

বহিঃর নিবেদন

উচ্চ মাধ্যমিক পদাৰ্থবিজ্ঞান

পঞ্জ পঞ্জ

ডঃ আমির হোসেন খান
মোহাম্মদ ইসহাক



আইডিয়াল লাইব্রেরী ঢাকা

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক মোড় বৰ্তক অনুমোদিত

এরকম আরো বই পেতে ডিজিট করুন।
<https://www.purepdfbook.com>

মুখ্যবন্ধন

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ডের নতুন পাঠ্যসূচি অনুযায়ী উচ্চ মাধ্যমিক পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্রের পুস্তকখানি রচিত হয়েছে এবং দেশের প্রধান কয়েকজন পদার্থবিদের মূল্যায়নের ভিত্তিতে পুস্তকখানি উচ্চ মাধ্যমিক শ্রেণীর পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্র পাঠ্যপুস্তক হিসেবে জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড কর্তৃক অনুমোদিত হয়েছে। মাধ্যমিক স্তরের পদার্থবিজ্ঞানের সাথে ধারাবাহিকতা রক্ষা করে উচ্চ মাধ্যমিক স্তরের পাঠ্যসূচিতে অন্তর্ভুক্ত বিষয়গুলোর প্রয়োজনীয় আলোচনা সহজ সরল ভাষায় উপস্থাপন করা হয়েছে। প্রতিটি বিষয় জটিল না করে সহজভাবে আলোচনা করেছি যেন ছাত্রছাত্রীরা বিষয়বস্তু আয়ত্ত করতে অসুবিধার সম্মুখীন না হয়। বিষয়বস্তু বর্ণনা সহজবোধ্য করার জন্য যথেষ্ট সংখ্যক প্রয়োজনীয় চিত্র সংযোজন করেছি। প্রতিটি অধ্যায়ে বিষয়বস্তুর আধুনিক মতবাদ, তত্ত্ব ও তথ্য সমূহ করতে আমরা যথেষ্ট সচেষ্ট থেকেছি এবং এজন্য দেশী-বিদেশী অনেক বই-এর সাহায্য নিয়েছি। যে সমস্ত পুস্তকের সাহায্য গ্রহণ করা হয়েছে সে সমস্ত পুস্তকের লেখক এবং প্রকাশকদের কাছে আমরা কৃতজ্ঞ ও ঝগী।

পুস্তকখানিতে এস. আই. পদ্ধতির একক সর্বত্র ব্যবহার করা হয়েছে। প্রচলিত এবং বহুলভাবে ব্যবহৃত পরিভাষা ব্যবহারের চেষ্টা করা হয়েছে। উচ্চ মাধ্যমিক স্তরের উপরের স্তরে বিজ্ঞান বিষয়ক প্রায় পুস্তকই ইংরেজিতে লেখা; তাই বিভিন্ন রাশির ইংরেজি প্রতিশব্দ জানা থাকলে বিষয়বস্তু বুঝতে সুবিধা হবে বিবেচনায় বাংলার পাশাপাশি ইংরেজি প্রতিশব্দ সংযুক্ত করা হয়েছে।

পুস্তকখানি নির্ভুলভাবে মুদ্রণের চেষ্টা নেয়া হয়েছে। তবুও ভুল থাকা অস্বাভাবিক নয়। যদি দৈবাং কোথাও মুদ্রণ তুটি দৃষ্টিগোচর হয় তা জানালে কৃতার্থ হব। পুস্তকের শ্রীবৃন্দি ও মান উন্নয়নের ব্যাপারে যে কোন পরামর্শ এবং গঠনমূলক সমালোচনা সাদরে গৃহীত হবে এবং তা পরবর্তী সংস্করণে সন্নিবেশিত করা হবে।

এ পুস্তক রচনায় যাঁরা আমাদেরকে বিভিন্নভাবে সাহায্য সহযোগিতা করেছেন তাদেরকে ধন্যবাদ জানাচ্ছি। যাদের উদ্দেশ্যে বইখানি রচিত তাদের যদি কাজে লাগে তবেই আমাদের পরিশ্রম সার্থক হয়েছে বিবেচনা করব।

ডঃ আমির হোসেন খান
প্রফেসর মোহাম্মদ ইস্তাক

এরকম আরো বই পেতে ডিজিট করুন।
<https://www.purepdfbook.com>

পাঠ্যসূচি

পদাৰ্থবিজ্ঞান—প্ৰথম পত্ৰ

- ১। **ভেট্টৰ**
সাধাৰণ ধৰ্ম : একক ভেট্টৰ ও উপাংশ, রৈখিক সমন্বয় ও লক্ষি, স্কেলাৱ ও ভেট্টৰ গুণফল, ভেট্টৰেৱ সময় সাপেক্ষ ব্যৱকলন।
- ২। **রৈখিক গতি**
একমাত্ৰীয় গতিৰ রেখচিত্ৰ বিবৰণ, দ্রুতি ও সৱণ, তাৎক্ষণিক দ্রুতি (ব্যৱকলনেৱ সাহায্যে), গতিৰ সমীকৰণ, সুষম ভৱণেৱ ক্ষেত্ৰে গতি সমীকৰণেৱ সমাধান, পড়ন্ত বস্তুৰ গতি।
- ৩। **দিমাত্ৰিক গতি**
সৱণ, বেগ ও ভৱণেৱ ভেট্টৰ রূপ, গতি সমীকৰণেৱ ভেট্টৰ রূপ ও সমাধান (সুষম ভৱণ), নিষ্কিপ্ত বস্তুৰ দিমাত্ৰিক গতি, বৃত্তীয় গতি, কৌণিক ও রৈখিক বেগেৱ সম্পর্ক (ভেট্টৰ দ্বাৱা), কৌণিক ভৱণ; কেন্দ্ৰমুখী ভৱণ।
- ৪। **গতি সূত্ৰ**
জড়তা ও বল, চার প্ৰকাৱ মৌলিক বল, নিউটনেৱ প্ৰথম গতিসূত্ৰ; ভৱবেগ; নিউটনেৱ দ্বিতীয় গতিসূত্ৰ (ভেট্টৰ দ্বাৱা), ঘাতবল; নিউটনেৱ তৃতীয় গতিসূত্ৰ; ভৱবেগেৱ সংৰক্ষণ (ভেট্টৰ দ্বাৱা), রকেটেৱ গতি, বলেৱ তাৱসাম্য, ঘৰ্ষণ বল ও ঘৰ্ষণ গুণাঙ্ক।
- ৫। **কৌণিক গতিসূত্ৰ**
কৌণিক ভৱবেগ, টক, কৌণিক গতিৰ জন্য নিউটনেৱ সূত্ৰ, কেন্দ্ৰমুখী বল, যানবাহন ও রাস্তাৱ বাঁক, জড়তাৰ আমক, চক্ৰগতিৰ ব্যাসাৰ্ধ, সমান্তৰাল ও অভিলম্ব অক্ষ উপপাদ্য।
- ৬। **কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা**
কাজেৱ সংজ্ঞা (ভেট্টৰ ও সমাকলনেৱ সাহায্যে), গতিশক্তি ও কাজ-শক্তি উপপাদ্য (ধূৰ বল), স্থিতিশক্তি, শক্তিৰ নিত্যতা, ক্ষমতা।
- ৭। **মহাকৰ্ষ**
নিউটনেৱ মহাকৰ্ষ সূত্ৰ, ‘G’-এৱ মান নিৰ্ণয়; অভিকৰ্ষজ ভৱণ ‘g’-এৱ তাৱতম্য, অভিকৰ্ষ কেন্দ্ৰ, কৃত্ৰিম ও ভূ-স্থিৱ উপগ্ৰহ, মহাকৰ্ষীয় বিভব, মুক্তিবেগ, কেপলাৱেৱ সূত্ৰ।
- ৮। **সৱল ছন্দিত স্পন্দন**
সংজ্ঞা, ব্যৱকলনীয় সমীকৰণ ও সমাধান (শুধু উক্লেখ), স্থিতি ও গতিশক্তিৰ পৱিবৰ্তন (রেখ), স্পন্দনিত স্পন্দন, সৱল দোলক ও তাৱ পৰ্যায়কাল, দোলকেৱ সাহায্যে ‘g’ নিৰ্ণয়।
- ৯। **স্থিতিস্থাপকতা**
আন্তঃআণবিক বলেৱ ধাৱণা, স্থিতিস্থাপকতা ও হুকেৱ সূত্ৰ, স্থিতিস্থাপকতাৱ গুণাঙ্কবলি ও পয়সনেৱ অনুগাত, ইয়াৎ-এৱ গুণাঙ্ক নিৰ্ণয়; স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তি।
- ১০। **প্ৰবাহী পদাৰ্থ**
পৃষ্ঠটান (আণবিক তত্ত্ব), স্পৰ্শকোণ, কৈশিক নলেৱ সাহায্যে পৃষ্ঠটান নিৰ্ণয়; সামুদ্রতা, স্টোকসেৱ সূত্ৰ, পৃষ্ঠটান ও সামুদ্রতাৱ ওপৱ তাপমাত্ৰাৱ প্ৰভাৱ।

১১। তাপ ও গ্যাস

বয়েলের ও চার্লসের সূত্র, আদর্শ গ্যাস সমীকরণ, গ্যাসের অণুর গতি বটন সম্পর্কে প্রাথমিক ধারণা, মূল গড় বর্গ বেগ, চাপ ও তাপমাত্রার সঙ্গে অণুর গতিবেগের সম্পর্ক, গড় মুক্ত পথ, সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাস্পীয় চাপ, আর্দ্রতামিতি।

১২। তাপমাত্রা

তাপমাত্রার নির্দিষ্ট বিন্দু, স্কেল, ত্রৈধ বিন্দু, পরম তাপমাত্রা, পারদ থার্মোমিটার, থার্মোকাপল, থার্মিস্টর ও পাইরোমিটার।

১৩। তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র

তাপ ও অভ্যন্তরীণ শক্তি, রুদ্ধতাপ ও সমৰ্ফেশ প্রসারণ ও সংজ্ঞাচন, তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র (গাণিতিক), আপেক্ষিক তাপ, C_p , C_v ও γ , রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায় $PV = \text{ধ্রুবক}$, তাপীয় সমতা।

১৪। তাপ বিকিরণ

কৃষ্ণবস্তুর বিকিরণ, উইনের সরণ সূত্র, স্টেফানের সূত্র, নিউটনের শীতলীকরণের সূত্র, তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়।

১৫। অবস্থার পরিবর্তন

অবস্থা ও দশা, গলন ও বাস্পীভবনের সূত্র তাপ, দশা চিত্র, পানির ত্রৈধ বিন্দু, সূত্র তাপ নির্ণয়।

১৬। তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র

প্রত্যাগামী ও অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া, দ্বিতীয় সূত্রের গুণগত ধারণা, ইঞ্জিনের দক্ষতা।

১৭। তরঙ্গ ও শব্দ

তরঙ্গের সাধারণ বৈশিষ্ট্য, বিস্তার, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, স্পন্দন সংখ্যা, দশা, তীব্রতা, আড় ও অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ, উপরিপাতন ও ব্যতিচার, অগ্রগামী ও স্থির তরঙ্গ।

১৮। শব্দ

তীব্রতার লগস্কেল (ডেসিবেল), স্বরগ্রাম ও হারমোনিকস্স, বীট, টানা তারের কম্পনসূত্র, অনুনাদ, সংজীব ও শব্দ যন্ত্র।

১৯। শব্দের গতিবেগ

স্থিতিস্থাপকতা ও শব্দের গতিবেগের সম্পর্ক, শব্দের বেগের ওপর তাপমাত্রা ও আর্দ্রতার প্রভাব (গাণিতিক), বায়ু স্তম্ভের সাহায্যে গতিবেগ নির্ণয়, ডপলার ক্রিয়া (গাণিতিক)।

মান বটন

$$\text{ত্বরীয়} = ৭৫$$

$$\text{রচনামূলক প্রশ্ন}$$

$$3\text{টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে}$$

$$3 \times ১৫ = ৪৫$$

$$\text{সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন}$$

$$৬\text{টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে}$$

$$6 \times ৫ = ৩০$$

$$\text{মোট} = ৭৫$$

প্রশ্নপত্র প্রণয়নের নীতিমালা :

ত্বরীয় রচনামূলক অংশে প্রতিটি প্রশ্নে একাধিক অংশ থাকতে পারে। সকল প্রশ্নের বিকল্প (অথবা) প্রশ্ন থাকবে।

প্রতিটি বিভাগ যেমন বলবিদ্যা, তাপ ও শব্দ থেকে কমপক্ষে ১টি প্রশ্ন থাকবে।

সূচিপত্র

১. ভেষ্টর

VECTORS

সূচনা	
ভেষ্টর রাশির নির্দেশনা	
ভেষ্টর রাশি সম্পর্কিত কতকগুলো সংজ্ঞা	
ভেষ্টর রাশির যোগ ও বিয়োগ	
ভেষ্টর রাশির যোগ	
সাধারণ সূত্র	
অভিভুজ সূত্র	
বহুভুজ সূত্র	
সামান্তরিক সূত্র	
লম্বির সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মান	
ভেষ্টরের বিয়োগ	
ভেষ্টর যোগের কয়েকটি সূত্র	
ভেষ্টর রাশির বিভাজন বা বিশ্লেষণ ও উপাংশ	
একটি ভেষ্টর রাশিকে একক ভেষ্টর রাশির	
সাহায্যে প্রকাশ	
ভেষ্টর যোগের উপাংশ সূত্র	
ভেষ্টর রাশির যোগের উপাংশ সূত্র	
ভেষ্টর বিয়োগের উপাংশ সূত্র	
দুটি অবস্থান ভেষ্টরের শীর্ষবিন্দুর সংযোগকারী	
ভেষ্টর (উপাংশ পদ্ধতি)	
ভেষ্টর বিভাজনের দ্রষ্টব্য	

১ – ৪৮

২. রৈখিক গতি

LINEAR MOTION

বলবিদ্যা	
স্থিতি ও গতি	
গতির প্রকারভেদ	
প্রসঙ্গ বিন্দু ও প্রসঙ্গ কাঠামো	
গতি সংক্রান্ত কয়েকটি প্রয়োজনীয় রাশি	
বেগ ও ত্বরণের মধ্যে পার্থক্য	
গতির সমীকরণ	

১ ভেষ্টর রাশির গুণন	১৮
১ স্কেলার গুণন বা ডট গুণন	১৮
২ একক ভেষ্টর রাশির স্কেলার গুণন	১৯
৫ ভেষ্টর বা ক্রস গুণন	১৯
৫ একক ভেষ্টরের ভেষ্টর গুণন	২১
৫ ভেষ্টরের লম্ব অভিক্ষেপ বা অভিক্ষেপ	২২
৬ উপাংশে বিভাজিত ভেষ্টর রাশির গুণফল	২২
৬ স্কেলার গুণফল বিনিময় সূত্র মেনে চলে, কিন্তু	
৭ ভেষ্টর গুণফল তা মেনে চলে না	২৪
৯ স্কেলার গুণফল বর্ণন সূত্র (Distribution law)	
৯ মেনে চলে	২৫
৯ ভেষ্টর গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে	২৫
১০ কয়েকটি প্রয়োজনীয় সূত্র	২৬
১২ স্কেলার রাশি ও ভেষ্টর রাশির মধ্যে পার্থক্য	২৬
ভেষ্টর রাশির দুই প্রকার গুণনের মধ্যে পার্থক্য	২৭
১৩ ভেষ্টর ব্যবকলন বা ভেষ্টর-ডেরিভেটিভ	২৭
১৪ ভেষ্টরের সমাকলন	২৯
১৫ ব্যবকলন সংক্রান্ত কয়েকটি সূত্র	৩০
১৬ অরণিকা	৩০
প্রয়োজনীয় সমীকরণ	৩১
১৬ সমাধানকৃত উদাহরণ	৩৩
১৭ প্রশ্নমালা	৪৫

৪৯ – ৮৭

৪৯ গতি বিষয়ক কয়েকটি লেখচিত্র	৭০
৪৯ পড়ম্বত বস্তুর সূত্র	৭২
৪৯ উল্লম্ব পতন বা উথানশীল বস্তুর গতির সমীকরণ	৭৩
৫১ অরণিকা	৭৫
৫৩ প্রয়োজনীয় সমীকরণ	৭৬
৬২ সমাধানকৃত উদাহরণ	৭৭
৬২ প্রশ্নমালা	৮৫

৩. দ্বিমাত্রিক গতি

TWO DIMENSIONAL MOTION

সূচনা	
দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামোয় গতি	
সংক্ষমত বিভিন্ন রাশির ডেষ্টের রূপ	
গতির সমীকরণ (ডেষ্টের রূপ)	
সরণ ও বেগের উপাংশগুলোর মধ্যে সম্পর্ক	
গতির সমীকরণ (ডেষ্টের রূপ)	
গতির ডেষ্টের সমীকরণসমূহের বিভিন্ন উপাংশে পৃথককরণ বা বিভাজন	
নিষ্ক্রিয় বস্তুর গতি	
ত্বরিকভাবে বাধাহীন পথে উপর দিকে নিষ্ক্রিয়	
বস্তুর বা প্রাসের গতির সমীকরণ	
অনুভূমিকভাবে নিষ্ক্রিয় বস্তুর বা প্রাসের গতির সমীকরণ	

৮৮	বৃত্তাকার গতি	৯৯
	কৌণিক সরণ ও কৌণিক বেগ	৯৯
৮৮	কৌণিক বেগ ও রৈখিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক	১০২
৯১	কৌণিক ত্বরণ	১০৩
৯০	কৌণিক ত্বরণ ও রৈখিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক	১০৪
৯১	কৌণিক গতি বিষয়ক সমীকরণ	১০৫
	কৌণিক বেগ ও রৈখিক বেগের মধ্যে পার্থক্য	১০৬
৯৩	সুষম বৃত্তাকার গতি	১০৬
৯৪	স্থরণিকা	১০৭
৯৫	প্রয়োজনীয় সমীকরণ	১০৮
	সমাধানকৃত উদাহরণ	১০৯
৯৮	প্রশ্নমালা	১১৪

৪.

গতিসূত্র

LAWS OF MOTION

১১৬—১৫০

সূচনা	
জড়তা বা জাড় ও বল	
বলের প্রকারভেদ	
ভরবেগ	
নিউটনের গতিসূত্র	
নিউটনের প্রথম সূত্র	
নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র	
নিউটনের তৃতীয় সূত্র	
বলের একক ও মাত্রা	
ঘাতবল ও বলের ঘাত	
বলের ঘাত ও ভরবেগের মধ্যে সম্পর্ক	
রকেটের গতি	
ভরবেগের নিত্যতা সূত্র বা ভরবেগের সংরক্ষণ বিধি	

১১৬	ভরবেগের নিত্যতা সূত্রের উদাহরণ	১২৯
১১৬	বিভিন্ন প্রকার ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া	১৩০
১১৮	বলের ভারসাম্য বা সাম্যাবস্থা	১৩১
১২০	বল ত্রিভুজ সূত্র	১৩২
১২০	ঘর্ষণ	১৩৪
১২০	চল ঘর্ষণ বা গতীয় ঘর্ষণ	১৩৭
১২১	আবর্তন ঘর্ষণ ও প্রবাহী ঘর্ষণ	১৩৮
১২৩	ঘর্ষণের সুবিধা এবং অসুবিধা	১৩৯
১২৪	স্থরণিকা	১৩৯
১২৫	প্রয়োজনীয় সমীকরণ	১৪০
১২৬	সমাধানকৃত উদাহরণ	১৪০
১২৭	প্রশ্নমালা	১৪৮

৫.

কৌণিক গতিসূত্র

LAWS OF CIRCULAR MOTION

১৫১—১৭৬

সূচনা	
দৃশ্য বা কাপ্ল	
টর্ক বা বলের আয়ক	
টর্ক ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক	
কৌণিক ভরবেগ	

১৫১	কৌণিক ভরবেগ এবং কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক	১৫৪
১৫১	যূর্ণায়মান বস্তুর গতিশক্তি	১৫৫
১৫২	কৌণিক গতির জন্য নিউটনের সূত্র	১৫৬
১৫৩	কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র	১৫৭
১৫৪	জড়তার আয়ক এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ	১৫৭

(ix)

জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত দুটি উপপাদ্য
কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক ও
চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয়
কেন্দ্রমুখী বল
যানবাহন ও রাস্তার ধাঁক

১৫৯	রৈখিক ও কৌণিক গতির মধ্যে সাদৃশ্য	১৬৯
	অরণিকা	১৬৯
১৬১	প্রয়োজনীয় সমীকরণ	১৬৯
১৬৫	সমাধানকৃত উদাহরণ	১৭০
১৬৭	প্রশ্নমালা	১৭৪

৬.

কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা WORK, ENERGY AND POWER

১৭৭-২১৩

কাজ
কাজের পরিমাপ (ধ্রুব বলের ক্ষেত্রে)
বলের বিরুদ্ধে কাজ এবং বলের দ্বারা কাজের
মধ্যে পার্থক্য
কাজের একক ও মাত্রা সমীকরণ
অভিকর্ষীয় কাজ
পরিবর্তনশীল বল কর্তৃক কৃত কাজের সমীকরণ
পরিবর্তনশীল বল কর্তৃক কৃত কাজের উদাহরণ
শক্তি
গতিশক্তি
কাজ-শক্তি উপপাদ্য
স্থিতিশক্তি বা বিভব শক্তি
অভিকর্ষীয় স্থিতি বা বিভব শক্তি
স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি

১৭৭	শক্তির বৃপ্তান্তর	১৯২
১৭৮	যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র	১৯৩
	শক্তির অপচয়	১৯৬
১৮০	কার্য বা কর্মদক্ষতা	১৯৬
১৮০	সংরক্ষণশীল এবং অসংরক্ষণশীল বল	১৯৬
১৮১	সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বলের	
১৮২	মধ্যে পার্থক্য	১৯৮
১৮৪	ক্ষমতা	১৯৮
১৮৬	কাজ ও ক্ষমতার মধ্যে পার্থক্য	১৯৯
১৮৬	শক্তি ও ক্ষমতার মধ্যে পার্থক্য	২০০
১৮৮	অরণিকা	২০০
১৮৯	প্রয়োজনীয় সমীকরণ	২০০
১৯০	সমাধানকৃত উদাহরণ	২০১
১৯১	প্রশ্নমালা	২১১

৭.

মহাকর্ষ GRAVITATION

২১৪-২৪৬

সূচনা
মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ
নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র
মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের সংজ্ঞা, একক এবং মাত্রা
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কি বিশ্বজনীন?
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G-এর মান নির্ণয়
অভিকর্ষজ ত্বরণ ‘g’
অভিকর্ষজ ত্বরণ ‘g’-এর তারতম্য
পৃথিবীর ভর ও ঘনত্ব
ভর এবং ওজন বা ভার
বস্তুর ওজনের তারতম্য
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক এবং অভিকর্ষজ ত্বরণের
মধ্যে পার্থক্য

২১৪	অভিকর্ষ কেন্দ্র এবং ভরকেন্দ্র	২২৫
২১৪	গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে কোনও তলে অবস্থিত	
২১৪	বস্তুকণাসমূহের অভিকর্ষ কেন্দ্র নির্ণয়	২২৫
২১৬	ভরকেন্দ্র নির্ণয়	২২৬
২১৬	মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র ও প্রাবল্য	২২৭
২১৬	মহাকর্ষীয় বিভব	২২৭
২১৯	বিস্তু ভরের দরুন মহাকর্ষীয় বিভব	২২৮
২১৯	প্রাবল্য ও বিভব পার্থক্যের মধ্যে সম্পর্ক	২২৮
২২৩	কেপলার-এর সূত্র	২২৯
২২৪	কেপলারের সূত্র হতে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র	
২২৪	প্রতিপাদন	২৩০
	মহাকর্ষীয় ভর এবং জড় ভর	২৩০
২২৪	মুক্তি বেগ	২৩০

(x)

স্বাভাবিক ও কৃত্রিম উপগ্রহ	২৩২	গ্রহের গতি	২৩৭
বৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ কালে কৃত্রিম উপগ্রহের কক্ষীয় বেগ, আবর্তন কাল এবং		অরণিকা	২৩৭
উচ্চতার রাশিমালা	২৩৪	প্রয়োজনীয় সমীকরণ	২৩৮
ভূ-স্থির উপগ্রহ	২৩৫	সমাধানকৃত উদাহরণ	২৩৯
কৃত্রিম উপগ্রহের ব্যবহার	২৩৬	প্রশ্নমালা	২৪৪

৮.

সরল ছন্দিত স্পন্দন**২৪৭—২৭৬****SIMPLE HARMONIC OSCILLATION***

সূচনা	২৪৭	সরল দোলক	২৫৮
পর্যাবৃত্ত গতি ও স্পন্দন	২৪৭	সরল দোলকের গতি সরল ছন্দিত গতি	২৫৯
সরল ছন্দিত স্পন্দন	২৪৭	সরল দোলকের সূত্রাবলি	২৬১
সরল ছন্দিত স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য	২৪৮	সরল দোলকের সূত্রগুলোর সত্যতা নির্ণয়	২৬২
কয়েকটি সংজ্ঞা	২৪৮	দোলকের ব্যবহার	২৬৩
সরল ছন্দিত স্পন্দনসম্পন্ন বস্তুকণার সরণ, বেগ এবং ত্বরণের রাশিমালা		সরল দোলকের সাহায্যে ‘ g ’-এর মান নির্ণয়	২৬৩
সরল ছন্দিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণ	২৪৯	পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়	২৬৫
ও সমাধান		সময় নির্ণয়	২৬৫
সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পর্কিত কয়েকটি রাশি	২৫০	সেকেন্ড দোলক	২৬৬
সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন বস্তুকণার স্থিতিশক্তি, গতিশক্তি এবং গড় স্থিতি ও গতিশক্তি	২৫২	স্প্রিং-জনিত স্পন্দন	২৬৬
যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র		অরণিকা	২৬৮
সরল ছন্দিত স্পন্দন ও বৃত্তাকার গতির সম্পর্ক	২৫৩	প্রয়োজনীয় সমীকরণ	২৬৮
	২৫৭	সমাধানকৃত উদাহরণ	২৬৯
	২৫৭	প্রশ্নমালা	২৭৫

৯.

স্থিতিস্থাপকতা**২৭৭—২৯৯****ELASTICITY**

সূচনা	২৭৭	স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয়	২৮৮
পদার্থের গঠন	২৭৭	ইস্পাত রবার অপেক্ষা অধিক স্থিতিস্থাপক	২৯০
আন্তঃআণবিক বলের প্রকৃতি	২৭৮	সার্লির পদ্ধতিতে ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক	
স্থিতিস্থাপকতা	২৭৯	গুণাঙ্ক নির্ণয়	২৯০
স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কে কয়েকটি রাশি		স্থিতিস্থাপকতা কোন্ কোন্ শর্তের	
কঠিন বস্তুর স্থিতিস্থাপক ব্যবহার এবং পীড়ন বনাম বিকৃতি লেখচিত্র	২৭৯	উপর নির্ভর করে	২৯১
হুকের সূত্র	২৮৩	স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক তালিকা	২৯২
স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের প্রকারভেদ	২৮৪	অরণিকা	২৯২
পয়সন-এর অনুপাত	২৮৪	প্রয়োজনীয় সমীকরণ	২৯৩
বিকৃতির দরুন কৃত কাজ শা সম্পত্তি বা বিশ্বব শক্তি	২৮৬	সমাধানকৃত উদাহরণ	২৯৩
	২৮৭	প্রশ্নমালা	২৯৭

১০. প্রবাহী পদার্থ

FLUID

সূচনা	
পৃষ্ঠ টান	
পৃষ্ঠ শক্তি বা তল শক্তি	
পৃষ্ঠ টান সংক্রান্ত কয়েকটি প্রয়োজনীয় রাশি	
ল্যাপ্লাসের পৃষ্ঠ টানের আণবিক তত্ত্ব	
স্পর্শ কোণ	
কৈশিকতা বা কৈশিকত্ব	
কৈশিকতা তত্ত্ব	
সাবান বুদ্ধুদের অভ্যন্তরস্থ অতিরিক্ত চাপ	
তরলের পৃষ্ঠ টান নির্ণয়	
তরলের পৃষ্ঠ টানের উপর প্রভাবকারী বিষয়	
পৃষ্ঠ টান সম্পর্কিত কয়েকটি ঘটনা	
প্রবাহী ও প্রবাহীর প্রবাহ	
সম্মতা	

৩০০-৩২৪

৩০০	সম্মতা গুণাঙ্ক বা সম্মতাঙ্ক বা সম্মতা সহগ	৩১৩
৩০০	ঘর্ষণের সাথে সম্মতার সাদৃশ্য	৩১৫
৩০২	পতনশীল বস্তুর উপর তরল বা গ্যাসের সম্মতার	
৩০৩	প্রভাব ৪ স্টেক্স-এর সূত্র এবং সমীকরণ	৩১৫
৩০৩	মাত্রিক পদ্ধতিতে স্টোক্স-এর সূত্র প্রতিপাদন	৩১৬
৩০৪	স্টোক্স-এর পদ্ধতিতে তরলের সম্মতা	
৩০৫	গুণাঙ্ক নির্ণয়	৩১৬
৩০৬	সম্মতার উপর তাপমাত্রার প্রভাব	৩১৭
৩০৮	সম্মতার উপর চাপের প্রভাব	৩১৮
৩০৯	সম্মতার প্রয়োজনীয়তা	৩১৮
৩১০	অরণিকা	৩১৮
৩১১	প্রয়োজনীয় সমীকরণ	৩১৯
৩১২	সমাধানকৃত উদাহরণ	৩১৯
৩১২	প্রশ্নমালা	৩২৩



১১. তাপ ও গ্যাস

HEAT AND GAS

সূচনা	
তাপ	
তাপের বিভিন্ন মতবাদ	
গ্যাসীয় সূত্র	
পরম শূন্য তাপমাত্রা বা পরম শীতলতা	
তাপমাত্রার পরম স্কেল	
স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারাঙ্ক	
স্থির আয়তনে গ্যাসের চাপ প্রসারাঙ্ক	
গ্যাস সূত্রের সমন্বয় এবং আদর্শ গ্যাস	
সমীকরণ প্রতিপাদন	
প্রমাণ বা স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপ	
R-এর অর্থ, একক এবং মান	
গ্যাসের ঘনত্বের সমীকরণ	
গ্যাসের গতিতত্ত্ব	
গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্যসমূহ	
গড় কোণ, গড় বর্গবেগ এবং গড় বর্গবেগের বর্গমূল	
আণবিক বেগের বর্ণন	
গতিতত্ত্ব অনুসারে গ্যাসের চাপের সমীকরণ	

৩২৫-৩৬৮

৩২৫	গ্যাসের গতিতত্ত্বের প্রয়োগ	৩৩৭
৩২৫	এক গ্রাম অণু গ্যাসের গতিশক্তি	৩৩৯
৩২৫	গতিতত্ত্ব হতে তাপমাত্রার ব্যাখ্যা	৩৪০
৩২৬	গড় মুক্ত পথ	৩৪১
৩২৮	অণুর ব্যাস এবং গড় মুক্ত পথের মধ্যে সম্পর্ক	৩৪২
৩২৯	গড় মুক্ত পথের নির্ভরশীলতা	৩৪৩
৩২৯	সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাস্পীয় চাপ	৩৪৩
৩২৯	সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাস্পের বিশেষত্ব	৩৪৪
৩৩০	সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাস্পের মধ্যে পার্থক্য	৩৪৫
৩৩০	গ্যাস ও বাস্পের মধ্যে পার্থক্য	৩৪৬
৩৩১	আর্দ্রতামিতি	৩৪৬
৩৩১	শিশিরাঙ্ক	৩৪৭
৩৩২	বায়ুর আর্দ্রতা	৩৪৭
৩৩২	শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়	৩৪৮
৩৩৩	শুষক ও আর্দ্র বালব হাইগ্রোমিটারের সাহায্যে	
৩৩৩	আবহাওয়ার পূর্বাভাস	৩৫১
৩৩৪	আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়ের গুরুত্ব	৩৫১
৩৩৫	আর্দ্রতামিতি সম্পর্কিত কয়েকটি বাস্তব ঘটনা	৩৫২

