

# Проектирование компактных квантовых цепей в ЛБС-нотации на основе шаблонов для последовательностей SWAPs

И. В. Матвеева<sup>1</sup>, В. А. Калмычков<sup>2</sup>, А. В. Дорохов<sup>3</sup>

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

<sup>1</sup>ir\_mat@mail.ru, <sup>2</sup>vakalmychkov@etu.ru, <sup>3</sup>avdorokhov@yandex.ru

**Аннотация.** В статье рассмотрены возможности исключения взаимно-поглощающих SWAP-преобразователей при реализации спецификации квантовой цепи с существенным числом кубитов для алгебраических форм нечетких функций в нотации линейного ближайшего соседства (ЛБС). Представлены шаблоны для автоматической замены различных типовых конфигураций последовательностей SWAP-преобразователей на более компактную подцепь с вариантами их применения.

**Ключевые слова:** кубит; квантовый преобразователь (гейт); квантовая цепь; логическое проектирование нечетких функций, квантовая оценка

## I. ВВЕДЕНИЕ

Квантовые технологии станут определяющими в области вычислений в ближайшее время. Хотя уже предложены различные подходы к организации квантового вычислительного процесса, продолжается активная исследовательская деятельность по проектированию оптимальных квантовых алгоритмов и разработке методов адаптации классических вычислительных моделей к особенностям реализации и функционирования квантового компьютера. Эта проблематика представлена в широкой области исследований.

Для представления квантового алгоритма используется модель квантовой цепи [1], обеспечивающей размещение квантовых преобразователей, которые воздействуют на кубиты. Вероятностный характер описания состояний кубитов при воздействии квантовых преобразователей позволяет рассматривать квантовый вычислительный процесс на уровне многозначной (нечеткой) логики. Признано, что полиномы Риды-Маллера (РМ) оказались приемлемой математической основой для эффективного представления логических функций в квантовой цепи [2], т.к. они естественным образом транслируются в последовательность преобразователей Тоффоли с множественным управлением (класс  $k$ -кубитных  $C^k\text{NOT}$ -преобразователей). Отметим, что и математическое сообщество активно исследует эти классические полиномы [3]. В последние годы интерес к оптимизации цепей на основе полиномов РМ существенно вырос [4–5].

Однако физическое воплощение квантового алгоритма требует учитывать особенности и ограничения используемой технологической среды, в частности, возникает необходимость расстановки (размещения) обрабатываемых кубитов рядом на ограниченном расстоянии взаимодействия (линейное ближайшее соседство – ЛБС) [6].

Очевидно, что время квантового вычисления зависит от количества преобразователей, их размещения согласно ЛБС и такого расположения, которое по возможности обеспечивает их одновременное (параллельное) применение для независимых кубитов. Оценка оптимальности квантовой цепи дается по числу квантовых преобразователей, ее глубине, определяемой числом блоков, в которых преобразователи реализуются параллельно, и сложностью ближайшего соседства, учитывающему наличие расстояния (оптимально это 0 при полном соседстве) между взаимодействующими кубитами при преобразовании.

## II. ВАРИАТИВНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ КВАНТОВОЙ ЦЕПИ БЛИЖАЙШЕГО СОСЕДСТВА

Для перехода к ЛБС-нотации используются различные стратегии, в частности, на основе расстановки дополнительных SWAP-преобразователей [7–8], что значительно увеличивает квантовую оценку цепи. Поэтому в последние годы проводятся активные исследования по оптимальному размещению SWAP-преобразователей для обеспечения эффективной цепи с ближайшим соседством (ЦБС). Визуализация квантовой цепи выполняется в нотации Дойча [9], где символом « $\bullet$ » обозначен управляющий кубит.

Мы рассматриваем автоматическое проектирование квантовой цепи по логической функции на основе полиномов РМ из трех последовательных процедур (рис. 1) в усеченном виде: 1) синтез для соответствующих кубитов расстановки квантовых преобразователей [9] из выбранного класса  $C^k\text{NOT}$ , 2) переход к ЛБС-нотации путем трансформации сгенерированной квантовой цепи в функциональный эквивалент, который включает SWAP-преобразователи, 3) получение оптимальной

конфигурации SWAP-преобразователей путем устранения взаимно-поглощающих их сочетаний.

Нами используется следующий набор правил локального действия (на рис. 2 цветом выделены линии переставляемых управляющих кубитов).

