Развитие теории устойчивости на основе концепции открытой системы

В. Н. Волкова[1], А. В. Логинова[2]
Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого
Санкт-Петербург, Россия
[1] violetta-volkova@list.ru, [2] alexandra-lo@yandex.ru

А. Е. Леонова
АО «НИЦЭВТ»
Москва, Россия
alla.leonova@nicevt.ru

Ю. Ю. Черный
Институт научной информации по общественным наукам РАН (ИНИОН РАН)
Москва, Россия
yuri.chiorny@mail.ru

Аннотация. **Рассматривается проблема развития теории устойчивости на основе концепции открытой системы Л. фон Берталанфи. Предлагается при анализе этой проблемы учитывать закономерности теории систем.**

Ключевые слова: закономерности теории систем; системный анализ; технологическая инновация; теория открытых систем; устойчивое развитие

I. Введение

Для технических систем существует теория устойчивости, основы которой были заложены А. Пуанкаре и А.М. Ляпуновым. Эта теория базируется на отображении ситуаций дифференциальными уравнениями и их исследовании. Разработано достаточно большое число методов и моделей обеспечения стабилизации и оценки устойчивости, управляемости при различных способах аппроксимации дифференциальных уравнений разностными [1–4].

В то же время уже в 1960-е гг. было осознано, что для управления сложными техническими комплексами и сетями связи эти методы и критерии недостаточны. В частности, А. Холл и Р. Феджин [5, 6], исследуя процессы в компании «Белловские телефонные линии», сделали вывод о том, что любая реальная сложная система не может существовать как абсолютно целостная и устойчивая, а находится в некотором состоянии между абсолютной целостностью и некоторой свободой поведения элементов системы. В теории открытых систем Л. фон Берталанфи [7] для характеристики этого состояния введено понятие «состояние подвижного равновесия» и закономерности, характеризующие взаимодействие частей и системы в целом, называемые целостностью (эмерджентностью) и аддитивностью. Развивая эти идеи, А. Холл и Феджин [5] предложили качественные характеристики этого состояния, названные ими: прогрессивная систематизация (стремление к большей целостности, устойчивости) и прогрессивная факторизация (путь к распаду системы).

К настоящему времени возможности традиционных информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), которые на протяжении последних лет являлись двигателем развития, исчерпаны. Происходит широкомасштабное внедрение комплекса нано-био-инфо-когнитивных (НБИК)-технологий в развитие производственных процессов на основе концепции киберфизических систем (*Cyber-Physical Systems – CPS*).

Влияние инновационных технологий не ограничивается производством и распространяется на все виды человеческой деятельности — промышленные, транспортные, энергетические системы, системы коммунального жизнеобеспечения и др. технические объекты.

Идеолог четвертой промышленной революции К. Шваб предсказывает, что вначале перечисленные инновации будут развиваться по отдельности, но «вскоре наступит тот переломный момент, когда они начнут развиваться, наслаиваясь и усиливая друг друга, представляя собой переплетение технологий из мира физики, биологии и цифровых реалий» [8].

В этих условиях необходимо развитие теории устойчивости и управляемости. Появился термин «устойчивое развитие» (sustainable development). Требуются анализ существующих методов оценки устойчивости и разработка методов количественной оценки состояния «подвижного равновесия» и устойчивого развития систем.

II. Состояние теории устойчивости технических систем

Основой теории устойчивости технических систем является «прямой метод» Ляпунова [3].

Невозмущенное решение $x^*(t)$ системы

$$\dot{X} = AX + Bu, \tag{1}$$

называется устойчивым по Ляпунову, если для любого ε>0 найдется δ > 0, такое, что для любого $t > t_*$ выполняется соотношение $\left\|x(t) - x^*(t)\right\| < \varepsilon$ при $\left\|x(t_0) - x^*(t_0)\right\| < \delta$. Решение $x^*(t)$ называется асимптотически устойчивым, если оно устойчиво по Ляпунову и $\lim\limits_{t\to\infty} \| \ x(t) - x^*(t) \ \| = 0$, где $x^*(t)$ – частное решение, называемое невозмущенным.