জলীয় বাষ্পের ঘনীভবন	৩৫৩	প্রয়োজনীয় সমীকরণ	৩৫৫
বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হওয়ার ফল	৩৫৩	সমাধানকৃত উদাহরণ	৩৫৬
অরণিকা	৩৫৪	প্রশ্নমালা	৩৬৫

১২

তাপমাত্রা**TEMPERATURE**

সূচনা	৩৬৯	তাপমাত্রা নির্ণয়	৩৮১
তাপমাত্রা	৩৬৯	প্লাটিনাম রোধ থার্মোমিটার	৩৮২
তাপীয় সাম্যাবস্থা	৩৬৯	থার্মিস্টর	৩৮৩
তাপ ও তাপমাত্রার মধ্যে পার্থক্য	৩৭০	পাইরোমিটার থার্মোমিটি	৩৮৩
উষ্ণতামিতি ধর্ম ও উষ্ণতামিতি পদার্থ	৩৭০	পূর্ণ বিকিরণ পাইরোমিটার	৩৮৩
পানির ত্বেধ বিদ্যুর (বা একটি স্থির বিদ্যুর)	৩৭১	আলোকীয় পাইরোমিটার	৩৮৪
সাপেক্ষে থার্মোমিতির মূলনীতি	৩৭৩	বিভিন্ন থার্মোমিটারের নাম, উষ্ণতামিতি পদার্থ ও	৩৮৫
দুই স্থির বিদ্যুর সাপেক্ষে থার্মোমিতির মূলনীতি	৩৭৩	ধর্ম এবং তাপমাত্রার পরিসর	৩৮৫
তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল	৩৭৩	অরণিকা	৩৮৬
তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেলের মধ্যে সম্পর্ক	৩৭৬	প্রয়োজনীয় সমীকরণ	৩৮৬
পারদ থার্মোমিটার	৩৭৭	সমাধানকৃত উদাহরণ	৩৮৬
থার্মোমিটারে পারদ ব্যবহারের সুবিধা	৩৭৯	প্রশ্নমালা	৩৯১
ক্লিনিক্যাল বা ডাক্তারি থার্মোমিটার	৩৭৯		
থার্মোমিটার-এর সুবেদিতা কি?	৩৮০		

৩৬৯-৩৯২

১৩

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র
FIRST LAW OF THERMODYNAMICS

সূচনা	৩৯৩	রুদ্ধতাপ পরিবর্তনে আয়তন ও তাপমাত্রার	৪১৩
তাপগতীয় কয়েকটি রাশি	৩৯৩	মধ্যে সম্পর্ক	৪০১
তাপ ও অন্তর্ষ্য বা অভ্যন্তরীণ শক্তি	৩৯৪	আপেক্ষিক তাপ	৪০১
তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র	৩৯৪	গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ	৪০২
সমোষ্ণ ও রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ার ক্ষেত্রে	৩৯৫	মোলার আপেক্ষিক তাপ বা মোলার তাপধারণ ক্ষমতা	৪০২
তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের রূপ	৩৯৫	C_p এবং C_v -এর পর্যাক্রে ভৌতিক ব্যাখ্যা	৪০৩
তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের তাৎপর্য	৩৯৬	একটি আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে C_p ও C_v -এর	
তাপের যান্ত্রিক সমতার সংজ্ঞা ও একক	৩৯৬	মধ্যে পার্থক্য	৪০৪
গ্যাসের প্রসারণে সম্পাদিত কাজ	৩৯৬	γ -এর মানের ভিন্নতা ও গুরুত্ব	৪০৫
সমোষ্ণ ও রুদ্ধতাপ পরিবর্তন	৩৯৮	রুদ্ধতাপীয় রেখা বা লেখ সমোষ্ণ রেখা বা লেখ-এর	
সমোষ্ণ পরিবর্তন	৩৯৮	* চেয়ে অধিকতর খাড়া	৪০৫
রুদ্ধতাপ পরিবর্তন	৩৯৮	অরণিকা	৪০৬
সমোষ্ণ ও রুদ্ধতাপ পরিবর্তনের মধ্যে পার্থক্য	৩৯৯	প্রয়োজনীয় সমীকরণ	৪০৭
রুদ্ধতাপ পরিবর্তনে চাপ ও আয়তনের	৩৯৯	সমাধানকৃত উদাহরণ	৪০৭
মধ্যে সম্পর্ক	৪০০	প্রশ্নমালা	৪১১

৩৯৩-৪১৩

১৪.	তাপ বিকিরণ HEAT RADIATION			
	সূচনা	৪১৪	ভীন-এর সূত্র	৪২০
	তাপ বিকিরণ	৪১৪	গ্রীন হাউজ বা সবুজ ঘর	৪২১
	আদর্শ কৃষ্ণ বস্তু ও কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণ	৪১৫	তরল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়	৪২২
	বিকিরণ ক্ষমতা ও শোষণ ক্ষমতা	৪১৬	বিকিরণ ও শোষণজনিত কয়েকটি	
	স্টেফান-বোল্জম্যান-এর সূত্র	৪১৭	সাধারণ ঘটনা	৪২৩
	নিউটনের শীতলীকরণ সূত্র	৪১৮	অরণিকা	৪২৪
	স্টেফানের সূত্র হতে নিউটনের শীতলীকরণ		প্রয়োজনীয় সমীকরণ	৪২৫
	সূত্র প্রতিপাদন	৪১৯	সমাধানকৃত উদাহরণ	৪২৫
	আদর্শ কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণ বর্ণালীতে শক্তির বণ্টন	৪১৯	প্রশ্নমালা	৪৩০

১৫.	অবস্থার পরিবর্তন CHANGE OF STATE			৪৩৩-৪৫৭
	সূচনা	৪৩৩	মিশ্রণ পদ্ধতিতে পানির বাষ্পীভবনের আপেক্ষিক	
	পদার্থের অবস্থার পরিবর্তন	৪৩৩	সুপ্ত তাপ নির্ণয়	৪৪১
	লেখচিত্রের সাহায্যে পানির অবস্থা		কয়েকটি পদার্থের গলনাঙ্ক, স্ফুটনাঙ্ক	
	পরিবর্তনের বিশ্লেষণ	৪৩৩	আপেক্ষিক সুপ্ত তাপ	৪৪৩
	গলনাঙ্ক ও হিমাঙ্ক	৪৩৪	সঙ্কট ধ্রুবক	৪৪৪
	বাষ্পায়ন, স্ফুটন ও স্ফুটনাঙ্ক	৪৩৫	দশা	৪৪৪
	স্ফুটনাঙ্কের উপর চাপের প্রভাব	৪৩৬	দশা চিত্র এবং ত্রৈধ বিন্দু	৪৪৫
	বাষ্পায়ন ও স্ফুটনের মধ্যে পার্থক্য	৪৩৭	অরণিকা	৪৪৬
	সুপ্ত তাপ বা দীন তাপ	৪৩৭	প্রয়োজনীয় সমীকরণ	৪৪৭
	আপেক্ষিক সুপ্ত তাপ	৪৩৮	সমাধানকৃত উদাহরণ	৪৪৭
	বরফ গলনের আপেক্ষিক সুপ্ত তাপ নির্ণয়	৪৩৯	প্রশ্নমালা	৪৫৫

১৬.	তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র SECOND LAW OF THERMODYNAMICS			৪৫৮-৪৭৪
	সূচনা	৪৫৮	এন্ট্রপির একক	৪৬৫
	প্রত্যাগামী এবং অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া	৪৫৮	এন্ট্রপির তাৎপর্য	৪৬৫
	প্রত্যাগামী প্রক্রিয়া	৪৫৮	প্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় এন্ট্রপির পরিবর্তন	৪৬৬
	অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া	৪৫৯	অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় এন্ট্রপির পরিবর্তন	৪৬৬
	প্রত্যাগামী ও অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়ার মধ্যে পার্থক্য	৪৬০	এন্ট্রপির মাধ্যমে তাপগতিবিজ্ঞানের দ্বিতীয়	
	তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র	৪৬০	সূত্রের প্রকাশ	৪৬৭
	তাপগতিবিদ্যার প্রথম ও দ্বিতীয় সূত্রের		অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় এন্ট্রপি বৃদ্ধির উদাহরণ	৪৬৭
	তুলনামূলক আলোচনা	৪৬১	অরণিকা	৪৬৮
	তাপ ইঞ্জিনের দক্ষতা	৪৬১	প্রয়োজনীয় সমীকরণ	৪৬৮
	কার্ণের ইঞ্জিন	৪৬২	সমাধানকৃত উদাহরণ	৪৬৯
	কার্ণের চক্রের ক্রিয়া ও সম্পাদিত কাজ	৪৬৩	প্রশ্নমালা	৪৭৩
	এন্ট্রপি	৪৬৫		

১৭. তরঙ্গ ও শব্দ
WAVES AND SOUND

৪৭৫-৫০৩

সূচনা	৪৭৫	স্থির তরঙ্গের সমীকরণ	৪৮৬
তরঙ্গ ও তরঙ্গ গতি	৪৭৫	অগ্রগামী তরঙ্গ ও স্থির তরঙ্গের পার্থক্য	৪৮৭
তরঙ্গের প্রকারভেদ	৪৭৫	শব্দ	৪৮৮
আড় তরঙ্গ ও লম্বিক তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য	৪৭৯	শব্দের উৎপত্তি	৪৮৮
তরঙ্গ সংক্রান্ত কয়েকটি সংজ্ঞা	৪৭৯	শব্দ একটি অগ্রগামী অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ	৪৮৮
তরঙ্গ বেগ, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং কম্পাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক	৪৮১	দৃটি মাধ্যমে একটি শব্দের বেগের মধ্যে সম্পর্ক	৪৮৯
দোলনকাল এবং কম্পাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক	৪৮২	শব্দের ব্যতিচার	৪৮৯
অগ্রগামী তরঙ্গ এবং স্থির তরঙ্গ	৪৮২	শব্দের ব্যতিচার প্রদর্শনের পরীক্ষা	৪৯১
অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ	৪৮৩	অরণিকা	৪৯৩
তরঙ্গ উপরিপাতনের নীতি	৪৮৪	প্রয়োজনীয় সমীকরণ	৪৯৪
স্থির তরঙ্গ	৪৮৫	সমাধানকৃত উদাহরণ	৪৯৪
		প্রশ্নমালা	৫০১

১৮. শব্দ
SOUND

৫০৪-৫৪৪

সূচনা	৫০৪	টানা তারের আড় কম্পনের	
সুর, স্বর, সমমেল বা হারমোনিক	৫০৪	সূত্রগুলোর প্রমাণ	৫১৮
সুরযুক্ত ও সুরবর্জিত শব্দ	৫০৫	সনেমিটারের সাহায্যে একটি সুর শলাকার	
সুরযুক্ত শব্দের বৈশিষ্ট্য	৫০৬	অজানা কম্পাঙ্ক নির্ণয়	৫১৯
সুরযুক্ত শব্দ ও সুরবর্জিত শব্দ বা কোলাহল-এর মধ্যে পার্থক্য		মুক্ত ও পরবশ কম্পন	৫২০
শব্দোচ্ছতা, তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল	৫০৭	অনুনাদ	৫২১
সিবেক-এর সাইরেনের সাহায্যে তীক্ষ্ণতা নির্ণয়	৫০৭	বাযুস্তস্ত্রের কম্পন	৫২১
বীট বা স্বরকম্প	৫১০	একমুখ বন্ধ নলে বাযুস্তস্ত্রের কম্পন	৫২১
বীট বা স্বরকম্পের গঠনের কৌশল	৫১০	দুই মুখ খোলা নলে বাযুস্তস্ত্রের কম্পন	৫২৩
বীট বা স্বরকম্পের গাণিতিক বিশ্লেষণ	৫১১	কয়েকটি বাদ্যযন্ত্র	৫২৪
বীট বা স্বরকম্পের প্রয়োগ	৫১২	সুরবিরাম বা সুরানুপাত	৫২৬
বীট বা ব্যতিচারের পার্থক্য	৫১৩	স্বর-গ্রাম	৫২৭
তারের কম্পন	৫১৪	ডায়াটোনিক স্বরগাম	৫২৭
টানা তারে আড় বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গের বেগের রাশিমালা	৫১৫	সংগীতে কয়েকটি ব্যবহারিক শব্দ	৫২৮
টানা তারে আড় কম্পনের সূত্র প্রতিপাদন	৫১৫	ফনোগ্রাফ	৫২৮
টানা তারে আড় কম্পনের সূত্রাবলি	৫১৬	গ্রামোফোন	৫২৯
সনেমিটার	৫১৭	অরণিকা	৫২৯
	৫১৭	প্রয়োজনীয় সমীকরণ	৫৩০
		সমাধানকৃত উদাহরণ	৫৩১
		প্রশ্নমালা	৫৪১

১৯.

শব্দের গতিবেগ
VELOCITY OF SOUND

৫৪৫-৫৬৮

সূচনা	৫৪৫	ডপ্লার ক্রিয়ার জন্য শব্দের কম্পাঙ্ক বা
শব্দের বেগ	৫৪৫	তীক্ষ্ণতা পরিবর্তনের রাশিমালা
শব্দের বেগ সম্মর্কিত নিউটনের সূত্র	৫৪৫	শ্রোতা স্থির কিন্তু উৎস গতিশীল
বায়ু বা গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের বেগ সম্পর্কীয়		উৎস স্থির কিন্তু শ্রোতা গতিশীল
নিউটনের সূত্র প্রতিপাদন	৫৪৬	উৎস এবং শ্রোতা উভয়ই গতিশীল
ল্যাপ্লাস কর্তৃক নিউটনের সূত্র সংশোধন	৫৪৭	আলোর ক্ষেত্রে ডপ্লার ক্রিয়া
শব্দের বেগের উপর তাপমাত্রা,		মরণিকা
আর্দ্রতা ও চাপের প্রভাব	৫৪৮	প্রযোজনীয় সমীকরণ
অনুনাদ বায়ুস্তম্ভ পদ্ধতিতে শব্দের বেগ নির্ণয়	৫৫১	সমাধানকৃত উদাহরণ
ডপ্লার ক্রিয়া বা প্রভাব	৫৫৩	প্রশ্নমালা

ব্যবহারিক

অবতারণা

৩-১৪

সাধারণ ত্রুটি	৩	একক	৭
লম্বন ভুল বা দৃষ্টিভ্রম	৩	এককের প্রকারভেদ	৭
ব্যক্তিগত ত্রুটি	৪	এককের পদ্ধতি	৭
যান্ত্রিক ত্রুটি	৪	দৈর্ঘ্যের এককের সংজ্ঞা	৯
পিছট ত্রুটি	৪	ভরের এককের সংজ্ঞা	৯
প্রান্তীয় দাগের ভুল	৪	সময়ের এককের সংজ্ঞা	৯
সূচক রেখা ত্রুটি	৪	ক্ষেত্রফল ও আয়তনের একক	৯
অনুভূমিক ত্রুটি	৫	দৈর্ঘ্যের পরিমাপ	১০
ছাত্র-ছাত্রীদের প্রতি সাধারণ নির্দেশ	৫	হাইড ক্যালিপার্স	১১
পাকা খাতা লেখার বিধি	৫	স্কুল গজ	১১
ছাত্র-ছাত্রীদের প্রতি বিশেষ নির্দেশ	৫	স্ফেরোমিটার	১২
লেখ অঙ্কনের নিয়মাবলি	৬	আপেক্ষিক গুরুত্ব বোতল	১৩
পরিমাপের একক	৭	ভার্ণিয়ার যন্ত্র	১৩
		বয়েলের যন্ত্র	১৪

পরীক্ষণ নং—১ :	(ক) ড্রাইড ক্যালিপার্স ও স্কু গজের সাহায্যে এবং (খ) আর্কিমিডিসের সূত্র প্রয়োগ করে একটি নিরেট সিলিউরের আয়তন নির্ণয় ও তুলনা	১৪
পরীক্ষণ নং—২ :	স্ফেরোমিটারের সাহায্যে উভল ও অবতল লেন্স বা দর্পণ বা কোন বক্রতলের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয়	২২
পরীক্ষণ নং—৩ :	উদ্বিস্থিতি নিক্তির সাহায্যে পানিতে দ্রবণীয় কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক গুরুত্ব নির্ণয়	২৪
পরীক্ষণ নং—৪ :	আপেক্ষিক গুরুত্ব বোতলের সাহায্যে তরল পদার্থের আপেক্ষিক গুরুত্ব নির্ণয়	২৭
পরীক্ষণ নং—৫ :	সরল দোলকের সাহায্যে অভিকর্ষজ ত্বরণ ‘ g ’-এর মান নির্ণয় এবং $L - T^2$ (L বনাম T^2) লেখচিত্র অঙ্কন	২৯
পরীক্ষণ নং—৬ :	সার্লির যন্ত্র বা ভার্ষিয়ার স্কেল সংযুক্ত যন্ত্রের সাহায্যে ইয়ৎয়ের গুণাঙ্ক নির্ণয়	৩৩
পরীক্ষণ নং—৭ :	বয়েলের সূত্র পরীক্ষা	৩৭
পরীক্ষণ নং—৮ :	মিশ্রণ পদ্ধতিতে কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়	৪০
পরীক্ষণ নং—৯ :	শীতলীকরণ পদ্ধতিতে তরল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়	৪৩
পরীক্ষণ নং—১০ :	মিশ্রণ পদ্ধতিতে বরফ গলনের সুস্থিতাপ নির্ণয়	৪৬
পরীক্ষণ নং—১১ :	অনুনাদ বাযুস্তস্ত পদ্ধতিতে শব্দের বেগ নির্ণয়	৪৯
পরীক্ষণ নং—১২ :	প্রান্তিক ত্রুটি পরিহার করে অনুনাদ বাযুস্তস্ত পদ্ধতিতে শব্দের বেগ নির্ণয়	৫২
পরীক্ষণ নং—১৩ :	সনোমিটারের সাহায্যে টানা তারের কম্পনের সূত্রের প্রমাণ : (ক) n বনাম $\frac{1}{L}$ রেখ, (খ) টিউনিং ফর্কের কম্পাঙ্ক নির্ণয়	৫৪
পরিশিষ্ট		৫৭-৬০



১.১ সূচনা

Introduction

বিজ্ঞানের বিভিন্ন বিষয় সুনির্দিষ্টভাবে জানতে হলে কোন রাশি কোন ধরনের পরিমাপের প্রয়োজন হয়। পদাৰ্থের যে সব ভৌত বৈশিষ্ট্য পরিমাপ কৰা যায় তাদেরকে রাশি (quantity) বলে। যেমন, দৈর্ঘ্য, ভৱ, সময়, আয়তন, বেগ, কাজ ইত্যাদি প্রত্যেকে এক একটি রাশি। পদাৰ্থবিজ্ঞানের অস্তর্গত যে কোন রাশিকে ভৌত (physical) রাশি বলে।

কিছু কিছু ভৌত রাশিকে শুধুমাত্র মান দ্বারা সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ কৰা যায়। আবার অনেক ভৌত রাশি রয়েছে যাদেরকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ কৰার জন্য মান ও দিক উভয়ই প্রয়োজন হয়। তাই ধৰ্ম বা বৈশিষ্ট্য অনুসারে ভৌত রাশিগুলোকে আমরা দুই ভাগে বিভক্ত কৰতে পারি; যথা—

(ক) স্কেলার রাশি বা অদিক রাশি (Scalar quantity)।

(খ) ডেক্টর রাশি বা দিক রাশি বা সদিক রাশি (Vector quantity)।

স্কেলার রাশি : যে সব ভৌত রাশির শুধু মান আছে, কিন্তু দিক নেই, তাদেরকে স্কেলার রাশি বা অদিক রাশি বলে। যেমন দৈর্ঘ্য, ভৱ, সময়, জনসংখ্যা, তাপমাত্রা, তাপ, বৈদ্যুতিক বিভব, দুতি, কাজ ইত্যাদি স্কেলার বা অদিক রাশি।

ডেক্টর রাশি : যে সব ভৌত রাশির মান এবং দিক দুই-ই আছে, তাদেরকে ডেক্টর রাশি বা দিক রাশি বলে। যেমন সরণ, বেগ, ত্বরণ, ঘন্টা, বল, ওজন ইত্যাদি ডেক্টর বা দিক রাশি।

১.২ ডেক্টর রাশির নির্দেশনা

Representation of a vector

কোন একটি ডেক্টর রাশিকে দুভাবে প্রকাশ কৰা হয়ে থাকে, যথা—(১) অক্ষর দ্বারা এবং (২) সরলরেখা দ্বারা।

১। অক্ষর দ্বারা কোন একটি ডেক্টর রাশিকে চারভাবে প্রকাশ কৰা হয়, যথা—

(ক) কোন অক্ষরের উপর তীর চিহ্ন দ্বারা রাশিটির ডেক্টর রূপ এবং এর দুই পাশের দুটি খাড়া রেখা দ্বারা এর মান নির্দেশ কৰা হয়। সাধারণভাবে শুধু অক্ষর দ্বারাও রাশিটির মান নির্দেশ কৰা হয়।

A অক্ষরের ডেক্টর রূপ \vec{A} এবং মান রূপ $| \vec{A} |$ বা A

(খ) কোন অক্ষরের উপর রেখা চিহ্ন দ্বারা রাশিটির ডেক্টর রূপ এবং এর দুই পাশের দুটি খাড়া রেখা দ্বারা এর মান নির্দেশ কৰা হয়।

\bar{A} অক্ষরের ডেক্টর রূপ \bar{A} এবং মান রূপ $| \bar{A} |$

(গ) কোন অক্ষরের নিচে রেখা চিহ্ন দ্বারা রাশিটির ডেক্টর রূপ এবং এর দুই পাশের দুটি খাড়া রেখা দ্বারা এর মান নির্দেশ কৰা হয়।

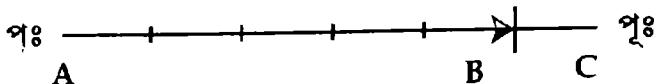
\underline{A} অক্ষরের ডেক্টর রূপ \underline{A} এবং মান রূপ $| \underline{A} |$

(ঘ) মোটা হরফের অক্ষর দিয়ে ডেক্টর রাশি প্রকাশ কৰা হয়। যেমন A অক্ষরের ডেক্টর রূপ A এবং এর মান A।

ডেক্টর রাশি নির্দেশের ক্ষেত্রে (ক)-এ ব্যবহৃত চিহ্নই শ্রেয়। তাই এই বই-এ আমরা এই পদ্ধতিই ব্যবহার কৰব।

২। সৱলৱেখা দ্বাৰা ভেটৰ রাশি নিৰ্দেশ কৰতে হলৈ রাশিটিৰ দিকে বা সমান্তৱালে একটি সৱলৱেখা অংকন কৰে সৱলৱেখাটিৰ শেষ প্রান্তে একটি তীৰ চিহ্ন দ্বাৰা রাশিটিৰ দিক এবং কোন ক্ষেত্ৰে উজ্জ্বল সৱলৱেখাটিৰ দৈৰ্ঘ্য দ্বাৰা এৱ মান নিৰ্দেশ কৰা হয়। এ পদ্ধতিকে জ্যামিতিক উপায়ে ভেটৰেৰ নিৰ্দেশনাবলৈ বলে।

মনে কৰি, একটি ভেটৰ রাশিৰ মান ৫ এবং এৰ দিক পূৰ্ব দিক। একে সৱলৱেখা দ্বাৰা প্ৰকাশ কৰতে হবে। এখন AC একটি সৱলৱেখা পূৰ্ব-পশ্চিম দিক বৰাবৰ অংকন কৰে AC সৱলৱেখা হতে সুবিধামত দৈৰ্ঘ্যকে একক ধৰে এৱ ৫ গুণ দৈৰ্ঘ্য AB কেটে নিই এবং AB-এৰ শেষ প্রান্তে পূৰ্ব দিকে তীৰ চিহ্ন যুক্ত কৰি [চিত্ৰ ১.১]। এই তীৰ-চিহ্নত সৱলৱেখাই ভেটৰ রাশিটি নিৰ্দেশ কৰবে। ভেটৰ রাশি নিৰ্দেশী সৱলৱেখাৰ তীৰ চিহ্নত প্রান্ত B-কে শীৰ্ষবিন্দু বা অন্ত বিন্দু এবং অপৰ প্রান্ত A-কে আদিবিন্দু বা মূলবিন্দু বা পাদবিন্দু বলে।



চিত্ৰ ১.১

১.৩ ভেটৰ রাশি সম্পর্কিত কতকগুলো সংজ্ঞা Some definitions relating vectors

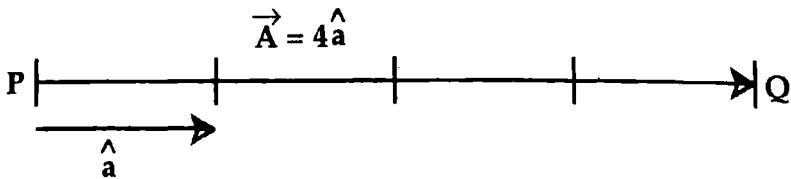
১। একক ভেটৰ (Unit vector) : যে ভেটৰ রাশিৰ মান এক একক তাকে একক ভেটৰ বলে। মান শূন্য নয় এৰূপ একটি ভেটৰকে এৰ মান দ্বাৰা ভাগ কৰলে তা ভেটৰেৰ দিকে বা সমান্তৱালে একটি একক ভেটৰ পাওয়া যাবে।

একক ভেটৰকে প্ৰকাশ কৰতে সাধাৱণত ছোট অক্ষৱেৰ উপৰ একটি টুপি চিহ্ন (^) দেয়া হয়। যেমন \hat{i} , \hat{j} , \hat{n} ইত্যাদি দ্বাৰা একক ভেটৰ প্ৰকাশ কৰা হয়।

ধৰি, \vec{A} একটি ভেটৰ যার মান, $A \neq 0$

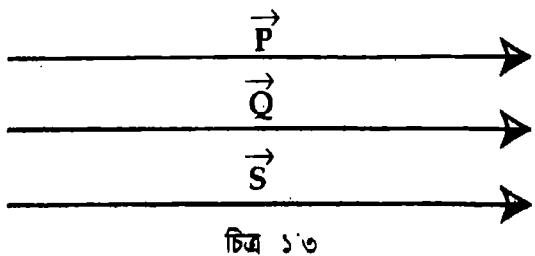
$$\begin{aligned}\frac{\vec{A}}{A} &= \vec{A}-এৰ দিকে একক ভেটৰ \\ &= \hat{a} \text{ (ধৰি)}.\end{aligned}$$

কাজেই কোন একটি ভেটৰ \vec{A} -এৰ মান, $A = 4$ একক এবং \vec{A} -এৰ দিকে একক ভেটৰ \hat{a} হলৈ, $\vec{A} = 4\hat{a}$ [চিত্ৰ ১.২]। অৰ্থাৎ কোন ভেটৰেৰ মানকে তা ভেটৰেৰ একক ভেটৰ দ্বাৰা গুণ কৰলে ভেটৰটি পাওয়া যায়।



চিত্ৰ ১.২

২। সম-ভেটৰ বা সমান ভেটৰ (Equal vector) : একই দিকে ক্ৰিয়াৱত একাধিক সমজাতী ভেটৰেৰ মান সমান হলৈ তাদেৱকে সম-ভেটৰ বা সমান ভেটৰ বলে। পাদবিন্দু বা আদিবিন্দু যেখানেই হোৱা না কেন ভেটৰগুলো পৱস্পৱেৰ সমান্তৱাল এবং মান সমান হলৈ তাদেৱকে সম-ভেটৰ বলে।



১.৩ চিত্ৰে P, Q ও S তিনিটি সম-ভেটৰ।

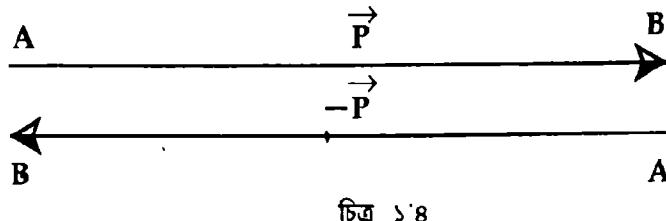
এখানে $\vec{P} = \vec{Q} = \vec{S}$ ও $P = Q = S$

৩। বিপরীত বা ঋণ তেক্টর (Negative vector) : বিপরীত দিকে ক্রিয়ারত দুটি সমজাতীয় তেক্টরের মান সমান হলে তাদেরকে একে অপরের বিপরীত বা ঋণ তেক্টর বলে।

$$1.8 \text{ চিত্রে } \overrightarrow{AB} = \vec{P}$$

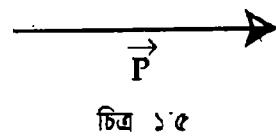
$$\text{এর বিপরীত তেক্টর } \overrightarrow{BA} = -\vec{P}$$

$$\text{এখনে, } AB = BA$$



চিত্র ১.৮

৪। স্বাধীন তেক্টর (Free vector) : কোন তেক্টর রাশির পাদবিন্দু কোথায় হবে তা যদি ইচ্ছেমত ঠিক করা যায়, তবে ঐ তেক্টরকে স্বাধীন তেক্টর বলা হয়। [চিত্র ১.৫-এ \vec{P} একটি স্বাধীন তেক্টর।]



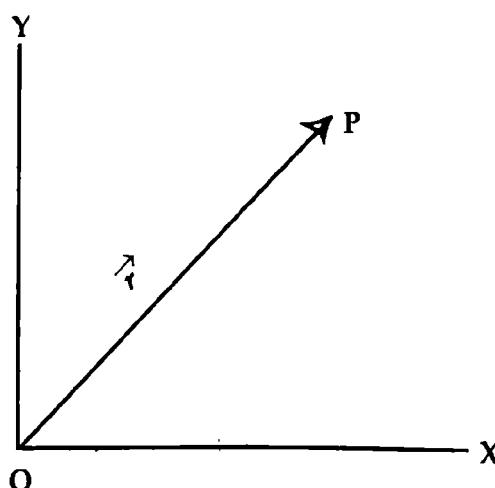
চিত্র ১.৫

৫। সীমাবদ্ধ তেক্টর (Localised vector) : যদি কোন নির্দিষ্ট বিন্দুকে তেক্টরের পাদবিন্দু হিসেবে ঠিক করে রাখা হয়, তবে তাকে সীমাবদ্ধ তেক্টর বলে।

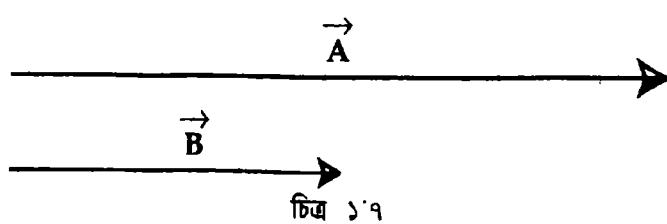
৬। অবস্থান তেক্টর (Position vector) : প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোন বিন্দুর অবস্থান যে তেক্টরের সাহায্যে নির্ণয় করা হয় তাকে অবস্থান তেক্টর বলে।