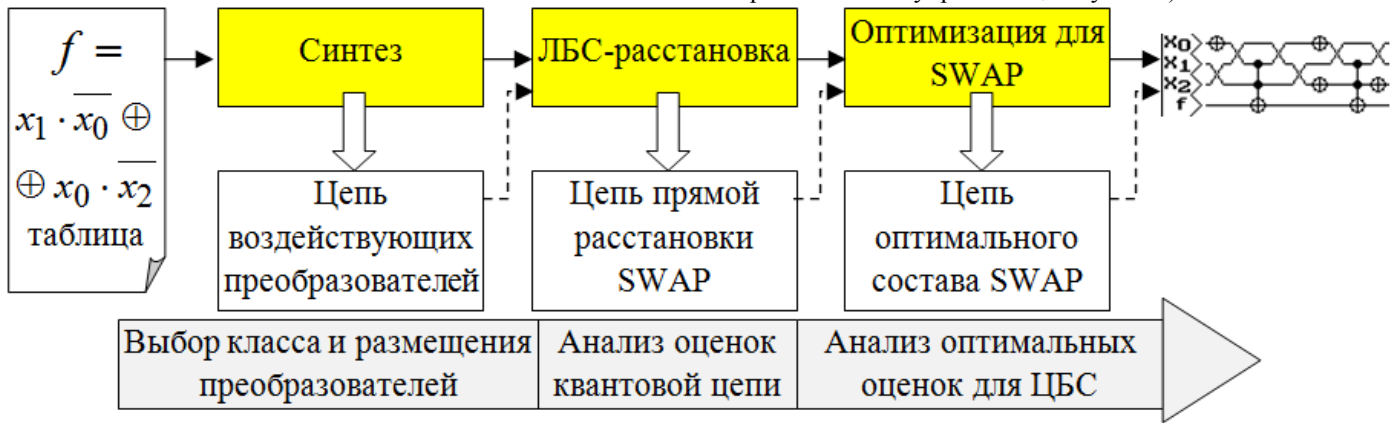


Рис. 1. Автоматические процедуры проектирования ЦБС с оптимальным составом SWAP

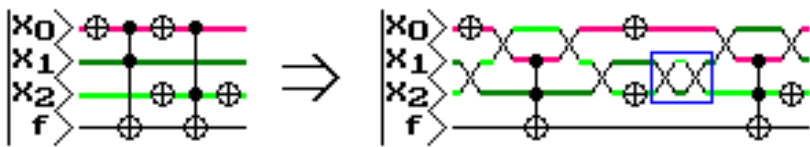


Рис. 2. Результат применения правил 1-3 локального действия

Правило 1. Для приведения квантовой цепи к ЦБС проводится изменение порядка линий кубитов с помощью расстановки парных SWAP-преобразователей: первый размещается на соответствующих линиях перед преобразователем, а второй – после него для восстановления исходного порядка линий кубитов. Число SWAP-преобразователей определяется общим числом сдвигаемых линий кубитов и не оптимально.

Правило 2. Два идущих подряд SWAP-преобразователя взаимно сокращаются.

Правило 3. Воздействующие на независимые кубиты квантовые преобразователи располагаются в квантовой цепи параллельно в виде единого блока, что снижает глубину цепи.

Правила 1–3 применяются ко всем преобразователям исходной квантовой цепи.

Правило 4. Оптимизация сложно-структурированных последовательностей SWAP-преобразователей основана на многопроходном применении шаблонов замещения каскадов SWAP-преобразователей (рис. 3).

Начальное состояние	Конечное состояние	Начальное состояние	Конечное состояние
Шаблон «Лестница вверх»		Шаблон «Лестница вниз»	
$ x_0\rangle$ $ x_1\rangle$ $ x_2\rangle$	$ x_0\rangle$ $ x_1\rangle$ $ x_2\rangle$	$ x_0\rangle$ $ x_1\rangle$ $ x_2\rangle$ $ x_3\rangle$ $ x_4\rangle$	$ x_0\rangle$ $ x_1\rangle$ $ x_2\rangle$ $ x_3\rangle$ $ x_4\rangle$
Шаблон «Бочка»		Шаблон «Каскад»	
$ x_0\rangle$ $ x_1\rangle$ $ x_2\rangle$ $ x_3\rangle$	$ x_0\rangle$ $ x_1\rangle$ $ x_2\rangle$ $ x_3\rangle$	$ x_0\rangle$ $ x_1\rangle$ $ x_2\rangle$ $ x_3\rangle$	$ x_0\rangle$ $ x_1\rangle$ $ x_2\rangle$ $ x_3\rangle$
Обратимый шаблон «V↔X»			
$ x_0\rangle$ $ x_1\rangle$ $ x_2\rangle$ $ x_3\rangle$	$ x_0\rangle$ $ x_1\rangle$ $ x_2\rangle$ $ x_3\rangle$	$ x_0\rangle$ $ x_1\rangle$ $ x_2\rangle$ $ x_3\rangle$	$ x_0\rangle$ $ x_1\rangle$ $ x_2\rangle$ $ x_3\rangle$

