Когнитивные измерения

B. Б. Тарасов МГТУ им.Н.Э.Баумана e-mail: Vbulbov@yahoo.com

Аннотация. Рассмотрена новая парадигма в теории измерений – когнитивные измерения. Проведён анализ идей отечественной школы измерений как познавательных процессов. Предложены основные принципы проведения когнитивных измерений. На основе изучения переходов от данных к информации, а от неё-к знаниям и метазнаниям в координатах «понимание-деятельность» сформулирована проблема создания «познающих» и «понимающих» сенсоров. Введено определение когнитивного сенсора как датчика, способного не только измерять значения параметра объекта, но и «понимать» полученную информацию, а также наглядно представлять результаты измерений. Развит логический подход к интерпретации результатов измерений, описаны логические прагматики и прагматические логики для когнитивных сенсоров. Построены базовые логические шкалы и логические миры для представления прагматики измерений. Исходя из метафоры цвета для многозначных логик, введены цветные диаграммы Хассе для трёхзначных логических прагматик. Разработаны интерпретации и логико-графические прагматики для минимальнозначных когнитивных сенсоров. Предложены варианты логического анализа измерений, проведённых на базе сенсорных сетей.

Ключевые слова: интеллектуальные измерения; познание; понимание; когнитивные измерения; когнитивный сенсор; гранула; грануляция информации; многозначная прагматика; базовая логическая шкала; логический мир; метафора цвета

І. Введение

В конце XX-го – начале XXI-го века наблюдается заметное влияние новых концепций вычислений на методологию измерений. Так в 1994 г. Л.Заде опубликовал основополагающую статью о «мягких вычислениях» (Soft Computing) [1], а три года спустя С.В. Прокопчина и А.Н. Аверкин по аналогии ввели понятие «мягких измерений» (Soft Measurements) [2]. Концепции грануляции информации Л. Заде [3] и «гранулярных вычислений» (Granular Computing) Т. Лина [4] дали толчок развитию «гранулярных измерений» [5, 6]. Наконец, становление когнитивных компьютеров [7], когнитивной информатики [8] и когнитивных вычислений [9], в особенности, на базе IBM Watson [10], привели к формированию представлений о когнитивных измерениях [11, 12] с помощью когнитивных сенсоров [13].

В работе обсуждается новое направление в теории измерений – «когнитивные измерения» с использованием «когнитивных сенсоров». В рамках этого направления

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ, проект №16-11-00018, и РФФИ, проект №17-07-01374.

измерение рассматривается как многоуровневый и многомерный познавательный процесс, пронизанный разного вида неопределенностями и связанный с иерархической грануляцией измеряемой информации. Введено понятие логической прагматики, на основе чего определены когнитивные сенсоры. Предложен логико-алгебраический подход к интерпретации результатов измерений, основанный на базовых оппозиционных шкалах и логических мирах. Введены цветные диаграммы Хассе для наглядного представления логических миров и интерпретации результатов измерений. Отмечено, что для обработки и понимания мультисенсорной информации можно применять произведения решеток и мультирешетки (в частности, бирешетки).

II. КОГНИТИВНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ – НОВАЯ ПАРАДИГМА ТЕОРИИ ИЗМЕРЕНИЙ

Начиная с 1990-х годов, существует и укрепляется устойчивая тенденция расширения и переосмысления оснований метрологии [14–16], привлечения в эту область помимо традиционных вероятностных подходов методов интервального анализа, теории нечетких множеств, лингвистических и нечётких переменных [5, 17, 18], развития интеллектуальных технологий и средств измерений [16, 19, 20].

Одним из главных катализаторов указанной тенденции послужил принятый в 1990-е годы новый стандарт ISO [21, 22], в котором термин «ошибка измерения» был заменен многоаспектным И более широким понятием «неопределенность измерения», причём были выделены традиционная стохастическая неопределённость типа А и нестохастическая неопределённость типа В (точнее, целое семейство видов нестохастической неопределённости). Соответственно, появилась необходимость обобщенного описания различных аспектов этой неопределенности и, как следствие, возникла потребность в новых подходах к организации измерений и формальному представлению их результатов.

В данном контексте особый интерес представляют варианты рассмотрения измерений как основной познавательной техники [23] и ключевого средства приобретения знаний для интеллектуальных систем новых поколений [12, 24].

