

Применение регуляторов распределенного и сосредоточенного типа для системы управления гидролитосферным процессом Кисловодского месторождения

М. М. Асадулаги¹, О. С. Васильков²
 Санкт-Петербургский горный университет
¹dwiththowards@mail.ru, ²s175070@stud.spmi.ru

Аннотация. В докладе рассматриваются вопросы управления гидролитосферными процессами, протекающие в водоносных горизонтах Кисловодского месторождения минеральных вод, с использованием математической модели рассматриваемых процессов. Управление заключается в контроле напора в водоносных горизонтах с целью сохранения запасов и качества минеральной воды на месторождении. В качестве корректирующих блоков используются сосредоточенный и распределенный регуляторы. Приведены результаты применения данных регуляторов и сравнение их работы в контурах управления гидролитосферным процессом.

Ключевые слова: водоносные горизонты; моделирование; система управления; сосредоточенный регулятор; распределенный регулятор

I. ВВЕДЕНИЕ

В данной работе рассматривается способ управления режимами эксплуатации месторождений минеральных вод [1–3] с применением регуляторов различного типа, а именно пропорционально-интегро-дифференциального (ПИД) регулятора [4–7] и распределенного высокоточного регулятора (РВР) [8]. Для проектирования системы управления гидродинамическим процессом требуется провести математическое моделирование [9, 10]. Модель включает дифференциальные уравнения, описывающие процессы геофильтрации в водоносных горизонтах. Уравнения дополняются условиями однозначности, представляющими собой совокупность начальных и граничных условий. Важным ограничением математической модели являются её граничные условия, так как границы водоносных горизонтов в действительности имеют криволинейную структуру, а в математической модели они описываются прямыми отрезками. Поскольку определение гидравлических параметров водоносных горизонтов – сложная и дорогостоящая задача, то рассматривается задача аппроксимации динамических и статических характеристик объекта с использованием экспериментальных данных.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Рассматриваемая математическая модель описывает процесс фильтрации в пластах (коллекторах) и взаимосвязи между водоносными пластами. Схема Кисловодского месторождения приведена в [11]. Месторождение состоит из четырех водоносных горизонтов, один из которых является горизонтом грунтовых вод, другие – минеральной воды. Эксплуатируемым пластом в данном случае является самый нижний пласт. Водозабор осуществляется четырьмя добывающими скважинами, а измерения напора воды в пластах происходит через контрольные (наблюдательные) скважины.

Математическая модель рассматриваемого объекта управления записывается в виде:

$$\frac{\partial h_i(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = k_{i,x} \frac{\partial^2 h_i(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + k_{i,y} \frac{\partial^2 h_i(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + k_{i,z} \frac{\partial^2 h_i(x, y, z, \tau)}{\partial z_i^2}; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial H_i(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \\ & = \frac{1}{\eta_i} \left(k_{i,x} \frac{\partial^2 H_i(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + k_{i,y} \frac{\partial^2 H_i(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + k_{i,z} \frac{\partial^2 H_i(x, y, z, \tau)}{\partial z_i^2} \right) - \\ & - F_{i,x} \cdot \frac{\partial H_i(x, y, z, \tau)}{\partial x} + V(y, \tau) \cdot \delta(x_j, y_j, z_j); \\ & 0 < x < L_x, 0 < y < L_y, 0 < z < L_{z_i}; (i = 1, 2, 3, 4); \end{aligned} \quad (2)$$

где: h_i – понижение напора в пласте грунтовых вод, H_i – давление в изучаемом i -м водоносном горизонте ($i = 2, 3, 4$); η_i – упругость i -го горизонта; $F_{i,x}$ – скорость движения

воды в i -м водоносном горизонте; $k_{i,x}$, $k_{i,y}$, $k_{i,z}$ – коэффициенты фильтрации по пространственным координатам; $V(y_j, \tau)$ – понижение уровня в точке расположения j -ой водозаборной скважины; $\delta(x_j, y_j, z_j)$ – функция, которая принимает значение 1 при $x = x_j$, $y = y_j$, $z = z_j$, а в остальных случаях равна 0; x_j , y_j , z_j – координаты j -ой водозаборной скважины ($j = 1, 2, 3, 4$).

