

Практические вопросы оценивания стандартной неопределенности

Л. С. Звягин

Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации (Финуниверситет), Financial University
lszvyagin@fa.ru

Аннотация. Проводя измерения физических величин, мы предполагаем получить какое-то определенное значение, которое считаем истинным. Однако, данное понятие, характеризующее физическую величину, является своего рода эталоном, или идеалом, достичь который в реальной жизни невозможно. Поэтому говоря об измеренном или полученном значении некоторой физической величины, принято подразумевать действительное значение. Разница между действительным и истинным значением есть неопределенность в измерении.

Ключевые слова: вероятность; подход; информация; стандартизация; оптимизация

В ходе развития информационных технологий одним из наиболее полных и объективных в плане оценки целостной ситуации является применение в ходе изучения какого-либо процесса, явления, структуры и состава организации, предприятия, выполнения ими каких-либо задач является методология, напрямую связанная с анализом системы – или же, другими словами, системный подход к анализу ситуации.

При подобном методе оценки ситуации есть множество возможных разветвлений данного способа, но на данный момент очень популярным и эффективным методом при разработке и анализе информации о каком-либо процессе, явлении, об операциях в организациях и их подразделениях является использование вероятностных методов обработки информации.

На показания измерения оказывают влияние самые различные факторы:

- окружающая среда;
- измерительная система;
- методика проведения измерения;
- физическое и психологическое состояние сотрудника, который осуществляет данное измерение, его квалификация.

Если измерение одной и той же величины проводит один оператор в одних и в тех же условиях окружающей среды несколько раз одинаковым методом, то при определенной разрешающей способности измерительной системы можно наблюдать разброс показаний. Этот разброс дает возможность оценить качество проведенных измерений.

То есть взаимосвязь получаемой итоговой величины, в отношении которой получаем информацию, в общем случае можно представить в виде определенной функции с входными величинами, информация о которых доступна:

$$Y = f(X_1, \dots, X_n)$$

где Y – выходное значение, информацию в отношении которого необходимо получить; X_1, \dots, X_n – входное значение.

Таким образом, согласно ГОСТ Р 54500.1-2011 неопределенность измерения – неотрицательный параметр, который характеризует рассеяние значений случайной величины, приписываемых измеряемой величине на основании имеющейся информации [1].

Все величины, от которых зависит результат могут изменяться. Это значит, что каждой такой величине сопутствует своя неопределенность. Теоретически ее можно вычислить, применив средства математической статистики. Однако на практике это сделать достаточно затруднительно из-за трудоемкости и длительности процесса. В этом случае для оценивания отдельных неопределенностей на помощь приходит математическая модель измерения.

Неопределенность измерения представляют двумя способами:

1) через функцию распределения, которая предоставляет для любого значения ее аргумента вероятность того, что полученное значение случайной величины меньше или равно этому значению;

2) через функцию плотности вероятностей, которая является производной от функции распределения.

Неопределенность результата измерения отражает отсутствие точного значения измеряемой величины. Так как результат измерения является лишь приближенным (или аппроксимацией), то в данном случае его следует называть оценкой.

Так как обычно измерение обладает целым рядом отклонений, то такие отклонения складываются в погрешность результата измерения.

Погрешность результата измерения складывается из двух составляющих:

1. случайной;
2. систематической.

Случайная составляющая погрешности измерения представляет собой непредсказуемые или стихийные влияющие факторы, которые с большей вероятностью не повторятся при последующем выполнении измерения. Снижения влияния случайной составляющей на итоговый результат измерения осуществляют за счет увеличения количества отдельных наблюдений.

Результат измерения после принятия мер по снижению влияющих факторов, то есть погрешностей, по-прежнему остается лишь оценкой измеряемой величины вследствие неопределенности, которая в свою очередь возникает из-за случайных воздействий и неточной поправки результата.

