \quad D_{34} = a_1 + a_2 c_4; \quad D_{44} = a_1.$$

В. Расчет матрицы центробежных и кориолисовых сил C

Для расчета каждого элемента матрицы C по (7) предложен алгоритм расчета, который реализован на языке программирования в пакете программы Mathcad.

По результатам реализации предложенного алгоритма расчета, получим матрицу C и все ее элементы приведены ниже:

$$C_{11} = -\left[\frac{dq_4(s_{10} + s_4)}{2} + (dq_2 + dq_3)s_{10} \right] a_2 - \left[\frac{(dq_3 + dq_4)(s_{11} + s_5)}{2} + dq_2 s_{11} \right] a_4 \\ - \left[dq_2 s_9 + \frac{dq_3(s_9 + s_3)}{2} \right] a_6 - (dq_2 + dq_3 + dq_4)s_8 a_8 - (dq_2 + dq_3)s_7 a_9 - dq_2 s_6 a_{10}; \\ C_{12} = -dq_1 s_{10} a_2 - dq_1 s_{11} a_4 - dq_1 s_9 a_6 - dq_1 s_8 a_8 - dq_1 s_7 a_9 - dq_1 s_6 a_{10}; \\ C_{13} = -dq_1 s_{10} a_2 - \frac{dq_1(s_{11} + s_5)}{2} a_4 - \frac{dq_1(s_9 + s_3)}{2} a_6 - dq_1 s_8 a_8 - dq_1 s_7 a_9; \\ C_{14} = -\frac{dq_1(s_{10} + s_4)}{2} a_2 - \frac{dq_1(s_{11} + s_5)}{2} a_4 - dq_1 s_8 a_8; \\ C_{21} = dq_1 s_{10} a_2 + dq_1 s_{11} a_4 + dq_1 s_9 a_6 + dq_1 s_8 a_8 + dq_1 s_7 a_9 + dq_1 s_6 a_{10}; \\ C_{22} = -dq_4 s_4 a_2 - (dq_3 s_5 + dq_4 s_5) a_4 - dq_3 s_3 a_6; \\ C_{23} = -dq_4 s_4 a_2 - (dq_2 s_5 + \frac{dq_4 s_5}{2}) a_4 - (dq_3 s_5 + \frac{dq_4 s_5}{2}) a_5 - (dq_2 s_3 + dq_3 s_3) a_6; \\ C_{24} = -(dq_2 s_4 + dq_3 s_4 + dq_4 s_4) a_2 - (dq_2 s_5 + \frac{dq_3 s_5}{2} + dq_4 s_5) a_4 - \frac{dq_3 s_5}{2} a_5; \\ C_{31} = dq_1 s_{10} a_2 + \frac{dq_1(s_{11} + s_5)}{2} a_4 + \frac{dq_1(s_9 + s_3)}{2} a_6 + dq_1 s_8 a_8 + dq_1 s_7 a_9; \\ C_{32} = -dq_4 s_4 a_2 + (dq_2 s_5 + \frac{dq_4 s_5}{2}) a_4 - \frac{dq_4 s_5}{2} a_5 + dq_2 s_3 a_6; \\ C_{33} = -dq_4 s_4 a_2; \quad C_{34} = -(dq_2 s_4 + dq_3 s_4 + dq_4 s_4) a_2 + (\frac{dq_2 s_5}{2} a_4 - \frac{dq_2 s_5}{2} a_5); \\ C_{41} = \frac{dq_1(s_{10} + s_4)}{2} a_2 + \frac{dq_1(s_{11} + s_5)}{2} a_4 + dq_1 s_8 a_8;$$

$$C_{42} = (dq_2s_4 + dq_3s_4)a_2 + (dq_2s_5 - \frac{dq_3s_5}{2})a_4 + \frac{dq_3s_5}{2}a_5;$$

$$C_{43} = (dq_2s_4 + dq_3s_4)a_2 - \frac{dq_2s_5}{2}a_4 + \frac{dq_2s_5}{2}a_5; \quad C_{44} = 0.$$

C. Расчет вектора гравитационных сил G

Учитывая геометрию робота-манипулятора, который показан на рис. 1, вектор G рассчитывается по формуле (8) с помощью алгоритмов расчета в программе Mathcad:

$$G_1 = 0; \quad G_2 = a_{12}c_2 + a_{13}c_{12} + a_{14}c_{13}; \quad G_3 = a_{13}c_{12} + a_{14}c_{13};$$

$$G_4 = a_{14}c_{13}.$$

D. Расчет матрицы регрессора Y

В соответствии с синтезом управления роботом-манипулятором проведем параметризацию методом вычисленного момента [5, 6] уравнения (1) относительно неопределенного вектора массонерционных параметров $a = (a_1, \dots, a_{14})^T$ и рассчитаем матрицу регрессора. Полученные выше матрицы D , C и G позволяют рассчитать известную матрицу регрессора $Y_{[4 \times 14]}$ по формуле:

$$D(q)\dot{p} + C(q, \dot{q})p + g(q) = Y(q, \dot{q}, p, \dot{p})a, \quad (9)$$

где p – вектор, являющийся функцией состояния объекта.