Граничные условия между пластами задаются по условиям Дарси [11, 12].

Поскольку приведенная математическая модель объекта управления не имеет аналитического решения, то для оценки динамики объекта модель приводится к дискретному виду.

III. АНАЛИЗ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ И СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ

На основе данных была составлена вычислительная программа, численно моделирующая гидролитосферные процессы, в среде программирования Delphi для анализа динамических характеристик объекта управления.

В качестве входного воздействия на объект управления используем функцию $U_j(\tau)$, которая связана с функцией $V(y_j, \tau)$ следующим выражением:

$$V(y_j, \tau) = 0,001 \cdot U_j, \quad (3)$$

где $V(y_j, \tau)$ – изменение напора, которое вызвано воздействием j -й добывающей скважиной (в данном случае $j = 1 \dots 4$).

Решение задачи управления может быть осуществлено в классе многомерных систем (с использованием передаточной матрицы объекта управления), либо с применением методики синтеза систем с распределенными параметрами. В распределенных системах используют реакции распределенного объекта на выбранные вектор-функции оператора объекта (пространственные моды).

А. Синтез сосредоточенного регулятора

Подавая поочередно входное воздействие, представленное в виде ступенчатой функции, на каждую водозаборную скважину в отдельности, определяем параметры функций выхода в контрольных скважинах.

В результате решения, численными методами, полученной системы дифференциальных уравнений в частных производных для 4-х добывающих скважин, было получено 16 графиков переходных процессов, из которых были определены постоянные времени и коэффициенты передачи. На рис. 1 представлена реакция объекта в 4 наблюдательных скважинах при воздействии 1-ой добывающей скважины.

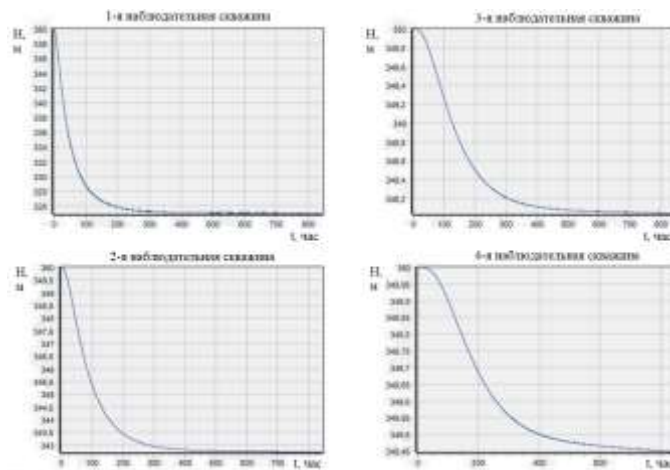


Рис. 1. Переходные процессы при входном воздействии на 1-ю скважину ($j=1$)

С учётом количества скважин передаточная матрица системы может быть представлена в виде:

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} & W_{14} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} & W_{24} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} & W_{34} \\ W_{41} & W_{42} & W_{43} & W_{44} \end{bmatrix}, \quad W_{jk} = \frac{K_{jk}}{T_{jk} \cdot s + 1} \cdot e^{-\tau_{jk} \cdot s}, \quad (4)$$

где, s – оператор Лапласа, K_{jk} – коэффициент усиления, T_{jk} – постоянная времени, τ – время запаздывания, j – номер водозаборной скважины, k – номер наблюдательной или контрольной скважины.