মনে করি পরস্পর সমকোণে অবস্থিত X ও Y দুটি অক্ষ, এদের মূল বিন্দু O। P যে কোন একটি বিন্দু। এখনে \overrightarrow{OP} তেক্টরটি O বিন্দু সাপেক্ষে P বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করছে। সুতরাং \overrightarrow{OP} একটি অবস্থান তেক্টর। [চিত্র ১.৬]।

অবস্থান তেক্টরকে অনেক সময় ব্যাসার্ধ তেক্টর (radius vector) বলে এবং \vec{r} দিয়ে প্রকাশ করা হয়। সুতরাং $OP = \vec{r}$ ।



চিত্র ১.৬



চিত্র ১.৭

৭। সদৃশ তেক্টর (Like vector) :

সমজাতীয় অসম মানের দুটি তেক্টর \vec{A} ও \vec{B} যদি একই দিকে ক্রিয়া করে তবে তাদেরকে সদৃশ তেক্টর বলে। [চিত্র ১.৭]। উদাহরণ, $\vec{A} = 2\vec{B}$

বইঘর.কম

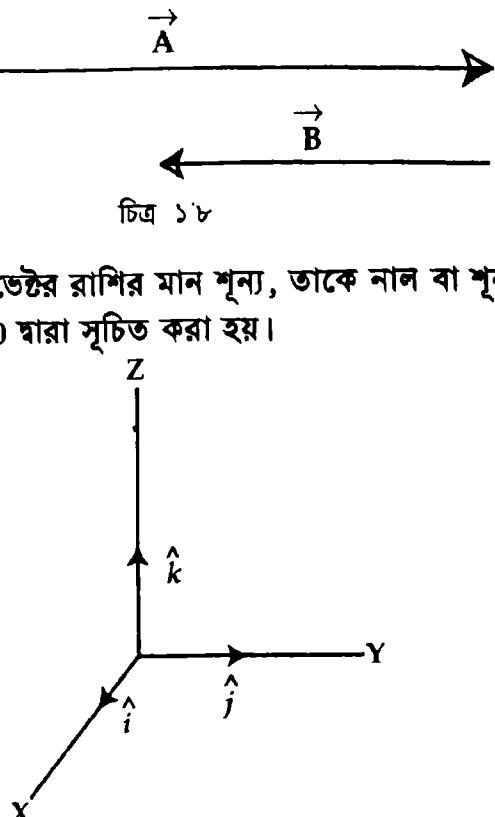
৮। বিসদৃশ ভেট্টর (Unlike vector) :

সমজাতীয় অসম মানের দুটি ভেট্টর \vec{A} ও \vec{B} এবং বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে, তবে তাদেরকে বিসদৃশ ভেট্টর বলে [চিত্র ১৮]।

$$\text{উদাহরণ}, \vec{A} = -3\vec{B}$$

৯। শাল বা শূন্য ভেট্টর (Null or Zero vector) : যে ভেট্টর রাশির মান শূন্য, তাকে শাল বা শূন্য ভেট্টর বলে। শূন্য ভেট্টরের পাদবিন্দু এবং শীর্ষবিন্দু একই। একে ০ দ্বারা সূচিত করা হয়।

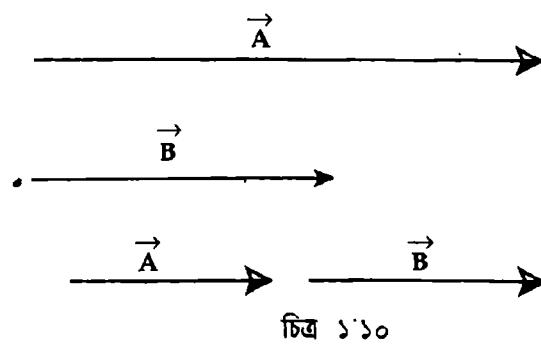
১০। আয়তাকার বা আয়ত একক ভেট্টর (Rectangular unit vector) : ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় ধনাত্মক X, Y এবং Z অক্ষের দিকে ব্যবহৃত যথাক্রমে \hat{i} , \hat{j} এবং \hat{k} একক ভেট্টরগুলোকে আয়তাকার বা আয়ত একক ভেট্টর বলে।



চিত্র ১৯

১১। বিপ্রতীপ ভেট্টর (Reciprocal vector) : দুটি সমান্তরাল ভেট্টরের একটির মান অপরটির বিপ্রতীপ হলে তাদেরকে বিপ্রতীপ ভেট্টর বলে। উদাহরণ, $\vec{A} = 5\hat{i}$ ও $\vec{B} = \frac{1}{5}\hat{i}$ । এখানে \vec{A} ও \vec{B} বিপ্রতীপ ভেট্টর।

১২। সমরেখ ভেট্টর (Co-linear vector) : দুই বা ততোধিক ভেট্টর এমন হয় যে তারা একই রেখায় বা সমান্তরালে ক্রিয়া করে, তাদেরকে সমরেখ ভেট্টর বলে [চিত্র ১১০]।

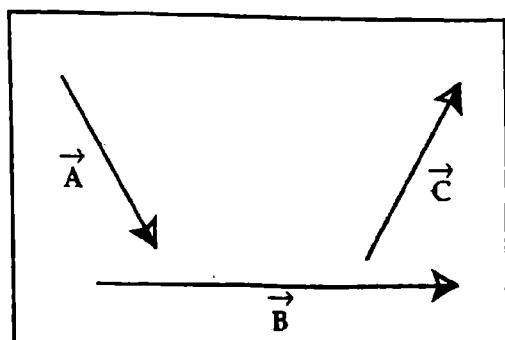


চিত্র ১১০

১৩। সম-তলীন ভেট্টর (Co-planar vector) : দুই বা ততোধিক ভেট্টর একই তলে অবস্থান করলে তাদেরকে সম-তলীয় ভেট্টর বলে [চিত্র ১১১]।

১৪। সঠিক ভেট্টর (Proper vector) : যে সকল ভেট্টরের মান শূন্য নয়, তাদেরকে সঠিক ভেট্টর বলে।

১৫। সম-গ্রাহণিক ভেট্টর (Co-initial vector) : একই মূল বা পাদবিন্দু দিশিত ভেট্টরসমূহকে সম-গ্রাহণিক ভেট্টর বলে।



চিত্র ১১১

১.৪ ভেট্টর রাশির যোগ ও বিয়োগ Addition and subtraction of vectors

জ্যামিতিক পদ্ধতি : একই জাতীয় দুটি ভেট্টর রাশিকে যোগ বা বিয়োগ করা যায়। যেমন সরণের সাথে কেবল সরণই যোগ বা বিয়োগ করা চলে। সরণের সাথে বেগের যোগ বা বিয়োগের প্রশ্নই উঠে না। ভেট্টর রাশির মান ও দিক দুই-ই আছে। এই কারণে ভেট্টর রাশির যোগ-বিয়োগ সাধারণ বীজগণিতের নিয়মানুযায়ী করা হয় না। ভেট্টর রাশির দিকই এ সব ক্ষেত্রে বিঘ্ন ঘটায়। যেমন ধরা যাক, একটি নৌকায় দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় 8 কিলোমিটার এবং একটি নদীর পানির স্নেতের বেগ ঘণ্টায় 6 কিলোমিটার। নৌকাটিকে এই নদীর এক পাড় হতে সোজা অপর পাড়ের দিকে চালালে, নৌকাটির উপর যে দুটি বেগ ক্রিয়া করবে এদের যোগফল ($8 + 6$) = 14 কিলোমিটার, ঘণ্টা দ্বারা নৌকাটির প্রকৃত বেগ পাওয়া যাবে না—প্রকৃত বেগ সম্পূর্ণ আলাদা হবে। আবার নৌকাটির গতিমুখ এই দুই বেগের মাঝামাঝি কোন এক দিকে হবে। এই কারণে ভেট্টর রাশির যোগ-বিয়োগ জ্যামিতিক পদ্ধতি অনুসারে করতে হয়।

একই অভিমুখী দুটি ভেট্টর রাশি যোগ করতে হলে রাশি দুটিকে একই দিকে নির্দেশ করতে হয়, আর বিয়োগ করতে হলে একটি ভেট্টর রাশিকে অপরটির বিপরীত দিকে নির্দেশ করতে হয়। কিন্তু দুই বা ততোধিক ভেট্টর রাশি একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করলে এদের যোগফল আর একটি নতুন ভেট্টর রাশি হবে। দুই বা ততোধিক ভেট্টর রাশি যোগে যে একটি নতুন ভেট্টর রাশি হয় তাকে এদের লম্বি (Resultant) বলে। অর্থাৎ লম্বি হল ভেট্টর রাশিগুলোর সম্মিলিত ফল।

১.৫ ভেট্টর রাশির যোগ

জ্যামিতিক পদ্ধতিতে ভেট্টর রাশির যোগ নিম্নলিখিত পাঁচটি সূত্রের সাহায্যে করা যায় ; যথা—

- (১) সাধারণ সূত্র (General law)
- (২) ত্রিভুজ সূত্র (Law of triangle)
- (৩) বহুভুজ সূত্র (Law of polygon)
- (৪) সামান্তরিক সূত্র (Law of parallelogram) এবং
- (৫) উপাংশ সূত্র (Law of components)।

এই অনুচ্ছেদে প্রথম চারটি সূত্র আলোচনা করা হল :

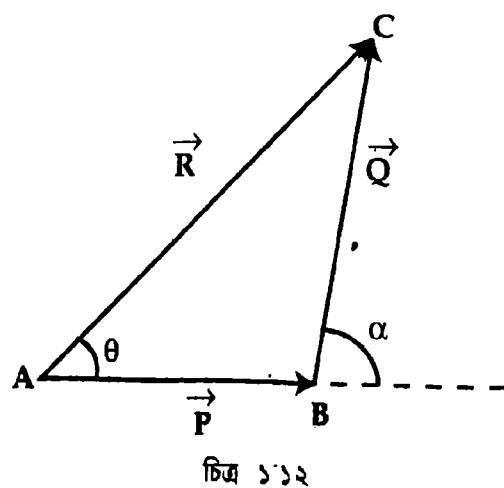
১.৫.১ সাধারণ সূত্র

সূত্র : সমজাতীয় দুটি ভেট্টরের প্রথমটির শীর্ষ বা শেবিল্যু এবং দ্বিতীয়টির আদি বিন্দু একই বিন্দুতে স্থাপন করে প্রথম ভেট্টরের আদি বিন্দু ও দ্বিতীয় ভেট্টরের শীর্ষবিল্যুর মধ্যে সংযোগকারী সরলরেখার দিকে লম্বি ভেট্টরের দিক এবং ঐ সরলরেখার দৈর্ঘ্য ভেট্টর দুটির লম্বির মান নির্দেশ করবে।

ধরা যাক একই বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়াশীল দুটি ভেট্টর রাশি \vec{P} ও \vec{Q} -এর লম্বি \vec{R} নির্ণয় করতে হবে।

\vec{P} নির্দেশী সরলরেখা AB-এর শীর্ষবিন্দু B-তে \vec{Q} নির্দেশী সরলরেখার আদিবিন্দু থাকে। এরপে BC রেখা দ্বারা \vec{Q} নির্দেশ করে \vec{P} -এর আদিবিন্দু A এবং \vec{Q} -এর শীর্ষবিন্দু C যুক্ত করি এবং রেখাটিকে A হতে C অভিমুখে তীর চিহ্নিত করি [চিত্র ১.১২]। তা হলে তীর চিহ্নিত AC রেখাই \vec{R} নির্দেশ করবে। এখানে রাশি দুটির যোগফল নিম্ন উপায়ে লেখা হয়—

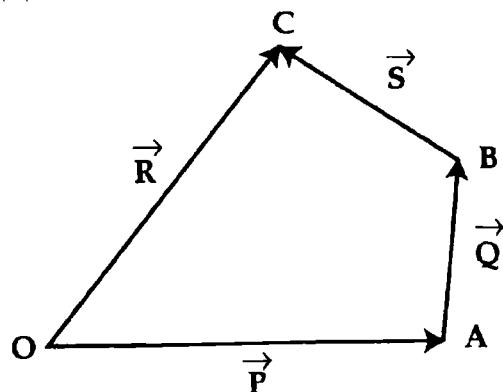
$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q} \quad (1)$$



অনুৰূপে দুই বা ততোধিক ভেট্টৰ রাশি যোগ
কৰা যায়।

১.১৩ চিত্ৰে তিনটি ভেট্টৰ রাশি \vec{P} , \vec{Q} ও \vec{S} যথাক্রমে তীৰ চিহ্নিত OA , AB ও BC সৱলৱেখাৰ নিৰ্দেশ কৰে। OC সৱলৱেখা দ্বাৰা
এদেৱ লম্বি \vec{R} সূচিত হয়েছে।

এখানে লম্বি, $\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{S}$ ।

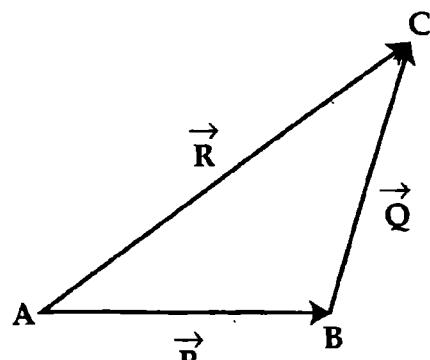


চিত্ৰ ১.১৩

১.৫.২ ত্ৰিভুজ সূত্ৰ

সূত্ৰ : দুটি ভেট্টৰ কোন ত্ৰিভুজেৰ সন্নিহিত বাহু দ্বাৰা একই ক্রমে মানে ও দিকে সূচিত কৰা হলে
ত্ৰিভুজেৰ তৃতীয় বাহুটি বিপৰীতক্রমে ভেট্টৰ দুটিৰ লম্বি নিৰ্দেশ কৰিব।

ব্যাখ্যা : মনে কৰি \vec{P} ও \vec{Q} দুটি ভেট্টৰ যোগ কৰতে
হবে। প্ৰথমে \vec{P} -এৰ প্ৰান্ত বা শীৰ্ষবিন্দুৰ সাথে \vec{Q} -এৰ আদি বিন্দু
যুক্ত কৰে ভেট্টৰ দুটি মানে ও দিকে বাহু AB ও BC দ্বাৰা সূচিত
কৰা হল। এখন \vec{P} -এৰ আদি বিন্দু ও \vec{Q} -এৰ শেষ বিন্দু যোগ
কৰে ABC ত্ৰিভুজটি সম্পূৰ্ণ কৰা হল। AC বাহুটিই দিকে ও
মানে \vec{P} ও \vec{Q} -এৰ লম্বি ভেট্টৰ \vec{R} নিৰ্দেশ কৰে [চিত্ৰ ১.১৪]।



চিত্ৰ ১.১৪

$$\text{অর্থাৎ, } \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

$$\text{বা, } \vec{P} + \vec{Q} = \vec{R} \quad (2)$$

$$\text{পুনঃ, } \vec{AB} + \vec{CA} = \vec{AC} = -\vec{CA} \quad [\because \vec{AC} = -\vec{CA}]$$

$$\text{বা, } \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0 \quad (3)$$

সিদ্ধান্ত : অতএব, একই বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়াৱত তিনটি সমজাতীয় সমতলীয় ভেট্টৰ রাশিকে
কোন ত্ৰিভুজেৰ তিনটি বাহু দ্বাৰা একই ক্রমে নিৰ্দেশ কৰলে এদেৱ লম্বি শূন্য হবে।

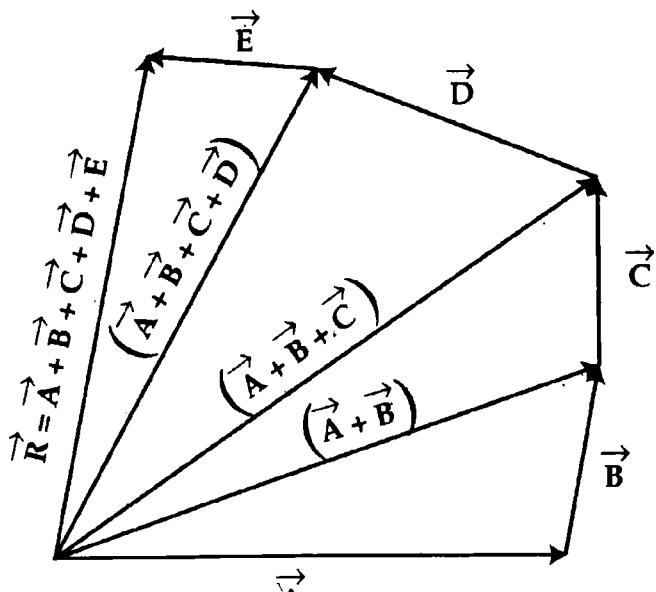
১.৫.৩ বহুভুজ সূত্ৰ

সূত্ৰ : দুই-এৰ অধিক ভেট্টৰ রাশিৰ ক্ষেত্ৰে ভেট্টৰ রাশিগুলোকে একই ক্রমে সাজিয়ে প্ৰথম ভেট্টৰ
রাশিৰ পাদবিন্দু এবং শেষ ভেট্টৰ রাশিৰ শীৰ্ষবিন্দু যোগ কৰলে যে বহুভুজ পাওয়া যায় এৰ শেষ বাহুটি
বিপৰীতক্রমে ভেট্টৰ রাশিগুলোৰ লম্বিৰ মান ও দিক নিৰ্দেশ কৰে।

ব্যাখ্যা : মনে করি, $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}, \vec{D}, \vec{E}$

পাঁচটি ভেট্টার রাশি [চিত্র ১.১৫]। এদের লম্বি নির্ণয় করতে হবে। এখন প্রথম ভেট্টার রাশির শীর্ষবিন্দুর উপর দ্বিতীয় ভেট্টার রাশির পাদবিন্দু, দ্বিতীয় ভেট্টার রাশির শীর্ষবিন্দুর উপর তৃতীয় ভেট্টার রাশির পাদবিন্দু স্থাপন করি এবং এমনভাবে ভেট্টার রাশিগুলোকে পর পর স্থাপন করি। তাহলে বহুভুজ সূত্রানুসারে প্রথম ভেট্টার রাশির আদি বিন্দু এবং শেষ ভেট্টার রাশির শীর্ষবিন্দুর সংযোজক ভেট্টার রাশি \vec{R} -ই উন্নিষ্ঠিত ভেট্টার রাশিগুলোর লম্বির মান ও দিক নির্দেশ করবে।

$$\text{লম্বি, } \vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} + \vec{E}$$



চিত্র ১.১৫

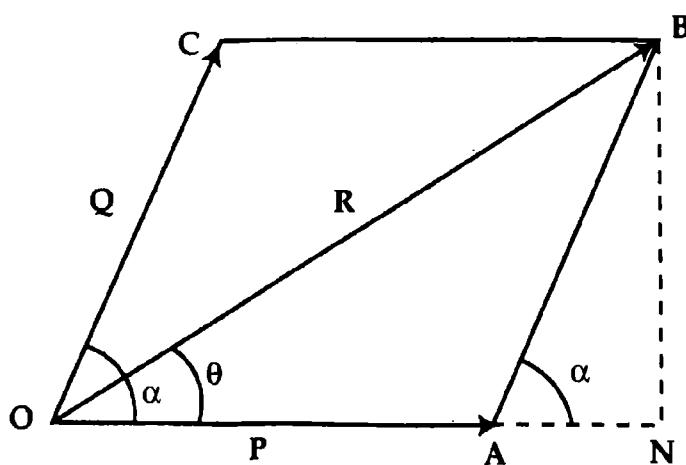
১.৫.৪ সামান্তরিক সূত্র

সূত্র : কোন সামান্তরিকের একই বিন্দু হতে অঙ্কিত সন্নিহিত বাহু দুটি যদি কোন কণার উপর একই সময়ে ক্রিয়ারত দুটি ভেট্টার রাশির মান ও দিক নির্দেশ করে, তা হলে ঐ বিন্দু হতে অঙ্কিত সামান্তরিকের কোণ এবং এদের লম্বির মান ও দিক নির্দেশ করে।

ব্যাখ্যা : মনে করি O বিন্দুতে একটি কণার উপর $\vec{OA} = \vec{P}$ ও $\vec{OC} = \vec{Q}$ দুটি ভেট্টার রাশি একই সময়ে α কোণে ক্রিয়া করছে [চিত্র ১.১৬]। OA ও OC -কে সন্নিহিত বাহু ধরে $OABC$ সামান্তরিকটি অংকন করি এবং OB যুক্ত করি। এই সূত্রানুসারে উভয় ভেট্টারের ক্রিয়াবিন্দু O থেকে অংকিত কর্ণ \vec{OB} -ই ভেট্টার \vec{P} ও \vec{Q} -এর লম্বি \vec{R} নির্দেশ করে।

$$\text{অর্থাৎ, } \vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB}$$

$$\text{বা, } \vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$$



চিত্র ১.১৬

$$\begin{aligned} OB^2 &= ON^2 + BN^2 = (OA + AN)^2 + BN^2 \\ &= OA^2 + 2OA \cdot AN + AN^2 + BN^2 \end{aligned}$$

লম্বির মান নির্ণয় :

মনে করি লম্বির মান R এবং $\angle AOC = \alpha$ কোণটি সূক্ষ্মকোণ। এখন B বিন্দু হতে OA -এর বর্ধিত অংশের উপর BN লম্ব টানি যা বর্ধিত OA বাহুকে N বিন্দুতে ছেদ করল।

AB ও OC সমান্তরাল।

$\angle AOC = \angle BAN = \alpha$ । আবার OBN ত্রিভুজের, $\angle ONB =$ এক সমকোণ $= 90^\circ$ ।

আবার, BNA সমকোণী ত্রিভুজে, $AB^2 = AN^2 + BN^2$

বা, $OC^2 = AN^2 + BN^2$ [∵ AB = OC]

এখন ত্রিকোণমিতিৰ সাহায্যে আমৱা পাই, $\cos \angle BAN = \cos \alpha = \frac{AN}{AB}$

$$AN = AB \cos \alpha = OC \cos \alpha$$

সূতৰাং $OB^2 = OA^2 + AB^2 + 2OA \cdot AB \cos \alpha$

$$[\therefore AB^2 = AN^2 + BN^2]$$

বা, $OB^2 = OA^2 + OC^2 + 2OA \cdot OC \cos \alpha$

বা, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha$

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$$

(4)

লম্বিৰ দিক নিৰ্ণয় :

মনে কৰি P-এৰ সাথে θ কোণ উৎপন্ন কৰে লম্বি R ক্ৰিয়া কৰছে, অৰ্থাৎ $\angle AOB = \theta$ ।

সূতৰাং OBN সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \theta = \frac{BN}{ON} = \frac{BN}{(OA + AN)}$$

$$= \frac{AB \sin \alpha}{(OA + AB \cos \alpha)} = \frac{Q \sin \alpha}{(P + Q \cos \alpha)}$$

$$BAN সমকোণী ত্রিভুজে, \sin \alpha = \frac{BN}{AB}$$

$$BN = AB \sin \alpha$$

(5)

সমীকৰণ (4) এবং সমীকৰণ (5) হতে যথাক্রমে R এবং θ পাওয়া যায়।

বিশেষ ক্ষেত্ৰ (Special cases) :

(i) $\alpha = 0^\circ$ হলে, অৰ্থাৎ ভেট্টৰ দুটি একই দিকে ক্ৰিয়া কৰলে,

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos 0^\circ = P^2 + Q^2 + 2PQ \quad [\because \cos 0^\circ = 1]$$

$$= (P + Q)^2$$

$$\therefore R = P + Q$$

$$\text{এবং } \tan \theta = \frac{Q \sin 0^\circ}{P + Q \cos 0^\circ} = 0 \quad [\because \sin 0^\circ = 0]$$

$$\theta = 0^\circ$$

সূতৰাং, দুটি ভেট্টৰ একই দিকে ক্ৰিয়াশীল হলে এদেৱ লম্বিৰ মান হবে ভেট্টৰদৰ্শেৱ যোগফল এবং দিক হবে ভেট্টৰদৰ্শ যেদিকে ক্ৰিয়া কৰে সেদিকে।

(ii) $\alpha = 90^\circ$ হলে, অৰ্থাৎ ভেট্টৰ দুটি পৰস্পৰ লম্ব হলে,

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos 90^\circ = P^2 + Q^2 \quad [\because \cos 90^\circ = 0]$$

$$\text{বা, } R = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\text{এবং } \tan \theta = \frac{Q \sin 90^\circ}{P + Q \cos 90^\circ} = \frac{Q}{P}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{Q}{P} \right)$$

(iii) $\alpha = 180^\circ$ হলে, অৰ্থাৎ ভেট্টৰ দুটি বিপৰীতমুখী হলে,

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos 180^\circ = P^2 + Q^2 - 2PQ \quad [\because \cos 180^\circ = -1]$$

$$= (P - Q)^2$$

$$\therefore R = P - Q$$

$$\text{এবং } \tan \delta = \frac{Q \sin 180^\circ}{P + Q \cos 180^\circ} = \frac{0}{P - Q} = 0 \quad [\because \sin 180^\circ = 0]$$

$$\theta = 0$$

অর্থাৎ ভেট্টর দুটি পরস্পর বিপরীতমুখী হলে তাদের লম্বির মান হবে ভেট্টর দুটির বিয়োগফল এবং দিক হবে বৃহত্তর ভেট্টরটির দিকে। ভেট্টর দুটি সমান ও বিপরীতমুখী হলে, সেক্ষেত্রে লম্বি শূন্য হবে।

লম্বির সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মান (Maximum and minimum value of the resultant)

মনে করি দুটি ভেট্টর রাশি \vec{P} এবং \vec{Q} একই সময়ে কোন বিন্দুতে α কোণে ক্রিয়া করছে। ভেট্টর যোগের সামান্তরিক সূত্রানুসারে এদের লম্বির মান $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$

(ক) উপরোক্ত সমীকরণ হতে বলা যায় লম্বি \vec{R} -এর মান \vec{P} এবং \vec{Q} -এর মধ্যবর্তী কোণের উপর নির্ভর করে। \vec{R} -এর মান সর্বাধিক হবে যখন $\cos \alpha$ -এর মান সর্বাধিক হবে অর্থাৎ $\cos \alpha = 1 = \cos 0^\circ$

বা, $\alpha = 0^\circ$ হবে

∴ লম্বির সর্বোচ্চ মান

$$R(\text{সর্বোচ্চ}) = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos 0^\circ}$$

$$= \sqrt{(P+Q)^2} = (P+Q) \quad (6)$$

অতএব, দুটি ভেট্টর যখন একই সরলরেখা বরাবর পরস্পর একই দিকে ক্রিয়া করে তখন তাদের লম্বির মান সর্বোচ্চ হবে এবং এই সর্বোচ্চ মান ভেট্টর রাশি দুটির যোগফলের সমান হবে। অন্যভাবে বলা যায়, দুটি ভেট্টর রাশির লম্বির মান এদের যোগফল অপেক্ষা বড় হতে পারে না।

(খ) লম্বি \vec{R} -এর সর্বনিম্ন মান হবে যখন $\cos \alpha$ -এর মান সর্বনিম্ন হবে অর্থাৎ $\cos \alpha = -1 = \cos 180^\circ$ বা, $\alpha = 180^\circ$ হবে।

লম্বির সর্বনিম্ন মান,

$$R(\text{সর্বনিম্ন}) = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ} = \sqrt{(P-Q)^2} = P - Q \quad (7)$$

অতএব, দুটি ভেট্টর রাশি যখন একই সরলরেখা বরাবর পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে তখন তাদের লম্বির মান সর্বনিম্ন হবে এবং লম্বির সর্বনিম্ন মান ভেট্টর রাশি দুটির বিয়োগফলের সমান হবে। সূতরাং বলা যায়, দুটি ভেট্টর রাশির সর্বনিম্ন মান এদের বিয়োগফল অপেক্ষা ছোট হতে পারে না। এখানে উল্লেখ্য যে (7)নং সমীকরণে \sim চিহ্নটি P এবং Q -এর মধ্যে বিয়োগফল নির্দেশ করে, তবে P এবং Q এদের মধ্যে যেটি বড় সেটি আগে লিখতে হবে অর্থাৎ Q যদি P অপেক্ষা বড় হয় তবে $P - Q = Q - P$

১.৬ ভেট্টরের বিয়োগ

Subtraction of vectors

দুটি ভেট্টর রাশির বিয়োগ বলতে একটি ভেট্টরের সাথে অপরটির খণ্ডাত্মক ভেট্টরের যোগফল বুঝায়।

\vec{P} ও \vec{Q} ভেট্টর দুটির বিয়োগফল $\vec{C} = \vec{P} - \vec{Q} = \vec{P} + (-\vec{Q})$

ভেট্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্র, সামান্তরিক সূত্র ও বহুভুজ সূত্র প্রভৃতি ভেট্টরের বিয়োগের ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য।

(ক) ত্রিভুজ সূত্রের সাহায্যে ভেট্টরের বিয়োগফল নির্ণয় :

ধরা যাক \vec{P} ও \vec{Q} ভেট্টর দুটির বিয়োগফল নির্ণয় করতে হবে।

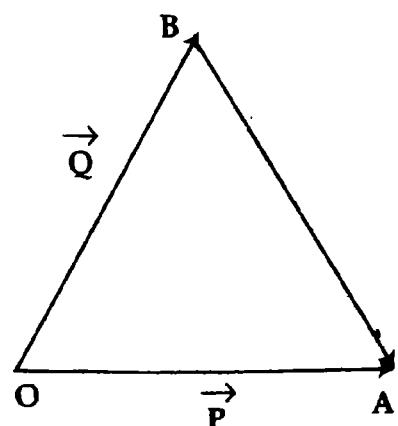
প্রথমে ভেট্টর দুটিকে মান ও দিকে অপরিবর্তিত রেখে একই আদি বিন্দু

হতে OA ও OB অঙ্কন করতে হয় [চিত্র ১.১৭]। এরপর \vec{Q} -এর প্রান্ত

বিন্দু B -এর সাথে \vec{P} -এর প্রান্ত বিন্দু A যোগ করলে \vec{BA} -ই মানে ও

দিকে $\vec{P} - \vec{Q}$ ভেট্টরকে সূচিত করে।

$$\text{অতএব, } \vec{BA} = \vec{P} - \vec{Q}$$

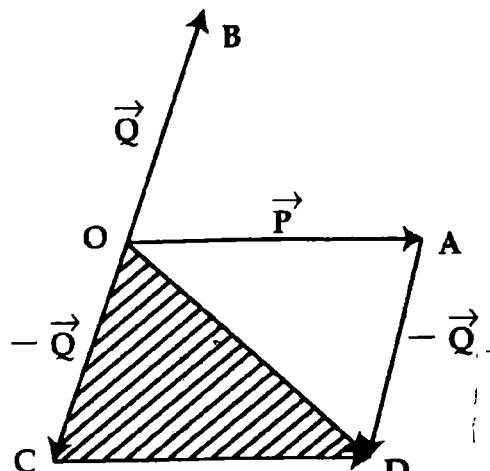


(খ) সামান্তরিকের সূত্রের সাহায্যে ভেটৱের বিয়োগফল নির্ণয় :

ধৰা যাক \vec{P} ও \vec{Q} দুটি ভেটৱ। \vec{P} ও \vec{Q} ভেটৱ দুটিকে একই আদি বিন্দু হতে উপযুক্ত বাবু দ্বাৰা সূচিত কৰতে হয় [চিত্ৰ ১.১৮]। এৱপৰ \vec{Q} -এৰ সমান অথচ বিপৰীতমুখী বাবু দ্বাৰা $-\vec{Q}$ -কে নিৰ্দেশ কৰা হয়।