Матрица Y рассчитывается по формуле (9) с помощью алгоритмов расчета в программе Mathcad и ее элементы приведены ниже:

$$Y_{11} = Y_{13} = Y_{15} = Y_{17} = Y_{112} = Y_{113} = Y_{114} = Y_{211} = Y_{37} = Y_{310} = Y_{311} = 0;$$

$$Y_{312} = Y_{43} = Y_{46} = Y_{47} = Y_{49} = Y_{410} = Y_{411} = Y_{412} = Y_{413} = 0;$$

$$Y_{12} = dp_1(c_4 + c_{10}) - p_1[\frac{dq_4(s_4 + s_{10})}{2} + dq_2s_{10} + dq_3s_{10}] +$$

$$- \frac{dq_1p_4(s_4 + s_{10})}{2} - dq_1p_2s_{10} - dq_1p_3s_{10};$$

$$Y_{14} = dp_1(c_5 + c_{11}) - p_1[\frac{dq_3(s_5 + s_{11})}{2} + \frac{dq_4(s_5 + s_{11})}{2} + dq_2s_{11}] +$$

$$- \frac{dq_1p_3(s_5 + s_{11})}{2} - \frac{dq_1p_4(s_5 + s_{11})}{2} - dq_1p_2s_{11};$$

$$Y_{16} = dp_1(c_3 + c_9) - p_1[\frac{dq_3(s_3 + s_9)}{2} + dq_2s_9] - \frac{dq_1p_3(s_3 + s_9)}{2} - dq_1p_2s_9;$$

$$Y_{18} = c_8dp_1 - p_1(dq_2s_8 + dq_3s_8 + dq_4s_8) - dq_1p_2s_8 - dq_1p_3s_8 - dq_1p_4s_8;$$

$$Y_{19} = c_7dp_1 - p_1(dq_2s_7 + dq_3s_7) - dq_1p_2s_7 - dq_1p_3s_7; \quad Y_{23} = dp_2 + dp_3;$$

$$Y_{110} = c_6dp_1 - dq_1p_2s_6 - dq_2p_1s_6; \quad Y_{111} = dp_1; \quad Y_{21} = dp_2 + dp_3 + dp_4;$$

$$Y_{25} = c_5dp_3 - p_3(dq_3s_5 + \frac{dq_4s_5}{2}) - \frac{dq_3p_4s_5}{2}; \quad Y_{212} = c_2; \quad Y_{213} = c_{12};$$

$$Y_{22} = 2c_4dp_2 - p_4(dq_2s_4 + dq_3s_4 + dq_4s_4) + 2c_4dp_3 +$$

$$+ c_4dp_4 - dq_4p_2s_4 - dq_4p_3s_4 + dq_1p_1s_{10};$$

$$Y_{24} = 2c_5dp_2 - p_3(dp_2s_5 + \frac{dq_4s_5}{2}) - p_4(dq_2s_5 + \frac{dq_3s_5}{2} + dq_4s_5) +$$

$$- p_2(dq_3s_5 + dq_4s_5) + c_5dp_4 + dq_1p_1s_{11};$$

$$Y_{26} = 2c_3dp_2 - p_3(dq_2s_3 + dq_3s_3) + c_3dp_3 - dq_3p_2s_3 + dq_1p_1s_9;$$

$$Y_{27} = dp_2; \quad Y_{28} = dq_1p_1s_8; \quad Y_{29} = dq_1p_1s_7; \quad Y_{210} = dq_1p_1s_6; \quad Y_{214} = c_{13};$$

$$Y_{31} = dp_2 + dp_3 + dp_4; \quad Y_{33} = dp_2 + dp_3; \quad Y_{35} = c_5dp_2 - \frac{dq_2p_4s_5}{2} - \frac{dq_4p_2s_5}{2};$$

