Моделирование транспортной сети и управления потоками на основе методов стохастической динамики и теории перколяции

С. А. Лесько[1], А. С. Алёшкин[2]
Московский технологический университет, Россия, Москва (МИРЭА)
[1]lesko@testor.ru, [2]antony@testor.ru

***Аннотация*. В работе описана разработанная авторами модель динамики стохастических потоков в транспортных сетях с недетерминированными характеристиками распределения статистических параметров и их неопределенности. Модель позволяет описать зависимость от времени величины вероятности блокировки отдельных узлов транспортной сети с учетом характеристик дорожного движения, включая правила обслуживания перекрестков (время переключения светофоров), материальный баланс числа машин и связи их потоков между соседними перекрестками. Вторым важным результатом представленной работы является использование для оценки работоспособности транспортной сети в целом методов теории перколяции. Совместное использование её методов и результатов разработанной стохастической модели транспортных потоков позволяет моделировать работу транспортной сети не только на уровне отдельных узлов, но и всей структуры в целом. Предлагаемая модель позволяет, используя реальную карту транспортной сети создать её динамическую модель, эмулировать её работу и возникновение пробок.**

Ключевые слова: транспортная сеть; порог перколяции; моделирование свойств сети; стохастическая динамика транспортных потоков; балансировка нагрузки; моделирование потоков; неопределенность характеристик потоков

I. Введение

На сегодняшний день, проблема организации дорожного движения, в крупных городах, с каждым годом становится все острее. Постоянное увеличение количества транспорта и аварий сильно опережает темпы строительства новых и модернизацию существующих дорог, разгрузочных развязок, тоннелей и эстакад. В силу этих обстоятельств, можно сделать вывод, что образование заторов на дорогах – чаще всего непредотвратимый, порой хаотичный, процесс, причины которого не всегда легко выявить и разрешить.

Движение транспортных средств носит взаимосвязанный характер. Чем сильнее связность, тем больше масштабность участков для задачи управления, что влечёт за собой повышение сложности, поскольку под объектом управления приходится понимать не отдельные перекрёстки, а все связанные между собой транспортные узлы. В случае когда, мы встречаемся с задачами подобного рода, необходимо учитывать множество факторов для планирования стратегии их решения. Поэтому разработка новых моделей транспортных сетей и управления в них потоками является очень важной.

II. Обзор моделей, применяемых для описания транспортных потоков

Математические модели, применяемые для анализа транспортных сетей, весьма разнообразны по решаемым задачам, математическому аппарату, используемым данным и степени детализации описания движения. Поэтому не представляется возможным дать исчерпывающую классификацию этих моделей. Основываясь на функциональной роли моделей, т.е. на тех задачах, для решения которых они применяются, можно условно выделить три основных класса: прогнозные модели; имитационные модели и оптимизационные модели.

Для построения математических моделей необходимо формальное описание указанных факторов. Основа такого описания – транспортный граф, узлы которого соответствуют перекресткам и станциям внеуличного транспорта, дуги – сегментам улиц и линий внеуличного транспорта. В число дуг также необходимо включить дуги, изображающие пересадки с уличного на внеуличный транспорт.

Помимо ставших уже традиционными подходов, на сегодняшний день, сформировалась тенденция использовать новые, революционные методы решения, основанные на базе математического и информационно-технологического аппаратов, в том числе методов решения задач в условиях неопределенности, а также применять междисциплинарные математические идеи, методы и алгоритмы нелинейной динамики. Их целесообразность обоснована наличием в транспортном потоке устойчивых и неустойчивых режимов движения, потерь устойчивости при изменении условий движения, нелинейных обратных связей, и необходимости в большом числе переменных для адекватного описания системы.

В работе [1] авторами было проведено исследование характеристик региональных схем трафика в крупных дорожных сетях, используя теорию сжатия на основе словаря для определения характеристик пространственных и временных моделей путем анализа многомерных данных, связанных с трафиком.

В статье [2] авторы создали гибридную гауссову регрессию процесса распределения потоков, оптимизированную с помощью метода ротации частиц (PSO) для прогнозирования неопределенного, нелинейного и сложного трафика туннеля.

