

Использование полных достаточных статистик для оценки поляризационных параметров радиоизлучения пульсаров двухкоординатным акустооптическим процессором

С. И. Иванов¹, А. П. Лавров², С. А. Молодяков³, И. И. Саенко⁴

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

¹ivanov_si@spbstu.ru, ²lavrov_ap@spbstu.ru, ³molod@ics2.ecd.spbstu.ru, ⁴ig-i-saenco@spbstu.ru

Аннотация. Приводятся результаты статистической оценки поляризационных параметров радиоизлучения пульсаров двухкоординатным акустооптическим процессором на фоне радиометрического шума приемного устройства радиотелескопа. Найдены измеримые функции полных достаточных статистик для оценок параметров Стокса в условиях априорной неопределенности относительно дисперсии шума. Результаты расчетов оценки параметров Стокса по разработанному алгоритму и заданной статистической модели шумов показали асимптотическую эффективность полученных оценок. Разработан макет двухкоординатного акустооптического процессора и проведено его предварительное тестирование. Процессор выполняет совместную спектрально-корреляционную обработку двух ортогонально поляризованных компонент регистрируемого широкополосного радиоизлучения пульсаров.

Ключевые слова: поляризация, параметры Стокса, достаточная статистика, акустооптический процессор, радиоизлучение пульсаров

I. ВВЕДЕНИЕ

Изучение радиоизлучения пульсаров представляет большой интерес в фундаментальной и в прикладной науке, так как связано с экстремально большими величинами магнитных и электрических полей, удельной плотностью вещества нейтронной звезды, а также высокой стабильностью периода следования импульсов радиоизлучения. В настоящее время ведется создание пульсарной шкалы времени для нужд координатно-временного обеспечения [1]. Пульсары обнаружены на сверхбольших расстояниях от Земли и их импульсная форма радиоизлучения претерпевает значительное дисперсионное искажение в межзвездной среде (МЗС). Для наблюдения излучения пульсаров требуются радиотелескопы с большой эффективной площадью и приемным комплексом, реализующим сложный алгоритм обработки широкополосных сигналов. Данный алгоритм реализует компенсацию дисперсии межзвездной среды и повышение выходного отношения сигнал-шум, например, путем длительного когерентного накопления.

Несмотря на появление новых цифровых процессоров в радиоастрономических приемных комплексах для обработки широкополосного радиоизлучения пульсаров эффективно используются акустооптические процессоры (АОП) [2–4]. Однако, ввиду малых отношений сигнал-шум и сложности алгоритмов обработки измерение поляризационных характеристик радиоизлучения пульсаров, как правило, не проводится. В настоящей работе приводятся результаты статистической оценки поляризационных параметров радиоизлучения пульсаров (параметров Стокса) двухкоординатным акустооптическим процессором с использованием полных достаточных статистик.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ПУЛЬСАРА В МЕЖЗВЕЗДНОЙ СРЕДЕ

Математическая модель радиоизлучения пульсара с центральной частотой f_0 может быть представлена в форме аналитического сигнала

$$s(t) = S(t) \cdot \exp(-2\pi f_0 t) = |S(t)| \cdot \exp[i\varphi(t) - 2\pi f_0 t], \quad (1)$$

где комплексная огибающая $S(t)$ и фаза $\varphi(t)$ являются медленными функциями времени. Комплексная передаточная функция МЗС при распространении излучения на расстояние L имеет вид

$$K(\omega) = \exp[jk(\omega)L]. \quad (2)$$

В отсутствии магнитного поля межзвездную среду можно рассматривать как разреженную плазму с плазменной частотой ω_p и волновым вектором $k(\omega)$ равным

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}, \quad (3)$$

здесь c – скорость света в вакууме. Обычно круговая частота ω много больше плазменной частоты ω_p , что дает возможность разложить (3) в ряд по малому параметру.

