

# Создание алгоритмического базиса самовосстанавливающихся вычислений

Е. Г. Воробьев<sup>1</sup>, Jon A.Olaode<sup>2</sup>, Т. В. Альшанская<sup>3</sup>

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

«ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

<sup>1</sup>vrbyug@mail.ru, <sup>2</sup>oia.john34@yahoo.com, <sup>3</sup>ashanskay@mail.ru

**Аннотация.** Рассмотрен алгоритмический базис принципиально нового класса самовосстанавливающихся машинных вычислений в условиях деструктивных воздействий на вычислительную среду современных компьютеров пятого поколения.

**Ключевые слова:** машинные вычисления; «архитектура фон Неймана»; деструктивные воздействия на машинные вычисления; возмущения вычислений; самовосстанавливающиеся вычисления

## I. ВВЕДЕНИЕ

Раскроем характерные особенности единичных, групповых и массовых возмущений вычислений [1–10] с помощью следующих определений.

### А. Определение 1

Динамическая система самовосстанавливающихся вычислений в условиях деструктивных возмущений вычислительной среды  $\Sigma$  называется *стационарной* (постоянной) тогда и только тогда, когда:

- (а)  $T$  есть аддитивная группа (относительно обычной операции сложения вещественных чисел);
- (б)  $\Omega$  замкнуто относительно оператора сдвига  $z^\tau$ :  $\omega \rightarrow \omega'$ , определяемого соотношением:  $\omega'(t) = \omega(t + \tau)$  при всех  $\tau, t \in T$ ;
- (в)  $\varphi(t; \tau, x, \omega) = \varphi(t + s; \tau + s, x, z^s \omega)$  при всех  $s \in T$ ;
- (г) отображение  $\eta(t, \cdot): X \rightarrow Y$  не зависит от  $t^1$ .

### В. Определение 2

Динамическая система самовосстанавливающихся вычислений в условиях деструктивных возмущений вычислительной среды  $\Sigma$  называется системой с *непрерывным временем* тогда и только тогда, когда  $T$  совпадает с множеством вещественных чисел, и называется системой с *дискретным временем* тогда и только тогда, когда  $T$  есть множество целых чисел.

Здесь различие между системами с непрерывным и дискретным временем несущественно и выбор между ними диктуется в основном соображениями математического удобства разработки соответствующих моделей вычислений. Системы самовосстанавливающихся вычислений в условиях деструктивных возмущений вычислительной среды с непрерывным временем соответствуют классическим непрерывным моделям вычислений, а названные системы с дискретным временем

соответствуют дискретным моделям вычислительных процессов.

Важной мерой сложности системы вычислений в условиях информационного противоборства является структура её пространства состояния.

### С. Определение 3

Динамическая система вычислений в условиях деструктивных возмущений вычислительной среды  $\Sigma$  называется *конечномерной* тогда и только тогда, когда  $X$  является конечномерным линейным пространством. При этом  $\dim \Sigma = \dim X_\Sigma$ . Система  $\Sigma$  называется *конечной* тогда и только тогда, когда множество  $X$  конечно. Наконец, система  $\Sigma$  называется *конечным автоматом* тогда и только тогда, когда все множества  $X$ ,  $U$  и  $Y$  конечны и, кроме того, система стационарна и с дискретным временем.

Предположение о конечномерности названной системы существенно с точки зрения получения конкретных численных результатов.

### Д. Определение 4

Динамическая система вычислений в условиях деструктивных возмущений вычислительной среды  $\Sigma$  называется *линейной* тогда и только тогда, когда:

- (а) пространства  $X$ ,  $U$ ,  $\Omega$ ,  $Y$  и  $\Gamma$  суть векторные пространства (над заданным произвольным полем  $K$ );
- (б) отображение  $\varphi(t; \tau, \cdot, \cdot): X \times \Omega \rightarrow X$  является  $K$ -линейным при всех  $t$  и  $\tau$ ;
- (в) отображение  $\eta(t, \cdot): X \rightarrow Y$  является  $K$ -линейным при любых  $t$ .