В работе [3] авторы в экспериментальных и эмпирических исследованиях рассмотрели нестабильность транспортного потока. Для определения нестабильности трафика авторы основывались на конкуренции между стохастическими нарушениями, которые имеют тенденцию не стабилизировать поток трафика и адаптацию водителей к изменяющимся скоростям, которые стремятся стабилизировать поток трафика.

В работе [4] авторами была разработана модификация алгоритма оптимизации маршрута транспортировки в уличной сети. Работа основана на модифицированном ant-алгоритме движения муравьёв [5], который является одним из наиболее эффективных полиномиальных алгоритмов поиска решений для проблемы оптимизации маршрута.

В статье [6] авторы рассмотрели использование генетических алгоритмов для решения проблемы маршрутизации транспортных средств с несколькими возможными депо (MDVRP). Несмотря на существующие разработки и конкретные решения в области управления, транспортные сети с точки зрения математического моделирования и управления являются очень сложными и плохо изученными объектами, требующими дальнейшего исследования.

III. Использование методов теории перколяции для анализа работы и блокировки транспортной сети

A. Описание механизма образования заторов в транспортной сети

Между узлами сети (перекрестками) по связям (дорогам) перемещаются автомобили, потоки которых регулируются светофорами. Они открывают на некоторое время, то или иное направление движения. Когда интенсивность движения увеличивается, то автомобили начинают скапливаться и образуется очередь. Когда число машин в очереди достигает для данного i - го направления на j – ом перекрестке некоторый критический порог (обозначим его $L_{i,j}$) возникает пробка (узел транспортной сети блокируется). Величину критического порога ($L_{i,j}$) для данного перекрестка и выбранного направления движения на нем можно найти, например, используя модель Вайдемана для описания движения на перекрестках, реализовав её, например, в среде имитационного моделирования PTV Vissim. Величину этого порога можно рассматривать как критерий потери проводимости данного узла. Например, можно ввести понятие вероятности блокирования данного узла как отношение числа машин стоящих в очереди к величине этого критического порога. Существует теория перколяции, которая позволяет связать вероятность блокирования отдельных узлов с потерей проводимости всей сетью в целом (достижение порога перколяции). Использование традиционных методов, основанных на пуассоновских входных потоках и экспоненциальном характере времени обслуживания не всегда оправдано. В случае отклонения коэффициентов вариаций этих распределений от единицы существующие методы аппроксимации, использующие два первых момента распределений входного потока и времени обслуживания имеют большую погрешность.

B. Моделирование структуры транспортных систем

Моделирование поведения транспорта на дорогах необходимо проводить с учетом структуры реальных сетей. Одним из вопросов, возникающим при реализации моделирования транспортной сети является выбор и подготовка географических данных для проведения анализа разработанных моделей. Поэтому для реализации целей моделирования может быть выбран открытый, общедоступный онлайн ресурс географических карт OpenStreetMap (OSM).

OpenStreetMap содержит данные о дорогах, улицах, объектах инфраструктуры, вокзалах и многих других объектах по всему миру. Основная карта на OpenStreetMap.org или любая её часть может быть скачена с ресурса и использована в режиме offline.

Все данные можно условно разбить на три основные группы: типы данных, описывающие в виде иерархических связей сам объект, как некую пространственную сущность; информационная – описание объекта, не имеющее к его географической структуре прямого отношения (название, физические, и прочие свойства); служебные атрибуты объекта, необходимые для организации процесса хранения и обработки информации в виде набора данных, такие как уникальный идентификатор, состояние объекта в базе, время последней правки объекта в базе и т.д.

Базовые типы структур: точка (node); линия (way); отношение (relation). Первый тип: точка (node) – это минимальный набор данных, который содержит в себе информацию о паре координат: широта, долгота (lat, lon) и является базовым в иерархической модели. Второй тип данных: линия (way) – это совокупность указателей на объекты типа точка (node). Третий тип данных: отношения (relation). В отношениях указывается не только id объекта, но и его тип. Например, отношением может быть не геометрическая фигура, а маршрут общественного транспорта (логическая схема), тогда в него входят последовательно участки дорог, по которым будет двигаться автобус и список точек – остановки на которых он останавливается, следовательно порядок включения дорог в отношение показывает последовательность прохождения маршрута, а порядок остановок – последовательность их посещения. Объект relation может быть членом другого relation, при этом уровень вложенности и иерархия вверх ничем не ограничивается. Все объекты в OSM описываются этими тремя типами данных, после чего информационно связываются комбинациями тегов. Модель данных в OSM строится на иерархической ссылочной структуре, из чего следует, что любой последующий тип данных не содержит информацию, содержащуюся в предыдущих типах, а образует новую сущность, ссылаясь на некое множество объектов предыдущего типа.