Рис. 3. Набор шаблонов реконфигурирования каскадов SWAP-преобразователей

### III. РЕЗУЛЬТАТЫ НАШИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Нами подготовлена программная реализация автоматического применения правил 1–4. В ходе наших экспериментов были использованы ранее полученные квантовые цепи для конкретных полиномов РМ [9] с существенным числом (19) кубитов и  $C^k$ NOT-преобразователей (рис. 4) при  $k=18$ . Основной решаемой проблемой для многопроходного применения правил 1-4 стали плавающий размер конфигурации шаблонов и необходимость остановки при их неоднократном использовании. Условием остановки было выбрано

отсутствие изменения числа SWAP-преобразователей и глубины ЦБС после очередного шага. Отметим, что оптимальный результат достигался не всегда, т.к. шаблоны применимы только к локальному фрагменту ЦБС без учета соседних  $C^k$ NOT-преобразователей.

Автоматически получаемые ЦБС при прямой расстановке преобразователей SWAP (рис. 5) и при последующей их оптимизации (рис. 6) формируются в соответствии с шаблонами. Сопоставляемые блоки заключены в прямоугольники, а для каждого локального участка проводится число сформированных преобразователей SWAP.

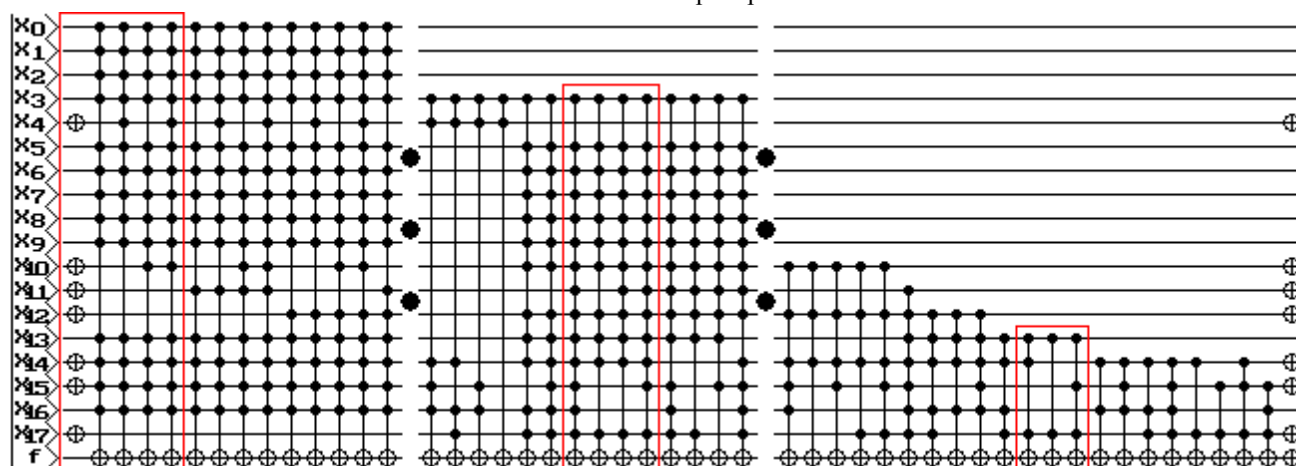


Рис. 4. Фрагменты (1 - начало, 2 - середина, 3 - конец) исходной квантовой цепи для полинома РМ

