

Синтез фазоманипулированных сигналов с помощью эвристических алгоритмов

В. Н. Михайлов¹, А. Б. Хачатурян²,
Н. В. Виноградов³

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

¹vnmikhaylov@etu.ru, ²khachaturyan.al@gmail.com,
³vinnik1905@yandex.ru

Н. Ю. Михайлова

Международный банковский институт
nataliaym@mail.ru

Аннотация. В докладе рассматриваются результаты синтеза фазоманипулированных сигналов с пониженным уровнем бокового лепестка с помощью метода отжига. Представлены результаты синтеза. Произведено сравнение с результатами, полученными путем использования генетического алгоритма и поиска с исключениями.

Ключевые слова: фазоманипулированные сигналы; корреляционная функция; метод отжига; генетический алгоритм; поиск с исключениями

I. ВВЕДЕНИЕ

Современные средства радиолокации требуют зондирующих сигналов с низким уровнем боковых лепестков в рабочей зоне корреляционной функции (КФ). Существующие аппаратные средства позволяют обеспечить динамический диапазон до 100 дБ. Соответственно, уровень боковых лепестков (БЛ) сигнала должен стремиться к подобным значениям. Однако, достижение подобных значений за счет одной только длительности сигнала затруднительно. Решением этой задачи может являться минимизация уровня БЛ только в рабочей зоне сигнала. Ввиду отсутствия эффективных аналитических методов, для решения такой задачи целесообразно использовать различные эвристические методы оптимизации. В докладе будут рассмотрены результаты синтеза сигналов с пониженным уровне БЛ в зоне оптимизации с помощью метода имитации отжига и приведено сравнение результатов синтеза с результатами решения этой задачи с использованием генетических алгоритмов и поиска с исключениями.

II. МЕТОД ИМИТАЦИИ ОТЖИГА

Поиск решения сложных задач оптимизации привели некоторых исследователей к проведению аналогий с физическими явлениями. В результате чего С. Киркпатрик, С.Д. Гелатт и М.П. Вечи предложили в 1982 году и опубликовали в 1983 [1] году новый итерационный метод: метод имитации отжига, который позволяет избежать локальных минимумов. Независимо от них аналогичный

метод был опубликован в 1985 году В. Сёрни [2]. С момента своего открытия метод имитационного отжига доказал свою эффективность в различных областях, таких как дизайн электронных схем, обработка изображения или организация сети обработки данных Французского Лото. С другой стороны, этот метод слишком «жадный» и неспособен решить некоторые комбинаторные задачи оптимизации проблем, которые могут быть решены лучше с помощью некоторых других эвристических алгоритмов [3].

Отжиг называют закалкой некоторых сплавов металла, стекла или кристалла, включающей нагревание их выше температуры плавления, поддержание этой температуры, а затем медленное охлаждение до затвердевания в идеальную кристаллическую структуру. Если снижение температуры происходит слишком быстро, это может привести к дефектам, которые могут быть устранены при местном повторном нагреве. Эта стратегия контролируемого снижения температуры приводит к кристаллизованному твердому состоянию, которое является устойчивым состоянием, соответствующим абсолютному минимуму энергии. Альтернативный вариант – тушение заключается в очень быстром понижении температуры материала, что может привести к аморфной структуре, метастабильному состоянию, соответствующему локальному минимуму энергии. В технике отжига медленное охлаждение материала вызывало трансформацию из беспорядка в порядок, в то время как техника тушения приводит к затвердеванию в неупорядоченном состоянии.

Симуляция этого процесса известна как метод имитации отжига (МИО). Он заключается в вводе в процесс оптимизации контрольного параметра, который играет роль температуры. Параметр «Температура» оптимизируемой системы (вычислительная температура) должен иметь такой же эффект, что и температура физической системы: он определяет количество доступных состояний. Система приходит к оптимальному состоянию, если температура постепенно снижается или к локальному минимуму, если температура резко понижается (как в технике тушения).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ, проект №16-19-00172

Метод имитации отжига основан на двух стохастических процессах: процессе генерации решений и процессе принятия решений. При этом температура генерации отвечает за корреляцию между генерируемыми пробными решениями и истинным решением.

