

Регуляризация решения в задаче сверхразрешающего восстановления контура объекта

Ф. М. Иночкин

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
fedor.inochkin@gmail.com

Аннотация. Измерение малоразмерных деталей границ объектов традиционными алгоритмами компьютерного зрения является малоэффективным вследствие влияния размытия изображения оптической системой и его дискретизации фотоприемником. Одним из эффективных подходов к решению этой проблемы является оптимизационное решение обратной задачи аппроксимации изображения двумерной численной моделью. Построенная соответствующим образом модель позволяет скомпенсировать влияние размытия изображения оптической системы и дискретизации. Обратная задача относится к классу математически некорректных, что приводит к неустойчивости решения, особенно в зашумленных условиях. Для улучшения качества решения предлагается применить метод регуляризации, увеличивающей значение оптимизируемого функционала при искривлении контура объекта. Предлагаемая регуляризация позволяет многократно снизить случайные искривления, сохраняя при этом способность метода к сверхразрешению.

Ключевые слова: регуляризация; оптические измерения; сверхразрешение; определение границ объектов; моделирование изображений

I. ВВЕДЕНИЕ

Задача восстановления пространственной структуры объектов по их изображениям с разрешением, превосходящим собственное разрешение системы (также называемая задачей сверхразрешения), в общем случае является некорректной в математическом смысле [1]. Некорректность задачи обусловлена наличием шума, дифракционного ограничения полосы частот изображения, пропускаемых оптической системой, пространственной дискретизацией изображения фотоприемником. Для устранения некорректности применяются методы восстановления изображений с регуляризацией решения [2–3]. Как правило, регуляризация основана на идее совместного решения задачи восстановления объекта и минимизации вариации восстанавливаемого сигнала изображения [4].

Принципиально иной подход может быть применен в том случае, если восстанавливаемая геометрическая структура есть граница между объектом и фоном. Для решения этой задачи разрабатываются субпиксельные

методы оценки границ объектов. Но, как правило, такие методы конструируются в рамках моделей прямолинейных участков границ и плохо подходят для описания малоразмерных деталей границы с резкими изгибами [5].

Недавно был предложен метод, объединяющий идеи методов сверхразрешающего восстановления изображений и субпиксельных детекторов границ [6]. В основе метода лежит идея итерационной аппроксимации регистрируемого ТВ камерой изображения его численной моделью для объекта с границей произвольной формы, что позволяет восстановить малоразмерные детали контура, не прибегая к общим методам регуляризации. Однако жесткая модель изображения предъявляет повышенные требования к соответствию модельных и реальных параметров сигнала и приводит к неустойчивости решения (контура границы) даже при их небольших отклонениях. Повысить устойчивость решения к отклонению модельных и фактических параметров, а равно и к шуму, позволяет дополнительная явная регуляризация решения, исследованию которого посвящена данная работа.

II. ОПТИМИЗАЦИОННЫЙ МЕТОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ КОНТУРА ОБЪЕКТА

Оптимизационный метод сверхразрешающего восстановления контура объекта заключается в решении оптимизационной задачи минимизации отклонения модельного изображения от зарегистрированного ТВ камерой сигнала [6]:

$$\{P_i = (\dot{x}_i, \dot{y}_i)\} = \arg \min_{(x_i, y_i)} (E), E = \frac{1}{2} \|\mathbf{I}_{mod}(\{P_i\}) - \mathbf{I}_{obs}\| \quad (1)$$

где $\{P_i\}$ – вектор точек контура границы с декартовыми координатами (x_i, y_i) , \mathbf{I}_{mod} – модельное, алгоритмически синтезированное изображение, \mathbf{I}_{obs} – зарегистрированное ТВ камерой изображение, $\|\dots\|$ – L_2 норма. Модельное изображение определяется выражением:

$$\mathbf{I}_{mod} = \left[\begin{array}{l} (\mathbf{K}_{OB} * G(\sigma_{OB})) \cdot \mathbf{M} + \\ (\mathbf{K}_{BG} * G(\sigma_{BG})) \cdot (\mathbf{U} - \mathbf{M}) \end{array} \right] * \mathbf{h}, \quad (2)$$

где \mathbf{K}_{OB} и \mathbf{K}_{BG} – матрицы пространственных распределений яркости объекта и фона соответственно, G – двумерная функция Гаусса, σ_{OB} и σ_{BG} – величины размытия текстуры объекта и фона, \mathbf{h} – импульсный отклик ТВ камеры (свертка импульсного отклика оптической системы и фотоприемника), \mathbf{M} – матрица маски объекта, \mathbf{U} – матрица, все элементы которой равны 1, произведение матриц поэлементное. Геометрию объекта определяет матрица маски \mathbf{M} , которая для обеспечения субпиксельной точности должна быть вычислена соответствующим образом, например, с помощью алгоритма Фурье-синтеза, предложенного в [7]. Элементы матриц яркости объекта и фона являются скрытыми параметрами модели, которые также, как и координаты точек границы, должны быть оценены в процессе оптимизации.