А. Измерения как познавательный процесс

Рассмотрение измерений как когнитивного процесса имеет давние традиции в отечественных исследованиях. В

этом плане следует вспомнить определение понятия «измерение», предложенное П.А. Флоренским, которое приведено в «Технической энциклопедии» 1931г. [25]: «...измерение – основной познавательный процесс науки и техники, посредством которого неизвестная величина количественно сравнивается с другою, однородной с нею и считаемой известной».

В книге [26] измерение определяется как эксперимент, имеющий целью формирование истинностных суждений об исследуемом объекте. Отсюда следует, что в процессе измерения важнейшее значение имеет этап интерпретации и анализа его результатов, на котором целесообразно использование логических подходов и оценок.

Познавательные аспекты измерений тесно связаны с операциями сравнения, классификации, понимания, интерпретации. Когнитивные структуры измерений позволят реализовать автоматизированные переходы по схеме «данные-информация-знания-метазнания» (рис. 1) [27], обеспечивая единство процессов получения исходных данных в первичных измерениях, выделения полезной информации, формирования оценок, норм, мнений, знаний и метазнаний в интеллектуальных системах новых поколений.



Рис. 1. Схема переходов «данные – информация – знания – метазнания» в координатах «понимание – деятельность

Осуществление этих переходов в искусственных когнитивных системах предполагает моделирование многоуровневых механизмов понимания (рис. 1): а) понимания связей между объектами или событиями, б) понимания образцов и примеров нормативного или ситуативного поведения; в) понимания ситуации в целом. При этом понимание как связей, так и норм обеспечивает выполнение целенаправленных действий, а понимание ситуации в целом необходимо для организации всей деятельности.

Понимание результата измерения неразрывно связано с его оценкой с определенных позиций, на основе некоторого образца, стандарта, нормы, принципа и т.п. Согласно М.М. Бахтину [28], безоценочное понимание невозможно, поскольку нельзя разделить понимание и оценку: они одновременны и составляют единый целостный акт. Двумя базовыми операциями, делающими

понимание возможным, являются поиск и представление стандарта оценки (нормы) и обоснование его приложения в конкретной ситуации.

В. Основные принципы когнитивных измерений

Сам термин «когнитивные измерения» был предложен С.В. Прокопчиной в [11], где речь идет об измерениях, в результате которых с помощью интеллектуальных байесовских технологий извлекаются метрологически аттестованные знания.

В данной работе концепция когнитивных измерений предполагает построение и использование когнитивных сенсоров как устройств иерархической грануляции измерительной информации. Она основана на следующих принципах [29]: 1) принцип открытости измерения как познавательного процесса; 2) принцип единства измерений, оценок и рассуждений; 3) принцип синтеза теорий истины при интерпретации результатов измерения; 4) принцип грануляции измерительной информации.

Открытость измерений означает их зависимость от целей, среды, инструментария измерений, наконец, включенность в более общие процессы. Так в системе мониторинга сложного объекта (например, моста) на базе измерения ряда параметров среды и самого объекта осуществляется диагностика его текущего состояния, состояния, прогнозирование будущего принятие управляющих решений. Пусть, например, результат измерения скорости ветра на мосту с помощью анемометра равен 20-21 м/с, а также ожидается её дальнейшее повышение и ухудшение погоды. Задача состоит не столько в точном измерении скорости самом по себе, сколько в совместной оценке полученных данных, определении тенденции и выдаче заключения, к примеру, «движение по мосту ограничено».

С принципом открытости измерений как когнитивного процесса тесно связан принцип единства измерений и оценок, измерений, оценок и рассуждений (рис. 2).



Рис. 2. Принцип единства измерений, оценок и рассуждений

Пусть измеряются два параметра — скорость ветра анемометром и величина деформация конструкции моста тензометром. Результатом интерпретации полученных числовых значений являются нечеткие лингвистические оценки «Скорость ветра — довольно большая» и «Величина деформации» — «близкая к предельно допустимой».

Тогда можно построить нечеткое продукционное правило типа «ЕСЛИ скорость ветра – довольно большая И величина деформации моста – близкая к предельно

допустимой, ТО ввести ограничения на массу движущихся по мосту поездов в 3500 т».