При выполнении измерения существует много источников неопределенности в измерениях. К ним относятся: 1) недостаточно полное определение измеряемой физической величины; 2) несовершенное выполнение измерения данной величины; 3) чувствительность прибора или средства измерения; 4) нерепрезентативная выборка измерений; 5) субъективная систематическая погрешность оператора при выполнении измерения; 6) несовершенное измерение параметров окружающей среды; 7) необъективная оценка влияющих факторов окружающей среды; 8) неточность эталонов, с помощью которых вводятся поправки в результат измерения; 9) неточные значения констант, используемых при обработке результатов измерения и др.

В общепринятой мировой практике принято говорить о двух типах неопределенности: А и В.

Для оценки неопределенности по типу А проводят статистическую обработку ряда наблюдений. По типу В – все остальные случаи.

Когда речь идет о неопределенности также принято подразумевать:

- стандартную неопределенность, которая выражается в форме стандартного отклонения;
- расширенную неопределенность, то есть величину, задающую результат измерения, в пределах которого ожидаемо находится большая часть распределения измеренных значений случайной величины.

Говоря о двух типах неопределенности, следует помнить, что различия предполагаются только лишь в способе их оценки, но это не означает, что существуют различия в природе этих составляющих.

Оценка неопределенности направлена на получение вероятностной оценки после исключения грубых погрешностей и всех значимых систематических составляющих погрешности измерения.

Этот подход позволяет использовать математический аппарат теории вероятности и математической статистики.

Процесс оценивания некоторой физической величины и неизбежно сопровождающую неопределенность можно описать следующими этапами:

- 1) описание измерение и составление модели измерения;
- 2) оценивание полученных значений и нахождение стандартных неопределенностей входных величин;
- 3) анализ получаемых зависимостей (корреляций);
- 4) расчет оценки входной величины;
- 5) расчет стандартной неопределенности выходной величины;
- 6) нахождение расширенной неопределенности;
- 7) запись конечного результата измерения.

I. ОЦЕНИВАНИЕ СТАНДАРТНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПО ТИПУ А

Для статистической обработки имеющегося массива данных необходимо определить ожидаемое значение измеряемой величины. В аппарате математической статистики это значение носит название математическое ожидание. В большинстве случаев доступным способом определить данный показатель является вычисление среднего арифметического выборки. Среднее значение определяется по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

где x_i – отдельное независимое наблюдение; n – количество наблюдений.

Отдельные наблюдения x_i отличаются между собой из-за случайных влияющих факторов.

В этом случае искомая величина X будет характеризоваться средним арифметическим снятых показаний, которое представляет собой наилучшую оценку математического ожидания, и стандартным отклонением этого среднего арифметического, которое является стандартным отклонением самой величины.

Говоря о нормальном законе распределения необходимо учитывать количество имеющихся данных в массиве.

При небольшом количестве показаний (до 30) используют t -распределение. При выборке более 30 следует применять распределение Гаусса.

В результате оценивания неопределенности по типу А необходимым является определение еще одной составляющей – стандартного отклонения среднего арифметического S , которое и будет являться в этом случае стандартной неопределенностью типа А – U .

Стандартное отклонение определяют по формуле:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}},$$

где x_i – независимое наблюдение; \bar{x} – среднее арифметическое всех наблюдений; n – количество наблюдений.

Данная характеристика выборки называется экспериментальным стандартным отклонением. Оно характеризует изменчивость наблюдаемых значений x_i относительно среднего значения, а точнее их рассеяние или дисперсию.

Наилучшая оценка среднего значения определяется:

$$S(\bar{x}) = \sqrt{\frac{S^2}{n}}$$

Экспериментальное стандартное отклонение среднего значения количественно определяют насколько хорошо среднее арифметическое значение измеренных величин оценивает их математическое ожидание. Данный показатель также является мерой неопределенности среднего значения.

Таким образом, для входной величины x_i , определенной из n независимых повторяющихся наблюдений, стандартная неопределенность $U(x_i)$ ее оценки $x_i = \bar{x}$, есть $U(x_i) = S(\bar{x})$.