Если взаимосвязь между j -ой добывающей скважиной и k -ой контрольной ($j, k = 1, 4$) существует, но матрица W обладает свойством диагональной доминантности, тогда синтез регуляторов осуществляется с использованием спектров Гершгорина [13–15]. В данном случае матрица W оказывается доминантной, что можно судить исходя из матрицы K (5), состоящей из коэффициентов K_{jk} , однако диагональные элементы не больше суммы модулей остальных элементов в строке на несколько порядков, как обычно требуется, что говорит о взаимовлиянии скважин.

$$K = \begin{bmatrix} 25 & 7.2 & 2 & 0.6 \\ 7.2 & 25 & 7.2 & 2 \\ 2 & 7.2 & 25 & 7.2 \\ 0.6 & 2 & 7.2 & 25 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Вследствие геометрических особенностей объекта управления и равной удаленности скважин друг от друга и от границ объекта, диагональные элементы матрицы равны:

$$W_{11} = W_{22} = W_{33} = W_{44} = \frac{25}{67.5 \cdot s + 1} \cdot e^{-7.5 \cdot s} \quad (6)$$

Следовательно, для каждой добывающей скважины будут применены одинаково рассчитанные ПИД-регуляторы.

На запас устойчивости по фазе $\Delta\phi$ и на параметрический запас устойчивости Δ наложены следующие ограничения: $\Delta\phi \geq \pi/6$, $\Delta=8$.

Передаточная функция рассчитанного регулятора имеет вид:

$$\begin{aligned} R(s) &= K_p + \frac{1}{T_u \cdot s} + T_o \cdot s = \\ &= 0.41378 + \frac{1}{158437.6736 \cdot s} + 0.000271 \cdot s, \end{aligned} \quad (7)$$

где K_p – коэффициент передачи регулятора, T_u – постоянная времени интегрирования, T_o – постоянная времени дифференцирования.

В. Синтез распределенного регулятора

Проведение экспериментальных исследований методами распределенных систем (определения реакции системы на заданную пространственную моду) заключается в следующем. В установившемся режиме объекта управления скачком подаем входное воздействие в виде выбранной пространственной моды (мода формируется исходя из значений на границах объекта):

$$U_\gamma = A \cdot \sin(\psi_\xi \cdot y_\gamma), \quad \psi_\xi = \pi \cdot \xi / (8 - 1), \quad (8)$$

где $y_\gamma = (\gamma - 1) \cdot \Delta y$, ξ – порядок моды, γ – точки расположения водозаборных скважин ($\gamma=3,4,5,6$), Δy – шаг дискретизации по пространственной координате y , ψ_ξ – пространственная частота.

Методика синтеза распределенных регуляторов использует результаты реакции распределенного объекта на две выбранные пространственные моды (в рассматриваемом случае были выбраны первая и третья моды). Графики реакции объекта на первую и третью пространственные моды входного воздействия, получены в точке расположения 2-й контрольной скважины $H_{4,5,4,4}$ [17].

Исходя из исследований, приведенных в [16], была предложена следующая аппроксимирующая функция:

$$W_{a,\eta}(s) = \frac{K}{\beta_\eta + 1} \cdot \exp(-\beta_\eta \cdot \Delta z), \beta_\eta = \left(\frac{s}{a} + \psi_\eta^2 \right)^{\frac{1}{2}}, (\eta=1, \infty), \quad (9)$$

где K – коэффициент, определяемый с использованием экспериментальных исследований.

Необходимо определить значения параметров K , Δz и a для того, чтобы описать передаточную функцию объекта в виде аппроксимирующего звена (9). Для этого используем методику, описанную в [1].

В результате расчётов, описанных в [17] нами были рассчитаны искомые параметры:

$$W_{a,\eta}(s) = \frac{47.886}{\beta_\eta + 1} \cdot \exp(-\beta_\eta \cdot 20.029), \beta_\eta = \left(\frac{s}{0.001318} + \psi_\eta^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

Используя методику синтеза распределенных регуляторов [1, 3], были рассчитаны коэффициенты распределенного высокоточного регулятора (РВР), являющимся пространственным аналогом ПИД-регулятора ($\Delta\phi \geq \pi/6$, $\Delta=2.699$):

$$\begin{aligned} W(s) &= E_1 \cdot \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] + E_4 \cdot \left[\frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{s} + \\ &+ E_2 \cdot \left[\frac{n_2 - 1}{n_2} - \frac{1}{n_2} \nabla^2 \right] \cdot s \end{aligned} \quad (11)$$

$$n_1=1.011673; \quad E_1=25.139676; \quad n_2=\infty; \quad E_2=1079.880643; \\ n_4=1.015523; \quad E_4=0.000121.$$