С помощью соотношений (1)–(3) запишем математическое представление радиоизлучения пульсара

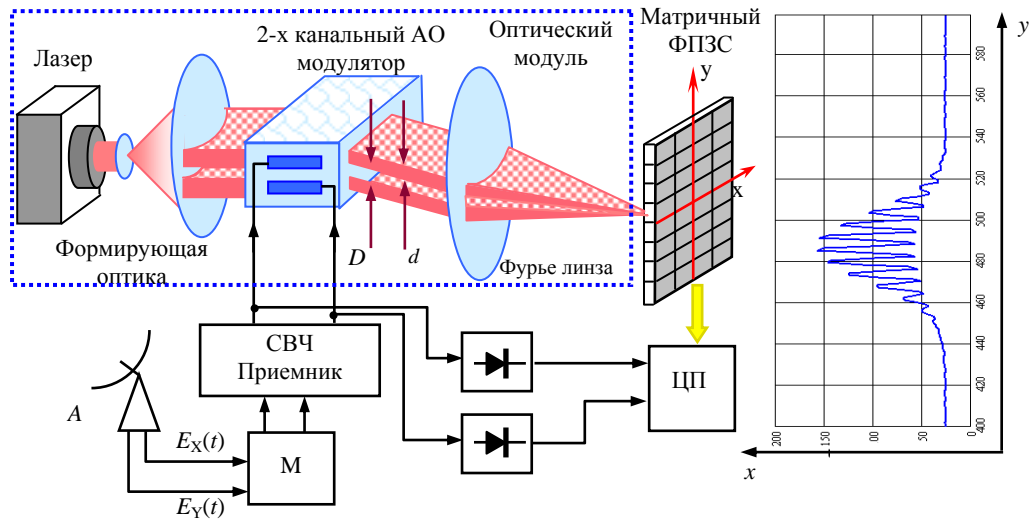


Рис. 1. Структурная схема двухкоординатного АО пульсарного процессора и интерферограмма на выходе АО процессора

$s(L, t)$ на расстоянии L от звезды, используя преобразование Фурье комплексной огибающей $F_S(\omega - \omega_0)$

$$s(L, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=-\infty}^{i=\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_S(\omega - \omega_0) \exp[k(\omega)L - \omega t] d\omega, \quad (4)$$

$$s(L, t) \approx \frac{1}{2\pi} \sum_{i=-\infty}^{i=\infty} F_S(\omega_i - \omega_0) \exp\left\{-j\omega_i\left[t - \frac{k(\omega_i)L}{\omega_i}\right]\right\} \Delta\omega,$$

При выводе второго соотношения (4) предполагается, что частотный диапазон радиосигнала пульсара разбивается на поддиапазоны $\Delta\omega$, где интеграл приближенно можно заменить суммой значений подынтегральной функции.

Перейдем в новую подвижную систему отсчета времени t'

$$t' = t_i - \frac{k(\omega_i)L}{\omega_i} = \text{const}(i), \quad (5)$$

в которой изменение текущего времени совпадает t_i с изменениями зависимости $k(\omega_i)/\omega_i$ от частоты, и сигнал от пульсара на расстоянии L совпадает с исходным излученным сигналом

$$s(L, t') = s(0, t). \quad (6)$$

Наиболее просто техническая реализация такого преобразования времени (5) получается при линейной зависимости $k(\omega_i)/\omega_i$ от индекса i . В этом случае при работе многоэлементного фотоприемника с зарядовой связью (ФПЗС) в составе АОП в режиме временной задержки и накопления (ВЗН) [3, 4] соотношение (5) выполняется, и выходной сигнал оптоэлектронного процессора в соответствии с (6) повторяет огибающую мощности исходного излученного импульсного радиоизлучения пульсара. Требование линейной

зависимости $k(\omega_i)/\omega_i$ от индекса i ограничивает полосу обрабатываемого радиосигнала пульсара.

III. ДВУХКООРДИНАТНЫЙ АКУСТООПТИЧЕСКИЙ ПРОЦЕССОР. ПАРАМЕТРЫ СТОКСА

Структурная схема двухкоординатного АО пульсарного процессора представлена на рис. 1. АОП состоит из трех модулей, выполняющих распределенную обработку сигналов и данных и реализованных на разных физических принципах работы [3]:

- оптический модуль, в состав которого входят двухканальный акустооптический модулятор (АОМ), и оптический Фурье-процессор (Фурье линза);
- матричный ФПЗС – преобразователь оптического потока в электрический сигнал;
- цифровой процессор (ЦП), в состав которого входят цифровой сигнальный процессор, а также узлы управления и согласования сигналов.

