1 מטריצות מעניינות

1.1 מונופול מגנטי

$$H_0(\theta,\phi) = \begin{pmatrix} \cos\theta_0 & \sin\theta_0 e^{-i\phi_0} \\ \sin\theta_0 e^{i\phi_0} & -\cos\theta_0 \end{pmatrix}$$
$$H(\theta,\phi) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta e^{-i\phi} \\ \sin\theta e^{i\phi} & -\cos\theta \end{pmatrix}$$
$$H_s(\theta,\phi) = (1-s)H_0 + sH_1$$

נסמן את הזווית היחסית בין שתי ה-θ ו-θ_0 ב-θ ונקבל:

$$\det(H_s) = -(1-s+s\cos\theta)^2 - \sin^2\theta$$

כלומר נקבל שהדטרמיננטה מתאפסת כאשר $s=\frac{1}{2}$ ו-$\theta=\pi$.

2.1 תנע זוויתי

כמו סוגרי פואסון $\{q,p\}=1$ במכאניקה המילטונית. אז במכאניקה קוונטית נקבל:

$$[q.p] = i\hbar$$

נניח יחידות ש-$\hbar=1$. בנוסף בדומה למכאניקה קלאסית עבור תנע זוויתי

$$[J_x, J_y] = i\cancel{\hbar} J_z$$

ומהאלגברה הזו נובע שמתקיים:

$$[J^2, J_i] = 0$$

יש אינסוף משפחות של מטריצות כאלה (והן נקראות הצגות של חבורות). נסמן אותן לפי המימד d ב-$J^{(d)}_{x,y,z}$ ומתקיים שעבור $m\left\{\frac{-d}{2}+\frac{1}{2},\frac{-d}{2}+\frac{3}{2}....,\frac{d}{2}-\frac{1}{2}\right\}$. מסמנים $j=\frac{d}{2}-\frac{1}{2}$ ו-$d=2j+1$. ומשום שהאופרטורים האלה מתחלפים עם J^2 אז יש להם ערכים עצמיים ביחס לאופרטור J:

$$J_z^{(d)} v_m = m v_m$$
$$J^2 v_m = j(j+1) v_m$$

המטריצות המעניינות בהקשר הזה הן:

$$H(\theta,\phi) = \hat{n}\vec{J} = \sin\theta\cos\phi J_x + \sin\theta\sin\phi J_y + \cos\theta J_z$$

כמו שעשינו קודם:

$$J_z = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, J_x = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, J_y = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

ג