$$Y_{32} = 2c_4dp_2 - p_4(dq_2s_4 + dq_3s_4 + dq_4s_4) +$$

$$+ 2c_4dp_3 + c_4dp_4 - dq_4p_2s_4 - dq_4p_3s_4 + dq_1p_1s_{10};$$

$$Y_{34} = p_2(dq_2s_5 + \frac{dq_4s_5}{2}) + \frac{dq_1p_1(s_5 + s_{11})}{2} + \frac{dq_2p_4s_5}{2}; \quad Y_{38} = dq_1p_1s_8;$$

$$Y_{36} = c_3dp_2 + \frac{dq_1p_1(s_3 + s_9)}{2} + dq_2p_2s_3; \quad Y_{39} = dq_1p_1s_7; \quad Y_{314} = c_{13};$$

$$Y_{41} = dp_2 + dp_3 + dp_4; \quad Y_{45} = \frac{dq_2p_3s_5}{2} + \frac{dq_3p_2s_5}{2}; \quad Y_{48} = dq_1p_1s_8;$$

$$Y_{44} = p_2(dq_2s_5 - \frac{dq_3s_5}{2}) + c_5dp_2 + \frac{dq_1p_1(s_5 + s_{11})}{2} - \frac{dq_2p_3s_5}{2};$$

$$Y_{42} = p_2(dq_2s_4 + dq_3s_4) + p_3(dq_2s_4 + dq_3s_4) + c_4dp_2 + c_4dp_3 + \frac{dq_1p_1(s_4 + s_{10})}{2};$$

IV. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЖЕСТКОГО И УПРУГОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННОГО МАНИПУЛЯЦИОННОГО РОБОТА С ИСПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕКТРОПРИВОДАМИ

A. Двухмассовая модель «исполнительный электропривод – механизм»

Для включения в исследование динамики упругих электроприводов робота-манипулятора в общем случае для каждой степени подвижности достаточно рассмотреть двухмассовую упругую модель «исполнительный электропривод – механизм» [7], которую составляют ротор электродвигателя и упругая трансмиссия, соединяющая вал двигателя со звеном манипулятора.

Дифференциальные уравнения этой модели приведены в [7] и имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{q} &= J_2^{-1} M_y; \quad \ddot{a} = J_1^{-1} (M - M_y); \\ M_y &= K_c(a - q) + K_b \dot{a}; \quad M = K_M I_{я}; \\ L_{я} \dot{I}_{я} &= u_{я} - K_e \dot{a} - R_{я} I_{я}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где a – обобщенные координаты (углы вращения) роторов; $I_{я}$ – вектор токов якоря; $K_c, K_b, J, L_{я}, R_{я}, K_m, K_e$ – диагональные постоянные матрицы, определяемые соответственно коэффициентами упругости, внутреннего вязкого трения, моментами инерции электроприводов и звеньев манипулятора, индуктивностями, активным сопротивлением якорных цепей двигателей, конструктивными данными электрических машины; $u_{я}$ – напряжение усилителя мощности, подаваемые на якорные обмотки; M – вектор электромагнитных моментов электроприводов.

B. Математическая модель жесткой системы

Для жесткого манипулятора в уравнении (10) $M_y \rightarrow 0$, тогда с учетом (1) и (10) дифференциальные уравнения, описывающие движение жесткой системы, имеют вид:

$$\begin{cases} D(q)\ddot{q} + C(\dot{q}, q)\dot{q} + G(q) = I \\ L\dot{I} + RI + K\dot{q} = u. \end{cases}$$

где $I = K_m I_a$; $L = L_a K_m^{-1}$; $R = R_a K_m^{-1}$; $K = K_e$; $u = u_a$ – вектор адаптивного управления по напряжению.

С. Математическая модель упругой системы

Дифференциальные уравнения, описывающие движение упругой системы, имеют вид:

$$\begin{cases} D(q)\ddot{q} + C(\dot{q}, q)\dot{q} + G(q) = \tau \\ J_t \ddot{\tau} + B_t \dot{\tau} + \tau = I - f_q(\dot{q}, \ddot{q}) \\ \dot{L} + RI + K\dot{q} = u. \end{cases}$$

где $\tau = K_c(a - q)$; $J_t = JK_c^{-1}$; $B_t = K_b K_c^{-1}$; $f_q(\dot{q}, \ddot{q}) = J\ddot{q} + K_b \dot{q}$.

Д. Синтез исследования адаптивных систем управления объектами, описываемыми постреонными математическими моделями четырехзвенного робота

Исследование состоятельности (эффективности) построенных математических моделей жесткого и упругого робота-манипулятора проведено моделированием адаптивных систем, построенных для жесткого и упругого манипулятора методом вычисленного момента с использованием матрицы-регрессора вида (9) [5, 6] и методом пошагового синтеза (backstepping) [8, 9, 10], представляя математическую модель упругого манипулятора с учетом динамики электроприводов как двухкаскадную.

