Комбинированное нелинейное управление одним классом неаффинных объектов в схеме с двумя фильтрами-корректорами

Е. Л. Еремин
Амурский государственный университет
ereninel@mail.ru

Е. А. Шеленок
Тихоокеанский государственный университет
cidshell@mail.ru

***Аннотация*. Рассматривается решение задачи синтеза алгоритмов комбинированной системы управления классом одноканальных неаффинных объектов в условиях априорной параметрической неопределенности, при наличии ограниченных внешних помех и измерении только выходного сигнала. В качестве методов решения используются: критерий гиперустойчивости и условия *L*-диссипативности.**

Ключевые слова: априорная неопределенность; неаффинный по управлению объект; критерий гиперустойчивости; неявная эталонная модель; фильтр-корректор

I. Введение

Большинство задач современной теории управления связано с разработкой систем, математические модели которых содержат нелинейные зависимости относительно управляющего сигнала, т.е. являющихся неаффинными. К подобным системам можно отнести системы управления химическими, энергетическими, механическими и другими динамическими объектами [1–5]. Зачастую разработка алгоритмов неаффинных систем осложняется тем, что функционирование управляемых объектов происходит в условиях априорной неопределенности, при постоянном действии внешних возмущений, а также непосредственного измерения внутренних переменных состояния. В работах [6, 7] осуществлен синтез алгоритмов адаптивных и робастных систем, функционирующих.

В настоящей статье, с использованием результатов [6, 8, 9], осуществляется синтез алгоритмов комбинированной системы управления для одноканального неаффинного объекта, работающего в условиях априорной неопределенности. В качестве метода решения применяется критерий гиперусточивости, используемый совместно с неявной эталонной моделью и двумя фильтрами-корректорами.

II. Математическое описанием системы

Рассматривается неаффинный динамический объект, движение которого описывается уравнениями

$$\frac{dx(t)}{dt} = Nx(t) + b\Big(a^T x(t) + u(t)\, f(u(t)) + \psi(t)\Big),$$
$$y(t) = L^T x(t), \tag{1}$$

где $x(t) = [x_1(t), \ldots, x_n(t)]^T$ – вектор неизмеримых переменных состояния; N – верхне-сдвиговая матрица размера (n x n); b = [0, …, 0, 1] – стационарный вектор размера (n x 1); $a^T = [a_0, \ldots, a_{(n-1)}]$, $L^T = [l_0, \ldots, l_m]$ – векторы размера (n x 1) и (m x 1) соответственно; n и m – целые числа, причем n > m ≥ 0; $f(u(t))$ – гладкая нелинейная функция; $\psi(t)$ – сигнал внешнего возмущения; $u(t) \in R$ – сигнал управления; $y(t) \in R$ – регулируемый выход объекта.

Для объекта управления (1) выполняются следующие *допущения*:

- числовые значения компонентов векторов a и L определены с точностью до диапазонов

$$a_i^- \le a_i \le a_i^+,\ j = \overline{1, n};\ \ l_j^- \le l_j \le l_j^+,\ j = \overline{1, m}; \tag{2}$$

- функции $f(u(t))$ и $\psi(t)$ являются ограниченными и удовлетворяют соотношениям

$$f(u(t)) \ge \varepsilon_f,\ \varepsilon_f = const > 0,\ \forall t \ge 0,$$
$$|\psi(t)| \le \varepsilon_\psi,\ \varepsilon_\psi = const > 0,\ \forall t \ge 0, \tag{3}$$

где значения ε_f, ε_ψ известны;

- значение показателя m может изменяться в диапазоне $m \in [m_0, (n-1)]$, где m_0 – минимальное значение, при этом относительный порядок

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17-08-00871), а также при поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук (проект МК-5150.2018.8)

объекта (1) δ также является переменным по величине: $1 \le \delta \le (n - m_0)$;

- для непосредственного измерения доступен только выход объекта $y(t)$.