II. ОЦЕНИВАНИЕ СТАНДАРТНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПО ТИПУ В

Оценить входную величину, которая не является результатом повторяющихся наблюдений, невозможно, используя вышеописанный метод А. Оценка стандартной неопределенности $U(x_i)$ производится на основе научного суждения, которое опирается на всю имеющуюся информацию об изменчивости данной величины x_i .

Эта информация может включать в себя:

- данные предварительных измерений;
- данные, которые приводятся в свидетельствах о калибровке и в других сертификатах;
- спецификации изготовителя;
- данные, полученные в результате опыта, или общее знание о поведении и свойствах соответствующих материалов и приборов;
- неопределенности, приписываемые справочным данным, взятым из справочников.

Неопределенность, оцененную таким способом, называют стандартной неопределенностью типа В.

Если оценка x_i берется из спецификации изготовителя, свидетельства о поверке, справочника или другого источника, и ее неопределенность представляется как некоторое кратное стандартного отклонения. В таком случае стандартную неопределенность $U(x_i)$ можно принять равной указанному значению, деленному на множитель.

Приведем пример.

В свидетельстве о калибровке имеется информация, что масса m_s эталона из нержавеющей стали с номинальным

значением 1 килограмм составляет 1000,000325 г и что «неопределенность этого значения равняется 240 мкг на уровне трех стандартных отклонений». Тогда стандартная неопределенность эталона массы есть

$$U(m_s) = \frac{240 \text{ мкг}}{3} = 80 \text{ мкг}.$$

Это соответствует относительной стандартной неопределенности

$$\frac{U(m_s)}{m_s} = 80 \cdot 10^{-5}$$

Оцененная дисперсия равняется:

$$U^2(m_s) = (80 \text{ мкг})^2 = 6,4 \cdot 10^{-9} \text{ г}^2.$$

Приведенная неопределенность величины x_i необязательно должна быть представлена в виде кратного стандартного отклонения. Также можно встретить, что эта неопределенность определяет интервал, имеющий 90, 95 или 99 процентный уровень доверия. Если не указано иное, то можно предположить, что для вычисления упомянутой неопределенности использовалось нормальное распределение и стандартную неопределенность получают делением приведенной неопределенности на соответствующий коэффициент для нормального распределения. Коэффициенты для этих трех доверительных уровней: 1,64; 1,96 и 2,58 соответственно.

Например. Свидетельство о калибровке утверждает, что сопротивление эталонного резистора R_s с номинальным значением 10 Ом есть 10,000742 Ом \pm 129 мкОм при 23°C и что «упомянутая неопределенность 129 мкОм определяет интервал, имеющий 99 процентный уровень доверия». В таком случае стандартную неопределенность резистора можно принять как

$$U(R_s) = \frac{129 \text{ мкОм}}{2,58} = 50 \text{ мкОм}.$$

Это соответствует относительной стандартной неопределенности

$$\frac{U(R_s)}{R_s} = 5,0 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}.$$

Оцененная дисперсия составит:

$$U^2(R_s) = (50 \text{ мкОм})^2 = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ Ом}^2.$$

Часто анализ научных данных и подобной информации об измеряемой величине не дает возможность найти определенное значение неопределенности. Существует лишь возможность предположить с вероятностью 50 на 50, что она находится между теми или иными заданными значениями a и b , то есть попадает в интервал $[a; b]$.

Для решения подобной задачи прибегают к следующему подходу. Если можно предположить, что распределение вероятных значений измеряемой величины

близко к нормальному, то наилучшая оценка этой величины принимается на середина заданного интервала:

$$c = \frac{a+b}{2},$$

где a – начало доверительного интервала; b – конец доверительного интервала; c – средняя точка интервала, наилучшая оценка величины. Тогда можно принять, что стандартная неопределенность составит:

$$U(x_i) = 1,48 \cdot c,$$

где 1,48 – коэффициент для нормального распределения с математическим ожиданием, охватывающим около 50 % распределения. Например, определяя размеры детали, оцениваем, что длина данной детали с вероятностью 50 % находится в интервале от 5,07 мм до 5,15 см и говорим о том, что $l = (5,11 \pm 0,04)$ см. Имеем в виду, что $\pm 0,04$ см определяет интервал, который имеет уровень доверия 50 %. Тогда $c = 0,04$ см и, сделав предложение о том, что распределение нормальное, вычислим стандартную неопределенность измеряемого показателя:

$$U(l) = 1,48 \cdot 0,04 \text{ см} = 0,06 \text{ см}$$

Оцениваемая дисперсия равна:

$$U^2(l) = (1,48 \cdot 0,04 \text{ см})^2 = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2.$$