Вероятность нахождения (P_α) системы с энергией E_α при температуре T в состоянии α описывается Больцмановским распределением:

$$P_\alpha = \frac{1}{Z} e^{-\frac{E_\alpha}{k_B T}}.$$

Здесь k_B – константа Больцмана, T – абсолютная температура, Z – функция разбиения, определяемая, как сумма всех состояний β при энергии E_β и температуре T :

$$Z = \sum_{\beta} e^{-\frac{E_\beta}{k_B T}},$$

При высокой температуре распределение Больцмана равномерно для всех состояний, независимо от энергии. Но когда температура стремится к нулю, только состояния с минимальными энергиями имеют отличную от нуля вероятность возникновения.

В методе имитации отжига постоянную Больцмана, как правило, опускают. При высоких температурах система игнорирует небольшие изменения в энергии и быстро приближается к тепловому равновесию, то есть происходит грубый поиск в пространстве глобальных состояний и поиск хорошего минимума. При уменьшении T , система реагирует на небольшие изменения энергии и выполняет точный поиск наилучшего минимума в окрестности уже определенного минимума. При нулевой температуре любое изменение состояний системы не приводит к увеличению энергии, и, следовательно, система должна достигать равновесия.

Вероятность перехода из одного состояния в другое определяется Больцмановским распределением разности энергий этих двух состояний:

$$P = e^{-\frac{\Delta E}{T}}. \quad (1)$$

Вероятность подъема вверх в энергетической функции ($\Delta E > 0$) велика при высоких T , и мала при низких [4]. Изменение температуры задаётся формулой:

$$T(k) \geq \frac{T_0}{\ln(1+k)}, k = 1, 2, \dots$$

Рассмотренный вариант метода имитации отжига получил название «Больцмановский отжиг» [3–5]. Метод Больцмановского отжига имеет основной недостаток – крайне медленное изменение температуры. К примеру, чтобы понизить исходную температуру в 40 раз, требуется примерно $2.35 \cdot 10^{17}$ итераций [5].

Для ускорения метода отжига различными исследователями было предложено несколько методов, самым известным из которых является метод имитации отжига Коши.

При отжиге Коши распределение Больцмана заменяется распределением Коши, также известного, как распределение Коши-Лоренца. Бесконечная дисперсия обеспечивает лучшую способность избегать локальных минимумов и позволяет использовать более быстрое снижение температуры [3–5]:

$$T(k) \geq \frac{T_0}{k}, k = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Рассмотрим результаты применения Больцмановского отжига и отжига Коши для синтеза сигналов.

III. МОДЕЛИРОВАНИЕ

Существует несколько вариантов реализации метода имитации отжига.

Для синтеза сигналов реализуем алгоритм МИО, предложенный в [5]:

1. Инициализация системы: установка случайного начального значения.
2. Задание начальной вычислительной температуры.
3. **Повтор** заданного количества итераций:
 - а. случайный выбор возможного нового состояния;
 - б. расчет изменения энергии (ΔE) при переходе в новое состояние:

если $\Delta E < 0$, принимается новое состояние,

иначе новое состояние принимается с вероятностью (1) или (2).
 - с. уменьшение температуры.

В качестве энергии системы примем среднеквадратичный уровень боковых лепестков в зоне оптимизации.

Для примера приведем результаты синтеза сигналов длительностью 2^{10} кванта и зоной оптимизации 32 кванта. На графиках показана динамика снижения уровня бокового лепестка в зависимости от номера итерации при различных начальных температурах.