В случае необходимости использования математического аппарата дифференциального и интегрального исчисления необходимо, чтобы в определение системы  $\Sigma$  были включены некоторые допущения о непрерывности. Для этого необходимо предположить, что различные множества  $(T, X, U, \Omega, Y, \Gamma)$  являются топологическими пространствами и что отображения  $\varphi$  и  $\eta$  непрерывны относительно соответствующей (Тихоновской) топологии.

### Е. Определение 5

Динамическая система вычислений в условиях деструктивных возмущений вычислительной среды  $\Sigma$  называется *гладкой* тогда и только тогда, когда:

- (a)  $T=R$  есть множество вещественных чисел (с обычной топологией);
- (b)  $X$  и  $\Omega$  суть топологические пространства;
- (c) переходное отображение  $\varphi$  обладает тем свойством, что  $(\tau, x, \omega) \mapsto \varphi(\cdot; \tau, x, \omega)$  определяет непрерывное отображение  $T \times X \times \Omega \mapsto C^1(T \rightarrow X)^2$ .

Для любого заданного начального состояния  $(\tau, x)$  и отрезка входного воздействия  $\omega_{(\tau, t_1]}$  системы  $\Sigma$  задаётся реакция системы  $\gamma_{(\tau, t_1]}$ , т.е. задаётся отображение:  $f_{\tau, x}: \omega_{(\tau, t_1]} \rightarrow \gamma_{(\tau, t_1]}$ .

Здесь значение выходной величины в момент времени  $t \in (\tau, t_1]$  определяется из соотношения:  $f_{\tau, x}(\omega_{(\tau, t_1]})(t) = \eta(t, \varphi(t; \tau, x, \omega))$ .

#### Г. Определение 6

Динамической системой вычислений в условиях деструктивных возмущений вычислительной среды  $\Sigma$  (с точки зрения её внешнего поведения) называется следующее математическое понятие:

- (a) заданы множества  $T, U, \Omega, Y$  и  $\Gamma$ , удовлетворяющие рассмотренным выше свойствам.
- (b) задано множество  $A$ , индексирующее семейство функций:  $F = \{f_\alpha: T \times \Omega \rightarrow Y, \alpha \in A\}$ , где каждый элемент семейства  $F$  записывается в явном виде как  $f_\alpha(t, \omega) = y(t)$ , т.е. является выходной величиной для входного воздействия  $\omega$ , полученной в эксперименте  $\alpha$ . Каждое  $f_\alpha$  называется отображением *вход – выход* и обладает следующими свойствами:

1. (Направление времени.) Существует такое отображение  $\iota: A \rightarrow T$ , что  $f_\alpha(t, \omega)$  определено при всех  $t \geq \iota(\alpha)$ .
2. (Причинность.) Пусть  $\tau, t \in T$  и  $\tau < t$ . Если  $\omega, \omega' \in \Omega$  и  $\omega_{(\tau, t]} = \omega'_{(\tau, t]}$ , то  $f_\alpha(t, \omega) = f_\alpha(t, \omega')$  при всех  $\alpha$ , для которых  $\tau = \iota(\alpha)$ .

### II. МОДЕЛЬ АБСТРАКТНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Определим модель абстрактного преобразователя вычислений в условиях деструктивных возмущений вычислительной среды следующим образом.

#### А. Определение 7

Абстрактным преобразователем вычислений в условиях деструктивных возмущений вычислительной среды  $\Sigma$  называется сложное математическое понятие, определяемое следующими аксиомами.

- (a) Заданы множество моментов времени  $T$ , множество состояний вычислений  $X$ , множество мгновенных значений входных величин  $U$ , множество допустимых входных величин  $\Omega = \{\omega: T \rightarrow U\}$ , множество мгновенных значений выходных величин  $Y$  и множество допустимых выходных величин  $\Gamma = \{\gamma: T \rightarrow Y\}$ .