Выходные сигналы двухканального приемного комплекса радиотелескопа с ортогональной поляризацией после усиления и преобразования на промежуточную частоту подаются на двухканальный АОМ и возбуждают в нем соответственно две акустические волны (рис. 1). Дифрагированные на акустических волнах в модуляторе оптические пучки образуют интерферограмму (рис. 1) в фокальной плоскости Фурье-линзы, отражающей фазовые и амплитудные соотношения радиосигналов с ортогональной поляризацией на входе радиотелескопа. Предполагается, что фокальная плоскость Фурье-линзы совпадает с плоскостью апертуры фотоприемника и движение зарядовых пакетов в режиме ВЗН происходит в направлении оси x (рис. 1).

Выходной сигнал матричного ФПЗС приемника $I(t, y)$ определяется распределением интенсивности света на апертуре ФПЗС и имеет следующий вид

$$I(t, y) = C \sin^2(\omega_1 y) \{ \langle E_x(t)^2 \rangle + \langle E_y(t)^2 \rangle + \langle n_x(t)^2 \rangle + \langle n_y(t)^2 \rangle + 2 \langle E_x(t) E_y(t) \cos[\omega_2 y + \varphi(t)] \rangle + \xi(t, y) \}. \quad (7)$$

Здесь угловые скобки означают усреднение по времени; ω_1 и ω_2 – пространственные частоты, зависящие от геометрии акустических пучков в АОМ D, d (см. рис. 1), длины волны оптического излучения и параметров Фурье-линзы. При выводе формулы предполагалось, что шумы каналов СВЧ приемника $n_x(t)$, $n_y(t)$ и сигналы двух линейных ортогональных поляризаций $E_x(t)$ и $E_y(t)$ статистически независимы между собой. Разность фаз сигналов $E_x(t)$ и $E_y(t)$ определяется функцией $\varphi(t)$. Предполагаем, что в результате калибровки определена разность фаз измерительных каналов ортогональных поляризаций излучения, которую, для определенности, мы считаем равной нулю. Шумовые сигналы приемного комплекса радиотелескопа порождают радиометрический шум на выходе ФПЗС приемника $\xi(t)$, величина которого зависит от времени накопления заряда в ячейке ФПЗС и спектрального разрешения АОП [3, 4]. При больших значениях отношения полосы частот входного сигнала к частотному разрешению АОП для шума $\xi(t)$ можно использовать модель белого гауссовского шума [5].

Поляризационные свойства принимаемого излучения пульсара определяются четырьмя параметрами Стокса [2], (считаем, что антенна радиотелескопа не обладает кросс-поляризационными свойствами). Параметры Стокса определяются следующими соотношениями [6]

$$\begin{aligned} S_0 = I &= \langle E_x(t)^2 \rangle + \langle E_y(t)^2 \rangle; S_1 = Q = \langle E_x(t)^2 \rangle - \langle E_y(t)^2 \rangle; \\ S_2 = U &= 2 \langle E_x(t) E_y(t) \cos \varphi(t) \rangle; \\ S_3 = V &= 2 \langle E_x(t) E_y(t) \sin \varphi(t) \rangle \end{aligned}$$

Как видно из соотношения (6), интерферограмма позволяет вычислить параметры вектора Стокса при условии, что нами контролируются уровни шумов $n_x(t)$ и $n_y(t)$ каналов СВЧ приемника или отношение уровней. Для контроля уровней шума и мощности СВЧ сигнала в двух радиоизмерительных каналах используется модуляционная схема приемного комплекса радиотелескопа с модулятором на входе и контролем мощности (рис. 1).

Задача поляризационных измерений сводится к задаче статистической оценки параметров интерферограммы

$$\begin{aligned} B &= \langle E_x^2 \rangle + \langle E_y^2 \rangle + \langle n_x^2 \rangle + \langle n_y^2 \rangle; \\ U_m &= 2 \langle E_x \cdot E_y \rangle; \\ \Phi &= \langle \operatorname{tg} \varphi \rangle, \end{aligned} \quad (8)$$

при наличии нормального белого шума $\xi(t)$, решение которой на основании использования полных достаточных статистик [5-8] приведено в следующем разделе. Описание данного метода приведено в работах [5, 9, 10] и

эффективно использовался авторами для решения ряда задач.