Прямой метод Ляпунова дает возможность обосновать правомерность следующего важного утверждения*: если все корни характеристического уравнения линейной модели расположены не на мнимой оси, то устойчивость линейной модели влечет за собой устойчивость равновесия в точке линеаризации при малых отклонениях нелинейной модели»* [1, 3].

Аналогичные определения можно дать для уравнений объектов в дискретном времени.

В теории устойчивости сформулирован и доказан ряд теорем, определяющих условия устойчивости для конкретных ситуаций (напр., [1–4 и др.]. Сформулированы условия устойчивости для непрерывных и дискретных линейных и нелинейных систем.

Для *линейных* объектов, удовлетворяющих условиям асимптотической устойчивости, существует функция Ляпунова, полная производная (первая разность) которой $\dot{V}(x)$ отрицательно определена на траекториях рассматриваемой линейной системы и находится решением матричного алгебраического уравнения Ляпунова, при этом решение может быть получено аналитически или численно.

Для *непрерывных систем* метод требует построения скалярной функции Ляпунова $V(x,t)$ и изучения ее свойств, а также свойств ее полной производной по времени

$$\dot{V}(x,t) = \frac{\partial V}{\partial t} + \left[\frac{\partial V}{\partial x}\right]^T F(x,t)\,, \tag{2}$$

вычисленной для системы $\dot{x} = F(x,t)$. При этом необходимо, чтобы функция $\dot{V}(x)$ имела непрерывные частные производные первого порядка по *x* и по времени *t*.

Нахождение функций Ляпунова для линейных систем является частью исследования устойчивости *нелинейных систем*. Основным универсальным методом исследования устойчивости *нелинейных непрерывных и дискретных систем* является второй метод Ляпунова, позволяющий получать условия устойчивости в некоторой области или в целом.

Основой *второго метода Ляпунова* являются следующие теоремы [1–4].

Теорема Ляпунова об устойчивости. Если для приведенной системы $\dot{x} = F(x,t)$ в некоторой области Ω_k существует такая положительно определенная функция *V*(*x*, *t*), допускающая бесконечно малый предел при $\|x\| \to 0$, что ее полная производная по времени $\dot{V}(x,t)$ знакоотрицательна, то невозмущенное движение устойчиво по Ляпунову.

Аналогично сформулирована теорема об асимптотической устойчивости.

Для *нелинейных дискретных систем* общего вида доказаны аналоги теорем Ляпунова об асимптотической устойчивости.

Теоремы Ляпунова являются основой для исследования устойчивости объектов, однако существенные трудности возникают при отыскании функции Ляпунова. В качестве функции Ляпунова можно выбрать квадратичную функцию Ляпунова, причем последняя позволяет выделить непустое множество стабилизирующих управлений. Квадратичные функции Ляпунова используются для анализа качественных свойств замкнутых систем алгоритмического управления, а также непосредственно при синтезе оптимальных и субоптимальных управлений.

Большое практическое и теоретическое значение для исследования устойчивости существенно нелинейных объектов и систем имеют *методы абсолютной устойчивости*. Разработаны также методы определения устойчивости систем, описывающие кусочно-линейными дифференциальными и разностными уравнениями состояния объектов [1–5], включая обращение и суперпозицию скалярных кусочно-линейных операторов, устойчивость разностных схем для кусочно-линейных систем [1–4].

Общий метод теории устойчивости Ляпунова применим к большому числу линейных и нелинейных систем.

В то же время для линейных систем на практике методы Ляпунова используются редко, поскольку для линейных систем разработаны значительно более удобные необходимые и достаточные критерии устойчивости.

Основу этих критериев составляют классические *алгебраические критерии Рауса–Гурвица* [9, 10]**,** основанные на математическом выражении необходимых и достаточных условий отрицательности вещественных частей корней уравнения *n*-й степени с постоянными вещественными коэффициентами:

$$D(\mathrm{s}) = a_0\,\mathrm{s}^n + a_1\,\mathrm{s}^{n-1} \ldots + a_{n-1} + a_n = 0. \tag{3}$$

Для удобства запоминания своего алгоритма Раус предложил табличную форму представления коэффициентов и правила, которые упрощали вычисления.

Вместе с тем метод Рауса достаточно сложен для запоминания и использования. В более удобной для практиков форме был представлен критерий Гурвица. Теорема Гурвица формулируется следующим образом.