IV. АНАЛИЗ И ВЫВОДЫ

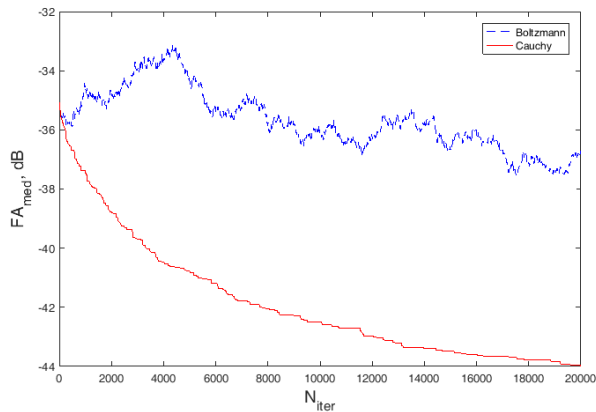


Рис. 1. Динамика поиска при начальной температуре $T=100$

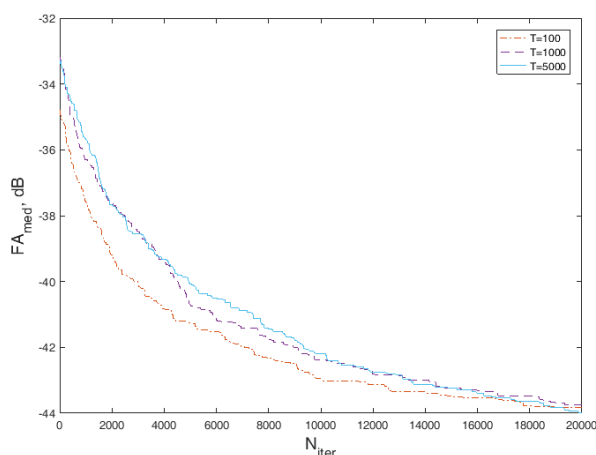


Рис. 2. Динамика отжига Коши при различных температурах

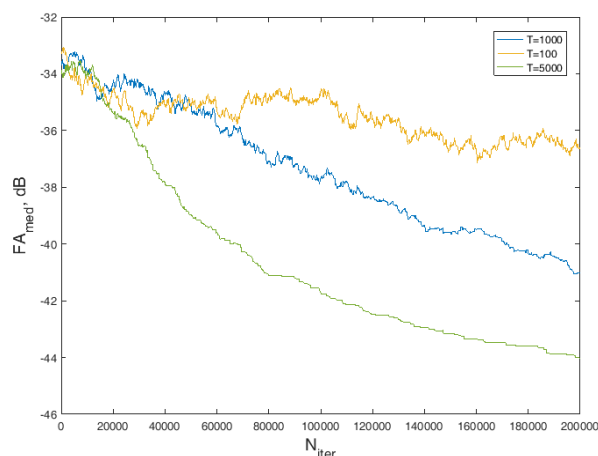


Рис. 3. Динамика отжига Больцмана при различных температурах

Из графиков 2 и 3 видно, что при увеличении начальной температуры вначале снижение уровня БЛ идет медленнее, однако при большом числе итераций результаты становятся лучше.

Из графиков видно, что при использовании отжига Коши процесс синтеза сигналов с низким уровнем бокового лепестка идет гораздо быстрее, чем при Больцмановском отжиге. В представленном случае МИО Коши нахождение глобального минимума гарантируется только при законе изменения температуры не быстрее, чем:

$$T(k) \geq \frac{T_0}{k^{(-1/N)}}, k = 1, 2, \dots$$

В нашем случае $N = 2^{10}$ — длительность сигнала. При моделировании температура изменялась в соответствии с (2). Таким образом, графики иллюстрируют классический метод отжига (Больцмановский отжиг) и тушение — быстрый отжиг Коши. Последний вариант не гарантирует нахождения глобального решения, однако гораздо быстрее находит локальные минимумы. Поскольку для синтеза сигналов, как правило, нет необходимости находить наилучшее решение, а достаточно найти сигнал с параметрами не хуже заданных, то этот метод более предпочтительный.

ТАБЛИЦА I РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА ИМИТАЦИИ ОТЖИГА БОЛЬЦМАНА

N_i	20000	50000	100000	150000	200000
FA_{med} , dB	36	39	42	43.0	44.0

ТАБЛИЦА II РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА ИМИТАЦИИ ОТЖИГА КОШИ

N_i	2000	5000	10000	15000	20000
FA_{med} , dB	39	41	42	43.0	44.0

В таблице обозначены и далее: N_i — число итераций, FA_{med} — среднеквадратический уровень бокового лепестка в зоне подавления.

Теперь сравним результаты синтеза с результатами использования для этой цели других эвристических алгоритмов. Для сравнения возьмем поиск с исключениями и генетический алгоритм.