IV. АЛГОРИТМ СТАТИСТИЧЕСКОГО ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ИНТЕРФЕРОГРАММЫ

Согласно (7) наблюдаемый процесс $I(y)$ как функции координаты y на интервале наблюдения $[0, Y]$ представляет собой аддитивную смесь сигнала $s(t)$ и стационарного белого гауссовского шума $\xi(t)$ с дисперсией σ^2 и постоянной составляющей B

$$I(y) = s(y) + B + \xi(y) = U_m \cos(\omega_2 y + \varphi) + B + \xi(y). \quad (9)$$

Здесь пространственная частота сигнала ω_1 задана пользователем (известна), фазу φ , амплитуду U_m сигнала, дисперсию отсчетов шума σ^2 , полагаем априорно неопределенными.

Результатом аналого-цифрового преобразования наблюдаемого процесса $I(y)$ является вектор-выборка $I = \{I_0, \dots, I_n\}$, у которого $I = I(y_i)$ – моменты взятия отсчетов, $i = 0, \dots, n$.

Для синтеза алгоритма оценки векторного параметра Θ представим логарифм плотности вероятности $w(y)$ вектор-выборки y в следующем виде

$$\ln w(I) = -\frac{1}{n} \ln \pi + \ln(-\theta_1) + \frac{n}{8\theta_1} (\theta_2^2 + \theta_3^2) + \theta_1 T_1 + \theta_2 T_2 + \theta_3 T_3 + \theta_4 T_4, \quad (10)$$

где вектор-параметр $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4\}$ и вектор-статистика $T = \{T_1, T_2, T_3, T_4\}$ определяются следующими соотношениями [7]:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= -1/2\sigma^2, \quad \theta_2 = -U_m \sin \varphi / \sigma^2, \\ \theta_3 &= U_m \cos \varphi / \sigma^2, \quad \theta_4 = B / \sigma^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_1 &= \sum_{i=0}^n I_i^2, \quad T_2 = \sum_{i=0}^n I_i \sin(i\omega_2), \\ T_3 &= \sum_{i=0}^n I_i \cos(i\omega_2), \quad T_4 = \sum_{i=0}^n I_i \end{aligned}$$

Распределение (10) принадлежит экспоненциальному семейству с достаточной статистикой T . При неизвестных σ^2 , U_m , φ , B параметр Θ принимает значения из области $(-\infty, 0) \times (-\infty, \infty) \times (-\infty, \infty) \times (-\infty, \infty)$, т. е. содержит 4-мерный интервал. Поэтому по теореме о полноте [5-8] статистика T является полной. Легко получить выражения для компонент вектора $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5\}$ как линейную комбинацию моментов полной достаточной статистики $T(x)$ первого порядка и, соответственно, определить оценку параметра Θ_e . Оценкой Θ_e параметров $\{\theta_2, \theta_3, \theta_4\}$ является решение системы четырех линейных алгебраических уравнений

$$\Theta_e = A^{-1} T, \quad (11)$$

где \mathbf{A}^{-1} – квадратная матрица, элементы которой зависят от объема выборки I . Так для эффективной оценки квадрата амплитуды U_m получаем следующее выражение

$$\hat{U}_m^2 = \frac{4}{n^2(n-1)} \left[\frac{(n-1) \left[\left(\sum_{i=1}^n I_i \sin \omega_2 i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n I_i \cos \omega_2 i \right)^2 \right]}{-n \sum_{i=1}^n I_i^2 + \left(\sum_{i=1}^n I_i \right)^2} \right].$$

Аналогично определяются и остальные параметры.

Формула (11) дает простой механизм построения эффективных оценок в тех случаях, когда функция $w(x)$ имеет структуру, определяемую выражением (3). Отметим одно свойство оценок в виде измеримых функций полных достаточных статистик. Если полученная оценка (4) является смещенной, то она обеспечивает минимум средних потерь в классе всех оценок, имеющих смещение [5–8]. Это свойство можно использовать, например, в случае, когда несмещенную оценку не удастся найти, а оценка (4) имеет несущественное для практики смещение, монотонно убывающее с ростом объема выборки n . При больших n смещение становится много меньше среднеквадратического отклонения от истинного значения. В этом случае оценку (4) можно рассматривать как асимптотически эффективную. Синтезированные оценки обладают свойством устойчивости в условиях априорной неопределенности в том смысле, что алгоритм обработки сигнала не зависит от неизмеряемых параметров сигнала и помехи [5–8].

V. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДВУХКООРДИНАТНОГО АОП

Нами создан макет двухканального АО процессора на основе HeNe лазера ЛГН-207А, АОМ на кристалле TeO_2 с полосой 60 МГц, матричного ПЗС-фотоприемника TC245 (TC237) фирмы Texas Instruments. Специально разработанное программное обеспечение позволяло реализовать их работу и в режиме ВЗН. На рис. 2 представлены внешний вид макета АОП и зарегистрированное 2D-распределение на выходе АО процессора при подаче на вход АОМ в качестве E_x и E_y периодического ЛЧМ-радиосигнала (модель диспергированных импульсов). Нижнее распределение зарегистрировано при стандартной работе ПЗС-фотоприемника (датчик изображения, время накопления 20 мс), а верхнее – при работе в режиме ВЗН с синхронным движением отклика на ЛЧМ-радиосигнал и зарядовых пакетов по фоточувствительному полю ПЗС-фотоприемника. Верхнее распределение показывает периодический сжатый (и продетектированный) ЛЧМ радиоимпульс и фазовые соотношения между сигналами E_x и E_y .

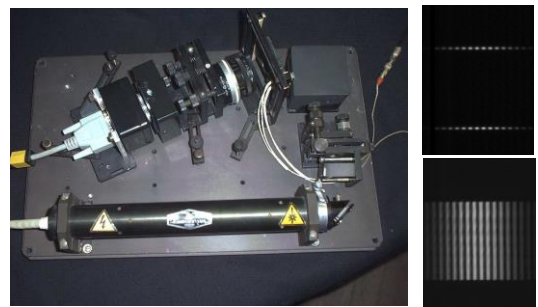


Рис. 2. Внешний вид макета АОП и 2D-интерферограмма двух ЛЧМ СВЧ сигналов

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование полных достаточных статистик позволило разработать алгоритм асимптотически эффективных оценок параметров стока радиоизлучения пульсаров. Для реализации алгоритма создан макет двухкоординатного акустооптического процессора. Проведены предварительные измерения параметров 2D-интерферограммы двух ЛЧМ СВЧ сигналов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Avramenko A.E. Synthesis of pulsar scales for universal time // Measurement Techniques. 2012. V. 55, № 3. P. 275–283. DOI:10.1007/s11018-012-9951-9.
- [2] Wilson Thomas L., Rohlf's Kristen, Huttemeister Susanne. Tools of Radio Astronomy / 5th ed. Springer. 2009. 568 pp.
- [3] Esepkina N.A., Ivanov S.I., Lavrov A.P., Molodjakov S.A. et al. Optoelectronic processors with scanning CCD photodetectors // Quantum Electronics Volume: 25 Issue: 10 Pages: 956–961 Published: 1995, DOI: 10.1070/QE1995v025n10ABEH000510
- [4] Molodyakov S.A., Ivanov S.I., Lavrov A.P., Saenko I.I. Distributed processing in acoustooptoelectronic processor for detection and measurement of pulsars radio emission // 2017 XX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM) – Proceedings/24–26 May 2017, St.-Peterburg, Russia pp.561–563, DOI: 10.1109/SCM.2017.7970650
- [5] Vostretsov A.G. Efficient signal parameter estimation under the conditions of the a priori uncertainty using complete sufficient statistics // Journal of Communications Technology and Electronics. 1999. Vol. 44, iss. 5. P. 512–517.
- [6] Lehmann E.L., Casella George. Theory of Point Estimation / 2nd Ed. Springer-Verlag New York, Inc. 1998. 590 pp.
- [7] Lehmann E.L., Romano Joseph P. Testing Statistical Hypotheses/3rd Ed. – Springer Science+Business Media, Inc, 2005, 1986, 1959–784 pp.
- [8] Lehmann E.L. Elements of Large-Sample Theory. Springer-Verlag New York, Inc., USA, 1999. 632 pp.
- [9] Ivanov S.I., Liokumovich L.B., Medvedev A.V. Estimation of the parameters of the phase modulated signal in presence of the background noise using complete sufficient statistics // 2017 XX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM) – Proceedings/24–26 May 2017, St.-Peterburg, Russia pp.11–13, DOI: 10.1109/SCM.2017.7970480
- [10] Ivanov S.I., Kyrnyshev A.M., Lavrov A.P. Measuring radar cross-section of complex-shaped objects using the Doppler shift // 2015 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON) – Proceedings/21–23 May 2015, Omsk, Russia pp.1–4, DOI: 10.1109/SIBCON.2015.7147075