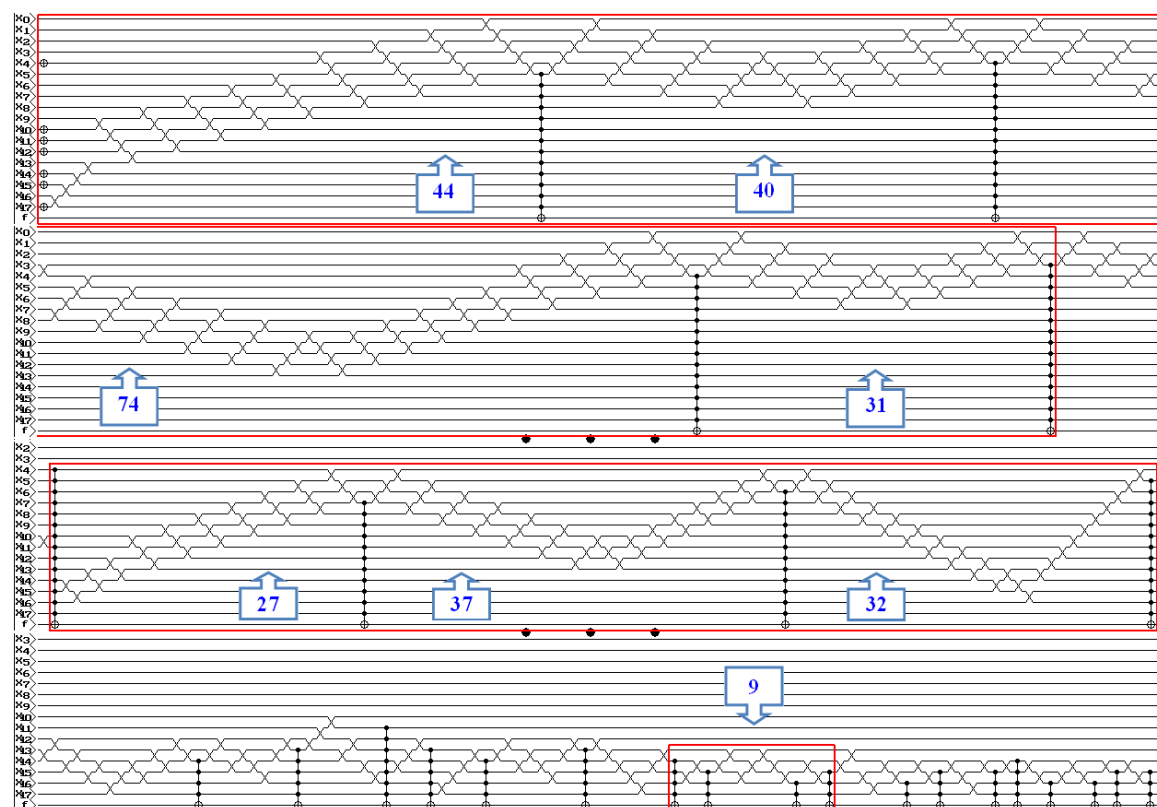


Рис. 5. Прямая расстановка преобразователей SWAP согласно правилу 1

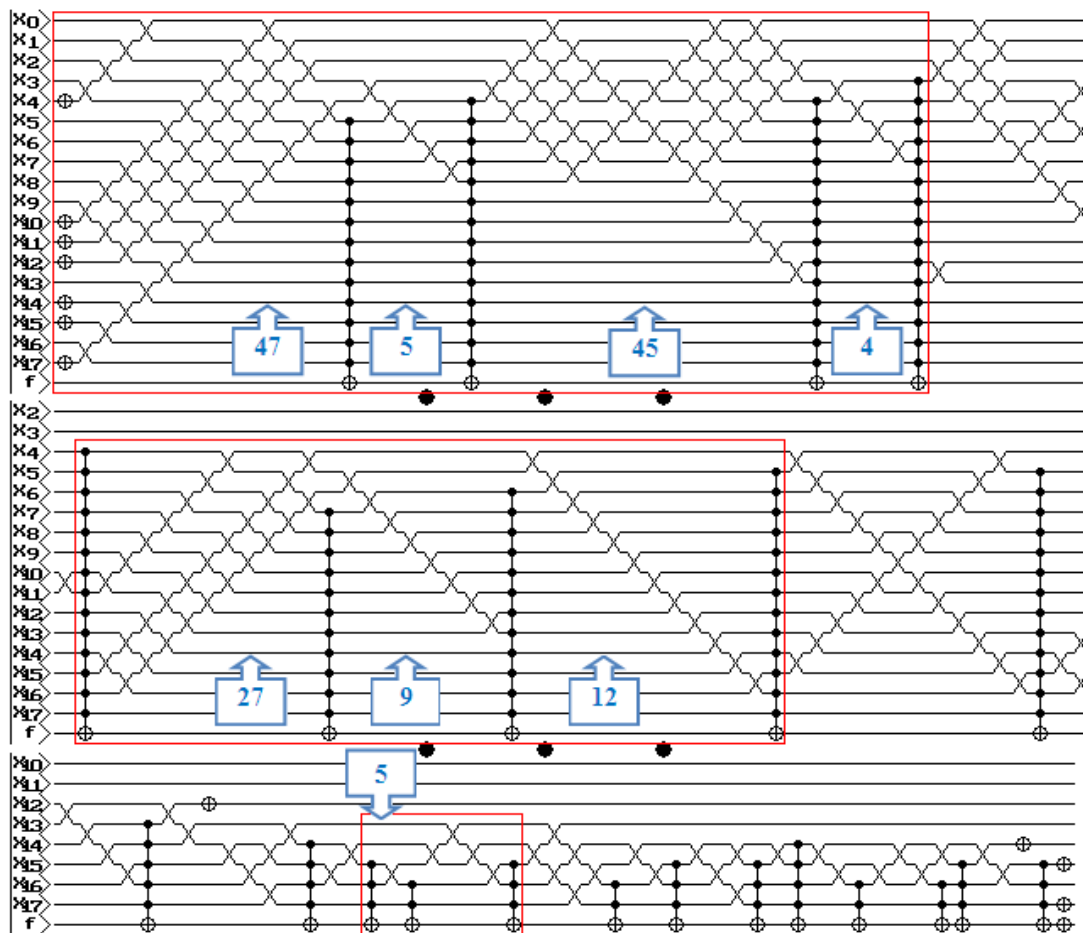


Рис. 6. Расстановка преобразователей SWAP после применения шаблонов согласно правилу 4

Следует отметить следующее: глубина цепи уменьшается или не меняется; число преобразователей SWAP может существенно уменьшиться, не измениться или в отдельных случаях незначительно возрасти. Наиболее существенные изменения в сторону уменьшения характерны для участков цепи с большим числом управляющих кубитов, но и при их незначительном числе это также возможно. Например, общее число преобразователей SWAP для фрагмента 1 сократилось со 189 до 101, для фрагмента 2 – с 96 до 48 (конфигурация с 27 вообще не изменилась), и даже для фрагмента 3 – с 9 до 5, т.е. снижение доходит до 50% (в среднем 35%).

#### IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение шаблонов локально. Поэтому иногда нет поглощения пар SWAP или настройки параллельности выполнения отдельных преобразователей, что требует анализа размещения для группы локальных участков. Дальнейшие исследования автоматического получения ЦБС на основе полиномов РМ очевидно перспективны.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Калмычков В.А., Матвеева И.В. Модельные представления в проектировании высокопроизводительных квантовых вычислений. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2012. 167 с.

- [2] Pedrycz W., Succi G. fXOR fuzzy logic networks. // *Soft Computing*, vol. 7, 2002, pp. 115-120. DOI: 10.1007/s00500-002-0179-5