В силу ограниченности объема публикации, представим только конечные результаты построения указанных адаптивных систем.

Законы управления и алгоритмы адаптации для жесткого четырехзвенного манипулятора имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} I_d &= Y(q, \dot{q}, p, \dot{p})\hat{a} - K_d s; \quad u = \hat{a}^T \varphi - K_c e_I; \\ \dot{\hat{a}} &= -\Gamma_a^{-1} Y^T s; \quad \dot{\hat{a}}_I = -\Gamma_I^{-1} \varphi e_I^T; \end{aligned}$$

а для упругого четырехзвенного манипулятора представляются в виде:

$$\begin{aligned} \tau_d &= Y(q, \dot{q}, p, \dot{p})\hat{a} - K_d s; \quad I_d = \Theta x_p + \Phi \tau_d + h(f_q, f_\tau); \\ u &= \hat{a}^T \varphi - K_c e_I; \quad \dot{\hat{a}} = -\Gamma_a^{-1} Y^T s; \quad \dot{\hat{a}}_I = -\Gamma_I^{-1} \varphi e_I^T; \end{aligned}$$

Здесь Θ и Φ – матрицы, удовлетворяющие условиям $A_p + B_p \Theta = A_m$ и $B_p \Phi = B_m$; $h(f_q, f_\tau) = \Phi f_\tau + f_q$; $f_\tau = K_r^{-1}(J_r \ddot{\tau}_d + B_r \dot{\tau}_d)$; $\varphi = \begin{bmatrix} \dot{I}_d^T & I^T & \dot{q}^T \end{bmatrix}^T$; $\hat{a}_I = \begin{bmatrix} \hat{L}^T & \hat{R}^T & \hat{K}^T \end{bmatrix}^T$; $A_{p[8 \times 8]} = \begin{bmatrix} 0_4 & E_4 \\ -J_t^{-1} & -J_t^{-1} B_t \end{bmatrix}$; $A_{m[8 \times 8]} = \begin{bmatrix} 0_4 & E_4 \\ -J_r^{-1} K_r & -J_r^{-1} B_r \end{bmatrix}$; $B_{p[8 \times 4]} = \begin{bmatrix} 0_4 \\ J_t^{-1} \end{bmatrix}$; $B_{m[8 \times 4]} = \begin{bmatrix} 0_4 \\ J_r^{-1} K_r \end{bmatrix}$; $e_\tau = \tau - \tau_r$; $e_I = I - I_d$; $e = q - q_d$; $s = \dot{e} + \Lambda e$; $\dot{p} = q_d - \Lambda e$; τ_r – вектор состояния эталонной модели $J_r \ddot{\tau}_r + B_r \dot{\tau}_r + K_r \tau_r = J_r \ddot{q}_d + B_r \dot{q}_d + K_r q_d$, J_r , B_r , K_r – 4×4 -мерные матрицы, выбранные так, чтобы τ_r стремилось к τ_d ; K_d , K_c , Γ_a , Γ_I , Λ – положительно определенные

числовые матрицы, в частности диагональные, E – единичная матрица.

В качестве номинальных параметров (или средних значений) объекта были выбраны следующие значения:

$m_1=50$ кг; $m_2=30$ кг; $m_3=20$ кг; $m_4=10$ кг; $I_{x1}=0.1$ кг.м²; $I_{y1}=0.1$ кг.м²; $I_{z1}=0.1$ кг.м²; $I_{x2}=0.07$ кг.м²; $I_{y2}=0.07$ кг.м²; $I_{z2}=0.07$ кг.м²; $I_{x3}=0.05$ кг.м²; $I_{y3}=0.05$ кг.м²; $I_{z3}=0.05$ кг.м²; $I_{x4}=0.03$ кг.м²; $I_{y4}=0.03$ кг.м²; $I_{z4}=0.03$ кг.м²; $l_1=0.4$ м; $l_2=1.5$ м; $l_3=1.2$ м; $l_4=0.6$ м; $r_1=0.2$ м; $r_2=0.7$ м; $r_3=0.6$ м; $r_4=0.3$ м; $g=9.8$ м/с²; $L_{0i}=0.025$ Гн; $R_{0i}=1$ Ом; $K_{m0i}=10$ Н.м/А; $K_{b0i}=5$ Н.м.с/рад; $J_{0i}=0.02$ кг.м²; $K_{c0i}=100$ Н.м/рад; $K_{e0i}=1$ В.рад/с; $i=1, 4$.