এখন OA ও OC -কে সন্নিহিত বাবু ধৰে $OADC$ সামান্তরিক অজ্ঞন কৰলে কৰ্ণ \vec{OD} উক্ত ভেটৱ দুটিৰ বিয়োগফল নিৰ্দেশ কৰে।

$$\begin{aligned}\text{অৰ্থাৎ, কৰ্ণ } \vec{OD} &= \vec{OA} + \vec{AD} \\ &= \vec{P} + (-\vec{Q}) = \vec{P} - \vec{Q}।\end{aligned}$$



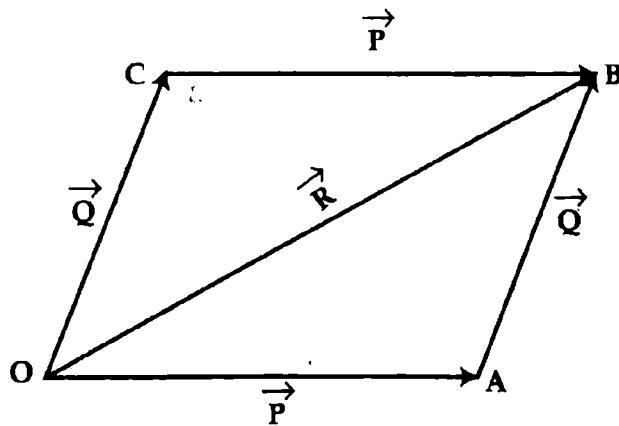
চিত্ৰ ১.১৮

১.৭ ভেটৱ যোগেৰ কয়েকটি সূত্ৰ

Some laws of vector addition

(ক) বিনিময় সূত্ৰ (Commutative law) : $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$

প্ৰমাণ : মনে কৰি, \vec{P} ও \vec{Q} দুটি ভেটৱ রাশি এবং \vec{R} রাশি দুটিৰ লম্বি [চিত্ৰ ১.১৯]।



চিত্ৰ ১.১৯

ত্ৰিভুজ সূত্ৰ অনুসৰে, $OABC$ ত্ৰিভুজে,

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$$

$$\text{অৰ্থাৎ } \vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB}$$

এখন $OABC$ সামান্তরিক অজ্ঞন কৰি এবং OC ও CB -এ যথাক্রমে AB ও OA -এৰ ন্যায় তীৰ চিহ্নিত কৰি। OCB ত্ৰিভুজে

$$\vec{OB} = \vec{OC} + \vec{CB} \quad (\text{ত্ৰিভুজ সূত্ৰ অনুসৰে})$$

$$\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OC} + \vec{CB}$$

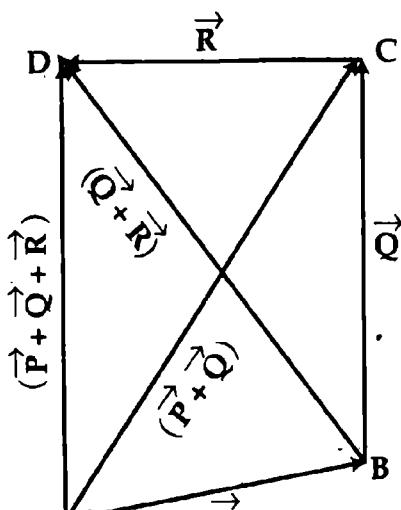
$$\text{অৰ্থাৎ } \vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$$

এটিই হল বিনিময় সূত্ৰ।

তেমনি স্কেলাৱ রাশিৰ বিনিময় সূত্ৰ মেনে চলে।

(8)

(খ) সংযোজন সূত্র (Associative law) : $(\vec{P} + \vec{Q}) + \vec{R} = \vec{P} + (\vec{Q} + \vec{R})$



চিত্র ১.২০

মনে করি \vec{P} , \vec{Q} এবং \vec{R} তিনটি ভেট্র রাশি

[চিত্র ১.২০]। এদেরকে যথাক্রমে \vec{AB} , \vec{BC} এবং \vec{CD} রেখা দ্বারা সূচিত করা হয়েছে। এখন AC , BD এবং AD যোগ করি। অতএব ত্রিভুজের সূত্র হতে পাই,

$$\text{ABC ত্রিভুজে, } \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{P} + \vec{Q}$$

$$\text{ACD ত্রিভুজে, } \vec{AD} = \vec{AC} + \vec{CD}$$

$$= (\vec{P} + \vec{Q}) + \vec{R} \quad (9)$$

আবার, BCD ত্রিভুজে,

$$\vec{BD} = \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{Q} + \vec{R}$$

$$\text{এবং } ABD \text{ ত্রিভুজে, } \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{P} + (\vec{Q} + \vec{R}) \quad (10)$$

সমীকরণ (9) এবং সমীকরণ (10) হতে পাই,

$$(\vec{P} + \vec{Q}) + \vec{R} = \vec{P} + (\vec{Q} + \vec{R})$$

এটিই হল ভেট্র রাশির যোগের সংযোজন সূত্র অর্থাৎ ভেট্র রাশির যোগ সংযোজন সূত্র মেনে চলে।

(গ) বর্ণন সূত্র (Distribution law) : $m(\vec{P} + \vec{Q}) = m\vec{P} + m\vec{Q}$

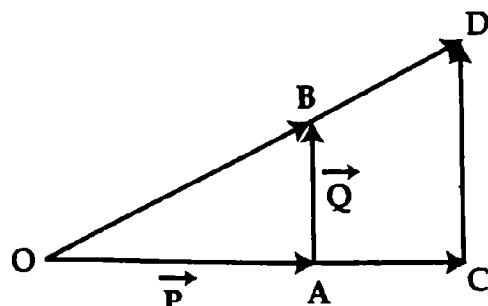
মনে করি, $\vec{OA} = \vec{P}$ এবং $\vec{AB} = \vec{Q}$ [চিত্র

১.২১]। OB যোগ করি। এখন ত্রিভুজ সূত্রানুসারে,

$$\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB} = \vec{P} + \vec{Q}$$

মনে করি, OA ও OB -এর বর্ধিতাখণ্ডের উপর

C ও D দুটি বিন্দু নেয়া হল যাতে $\vec{OC} = m\vec{OA} = m\vec{P}$



চিত্র ১.২১

$$\text{এবং } \vec{CD} = m\vec{AB} = m\vec{Q}$$

এখন, OAB এবং OCD সদৃশকোণী ত্রিভুজ বলে,

$$\begin{aligned} \frac{\vec{OC}}{\vec{OA}} &= \frac{\vec{OD}}{\vec{OB}} = \frac{\vec{CD}}{\vec{AB}} = \frac{m\vec{Q}}{\vec{Q}} = m \\ \vec{OD} &= m\vec{OB} = m(\vec{P} + \vec{Q}) \end{aligned} \quad (11)$$

আবার, ত্রিভুজ সূত্রানুসারে,

$$\vec{OD} = \vec{OC} + \vec{CD} = m\vec{P} + m\vec{Q}$$

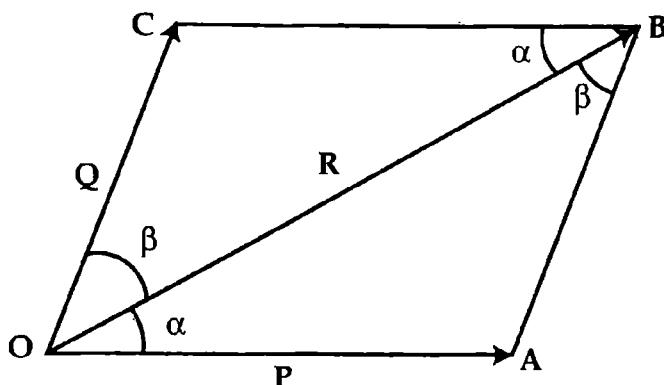
$$m(\vec{P} + \vec{Q}) = m\vec{P} + m\vec{Q} \quad (12)$$

। এটিই হল ভেট্র যোগের বর্ণন সূত্র।

১.৮ ভেট্টের রাশিৰ বিভাজন বা বিশ্লেষণ ও উপাংশ Resolution of vectors and components

একটি ভেট্টের রাশিকে সামান্যরিক সূত্রের দ্বারা বহুভাবে দুটি ভেট্টের রাশিতে বিভক্ত করা যায়। এই পদ্ধতির নাম ভেট্টের রাশিৰ বিভাজন। সুতরাং একটি ভেট্টের রাশিকে দুই বা ততোধিক ভেট্টের রাশিতে বিভক্ত করার প্রক্রিয়াকে ভেট্টের রাশিৰ বিভাজন বা বিশ্লেষণ বলে। এই বিভক্ত ভেট্টের রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে মূল ভেট্টের রাশিৰ এক একটি অংশক বা উপাংশ (Component) বলে।

(i) যে কোন দুই উপাংশে বিভাজন :



চিত্র ১.২২

মনে করি R একটি ভেট্টের রাশি। তীব্র চিহ্নিত OB সরলরেখাটি তার মান ও দিক নির্দেশ করছে [চিত্র ১.২২]। OB -এর সাথে দুই পাশে α ও β কোণ উৎপন্ন করে এবং P দুটি দিকে একে দুটি উপাংশে বিভক্ত করতে হবে।

এখন O বিন্দু হতে OB -এর সাথে দুই পাশে α এবং β কোণ করে OA এবং OC রেখা দুটি টানি। OB -কে কর্ণ করে $OABC$ সামান্যরিকটি অঙ্কন করি।

সুতরাং সামান্যরিকের সূত্রানুযায়ী OB দ্বারা সূচিত ভেট্টের রাশি \vec{R} -এর দুটি অংশকের বা উপাংশের মান ও দিক \vec{OA} এবং \vec{OC} নির্দেশ করবে।

বর্ণনানুসারে OC এবং AB সমান্তরাল এবং OB তাদেরকে যুক্ত করেছে। কাজেই $\angle ABO = \angle BOC = \beta$

এখন ত্রিকোণমিতি ও ত্রিভুজের ধর্মানুসারে $\triangle OAB$ হতে আমরা পাই,

$$\frac{OA}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{OB}{\sin \angle OAB}$$

আবার $AB = OC$ এবং $\angle OAB = 180^\circ - (\angle AOB + \angle ABO) = 180^\circ - (\alpha + \beta)$

$$\frac{OA}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{OB}{\sin \{180^\circ - (\alpha + \beta)\}}$$

\vec{OA} এবং \vec{OC} দ্বারা সূচিত উপাংশ দুটির মান যথাক্রমে P এবং Q -এর সমান ধরে আমরা পাই,

$$\frac{P}{\sin \beta} = \frac{Q}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin \{180^\circ - (\alpha + \beta)\}} = \frac{R}{\sin (\alpha + \beta)} \quad [\because AB = OC]$$

$$P = \frac{R \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)} \tag{13}$$

$$\text{এবং } Q = \frac{R \sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta)} \tag{14}$$

সমীকরণ (13) ও (14) R ভেট্টের উপাংশের সমীকরণ।

(ii) লম্ব উপাংশে বিভাজন :

যদি R ভেট্রকে সমকোণে বিভাজিত করা হয় অর্থাৎ, P এবং Q উপাংশ দুটি পরস্পর সমকোণী হয় [চিত্র ১.২৩], তবে $(\alpha + \beta) = 90^\circ$

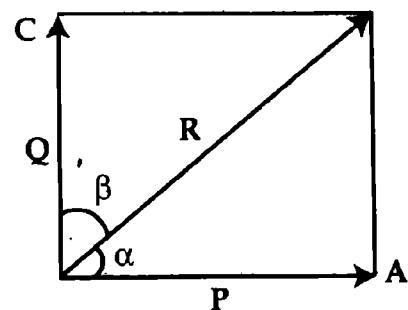
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin 90^\circ = 1 \text{ এবং}$$

$$\sin \beta = \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\frac{P}{\cos \alpha} = \frac{Q}{\sin \alpha} = R$$

$$P = R \cos \alpha \text{ এবং } Q = R \sin \alpha$$

(15)



চিত্র ১.২৩

P এবং Q উপাংশ দুটিকে মূল ভেট্রের রাশি R-এর লম্বাংশ বলে। P-কে অনুভূমিক উপাংশ (Horizontal components) এবং Q-কে উলম্ব উপাংশ (Tangential components) বলে।

১.৯ একটি ভেট্রের রাশিকে একক ভেট্রের রাশির সাহায্যে প্রকাশ
Representation of a vector by unit vectors

/ একটি ভেট্রের রাশিকে একক ভেট্রের রাশির সাহায্যে প্রকাশ করতে গিয়ে আমরা দুটি বিষয় বিবেচনা করব। একটি দ্বিমাত্রিক ক্ষেত্র ও অপরটি ত্রিমাত্রিক ক্ষেত্র। নিম্নে বিষয় দুটি পৃথকভাবে আলোচিত হল।

(ক) দ্বিমাত্রিক ভেট্রের রাশির ক্ষেত্রে : ধরা যাক পরস্পর সমকোণে অবস্থিত OX ও OY সরলরেখা দুটি যথাক্রমে X ও Y অক্ষ নির্দেশ করছে [চিত্র ১.২৪]। XY সমতলে X অক্ষের সাথে θ কোণে অবস্থিত OP রেখাটি দ্বারা r মানের একটি ভেট্রের রাশি \vec{r} -এর মান ও দিক নির্দিষ্ট হয়েছে। আরও ধরা যাক P-এর স্থানাঙ্ক (x, y) এবং ধনাত্মক X ও Y অক্ষে একক ভেট্রের রাশি যথাক্রমে \hat{i} ও \hat{j} । P হতে X অক্ষের উপর PN লম্ব টানি।

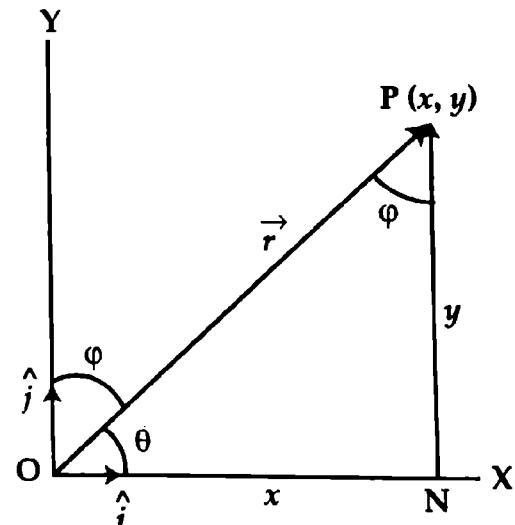
তা হলে চিত্র অনুসারে $ON = x$, $NP = y$ এবং $OP = r$.

$$\vec{ON} = x \hat{i}, \quad \vec{NP} = y \hat{j} \quad \text{এবং} \quad \vec{OP} = \vec{r}$$

এখন, ত্রিভুজ সূত্র অনুসারে,

$$\vec{OP} = \vec{ON} + \vec{NP}$$

$$\text{বা, } \vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j} \quad (16)$$



চিত্র ১.২৪

ভেট্রের মান

চিত্র ১.২৪ হতে আমরা পাই,

$$OP^2 = ON^2 + NP^2$$

$$\text{বা, } r^2 = x^2 + y^2$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

(17)

\vec{r} বরাবর বা \vec{r} -এর সমান্তরাল একক ভেট্রে :

\vec{r} বরাবর বা \vec{r} -এর সমান্তরাল একক ভেট্রে,

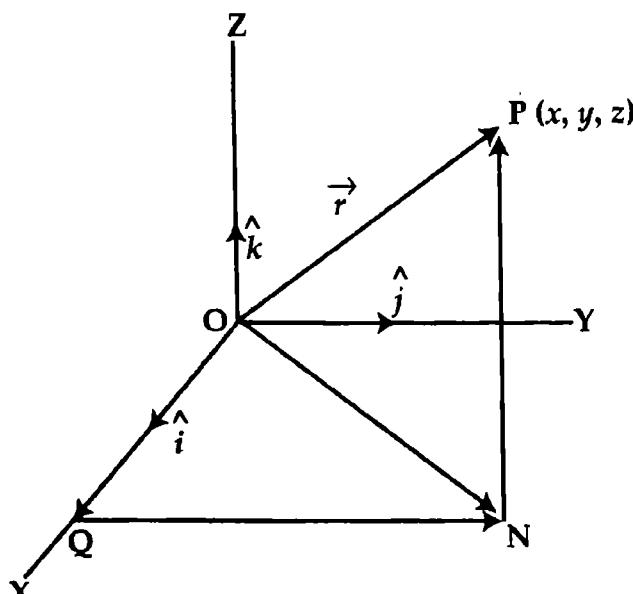
$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{x \hat{i} + y \hat{j}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

(18)

বইয়ের কম

(৭) ত্রিমাত্রিক তেষ্টের রাশিৰ ক্ষেত্ৰে : ত্রিমাত্রিক তেষ্টেরের বেলায় অনুপূপতাৰে লেখা যায়,

$$\vec{r} = \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z. \text{ এখানে } P\text{-এর অবস্থানাঙ্ক } (x, y, z).$$



চিত্র ১.২৫

$$\text{কিন্তু } \vec{OQ} = x\hat{i}, \vec{QN} = y\hat{j}, \vec{NP} = z\hat{k}$$

$$\text{ও } \vec{OP} = \vec{r}$$

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

তেষ্টেরের মান :

$$\text{চিত্র ১.২৫ হতে, } OP^2 = ON^2 + NP^2 \text{ এবং } ON^2 = OQ^2 + QN^2$$

$$OP^2 = OQ^2 + QN^2 + NP^2$$

$$\text{বা, } r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

(20)

 \vec{r} বৰাবৰ বা, \vec{r} -এর সমান্তরাল একক তেষ্টের রাশি :

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}} \quad (21)$$

উদাহৰণ : যদি $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ হয়, তবে \vec{A} তেষ্টের রাশিৰ মান,

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \text{ এবং } \vec{A} \text{ তেষ্টের রাশি বৰাবৰ একক তেষ্টের রাশি,}$$

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{A} = \frac{A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

১.১০ তেষ্টের যোগেৱ উপাংশ সূত্ৰ

Law of components for vector addition

পূৰ্বেৱ অনুজ্ঞেদে একটি তেষ্টের রাশিকে আয়তাকাৰ একক তেষ্টেরেৱ সাহায্যে প্ৰকাশ কৰাৱ নিয়ম আলোচনা কৰা হয়েছে। দুই বা ততোধিক তেষ্টের যদি সম্পূর্ণ উপাংশে বিভক্ত কৰা থাকে, তবে তাদেৱ সম্পূর্ণ উপাংশেৱ সাহায্যে সহজেই প্ৰকাশ কৰা যায়। একে তেষ্টের যোগেৱ উপাংশ সূত্ৰ বলে।

প্ৰমাণ : ধৰা যাক, পৰস্পৰ সমকোণে অবস্থিত OX , OY ও OZ সৱলৱেখা তিনটি যথাক্রমে X , Y ও Z অক্ষ নিৰ্দেশ কৰছে [চিত্র ১.২৫]। OP রেখাটি এই অক্ষ ব্যবস্থায় r মানেৱ একটি তেষ্টের রাশি \vec{r} নিৰ্দেশ কৰছে। আৱে মনে কৰি P -এৱ স্থানাঙ্ক (x, y, z) এবং ধনাত্মক X , Y ও Z অক্ষে একক তেষ্টের রাশি যথাক্রমে \hat{i} , \hat{j} ও \hat{k} । PN রেখাটি হল XY সমতলেৱ উপৰ এবং NQ রেখাটি হল OX -এৱ উপৰ লম্ব।

তা হলে $\vec{OP} = \vec{ON} + \vec{NP}$ এবং

$$\vec{ON} = \vec{OQ} + \vec{QN}$$

$$\vec{OP} = \vec{OQ} + \vec{QN} + \vec{NP}$$

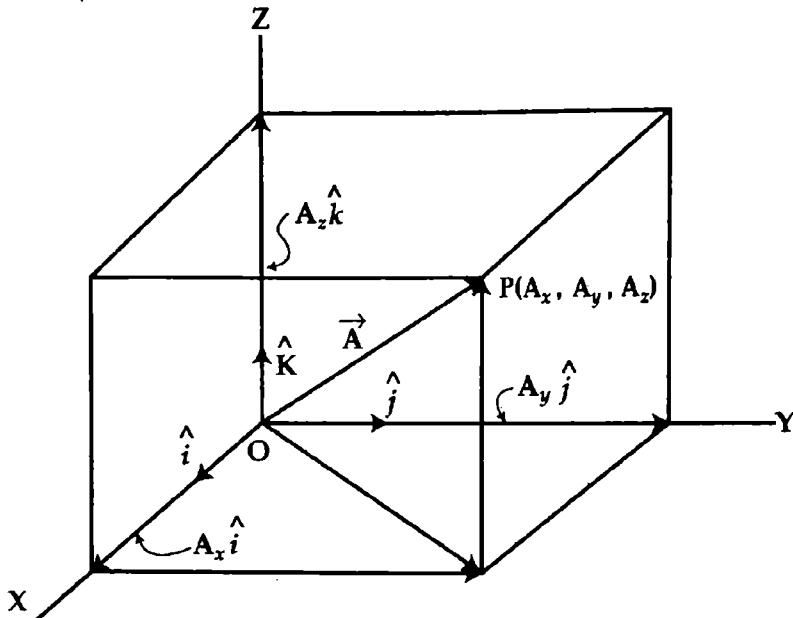
(19)

ভেটের রাশিকে উপাংশে বিভক্ত করে উপাংশগুলোর বীজগাণিতিক যোগফল দ্বারা লব্ধি ভেটের নির্ণয় করা যায়।
লব্ধি ভেটের নির্ণয়ের পদ্ধতি নিম্নে আলোচনা করা হল।

১.১০.১ ভেটের রাশির ঘোগের উপাংশ সূত্র

যে কোন স্থানাঞ্চ ব্যবস্থায় একটি ভেটের রাশিকে উপাংশে বিভক্ত করা যায়। প্রত্যেকটি ভেটের রাশিকে উপাংশে বিভক্ত করে উপাংশগুলোর বীজগাণিতিক যোগফল দ্বারা লব্ধি ভেটের রাশি নির্ণয় করা যায়।

মনে করি, ত্রিমাত্রিক আয়তাকার স্থানাঞ্চ ব্যবস্থায় OX, OY, OZ তিনটি অক্ষ নির্দেশ করছে [চিত্র ১.২৬]। মনে করি O মূলবিন্দু। \vec{A} ভেটের রাশিকে X, Y, Z -অক্ষ বরাবর উপাংশে বিভক্ত করার জন্য OX অক্ষ



চিত্র ১.২৬

বরাবর একক ভেটের রাশি i , OY অক্ষ বরাবর একক ভেটের রাশি j এবং OZ অক্ষ বরাবর একক ভেটের রাশি k পই। \vec{A} -এর শৈর্ষবিন্দু P -এর স্থানাঞ্চ (A_x, A_y, A_z) হলে X, Y ও Z -অক্ষ বরাবর এর উপাংশ, যথাক্রমে $A_x \hat{i}, A_y \hat{j}$ ও $A_z \hat{k}$ এবং

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \quad (22)$$

অনুরূপভাবে \vec{B} ভেটের রাশিকে X, Y ও Z -অক্ষ বরাবর উপাংশের সাহায্যে লেখা যায়,

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \therefore \vec{A} + \vec{B} &= A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} + B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \\ &= (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} + (A_z + B_z) \hat{k} \end{aligned} \quad (24)$$

এখন $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ হলে এবং X, Y ও Z অক্ষ বরাবর লব্ধি \vec{C} -এর উপাংশের মান যথাক্রমে C_x, C_y এবং C_z হলে সমীকরণ (24)-কে লেখা যায়,

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{C} = C_x \hat{i} + C_y \hat{j} + C_z \hat{k} \quad (25)$$

অর্থাৎ, $C_x = A_x + B_x, C_y = A_y + B_y$ এবং $C_z = A_z + B_z$

লব্ধির মান : \vec{A} ও \vec{B} ভেটেরদ্বয়ের যোজনের লব্ধির মান হবে,

$$\begin{aligned} |\vec{C}| &= |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2} \\ &= \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2 + (A_z + B_z)^2} \end{aligned} \quad (26)$$

উপরের নিয়মে ভেটের দুটির বিয়োগফল নির্ণয় করা যায়।

১.১০.২ ভেট্টোৱের বিয়োগের উপাংশ সূত্র

\vec{A} ও \vec{B} ভেট্টোৱে দুটিকে বিভাজিত উপাংশে লেখা যায়, $\vec{A} = \hat{A_x i} + \hat{A_y j} + \hat{A_z k}$
এবং $\vec{B} = \hat{B_x i} + \hat{B_y j} + \hat{B_z k}$

এই ভেট্টোৱেৰ বিয়োগ বা বিয়োজন হবে,

$$\begin{aligned}\vec{A} - \vec{B} &= (\hat{A_x i} + \hat{A_y j} + \hat{A_z k}) - (\hat{B_x i} + \hat{B_y j} + \hat{B_z k}) \\ &= (\hat{A_x - B_x} i) + (\hat{A_y - B_y} j) + (\hat{A_z - B_z} k)\end{aligned}\quad (27)$$

এখন $\vec{A} - \vec{B} = \vec{C}$ হলে এবং X, Y ও Z অক্ষ বৰাবৰ \vec{C} -এর উপাংশ যথাক্রমে C_x, C_y ও C_z হলে,

$$\vec{C} = \hat{C_x i} + \hat{C_y j} + \hat{C_z k}$$

$$\text{অর্থাৎ } C_x = (A_x - B_x), C_y = (A_y - B_y) \text{ এবং } C_z = (A_z - B_z)$$

অতএব, সম্পূর্ণ মান,

$$\begin{aligned}|\vec{C}| &= |\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2} \\ &= \sqrt{(A_x - B_x)^2 + (A_y - B_y)^2 + (A_z - B_z)^2}\end{aligned}\quad (28)$$

বিঃ দ্রঃ দ্বিমাত্রিক ক্ষেত্ৰে দুটি উপাংশ যথা \hat{i} ও \hat{j} সংশ্লিষ্ট রাশিগুলো থাকবে।

১.১.১ দুটি অবস্থান ভেট্টোৱেৰ শীৰ্ষবিন্দুৰ সংযোগকাৰী ভেট্টো
(উপাংশ পদ্ধতি)

মূলবিন্দু O-এর সাপেক্ষে দুটি বিন্দু P ও Q-এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (x_1, y_1, z_1) ও (x_2, y_2, z_2)

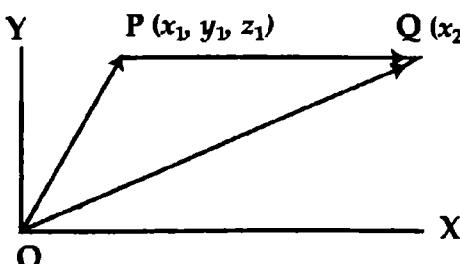
[চিত্ৰ ১.২৭ (ক)] হলে $\vec{OP} = \hat{x_1 i} + \hat{y_1 j} + \hat{z_1 k}$ ও $\vec{OQ} = \hat{x_2 i} + \hat{y_2 j} + \hat{z_2 k}$

পুনৰায়, $\vec{OP} + \vec{PQ} = \vec{OQ}$

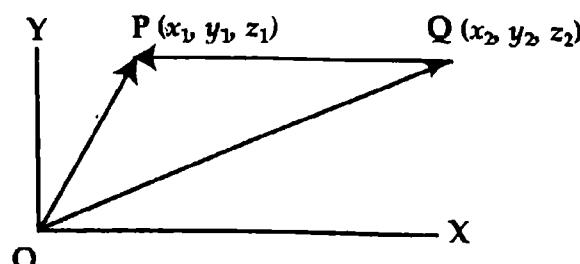
$$\vec{PQ} = \vec{OQ} - \vec{OP}$$

$$\vec{r}_{12} = (x_2 - x_1) \hat{i} + (y_2 - y_1) \hat{j} + (z_2 - z_1) \hat{k}$$

(29)



চিত্ৰ ১.২৭(ক)



চিত্ৰ ১.২৭(খ)

$$|\vec{PQ}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (30)$$

অনুরূপভাবে চিত্ৰ ১.২৭ (খ) থেকে দেখানো যায়,

$$\vec{QP} = \vec{r}_{21} = (x_1 - x_2) \hat{i} + (y_1 - y_2) \hat{j} + (z_1 - z_2) \hat{k} \quad (31)$$

$$\text{এবং } |\vec{QP}| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \quad (32)$$

এটিই হল দুটি বিশুল সংযোগকাৰী ভেট্টোৱেৰ মান।

উদাহরণ : P ও Q বিন্দু দুটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(2, 3, 4)$ এবং $(4, 6, 8)$ হলে \vec{PQ} ভেট্টর রাশি এবং এর মান হবে যথাক্রমে,

$$\vec{PQ} = (4-2)\hat{i} + (6-3)\hat{j} + (8-4)\hat{k} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

$$\text{এবং } |\vec{PQ}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 9 + 16} = \sqrt{29}$$

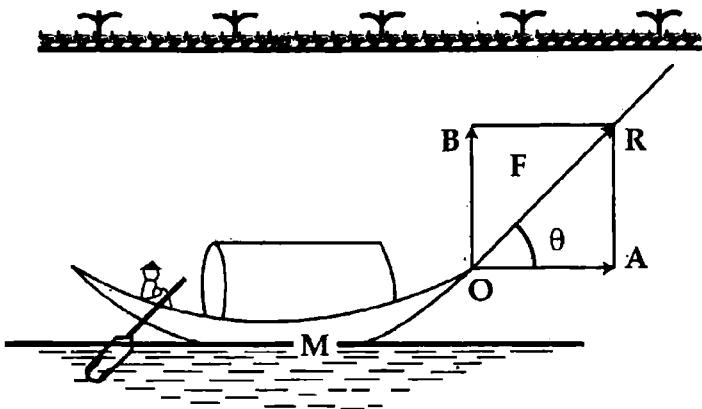
১.১.২ ভেট্টর বিভাজনের দৃষ্টান্ত

১। নৌকার গুণ টানা : মনে করি M একটি নৌকা। এর O বিন্দুতে গুণ বেঁধে OR বরাবর নদীর পাড়ে দিয়ে F বলে টেনে নেওয়া হচ্ছে। বিভাজন পদ্ধতি দ্বারা O বিন্দুতে F-কে দুটি উপাংশে বিভাজিত করা যায় যথা—অনুভূমিক উপাংশ ও উল্লম্ব উপাংশ।

অনুভূমিক উপাংশ $= F \cos \theta$, এর দিক
দিক OA বরাবর।

উল্লম্ব উপাংশ $= F \sin \theta$, এর দিক
OB বরাবর।

বলের অনুভূমিক উপাংশ $F \cos \theta$ নৌকাকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায় এবং উল্লম্ব উপাংশ $F \sin \theta$ নৌকাটিকে পাড়ের দিকে টানে। কিন্তু নৌকার হাল দ্বারা উল্লম্ব