C. Нахождение порога перколяции в транспортных сетях

После построения графа реальной дорожной сети с использованием OSM можно провести численные эксперименты по нахождению её порога перколяции и определения критического значения величины вероятности блокирования её отдельных узлов. Одним из основных вопросов, на которые отвечает теория перколяции, – при какой доле n_c проводящих узлов возникает проводящая цепочка, соединяющая противоположные стороны сетки? Величина этой доли называется порогом перколяции. Для изучения случайных сетей с множеством связей аналитических моделей описания перколяционных процессов не существует и их исследование возможно только методами численного моделирования. Подобное описание транспортных сетей позволяет дать ответ на ряд вопросов: 1) как порог перколяции зависит от среднего числа связей, приходящихся на один узел (плотности сети) и 2) каково может быть распределение кластеров блокированных узлов по размерам. Алгоритм моделирования перколяции в случайной сети имеет следующий вид:

1. Выбираем случайно два узла сети **A** и **B,** с учетом ограничения, что между ними должен быть хотя бы один промежуточный узел.

2. Задаем величину вероятности блокирования узлов и случайным образом блокируем число узлов сети (или связей) в общей доли, равной данной вероятности.

3. Проверяем наличие в сети хотя бы одного «свободного» пути (путь из не исключённых узлов или связей) от узла **A** до некоторого другого узла **B**. Если хотя бы один из узлов **A** или **B** исключен значит свободного пути нет (число «свободных» путей равно 0). Если «свободный» путь есть записываем 1. Для поиска свободного пути можно, например, использовать известный алгоритм поиска пути в графе Union Find.

4. Увеличиваем значение величины вероятности исключения узлов и блокируем случайным образом число узлов сети общей доли, равной величине данной заданной вероятности. Далее определяем блокированные узлы сети.

5. Возвращаемся к шагу 4, пока не будут исключены все узлы сети.

6. Далее возвращаемся к пункту 3, и осуществляем выполнение пунктов 4–6 – **Q** раз. От первого и до последнего шагов (в случаях, когда вся сеть оказывается блокированной), по всем экспериментам. И находим общую сумму числа реализаций, когда был реализован хотя бы один “свободный” путь (назовем это число ξ). Находим для каждого шага величину $\overline{\rho\ (h)} = \xi(h)/Q$, где h номер шага. Кроме того, вычисляем средние значения размеров кластеров исключенных узлов и количество таких кластеров.

7. Далее возвращаемся к выполнению пункта 2, и повторяем выполнение шагов 3 – 7 ещё W раз. Для каждого из W опытов находим величину $\overline{p_w(h)}$. Наличие индекса **w,** говорит о том, которое из **W** испытаний мы рассматриваем.

8. После окончания всех расчетов, находим для каждого из h шагов величину $\overline{<\rho\ (h)>} = \sum_W \overline{p_w(h)}/W$, где $\overline{<\rho\ (h)>}$ – среднее значение величины вероятности прохождения данных или информации через сеть в целом по не исключенным узлам на каждом из шагов, с учетом различных возможных конфигураций путей. Затем, рассчитываем величину среднего значения размеров кластеров исключенных узлов, количество таких кластеров, и т.д. (параметры кластеризации всей сети в целом) на каждом из шагов, по всем **W** возможным конфигурациям различных путей в сети (с учетом операции усреднения, выполненной по всем **Q** численным экспериментам). Затем строим графические зависимости величины среднего значения вероятности прохождения через сеть $\overline{<\rho\ (h)>}$ в целом от доли блокированных узлов сети. И на основании графика, определяем порог перколяции (значение вероятности блокировки отдельных узлов, при которой образуется ступенчатый скачек вероятности блокирования всей сети в целом).