IV. АНАЛИЗ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Управляющее воздействие на объект управления, записанное во временной области, может быть представлено в виде:

При ПИД-регуляторе:

$$\begin{aligned} U(y, \tau) &= 0.41378 \cdot \Delta H(y, \tau) + \\ &+ \frac{1}{158437.6736} \cdot \int_{\tau}^{\tau} \Delta H(y, \tau) \cdot d\tau + 0.000271 \cdot \frac{d\Delta H(y, \tau)}{d\tau}. \end{aligned} \quad (12)$$

При РВР:

$$\begin{aligned} U(y, \tau) &= 25.139676 \cdot \left[\frac{0.011673}{1.011673} \cdot \Delta H(y, \tau) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{1.011673} \cdot \nabla^2 \Delta H(y, \tau) \right] + \\ &+ 0.000121 \cdot \int_{\tau}^{\tau} \left[\frac{0.015523}{1.015523} \cdot \Delta H(y, \tau) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{1.015523} \cdot \nabla^2 \Delta H(y, \tau) \right] \cdot d\tau + \\ &+ 1079.880643 \cdot \frac{d\Delta H(y, \tau)}{d\tau}. \end{aligned} \quad (13)$$

Преобразуя (12) и (13) и представляя в дискретной (по пространственной координате) форме, получим алгоритмы

управления рассматриваемым процессом и запишем их в программу реализации замкнутой системы управления в Delphi.

Используя результаты моделирования работы замкнутой системы управления, получены графики переходного процесса системы с сосредоточенным ПИД-регулятором и распределенным регулятором РВР (рис. 2 и 3).

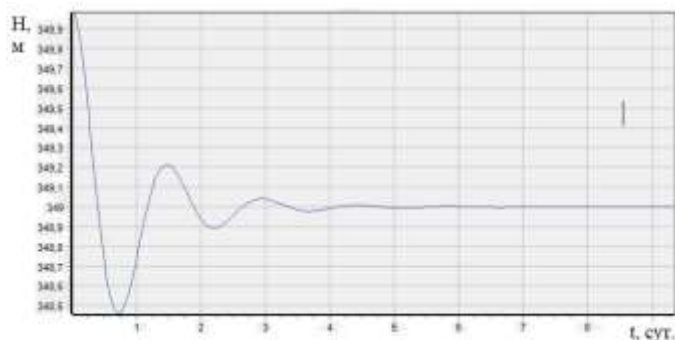


Рис. 2. График переходного процесса с сосредоточенным регулятором

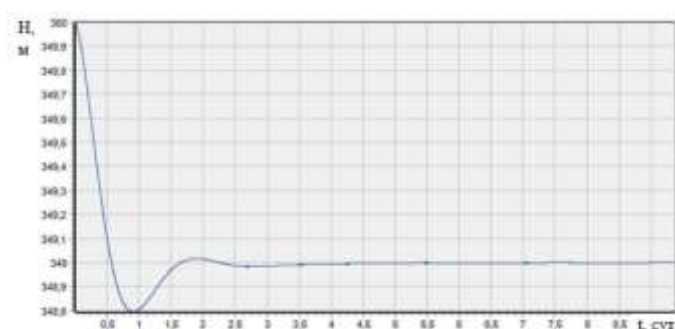


Рис. 3. График переходного процесса с распределенным регулятором

V. ВЫВОДЫ

Как показывают результаты численного моделирования замкнутой системы управления, значения параметров регуляторов найдены верно для поддержания давления в пласте на заданной отметке, а ошибка регулирования стремится к нулю. Однако стоит отметить преимущество РВР над ПИД-регулятором, так как перерегулирование с распределенным регулятором заметно меньше ($\sigma_{\text{РВР}} = 20\% < \sigma_{\text{ПИД}} = 53\%$) при меньшем запасе параметрического возмущения ($\Delta_{\text{РВР}} = 2,7 < \Delta_{\text{ПИД}} = 8$), а в установившийся режим система входит несколько быстрее и без характерных колебаний.