Модель (2) применима лишь для тех случаев, когда частота пространственной дискретизации изображения отвечает условию теоремы Котельникова. В тех случаях, когда частота дискретизации ниже удвоенной предельной частоты оптического изображения, модель (2) следует рассчитать для всей полосы частот оптического изображения, а в процессе решения обратной задачи использовать лишь те пиксели модельного изображения, которые соответствуют регистрируемому сигналу.

Для решения оптимизационной задачи (1) могут быть применены методы численной градиентной оптимизации, например, метод сопряженных градиентов или метод Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно [8]. Производные по координатам точек границы аппроксимируются численно, а производные по параметрам яркости вычисляются аналитически с использованием двух операций дискретной корреляции «о»:

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{K}_{OB}[x, y]} = [([\mathbf{I}_{mod} - \mathbf{I}_{obs}] \circ \mathbf{h}) \cdot \mathbf{M}] \circ G(\sigma_{OB})[x, y].$$

Метод требует начального решения, которое может быть получено любым известным детектором границ.

III. ЯВНАЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ КОНТУРА ГРАНИЦЫ

Любое несоответствие фактического и моделируемого сигналов (импульсного отклика системы, параметров размытия объекта или фона, наличие шума) будет приводить к резкому увеличению значения оптимизируемого функционала и неустойчивости решения. С целью повышения устойчивости к этим отклонениям, к оптимизируемому функционалу предлагается добавлять штрафную функцию от координат точек границы:

$$E = \frac{1}{2} \|\mathbf{I}_{mod}(\{P_i\}) - \mathbf{I}_{obs}\| + \lambda R(\{P_i\}),$$

где $\lambda > 0$ – коэффициент регуляризации, R – штрафная функция. За основу критерия качества решения предлагается взять «плавность» контура границы, отдавая предпочтение решениям без резких изгибов контура.

Штрафная функция должна быть сконструирована таким образом, чтобы не оказывать влияние на значение функционала при малых углах между соседними отрезками контура границы, но резко возрастать при приближении угла к 0. Примером такой штрафной функции является следующая:

$$R(\{P_i\}) = \sum_i \Phi(\alpha_i), \Phi(\alpha_i) = \frac{1}{2} \tan^2\left(\frac{\pi - \alpha_i}{2}\right),$$

где α_i – угол между отрезками границы, прилегающими к i -й точке. Квадратичная зависимость увеличивает чувствительность штрафной функции к малым значениям угла (рис. 1). В нуле штрафная функция обращается в бесконечность, что затрудняет ее непосредственное применение в методах оптимизации. Поэтому на практике следует ограничить значение α некоторым малым значением (например, 0.01).

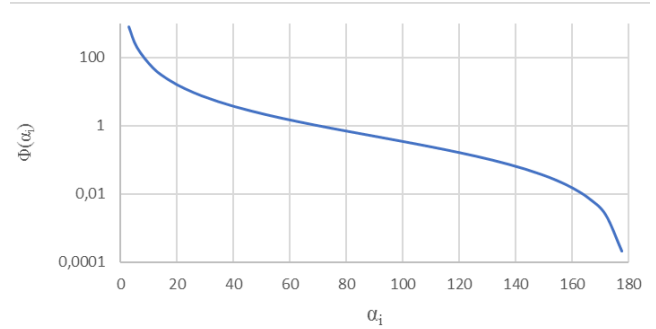


Рис. 1. Зависимость штрафной функции от угла между отрезками

IV. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим влияние регуляризации на результат сверхразрешающего восстановления контура границы на примере дифракционно-ограниченного изображения пары неразрешимых элементов границы в виде двух треугольников (рис. 2). Под неразрешимостью понимается полное отсутствие спада яркости между парой элементов. Подобные изображения являются одними из наиболее трудных задач для восстановления. На рис. 2 (в) приведен результат оценки границы методом аппроксимации сигнала функцией ошибок, аналогично тому, как это описано в работе [9]. Данный метод является субпиксельным, но не сверхразрешающим.