Выделив для объекта (1) входной сигнал

$$\tilde{\theta}(t) = u(t) f(u(t)) + \psi(t) \tag{4}$$

связь между сигналами $y(t)$ и $\tilde{\theta}(t)$ с использованием изображений по Лапласу запишем в виде

$$\begin{aligned} y(s) &= \frac{l_m s^m + l_{(m-1)} s^{(m-1)} + \ldots + l_1 s + l_0}{s^n + a_{(n-1)} s^{(n-1)} + \ldots + a_1 s + a_0} \tilde{\theta}(s) = \\ &= \frac{l(s)}{a(s)} \tilde{\theta}(s) = W_{ОУ}(s) \tilde{\theta}(s), \end{aligned} \tag{5}$$

где s – комплексная переменная; $l(s)$, $a(s)$ – полиномы, составленные относительно коэффициентов векторов L и а соответственно; $W_{ОУ}(s)$ – передаточная функция объекта степени δ. К выходу объекта (5) подключим *выходной фильтр-корректор* (*ВФК*)

$$\tilde{y}(s) = \left(\frac{T_0 s + 1}{T_* s + 1} \right)^{(n - m_0 - 1)} y(s) = \frac{\vartheta_0(s)}{\vartheta_*(s)} y(s) = W_{ВФК}(s) y(s), \tag{6}$$

где $\tilde{y}(s)$ – выход *ВФК*; $\vartheta_0(s), \vartheta_*(s)$ – гурвицевы полиномы; и запишем, по аналогии с [10], математическое описание этого соединения запишем как

$$\tilde{y}(s) = \frac{l(s)}{a(s)} \cdot \frac{\vartheta_0(s)}{\vartheta_*(s)} \tilde{\vartheta}(s) = \frac{\tilde{l}(s)}{\tilde{a}(s)} \tilde{\vartheta}(s), \tag{7}$$

где полиномы $\tilde{l}(s)$, $\tilde{a}(s)$ имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{l}(s) &= \tilde{l}_{(m+n-m_0-1)} s^{(m+n-m_0-1)} + \ldots + \tilde{l}_1 s + \tilde{l}_0, \\ \tilde{a}(s) &= s^{(2n-m_0-1)} + \tilde{a}_{(2n-m_0-2)} s^{(2n-m_0-2)} + \ldots + \tilde{a}_1 s + \tilde{a}_0. \end{aligned} \tag{8}$$

При этом модель (6) – (8) можно представить в виде последовательного соединения *видоизмененного объекта управления* (*ВОУ*) и *блока структурного возмущения* (*БСВ*) [12 – 15]:

$$\begin{aligned} \tilde{y}(s) &= \frac{\tilde{l}(s)}{\hat{a}(s)} \cdot \frac{1}{(T_* s + 1)^{(n - m_0 - 1 - m)}} \tilde{\vartheta}(s) = \frac{\tilde{l}(s)}{\hat{a}(s)} \cdot \frac{1}{\hat{\vartheta}_*(s)} \tilde{\vartheta}(s) = \\ &= W_{ВОУ}(s) \cdot W_{БСВ}(s) \tilde{\vartheta}(s), \end{aligned} \tag{9}$$

где полиномы $\hat{a}(s)$, $\hat{\vartheta}_*(s)$ с учетом (8) всегда можно сформировать желаемым образом:

$$\begin{aligned} \hat{a}(s) &= s^{(m+n-m_0)} + \hat{a}_{(m+n-m_0-1)} s^{(m+n-m_0-1)} + \ldots + \hat{a}_1 s + \hat{a}_0, \\ \hat{\vartheta}_*(s) &= \hat{\vartheta}_{*(n-1-m)} s^{(n-1-m)} + \ldots + \hat{\vartheta}_{*1} s + \hat{\vartheta}_{*0}. \end{aligned} \tag{10}$$