Следовательно, для систем управления параметрами гидрогеологического объекта целесообразнее использовать распределенные регуляторы, нежели сосредоточенные.

На практике, реализация данных управляющих алгоритмов возможна с использованием как аналоговой, так и цифровой элементной базы. Систему

автоматического управления можно составить из аналоговых блоков, однако наиболее целесообразно использовать программируемые цифровые логические контроллеры, т.к. аналоговая реализация интегрирующих звеньев затруднена вследствие крупных габаритов емкостных элементов используемых в интегрирующих и дифференцирующих цепях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Малков А.В., Першин И.М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. М.: Научный мир, 2012. 476 с.
- [2] Першин И.М. Синтез систем с распределенными параметрами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 6. С. 2-10.
- [3] Першин И.М. Анализ и синтез систем с распределенными параметрами. Пенза: РИО-КМВ, 2007. 243 с.
- [4] Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования, изд. 4-е. СПб: Профессия, 2003. 752 с.
- [5] Воронов А.А., Ким Д.П. Теория автоматического управления. Часть 1. Теория линейных систем автоматического управления. М.: Высшая школа, 1986. 368 с.
- [6] Душин С.Е., Зотов Н.С., Имаев Д.Х. Теория автоматического управления: Учеб. для вузов. М.: Высш. шк., 2005. 567 с.
- [7] Leigh J.R. Control Theory, a guided tour, 3rd edition, Stevenage: The Institution of Engineering and Technology, 2012.
- [8] Pershin I.M., Pervukhin D.A., Ilyushin Y.V., Afanasieva O.V. Design of distributed systems of hydrolithosphere processes management. A synthesis of distributed management systems. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, vol. 87, i. 3, no. 032029, October 2017. DOI: 10.1088/1755-1315/87/3/032029.
- [9] Асадулаги М.М., Першин И.М. Способы моделирования распределенных систем при случайных воздействиях // Современная наука и инновации. Пенза: СКФУ. 2017. Выпуск № 1 (17). С. 31-38.
- [10] Ilyushin Y.V., Afanasieva O.V. Synthesis of a distributed control system // International Journal of Control Theory and Applications, vol. 9(30), 2016, pp. 41-60.
- [11] Малков А.В. Першин И.М., Помеляйко И.С. Кисловодское месторождение углекислых минеральных вод: системный анализ, диагностика, прогноз, управление. М.: Наука, 2015. 283 с.
- [12] Kukharova T.V., Pershin I.M. Conditions of Application of Distributed Systems Synthesis Methods to Multidimensional Object. // International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies: FarEastCon, no. 8602749, October 2018. DOI: 10.1109/FarEastCon.2018.8602749.
- [13] Гершгорин С.А. О разграничении собственных значений матрицы. Изв. АН СССР, отд. физ.-мат. наук, 1931. С. 749-754.
- [14] Price E.B. Bounds for determinants with dominant principal diagonal. // Proceedings of The American Mathematical Society, 1951, pp. 497-502.
- [15] Richard A.B. Spectra of digraphs. // Linear Algebra and its Applications, vol. 432(9), 2010, pp. 2181-2213.
- [16] Першин М.И. Исследование погрешностей динамических характеристик распределенных объектов при аппроксимации // Современная наука и инновации // Научный журнал. Выпуск № 4(8), 2014. С. 46-50.
- [17] Asadulagi M.M., Pervukhin D.A. Stochastic control system of hydrodynamic processes in aquifers // Innovation-Based Development of the Mineral Resources Sector: Challenges and Prospects: 11th conference of the Russian-German Raw Materials, pp. 175-185, November 2018.