При оценивании неопределенности по типу В часто можно говорить о том, то, что X лежит в определенном интервале $[a; b]$. Данная информация может быть представлена в форме прямоугольного распределения вероятностей с границами a и b .

Таким образом, стандартную неопределенность типа А получают из функции плотности вероятностей, полученной из наблюдаемого распределения по частности, в то время как стандартную неопределенность типа В получают из предполагаемой функции вероятностей, основанной на степени уверенности в том, что событие произойдет (эта вероятность часто называется субъективной вероятностью). Оба эти подхода являются признанными интерпретациями вероятности [2]. Говоря о стандартной неопределенности выходной величины, подразумевается значение суммарной или комбинированной стандартной неопределенности. Ее получают путем суммирования стандартных неопределенностей входных величин $U(x_i)$, найденных по методу А или В. Стандартная неопределенность выходной величины обозначается $U_c(y)$. Метод, применяемый для определения суммарной неопределенности, носит название Закон распространения неопределенностей:

$$U_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot U^2(x_i)}$$

где $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ – коэффициент чувствительности, который показывает, как выходная оценка Y изменяется с изменением значения входных оценок x_i .

В соответствии с рекомендациями Международной комиссии мер и весов суммарная неопределенность может быть использована в качестве оценки неопределенности результата измерения. Однако в некоторых областях науки и промышленности, в частности здравоохранения, безопасности, необходимо привести меру неопределенности, которая бы указала интервал для результата измерения, в пределах которого можно было бы ожидать, что находится большая часть распределения значений случайной величины. Эта мера называется расширенной неопределенностью (u). Она определяется по формуле:

$$u = kU(y),$$

где k – коэффициент охвата.

Коэффициент охвата зависит от уровня доверительной вероятности P . Так для $P = 95\%$ коэффициент охвата $k = 3$. Для $P = 99\%$ $k = 3$.

Конечный результат измерения обычно представляют в следующем виде:

$$[\bar{y} \pm U(y)] \text{ с } P = \dots$$

где \bar{y} – среднее значение измеренной выходной величины; $U(y)$ – найденная определенность; P – заданный уровень вероятности принятия решения [3].

При изучении вероятностных методов обработки информации становится ясно, что роль вероятностных методов в современных условиях развития информационных технологий достаточно велика. Данные методы применяются при обработке информации в различных науках, начиная от математических и заканчивая естественно-научными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] ГОСТ Р 54500.1-2011/Руководство ИСО/МЭК 98-1:2009. Национальный стандарт Российской Федерации. Неопределенность измерения. Часть 1. Введение в руководства по неопределенности измерения" (утв. и введен в действие Приказом Росстандарта от 16.11.2011 N 555-ст)
- [2] Походун А.И. Экспериментальные методы исследований. Погрешности и неопределенности измерений: учебное пособие / А.И. Походун. СПб: СПбГУ ИТМО, 2006. 112 с.
- [3] Ефимова Н.Ю. Оценка неопределенности в измерениях: практическое пособие / Н.Ю. Ефимова. Мн.: БелГИМ, 2003. 50 с.
- [4] Карасева М.В., Новожилов А.А., Рукавицына Т.А. К вопросу оценки эффективности функционирования организационно - технических систем. // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М.Ф. Решетнева. 2011. №4.
- [5] Панин О.А. Проблемы оценки эффективности систем физической защиты объектов. // Безопасность. Достоверность. Информация. 2007. №3.