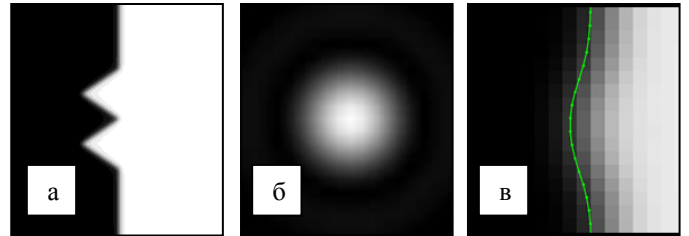


Рис. 2. Формирование изображения пары неразрешимых элементов границы: объект (а), импульсный отклик системы (б), изображение и результат субпиксельного оценивания границы (в). Изображения приведены в одинаковом масштабе

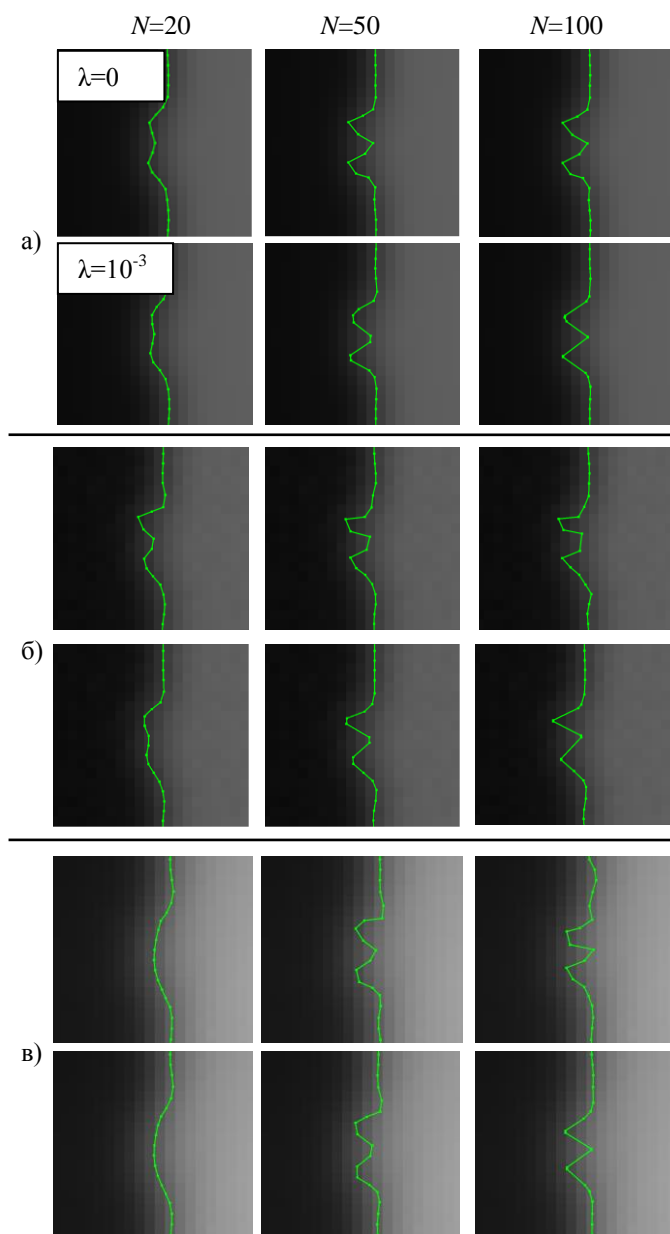


Рис. 3. Пример работы метода сверхразрешающего восстановления контуров объектов: модельное изображение без шума (а) и с 1% шумом (б), натурное изображение (в). Верхний ряд – без регуляризации, нижний ряд – с регуляризацией

На рис. 3 приведены результаты восстановления контура сверхразрешающим методом для трех изображений: для численно смоделированного – с шумом и без, а также для натурального изображения с аналогичными параметрами оптической системы. Шум на рис. 3 (б) промоделирован аддитивной нормально-распределенной случайной величиной, относительное СКО шума составляет 1%. Относительное СКО шума на натурном изображении (рис. 3, в) составляет около 0.5%. Приведены результаты оценки контура границы на различных итерациях процедуры оптимизации N как без регуляризации, так и с коэффициентом регуляризации $\lambda=10^{-3}$. При обработке натурального изображения использован

фактический импульсный отклик оптической системы, измеренный по изображению точечного источника.

Показанные на рис. 3 результаты демонстрируют основной недостаток сверхразрешающего метода без регуляризации: контур границы приобретает множество ложных изгибов. С увеличением числа итераций амплитуда этих изгибов увеличивается, особенно в зашумленных условиях. Применение регуляризации позволяет снизить амплитуду ложных изгибов, сохраняя при этом способность метода к сверхразрешению.

