# Применение теории нечетких множеств при анализе рисков инвестиционных проектов

К. С. Юшина<sup>1</sup>, А. Н. Колесников<sup>2</sup>, Ю. А. Антохина<sup>3</sup>

Санкт-Петербургский государственный экономический университет <sup>1</sup>yushina1993kseniya@gmail.com, <sup>2</sup>9843039@mail.ru, <sup>3</sup>antoxina.j@yandex.ru

Аннотация. В статье рассмотрен пример применения теории нечетких множеств при анализе рисков инвестиционного проекта на основе интегральной оценки риска V&M. Предложен алгоритм интегральной оценки риска V&M с использованием треугольной функции принадлежности. Данная теория применена при расчете инвестиционного проекта ЗАО «Завод им. Козицкого» по модернизации сборочно-монтажного и каркасно-корпусного производства ПК ТСП. Рассчитаны крайние значения NPV и представлена шкала неприятия риска инвестиционного проекта.

Ключевые слова: риск; нечеткие множества; инвестиционный проект; неопределенность; интегралльная оценка риска V&M; функция принадлежности

#### I. Введение

Тщательная проработка и учет рисков в настоящее время является одной из главных категорий успеха деятельности организации. В связи с тем, что в современных условиях большое количество управленческих решений должно приниматься в условиях неопределенности, что отражается на получаемых результатах, которые могут привести к негативным, непредвиденным последствиям. Именно поэтому в разрезе инвестиционного анализа необходима разработка наиболее точный, адаптивный механизм своевременной идентификации и оценки рисков.

На сегодняшний день теория нечетких множеств является новым, динамично развивающимся и перспективным подходом прикладных исследований в сфере управления и принятия решений.

Теория нечеткой логики (Fuzzy Logic или теория нечетких множеств) является методом описания бизнеспроцессов с высокой степенью неопределенности, которая в некоторых случаях может исключать возможность применения точных количественных методов и подходов [3].

# II. Понятие и история развития теории нечетких множеств

Данная теория была разработана в университете Беркли профессором Лотфи Заде. В 1965 году он опубликовал свою научную статью «Fuzzy Sets» в журнале «Information and Control». Несколькими годами позже, в 1979–1980 гг. были описаны операции с нечеткими множествами двумя учеными Прадом и Дубойсом.

В период с 1973 г. по 1990 г. начинает формироваться новое направление, которое позже было именовано «Fuzzy

Есопотіся». В рамках этого направления проводятся исследования и различные разработки с применением теории нечетких множеств в различных сферах жизни. Например, в 1987 г. была опубликована статья Беркли, в которой обосновывалось применение нечеткой математики в экономике и финансах. В 1993 году ученый Коско представил научное доказательство о полноте теории нечетких множеств через разработанную FAT-теорему (Fuzzy Approximation Theorem).

С 1995 года и по настоящее время теория нечетких множеств начинает развиваться повсеместно. Например, в целях изучения возможностей методов нечеткой логики 48 японских предприятий решили создать специальную международную лабораторию «LIFE» (Laboratory for International Fuzzy Engineering), в которой в качестве научного метода применяется теория нечетких множеств, в результате которых определяются возможности применения данного подхода в различных сферах деятельности и перспектив ее развития.

В России также занимались изучением теории нечеткой логики. Наибольший вклад в развитие данной теории внесли А.О. Недосекин, О.Б. Максимов, Г.С. Павлов, К.И. Воронов, С.Н. Фролов.

Основной отличительной особенностью теории нечетких множеств является возможность использования лингвистических категорий в качестве субъективных категорий [4].

Лингвистическая переменная — переменная, которую достаточно сложно описать на основе математического языка, т. е. дать точную количественную оценку [4]. Данные переменные не имеют четко оговоренных границ и математического описания. Например, «малый» или «средний», говоря о размере бизнеса, или «низкая» и «высокая», если говорить о процентной ставке.

Лотфи Заде дал следующее определение лингвистической переменной: переменные, значениями которых являются слова или предложения естественного языка [4].

В теории нечетких множеств было сформулировано общее название для лингвистических переменных, которые стали называться терм-множествами (от англ. term – называть).

Как показывает практика, недостаточно применять только количественные значения переменных, чтобы про-

извести интегральную оценку риска. В современных условиях все чаще аналитики сталкиваются с проблемой оценки и учета качественных переменных. К такому роду переменным можно отнести квалификацию управляющего персонала, погодные условия, которые необходимо учитывать в сфере строительства объектов, силу конкурентов и др. Наиболее распространенной качественной характеристикой является ставка процента, которая в данной работе будет являться лингвистической переменной, так как параметр «низкая/высокая ставка процента» отличается нечеткостью и размытостью границ. Чтобы выявить ее границы, необходимо провести обширную работу с учетом мнения множества экспертов в данной области. Следовательно, низкая ставка процента будет составлять диапазон 7% и ниже, средняя – от 8% до 15% и высокая – выше 15%. Таким образом, категория «низкая/высокая процентная ставка» является понятием достаточно субъективным, а ее границы нечеткими и размытыми.