Тогда, определяя величину относительного порядка передаточной функции $W_{ВОУ}(s)$, будем иметь одно единственное значение

$$\delta_{ВОУ} = 1, \tag{11}$$

а, поскольку $m_0 \le m \le (n-1)$, для передаточной функции $W_{БСВ}(s)$ таких значений окажется несколько:

$$\delta_{БСВ} = (n - 1 - m). \tag{12}$$

Также, согласно [6, 11 – 15], в силу малости значения постоянной времени T_*, исключим *БСВ* из модели (9), (10), которая при этом в изображениях по Лапласу запишется следующим образом:

$$\tilde{y}(s) \cong W_{ВОУ}(s) \tilde{\vartheta}(s) = \frac{\tilde{l}(s)}{\hat{a}(s)} \tilde{\vartheta}(s), \tag{13}$$

или эквивалентной моделью в расширенном пространстве состояний

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{x}(t)}{dt} &= \tilde{N} \tilde{x}(t) + \tilde{b} \left(\hat{a}^T \tilde{x}(t) + u(t) f(u(t)) + \psi(t) \right), \\ \tilde{y}(t) &= \tilde{L}^T \tilde{x}(t), \end{aligned} \tag{14}$$

где $\tilde{x}(t) = \left[\tilde{x}_1(t), \ldots, \tilde{x}_{(m+n-m_0)}(t) \right]$ – вектор состояний; $\tilde{y}(t) \in \in R$ – сигнал выхода; $\tilde{N}$ – матрица размера $(m + n - m_0) \times \times (m + n - m_0)$; $\tilde{b} = [0, \ldots, 0, 1]$ – вектор размера $(m + n - m_0) \times \times 1$; $\hat{a}^T = \left[\hat{a}_0, \ldots, \hat{a}_{(m+n-m_0)} \right]$ и $\tilde{L}^T = \left[\tilde{l}_0, \ldots, \tilde{l}_{(m+n-m_0-1)} \right]$ – векторы размера $(m + n - m_0) \times 1$ и $(m + n - m_0 - 1) \times 1$ соответственно.

Желаемое движение объекта управления сформируем в виде сигнала задающего воздействия $r(t)$, а требуемое поведение выходов *ВФК* о *основного контура управления* (*ОКУ*) зададим с помощью сигнала $\tilde{r}(t)$, формируемого *задающим фильтром-корректором* (*ЗФК*):

$$\tilde{r}(s) = \frac{\vartheta_0(s)}{\vartheta_*(s)} r(s) = W_{ЗФК}(s) r(s). \tag{15}$$

При этом модель неявной эталонной модели в пространстве состояний, с учетом (14), примет вид

$$\frac{d\tilde{x}_0(t)}{dt} = A_0\tilde{x}_0(t) + \tilde{b}r(t),\ \tilde{y}_0(t) = \tilde{L}^T\tilde{x}_0(t), \quad (16)$$

где $\tilde{x}_0(t) = \left[\tilde{x}_{01}(t), ..., \tilde{x}_{0(m+n-m_0)}(t)\right]^T$ – требуемое поведение; $\tilde{y}_0(t) \in R$; $A_0 = \tilde{N} + \tilde{b}\hat{a}_0^T = \tilde{N} + \tilde{b}\left(\hat{a}^T - \gamma_0\tilde{L}^T\right)$ – гурвицева матрица размера $(m + n - m_0)\times(m + n - m_0)$; $\gamma_0 = const > 0$ – достаточно большие числа; $\hat{a}_0^T = \left[\hat{a}_{00}, ..., \hat{a}_{0(m+n-m_0)}\right]^T$ – стационарный вектор с элементами равными коэффициентам, полученным из $\left(s+\gamma_0\right)\tilde{l}(s)/\tilde{l}_{(m+n-m_0-1)}$.