- (b) (Направление времени) Множество  $Y$  есть некоторое упорядоченное подмножество множества вещественных чисел.
- (c) Множество входных величин  $\Omega$  удовлетворяет следующим условиям:

1. (Нетривиальность) Множество  $\Omega$  не пусто.
2. (Сочленение входных величин) Назовём *отрезком входного воздействия*  $\omega = \omega_{(t_1, t_2]}$  для  $\omega \in \Omega$  сужение  $\omega$  на  $(t_1, t_2] \cap T$ . Тогда если  $\omega, \omega' \in \Omega$  и  $t_1 < t_2 < t_3$ , то найдётся такое  $\omega'' \in \Omega$ , что  $\omega''_{(t_1, t_2]} = \omega_{(t_1, t_2]}$  и  $\omega''_{(t_2, t_3]} = \omega'_{(t_2, t_3]}$ .

- (d) Существует *переходная функция состояния*  $\varphi: T \times T \times X \times \Omega \rightarrow X$ , значениями которой служат состояния  $x(t) = \varphi(t; \tau, x, \omega) \in X$ , в которых оказывается система в момент времени  $t \in T$ , если в *начальный момент времени*  $\tau \in T$  она была в *начальном состоянии*  $x = x(\tau) \in X$  и если на её вход поступила *входная величина*  $\omega \in \Omega$ . Функция  $\varphi$  обладает следующими свойствами:

- 1) (Направление времени) Функция  $\varphi$  определена для всех  $t \geq \tau$  и необязательно определена для всех  $t < \tau^2$ .
- 2) (Согласованность) Равенство  $\varphi(t; t, x, \omega) = x$  выполняется при любых  $t \in T$ , любых  $x \in X$  и любых  $\omega \in \Omega$ .
- 3) (Полугрупповое свойство) Для любых  $t_1 < t_2 < t_3$  и любых  $x \in X$  и  $\omega \in \Omega$  имеем  $\varphi(t_3; t_1, x, \omega) = \varphi(t_3; t_2, \varphi(t_2; t_1, x, \omega), \omega)$ .
- 4) (Причинность) Если  $\omega, \omega'' \in \Omega$  и  $\omega_{(\tau, t]} = \omega'_{(\tau, t]}$ , то  $\varphi(t; \tau, x, \omega) = \varphi(t; \tau, x, \omega')$

- (e) Задано *выходное отображение*  $\eta: T \times X \rightarrow Y$ , определяющее выходные величины  $y(t) = \eta(t, x(t))$ . Отображение  $(\tau, t] \rightarrow Y$ , задаваемое соотношением  $\sigma \mapsto \eta(\sigma, \varphi(\sigma; \tau, x, \omega))$ ,  $\sigma \in (\tau, t]$ , называется *отрезком входной величины*, т.е. сужением  $\gamma_{(\tau, t]}$  некоторого  $\gamma \in \Gamma$  на  $(\tau, t]$ .

Дополнительно пару  $(\tau, x)$ , где  $\tau \in T$  и  $x \in X$ , назовем *событием* (или *фазой*) системы  $\Sigma$ , а множество  $T \in X$  – *пространством событий* (или *фазовым пространством*) системы  $\Sigma$ . Переходную функцию состояний  $\varphi$  (или её график в пространстве событий) назовем *траекторией* или *кривой решения* и т.д. Здесь входное воздействие, или *управление*  $\omega$ , *переносит, переводит, изменяет, преобразует* состояние  $x$  (или событие  $(\tau, x)$ ) в состояние  $\varphi(t; \tau, x, \omega)$  (или в событие  $(t, \varphi(t; \tau, x, \omega))$ ). Под *движением системы* понимается функция состояний  $\varphi$ .