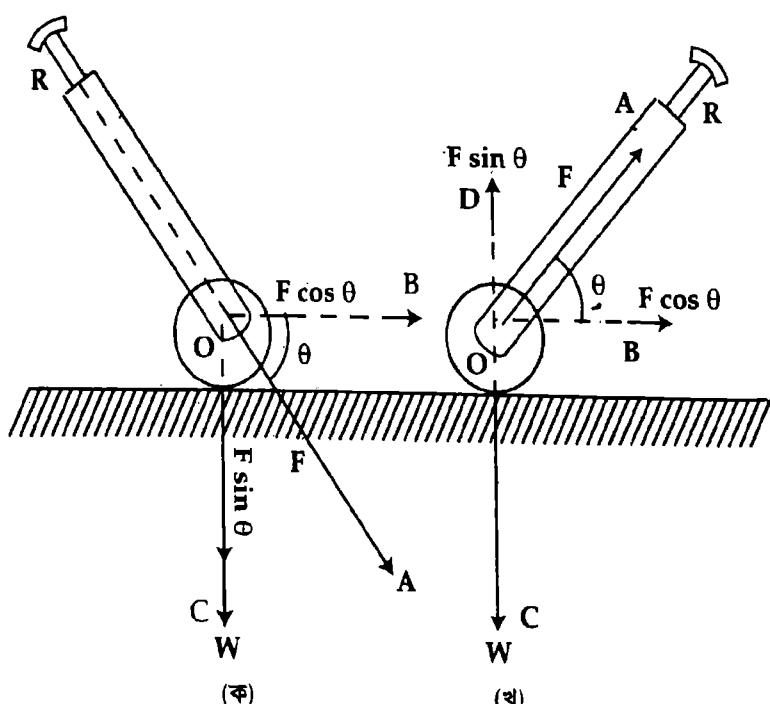
চিত্র ১.২৮

উপাংশ $F \sin \theta$ প্রতিহত করা হয়। গুণ যত লম্বা হবে, θ -এর মান তত কম হবে ফলে $F \sin \theta$ -এর মান কম হবে এবং $F \cos \theta$ -এর মান বেশি হবে। ফলে নৌকা দ্রুত সামনের দিকে এগিয়ে যাবে।

২। লম-রোলার চালনা :

তলের উপর দিয়ে কোন বস্তুকে ঠেলা বা টানা হলে তল ও বস্তুর মধ্যে ঘর্ষণ বল ক্রিয়াশীল হয়। এবং বস্তুর গতিকে বাধা দেয়।

বস্তুর ওজন বেশি হলে ঘর্ষণ বলও বেশি হয়। রোলারকে ঠেলে বা টেনে গতিশীল করা হয়।



চিত্র ১.২৯

ঠেলার ক্ষেত্রে : ধরা যাক,
রোলারের ওজন $= \vec{W}$

রোলারের হাতলের উপর
প্রযুক্ত বল $= \vec{F}$

F বল রোলারের O বিন্দুতে অনুভূমিকের সাথে θ কোণে ক্রিয়াশীল [চিত্র ১.২৯ (ক)]। O বিন্দুতে এই বল দুটি লম্ব উপাংশে বিভক্ত হয়ে যায়। -
পদাৰ্থবিজ্ঞান (১ম)-৩

বলের অনুভূমিক উপাংশ = $F \cos \theta$, এর দিক OB বরাবর সামনের দিকে

এবং উল্লম্ব উপাংশ = $F \sin \theta$, এর দিক OC বরাবর নিচের দিকে ক্রিয়াশীল যা রোলারের ওজন বৃদ্ধি করে।
সুতরাং রোলারের মোট ওজন হয় ($W + R \sin \theta$)। ফলে রোলার প্রকৃত ওজনের চেয়ে তারী হয়ে যায় বলে ঘর্ষণ
বলের মানও বেড়ে যায়। তাই রোলার ঠেলা কষ্টকর হয়।

টানার ক্ষেত্রে : ধরা যাক, রোলারের ওজন = \vec{W}

রোলারের হাতলের উপর প্রযুক্ত বল = \vec{F}

F বল O বিন্দুতে অনুভূমিক রেখা OB-এর সাথে θ কোণে ক্রিয়াশীল [চিত্র ১.২৯ (খ)]। F বল দুটি লক্ষ
উপাংশে বিভাজিত হয়ে যায়।

অনুভূমিক উপাংশ = $F \cos \theta$, এর ক্রিয়ায় রোলারটি সামনের দিকে এগিয়ে যাবে

এবং উল্লম্ব উপাংশ = $F \sin \theta$, এর ক্রিয়া OD বরাবর উপরের দিকে হওয়ায় রোলারের মোট ওজন হ্রাস
পায়। ফলে রোলারের ওজন হয় ($W - F \sin \theta$)। ফলে টানার ক্ষেত্রে রোলার হাঙ্কা অনুভূত হয় এবং ঘর্ষণ বলও হ্রাস
পায়। ফলে রোলার টানা সহজতর হয়।

সুতরাং, লন-রোলার ঠেলা অপেক্ষা টানা সহজতর।

১.১৩ ভেষ্টের রাশির গুণন

Multiplication of vectors

দুটি দিক রাশি বা ভেষ্টের রাশির গুণফল সাধারণত দুই প্রকার, যথা—

(১) ক্ষেলার গুণন বা ডট গুণন (Scalar or Dot product)

(২) ভেষ্টের গুণন বা ক্রস গুণন (Vector or Cross product)

এই দুটি গুণন বা গুণফল নিম্নে পৃথক পৃথকভাবে আলোচনা করা হল।

১.১৩.১ ক্ষেলার গুণন বা ডট গুণন

সংজ্ঞা : দুটি ভেষ্টের রাশির ক্ষেলার গুণফল একটি ক্ষেলার রাশি হবে যার মান রাশি দুটির মান এবং
তাদের মধ্যবর্তী কোণের কোসাইনের (cosine) গুণফলের সমান। ভেষ্টের রাশি দুটির মাঝে (·) চিহ্ন দিয়ে
ডট গুণফল প্রকাশ করা হয় এবং পড়তে হয় “প্রথম রাশি ডট দ্বিতীয় রাশি।”

বা, ক্ষেলার গুণফল দুটি ভেষ্টের মানের গুণফলের সাথে তাদের মধ্যবর্তী কোণের কোসাইনের
গুণফল।

ব্যাখ্যা : মনে করি \vec{P} ও \vec{Q} দুটি ভেষ্টের রাশি। তীব্র
চিহ্নিত OA ও OC সরলরেখা রাশি দুটির মান ও দিক
নির্দেশ করছে [চিত্র ১.৩০]। এরা পরস্পরের সাথে α কোণে
আন্ত। তাদের ক্ষেলার বা অধিক গুণফল = $\vec{P} \cdot \vec{Q}$ দ্বারা নির্দেশ
করা হয় এবং পড়তে হয় \vec{P} ডট \vec{Q} । কাজেই সংজ্ঞা অনুসারে
পাই,

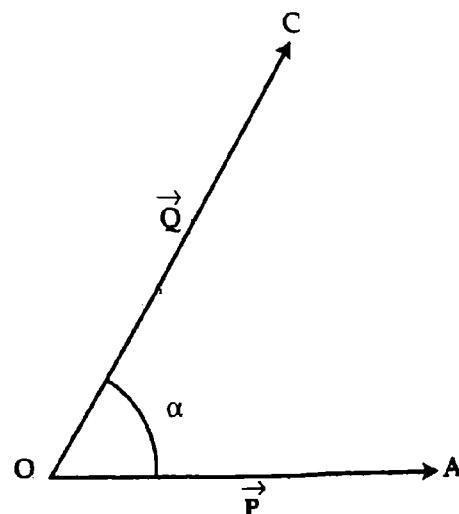
$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = |\vec{P}| |\vec{Q}| \cos \alpha$$

$$\text{বা, } \vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos \alpha \quad (33)$$

এখানে $0 \leq \alpha \leq \pi$

সমীকরণ (33) হতে দেখা যায়, গুণফল একটি ক্ষেলার

রাশি।



চিত্র ১.৩০

বিশেষ দ্রষ্টব্য :

(ক) যদি $\alpha = 0^\circ$ হয়, তবে $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos 0^\circ = PQ$ । এক্ষেত্রে ভেটের দুটি পরস্পরের সমান্তরাল হবে।

(খ) যদি $\alpha = 90^\circ$ হয়, তবে $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos 90^\circ = 0$ । এক্ষেত্রে ভেটের দুটি পরস্পর লম্ব হবে।

(গ) যদি $\alpha = 180^\circ$ হয়, তবে $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos 180^\circ = -PQ$ । এক্ষেত্রে ভেটের দুটি পরস্পরের সমান্তরাল এবং বিপরীতমুখী হবে।

উল্লেখ্য : $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos \alpha = P \times Q \cos \alpha = \vec{Q} \times P \cos \alpha$, এখানে, $Q \cos \alpha = \vec{P}$ বরাবর Q -এর লম্ব অভিক্ষেপ এবং $P \cos \alpha = \vec{Q}$ বরাবর P -এর লম্ব অভিক্ষেপ।

স্কেলার গুণনের উদাহরণ : বল \vec{F} এবং সরণ \vec{s} উভয়ই ভেটের রাশি। কিন্তু এদের স্কেলার গুণফল কাজ (W) একটি স্কেলার রাশি, অর্থাৎ

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos \alpha \quad (34)$$

স্থিতিশক্তি, বৈদ্যুতিক বিত্তব ইত্যাদিও ভেটের রাশির স্কেলার গুণফলের উদাহরণ।

১.১৩.২ একক ভেটের রাশির স্কেলার গুণন

Multiplication of unit vectors

পরস্পর সমকোণে অবস্থিত তিনটি অক্ষ বিবেচনা করি। এরা যথাক্রমে X, Y এবং Z। মনে করি এই তিনটি অক্ষ বরাবর সূচিত তিনটি একক ভেটের হল যথাক্রমে \hat{i} , \hat{j} এবং \hat{k} । এদের স্কেলার গুণফল বের করি।

$$\begin{aligned} (i) \quad \hat{i} \cdot \hat{i} &= |\hat{i}| |\hat{i}| \cos 0^\circ \\ &= 1 \times 1 \times 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

যেহেতু একই অক্ষ বরাবর দুটি একক ভেটেরের মধ্যবর্তী কোণ = 0°

$$\text{অনুরূপভাবে, } \hat{j} \cdot \hat{j} = 1 \quad \text{এবং } \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

$$\therefore \hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1 \quad (35)$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad \hat{i} \cdot \hat{j} &= |\hat{i}| |\hat{j}| \cos 90^\circ \quad [\because X \text{ এবং } Y \text{ অক্ষের মধ্যবর্তী কোণ } 90^\circ] \\ &= 1 \times 1 \times 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

অনুরূপভাবে,

$$\begin{aligned} \hat{j} \cdot \hat{k} &= 0 \quad \text{এবং } \hat{k} \cdot \hat{i} = 0 \\ \therefore \hat{i} \cdot \hat{j} &= \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0 \end{aligned} \quad (36)$$

১.১৩.৩ ভেটের বা ক্রস গুণন

Cross product of vectors

সংজ্ঞা : দুটি ভেটের রাশির গুণফল যদি একটি ভেটের রাশি হয়, তবে ঐ গুণনকে ভেটের পুনর বা ক্রস গুণন বলে। এই ভেটের গুণফলের মান ভেটের রাশি দুটির মান এবং তাদের মধ্যবর্তী কোণের সাইন (sine) এর গুণফলের সমান। ভেটের গুণফলের দিক ডানহাতি স্কুল নিয়মে নির্ণয়করা হয়।

বইঘর কম

ব্যাখ্যা : মনে করি \vec{P} ও \vec{Q} দুটি ভেক্টর রাশি। এৱা পৰস্পৰের সাথে α কোণে O বিন্দুতে ক্রিয়া কৰে। অতএব এদের ভেক্টৰ গুণফল বা দিক গুণফল—

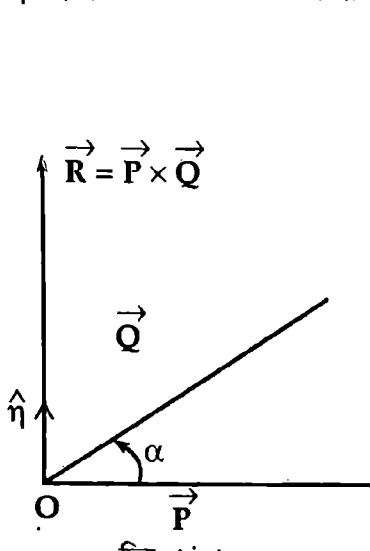
$$\vec{R} = \vec{P} \times \vec{Q} = \hat{\eta} |\vec{P}| |\vec{Q}| \sin \alpha, \quad 0 \leq \alpha \leq \pi$$

$$\text{বা, } \vec{R} = \vec{P} \times \vec{Q}$$

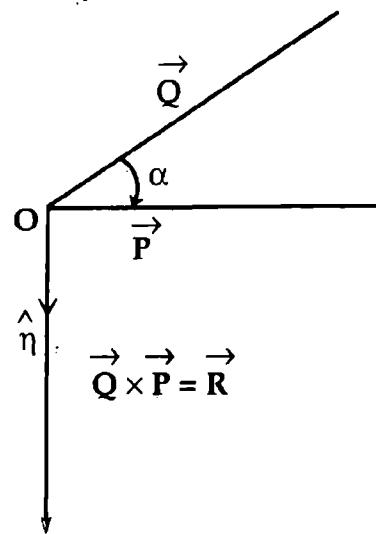
$$= \hat{\eta} PQ \sin \alpha \quad 0 \leq \alpha \leq \pi$$

(37)

এখানে $\hat{\eta}$ (ইটা) একটি একক ভেক্টৰ যা \vec{R} এর দিক নির্দেশ কৰে [চিত্ৰ ১.৩১ ও ১.৩২]।

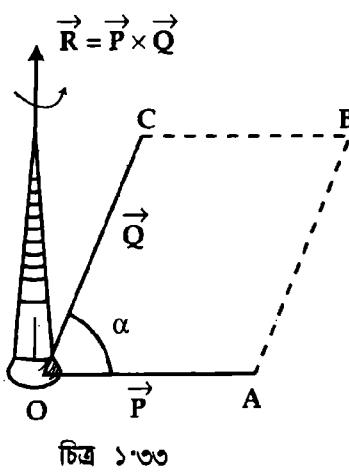


চিত্ৰ ১.৩১

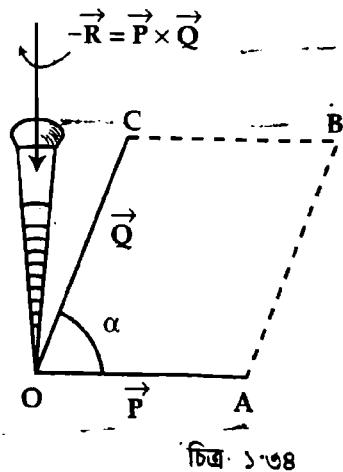


চিত্ৰ ১.৩২

ডান হাতি স্কুল নিয়ম : ভেক্টৰ দুটি যে সমতলে অবস্থিত সেই সমতলের উপর লম্বভাবে একটি ডান হাতি স্কুকে রেখে প্রথম ভেক্টৰ হতে দ্বিতীয় ভেক্টৰের দিকে স্কুন্দৰম কোণে ঘূৱালে স্কুটি যে দিকে অগ্রসৱ হয় সেই দিকই হবে \vec{R} তথা $\hat{\eta}$ এর দিক।



চিত্ৰ ১.৩৩



চিত্ৰ ১.৩৪

উপরোক্ত নিয়ম অনুসারে $\vec{P} \times \vec{Q}$ এর অভিমুখ হবে উপরের দিকে [চিত্ৰ ১.৩৩] এবং $\vec{Q} \times \vec{P}$ এর অভিমুখ হবে নিচের দিকে [চিত্ৰ ১.৩৪] অৰ্থাৎ প্রথম ক্ষেত্ৰে ডান হাতি স্কুৱ দিক হবে ঘড়িৰ কাঁটাৱ বিপৰীতমুখী (Anti-clockwise) এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্ৰে ঘড়িৰ কাঁটাৱ দিকে (Clockwise)। Anti-clockwise direction-কে positive (ধনাত্মক) ধৰা হয় এবং clockwise direction-কে Negative (ঋণাত্মক) ধৰা হয়।

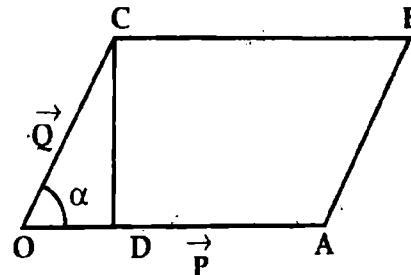
বিশেষ দ্রষ্টব্য : ক্ষেত্ৰে যদি $\alpha = 0^\circ$ হয়, তবে $\vec{R} = \vec{P} \times \vec{Q} = \hat{\eta} PQ \sin 0^\circ = 0$

এক্ষেত্ৰে ভেক্টৰ দুটি পৰস্পৰের সমান্তৰাল হবে।

বা যদি $\alpha = 90^\circ$, তবে $\vec{R} = \vec{P} \times \vec{Q} = \hat{\eta} PQ \sin 90^\circ = PQ$.
এক্ষেত্রে তেষ্টৰ দুটি পরস্পর লম্ব হবে।

পা) যদি $\alpha = 180^\circ$, তবে $\vec{R} = \vec{P} \times \vec{Q} = \hat{\eta} PQ \sin 180^\circ = 0$
এক্ষেত্রে তেষ্টৰ দুটি পরস্পর সমান্তরাল এবং বিপরীতমুখী হবে।

উদাহরণ : মনে করি দুটি তেষ্টৰ \vec{P} ও \vec{Q} পরস্পরের সাথে α কোণ উৎপন্ন করেছে। OABC সামান্তরিকের $\vec{OA} = \vec{P}$ এবং $\vec{OC} = \vec{Q}$ এখন C হতে OA এর উপর CD লম্ব টানি [চিত্র ১.৩৫]।

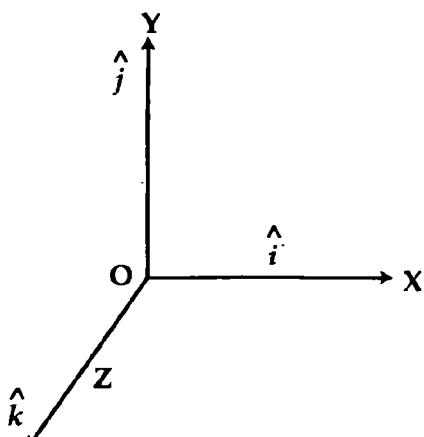


চিত্র ১.৩৫

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = $OA \times CD = OA \times OC \sin \alpha = PQ \sin \alpha = | \vec{P} \times \vec{Q} |$
সিদ্ধান্ত—সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল দুটি তেষ্টৰের ক্রস গুণফলের মানের সমান।

১.১৩.৪ একক তেষ্টৰের তেষ্টৰ গুণন

Cross product of unit vectors



চিত্র ১.৩৬

পরস্পর সমকোণে অবস্থিত তিনটি অক্ষের দিকে তিনটি একক তেষ্টৰ বিবেচনা করি। X, Y এবং Z অক্ষের দিকে একক তেষ্টৰগুলো যথাক্রমে \hat{i} , \hat{j} এবং \hat{k} [চিত্র ১.৩৬]। এদের তেষ্টৰ গুণফল বের করি।

$$(1) \hat{i} \times \hat{i} = \hat{\eta} |\hat{i}| |\hat{i}| \sin 0^\circ$$

[\because একক তেষ্টৰ দুটি একই অক্ষ বরাবর ও $\alpha = 0^\circ$]

$$= \hat{\eta} \times 1 \times 1 \times 0 = 0$$

অনুরূপভাবে,

$$\hat{j} \times \hat{j} = 0 \text{ এবং } \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$\boxed{\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0}$$

(38)

$$(2) \hat{i} \times \hat{j} = \hat{\eta} |\hat{i}| |\hat{j}| \sin 90^\circ$$

[\because অক্ষ দুটি পরস্পরের সাথে লম্ব, $\alpha = 90^\circ$]

$$= \hat{\eta} \cdot 1 \times 1 \times 1 = \hat{\eta}$$

সম্ভান্যায়ী $\hat{\eta}$ একক তেষ্টৰ \hat{i} ও \hat{j} উভয়ের উপর লম্ব। অতএব, এর দিক ধনাত্মক Z অক্ষ বরাবর। অর্থাৎ এক্ষেত্রে $\hat{\eta}$ একক তেষ্টৰ এবং \hat{k} একক তেষ্টৰ অভিন্ন।

$$\therefore \hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$$

$$\text{অনুরূপভাবে, } \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} \text{ এবং } \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{i} \times \hat{j} &= \hat{k} = -(\hat{j} \times \hat{i}) \\ \hat{j} \times \hat{k} &= \hat{i} = -(\hat{k} \times \hat{j}) \\ \text{এবং } \hat{k} \times \hat{i} &= \hat{j} = -(\hat{i} \times \hat{k}) \end{aligned} \right\}$$

(39)

বইঘৰ কম

১.১৪ ভেটৱের লম্ব অভিক্ষেপ বা অভিক্ষেপ Projection of a vector

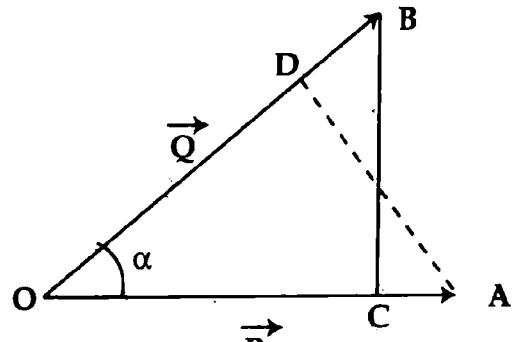
মনে কৰি $\vec{OA} = \vec{P}$ এবং $\vec{OB} = \vec{Q}$ । \vec{P} ও \vec{Q} ভেটৱের মধ্যবর্তী কোণ $\angle AOB = \alpha$ । B বিন্দু হতে OA -এর উপর BC লম্ব টানি। তাহলে OC -ই \vec{P} ভেটৱের উপর \vec{Q} ভেটৱের লম্ব অভিক্ষেপ বা সংক্ষেপে অভিক্ষেপ। চিত্ৰ ১.৩৭ অনুসারে,

$$OC = |\vec{Q}| \cos \alpha$$

$$\text{আবার, } \vec{P} \cdot \vec{Q} = |\vec{P}| |\vec{Q}| \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{|\vec{P}| |\vec{Q}|}$$

$$\text{সূতৰাঙ, } OC = |\vec{Q}| \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{|\vec{P}| |\vec{Q}|} = \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{|\vec{P}|}$$



চিত্ৰ ১.৩৭

অনুযুপভাবে, A বিন্দু হতে OB -এর উপর লম্ব OD অঙ্কন কৰলে \vec{Q} ভেটৱের উপর \vec{P} ভেটৱের অভিক্ষেপ, $OD = |\vec{P}| \cos \alpha = \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{|\vec{Q}|}$

উদাহৰণ : ভেটৱ $\vec{P} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এর উপর $\vec{Q} = 4\hat{i} + 8\hat{j} - \hat{k}$ -এর

$$\begin{aligned} \text{লম্ব অভিক্ষেপ বা অভিক্ষেপ} &= \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{|\vec{P}|} = \frac{(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) \cdot (4\hat{i} + 8\hat{j} - \hat{k})}{\sqrt{(1^2) + (2^2) + (2^2)}} \\ &= \frac{4 + 16 - 2}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \frac{18}{\sqrt{9}} = \frac{18}{3} = 6 \end{aligned}$$

১.১৫ উপাংশে বিভাজিত ভেটৱের রাশির গুণফল Multiplication of resolved vector components

এখন আমৰা উপাংশে বিভাজিত ভেটৱের রাশির গুণফল আগোছনা কৰব। এ গুণফলও দুই প্রকারের ; যথা—

(ক) স্কেলার গুণফল এবং (খ) ভেটৱের গুণফল

(ক) স্কেলার গুণফল : মনে কৰি \vec{A} এবং \vec{B} দুটি ভেটৱের রাশি। এৱা যথাক্রমে

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \text{ এবং}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

এদেৱ স্কেলার গুণফল

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot \vec{B} &= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) \\ &= A_x B_x (\hat{i} \cdot \hat{i}) + A_x B_y (\hat{i} \cdot \hat{j}) + A_x B_z (\hat{i} \cdot \hat{k}) + A_y B_x (\hat{j} \cdot \hat{i}) + A_y B_y (\hat{j} \cdot \hat{j}) + A_y B_z (\hat{j} \cdot \hat{k}) \\ &\quad + A_z B_x (\hat{k} \cdot \hat{i}) + A_z B_y (\hat{k} \cdot \hat{j}) + A_z B_z (\hat{k} \cdot \hat{k}) \\ &= A_x B_x + 0 + 0 + 0 + A_y B_y + 0 + 0 + 0 + A_z B_z \\ &= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \end{aligned} \tag{40}$$

আবার, $\vec{A} \cdot \vec{A} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k})$
 বা, $A^2 = A_x A_x + A_y A_y + A_z A_z$
 বা, $A^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$
 $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$ (41)

অনুরূপভাবে,

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} (42)$$

পুনরায়, \vec{A} ও \vec{B} -এর মধ্যবর্তী কোণ α হলে

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} (43)$$

সমীকরণ (40), (41) এবং (42) হতে $\vec{A} \cdot \vec{B}$, \vec{A} এবং \vec{B} -এর মান নির্ণয় করে সমীকরণ (43)-এর সাহায্যে $\cos \alpha$ -এর মান জেনে α -এর মান বের করা যায়।

(খ) ভেট্টার গুণফল : মনে করি \vec{A} এবং \vec{B} দুটি ভেট্টার। এরা যথাক্রমে,

$$\vec{A} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \text{ এবং } \vec{B} = (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})।$$

অতএব এদের ভেট্টার গুণফল,

$$\begin{aligned} \vec{A} \times \vec{B} &= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) \\ &= A_x B_x (\hat{i} \times \hat{i}) + A_x B_y (\hat{i} \times \hat{j}) + A_x B_z (\hat{i} \times \hat{k}) + A_y B_x (\hat{j} \times \hat{i}) + A_y B_y (\hat{j} \times \hat{j}) \\ &\quad + A_y B_z (\hat{j} \times \hat{k}) + A_z B_x (\hat{k} \times \hat{i}) + A_z B_y (\hat{k} \times \hat{j}) + A_z B_z (\hat{k} \times \hat{k}) \\ &= 0 + A_x B_x \hat{k} + A_x B_z (-\hat{j}) + A_y B_x (-\hat{k}) + 0 + A_y B_z \hat{i} + A_z B_x \hat{j} + A_z B_y (-\hat{i}) + 0 \\ &= (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{k} \\ &= (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i} - (A_x B_z - A_z B_x) \hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{k} \end{aligned}$$

অতএব, নির্ণয়কের সাহায্যে লেখা যায়,

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} (44)$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{(A_y B_z - A_z B_y)^2 + (A_z B_x - A_x B_z)^2 + (A_x B_y - A_y B_x)^2} \text{ এবং}$$

$\vec{A} \times \vec{B}$ -এর অভিমুখে একক ভেট্টার

$$\hat{\eta} = \frac{\vec{A} \times \vec{B}}{|\vec{A} \times \vec{B}|} (45)$$

আবার,

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \alpha = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha.$$

$$\therefore \sin \alpha = \frac{|\vec{A} \times \vec{B}|}{|\vec{A}| |\vec{B}|} (46)$$

এখন, $\vec{A} \times \vec{B}$, \vec{A} এবং \vec{B} -এর মান নির্ণয় করে সমীকরণ (46)-এর সাহায্যে $\sin \alpha$ -এর মান জেনে α -এর মান বের করা যায়।

বিশেষ ক্ষেত্র Special cases

দুটি ভেট্টার বুদিক রাশি পরস্পর সমান্তরাল এবং সমকোণী হতে পারে। কখন সমান্তরাল এবং কখন সমকোণী হবে, তা এখন আলোচনা করা হবে।

(ক) সমান্তরাল ভেট্টার (Parallel vector) : মনে করি \vec{A} এবং \vec{B} দুটি ভেট্টার, এরা পরস্পরের সমান্তরাল হলে এদের মধ্যবর্তী কোণ শূন্য হবে অর্থাৎ $\alpha = 0^\circ$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \alpha = 0$$

$$\text{সূতরাঙ্ক, } \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = 0$$

অর্থাৎ, যদি শূন্য ভেট্টার না হয়, তবে দুটি ভেট্টার রাশির ক্রস গুণফল শূন্য হলে তারা পরস্পর সমান্তরাল হবে।

(খ) লম্ব ভেট্টার (Perpendicular vector) : মনে করি \vec{A} এবং \vec{B} দুটি ভেট্টার। এরা পরস্পরের লম্ব হলে এদের মধ্যবর্তী কোণ 90° হবে অর্থাৎ, $\alpha = 90^\circ$ হবে।

$$\therefore \vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \alpha = AB \cos 90^\circ = 0$$

$$\text{সূতরাঙ্ক } \vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 0 \text{ (শূন্য) হবে।}$$

অর্থাৎ, যদি শূন্য ভেট্টার না হয়, তবে দুটি ভেট্টার রাশির ডট গুণফল শূন্য হলে এরা পরস্পর লম্ব হবে।

১.১৬ ক্ষেলার গুণফল বিনিময় সূত্র মেনে চলে, কিন্তু ভেট্টার গুণফল তা মেনে চলে না

Dot product obeys commutative law, but cross product does not

\vec{P} এবং \vec{Q} দুটি ভেট্টার রাশি নাই। তা হলে তাদের ক্ষেলার গুণফল $\vec{P} \cdot \vec{Q} = \vec{Q} \cdot \vec{P}$ ও ভেট্টার গুণফল $\vec{P} \times \vec{Q} = -\vec{Q} \times \vec{P}$ । অতএব $\vec{P} \times \vec{Q}$ এবং $\vec{Q} \times \vec{P}$ -এর মান সমান হলেও তাদের দিক বিপরীত। অর্থাৎ $\vec{P} \times \vec{Q} \neq \vec{Q} \times \vec{P}$ ।

$$\text{প্রমাণ : পূর্বের বর্ণনা অনুসারে, } \vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos \alpha \quad (47)$$

$$\text{আবার, } \vec{Q} \cdot \vec{P} = QP \cos \alpha = PQ \cos \alpha \quad (48)$$

$$\text{উপরোক্ত দুটি সমীকরণ হতে প্রমাণিত হল যে, } \vec{P} \cdot \vec{Q} = \vec{Q} \cdot \vec{P}$$

অর্থাৎ, ক্ষেলার গুণফল বিনিময় সূত্র মেনে চলে।

$$\text{পুনরায়, } \vec{P} \times \vec{Q} = \hat{\eta} PQ \sin \alpha \quad (49)$$

$$\text{এবং } \vec{Q} \times \vec{P} = -\hat{\eta} PQ \sin \alpha \quad (50)$$

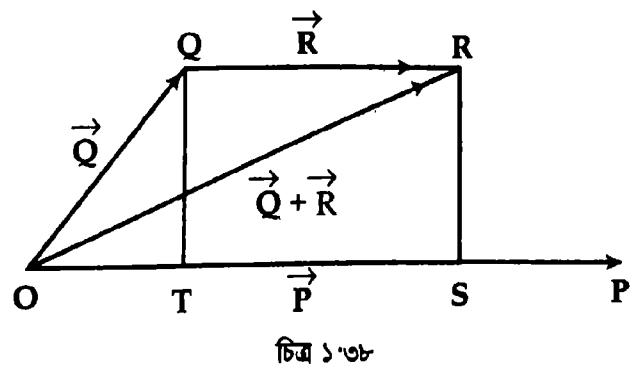
$$\vec{P} \times \vec{Q} \neq \vec{Q} \times \vec{P}, \text{ অর্থাৎ ভেট্টার গুণফল বিনিময় সূত্র মেনে চলে না।}$$