IV. Математическая модель транспортной сети на основе стохастической динамики

Если рассматривать изменение потоков машин, как случайный процесс и для каждого направления, каждого узла транспортной сети задано критически допустимое число машин в очереди $L_{i,j}$ то, можно определить вероятность $P(L_{i,j}, t)$ того, что к моменту времени t число машин в очереди не превысит $L_{i,j}$ (пробка не образуется) [7]. Пусть за некоторый интервал времени τ на j – перекресток, в i – направлении в очередь поступает ε машин и уезжает ξ машин. Весь процесс обработки будет складываться из отдельных шагов h имеющих продолжительность τ, причём $\varepsilon/\tau = \lambda$ – интенсивность входного потока, а $\xi/\tau = \mu$ – интенсивность выходного потока машин. Обозначим через, $P_{x\text{-}\varepsilon,h}$ – вероятность того, что в очереди после h шагов работы светофора находится *(x-ε)* машин, а $P_{x,h}$ – вероятность того что находятся X – машин и $P_{x+\xi,h}$ – вероятность того, что находится (x+ξ) машин. Тогда вероятность $P_{x,h+1}$ того, что на $h+1$ шаге будет находится x машин будет равна: $P_{x,h+1} = P_{x\text{-}\varepsilon,h} + P_{x+\xi,h} - P_{x,h}$.. Введем t=$h\tau$, где t – общее время процесса обработки и получим: P(x,t+τ)=P(x-ε,t)+P(x+ξ,t)-P(x,t). Раскладывая полученное уравнение в ряд Тейлора, ограничимся производными не выше второго порядка, и учитывая, что вторую производную по t тоже можно исключить, поскольку по своему смыслу она описывает процесс, при котором сами машины могли бы быть источниками дополнительных машин получим:

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t}=\frac{(\lambda^2+\mu^2)}{2\mu}\cdot\frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial x^2}-(\lambda-\mu)\cdot\frac{\partial P(x,t)}{\partial x}$$

Поскольку функция $P(x,t)$ является непрерывной, то от вероятности $P(x,t)$ можно перейти к плотности вероятности и сформулировать задачу с граничными условиями. При числе машин $x=L$ в очереди на j – перекресток, в i – направлении, где L – некоторое критическое число, мы считаем, что узел обработки (j – перекресток, в i – направлении) становится перегруженным (образуется пробка). Второе граничное условие выбираем исходя из того, что состояние $x=0$ определяет простой в обработке, т.к. оно соответствует случаю, когда светофор не закрывает данное направление, а это противоречит логике его работы). Используя методы операционного исчисления можно получить выражение для вероятности $P(x,t)$ того, что к моменту времени t пробка не образуется (число машин в очереди не превысит $L_{i,j}$):

$$P(L_{i,j},x_0|t)=$$

$$=A(t)\sum_{n=1}^{M}B(n,t)\frac{e^{\frac{b_{i,j}L_{i,j}}{2a_{i,j}}}\sin\left(\pi n\frac{x_0}{L_{i,j}}\right)+\sin(\pi n\frac{L_{i,j}-x_0}{L_{i,j}})}{(-1)^{n+1}\cdot\left\{\pi n+\frac{b_{i,j}^2L_{i,j}^2}{4\pi n a_{i,j}^2}\right\}} \qquad (1)$$

$A(t)=2e^{-\frac{2b_{i,j}x_0+b_{i,j}^2t}{4a_{i,j}}}$, $B(n,t)=e^{-\frac{\pi^2n^2a_{i,j}t}{L_{i,j}^2}}$ где $a_{i,j}=\frac{\mu_{i,j}^2+\lambda_{i,j}^2}{2\lambda_{i,j}}$

и $b_{i,j}=\lambda_{i,j}-\mu_{i,j}$, $\mu_{i,j}$ – число машин выходящих из j-узла транспортной сети (перекресток/светофор) в i-направлении за единицу времени (выходной поток), $\lambda_{i,j}$ – число машин входящих на узел за единицу времени (входной поток), t – время, x_0 – число машин в очереди в момент начала шага работы светофора.

V. Обсуждение полученных результатов. Связь математической модели стохастической динамики транспортной сети с теорией перколяции

Результаты расчета порога перколяции реальной транспортной сети могут быть связаны с результатами применения разработанной нами стохастической модели транспортных потоков. Для этого можно использовать следующий подход:

1. Строим на основе OpenStreetMap (OSM) граф реальной транспортной сети.
2. Определяем величину порога перколяции графа.
3. Используя, полученное в стохастической модели выражение для вероятности $P(L_{i,j}, x_0|t)$ того, что к моменту времени t пробка на данном направлении выбранного перекрестка не образуется (число машин в очереди не превысит $L_{i,j}$), приравниваем данную вероятность к величине порога перколяции и определяем характеристики движения.