#### В. Определение 8

В более общем виде модель абстрактного вычислителя в условиях возмущений  $\mathfrak{R}$  с дискретным временем,  $m$  входами и  $p$  выходами над полем целых чисел  $K$  представляется сложным объектом  $(\aleph, \wp, \diamond)$ , где отображения  $\aleph: \ell \rightarrow \ell, \wp: K^m \rightarrow \ell, \diamond: \ell \rightarrow K^p$  суть абстрактные  $K$ -гомоморфизмы,  $\ell$  – некоторое абстрактное векторное пространство над  $K$ . Размерность

пространства  $\ell(\dim \ell)$  определяет размерность системы  $\mathfrak{R}(\dim \mathfrak{R})$ .

Выбранное представление позволило сформулировать и доказать в работе утверждения, подтверждающие принципиальное существование искомого решения [2–7].

### III. ИДЕОЛОГИЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ С ПАМЯТЬЮ ДЛЯ ПРИВИТИЯ ИММУНИТЕТА К ВОЗМУЩЕНИЯМ

На основе приведенных определений раскроем сущность идеологии вычислений с памятью для привития иммунитета к возмущениям следующим образом.

#### А. Определение 9

Вычислением с памятью называется сложное математическое понятие динамической системы  $\Sigma$ , определяемое следующими аксиомами.

- (а) Заданы множество моментов времени  $T$ , множество состояний вычислений  $X$  в условиях деструктивных воздействий, множество мгновенных значений штатных и деструктивных входных воздействий  $U$ , множество допустимых входных воздействий  $\Omega = \{\omega: T \rightarrow U\}$ , множество мгновенных значений выходных величин  $Y$  и множество выходных величин восстановленных вычислений  $\Gamma = \{\gamma: T \rightarrow Y\}$ .
- (b) (Направление времени) Множество  $Y$  есть некоторое упорядоченное подмножество множества вещественных чисел.
- (c) Множество допустимых входных воздействий  $\Omega$  удовлетворяет следующим условиям:
  1. (Нетривиальность) Множество  $\Omega$  не пусто.
  2. (Сочленение входных величин) Назовём *отрезком входного воздействия*  $\omega = \omega_{(t_1, t_2]}$  для  $\omega \in \Omega$  сужение  $\omega$  на  $(t_1, t_2] \cap T$ . Тогда если  $\omega, \omega' \in \Omega$  и  $t_1 < t_2 < t_3$ , то найдётся такое  $\omega'' \in \Omega$ , что  $\omega''_{(t_1, t_2]} = \omega_{(t_1, t_2]}$  и  $\omega''_{(t_2, t_3]} = \omega'_{(t_2, t_3]}$ .
- (d) Существует *переходная функция состояния*  $\varphi: T \times T \times X \times \Omega \rightarrow X$ , значениями которой служат состояния  $x(t) = \varphi(t; \tau, x, \omega) \in X$ , в которых оказывается система в момент времени  $t \in T$ , если в *начальный момент времени*  $\tau \in T$  она была в *начальном состоянии*  $x = x(\tau) \in X$  и если на неё действовало *входное воздействие*  $\omega \in \Omega$ . Функция  $\varphi$  обладает следующими свойствами:
  5. (Направление времени) Функция  $\varphi$  определена для всех  $t \geq \tau$  и не обязательно определена для всех  $t < \tau$ .
  6. (Согласованность) Равенство  $\varphi(t; t, x, \omega) = x$  выполняется при любых  $t \in T$ , любых  $x \in X$  и любых  $\omega \in \Omega$ .
  7. (Полугрупповое свойство) Для любых  $t_1 < t_2 < t_3$  и любых  $x \in X$  и  $\omega \in \Omega$  имеем  $\varphi(t_3; t_1, x, \omega) = \varphi(t_3; t_2, \varphi(t_2; t_1, x, \omega), \omega)$ .
  8. (Причинность) Если  $\omega, \omega'' \in \Omega$  и  $\omega_{(\tau, t]} = \omega'_{(\tau, t]}$ , то  $\varphi(t; \tau, x, \omega) = \varphi(t; \tau, x, \omega')$