Для того чтобы все корни характеристического уравнения (3) с постоянными вещественными коэффициентами были левыми, необходимо и достаточно, чтобы при a_0 определители Гурвица

$$\Delta_1 = a_1,\ \Delta_2,\ \Delta_3,\ \ldots,\ \Delta_n,$$

где

$$\Delta_i = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & a_{2i-1} \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & a_{2i-2} \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & a_{2i-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & a_i \end{vmatrix}, \ i = 1, \dots, n, \qquad (4)$$

были бы положительными.

Определитель Δ_i составляется так, что его первый элемент всегда a_1, индексы в каждой строке последовательно возрастают на 2, а в каждом столбце убывают на 1, и a_k принимается равным нулю, если $k > 0$ или $k > n$.

Условия Гурвица для определителей высоких порядков сопряжены с большим числом вычислений. Поэтому предлагались различные правила, упрощающие применение этого критерия – условие Стодолы, критерии Льенара–Шипара и др. (например, в [1, 4 и др.]).

Когда порядок характеристического уравнения высок, алгебраические критерии устойчивости не дают возможности установить степень влияния отдельных параметров на устойчивость и получить рекомендации по выбору этих параметров. В связи с этим в 1930-е гг. были разработаны критерии, более приспособленные для инженерных исследований. Эти критерии основаны на графо-аналити-ческих методах, использующих частотные характеристики – *критерии Х. Найквиста и А.В. Михайлова* [11, 12].

В теории устойчивости на основе применения критериев, выбирая параметры, определяют области устойчивости, вводят корректирующие звенья, обратные связи, что является предметом исследования в *теории автоматического регулирования* и *автоматического управления.*

В то время уже в начальный период развития теории систем было обнаружено, что и при управлении сложными техническими системами, сетями связи эти методы и критерии недостаточны. Эти исследования основаны на теории открытых систем Л. фон Берталанфи и ее развитии в работах ряда авторов.

III. Особенности открытых систем с активными элементами и объясняющие их закономерности

Понятие «открытой системы» ввел Л. фон Берталанфи [7], основной концепцией которого является *организмический* подход. Открытые системы постоянно обмениваются веществом, энергией и информацией с внешней средой.

Анализ исследований открытых систем с активными элементами показал, что основные из них можно объединить в ряд групп [13]: *способность адаптироваться к изменяющимся условиям среды и помехам*, в том числе и к управляющим воздействиям; *принципиальная неравновесность,* открытая Э. Бауэром; *способность противостоять энтропийным* (разрушающим систему) *тенденциям и проявлять негэнтропийные тенденции*; *способность вырабатывать варианты поведения, изменять структуру* и т.п.

Приводимые особенности имеют разнообразные проявления. Большинство из них обусловлены, как правило, наличием в системе активных элементов. Особенности противоречивы. Они в большинстве случаев носят двойственный характер, являются и положительными, и отрицательными, желательными и нежелательными. С одной стороны, в их составе есть свойства, полезные для существования системы, но в то же время эти особенности вызывают *неопределенность, нестационарность параметров, неустойчивость функционирования системы, непредсказуемость поведения* и *уникальность* системы, что затрудняет управление объектами в конкретных условиях, влияет на стабильность и безопасность системы.

Для объяснения этих особенностей предлагают и исследуют *закономерности систем,* основные из которых можно объединить в четыре группы [13]: *закономерности взаимодействия части и целого*: целостность или эмерджентность, прогрессирующая систематизация, прогрессирующая факторизация, аддитивность, интегративность; *закономерности иерархической упорядоченности*: коммуникативность и иерархичность; *закономерности осуществимости систем*: эквифинальность, закон «необходимого разнообразия» У.Р. Эшби; потенциальная осуществимость Б.С. Флейшмана; *закономерности развития* систем: историчность и самоорганизация.

IV. Оценки степени устойчивости и свободы элементов системы

На основе своих исследований Л. фон Берталанфи предложил новую закономерность, которая в открытых системах с активными элементами противостоит второму закону термодинамики, распространенному физиками на все системы.

Эту, одну из основных принципиальных закономерностей сложных систем, можно кратко сформулировать как «способность противостоять энтропийным (разрушающим систему) тенденциям и проявлять негэнтропийные тенденции».