В соответствии с принципом единства измерений, оценок и рассуждений, измерение понимается построением процесс, связанный гранулярной структуры информации в виде двухуровневой иерархии: 1) на нижнем уровне с помощью набора датчиков, проводятся обычные измерения, результаты обеспечивают мелкозернистую, которых числовую на верхнем уровне полученные информацию; 2) результаты отображаются на прагматическую шкалу укрупнённых оценок, выражающих крупнозернистую, (полученные нечисловую информацию измеряемого параметра находятся «в норме», «почти в норме», «не в норме», и т.п., например, измеренное значение скорости ветра - «почти в норме»). Примеры построения простых и составных гранул по результатам измерений приведены на рис. 3.

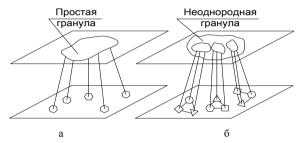


Рис. 3. Формирования простых и составных гранул: а) грануляция информации от однотипных датчиков; б) грануляция информации от разнотипных датчиков

После построения исходных логико-лингвистических значений могут осуществляться их дальнейший анализ и агрегирование на аксиологических («хорошо-плохо») или деонтических («разрешено–запрещено») шкалах.

В основу логико-прагматической интерпретации результатов измерений положим принцип синтеза двух теорий истины: а) теории соответствия А.Тарского; б) прагматической теории истины Ч.С.Пирса. Для пояснения общего принципа работы когнитивного сенсора как «понимающего» датчика рассмотрим два мира (рис. 4): мир измерений M и мир норм, стандартов и эталонов N. Применительно к автоматизированному пониманию результатов измерений следует раскрыть взаимосвязи между двумя трактовками истины: 1) истина как соответствие оценочных значений фактам, полученным в результате измерений; 2) истина как полезная норма (а ложь — как антинорма), что позволяет определить выделенные (антивыделенные) логические значения.

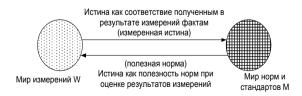


Рис. 4. Иллюстрация взаимосвязи двух концепций истины для когнитивных сенсоров

III. Что такое «когнитивный сенсор» и как его построить?

Будем определять когнитивный сенсор как датчик, способный не только измерять значения некоторого параметра рассматриваемого объекта, но и «понимать» полученную информацию, а также наглядно представлять результаты измерений. Модели понимания измерений тесно связаны с прагматикой измерений, а логические модели – с их логической прагматикой.

А. Логические прагматики и прагматические логики для когнитивных сенсоров

В теории информации *семантика* характеризует связь между сообщением и его *отправителем*, или, иначе, смысл сообщения с позиции его автора, а прагматика определяет ценность (полезность) сообщения для его *получателя*. Иными словами, для прагматики существует в явном виде адресат и контекст сообщения, а у семантики их нет. Поэтому создание логических моделей понимания требует развития прагматических представлений в логике.

Далее будем использовать термины «прагматическая логика» и «логическая прагматика» (в частности, гранулярная логическая прагматика). Прагматическая логика — это любая логическая система, основанная на понятии ценности (полезности). Типичными примерами прагматических логик служат индуктивные логики, логики оценок и предпочтений, логики норм, логики принятия решений, иллокутивные логики, и пр.

Сам термин «прагматическая логика» отнюдь не нов. Его ввёл в научный обиход К. Айдукевич ещё в середине 1970-х годов [30]. У К. Айдукевича прагматическая логика сводится в основном к логической методологии обучения, тогда как А.А. Ивин [31], Б.Н. Пятницын и др. предложили широкую трактовку прагматических логик как логических систем, основанных на аксиологических, утилитарных, эпистемических, деонтических определениях базовых логических понятий. В частности, берутся прагматическая модель истинности Ч.С. Пирса [32] и прагматические максимы Г.П. Грайса.

Гранулярная логическая прагматика связана с прагматическими интерпретациями истины, например, «фактическая истина» у В. Финна [33], «измеренная истина» [13, 29], «согласованная истина» [34], и их представлением в виде гранул (например, подмножеств, интервалов). Одним из известных способов грануляции в логике является переход к *обобщенным значениям истинности* (по Дж. Данну [35]), когда они задаются не на обычном множестве V, а на множестве всех подмножеств 2^V , или по Л. Заде [36], когда речь идёт об описании значений истинности как термов лингвистической переменной ИСТИННЫЙ (нечётких переменных).

Будем наглядно представлять прагматику результатов измерений в разных логических мирах. Здесь под логическим миром понимается непустая совокупность логических (истинностных, модальных) значений. В основу логических миров положим понятие базовой оппозиционной логической шкалы — трёхзначной решётки

 $\{1,0.5,0\}$ или изоморфной ей решётки $\{+1,0,-1\}$. Разные виды логических шкал можно определить в зависимости от силы оппозиции между полюсами базовой шкалы и статуса нейтрального (среднего) значения.