- (e) Задано *выходное отображение*  $\eta: T \times X \rightarrow Y$ , определяющее выходные величины  $y(t) = \eta(t, x(t))$  как результат самовосстановления. Отображение  $(\tau, t] \rightarrow Y$ , задаваемое соотношением  $\sigma \mapsto \eta(\sigma, \varphi(\sigma; \tau, x, \omega))$ ,  $\sigma \in (\tau, t]$ , называется *отрезком входной величины*, т.е. сужением  $\gamma_{(\tau, t]}$  некоторого  $\gamma \in \Gamma$  на  $(\tau, t]$ .

### IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные понятия самовосстанавливающихся вычислений достаточно общие, но уже позволяют выработать единую концепцию самовосстановления вычислений в реальных условиях возмущений вычислительной среды современных вычислительных систем [5–10]. Для разработки соответствующих опытных образцов программно-аппаратных систем самовосстановления вычислений требуется дальнейшая детализация и развитие введенных понятий.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Барабанов А., Марков А., Цирлов В., Процедура доказанного развития мер, чтобы проектировать безопасное программное обеспечение для автоматизированных систем управления процессом // 12-я Международная сибирская Конференция по Контролю и Коммуникациям (Москва, Россия, 12-14 мая 2016).
- [2] Барабанов А., Марков А., Цирлов В., Методологическая структура для анализа и синтеза ряда безопасных средств управления разработкой программного обеспечения // Журнал Теоретических и прикладных информационных технологий, 2016, издание 88, № 1, стр 77-88.
- [3] A. Dorofeev, A. Markov, V. Tsirlov, Social Media in Identifying Threats to Ensure Safe Life in a Modern City, Communications in Computer and Information Science, 2016, vol. 674, pp. 441-449.
- [4] Дрожжинов В.И. и др. Стратегический подход к формированию цифрового правительства США // International Journal of Open Information Technologies. 2017. Т. 5. №. 4.
- [5] V. Kupriyanovsky, Information technology in the university system, science and innovation of the digital economy on the example of the UK // International Journal of Open Information Technologies, 2016, Т. 4, No. 4, pp. 30-39.
- [6] Markov, A., Luchin, D., Rautkin, Y., Tsirlov, V. (2015). Evolution of a Radio Telecommunication Hardware-Software Certification Paradigm in Accordance with Information Security Requirements. In Proceedings of the 11th International Siberian Conference on Control and Communications (Omsk, Russia, May 21-23, 2015).
- [7] A. Markov, A. Fadin, V. Tsirlov, Multilevel Metamodel for Heuristic Search of Vulnerabilities in The Software Source Code, International Journal of Control Theory and Applications, 2016, vol. 9, No 30, pp. 313-320.
- [8] Петренко А.С., Петренко С.А. Проектирование корпоративного сегмента СОПКА // Защита информации. Инсайд. 2016. № 6 (72). С. 47–52.
- [9] Петренко А.С., Петренко С.А. Технологии больших данных (Big Data) в области информационной безопасности // Защита информации. Инсайд. 2016. № 4 (70). С. 82–88.
- [10] Петренко А.А., Петренко С.А. Киберучения: методические рекомендации ENISA // Вопросы кибербезопасности. 2015. № 3 (11). С. 2–14.
- [11] Пряников М.М., Чугунов А.В., Блокчейн как коммуникационная основа формирования цифровой экономики: преимущества и проблемы // International Journal of Open Information Technologies - 2017. Т.5. №. 6.
- [12] Синягов С.А. и др. Строительство и инженерия на основе стандартов BIM как основа трансформаций инфраструктур в цифровой экономике // International Journal of Open Information Technologies. 2017. Т. 5. №. 5.