১.১৭ স্কেলার গুণফল বণ্টন সূত্র (Distribution law) মেনে চলে

বণ্টন সূত্র : $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$

প্রমাণ : \vec{P}, \vec{Q} এবং \vec{R} ডেটার তিনটি যথাক্রমে \vec{OP}, \vec{OQ} এবং \vec{QR} দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে [চিত্র ১.৩৮]। চিত্র থেকে পাওয়া যায়

$$\begin{aligned}\vec{P} \cdot (\vec{Q} + \vec{R}) &= \vec{P} \cdot (\vec{OQ} + \vec{QR}) \\ &= \vec{P} \cdot \vec{OR} \\ &= |\vec{P}| \times \vec{P} \text{ এর উপর } \vec{OR} \\ &\quad \text{এর লম্ব অভিক্ষেপ} \\ &= |\vec{P}| \times \vec{OS} \\ &= |\vec{P}| \times (OT + TS) \\ &= |\vec{P}| \times OT + |\vec{P}| \times TS\end{aligned}$$



চিত্র ১.৩৮

$$\text{কিন্তু } |\vec{P}| \times OT = |\vec{P}| (\vec{OP} \text{ এর উপর } \vec{OQ} \text{ এর লম্ব অভিক্ষেপ}) = \vec{P} \cdot \vec{OQ}$$

$$\text{এবং } |\vec{P}| \times TS = |\vec{P}| (\vec{OP} \text{ এর উপর } \vec{QR} \text{-এর লম্ব অভিক্ষেপ}) = \vec{P} \cdot \vec{QR}$$

$$\text{অতএব, } \vec{P} \cdot (\vec{Q} + \vec{R}) = \vec{P} \cdot \vec{OQ} + \vec{P} \cdot \vec{QR} = \vec{P} \cdot \vec{Q} + \vec{P} \cdot \vec{R} \quad (51)$$

অর্থাৎ, স্কেলার গুণফল বণ্টন সূত্র মেনে চলে।

১.১৮ ডেটার গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে

বণ্টন সূত্র : $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$

প্রমাণ : ডেটার \vec{B} -কে দুটি উপাংশে বিভাজিত করি [চিত্র ১.৩৯]। B_{11} উপাংশটি \vec{A} -এর সমান্তরালে এবং B_{\perp} উপাংশটি \vec{A} -এর অভিসম্মত বরাবর। তাহলে $\vec{B} = \vec{B}_{11} + \vec{B}_{\perp}$ । এখন \vec{A} ও \vec{B} -এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে $B_{\perp} = B \sin \theta$ । অতএব, $\vec{A} \times \vec{B}_{\perp}$ ডেটারের মান হবে $AB_{\perp} \sin \theta$ যা $\vec{A} \times \vec{B}$ -এর মানের সমান এবং $\vec{A} \times \vec{B}_{\perp}$ ডেটারের দিক ও $\vec{A} \times \vec{B}$ -এর দিক একই।

$$\text{সূত্রাঃ } \vec{A} \times \vec{B}_{\perp} = \vec{A} \times \vec{B}$$

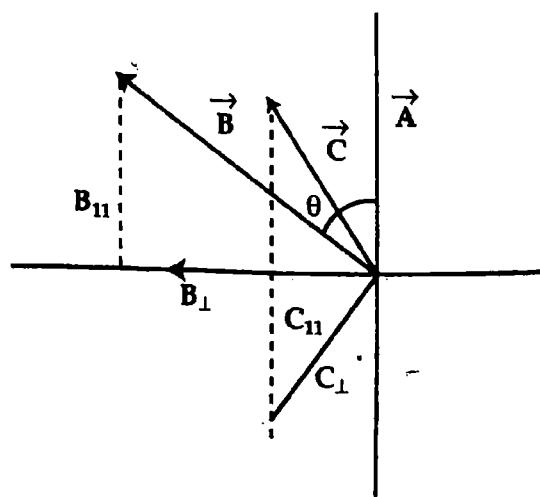
অনুরূপভাবে, \vec{C} -কে \vec{A} -এর সমান্তরাল ও অভিসম্মত বরাবর যথাক্রমে C_{11} ও C_{\perp} উপাংশে বিভাজিত করলে দেখান যায়, $\vec{A} \times \vec{C}_{\perp} = \vec{A} \times \vec{C}$ ।

ডেটার যোগের উপাংশ স্ত্রানুসারে আবার যেহেতু,

$$\vec{B} + \vec{C} = \vec{B}_{\perp} + \vec{B}_{11} + \vec{C}_{\perp} + \vec{C}_{11},$$

$$= (\vec{B}_{\perp} + \vec{C}_{\perp}) + (\vec{B}_{11} + \vec{C}_{11})$$

$$\text{অতএব, } \vec{A} \times (\vec{B}_{\perp} + \vec{C}_{\perp}) = \vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C})$$



চিত্র ১.৩৯

বইয়ের কথা

এখন, B_{\perp} এবং C_{\perp} ভেটের সময় \vec{A} -এর উপর লম্ব।

$$\vec{A} \times (\vec{B}_{\perp} + \vec{C}_{\perp}) = \vec{A} \times \vec{B}_{\perp} + \vec{A} \times \vec{C}_{\perp}$$

$$\text{অতএব, } \vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C} \text{ (প্রমাণিত)}$$

(52)

১.১৯ কয়েকটি প্রয়োজনীয় সূত্র

\vec{P} , \vec{Q} ও \vec{R} তিনটি ভেটের রাশি এবং m ও n দুটি ক্ষেপার রাশি হলে :

- (১) $\underline{\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}}$ [বিনিময় সূত্র]
- (২) $\underline{(\vec{P} + \vec{Q}) + \vec{R} = \vec{P} + (\vec{Q} + \vec{R})}$ [সংযোগ সূত্র]
- (৩) $\underline{m \vec{P} = \vec{P} m}$ [বিনিময় সূত্র]
- (৪) $\underline{m(n \vec{P}) = mn \vec{P}}$ [সংযোগ সূত্র]
- (৫) $\underline{(m + n) \vec{P} = m \vec{P} + n \vec{P}}$ [বণ্টন সূত্র]
- (৬) $\underline{n(\vec{P} + \vec{Q}) = n \vec{P} + n \vec{Q}}$ [বণ্টন সূত্র]
- (৭) $\vec{P} \cdot (\vec{Q} + \vec{R}) = \vec{P} \cdot \vec{Q} + \vec{P} \cdot \vec{R} = \vec{Q} \cdot \vec{P} + \vec{R} \cdot \vec{P}$
- (৮) $n(\vec{P} \cdot \vec{Q}) = (n \vec{P}) \cdot \vec{Q} = \vec{P} \cdot (n \vec{Q}) = (\vec{P} \cdot \vec{Q}) n$
- (৯) $\underline{\vec{P} \times (\vec{Q} + \vec{R}) = \vec{P} \times \vec{Q} + \vec{P} \times \vec{R}}$ [বণ্টন সূত্র]
- (১০) $m(\vec{P} \times \vec{Q}) = (m \vec{P}) \times \vec{Q} = \vec{P} \times (m \vec{Q}) = (\vec{P} \times \vec{Q})m$

১.২০ ক্ষেপার রাশি ও ভেটের রাশির মধ্যে পার্থক্য

Distinction between scalar quantity and vector quantity

ক্ষেপার রাশি	ভেটের রাশি
১। যে রাশির শুধু মান আছে দিক নেই তাকে ক্ষেপার বা অদিক রাশি বলে। যেমন দৈর্ঘ্য, ভর, আয়তন, দ্রুতি, তাপমাত্রা, কাজ ইত্যাদি।	১। যে রাশির মান ও দিক উভয়ই আছে তাকে ভেটের বা দিক রাশি বলে। যেমন সরণ, ত্বরণ, বেগ, বল ইত্যাদি।
২। <u>সাধারণ গাণিতিক নিয়মে ক্ষেপার রাশি যোগ, বিয়োগ বা গুণন করা যায়।</u>	২। <u>সাধারণ গাণিতিক নিয়মে সাধারণত দুটি ভেটের রাশির যোগ, বিয়োগ বা গুণন করা যায় না।</u>
৩। ক্ষেপার রাশি শুধু তার মানের পরিবর্তনে পরিবর্তিত হয়।	৩। ভেটের রাশি তার মান অথবা দিক অথবা মান ও দিক উভয়ের পরিবর্তনে পরিবর্তিত হয়।
৪। <u>দুটি ক্ষেপার রাশির কোন একটি শূন্য না হলে এদের ক্ষেপার গুণফল কখনও শূন্য হয় না।</u>	৪। <u>দুটি ভেটের রাশির কোন একটির মান শূন্য না হলেও এদের ভেটের গুণফল শূন্য হতে পারে।</u>
৫। দুটি ক্ষেপার রাশির গুণনে সর্বদা একটি ক্ষেপার রাশি পাওয়া যায়।	৫। দুটি ভেটের রাশির গুণফল একটি ভেটের রাশি অথবা একটি ক্ষেপার রাশি হতে পারে।

১.২০ ডেষ্টার রাশির দুই প্রকার গুণনের মধ্যে পার্থক্য Distinction between two kinds of vector multiplication

ডেষ্টার রাশির স্কেলার ও ডেষ্টার গুণনের মধ্যে নিম্নলিখিত পার্থক্য করা যায়।

ডেষ্টার গুণন	স্কেলার গুণন
১। দুটি ডেষ্টার রাশির গুণনে গুণফল একটি ডেষ্টার রাশি হলে, এ গুণনকে রাশি দুটির ডেষ্টার গুণন এবং গুণফলকে রাশি দুটির ডেষ্টার গুণফল বলে।	১। দুটি ডেষ্টার রাশির গুণনে গুণফল একটি স্কেলার রাশি হলে এ গুণনকে ডেষ্টার দুটির স্কেলার গুণন বলে এবং গুণফলকে ডেষ্টার স্কেলার গুণফল বলে।
২। \vec{P} ও \vec{Q} দুটি ডেষ্টার রাশি হলে, $ \vec{P} \times \vec{Q} = PQ \sin \alpha$ এবং $\vec{P} \times \vec{Q} = \hat{n} PQ \sin \alpha$ এখানে, α = রাশি দুটির মধ্যবর্তী কোণ এবং \hat{n} $= \vec{P}$ ও \vec{Q} যে তলে অবস্থিত তার অভিলম্বভাবে একটি একক দিক রাশি।	২। \vec{P} ও \vec{Q} দুটি ডেষ্টার রাশি হলে, $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos \alpha$
৩। দুটি ডেষ্টারের ডেষ্টার গুণফল বিনিময় সূত্র মানে না। যেমন, $\vec{P} \times \vec{Q} \neq \vec{Q} \times \vec{P}$	৩। দুটি ডেষ্টার রাশির স্কেলার গুণফল বিনিময় সূত্র মেনে চলে। যেমন $\vec{P} \cdot \vec{Q} = \vec{Q} \cdot \vec{P}$
৪। দুটি ডেষ্টার রাশির উভয়ের মান শূন্য না হলেও তাদের ডেষ্টার গুণফল শূন্য হতে পারে যদি রাশি দুটি পরস্পরের সমান্তরাল হয়।	৪। দুটি ডেষ্টার রাশির উভয়ের মান শূন্য না হলেও তাদের স্কেলার গুণফল শূন্য হতে পারে যদি রাশি দুটি পরস্পর সমকোণে ক্রিয়া করে।

১.২১ ডেষ্টার ব্যবকলন বা ডেষ্টার ডেরিভেটিভ Vector-differentiation or vector derivatives

ডেষ্টার ব্যবকলন বা ডেষ্টার ডেরিভেটিভ আলোচনার পূর্বে কয়েকটি প্রয়োজনীয় বিষয় জানা দরকার।

১(ক) ক্যালকুলাস (Calculus) : বিজ্ঞানের ভাষায় ক্যালকুলাস হল অবিরত পরিবর্তনশীল ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র অংশ গণনার একটি শাস্ত্র। আধুনিক গণিতে এটি একটি গুরুত্বপূর্ণ শাখা।

ক্যালকুলাস দুভাগে বিভক্ত—(১) ব্যবকলন ক্যালকুলাস (Differential calculus), (২) সমাকলন ক্যালকুলাস (Integral calculus)

২(খ) অপারেটর (Operator) : অপারেটর একটি ইংরেজি শব্দ। এর অভিধানগত অর্থ হল ‘চালক’ বা ‘সংস্করক’ বা ‘কার্যকারক’। কিন্তু বিজ্ঞানের ভাষায় বলা হবে— অপারেটর এক ধরনের প্রতীক বা সংক্ষেত। এর নিজস্ব কোন মান নেই। যেমন বর্গ (২), ঘন (৩), বর্গমূল ($\sqrt{}$), sine, log ইত্যাদি। তবে এরা যখন অন্য কোন রাশির সাথে যুক্ত হয় তখন একটি নির্দিষ্ট মান বহন করে। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, $\sqrt{25} = 5$, $\sin 30^\circ = 0.5$ ইত্যাদি। আরও সোজা কথায় বলা যেতে পারে $(10 \times)$ চিহ্নটির কোন মান হয় না। কিন্তু (10×5) চিহ্নটির মান = 50। এর অর্থ $10 \times$ -কে 5 দ্বারা গুণ করা। এখন যদি $(10 \times)$ চিহ্নকে C দ্বারা সূচিত করা হয়, তবে $10 \times 5 = C5$ হয়। অতএব C একটি অপারেটর।

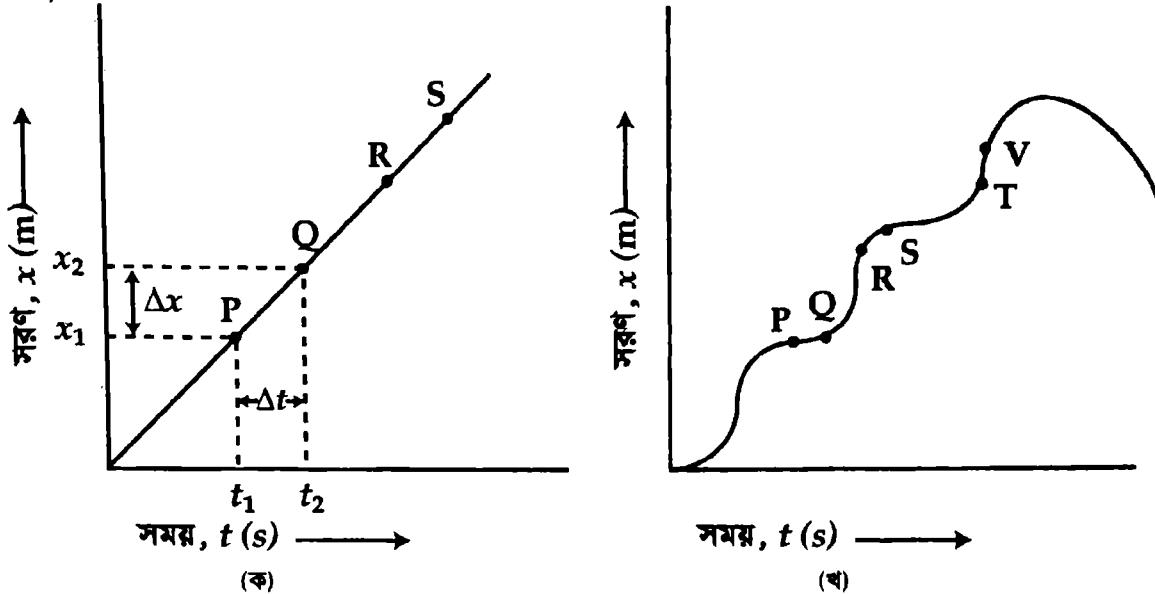
সংজ্ঞা : যে গাণিতিক চিহ্নের দ্বারা একটি রাশিকে অন্য একটি রাশিতে বৃপ্তান্ত করা যায় বা কোন পরিবর্তনশীল রাশির ব্যাখ্যা দেয়া যায় তাকে অপারেটর বলে।

উল্লেখ্য, ব্যবকলন একটি অপারেটর। t-সাপেক্ষে এই অপারেটর $\frac{d}{dt}$, x-সাপেক্ষে $\frac{d}{dx}$, y-সাপেক্ষে $\frac{d}{dy}$ ইত্যাদি। সমাকলনও একটি অপারেটর। এর চিহ্ন \int অথবা Σ । ডেষ্টার ব্যবকলন অপারেটর \vec{D} চিহ্ন দ্বারা সূচিত করা হয় এবং এ চিহ্নকে ‘ডেল’ উচ্চারণ করা হয়। বিভিন্ন উপাখ্যের সাহায্যে একে নিম্নলিখিতভাবে লেখা যায়,

$$\vec{D} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

যেহেতু স্কেলার এবং ভেট্টের উভয় প্রকার রাশিকেই ব্যবকলন কৰা যায়, সেহেতু ব্যবকলন অপারেটর স্কেলার এবং ভেট্টের উভয় প্রকার রাশিৰ ক্ষেত্ৰেই কাৰ্যকৰ।

ভেট্টেরের সময় সাপেক্ষে ব্যবকলন (Differentiation of vectors with respect to time) : সময়ের সাথে কোন ভেট্টের রাশিৰ পরিবৰ্তন হলে ঐ রাশিৰ ব্যবকলন কৰাকে ভেট্টেরের সময় সাপেক্ষে ব্যবকলন কৰা বুৰায়। যেমন গতিশীল বস্তুৰ অবস্থাম ভেট্টের \vec{r} , সময় t -এৰ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে। এখানে ভেট্টের \vec{r} সময় t -এৰ অপেক্ষক (function)।



চিত্র ১.৪০

ব্যাখ্যা : ধৰা যাক, একটি বাস সমতল ও সোজা রাস্তার উপৰ দিয়ে উভৰ দিক থেকে দক্ষিণ দিকে ছুটে চলেছে। বাসটি ১ম কেটে ২m, ২য় সেকেটে ৪m, ৩য় সেকেটে ৬m এভাৱে চলেছে। তখন আমৱা বলি যে বাসটিৰ সৱণ \vec{x} সবসময় সমান। এখন বাসটিৰ সৱণ \vec{x} -কে \vec{y} -কে এবং সময় t -কে X -কে স্থাপন কৰে লেখচিত্ৰ অংকন কৰলে এটি সৱলৱেৰা হবে। [চিত্র ১.৪০(ক)]।

এই সৱলৱেৰা যে কোন দুটি বিন্দু P ও Q হতে X ও Y -অক্ষের উপৰ লম্ব টেনে Δx ও Δt বেৱ কৰতে পাৰি। Δx ও Δt -এৰ অনুপাত অৰ্ধাং ঢাল $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ হবে বাসেৱ বেগ। এই সৱলৱেৰা ঢাল সৰ্বত্র একই মানেৱ হবে; অৰ্ধাং বেগ সৰ্বত্র সমান। অৰ্ধাং যে কোন সময় ব্যবধানেৱ জন্য (তা যতই ক্ষুদ্ৰ হক) বেগ সমান হবে। এ অবস্থায় আমৱা বলি যে, বাসটিৰ গড় বেগ ও তাৎক্ষণিক বেগ সমান। কিন্তু বাসটি যদি বাঁকা ও উচু-নিচু রাস্তায় চলে এবং ঘন ঘন বাসেৱ বেগ কম-বেশি কৰতে হয়, তবে সৱণ \vec{x} বনাম সময় t লেখচিত্ৰতি সৱলৱেৰা না হয়ে বকুৱেৰা (curve) হবে। [চিত্র ১.৪০ (খ)]। এক্ষেত্ৰে রেখাৰ যে কোন দুটি বিন্দুৰ মধ্যবৰ্তী ঢাল অন্য বিন্দুয়েৱ ঢালেৱ সমান হবে না। অৰ্ধাং ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুতে $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ ভিন্ন ভিন্ন হবে। এবাৱ সময় ব্যবধান Δt যদি অত্যন্ত ক্ষুদ্ৰ ধৰা হয়, তবে সৱণেৱ পৱিবৰ্তনেৱ হার অৰ্ধাং বেগ ঐ স্থানেৱ প্ৰকৃত বেগেৱ প্ৰায় কাছাকাছি হবে। Δt যদি শূন্যেৱ কাছাকাছি হয়, তবে $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ প্ৰকৃত বেগ হবে।

$$\text{অৰ্ধাং } \underset{\Delta t \rightarrow 0}{\text{Limit}} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \vec{v}, \text{ প্ৰকৃত বেগ} \quad (53)$$

ক্যালকুলাসেৱ ভাষায়,

$$\underset{\Delta t \rightarrow 0}{\text{Limit}} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \text{ লেখা হয়।} \quad (54)$$

এটিই ডেটরের সময় সাপেক্ষে ব্যবকলন। \vec{x} হল সরণ ডেটর এবং $\frac{d}{dt}$ হল অপারেটর।

সমীকরণ (54)-এ সরণ \vec{x} ডেটর রাশি এবং সময় t ক্ষেত্রের রাশি। সুতরাং, কোন ক্ষেত্রের সাপেক্ষে ডেটরের ব্যবকলন ডেটর হয় (যেমন এক্ষেত্রে বেগ \vec{v})। ক্ষেত্রের রাশির ব্যবকলন ক্ষেত্রের রাশি হবে।

এখন \vec{x} -কে উপাখণে প্রকাশ করলে দেখা যায়,

$\vec{x} = \hat{i} \vec{x}_1 + \hat{j} \vec{y}_1 + \hat{k} \vec{z}_1$, এখানে x_1, y_1, z_1 হল যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষের দিকে \vec{x} ডেটরের উপাখণের মান। x_1, y_1, z_1 উপাখণগুলো সময় t -এর অপেক্ষক কিন্তু $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ হ্রবক এবং সময়ের সাপেক্ষে এদের কোন পরিবর্তন নেই; অর্থাৎ এদের পরিবর্তনের হার শূন্য। অতএব \vec{x} -কে উপাখণে প্রকাশ করলে এর ব্যবকলন হবে,

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \hat{i} \frac{dx_1}{dt} + \hat{j} \frac{dy_1}{dt} + \hat{k} \frac{dz_1}{dt} \quad (55)$$

অবস্থান ডেটর হতে বেগ ও ত্বরণ প্রতিপাদন :

ধরা যাক, \vec{r} একটি অবস্থান ডেটর।

$$\vec{r} = \hat{i} x + \hat{j} y + \hat{k} z$$

অতি কুম্ভ সময়ে \vec{r} -এর পরিবর্তনের হারকে বেগ \vec{v} বলা হয়।

$$\text{সুতরাং, } \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \hat{i} \frac{dx}{dt} + \hat{j} \frac{dy}{dt} + \hat{k} \frac{dz}{dt} \quad (56)$$

আবার, অতি কুম্ভ সময়ে বেগ \vec{v} -এর পরিবর্তনের হার হল ত্বরণ \vec{a}

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) \hat{i} + \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dt} \right) \hat{j} + \frac{d}{dt} \left(\frac{dz}{dt} \right) \hat{k} \\ &= \frac{d^2x}{dt^2} \hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \hat{k} \end{aligned} \quad (57)$$

কোন ক্ষেত্রের রাশিকে ব্যবকলন করার সাধারণ নিয়ম নিম্নরূপ :

(ক) প্রথমে চল রাশিটির সহগ সংখ্যাকে ঘাত ঘারা গুণন করতে হবে।

(খ) পরে চল রাশির ঘাতের মান হতে '1' বিয়োগ করতে হবে।

উদাহরণ : মনে করি, দূরত্ব $s = 16t^2$ । এখানে সহগ 16, t চল রাশি এবং 2 হল ঘাত। উপরের নিয়ম অনুসারে প্রথমে সহগ 16-কে ঘাত 2 ঘারা গুণন করে পাওয়া যাবে 32 এবং চল রাশির ঘাত 2 হতে 1 বিয়োগ করলে পাওয়া যাবে 1।

$$\frac{ds}{dt} = v = 32t$$

১.২২ ডেটরের সমাকলন

Integration of vectors

ডেটরের সাধারণ সমাকলন ক্ষেত্রের রাশির মতই হয়। মনে করি

$$\vec{A}(t) = \hat{i} A_x(t) + \hat{j} A_y(t) + \hat{k} A_z(t) \text{ ডেটরটি একটি মাত্র ক্ষেত্রের চলরাশি } t\text{-এর কলন ভাবলে}$$

$$\int \vec{A}(t) dt = \hat{i} \int A_x(t) dt + \hat{j} \int A_y(t) dt + \hat{k} \int A_z(t) dt \text{ হবে।} \quad (58)$$

বইঘৰ.কম

একে $\vec{A}(t)$ -এর অনিশ্চিত সমাকলন (Indefinite integral) বলে। যদি এমন কোন ভেট্টের $\vec{B}(t)$ থাকে t সাপেক্ষে যার অবকল গুণাঙ্ক $\vec{A}(t)$ -এর সমান অর্থাৎ যদি $\vec{A}(t) = d\vec{B}(t)/dt$ হয়, তা হলে $\int \vec{A}(t) dt = \vec{B}(t) + \vec{C}$ হবে।

এখানে \vec{C} হল t নিরপেক্ষ বৈচিক কোন ভেট্টের।

এরূপ ক্ষেত্ৰে $t = a$ হতে $t = b$ সীমার মধ্যে $\vec{A}(t)$ -এর নিশ্চিত সমাকলন (Definite integral) হবে

$$\begin{aligned} \int_a^b \vec{A}(t) dt &= \int_a^b \frac{d\vec{B}(t)}{dt} dt \\ &= \int_a^b d\vec{B}(t) \\ &= [\vec{B}(t) + \vec{C}]_a^b \\ &= \vec{B}(b) - \vec{B}(a) \end{aligned} \tag{59}$$

ব্যবকলন সংক্রান্ত কয়েকটি সূত্র :

মনে কৰি, y এবং z হল x -এর অপেক্ষক এবং m এবং n হল ধুব সংখ্যা। অতএব,

$$\frac{dx}{dx} = 1 \tag{i}$$

$$\frac{d}{dx} (my) = m \frac{dy}{dx} \tag{ii}$$

$$\frac{d}{dx} (y + z) = \frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx} \tag{iii}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1} \tag{iv}$$

$$\frac{d}{dx} (yz) = y \frac{dz}{dx} + z \frac{dy}{dx} \tag{v}$$

$$\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x \tag{vi}$$

$$\frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x \tag{vii}$$

$$\frac{d}{dx} (\sin mx) = m \cos mx \tag{viii}$$

$$\frac{d}{dx} (\cos mx) = -m \sin mx \tag{ix}$$

$$\frac{d}{dx} (\tan x) = \sec^2 x \tag{x}$$

$$\frac{d}{dx} (\log_e x) = \frac{1}{x} \tag{xi}$$

$$\frac{d}{dx} (e^{nx}) = ne^{nx} \tag{xii}$$

স্মৰণিকা

ভেট্টের রাশি : যে সব ভৌত রাশির দিক ও মান উভয়ই আছে তাদেরকে ভেট্টের রাশি বলা হয়।

ক্ষেত্রাল রাশি : যে সব ভৌত রাশির মান আছে কিন্তু দিক নেই তাদেরকে ক্ষেত্রাল রাশি বলা হয়।

একক ভেট্টের রাশি : যে ভেট্টের রাশির মান এক একক তাকে একক ভেট্টের রাশি বলে।

জৰি ও অংশক বা উপাংশ : দুই বা ততোধিক ভেট্টের রাশির যোগফলকে জৰি এবং রাশিগুলোকে জৰির অংশক বা উপাংশ বলা হয়।

অবস্থান ভেট্টর : কোন বিন্দুর সাপেক্ষে অন্য কোন বিন্দুর অবস্থান যে ভেট্টরের সাহায্যে নির্ণয় করা হয় তাকে অবস্থান ভেট্টর বলে।

নাল বা শূন্য ভেট্টর : যে ভেট্টর রাশির মান শূন্য তাকে নাল বা শূন্য ভেট্টর বলে। শূন্য ভেট্টরের পাদবিন্দু ও শীর্ষবিন্দু একই।

আয়তাকার বা আয়ত একক ভেট্টর : ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় ধনাত্মক X, Y এবং Z অক্ষের দিকে ব্যবহৃত যথাক্রমে i, j এবং k একক ভেট্টরগুলোকে আয়তাকার বা আয়ত একক ভেট্টর বলে।

সম-ভেট্টর বা সমান ভেট্টর : একই দিকে ক্রিয়ারত একাধিক সমজাতীয় ভেট্টরের মান সমান হলে তাদেরকে সম-ভেট্টর বা সমান ভেট্টর বলে।

বিপরীত বা ঋণ ভেট্টর : বিপরীত দিকে ক্রিয়ারত দুটি সমজাতীয় ভেট্টরের মান সমান হলে তাদেরকে একে অপরের বিপরীত বা ঋণ ভেট্টর বলে।

সাধীন ভেট্টর : কোন ভেট্টর রাশির পাদবিন্দু কোথায় হবে তা যদি ইচ্ছেমত ঠিক করা যায়, তবে ঐ ভেট্টরকে সাধীন ভেট্টর বলে।

সীমাবন্ধ ভেট্টর : যদি কোন নির্দিষ্ট বিন্দুকে ভেট্টরের পাদবিন্দু হিসেবে ঠিক করে রাখা হয়, তবে তাকে সীমাবন্ধ ভেট্টর বলে।

সদৃশ ভেট্টর : সমজাতীয় অসম মানের দুটি ভেট্টর যদি একই দিকে ক্রিয়া করে তবে তাদেরকে সদৃশ ভেট্টর বলে।

বিপ্রতীপ ভেট্টর : দুটি সমান্তরাল ভেট্টরের একটির মান অপরটির বিপ্রতীপ হলে তাদেরকে বিপ্রতীপ ভেট্টর বলে।

সমরেখ ভেট্টর : দুই বা ততোধিক ভেট্টর এমন হয় যে তারা একই রেখায় বা সমান্তরালে ক্রিয়া করে, তবে তাদেরকে সমরেখ ভেট্টর বলে।

সমতলীয় ভেট্টর : দুই বা ততোধিক ভেট্টর একই তলে অবস্থান করলে তাদেরকে সমতলীয় ভেট্টর বলে।

ভেট্টর রাশির বিভাজন বা বিশ্লেষণ ও উপাংশ : একটি ভেট্টর রাশিকে দুই বা ততোধিক ভেট্টর রাশিতে বিভক্ত করার প্রক্রিয়াকে ভেট্টর রাশির বিভাজন বা বিশ্লেষণ বলে। এই বিভক্ত ভেট্টর রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে মূল ভেট্টর রাশির এক একটি উপাংশ বা অংশক বলে।

ত্রিভুজ সূত্র : দুটি ভেট্টর কোন ত্রিভুজের সন্নিহিত বাহু দ্বারা একই ক্রমে মানে ও দিকে সূচিত করা হলে ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুটি বিপরীত ক্রমে ভেট্টর দূটির সম্মত নির্দেশ করে।

ভেট্টর যোগের সামন্তরিক সূত্র : কোন সামন্তরিকের একই বিন্দু হতে অঙ্কিত সন্নিহিত বাহু দুটি যদি কোন কণার উপরে একই সময়ে ক্রিয়ারত দুটি ভেট্টর রাশির মান ও দিক নির্দেশ করে, তা হলে ঐ বিন্দু হতে অঙ্কিত সামন্তরিকের কর্ণই এদের সম্মত মান ও দিক নির্দেশ করবে। একে ভেট্টর রাশির যোজনের সামন্তরিক সূত্র বলে।

ক্ষেপার গুণন বা ডট গুণন : দুটি ভেট্টর রাশির ক্ষেপার গুণফল একটি ক্ষেপার রাশি হবে যার মান রাশি দুটির মাঝের গুণফলের সাথে তাদের মধ্যবর্তী কোণের কোসাইনের (cosine) গুণফলের সমান।