Если решение уравнения (1) относительно времени t синхронизировать с потоками входящих и выходящих машин на соседних перекрестках, то можно определить оптимальные интервалы времени включения светофоров.

$$x_{0\,i,j}^{k}=x_{0\,i,j}^{k-1}+\frac{1}{r}\sum_{i-1}^{r}(\mu_{i,j}^{k-1}\tau_{i,j}^{k-1}+\Delta\lambda_{i,j}^{k-1}T_{i,j}^{k-1})-\mu_{i,j}^{k}t_{i,j}^{k}\quad \lambda_{i,j}^{k}=\frac{x_{0\,i,j}^{k}V_{D1}}{l_{i,j}} \qquad (2)$$

где $x_{0\,i,j}^{k-1}$ – число машин оставшихся не пропущенными на данном направлении i, данного j-перекрестка, после выполнения *(k-1)* шага, r – число входящих на перекресток направлений, $\mu_{i,j}^{k-1}$ – потоки, выходящие на *(k-1)* шаге по каждому из r – направлений на выбранный перекресток. Любая из машин, из входящих на *(k-1)* шаге потоков, может равновероятно выбрать на следующем шаге k одно из направлений r, поэтому перед знаком суммы стоит числовой коэффициент $\frac{1}{r}$. $T_{i,j}^{k-1}$- время, в течение которого выбранное направление было закрыто светофором (время «цикла простоя») Величина $\mathrm{T}_{\mathrm{i,j}}^{\mathrm{k}-1}$ может динамически изменяться. $\Delta\lambda_{i,j}^{k}$ – изменение входящего в выбранном направлении на выбранный узел потока машин, за время $T_{i,j}^{k-1}$. Общее число машин в сети в любой момент времени суток соответствует функции числа машин от времени суток. $\tau_{i,j}^{k-1}$ – время в течение которого на *(k-1)* шаге были открыты входящие направления, пока выбранное исходящие направление было закрыто в течении времени $T_{i,j}^{k-1}$. $\mu_{i,j}^{k}$ – поток, исходящий по выбранному направлению на шаге k, $t_{i,j}^{k}$ – интервал времени включения светофором, на шаге k, выбранного направления (величину которого необходимо определить при решении уравнения (1), V_{D1} – рекомендуемая скорость. Используя найденные величины порогов перколяции, и решая совместно уравнения (1) и (2) для всех узлов графа можно найти оптимальные величины интервалов переключения светофоров.

Список литературы

[1] Zhang Z., He Q., Tong H., Gou J., Li X. Spatial-temporal traffic flow pattern identification and anomaly detection with dictionary-based compression theory in a large-scale urban network. // Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2016. Issue 71. P. 284-302.

[2] Guo J., Chen F., Xu C. Traffic flow forecasting for road tunnel using PSO-GPR algorithm with combined kernel function. // Mathematical Problems in Engineering, 2017. Issue 3. P. 125-135.

[3] Jiang R., Jin C., Zhang H. Experimental and empirical investigations of traffic flow instability. // Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2017. Issue 73. P. 1-16.

[4] Danchuk O., Bakulich V., Svatko F. An improvement in ant algorithm method for optimizing a transport route with regard to traffic flow. // Procedia Engineering, 2017. Issue 187. P. 425-434.

[5] Dorigo M., Maniezzo V., Colorni A. Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents. // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B, 1996. № 26 (1). P. 29-41.

[6] Karakatič S., Podgorelec V. A survey of genetic algorithms for solving multi depot vehicle routing problem. // Applied Soft Computing, 2017. Issue 27, P. 519-532.

[7] Stochastic Models of Traffic Flow Balancing and Management of Urban Transport Networks. / D. Zhukov, S. Lesko, A. Alyoshkin. // Proceeding of the Tenth International Conference on Mobile Ubiquitous Computing, Systems, Services and Technologies, 9 – 13 October 2016, Venice, Italy 2016, pp. 126-130.