III. Постановка задачи

Для рассматриваемого неаффинного объекта (14), функционирующего в условиях априорной параметрической и структурной неопределенности *требуется* синтезировать закон управления

$$u(t) = u\left(\tilde{y}(t), \tilde{r}(t)\right), \quad (17)$$

который при любых начальных условиях $x(0)$, любом заданном уровне неопределенности, ограниченных возмущениях $\psi(t)$, а также измерении только выходного сигнала $y(t)$ обеспечит выполнение *вспомогательной цели управления*:

$$\left|\tilde{y}_0(t) - \tilde{y}(t)\right| \cong \left|\tilde{r}(t) - \tilde{y}(t)\right| \le \Delta_0,\ \Delta_0 = const > 0, \quad (18)$$

где Δ_0 – малая величина, характеризующая ошибку регулирования в установившемся режиме. Заметим, что в силу полной эквивалентности передаточных функций $W_{ЗФК}(s)$ и $W_{ВФК}(s)$, при выполнении условия (18) также будет выполнена и *основная цель управления*

$$\left|r(t) - y(t)\right| \le \Delta_0. \quad (19)$$

IV. Синтез закона управления

Определим вектор $e(t) = \tilde{x}_0(t) - \tilde{x}(t)$ и получим модель неаффинной системы, характеризующей отклонение между состояниями неявного эталона (16) и объекта (14):

$$\begin{gathered}\frac{de(t)}{dt} = A_0e(t) + \tilde{b}\mu(t),\ v(t) = \tilde{L}^Te(t) = \tilde{y}_0(t) - \tilde{y}(t),\\ \mu(t) = \tilde{r}(t) - \gamma_0\tilde{y}(t) - u(t)f(u(t)) - \psi(t),\end{gathered} \quad (20)$$

где $v(t)$ и $\mu(t)$ – видоизмененные выход и управление соотвественно.

Для синтеза закона управления будем использовать критерий гиперустойчивости В.М. Попова, согласно которого для эквивалентной системы (20) требуется выполнить два условия:

$$\mathrm{Re}\left[\tilde{L}^T\left(j\omega E - A_0\right)^{-1}\tilde{b}\right] > 0,\ \forall\omega \ge 0, \quad (21)$$

$$\eta(0,t) = -\int_0^t v(\varsigma)\mu(\varsigma)d\varsigma \ge -\eta_0,\ \eta_0 = const,\ \forall t > 0. \quad (22)$$

Выполнение частотного условия (21) в рассматриваемом случае является очевидным, поскольку передаточная функция линейной системы части системы (20) соответствует передаточной функции инерционного звена первого порядка: $W(s) = \gamma_0/\left(s+\gamma_0\right)$.

Рассматривая выражение $\mu(t)$, описывающее нелинейную часть эквивалентной системы (20), а также представляя в сигнал управления в виде $u(t) = \sum_{k=1}^{3}u_k(t)$, левую часть неравенства (22) можно преобразовать к виду

$$\begin{gathered}\eta(0,t) = -\int_0^t v(\varsigma)\mu(\varsigma)d\varsigma = \\ = \int_0^t\left(u_1(t)f(u(\varsigma)) + \gamma_0\tilde{y}_0(\varsigma)\right)v(\varsigma)d(\varsigma) + \\ + \int_0^t\left(u_2(\varsigma)f(u(\varsigma)) - \tilde{r}(\varsigma)\right)v(\varsigma)d\varsigma + \\ + \int_0^t\left(u_3(\varsigma)f(u(\varsigma)) + \psi(\varsigma)\right)v(\varsigma)d\varsigma = \sum_{k=1}^{3}\eta_k(0,t).\end{gathered} \quad (23)$$

Определим явный вид компоненты $u_1(t)$ как

$$\begin{gathered}u_1(t) = h_{11}\tilde{y}(t)\int_0^t\tilde{y}(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma + h_{12}\tilde{y}^2(t)v(t),\\ h_{11} = const > 0,\ h_{12} = const > 0,\end{gathered} \quad (24)$$