ভেট্টর বা ক্রস গুণন : দুটি ভেট্টর রাশির গুণফল যদি একটি ভেট্টর রাশি হয় তবে ঐ গুণনকে ভেট্টর গুণন বা ক্রস গুণন বলে। এ ভেট্টরের গুণফলের মান ভেট্টর রাশি দুটির মান এবং তাদের মধ্যবর্তী কোণের সাইন (sine)-এর গুণফলের সমান। ভেট্টর গুণফলের দিক ডানহাতি স্ক্রু নিয়মে নির্ণয় করা হয়।

অপারেটর : যে গাণিতিক চিহ্নের দ্বারা একটি রাশিকে অন্য একটি রাশিতে বৃপ্তান্ত করা যায় বা কোন পরিবর্তনশীল রাশির ব্যাখ্যা দেওয়া যায় তাকে অপারেটর বলে।

প্রয়োজনীয় সমীকরণ

দুটি ভেট্টরের যোজন :

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q} \quad \dots \quad (1)$$

$$|\vec{R}| = R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha} \quad \dots \quad (2)$$

$$\tan \theta = \frac{Q \sin \alpha}{(P + Q \cos \alpha)} \quad \dots \quad (3)$$

$$\text{একক ভেট্টর} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} ; \text{ বা } \hat{a} = \frac{\vec{A}}{A} \quad \dots \quad (4)$$

বইয়ের কথা

$$\hat{a} = \frac{x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

(5)

একটি তেজেরকে উপাংশে প্রকাশ : $\vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}$

(6)

বা, $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$

তেজের মান : $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \dots$

বা, $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

তেজের বিভাজন : $\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin(\alpha + \beta)}$

(7)

(8)

সম্পূর্ণ উপাংশে বিভাজন : $P = R \sin \alpha$ এবং $Q = R \cos \alpha \dots \dots \dots$

(9)

তেজের যোগের উপাংশ সূত্র : $\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} + (A_z + B_z) \hat{k} \dots$

(10)

তেজের বিয়োগের উপাংশ সূত্র : $\vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x) \hat{i} + (A_y - B_y) \hat{j} + (A_z - B_z) \hat{k} \dots$

(11)

দুটি তেজের স্কেলার গুণন :

$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = |\vec{P}| |\vec{Q}| \cos \alpha \dots$$

(12)

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

(13)

$$\cos \alpha = \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{PQ}$$

(14)

দুটি তেজের তেজের গুণন :

$$\vec{P} \times \vec{Q} = \hat{n} |\vec{P}| |\vec{Q}| \sin \alpha \quad (\hat{n} \text{ একটি তেজের দিক হচ্ছে } \vec{P} \text{ এবং } \vec{Q} \text{ এর উপরে সম্ভাৱ্য})$$

(15)

$$\checkmark \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

(16)

$\hat{i}, \hat{j} \text{ ও } \hat{k}$ -এর পারস্পরিক ডট এবং ক্রস গুণন :

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

(17)

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$$

(18)

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

(19)

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}; \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}; \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

(20)

তেজের ব্যবকলন

$$\left[\frac{d \vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} + \frac{dz}{dt} \hat{k} \right]$$

(21)

ভেট্টের

সমাধানকৃত উদাহরণ
BG & JEWEL

✓ ১। দুটি ভেট্টের রাশির প্রত্যেকটির মান 5 একক। তারা একই বিন্দুতে পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়া করে। তাদের সমীকরণ (1) হতে আমরা পাই,

$$\text{মনে করি } \text{লম্বি} = R$$

$$\text{আমরা পাই, } R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$$

সমীকরণ (1) হতে আমরা পাই,

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{(5)^2 + (5)^2 + 2 \times 5 \times 5 \times \cos 120^\circ} \\ &= \sqrt{25 + 25 + 50 \times (-1/2)} \\ &= \sqrt{50 - 25} = \sqrt{25} = 5 \text{ একক।} \end{aligned}$$

(1) | এখানে, $P = 5$ একক
 $Q = 5$ একক

মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 120^\circ$

$$\text{আবার, } \tan \theta = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha} = \frac{5 \sin 120^\circ}{5 + 5 \cos 120^\circ} \quad \text{যেখানে } \theta \text{ হচ্ছে } \vec{R} \text{-এর মধ্যবর্তী কোণ}$$

$$= \frac{5 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{5 - \frac{5}{2}} \quad \left[\begin{array}{l} \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos 120^\circ = -\frac{1}{2} \end{array} \right]$$

বা, $\tan \theta = \frac{5 \times \sqrt{3} \times 2}{5 \times 2} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ \quad \theta = 60^\circ$

অর্ধাঙ্গলম্বির মান 5 একক এবং যা ভেট্টের \vec{P} এর সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।

✓ ২। দুটি ভেট্টের রাশির বৃহত্তর লম্বি 28 একক ও ক্ষুদ্রতর লম্বি 4 একক। রাশি দুটি পরস্পরের সাথে 90° কোণে কোন একটি কণার উপর ক্রিয়া করল। লম্বির মান নির্ণয় কর।

দুটি ভেট্টের রাশি P ও Q একই দিকে ক্রিয়া করলে তাদের লম্বি বৃহত্তর হয় ও পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করলে তাদের লম্বি ক্ষুদ্রতর হয়।

$$\text{বৃহত্তর লম্বি} = P + Q = 28 \quad (1)$$

$$\text{এবং ক্ষুদ্রতর লম্বি} = P - Q = 4 \quad (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2)-এর যোজন ও বিয়োজন হতে পাওয়া যায়, $P = 16$ একক ও $Q = 12$ একক।

আবার, আমরা পাই, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$

এখানে, $\alpha = 90^\circ$

$$R = \sqrt{16^2 + 12^2 + 2 \times 16 \times 12 \times \cos 90^\circ}$$

$$= \sqrt{256 + 144 + 0} = \sqrt{400} = 20 \text{ একক}$$

✓ ৩। কোন একটি নদীতে একটি দাঁড়ের নৌকার বেগ স্নোতের অনুকূলে ঘটায় 18 km এবং প্রতিকূলে ঘটায় 6 km । নৌকাটিকে কোন দিকে চালনা করলে তা সোজা অপর পাড়ে পৌছবে এবং নৌকাটি কত বেগে চলবে?

ধরা যাক স্নোতের বেগ = u এবং দাঁড়ের বেগ = v । তা

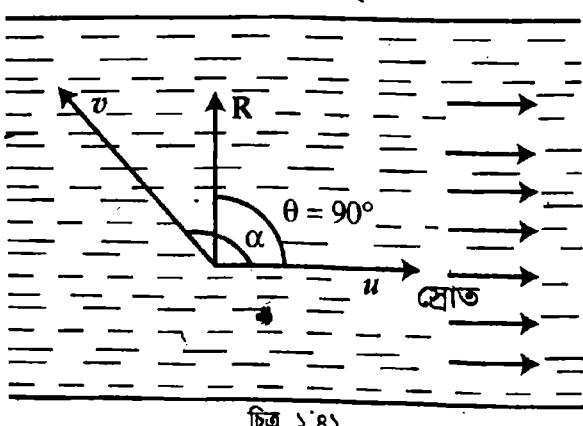
হলে $u + v = 18$ এবং $v - u = 6$.

সমীকরণ দুটির যোজন ও বিয়োজনে পাওয়া যায়,

$$v = 12 \text{ km h}^{-1} \text{ এবং } u = 6 \text{ km h}^{-1}$$

ধরা যাক স্নোতের সাথে α কোণ করে নৌকাটিকে চালনা করলে তা R বেগে চলে সোজা অপর পাড়ে পৌছবে। তা হলে স্নোতের গতি বরাবর R -এর অঙ্গ,

$$R \cos 90^\circ = 0 = u \cos 0^\circ + v \cos \alpha$$



$$\cos \alpha = -\frac{u}{v} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2} = \cos 120^\circ$$

বা, $\alpha = 120^\circ$

দ্বাৰ্ধবিজ্ঞান (১ম)-৫

$$\omega = \cos^{-1} \left(-\frac{P}{R} \right)$$

$$\begin{aligned} R^2 &= P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha \\ P = 6, Q = 12, \alpha = 120^\circ & \end{aligned}$$

আবার, স্বোতেৱ গতিমুখেৱ লম্ব দিক বৱাবৱ R-এৱে অংশ, $R \sin 90^\circ = R = u \sin 0^\circ + v \sin \alpha$

$$R = v \sin \alpha = v \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = 12 \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$= 6\sqrt{3} = 10.39 \text{ km h}^{-1}$$

৪। ঘণ্টায় 40 km বেগে পূৰ্বদিকে চলমান একটি গাড়িৰ চালক ঘণ্টায় $40\sqrt{3}$ km বেগে শ্রাবককে উত্তৰ দিকে চলতে দেখল। (ক) শ্রাবকটি কোন দিকে চলছে এবং (খ) শ্রাবকটিৰ প্ৰকৃত বেগ কত? [C. বো. ২০০২]

মনে কৱি শ্রাবকটি উত্তৰ দিকেৰ সাথে θ কোণে পূৰ্বদিকে চলছে। ত্ৰিভুজ সূত্ৰানুসৰে আমৱা পাই,

$$\vec{V}_T = \vec{V}_{TC} + \vec{V}_C$$

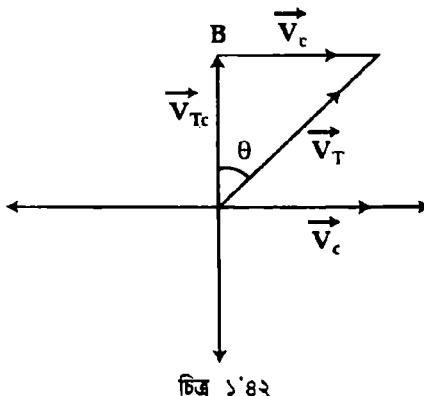
$$V_T^2 = V_{TC}^2 + V_C^2$$

$$\text{বা, } V_T = \sqrt{V_{TC}^2 + V_C^2}$$

$$= \sqrt{(40\sqrt{3})^2 + (40)^2}$$

$$= \sqrt{40^2(4)} = 2 \times 40$$

$$= 80 \text{ kmh}^{-1}$$



এখনে,

গাড়িৰ প্ৰকৃত বেগ,

$$V_C = 40 \text{ kmh}^{-1}$$

গাড়িৰ সাপেক্ষে শ্রাবকেৰ বেগ,

$$V_{TC} = 40\sqrt{3} \text{ kmh}^{-1}$$

শ্রাবকেৰ প্ৰকৃত বেগ,

$$V_T = ?$$

$$\text{আবাব, } \tan \theta = \frac{V_C}{V_{TC}} = \frac{40}{40\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$\text{উত্তৰ : } V_T = 80 \text{ kmh}^{-1} \text{ এবং } \theta = 30^\circ$$

- ৫। P ও Q দুটি বিন্দুৰ স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(3, -4, 5)$ ও $(2, 3, -1)$ । (i) এদেৱ অবস্থান ভেটৱ নিৰ্ণয় কৱ ;
(ii) PQ ভেটৱ রাশি এবং এৱেৰ মান বেৱ কৱ।

- (i) মনে কৱি P বিন্দুৰ অবস্থান ভেটৱ \vec{r}_1 এবং Q বিন্দুৰ অবস্থান ভেটৱ \vec{r}_2 ।

$$\text{আমৱা জানি, } \vec{r}_1 = x_1 \hat{i} + y_1 \hat{j} + z_1 \hat{k} \quad (1)$$

$$\text{এখনে } x_1 = 3, y_1 = -4 \text{ ও } z_1 = 5$$

\therefore সমীকৰণ (1) হতে পাই,

$$\vec{r}_1 = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\text{আবাব, } \vec{r}_2 = x_2 \hat{i} + y_2 \hat{j} + z_2 \hat{k} \quad (2)$$

$$\text{এখনে, } x_2 = 2, y_2 = 3 \text{ ও } z_2 = -1$$

$$\text{সমীকৰণ (2) হতে পাই, } \vec{r}_2 = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) } \overrightarrow{PQ} &= (x_2 - x_1) \hat{i} + (y_2 - y_1) \hat{j} + (z_2 - z_1) \hat{k} \\ &= (2 - 3) \hat{i} + (3 - (-4)) \hat{j} + (-1 - 5) \hat{k} \\ &= -\hat{i} + 7\hat{j} - 6\hat{k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{PQ}| &= \sqrt{(-1)^2 + (7)^2 + (-6)^2} \\ &= \sqrt{1 + 49 + 36} = \sqrt{86} \end{aligned}$$

ভেট্টার

BG & JEWEL

৬। $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ ভেট্টার রাশিটির মান এবং \vec{A} -এর দিকে একক ভেট্টার নির্ণয় কর।

আমরা জানি, $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ হলে, এর মান

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

প্রদত্ত দিক রাশিটির মান

$$A = \sqrt{(3)^2 + (-2)^2 + (6)^2} = \sqrt{49} = 7$$

ধরা যাক, \vec{A} এর দিকে একক ভেট্টার \hat{a}

$$\hat{a} = \frac{\vec{A}}{A} = \frac{3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}}{7} = \frac{3}{7}\hat{i} - \frac{2}{7}\hat{j} + \frac{6}{7}\hat{k}$$

৭। $\vec{A} = 8\hat{i} - 4\hat{j}$ এবং $\vec{B} = \hat{j} - 4\hat{i}$ দুটি ভেট্টার দেয়া আছে।

(ক) \vec{A} -এর মান নির্ণয় কর।

(খ) \vec{B} -এর মান নির্ণয় কর।

(গ) $\vec{A} + \vec{B}$ -এর মান নির্ণয় কর।

(ঘ) $\vec{A} - \vec{B}$ -এর মান নির্ণয় কর।

(ঙ) $\vec{A} \cdot \vec{B}$ -এর মান নির্ণয় কর।

(চ) $\vec{A} \times \vec{B}$ -এর মান নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned} \text{(ক) } \vec{A}-\text{এর মান } |\vec{A}| &= \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \\ &= \sqrt{8^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{80} \\ &= 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

এখানে, $A_x = 8, A_y = -4$

$$\begin{aligned} \text{(খ) } \vec{B}-\text{এর মান } |\vec{B}| &= \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \\ &= \sqrt{(-4)^2 + (1)^2} \\ &= \sqrt{17} \end{aligned}$$

এখানে, $B_x = -4, B_y = 1$

$$\text{(গ) } (\vec{A} + \vec{B}) = 8\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{j} - 4\hat{i} = 4\hat{i} - 3\hat{j}$$

এখানে, $A_x = 4, B_x = -3$

$$|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{(4)^2 + (-3)^2} = 5$$

$$\text{(ঘ) } (\vec{A} - \vec{B}) = 8\hat{i} - 4\hat{j} - (\hat{j} - 4\hat{i})$$

এখানে, $A_x = 12, A_y = -5$

$$= 8\hat{i} - 4\hat{j} - \hat{j} + 4\hat{i} = 12\hat{i} - 5\hat{j}$$

$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(12)^2 + (-5)^2} = \sqrt{169} = 13$$

$$\text{(ঙ) } |\vec{A} \cdot \vec{B}| = A_x B_x + A_y B_y$$

$$= 8 \times (-4) + (-4) \times 1 = -32 - 4 = -36$$

$$\begin{aligned} \text{(চ) } \vec{A} \times \vec{B} &= (8\hat{i} - 4\hat{j}) \times (\hat{j} - 4\hat{i}) \\ &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 8 & -4 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$= i(0) + j(0) + k(8 - 16) = -8\hat{k}$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{(-8)^2} = \sqrt{64} = 8$$

\checkmark যদি $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ এবং $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$ হয় তবে দেখাও যে,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad [\text{ব. বো. } 2005, 2001; \text{ রা. বো. } 2008, 2000; \text{ চ. বো. } 2001]$$

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot \vec{B} &= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) \\ &= A_x B_x \hat{i} \cdot \hat{i} + A_x B_y \hat{i} \cdot \hat{j} + A_x B_z \hat{i} \cdot \hat{k} + A_y B_x \hat{j} \cdot \hat{i} + A_y B_y \hat{j} \cdot \hat{j} + A_y B_z \hat{j} \cdot \hat{k} + A_z B_x \hat{k} \cdot \hat{i} \\ &\quad + A_z B_y \hat{k} \cdot \hat{j} + A_z B_z \hat{k} \cdot \hat{k} \\ &= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad (\text{প্রমাণিত}) \end{aligned}$$

$\left[\begin{array}{l} \hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0 \\ \text{এবং } \hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1 \end{array} \right]$

\checkmark $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$ দুটি ভেক্টর রাশি। দেখাও যে, এরা পরস্পর সমান্তরাল।
আমরা জানি $\vec{A} \times \vec{B} = 0$ হলে ভেক্টর রাশি দুটি পরস্পর সমান্তরাল হবে।

প্রশ্নানুযায়ী $\vec{A} \times \vec{B} = \hat{\eta} AB \sin \alpha = 0$ হতে হবে।

এখনে, $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix} = \hat{i}(3-3) + \hat{j}(3-3) + \hat{k}(3-3)$

$$= 0.$$

$$\therefore \vec{A} \times \vec{B} = \hat{\eta} |A| |B| \sin \alpha = 0$$

কিন্তু, $A \neq 0$ ও $B \neq 0$ $\sin \alpha = 0 = \sin 0^\circ$

$\alpha = 0^\circ$ অর্থাৎ, \vec{A} এবং \vec{B} ভেক্টর রাশি দুটি পরস্পর সমান্তরাল।

\checkmark ৫০। দুটি ভেক্টরের যোগফল $\vec{A} + \vec{B} = 12\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k}$ এবং বিয়োগফল $\vec{A} - \vec{B} = -6\hat{i} + 12\hat{j} + 10\hat{k}$ হলে A ও B নির্ণয় কর এবং এদের ক্ষেক্ষণীয় গুণন নির্ণয় কর।

$$(\vec{A} + \vec{B}) + (\vec{A} - \vec{B}) = (12\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k}) + (-6\hat{i} + 12\hat{j} + 10\hat{k})$$

$$\text{বা, } 2\vec{A} = 12\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k} - 6\hat{i} + 12\hat{j} + 10\hat{k} = 6\hat{i} + 8\hat{j} + 18\hat{k}$$

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 9\hat{k}$$

$$\text{পুনরায়, } (\vec{A} + \vec{B}) - (\vec{A} - \vec{B}) = (12\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k}) - (-6\hat{i} + 12\hat{j} + 10\hat{k})$$

$$\text{বা, } 2\vec{B} = 12\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k} + 6\hat{i} - 12\hat{j} - 10\hat{k}$$

$$= 18\hat{i} - 16\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\therefore \vec{B} = 9\hat{i} - 8\hat{j} - \hat{k}$$

$$\underline{\vec{A} \cdot \vec{B}} = (3\hat{i} + 4\hat{j} + 9\hat{k}) \cdot (9\hat{i} - 8\hat{j} - \hat{k})$$

$$= 27\hat{i} \cdot \hat{i} - 32\hat{j} \cdot \hat{j} - 9\hat{k} \cdot \hat{k}$$

$$= 27 - 32 - 9 = 27 - 41 = -14$$

\checkmark ৫১। $\vec{A} = 9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$ ও $\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$ ভেক্টর দুটির ক্ষেক্ষণীয় গুণফল নির্ণয় কর এবং দেখাও যে ভেক্টরদ্বয় পরস্পরের উপর লম্ব।

[রা. বো. 2001]

আমরা জানি, $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ হলে ভেক্টর রাশি দুটি পরস্পরের উপর লম্ব হবে।

প্রশ্নানুযায়ী, $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta = 0$ হতে হবে।

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 9 \times 4 + (1 \times -6) + (-6 \times 5) = 36 - 6 - 30 = 0$$

যেহেতু $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$, কিন্তু $A \neq 0$ ও $B \neq 0$; $\cos \theta = 0 = \cos 90^\circ$

অতএব ভেক্টর দুটি পরস্পরের উপর লম্ব।

ভেট্রে

BG & JEWEL

১২। $\vec{P} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{Q} = -2\hat{j} + \hat{i} + 3\hat{k}$ ভেট্রেয় যে তলে অবস্থান করে তার উপর দিকে একটি একক ভেট্রের নির্ণয় কর। [য. বো. ২০০৬ (মান ডিপ্ল) ; ২০০৮]

$\vec{P} \times \vec{Q}$ একটি ভেট্রের যা \vec{P} এবং \vec{Q} -এর তলে সম্ম।

$$\vec{P} \times \vec{Q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(9-8) + \hat{j}(-4-6) + \hat{k}(-4-3) = \hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k}$$

মনে করি, \vec{P} ও \vec{Q} যে তলে অবস্থিত তার সম্ম অভিমুখে একক ভেট্রের রাশি $= \hat{n}$

$$\begin{aligned} \hat{n} &= \frac{\vec{P} \times \vec{Q}}{|\vec{P} \times \vec{Q}|} = \frac{\hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k}}{\sqrt{(1)^2 + (-10)^2 + (-7)^2}} = \frac{\hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k}}{\sqrt{1 + 100 + 49}} \\ &= \frac{\hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k}}{\sqrt{150}} \end{aligned}$$

১৩। ভেট্রের $\vec{P} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ -এর উপর $\vec{Q} = 4\hat{j} + 5\hat{k}$ -এর সম্ম অভিক্ষেপের মান নির্ণয় কর। [য. বো. ২০০৮]

\vec{P} ও \vec{Q} -এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে \vec{P} -এর উপর \vec{Q} -এর সম্ম অভিক্ষেপ $= Q \cos \theta$

আমরা জানি, $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos \theta$

$$Q \cos \theta = \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{|\vec{P}|} = \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{|\vec{P}|}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \vec{P} \cdot \vec{Q} &= (2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) \cdot (4\hat{j} + 5\hat{k}) \\ &= 2 \times 0 + (-3) \times (4) + (1) \times (5) \\ &= -12 + 5 = -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } |\vec{P}| &= \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2} \\ &= \sqrt{(2)^2 + (-3)^2 + (1)^2} \\ &= \sqrt{4 + 9 + 1} = \sqrt{14} \end{aligned}$$

$$Q \cos \theta = \frac{-7}{\sqrt{14}}$$

১৪। $\vec{a} = 2\hat{i} - 6\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{b} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ ভেট্রের রাশি দুটি যে তলে অবস্থিত তার সম্ম অভিমুখে একটি একক ভেট্রের রাশি নির্ণয় কর।

$\vec{a} \times \vec{b}$ একটি ভেট্রের রাশি। এটি \vec{a} এবং \vec{b} -এর তলে সম্ম।

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -6 & -3 \\ 4 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(6+9) + \hat{j}(-12+2) + \hat{k}(6+24) = 15\hat{i} - 10\hat{j} + 30\hat{k}$$

মনে করি \vec{a} ও \vec{b} যে তলে অবস্থিত তার সম্ম অভিমুখে একক ভেট্রের রাশি $= \hat{n}$

$$\hat{n} = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a} \times \vec{b}|}$$

$$= \frac{15\hat{i} - 10\hat{j} + 30\hat{k}}{\sqrt{(15)^2 + (-10)^2 + (30)^2}}$$

বইঘৰ.কম

$$= \frac{15\hat{i} - 10\hat{j} + 30\hat{k}}{35}$$

$$= \frac{3\hat{i}}{7} - \frac{2\hat{j}}{7} + \frac{6\hat{k}}{7}$$

১৫। $\vec{A} = 4\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ ও $\vec{B} = -2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ভেটের রাশিদেয়ের লখি ভেটের সমান্তরাল একটি একক ভেটের রাশি নির্ণয় কৰ।

মনে কৰি ভেটের রাশিদেয়ের লখি ভেটের \vec{C} এবং এই ভেটের রাশির সমান্তরাল একক ভেটের রাশি = \hat{C}

$$\hat{C} = \frac{\vec{C}}{C} \quad (1)$$

\vec{A} ও \vec{B} ভেটের লখি ভেটের

$$\begin{aligned} \vec{C} &= (4\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + (-2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \\ &= 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k} \end{aligned}$$

$$\text{এবং } \vec{C}-\text{এর মান } C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2} = \sqrt{(2)^2 + (1)^2 + (2)^2} \\ = \sqrt{9} = 3$$

সমীকৰণ (1) হতে পাই,

$$\hat{C} = \frac{2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}}{3} = \frac{2}{3}\hat{i} + \frac{1}{3}\hat{j} + \frac{2}{3}\hat{k}$$

$$\text{একক ভেটের রাশিটি} = \frac{2}{3}\hat{i} + \frac{1}{3}\hat{j} + \frac{2}{3}\hat{k}$$

১৬। $\vec{A} = \hat{i} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} + \hat{j}$. ভেটের অভিসম্পন্ন দিকে একক ভেটের নির্ণয় কৰ।

[কু. বো. ২০০৫]

ধৰি, ভেটের অভিসম্পন্ন দিকে একক ভেটের = \hat{n}

আমৰা পাই,

$$\hat{n} = \frac{\vec{A} \times \vec{B}}{|\vec{A} \times \vec{B}|} \quad (1)$$

$$\text{এখানে, } \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \hat{i}(0+1) + \hat{j}(-1-0) + \hat{k}(1-0) \\ &= \hat{i} - \hat{j} + \hat{k} \end{aligned}$$

$$\text{এবং } |\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$$

সমীকৰণ (1) থেকে পাই,

$$\hat{n} = \frac{\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i} - \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{k}$$

১৭। $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} - 8\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে \vec{A} ও \vec{B} -এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কৰ।

[ৱা. বো. ২০০৫ ; ঢা. বো. ২০০৫ ; ব. বো. ২০০৫, ২০০১ ; সি. বো. ২০০৫ ; য. বো. ২০০৩ ; চ. বো. ২০০৩]

আমৰা জানি, $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$

$$\text{বা, } (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \cdot (6\hat{i} - 8\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$= \sqrt{(2)^2 + (2)^2 + (-1)^2} \sqrt{(6)^2 + (-8)^2 + (2)^2} \cos \theta$$

$$\vec{A} = \hat{i} - \hat{k}$$

$$\vec{B} = \hat{i} + \hat{j}$$

এখানে,

$$\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$$

$$\vec{B} = 6\hat{i} - 8\hat{j} + 2\hat{k}$$

বা, $12 - 6 - 2 = \sqrt{4 + 4 + 1} \sqrt{36 + 9 + 4} \cos \theta$

বা, $4 = \sqrt{9} \times \sqrt{49} \cos \theta$

বা, $4 = 3 \times 7 \times \cos \theta$

বা, $4 = 21 \cos \theta$

বা, $\cos \theta = \frac{4}{21}$

বা, $\cos \theta = 0.190476$

যা, $\theta = \cos^{-1} 0.190476$
 $= 79.01^\circ$

১৮। $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে, \vec{A} বরাবর \vec{B} -এর লম্ব অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।

[চ. বো. ২০০৮]

মনে করি, \vec{A} ও \vec{B} -এর মধ্যবর্তী কোণ = θ

\vec{A} বরাবর \vec{B} -এর লম্ব অভিক্ষেপ = $B \cos \theta$

(1)

আবার,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

$$\therefore B \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A} \quad (2)$$

এখানে,

$$\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{B} = \hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

এখানে, $\vec{A} \cdot \vec{B} = (3\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) \cdot (\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k})$
 $= 3 + 4 + 6$
 $= 13$

এবং $A = \sqrt{(3)^2 + (-1)^2 + (3)^2} = \sqrt{9 + 1 + 9} = \sqrt{19}$

$$P.V. \quad B \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A} = \frac{13}{\sqrt{19}}$$

১৯। দেয়া আছে $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} + 2\hat{j} - 10\hat{k}$ । m -এর মান কত হলে ভেট্টারহয় পরস্পরের উপর লম্ব হবে?

[চ. বো. ২০০১]

আমরা জানি, \vec{A} ও \vec{B} পরস্পরের উপর লম্ব হলে $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

এখানে, $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} + 2\hat{j} - 10\hat{k}$

$$(2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}) \cdot (m\hat{i} + 2\hat{j} - 10\hat{k}) = 0$$

বা, $2m + 6 + 50 = 0$

বা, $2m + 56 = 0$

বা, $2m = -56$

$m = -28$

২০। দেখাও যে, $\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেট্টার দুটি পরস্পর সমকোণে অবস্থিত।

[ব. বো. ২০০৮]

আমরা জানি, $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ হলে ভেট্টার রাশি দুটি পরস্পর সমকোণে অবস্থিত হবে।

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot \vec{B} &= (2\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k}) \cdot (3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}) \\ &= (2) \times (3) + (4) \times (-5) + (7) \times (2) \\ &= 6 - 20 + 14 \\ &= 0 \end{aligned}$$

যেহেতু $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ এবং $|A|, |B| \neq 0$,

অতএব ভেট্টার দুটি পরস্পর সমকোণে অবস্থিত।

২১। $\vec{A} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 15\hat{i} + a\hat{j} - 9\hat{k}$ । 'a'-এর মান কত হলে \vec{A} ও \vec{B} পরস্পর সমান্তরাল হবে ?
[চ. বো. ২০০৬ ; ঢ. বো. ২০০৬ (মান ডিন) ; রা. বো. ২০০২; কু. বো. ২০০০]

যদি $\vec{A} \times \vec{B} = 0$ হয় তবে \vec{A} ও \vec{B} পরস্পর সমান্তরাল হবে।

$$\text{এখানে, } \vec{A} \times \vec{B} = (5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) \times (15\hat{i} + a\hat{j} - 9\hat{k})$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 5 & 2 & -3 \\ 15 & a & -9 \end{vmatrix} = \hat{i}(-18 + 3a) - \hat{j}(-45 + 45) + \hat{k}(5a - 30)$$

$$= \hat{i}(-18 + 3a) + \hat{k}(5a - 30)$$

$$\text{শর্ত মতে, } \text{এবং } 5a - 30 = 0$$

$$-18 + 3a = 0$$

$$\text{বা, } 3a = 18$$

$$a = 6$$

$$\text{বা, } 5a = 30$$

$$a = 6$$

কাজেই $a = 6$ মানের জন্য ভেটৱদ্য পরস্পর সমান্তরাল হবে।

২২। যদি $\vec{A} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ হয় তবে \vec{A} \vec{B} নির্ণয় কর। [য. বো. ২০০০]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot \vec{B} &= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \\ &= 6.2 + (-3).2 + 2.1 \\ &= 12 - 6 + 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

২৩। $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\vec{C} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ তিনটি ভেটৱ। দেখাও যে,

(i) ভেটৱ তিনটি একই তলে অবস্থিত

[জ. বো. ২০০০]

(ii) $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$

$$(i) \text{ এখন, } \vec{B} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & 5 \end{vmatrix} = \hat{i}(-10 + 12) - \hat{j}(15 - 4) + \hat{k}(-9 + 2) = 2\hat{i} - 11\hat{j} - 7\hat{k}$$

$$\text{পুনঃ, } \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) \cdot (2\hat{i} - 11\hat{j} - 7\hat{k}) \\ = 4 - 11 + 7 = 11 - 11 \\ = 0$$

সুতরাং ভেটৱ তিনটি একই সমতলে অবস্থিত।

(ii) আবার,

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix} = \hat{i}[(4 - 2)] - \hat{j}(8 + 3) + \hat{k}(-4 - 3) = 2\hat{i} - 11\hat{j} - 7\hat{k}$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C} = (2\hat{i} - 11\hat{j} - 7\hat{k}) \cdot (\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}) \\ = 2 + 33 - 35 = 35 - 35 = 0$$

অতএব, $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$ (প্রমাণিত)

২৪। প্রমাণ কর যে, $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$.