В случае сильной оппозиции между полюсами отрицательная область логической шкалы является зеркальным отражением положительной области, и эти две части шкалы считаются взаимно исключающими. Возьмём стандартные обозначения для истины и лжи как логических полюсов 1=T, 0=F. Для «серой» (по Д.А. Поспелову) [37]) логической шкалы нейтральное значение есть противоречие (и истина, и ложь), причём для любого $p \in P$, F(p) = 1-T(p), а для «чёрно-белой» шкалы середина — это неизвестность (ни истина, ни ложь).

Ослабление оппозиции на шкале «истина-ложь» открывает возможность взаимности, независимого одновременного сосуществования пар (T(p), F(p)), а в дальнейшем могут возникнуть новые связи между элементами положительной и отрицательной областей (например, связи между сильными положительными и слабыми отрицательными модальными значениями).

Метафора цвета очень удобна как для представления значений логических решёток на диаграммах Хассе, так и для понимания результатов измерений. Для базовой логической шкалы естественной является светофорная прагматика: T- «зелёный цвет», F- «красный цвет», B=T^F - противоречие, т.е. «жёлтый цвет». Эти цвета отражают прагматику трёхзначной паранепротиворечивой логики Н.А. Васильева. Когда 0.5=N (неизвестность или полная неопределённость), то это значение можно окрасить синим цветом. «Зелёно-сине-красная» палитра задаёт прагматику параполной логики Клини К3. Нейтральное значение чёрного цвета определяет прагматику логики бессмыслицы Д.А. Бочвара В₃ (аналогия с «чёрной дырой»). Нейтральное значение светло-зелёного цвета отвечает идее середины шкалы как «половинчатой истины» в логике Гейтинга Н₃, а нейтральность розового цвета - «половинчатая ложь» выражает прагматику логики Брауэра Br₃, двойственной логике Гейтинга. Аналогично можно использовать тёмнозелёный и светло-зелёный цвета для иллюстрации сильных положительных (необходимо, обязательно) и слабых положительных (возможно, разрешено) модальных значений.

В. Логико-графические прагматики результатов измерений для когнитивных сенсоров

Естественная прагматика для когнитивного сенсора начинается с понятия васильевского сенсора [6]. В нем полученные результаты измерений интерпретируются на основе трёх прагматических значениям (светофорная графика): 1) Т — «измеренная истина» («параметр в норме» — показания сенсора находятся в «зеленой зоне»); 2) F— «измеренная ложь» («параметр не в норме», «отказ» — показания сенсора попали в «красную зону»); 3) В — «измеренное противоречие» («пограничная ситуация» или «предотказ» — показания сенсора локализованы в «желтой зоне»).

Аналогично можно определить сенсор Клини, где вместо 3) имеем 4) N – неопределённость (ресурсы сенсора истощены и нет никаких показаний, или датчик «спит»).

При рассмотрении всех четырёх случаев переходим к белнаповскому сенсору. Структуры логических миров для сенсоров Васильева, Клини и Белнапа даны на рис. 5 а, б, в.

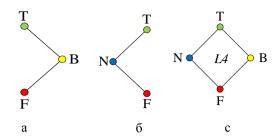


Рис. 5. Структуры логических миров для сенсоров Васильева (a), Клини (б), Белнапа (в)

Следует отметить, что в общем случае нет жёстких границ между зелёной и жёлтой, жёлтой и красной, зелёной и синей, синей и красной зонами, что показывает целесообразность описания этой ситуации с помощью размытых (затенённых) множеств В. Педрича (Shadow Sets) [38].

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дальнейшие перспективы развития предложенного подхода связан с разработкой когнитивных сенсорных сетей, состоящих как из однородных, так и неоднородных сенсоров. В частности, логическая прагматика сети из n васильевских сенсоров будет описываться формулой 3^n , сети из n белнаповских сенсоров -4^n , где n — целое число, n>1. Простейшая нетривиальная сеть белнаповских сенсоров имеет множество прагматических значений 4^2 =16, сеть из трех датчиков -4^3 =64, и т.д.