и оценим интеграл $\eta_1(0, t)$ следующим образом:

$$\begin{gathered}\eta_1(0,t) = h_{11}\int_0^t f(u(\varsigma))v(\varsigma)\tilde{y}(\varsigma)\int_0^\varsigma\tilde{y}(\sigma)v(\sigma)d\sigma d\varsigma + \\ + h_{12}\int_0^t f(u(\varsigma))\left(\tilde{y}(\varsigma)v(\varsigma)\right)^2d\varsigma + \gamma_0\int_0^t\tilde{y}(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma \ge \\ \ge \frac{h_{11}\varepsilon_f}{2}\left(\int_0^t\tilde{y}(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma\right)^2 + \gamma_0\int_0^t\tilde{y}(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma \ge \\ \ge \frac{h_{11}\varepsilon_f}{2}\left(\int_0^t\tilde{y}(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma\right)^2 + \gamma_0\int_0^t\tilde{y}(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma \pm\end{gathered} \quad (25)$$

$$\pm\frac{\gamma_0^2}{2h_{11}\varepsilon_f}\geq-\frac{\gamma_0^2}{2h_{11}\varepsilon_f}=const,\ \forall t>0.$$

Синтезируем составляющую $u_2(t)$ в виде

$$u_2(t)=h_{21}\tilde{r}(t)\int_0^t\tilde{r}(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma+h_{22}\tilde{r}^2(t)v(t),\quad h_{21}=const>0,\ h_{22}=const>0. \tag{26}$$

Тогда для второго интегрального слагаемого из (23) будет справедлива оценка

$$\begin{gathered}\eta_2(0,t)=h_{21}\int_0^t f(u(\varsigma))v(\varsigma)\tilde{r}(\varsigma)\int_0^{\varsigma}\tilde{r}(\sigma)v(\sigma)d\sigma d\varsigma+\\ +h_{22}\int_0^t f(u(\varsigma))\left(\tilde{r}(\varsigma)v(\varsigma)\right)^2d\varsigma-\int_0^t\tilde{r}(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma\geq\\ \geq\frac{h_{12}\varepsilon_f}{2}\left(\int_0^t\tilde{r}(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma\right)^2-\int_0^t\tilde{r}(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma\pm\frac{1}{2h_{21}\varepsilon_f}\geq\\ \geq-\frac{1}{2h_{21}\varepsilon_f}=const,\ \forall t>0.\end{gathered} \tag{27}$$

Наконец, синтезируя составляющую $u_3(t)$ в виде

$$u_3(t)=h_{31}\int_0^t v(\varsigma)d\varsigma+h_{32}v(t),\quad h_{31}=const>0,\ h_{32}=const>0, \tag{28}$$

получим для интегрального слагаемого $\eta_3(0,t)$

$$\begin{gathered}\eta_3(0,t)=h_{31}\int_0^t f(u(t))v(\varsigma)\int_0^{\varsigma}v(\sigma)d\sigma d\varsigma+h_{32}\int_0^t v^2(\varsigma)d\varsigma+\\ +\int_0^t\psi(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma\geq\frac{h_{31}\varepsilon_f}{2}\left(\int_0^t v(\varsigma)d\varsigma\right)^2+\int_0^t\psi(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma\pm\\ \pm\varepsilon_\psi\left|\int_0^t v(\varsigma)d\varsigma\right|\geq\frac{h_{31}\varepsilon_f}{2}\left(\int_0^t v(\varsigma)d\varsigma\right)^2-\varepsilon_\psi\left|\int_0^t v(\varsigma)d\varsigma\right|\pm\\ \pm\frac{\varepsilon_\psi^2}{2h_{31}\varepsilon_f}\geq-\frac{\varepsilon_\psi^2}{2h_{31}\varepsilon_f}=const,\ \forall t>0.\end{gathered} \tag{29}$$