Для исследования этих процессов важно учитывать закономерности теории систем, позволяющие оценивать степень проявления энтропийных и негэнтропийных тенденций в системе.

З*акономерность целостности (эмерджентность)* приводит к появлению (англ. emerge – неожиданно возникать, появляться) у системы новых свойств, которых не было у элементов [13]. При этом: 1) свойства системы (целого) Q_s не являются простой суммой свойств составляющих ее элементов (частей) q_i: $Q_S \neq \sum_{i=1}^{n} q_i$; 2) свойства системы (целого) зависят от свойств составляющих ее элементов (частей): $Q_s = f(q_i)$; 3) объединенные в систему элементы утрачивают часть своих свойств; но, элементы, попав в систему, приобретают новые свойства, т.е. $a_i \in S \Rightarrow q_i\downarrow$ и $q_j'\uparrow$.

Противостоит закономерности целостности закономерность *аддитивности* или *суммативности* $Q_S = \sum_{i=1}^{n} q_i.$, которая характеризует распад системы на части.

Закономерность иерархичности или ***иерархической упорядоченности*** приводит к усилению процесса появления новых, в том числе непредсказуемых и неконтролируемых свойств любой системы, общества.

Проблемы взаимодействия части и целого проявляются на каждом уровне *иерархической структуры*. При этом более высокий иерархический уровень оказывает воздействие на нижележащий уровень, подчиненный ему, и подчиненные члены иерархии приобретают новые свойства, отсутствовавшие у них в изолированном состоянии, а в результате формируется новый, другой «облик целого», способность осуществлять новые функции.

Параллельно с возникновением теории открытых систем А. Холл и Д. Фейджин [5], исследуя процессы в компании «Белловские телефонные линии», также осознали, что любая реальная сложная система не может существовать как абсолютно целостная и устойчивая, а находится в некотором состоянии, называемом Л. фон Берталанфи состоянием подвижного равновесия. А. Холл [6] предложил качественные характеристики этого состояния, названные им: progressive systematization (прогрессивная систематизация) и progressive factorization (прогрессивная факторизация или изоляция).

На основе исследовании энтропийно-негэнтропийных процессов А. Холл показал, что факторизация может быть двух видов: 1) разрушение системы (амортизация, старение) и 2) развитие системы на основе дифференциации функций в результате внедрения новых технологий и образования новых независимых подсистем, что можно пояснить на упрощенном примере. Пусть имеем:

$$\begin{aligned} a_1x_1 + a_2x_2 &= c_1 \\ b_1x_1 + b_2x_2 &= c_2 \end{aligned} \qquad (5)$$

Положим, что взаимные или «передаточные» члены a_2 и b_1 являются функциями времени. Тогда, если эти члены убывают, стремясь к нулю, т.е. $a_2 \to 0$ и $b_1 \to 0$, то в конце концов получим две независимые системы, представленные приведенными уравнениями, и объемлющая система, состоящая из двух уравнений (5), становится «факторизуемой». Поэтому в последующем в отечественных изданиях по теории систем приняты более точные термины «прогрессирующая систематизация» и «прогрессирующая факторизация».

На основе информационного подхода А.А. Денисова введены сравнительные количественные оценки иерархических структур [13] с точки зрения степени целостности

$$\alpha = -\,C_в / C_о\,, \qquad (6)$$

и коэффициента использования элементов в целом

$$\beta = C_с / C_о\,, \qquad (7)$$

где $C_о$ – оценка информационной сложности системы;

$C_с$, $C_о$, $C_в$ – системная, собственная и взаимная сложности системы. $C_с = C_о + C_в$.;

$$C = J \cap H\,, \qquad (8)$$

где J – информация о состоянии системы, оцениваемая на основе параметров, характеризующих ее желаемое состояние; H – информационная сущность (потенциал), значимость измеряемой информации для функционирования и развития системы. J и H, могут измеряться вероятностно и детерминированно [14].

Исследования показали, что степень целостности α обеспечивает устойчивость, стабильность, некоторая свобода β элементов нужна для любой системы, в том числе для технической, обеспечивая ее восстановление при амортизации и развитие. При этом

$$\alpha + \beta = 1. \qquad (8)$$

Исследования процессов взаимодействия части и целого в системе показали также, что эффективность функционирования системы вначале при возрастании степени регулирования (степени целостности) увеличивается, а при чрезмерном регулировании начинает снижаться, поскольку подавляются инициативы (негэнтропийные тенденции), способствующие развитию системы, а это снижает безопасность функционирования системы, и в последующем может привести систему к гибели [15, 16].