Для построения логик сенсорных сетей можно использовать произведения логик в виде произведений решеток и строить мультирешётки [39] логических значений. Соответственно многомерный логический мир можно определить п-мерной логической мультирешёткой (или просто логической n-решёткой) $ML = \langle V, \leq_1, \dots, \leq_n \rangle$, где V-непустое множество логических значений, например, $V=V_1\times\ldots\times V_n$, а \leq_1,\ldots,\leq_n – отношения частичного порядка, определённые на V, так что $(V, \leq_1),...,(V, \leq_n)$ образуют различные решётки. В частном случае имеем бирешётку логических значений $BL = \langle V, \leq_v, \leq_i, \neg_G \rangle$, где $V = V_1 \times V_2$ прямое произведение двух множеств прагматических значений, а \leq_{v} , \leq_{I} – два разных отношения нестрогого порядка, порядок истинности ≤, и информационный порядок ≤_I, а ¬_G – неоднородное отрицание Гинсбёрга [40] (его можно трактовать как операцию полуотрицания, полуутверждения). Бирешётки активно используются при описании немонотонных рассуждений и рассуждений по умолчанию [40]. Несомненно, они обеспечивают полезный формальный аппарат для когнитивных измерений.

Список литературы

- Zadeh L.A. Fuzzy Logic, Neural Networks and SoftComputing // Communications of the ACM. 1994. Vol.37, №3. P.77-84.
- [2] Аверкин А.Н., Прокопчина С.В. Мягкие вычисления и измерения// Интеллектуальные системы (МГУ). 1997. Т.2, вып.1-4. С.93-114.
- [3] Zadeh L.A.Toward a Theory of Fuzzy Information Granulation and its Centrality in Human Reasoning and Fuzzy Logic// Fuzzy Sets and Systems. 1997. Vol.90. P.111-127.
- [4] Lin T.Y. Granular Computing on Binary Relations I: Data Mining and Neighborhood System// Rough Sets in Knowledge Discovery/ Ed. by A. Skowron and L.Polkowski. Heidelberg: Physica-Verlag, 1998.P.107-140.
- [5] Reznik L. Measurement Theory and Uncertainty in Measurements: Application of Interval Analysis and Fuzzy Set Methods// Handbook of Granular Computing/ Ed. by W.Pedrycz, A.Skowron, V.Kreinovich. Chichester: John Wiley and Sons Ltd, 2008. P.517-532.
- [6] Тарасов В.Б. Гранулярные структуры измерений в интеллектуальных средах: васильевские и белнаповские сенсоры и модели их взаимодействия// Информационно-измерительные и управляющие системы. 2013. №5. С.65-74.
- [7] Shank R.C., Childers P.J. The Cognitive Computer: on Language, Learning and Artificial Intelligence. Reading MA: Addison Wesley, 1984.
- [8] Wang Y. The Theoretical Framework of Cognitive Informatics// International Journal of Cognitive Informatics and Natural Intelligence. 2007. Vol. 1, №1. P.1-27.
- [9] Wang Y. On Cognitive Computing// International Journal of Software Science and Computational Intelligence. 2009. Vol.1, №3. C.1-15.
- [10] Ferrucci D., Brown E., Chu-Carroll J. et al. Building Watson: An Overview of the DeepQA Project// AI Magazine. 2010. Vol.31, №3. P.59-79.
- [11] Прокопчина С.В. Когнитивные измерения на основе байесовских интеллектуальных технологий// Сборник докладов XIII-й международной конференции по мягким вычислениям и измерениям (SCM'2010, Санкт-Петербург, СПбГ ЭТУ «ЛЭТИ», 23-25 июня 2010г.). СПб: Изд-во СПбГ ЭТУ «ЛЭТИ», 2010. С.28-34
- [12] Тарасов В.Б., Святкина М.Н. Интеллектуальные системы на основе когнитивных измерений// Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте. Сборник научных трудов VII-й международной научно-практической конференции (ИММВ-2013, Коломна, 20-22 мая 2013г.).М.:Физматлит, 2013. Т.2.С.611-623.
- [13] Святкина М.Н., Тарасов В.Б. Логико-алгебраические методы построения когнитивных сенсоров// Открытые семантические технологии проектирования интеллектуальных систем. Материалы VI-й Международной научно-технической конференции (OSTIS-2016, Минск, БГУИР, 18-20 февраля 2016г.). Минск: Изд-во БГУИР, 2016. С.331-348.
- [14] Розенберг В.Я. Развитие понятийно-терминологического аппарата метрологии на основе новой информационной технологии// Измерительная техника. 1990. №11. С.20-22.
- [15] Кнорринг В.Г., Солопченко Г.Н. Теория измерений как самостоятельная область знаний: исторические предпосылки, вступление в XXI век// Измерительная техника. 2003. № 5. С.12-16.
- [16] Finkelstein L. Intelligent and Knowledge-Based Instrumentation. An Examination of Basic Concepts// Measurement. 1994. Vol.14. P.23-30.
- [17] Mauris G., Foulloy L. A Fuzzy Symbolic Approach to Formalize Sensory Measurements //IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2002. Vol.51, №4. P.712-715.
- [18] Солопченко Г.Н. Представление измеряемых величин и погрешностей измерений как нечетких переменных// Измерительная техника. 2007. № 2. С. 3-7.