В результате с учетом существования справедливых интегральных оценок (25), (27), (29) и синтезированных составляющих (24), (26), (28) имеем закон управления

$$\begin{gathered}u(t)=\left(h_{11}\int_0^t\tilde{y}(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma+h_{12}\tilde{y}(t)v(t)\right)\tilde{y}(t)+h_{32}v(t)+\\ +\left(h_{21}\int_0^t\tilde{r}(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma+h_{22}\tilde{r}(t)v(t)\right)\tilde{r}(t)+h_{31}\int_0^t v(\varsigma)d\varsigma,\end{gathered} \tag{30}$$

не противоречащий справедливости выражения (22). Также отметим, что при выборе малого значения постоянной времени T_*, полученный регулятор (30) будет гарантировать системам (20), (30) и (1), (6), (15), (30) их L-диссипативность и работоспособность в заданном классе априорной неопределенности.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью критерия гиперустойчивости в схеме управления с двумя фильтрами-корректорами синтезирован новый комбинированный нелинейный закон регулятора, обеспечивающий требуемую точность слежение в системе управления одним классом неаффинных динамических объектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Liberzon D., Morse A.S. Basic problems in stability and design of switched systems // IEEE Control Syst. Magazin. 1999. Vol. 19. № 15. pp. 59-70.

[2] Decarlo R.A., Branicky M.S., Pettersson S., Lennartson B. Perspectives and results on the stability and stabilizability of hybrid systems // Proc. IEEE. 2000. V. 88. № 7. pp. 1069-1082.

[3] Варайя П., Куржанский А.Б. Задачи динамики и управления в гибридных системах // Тр. междунар. семинара "Теория управления и теория обобщенных решений уравнений Гамильтона-Якоби". – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та. 2005. Т.1. С.10-16.

[4] Александров А.Ю., Платонов А.В. Об абсолютной устойчивости одного класса нелинейных систем с переключениями // Автоматика и телемеханика. 2008. №7. С. 3-18.

[5] Александров А.Ю., Платонов А.В. Об асимптотической устойчивости решений гибридных многосвязных систем // Автоматика и телемеханика. 2014. № 5. С. 18-30.

[6] Еремин Е.Л. Адаптивное управление динамическим объектом на множестве состояний функционирования // Информатика и системы управления. 2012. № 4(34). С. 107-118.

[7] Цыкунов А.М. Робастное управление линейными объектами с переключениями // Проблемы управления. 2017. № 4. С. 2-7.

[8] Еремин Е.Л. Робастное управление для одного класса неаффинных нелинейных SISO-систем // Информатика и системы управления. 2015. № 3(45). С. 89-100.

[9] Еремин Е.Л. Робастный регулятор для неаффинного по управлению нестационарного объекта // Информатика и системы управления. 2016. № 1(47). С. 106-116.

[10] Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Адаптивное управление одноканальным объектом в схеме с динамическими корректорами и учетом насыщения управляющего сигнала // Информатика и системы управления. 2016. № 4(50). С. 94-102.

[11] Еремин Е.Л. Адаптивное управление объектами с запаздываниями по состоянию в системах с динамическим корректором // Информатика и системы управления. 2012. № 3(33). С. 169-178.

[12] Еремин Е.Л. Адаптивная система управления с неявным эталоном и блоком быстродействующей коррекции // Информатика и системы управления. 2012. №1(31). С. 183-194.

[13] Еремин Е.Л. Алгоритмы адаптивной системы управления с явно-неявной эталонной моделью для строго минимально-фазового объекта //Информатика и системы управления. 2004. № 2 (8). С. 157-166.

[14] Еремин Е.Л., Теличенко Д.А.Алгоритмы адаптивной системы с запаздыванием по управлению в схеме с расширенной ошибкой и эталонным упредителем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 6. С. 9-16.

[15] Еремин Е.Л., Чепак Л.В.Робастная система управления аффинным объектом в схеме с двумя эталонными моделями //Информатика и системы управления. 2014. № 3(41). С. 121-129.