Поиск с исключениями был впервые опубликован Фредом Гловером в 1986 [6]. Этот метод основан на методе локального спуска и так же, как и метод имитации отжига, имеет механизм выхода из локальных минимумов. Этот механизм основан на использовании «списка запретов», или «списка исключений». Этот список формируется на основе результатов поиска на предыдущих шагах алгоритма. Использование этого механизма позволяет алгоритму не останавливаться в точках локальных минимумов, а перемещаться между ними в поисках глобального решения [3, 7]. Результаты решения такой же задачи с помощью поиска с исключениями приведены в табл. 3 [8].

ТАБЛИЦА III РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОИСКА С ИСКЛЮЧЕНИЯМИ

N_i	50	100	200	300	400
FA_{med}, dB	54.1	54.2	54.6	54.9	55.0

В таблице обозначены: N_i – число итераций, FA_{med} – среднеквадратический уровень бокового лепестка в зоне подавления.

Начиная с 60-х годов 20 века было предпринято несколько независимых попыток смоделировать процесс эволюции [3]. Это эволюционная стратегия [9], эволюционное программирование [10] и генетические алгоритмы [11]. Наибольшее распространение на сегодняшний день получили генетические алгоритмы – эвристические алгоритмы поиска, используемые для решения задач оптимизации и моделирования путём случайного подбора, комбинирования и вариации искомых параметров с использованием механизмов, напоминающих биологическую эволюцию. Результаты синтеза рассматриваемого сигнала с помощью генетических алгоритмов приведены в табл. 4 [8], где N_{pop} – размер популяции.

ТАБЛИЦА IV РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

N_i	250			500			1000		
N_{pop}	50	100	200	50	100	200	50	100	200
FA_{med}, dB	51.0	51.5	51.6	51.4	52.4	52.5	52.4	52.6	52.7

Сравнение результатов синтеза идет не в пользу рассматриваемого метода имитации отжига. Видно, что за то же количество итераций результаты синтеза гораздо хуже. Это объясняется тем, что на каждом шаге выбранный вариант МИО рассматривает только один вариант возможного перехода, в то время как поиск с исключениями рассматривает целую область точек.

Например, в [8] рассматриваемая область включает $2^{10} - 1$ точек. Область поиска генетического алгоритма на каждой итерации равна размеру популяции (N_{pop} в табл. 3).

Однако, в теории метод имитации отжига за достаточное количество итераций позволяет найти глобальный минимум [5], что не могут гарантировать два других, рассмотренных алгоритма. Это свойство является важным для оценки предельно достижимых характеристик.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kirkpatrick S., Gelatt C., and Vecchi M. (1983). Optimization by simulated annealing. Science, 220(4598):671–680.
- [2] Cerny V. (1985). Thermodynamical approach to the traveling salesman problem : an efficient simulation algorithm. J. of Optimization Theory and Applications, 45(1):41–51.
- [3] Dreoj. Metaheuristics for Hard Optimization / J. Dreoj, A. Petrowski, P. Siarry, E. Taillard. Berlin: Springer, 2006. 384 p.
- [4] Du Ke-Lin, Swamy M.N S. Search and Optimization by Metaheuristics. Techniques and Algorithms Inspired by Nature.: <http://www.springer.com/978-3-319-41191-0>.
- [5] Лопатин А.С. Метод отжига // Стохастическая оптимизация в информатике. СПб. : Изд-во СПбГУ, 2005 Вып. 1 С. 133–149.
- [6] Glover F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. Computers and Operations Research, 1986, 13:533–549.
- [7] Local Search Techniques: Focus on Tabu Search, Edited by Wassim Jaziri / In-teh, 2008
- [8] Design of phase-coded signals with a reduced sidelobe level by heuristic algorithms / Mikhailov V.N., Mikhailova N.Y. // Proceedings of the 2015 IEEE North West Russia Section Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering Conference, St-Petersburg, 2-4 February 2015 / ElConRusNW 2015. P. 132-134.
- [9] Rechenberg, I. Cybernetic Solution Path of an Experimental Problem. Royal Aircraft Establishment Library Translation, 1965
- [10] Fogel L.J., Owens A.J. and Walsh M.J. Artificial Intelligence through Simulated Evolution. Wiley, 1966.
- [11] Holland J.H. Adaptation in natural and artificial systems. University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.