- [19] Недосекин Д.Д., Прокопчина С.В., Чернявский Е.А. Информационные технологии интеллектуализации измерительных процессов. СПб: Энергоатомиздат. 1995.
- [20] Романов В.Н., Соболев В.С., Цветков Э.И. Интеллектуальные средства измерения/Под ред. Э.И.Цветкова. М.:Татьянин день, 1994.
- [21] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM). Geneva: International Organization of Standardization, 1993.
- [22] ГОСТ Р 54500.3-2011/ Руководство ИСО/МЭК 98-3:2008. Неопределенность измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределенности измерения. М.: Стандартинформ, 2012.
- [23] Кнорринг В.Г. Гносеотехника техника познания// Измерения. Контроль. Автоматизация. 1992. №.1-2. С.3-12.
- [24] Святкина М.Н., Тарасов В.Б. Системы приобретения знаний третьего поколения на основе когнитивных измерений// Труды XIV-й Национальной конференции по искусственному интеллекту с международным участием (КИИ-2014, Казань 24-27 сентября 2014 г.). Т.З. Казань: Изд-во РИЦ «Школа», 2014. С.58-67.
- [25] Флоренский П.А. Измерение// Техническая энциклопедия. Т.8. М.: AO «Советская энциклопедия», 1929. С.777-781.
- [26] Розенберг В.Я. Введение в теорию точности измерительных систем. М.: Сов. Радио, 1975.
- [27] Ackoff R. From Data to Wisdom// Journal of Applied Systems Analysis. 1989. Vol.16. P.3-9.
- [28] Бахтин М.М. К методологии гуманитарных наук// Эстетика словесного творчества. М.: Искусство, 1979. С.361-373, 409-412.
- [29] Тарасов В.Б., Святкина М.Н. Логическая прагматика в когнитивных измерениях// Нечеткие системы и мягкие вычисления. Труды VI-й Всероссийской научно-практической конференции (Санкт-Петербург, СПИИРАН, 27-29 июня 2014г.). Т.1. СПб: Политехникасервис, 2014. С.155-168.
- [30] Ajdukiewicz K. Pragmatic Logic. Dordrecht: D.Reidel Publishing Company, 1974.
- [31] Ивин А.А. Логика оценок и норм. Философские, методологические и прикладные аспекты. М.: Проспект, 2016.
- [32] Пирс Ч.С. Начала прагматизма. СПб: Алетейя, 2000.
- [33] Финн В.К. Стандартные и нестандартные логики аргументации // Логические исследования. Вып.13. М.: Наука, 2006. С.157-189.
- [34] Тарасов В.Б. От монологических к диалогическим подходам в искусственном интеллекте// Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте. Сборник трудов V-й Международной научно-практической конференции (Коломна, 28-30 мая 2009 г.). М.: Физматлит, 2009. Т.1. С.149-162.
- [35] Dunn J.M. An Intuitive Semantics for First Degree Entailment and Coupled Trees// Philosophical Studies. 1976. Vol.29. P.149-168.
- [36] Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений: Пер. с англ. М.: Мир, 1976.
- [37] Поспелов Д.А. «Серые» и/или «черно-белые» // Прикладная эргономика. Специальный выпуск «Рефлексивные процессы». 1994. №1. С.29-33.
- [38] Pedrycz W. Shadow Sets: Representing and Processing Fuzzy Sets. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics (Part B). 1998. Vol.28, P.103-109.
- [39] Shramko Y., Wansing H. Truth and Falsehood: an Inquiry into Generalized Logical Values. Berlin: Springer-Verlag, 2012.
- [40] Ginsberg M. Multi-Valued Logics: a Uniform Approach to Reasoning in AI. Computer Intelligence. 1988. Vol.4. P.256-316.