Количественное сравнение результатов метода для различных значений коэффициента регуляризации приведены на рис. 4. По оси ординат приведена среднеквадратическая величина расстояния между оцененными точками контура границы и эталонным контуром объекта на примере натурального изображения, фрагмент которого показан на рис. 3 (в).

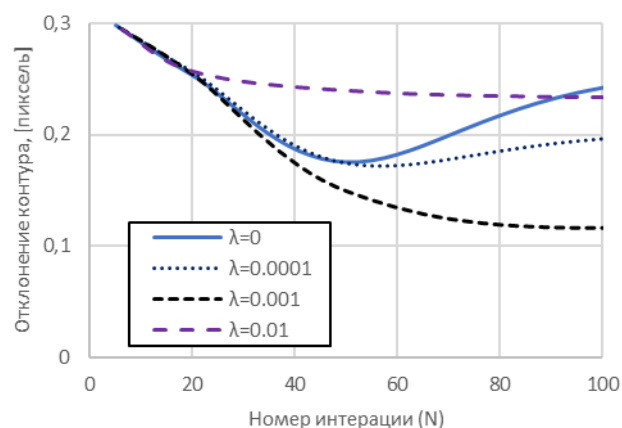


Рис. 4. Влияние числа итераций на результат восстановления контура границы при различной величине коэффициента регуляризации

На начальных итерациях оптимизации решения с регуляризацией и без нее отличаются незначительно. При увеличении числа итераций можно выделить три типа эволюции решения:

- При слишком большом коэффициенте регуляризации решение стабилизируется, но метод теряет способность к сверхразрешению.
- При недостаточной величине коэффициента регуляризации решение улучшается до некоторого критического номера итерации, затем происходит увеличение амплитуды ложных изгибов оценки контура. При увеличении коэффициента регуляризации критический номер итерации увеличивается.
- При хорошо подобранном коэффициенте регуляризации удается достичь лучшего решения. При увеличении числа итераций решение изменяется в значительно меньшей степени, чем без регуляризации.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Оптимизационный подход к восстановлению геометрической структуры объекта, основанный на аппроксимации его изображения численной моделью, позволяет обнаружить и оценить форму неразрешимых деталей границы. Однако аппроксимация жесткой моделью приводит к высокой чувствительности решения к любому несоответствию модели и реального сигнала, проявляющегося в виде ложных искривлений оценки контура объекта. Для улучшения качества решения может быть применена регуляризация, основанная на гипотезе о плавности изгибов контура границы. Хорошо подобранный коэффициент регуляризации позволяет не только повысить точность восстановления контура границы, но и расширить диапазон числа итераций, при которых решение остается стабильным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 285 с.
- [2] Nasrollahi, K. & Moeslund, T.B. Super-resolution: a comprehensive survey // *Machine Vision and Applications*. 2014. Vol. 25: C. 1423-1468. doi: 10.1007/s00138-014-0623-4.
- [3] Beck A., Teboulle M. Fast gradient-based algorithms for constrained total variation image denoising and deblurring problems // *IEEE Transactions on Image Processing*. 2009. T. 18. №. 11. C. 2419-2434.
- [4] M. Zibulevsky and M. Elad. L1-L2 Optimization in Signal and Image Processing // *IEEE Signal Processing Magazine*. 2010. vol. 27, no. 3. C. 76-88. doi: 10.1109/MSP.2010.936023
- [5] Fabijanska A. Subpixel Edge Detection in Blurry and Noisy Images // *International Journal of Computer Science and Applications*. 2015. N 12(2). C. 1–19.
- [6] Иночкин Ф.М., Круглов С.К., Бронштейн И.Г. Преодоление дифракционного предела при оптических измерениях границ объектов // *Информационно-управляющие системы*. 2018. № 1. С. 96–105. doi:10.15217/issn1684-8853.2018.1.96
- [7] Inochkin F.M., Kruglov S.K., Bronshtein I.G., Kompan T.A., Kondratjev S.V., Korenev A.S., Pukhov N.F. Subpixel Edge Estimation with Lens Aberrations Compensation Based on the Iterative Image Approximation for High-Precision Thermal Expansion Measurements of Solids // *Optical Measurement Systems for Industrial Inspection X: Proc. SPIE. Munich, 2017. Vol. 10329. doi:10.1117/12.2270204*
- [8] Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации. Компьютерные технологии. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 384 с.
- [9] Hagara M., Kulla P. Edge Detection with Sub-Pixel Accuracy Based on Approximation of Edge with Erf Function // *Radioengineering*. 2011. N 20(2). C. 516–524.