- [3] Suprun V.P. The Complexity of Boolean Functions in the Reed-Muller Polynomials Class. // *Automatic Control and Computer Sciences*, vol. 51, No. 5, 2017, pp. 285-293.
- [4] Wang L., Xia Y., Chen X., Almaini A. E. A. Reed-Muller function optimization techniques with onset table. // *Journal of Zhejiang University-SCIENCE C (Computers & Electronics)*, vol. 12, No. 4, 2011, pp. 288-296.
- [5] He Z., Xiao L., Gu F. et al. An efficient and fast polarity optimization approach for mixed polarity Reed-Muller logic circuits. // *Frontiers of Computer Science*, vol. 11, No. 4, 2017, pp. 728-742. DOI: 10.1007/s11704-016-5259-2
- [6] Kane B. A silicon-based nuclear spin quantum computer. // *Nature*, May 1998, vol. 393, pp. 133-137.
- [7] Rahman M.M., Dueck G.W., Chattopadhyay A., Wille R. Integrated synthesis of linear nearest neighbor Ancilla-free MCT circuits. // *Proc. of 46th IEEE International Symposium on Multiple-Valued Logic*, 2016, pp. 144-149.
- [8] Wille R., Lye A., Drechsler R. Exact reordering of circuit lines for nearest neighbor quantum architectures. // *IEEE Trans. on CAD*, Vol. 33, No. 12, 2014, pp. 1818-1831.
- [9] Матвеева И.В., Калмычков В.А., Дорохов А.В. Применение многопоточного программирования при проектировании квантовых цепей по FPRM. // *Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям*, 2017. Т. 1. С. 353-356.