# III. ФУНКЦИЯ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ КАК ИНСТРУМЕНТ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

Теория нечетких множеств включает в себя некоторые инструменты ее реализации, основным из которых является функция принадлежности. Ее основная задача заключается в возможности перевода на язык математических символов лингвистических переменных для дальнейшего их использования в теории нечетких множеств.

### Функция принадлежности обозначается как $\mu_A(X)$

и является такой математической функцией, при которой элементы множества X принадлежат нечеткому множества A при условии, что данная функция задает ее элементам уверенность и степень. Построение функции основано на данных экспертных оценок. В связи с этим, чем ниже соотносятся аргумент X и нечеткое множество A, тем значение аргумента дальше от 1, т. е. тем заченее функции принадлежности  $\mu_A(X)$  меньше.

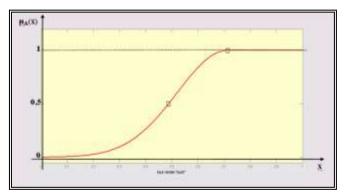


Рис. 1. Функция принадлежности переменной «Высокая ставка процента»

На рис. 1 по оси X располагаются значения ставки процента, а по оси Y – значения функции принадлежности для терм-множества «высокий процент». На графике функции принадлежности при значении О принимают ставки 7% и ниже. При значении функции принадлежности, равной 1, ставка процента, по мнению экспертов, находится в диапа-

зоне от 16% и выше. Это соответствует категории «истинность принадлежности» к терм-множеству «высокий процент». Так как функция принадлежности последовательно возрастает, что четко прослеживается на графике, то при приближении значений к терм-множеству «высокий процент» повышается достоверность высказывания при приближении значений процентак 16%.

В настоящее время существует несколько видов функции принадлежности:

- трапециевидные;
- распределения Гаусса;
- треугольные;
- кусочно-линейчатые;
- сигмоидные.

Также выделяют прямые и косвенные группы построения функции принадлежности нечеткого множества.

У косвенных методов выделяют две характеристики: информация, полученная от экспертов, является исходной и требует дальнейшей обработки, выбор значений функции принадлежности основан на удовлетворении ранее оговоренных условий. Одним из примеров применения данного метода можно выделить построение функции принадлежности на основе парных сравнений, на основе ранговых оценок, с использованием статистических данных.

Прямые методы отличаются тем, что значения функции принадлежности  $\mu_A(X)$ , которая является характеристикой элемента X, задаются экспертом, который сам задает правила их определения. Основным недостатком данного метода следует ответить высокую степень субъективизма [1].

Существует несколько предпосылок, на основании которых базируется теория нечетких множеств, так как является отдельным разделом математики. Именно в работах ученых Л. Заде и Р. Беллмана впервые были выделены следующие основные свойства нечетких множеств:

- унимодальность;
- выпуклость;
- нормальность.

В практике инвестиционного анализа при применении теории нечетких множеств наиболее часто используемый вид функции принадлежности – треугольный.

При этом, выделяют несколько параметров треугольного числа A:

- максимальное (с);
- модальное (b);
- минимальное (а) [1].

Данные параметры также являются значениями трех сценариев: оптимистического, пессимистического и наиболее вероятностного, т. е. P = (a, b, c).

Тогда треугольная функция примет следующий вид (рис. 2).

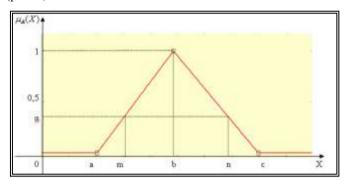


Рис. 2. Треугольная функция принадлежности

На основании представленного графика математически функция принадлежности выглядит следующим образом:

 $P_1=(m_1,\,n_1)=(a_1\,\alpha+\alpha\cdot(b_1-a_1),c_1+\,\alpha\cdot(b_1-c_1)),$  где при любом  $\alpha$  функция принадлежности  $\mu_A(X)$  принимает значения  $m=a+\alpha\cdot(b-a)$  и  $n=c+\alpha\cdot(b-c)$ .

С нечеткими множествами можно осуществлять ряд операций:

- 1. Умножение.  $P_1*P_2=C=(m,\ n),\$ где  $m=m_1\cdot m_2,\ n=n_1\cdot n_2.$
- 2. Деление.  $P_1/P_2=C=(m,n)$ , где  $m=m_1/m_2$ ,  $n=n_1/n_2$ , если  $P_1$  отрицательно, и  $m=m_1/n_2$ ,  $n=n_1/m_2$ , если  $P_1,P_2$  положительны
- 3. Сложение.  $P_1+P_2=C=(m,n),$  где  $m=m_1+m_2,$   $n=n_1+n_2$  [1].

#### IV. ИНТЕГРАЛЬНАЯ ОЦЕНКА РИСКА V&M

Российскими учеными-экономистами Вороновым и Максимовым была разработана оценка риска на основе интегральной оценки риска V&M.

На основании данных исследований любой инвестиционный проект можно свести к некоторому треугольному числу вида:

$$NPV = (NPV_1, \overline{NPV}, NPV_2),$$

где  $\overline{NPV}$  — ожидаемая чистая приведенная стоимость;  $NPV_2$  — чистая приведенная стоимость при пессимистическом сценарии;  $NPV_1$  — чистая приведенная стоимость при оптимистическом сценарии.