Заключение

С учетом рассмотренного можно сделать вывод о том, что при управлении сложными техническими комплексами и сетями существующие методы оценки устойчивости на основе применения критериев, введения корректирующих звеньев, обратных связей и т.п., разработанных в *теории автоматического управления*, полезно дополнить исследованиями закономерностей открытых систем, основанных на идеях Л. фон Берталанфи [7], А. Холла [5, 6], и введением количественных оценок, базирующихся на информационной теории А.А. Денисова [14], которые позволяют оценивать степени целостности α, обеспечивающей устойчивость системы, и свободы β ее элементов, обеспечивающей развитие системы, что является определенным вкладом в существующую теорию устойчивости.

Это начинает осознаваться, и разрабатываются модели для управления устойчивым развитием систем, что особенно актуально при внедрении инновационных технологий и разработке киберфизических систем (например, [15–17 и др.]).

Список литературы

[1] Воронов А.А. Основы теории автоматического управления. М.: Энергоиздат Т. 1, 1980. 312 с. Т. 2. 1981. 304 с.

[2] Теория автоматического регулирования / Под ред. В.В.Солодовникова. М.: Машиностроение. Кн. 1. 1967. Кн. 2. 1967. Кн. 3. 1969.

[3] Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения // Собр. соч. Т.2 М.: Изд-во АН СССР, 1956.

[4] Козлов В.Н., Куприянов В.Е., Шашихин В.Н. Вычислительная математика и теория управления. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1996.

[5] Hall A.D and Fagen R.E. Definition of System // General Systems, vol. 1, 1956, pp. 18–28.

[6] Холл. А. Опыт методологии для системотехники / Пер. с англ. под ред. Г.Н. Поварова. М.: Сов. радио, 1975. 448 с.

[7] Берталанфи Л. фон. Общая теория систем: критический обзор // Исследования по общей теории систем. М.: Прогресс, 1969. С. 23–82.

[8] Шваб К. Четвертая промышленная революция: перевод с англ. М.: Изд-во «Э», 2017. 208 с.

[9] Rauth E.J. A treatise on the stability of a given state of motion. London: 1877.

[10] Hurwitz A. Über die Bedingungen, unter welchen eine Gleichung nur Würzela mit negativen realen Teilen bezitzt // Mathematische Annaltn, 1895, 46, s. 273–284.

[11] Nyquist H. Regeneration theory // Bell System Technical Jornul, 1932, vol. 1, p. 126–147. 11.

[12] Михайлов А.В. Метод гармонического анализа в теории регулирования // АиТ, 1938, № 3. С. 27–31.

[13] Волкова В.Н., Денисов А.А. Теория систем и системный анализ:. М.: Изд-во Юрайт, 2017. 462 с.

[14] Денисов А.А. Современные проблемы системного анализа: учебник. СПб.: 3-е изд. Изд-во Политехн. ун-та, 2008. 304 с.

[15] Волкова В.Н. Черный Ю.Ю. Закономерности информационных процессов в открытых системах. Переосмысливая Л. фон Берталанфи // Системный анализ в проектировании и управлении: сб. трудов XX Междунар. науч.-практич. конф. Ч.1. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2016. С. 95–108.

[16] Volkova, V.N., Chernyi, Y.Y Application of Systems Theory Laws for Investigating Information Security Problems // Automatic Control and Computer Sciences, 2018, Vol. 52, No. 8, pp. 1164–1170.

[17] Волкова В.Н., Кудрявцева А.С. Модели для управления инновационной деятельностью промышленного предприятия // Открытое образование. 2018;22(4):64-73. https://doi.org/10.21686/1818-4243-2018-4-64-73.

[18] Volkova V.N., Loginova A.V. Multilevel hierarchical models as a method of conservation of integrated representation in the studying or engineering the system //System analysis in economics–2018: proceedings of the V international research conference – biennale. 21-23 november, 2018. Moscow Prometheus publishing house, 2018. P. 268-271.