Для параметров управления были выбраны следующие значения:

$\lambda = 22E_4$; $K_d = 6 \cdot 10^4$; $\text{diag}(1, 1, 1, 0.1)$; $\Gamma_a^{-1} = 0.1E_{14}$; $K_c = 18E_4$; $\Gamma_I^{-1} = 10^{-14}E_{14}$; $J_r = 10^{-4} \text{diag}(1, 1, 1, 0.1)$; $B_r = \text{diag}(3, 2.5, 6, 4)$; $K_r = 10^3 E_4$;

Результаты моделирования показаны на рис. 2 для адаптивных систем жесткого и упругого четырехзвенного робота с исполнительными электроприводами.

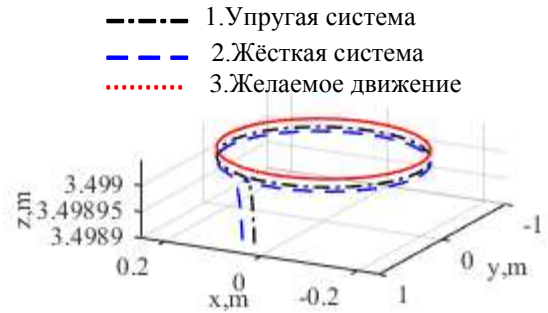


Рис. 2. Воспроизведение движения хвата робота по окружности в жесткой и упругой адаптивных системах

Основываясь на результатах моделирования, можно убедиться в адекватности построенных математических моделей методом синтеза, использующим матрицу-регрессор вида (9), что подтверждает их состоятельность как точных математических моделей, применяемых в рассмотренных в докладе методов синтеза.

В. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработана математическая модель жесткого четырехзвенного манипуляционного робота и выполнен расчет матрицы-регрессора линейной параметризации нелинейных уравнений взаимосвязанной динамики четырехзвенного робота относительно постоянного вектора неопределенных массоинерционных параметров манипулятора 14-порядка.

2. Разработана математическая модель упругого четырехзвенного манипуляционного робота с учетом динамик исполнительных электроприводов, представленной в виде двухкаскадного объекта, объединяющего динамику модели жесткого манипулятора

с двухмассовыми упругими моделями исполнительных электроприводов.

3. Построены адаптивные системы для жесткого и упругого манипулятора методом вычисленного момента и методом адаптивного обхода интегратора с функцией настройки, и проведено их компьютерное исследование, продемонстрировавшее состоятельность (эффективность) модели матрицы-регрессора в методах, основанных на линейной параметризации, и пошагового синтеза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Механика промышленных роботов: учебное пособие для вузов /под ред. К.Ф. Фролова, Е.И. Воробева. Кн.3: Основы конструирования / Е.И. Воробьев, А.В. Бабич, К.П. Жуков и др. М.: Высш. шк., 1989. 383 с.
- [2] Huang A. C., Chien M. C. Adaptive Control of Robot Manipulators: A Unified Regressor-free Approach // Singapore: World Scientific. 2010. 276 pages.
- [3] Silver W.M. On the equivalence of Lagrangian and Newton-Euler dynamics for manipulators. The International Journal of Robotics Research, 1(2):60, 1982.
- [4] Murray R. M., Li Z., and Sastry S. S. A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation. Boca Raton, FL: CRC Press, Published March 22, 1994 Textbook. 480 Pages ISBN 9780849379819.
- [5] Slotine J.J.E. and Li W., "On the adaptive control of robot manipulators," The International Journal of Robotics Research, vol. 6, no. 3, pp. 49–59, Sep. 1987.
- [6] Chun-Yi Su and Stepanenko Y. Backstepping based hybrid adaptive control of robot manipulators incorporating actuator dynamics, Proceedings of the 1996 IEEE IECON. 22nd International Conference. on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation, Taipei, Taiwan, 1996, vol.2, pp. 1258-1263.
- [7] Борцов Ю.А., Поляхов Н.Д., Путов В.В. Электромеханические системы с адаптивным и модельным управлением. Л.: Энергоатомиздат, 1984. 216 с.
- [8] Qinglei Hu, Liang Xu, Aihua Zhang Adaptive backstepping trajectory tracking control of robot manipulator, Journal of the Franklin Institute, 2012, Volume 349, Issue 3, pp. 1087-1105.
- [9] Kokotovic P.V. The Joy of Feedback: Nonlinear and Adaptive, 1991 Bode Price Lecture, IEEE Control Systems Magazine, 1991, Vol. 12, 7-17.
- [10] Krsric M., Kanellakopoulos I., Kokovic, P.V. Nonlinear and Adaptive Control Design; John Wiley & Sons Inc.: New York, NY, USA, 1995. 563 pages.