Также необходимо ввести критерий эффективности проекта — переменную G, которая в большинстве случаев равна нулю. В этом случае, эффективность инвестиционного проекта будет обеспечиваться при соблюдении неравенства вида NPV > G, заданного инвесторами.

На следующем этапе, после описания крайних значений NPV, необходимо описать функцию принадлежности:

$$NPV_1 = \alpha \left( \overline{NPV} - NPV_{\min} \right) + NPV_{\min},$$

$$NPV_2 = NPV_{\text{max}} - \alpha \left( NPV_{\text{max}} - \overline{NPV} \right).$$

$$V \& M^* = \int_0^{\alpha_1} \phi^*(\alpha) d\alpha.$$

где 
$$\phi^*(\alpha) = \begin{cases} 0, & G < NPV_1 \\ \frac{G - NPV_1}{NPV_2 - NPV_1}, & NPV_1 < G < NPV_2 \\ 1, & NPV_2 \le G \end{cases}$$

В случае применения интеграла V&M полученные уравнения преобразовываются к виду [1]:

$$V \& M^* = \begin{cases} 0, & G < NPV_{min} \\ R \times \left(1 + \frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1} \ln\left(1 - \alpha_1\right)\right), & NPV_{min} \le G < \overline{NPV} \\ 1 - \left(1 - R\right) \times \left(1 + \frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1} \ln\left(1 - \alpha_1\right)\right), & \overline{NPV} \le G < NPV_{max} \end{cases}, \\ 1, & NPV_{max} \le G \end{cases}$$

$$R = \begin{cases} \frac{G - NPV_{min}}{NPV_{max} - NPV_{min}}, & G < NPV_{max} \\ 1, & NPV_{max} \le G \end{cases}$$

$$\alpha_1 = \begin{cases} 0, & G < NPV_{min} \\ \overline{NPV} - NPV_{min}, & NPV_{min} \le G < \overline{NPV} \\ \overline{NPV} - NPV_{min}, & NPV_{min} \le G < \overline{NPV} \end{cases}$$

$$\frac{NPV_{max} - G}{NPV_{max} - \overline{NPV}}, & \overline{NPV} \le G < NPV_{max} \le G \end{cases}$$

Таким образом, применение интегральной оценки риска V&M имеет несколько отличительных особенностей:

- диапазон значений, которое может принимать терм-множество, заключено в промежутке между 0 и 1;
- классификация значений V&M задается инвестором самостоятельно, на основании своих инвестиционных предпочтений, выделяя промежуток, в котором заключены неприемлемые значения риска.

#### V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение теории нечетких множеств имеет несколько преимуществ:

- принятие управленческого решения базируется на основании всего диапазона оценок эффективности инвестиционного проекта, а не только на двух, как это принято в классических теориях инвестиционного анализа;
- возможность формирования полного диапазона возможных сценариях инвестиционного проекта;
- показателем эффективности инвестиционного проекта выступает некоторое пространство интерваль-

ных значений, характеризующихся функцией принадлежности для соответствующего терммножества с определенным распределением ожиданий данных значений.

Однако, данная теория имеет ряд недостатков:

- субъективность в выборе функции принадлежности и формировании правил нечеткого ввода;
- наличие квалифицированных специалистов в данной области и специального ПО;
- низкий уровень информированности финансовых учреждений о данном методе.

Таким образом, несмотря на имеющиеся недостатки, теория нечетких множеств применяется в крупных международных компаниях, таких как General Electric, Otis Elevator, Motorola, Pacific Gas & Electric, Ford и является перспективным и достаточно точным методом получения результатов. Данный метод наиболее перспективен для развивающихся рынков, в том числе для России.

Применение теории нечетких множеств возможно в случаях, когда подходы к оценке риска являются неприме-

нимыми. Также возможно сочетание статистических методов и теории нечеткой логики. Однако, при использовании статистических методов при анализе рисков для получения объективных оценок необходимо наличие достоверной информации в течение нескольких лет. Следовательно, если компания была образована недавно и у нее нет статистических данных по основной деятельности, то данный метод неприменим.

## Список литературы

- [1] Савчук В.П. Оценка эффективности инвестиционных проектов [Электронный ресурс] // Корпоративный менеджмент. М., 1998-2017. То же [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.cfin.ru/finanalysis/savchuk/2.shtml, свободный. Загл. С экрана. Яз. русс., англ.
- [2] Яковлева Е.А., Бучаева С.А., Гаджиев М.М. Особенности определения экономических параметров инноваций в анализе эффективности инвестиционной деятельности предприятия. // Управление экономическими системами: электронный научный журнал. 2012. № 12 (48). С. 57.
- [3] Buckley J.J. The Fuzzy Mathematics of Finance // Fuzzy Sets and Systems, 1987, N21, pp. 257-273.
- [4] Zadeh L.A. Fuzzy Sets // Information and Control, 1965, Vol. 8, № 3, pp. 338-353.