[ব. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৪]

$$\text{ধরি, } \vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

$$\vec{C} = C_x \hat{i} + C_y \hat{j} + C_z \hat{k}$$

$$\vec{B} + \vec{C} = (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) + (C_x \hat{i} + C_y \hat{j} + C_z \hat{k})$$

$$= (B_x + C_x) \hat{i} + (B_y + C_y) \hat{j} + (B_z + C_z) \hat{k}$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot ((B_x + C_x) \hat{i} + (B_y + C_y) \hat{j} + (B_z + C_z) \hat{k})$$

$$= A_x(B_x + C_x) + A_y(B_y + C_y) + A_z(B_z + C_z)$$

$$= A_x B_x + A_x C_x + A_y B_y + A_y C_y + A_z B_z + A_z C_z$$

$$\text{আবার, } \vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$\vec{A} \cdot \vec{C} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (C_x \hat{i} + C_y \hat{j} + C_z \hat{k})$$

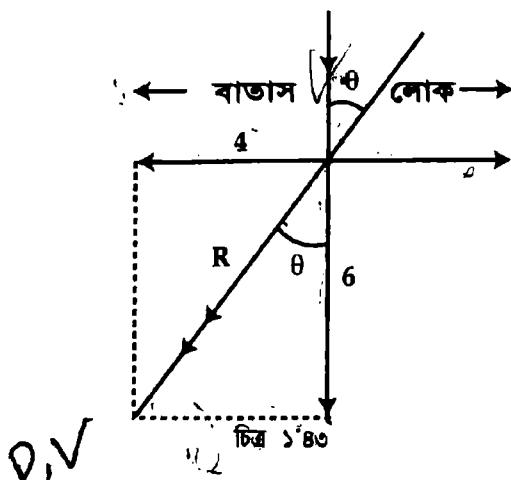
$$= A_x C_x + A_y C_y + A_z C_z$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C} = (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z) + (A_x C_x + A_y C_y + A_z C_z)$$

$$= A_x B_x + A_x C_x + A_y B_y + A_y C_y + A_z B_z + A_z C_z$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C} \text{ (প্রমাণিত)}$$

২৫। 4 ms^{-1} বেগে সৌচে যাবার সময় একজন লোক 6 ms^{-1} বেগে নদীতাবে পতিত বৃক্ষের সমূহীন হন।
বৃক্ষ হতে রক্ষা পেতে হলে তাকে কত কোণে ছাতা ধরতে হবে ?



২৬। $\vec{A} = \hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{C} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ হলে প্রমাণ কর যে,

$$(\vec{B} + \vec{C}) \times \vec{A} = \vec{B} \times \vec{A} + \vec{C} \times \vec{A}$$

$$\vec{A} + \vec{C} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k} + 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

$$= 3\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$$

মনে করি বৃক্ষের শব্দে বেগ উল্লম্ব দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

$$\tan \theta = \frac{4 \text{ ms}^{-1}}{6 \text{ ms}^{-1}} = 0.666$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \tan 33.7^\circ$$

$$\theta = 33.7^\circ$$

সুতরাং লোকটিকে উল্লম্ব দিকের সাথে 33.7° কোণে
ছাতা ধরতে হবে।

[চ. বো. ২০০০]

বইঘর কম

$$\text{বামপক্ষ} = (\vec{B} + \vec{C}) \times \vec{A}$$

$$\begin{aligned}
 &= (3\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) \times (\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) \\
 &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = \hat{i}(-2-9) - \hat{j}(6-3) + \hat{k}(9+1) \\
 &= -11\hat{i} - 3\hat{j} + 10\hat{k}
 \end{aligned}$$

$$\text{আবার, } \vec{B} \times \vec{A} = (\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \times (\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = \hat{i}(4+3) - \hat{j}(2+1) + \hat{k}(3-2) \\
 &= 7\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}
 \end{aligned}$$

$$\text{এবং } \vec{C} \times \vec{A} = (2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) \times (\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = \hat{i}(-6-12) - \hat{j}(4-4) + \hat{k}(6+3) \\
 &= -18\hat{i} + 9\hat{k}
 \end{aligned}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (\vec{B} \times \vec{A}) + (\vec{C} \times \vec{A})$$

$$\begin{aligned}
 &= (7\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) + (-18\hat{i} + 9\hat{k}) \\
 &= -11\hat{i} - 3\hat{j} + 10\hat{k}
 \end{aligned}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ} \text{ (প্রমাণিত)}$$

২৭। তেওঁর $\vec{A} = 6\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ -এর উপর তেওঁর $\vec{B} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$ -এর অভিক্ষেপ বের কর।

মনে করি \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ $= \theta$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

সূতরাং $\underbrace{\vec{A} \text{-এর উপর } \vec{B} \text{-এর অভিক্ষেপ}}$

$$\underbrace{B \cos \theta}_{\vec{A}} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A}$$

$$\begin{aligned}
 \text{এখানে } \vec{A} \cdot \vec{B} &= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \\
 &= 6 \times 2 + 2 \times 4 + 3 \times (-2) \\
 &= 12 + 8 - 6 \\
 &= 14
 \end{aligned}$$

$$\text{এবং } A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} = \sqrt{(6)^2 + (2)^2 + (3)^2} = \sqrt{49} = 7$$

\vec{A} এর উপর \vec{B} এর অভিক্ষেপ

$$B \cos \theta = \frac{14}{7} = 2$$

$$28। \vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}, \vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k} \text{ এবং } \vec{C} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k} \text{ হলে প্রমাণ কর বে,}$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$$

[কু. বো. ২০০১]

$$\text{প্রমাণ করতে হবে যে, } \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$$

$$\begin{aligned}
 \text{বামপক্ষ} &= \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{A} \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) \times (\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) \\
 &= \vec{A} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \\
 &= \vec{A} \cdot \{\hat{i}(4+3) + \hat{j}(-3-2) + \hat{k}(1-2)\} \\
 &= (3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) \cdot (7\hat{i} - 5\hat{j} - \hat{k}) \\
 &= 21 - 10 - 1 = 10.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ডানপক্ষ} &= (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C} = (3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) \times (\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) \cdot \vec{C} \\
 &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix} \vec{C} \\
 &= \{(\hat{i}(-6-2) + \hat{j}(1+9) + \hat{k}(6-2)) \cdot \vec{C} \\
 &= (-8\hat{i} + 10\hat{j} + 4\hat{k}) \cdot (\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) \\
 &= (-8 + 10 + 8) \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

সুতরাং বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১১। একটি ত্রিভুজের স্থানাঙ্ক $P(1, 3, 2)$, $Q(2, -1, 1)$, $R(-1, 2, 3)$ । ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned}
 \vec{PQ} &= (2-1)\hat{i} + (-1-3)\hat{j} + (1-2)\hat{k} \\
 &= \hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{PR} &= (-1-1)\hat{i} + (2-3)\hat{j} + (3-2)\hat{k} \\
 &= -2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}
 \end{aligned}$$

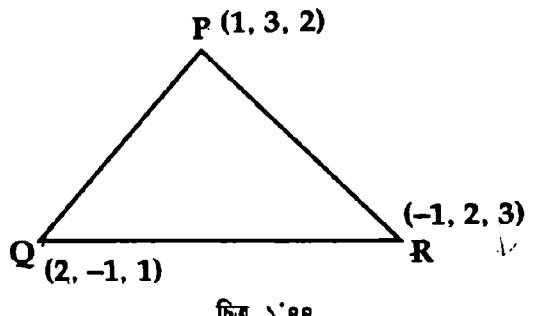
$$\begin{aligned}
 \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} |\vec{PQ} \times \vec{PR}| \\
 &= \frac{1}{2} (\hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k}) \times (-2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \\
 &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -4 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} \{(-4-1)\hat{i} + (2-1)\hat{j} + (-1-8)\hat{k}\} \\
 &= \frac{1}{2} |(-5\hat{i} + \hat{j} - 9\hat{k})| \\
 &= \frac{1}{2} \sqrt{(-5)^2 + (1)^2 + (-9)^2} \\
 &= \frac{1}{2} \sqrt{107}
 \end{aligned}$$

১২। $\vec{P} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ গেটেরহয় একটি সামান্যরিকের দুটি সন্তুষ্টিত বাহু নির্দেশ করলে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [ব. বো. ২০০৩]

সামান্যরিকের ক্ষেত্রফল = $|\vec{P} \times \vec{Q}|$

$$\begin{aligned}
 \vec{P} \times \vec{Q} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix} \\
 &= \hat{i}(4+2) + \hat{j}(2+4) + \hat{k}(-8+8) \\
 &= 6\hat{i} + 6\hat{j} + 0\hat{k}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\vec{P} \times \vec{Q}| &= \sqrt{6^2 + 6^2 + 0^2} \\
 &= \sqrt{36+36} = \sqrt{72} \\
 &= 8.49 \text{ একক}
 \end{aligned}$$



চিত্র ১.৪৪

৩১। একটি কণার উপর $\vec{F} = (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ N}$ বল প্ৰয়োগে কণাটির $\vec{r} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \text{ m}$ সৱল হয়। বল
কৃতক সম্পাদিত কাজের পৰিমাণ নিৰ্ণয় কৰ। [ব. বো. ২০০৩]

আমুৱা জানি,

$$\begin{aligned} W &= \vec{F} \cdot \vec{r} \\ &= (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) \cdot (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \\ &= 12 - 6 - 2 \\ &= 4 \text{ Joule} \end{aligned}$$

এখনে,

$$\begin{aligned} \vec{F} &= (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ N} \\ \vec{r} &= (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \text{ m} \\ W &=? \end{aligned}$$

৩২। তেষ্টৰ পথতিতে প্ৰমাণ কৰ যে, একটি রাস্বসেৱ কৰ্ণহয় পৰস্পৰেৱ উপৰ লম্ব।

OQRP একটি রাস্বস এবং OR ও QP রাস্বসেৱ কৰ্ণ। প্ৰমাণ কৰতে হবে OR ও QP পৰস্পৰ লম্ব।

চিত্ৰে OQR ত্ৰিভুজেৱ

$$\vec{OR} = \vec{OQ} + \vec{QP} = \vec{B} + \vec{A} = \vec{A} + \vec{B}$$

আবাৱ, OQP ত্ৰিভুজেৱ

$$\vec{OQ} + \vec{QP} = \vec{OP}$$

$$\text{বা, } \vec{B} + \vec{QP} = \vec{A}$$

$$\text{বা, } \vec{QP} = \vec{A} - \vec{B}$$

$$\text{এখন, } \vec{OR} \cdot \vec{QP} = (\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} - \vec{B})$$

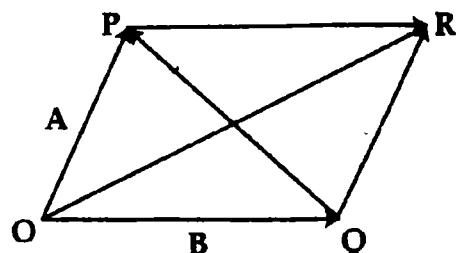
$$= A^2 - B^2 = 0 \quad [\because \text{ৱৰ্ষসেৱ সকল বাহু সমান}]$$

অতএব, OR ও QP পৰস্পৰেৱ উপৰ লম্ব। (প্ৰমাণিত)

৩৩। অবস্থান তেষ্টৰ $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ -কে ব্যৱকলন কৰে কিভাৱে বেগ ও তুলণ পাওয়া যায় ?

চিত্ৰ ১৪৫

[ব. বো. ২০০২; ঢা. বো. ২০০১]



এখনে, অবস্থান তেষ্টৰ $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

আমুৱা জানি, অতি ক্ষুদ্ৰ সময়ে r -এৱে পৰিবৰ্তনেৱ হাৱকে বেগ বলা হয়। সুতৰাং

$$\text{বেগ, } \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

অতি ক্ষুদ্ৰ সময়ে v -এৱে পৰিবৰ্তনেৱ হাৱকে তুলণ বলা হয়।

$$\text{সুতৰাং তুলণ, } \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$= \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k} \right)$$

$$= \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$$

৩৪। দুটি তেষ্টৰ, $\vec{A} = \hat{i}t^2 - \hat{j}t + (2t+1)\hat{k}$ ও $\vec{B} = 5\hat{i}t + \hat{j}t - \hat{k}t^3$ হলে $\frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \vec{B})$ ও
 $\frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B})$ নিৰ্ণয় কৰ। [ব. বো. ২০০৫; কু. বো. ২০০৮]

$$\begin{aligned} \text{প্ৰান্তিকীয়ালী, } \vec{A} \cdot \vec{B} &= (\hat{i}t^2 - \hat{j}t + (2t+1)\hat{k}) \cdot (5\hat{i}t + \hat{j}t - \hat{k}t^3) \\ &= 5t^3 - t^2 - (2t+1)t^3 \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = 15t^2 - 2t - (6t^3 + 3t^2) = -6t^3 + 12t^2 - 2t$$

$$\begin{aligned} \text{পুনরায়, } \vec{A} \times \vec{B} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ t^2 & -t & (2t+1) \\ 5t & t & -t^3 \end{vmatrix} \\ &= \hat{i} \begin{vmatrix} -t & (2t+1) \\ t & -t^3 \end{vmatrix} - \hat{j} \begin{vmatrix} t^2 & (2t+1) \\ 5t & -t^3 \end{vmatrix} + \hat{k} \begin{vmatrix} t^2 & -t \\ 5t & t \end{vmatrix} \\ &= \hat{i} (t^4 - 2t^2 - t) - \hat{j} (-t^5 - 10t^2 - 5t) + \hat{k} (t^3 + 5t^2) \\ \frac{d}{dt} (\vec{A} \times \vec{B}) &= \hat{i} (4t^3 - 4t - 1) + \hat{j} (5t^4 + 20t + 5) + \hat{k} (3t^2 + 10t) \end{aligned}$$

৩৫। একই সময়ে একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি ডেটেরের মান সমান। দেখাও যে, এদের সম্মিলিত ডেটের দুটির
মধ্যবর্তী কোণকে সমদিখভিত্তি করে। [চ. বো. ২০০৫]

প্রশ্নানুসারে একই সময়ে একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত ডেটেরদুয়ের মান সমান।

ধরি, ডেটেরদুয়ে \vec{P} ও \vec{Q} এবং এদের মধ্যবর্তী কোণ α । এদের সম্মিলিত R , \vec{P} এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে ক্রিয়া করলে,
আমরা পাই,

$$\tan \theta = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } \tan \theta &= \frac{Q \sin \alpha}{Q + Q \cos \alpha} \\ &= \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \\ &= \frac{2 \sin \alpha / 2 \cos \alpha / 2}{2 \cos^2 \alpha / 2} \\ &= \tan \alpha / 2 \end{aligned}$$

$$P = Q$$

$$\therefore \theta = \alpha / 2$$

অর্থাৎ ডেটেরদুয়ের সম্মিলিত ডেটেরদুয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমদিখভিত্তি করে।

প্রশ্নামালা

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন :

১। স্কেলার রাশি ও ডেটের রাশি বলতে কি বুঝ ?

[চ. বো. ২০০২ ; কু. বো. ২০০১]

২। সমরেখ ডেটের এবং বিসদৃশ ডেটের কাকে বলে ?

[চ. বো. ২০০৪]

৩। একক ডেটের ব্যাখ্যা কর।

[চ. বো. ২০০৪]

৪। ত্রিকোণিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় অবস্থান ডেটের ব্যাখ্যা কর।

[চ. বো. ২০০৪]

৫। একক ডেটের কাকে বলে ?

[চ. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০৪, ২০০৩]

৬। অবস্থান ডেটের কাকে বলে ?

[চ. বো. ২০০৩ ; রা. বো. ২০০৩]

৭। সীমাবদ্ধ ডেটের কাকে বলে ?

[রা. বো. ২০০৩]

৮। ব্যাসার্ধ ডেটের কাকে বলে ?

[রা. বো. ২০০৩ ; সি. বো. ২০০৩]

৯। আয়ত একক ডেটের কাকে বলে ?

[ব. বো. ২০০৩]

১০। ডেটের রাশির বিভাজন কাকে বলে ?

[ব. বো. ২০০২]

১১। ডেটের রাশির ত্রিভুজের সূত্রটি বিবৃত কর।

১২। ডেটের রাশির সামান্যরিকের সূত্রটি বিবৃত কর। [চ. বো. ২০০০ ; য. বো. ২০০১ ; রা. বো. ২০০১ ; ব. বো. ২০০৪]

১৩। সংজ্ঞা লিখ ৪

বইঘর কম

অবস্থান ভেট্টের

[জ. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৫ ; চ. বো. ২০০৫, ২০০৩ ; য. বো. ২০০৫, ২০০২ ;
ব. বো. ২০০১ ; রা. বো. ২০০৫, ২০০০]

নাল ভেট্টের

[চ. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০২]

আয়ত একক ভেট্টের

[রা. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৬ ; ব. বো. ২০০৩ ; ঢ. বো. ২০০১]

একক ভেট্টের

[ঢ. বো. ২০০৫ ; য. বো. ২০০৫, ২০০২ ; সি. বো. ২০০১]

স্বাধীন ভেট্টের

[য. বো. ২০০২]

১৪। ভেট্টের গুণন কাকে বলে ?

[য. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০৪]

১৫। দুটি ভেট্টেরের ক্ষেপার গুণন ও ভেট্টের গুণনের সংজ্ঞা দাও।

[ব. বো. ২০০২]

১৬। ব্যাবকলনীয় অপারেটর কি ?

১৭। ভেট্টের ডেরিভেটিভ কি ?

১৮। তিনটি ভেট্টেরের লম্বি কথন শূন্য হয় ?

রচনামূলক প্রশ্ন :

১। দুইটি সদিক রাশির ডট গুণন ও ক্রস গুণন চিত্রসহ ব্যাখ্যা কর।

[ব. বো. ২০০৫]

২। ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় একটি অবস্থান ভেট্টেরের রাশিমালা নির্ণয় কর। [ঢ. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০১]

৩। একক ভেট্টের ও অবস্থান ভেট্টেরের সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে, সমজাতীয় দুটি ভেট্টেরের লম্বির সর্বনিম্ন মান ভেট্টেরধর্মের মানের অন্তরফলের সমান। [সি. বো. ২০০৫]

৪। ভেট্টের রাশির ত্রিভুজ সূত্রটি বিবৃত কর। ত্রিভুজ সূত্র প্রয়োগ করে লম্বির মান নির্ণয় কর।

৫। ভেট্টের রাশির সামান্তরিক সূত্রটি বিবৃত কর। সামান্তরিকের সূত্র প্রয়োগ করে লম্বির মান নির্ণয় কর।

[ব. বো. ২০০৪ ; রা. বো. ২০০১ ; রা. বো. ২০০১ ; য. বো. ২০০১]

৬। দেখাও যে, একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি ভেট্টের রাশির লম্বির সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান যথাক্রমে রাশিধর্মের মানের যোগফল ও বিয়োগফলের সমান। [ব. বো. ২০০৬ ; ঢ. বো. ২০০৩ ; রা. বো. ২০০১ ; য. বো. ২০০৩ ; সি. বো. ২০০৩]

৭। ভেট্টের রাশির বিভাজন কাকে বলে ? কোন ভেট্টের রাশিকে যে কোন দুটি কোণে বিভাজিত করে বিশ্রিতাত্মকভাবে রাশিমালা বের কর। [সি. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০২]

অথবা, ভেট্টের বিভাজন বর্ণনা করে ভেট্টের রাশির অনুচ্ছমিক ও উচ্চম উপাংশ-এর মান নির্ণয় কর। [য. বো. ২০০৬]

৮। দুটি ভেট্টের রাশির ক্ষেপার ও ভেট্টের গুণন চিত্রসহ বর্ণনা কর। [ঢ. বো. ২০০২ ; চ. বো. ২০০৬ ; ২০০০ ;
কু. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০৪ ; সি. বো. ২০০৪]৯। দুটি ভেট্টের \vec{P} ও \vec{Q} , α কোণে আনত। এদের ক্ষেপার গুণন ও ভেট্টের গুণন চিত্রসহ ব্যাখ্যা কর।

[রা. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০৫ ; কু. বো. ২০০৪ , ২০০২]

১০। ভেট্টের বিয়োগের নিয়মটি ব্যাখ্যা কর।

[সি. বো. ২০০৩]

১১। $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ হলে প্রমাণ কর যে, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ।

১২। দেখাও যে, ভেট্টের রাশির যোগ বিনিময় ও সংযোজন সূত্র মেনে চলে।

১৩। দেখাও যে, দুটি ভেট্টের রাশির ভেট্টের গুণন বিনিময় সূত্র মানে না ; কিন্তু ক্ষেপার গুণন বিনিময় সূত্র মানে।

১৪। দেখাও যে, ভেট্টের গুণন বশ্টন সূত্র মেনে চলে।

১৫। যদি $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ এবং $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ হয়, তবে দেখাও যে,

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \quad [চ. বো. ২০০৩]$$

১৬। \vec{A}, \vec{B} এবং \vec{C} ভেট্টের রাশি হলে প্রমাণ কর যে, $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$ [কু. বো. ২০০১]

$$\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$$

১৭। প্রমাণ কর : $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$

১৮। যদি শূন্য ভেট্টের না হয়, তবে দেখাও যে দুটি ভেট্টের রাশির ডট গুণফল শূন্য হলে এরা পরস্পর লম্ব।

১৯। যদি শূন্য ভেট্টের না হয়, তবে দেখাও যে দুটি ভেট্টের রাশির ক্রস গুণফল শূন্য হলে তারা পরস্পর সমান্তরাল।

$$20। \text{প্রমাণ কর যে, } \vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C} \quad [চ. বো. ২০০৪]$$

২১। ভেট্টের ব্যবকলন ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০০৪]

গাণিতিক সমস্যাবলি :

১। দুটি দিক রাশির প্রত্যেকটির মান ৪ একক। তারা একই বিন্দুতে পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়া করে। তাদের জমির মান ও দিক নির্ণয় কর। [উ: ৪ একক, 60°]

২। বায়ু উভয় ও পূর্ব দিকের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত হচ্ছে। বেগের উভয় দিকের অংশক ঘণ্টায় 5 km এবং পূর্ব দিকের অংশক ঘণ্টায় 12 km। সম্পর্কের মান ও দিক নির্ণয় কর। [উ: 13 km/h, $67^\circ 30'$]

৩। দুটি ভেট্টের মান যথাক্রমে 10 এবং 15 একক। তারা পরস্পরের সাথে সমকোণে ক্রিয়া করে। এদের ভেট্টের গুণফলের মান বের কর। [উ: 50 একক]

৪। একটি বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশের মান যথাক্রমে 60 ms^{-1} ও 80 ms^{-1} । বেগটির মান কত? [উ: 100 ms^{-1}]

৫। দুটি কণা যথাক্রমে 12 ms^{-1} ও 20 ms^{-1} বেগে 120° কোণে ক্রিয়া করে কোন একটি বিন্দুকে অতিক্রম করে। 4s পরে তাদের মধ্যকার দূরত্ব কত হবে? [উ: 112 m একক]

৬। একটি বস্তু কণার বেগ 6 ms^{-1} । তার গতির সাথে 90° কোণে 2 ms^{-2} এর একটি ত্বরণ ক্রিয়া করে। 4s পর কণাটির বেগ ও সরণ কত হবে? [উ: 10 ms^{-1} ; 28.84 m]

৭। দুটি ভেট্টের রাশি, $\vec{P} = 8\hat{i} - 4\hat{j}$ এবং $\vec{Q} = \hat{j} - 4\hat{i}$ হলে, (i) $|\vec{P}|$, (ii) $|\vec{Q}|$, (iii) $|(\vec{P} + \vec{Q})|$, (iv) $|\vec{P} - \vec{Q}|$ এবং (v) $|\vec{P} \times \vec{Q}|$ কত? [উ: (i) $4\sqrt{5}$, (ii) $\sqrt{17}$, (iii) 5, (iv) 13 এবং (v) 8]

৮। $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ও $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ দুটি ভেট্টের রাশি।

(ক) \vec{A} ও \vec{B} এর মান নির্ণয় কর। (খ) $(2\vec{A} + 3\vec{B})$ এর মান নির্ণয় কর। [উ: (ক) 3, 7; (খ) $5\sqrt{21}$]

৯। P ও Q দুটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(4, -2, 1)$ ও $(3, 1, -2)$ । (ক) এদের অবস্থান ভেট্টের নির্ণয় কর; (খ) PQ ভেট্টের রাশি ও এর মান বের কর।

[উ: (ক) $4\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ ও $3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$; (খ) $\vec{PQ} = -\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}$ ও $|\vec{PQ}| = \sqrt{19}$]

১০। যদি $\vec{P} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ হয় তবে এদের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। [উ: 101.49°]

১১। $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ও $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ দুটি ভেট্টের রাশি। এদের স্কেলার গুণফল ও ভেট্টের গুণফলের মান নির্ণয় কর। [য. বো. ২০০০] [উ: $4, 5\sqrt{17}$]

১২। $\vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ হলে A ও B ভেট্টেরদ্বয়ের অন্তর্গত কোণের মান নির্ণয় কর।

[উ: 90°]

১৩। $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ও $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ দুটি ভেট্টের রাশি। এদের লম্ব অতিমুখে একটি একক ভেট্টের নির্ণয় কর। [য. বো. ২০০৮] [উ: $\pm \frac{\hat{i} - 10\hat{j} - 18\hat{k}}{5\sqrt{17}}$]

১৪। দুটি ভেট্টের $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ -এর ভেট্টের গুণফল এবং এদের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

[উ: 4; 98.69°]

১৫। দেখাও যে, $\vec{A} = 5\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ ভেট্টের দুটি পরস্পর লম্ব।

১৬। $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ হলে \vec{A} এবং \vec{B} -এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। [উ: 98.69°]

১৭। $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = -\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ হলে \vec{A} ও \vec{B} -এর মধ্যবর্তী কোণের সাইনের মান নির্ণয় কর। দেখাও যে, এরা পরস্পর লম্ব। [উ: $\alpha = 90^\circ$]

১৮। $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ও $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ দুটি ভেট্টের রাশি। \vec{A} -এর সমান্তরালে একটি একক ভেট্টের নির্ণয় কর। [উ: $\frac{2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}}{3}$]

১৯। যদি $\vec{A} = 9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$ হয়। তবে ভেট্টের \vec{B} -এর উপর \vec{A} -এর লম্ব অতিক্রে এবং \vec{A} -এর উপর \vec{B} -এর লম্ব অতিক্রেপ নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০৮] [উ: 0; 0]

২০। $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 5\hat{i} + 5\hat{j} + 5\hat{k}$ দুটি ভেট্টের রাশি। দেখাও যে এরা পরস্পর সমান্তরাল।

[সি. বো. ২০০৬ (মান ডিম্ব)]

২১। a -এর মান কত হলে $2\hat{i} + a\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ ভেটের রাশিদ্বৃটি পরস্পর লম্ব হবে? [উ: 3]

২২। $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$ দুটি দিক রাশি। \vec{A} ও \vec{B} এর ভেটের গুণন নির্ণয় কর এবং দেখাও যে এরা পরস্পর সমান্তরাল। [য. বো. ২০০২]

২৩। $\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ $\vec{B} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{C} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ হলে প্রমাণ কর যে,

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}.$$

২৪। $\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$ $\vec{B} = \hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$ হলে দেখাও যে, $(\vec{A} \times \vec{B}) + (\vec{B} \times \vec{A}) = 0$.

২৫। $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$; $\vec{B} = 4\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$; $\vec{C} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ হলে (i) $\vec{A} - \vec{B} + 2\vec{C}$ নির্ণয় কর।
[উ: $\hat{i} + 5\hat{j} - 5\hat{k}$]

২৬। $\vec{P} = 2\hat{i} + m\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 6\hat{i} - 3\hat{j} - 9\hat{k}$ পরস্পর সমান্তরাল হলে m -এর মান নির্ণয় কর।
[য. বো. ২০০৬] [উ: $m = -1$]

২৭। a -এর মান কত হলে $\vec{A} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}$ ও $\vec{B} = 2\hat{i} + a\hat{j} + 3\hat{k}$ ভেটেরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে।
[উ: $a = -5$]

২৮। একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু তিনটি $(2, 3, 1)$, $(1, 1, 3)$ এবং $(2, 2, 5)$ হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
[উ: $\frac{1}{2}\sqrt{53}$ বর্গ একক]

২৯। $\vec{A} = \hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ ও $B = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে \vec{B} বরাবর \vec{A} -এর অভিক্ষেপ বা অংশক নির্ণয় কর।
[উ: 4]

৩০। দেখাও যে, \vec{A} ও \vec{B} ভেটেরদ্বয় পরস্পর লম্ব হবে যদি, $|\vec{A} - \vec{B}| = |\vec{A} + \vec{B}|$ হয়।

৩১। প্রমাণ কর : $(\vec{A} \times \vec{B})^2 + (\vec{A} \cdot \vec{B})^2 = A^2 B^2$

৩২। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু দুটি যথাক্রমে $\vec{A} = \hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = -2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ।
সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
[উ: $\sqrt{107}$]

*৩৩। একজন লোক স্নোতাইন অবস্থায় 100 মিটার প্রশস্ত একটি নদী 4 মিনিটে সোজাসুজি সোতারিয়ে পাড় হতে
পারে। কিন্তু স্নোত থাকলে সে একই পথে 5 মিনিটে একে অতিক্রম করতে পারে। স্নোতের গতিবেগ বের কর।
[উ: 15 মিটার/মিনিট]

৩৪। দেওয়া আছে, $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$, $\vec{B} = -2\hat{j} + 5\hat{k}$ । \vec{A} ও \vec{B} একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে
সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
[উ: 26.25 একক]

৩৫। কোন কণার অবস্থান ভেটের, $r = 2t\hat{i} + 3t^2\hat{j}$ হলে কণাটির বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

[উ: $\vec{v} = 2\hat{i} + 6t\hat{j}$ এবং $\vec{a} = 6\hat{j}$]

৩৬। কোন কণার অবস্থান ভেটের $\hat{r} = [(3.0 \text{ ms}^{-1})t + 4.2 \text{ m}] \hat{i} + (5.3 \text{ ms}^{-1}) \hat{j}$ হলে বেগ ও নির্ণয় কর।
[য. বো. ২০০৮] [উ: $3.0 \text{ ms}^{-1} \hat{i}$]

৩৭। একটি কণার উপর $\vec{F} = (6\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) \text{ N}$ বল প্রয়োগে কণাটির $\hat{r} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) \text{ m}$ সরণ হয়। বল দ্বারা
সম্পাদিত কাজ কত? [চ. বো. ২০০৮] [উ: 10 Joule]

৩৮। একটি গতিশীল কণার কোন যন্ত্রের অবস্থান ভেটের $\vec{r} = \hat{i} \cos \omega t + \hat{j} \sin \omega t$ দ্বারা নির্দেশ করা যায়, এখানে
 ω একটি ধূবেক। কণাটির তাৎক্ষণিক বেগ \vec{v} ও ত্বরণ \vec{a} নির্ণয় কর এবং আরও দেখাও যে, $\vec{r} \times \vec{v} =$ একটি ধূবেক ভেটের।
[উ: $\vec{v} = \omega(-\hat{i} \sin \omega t + \hat{j} \cos \omega t)$; $\vec{a} = -\omega^2 \vec{r}$; $\vec{r} \times \vec{v} = \hat{k} \omega l$]



ରୈଥିକ ଗତି LINEAR MOTION

୨.୧ ବଲବିଦ୍ୟା Mechanics

ଆମରା ଆମାଦେର ଚାରଦିକେ ସେ ସମସ୍ତ ପଦାର୍ଥ ଦେଖିବାକୁ ପାଇ, ତାଦେର ମଧ୍ୟ କୋନଟି ଥିର, ଆବାର କୋନଟି ଗତିଶୀଳ । ପଦାର୍ଥବିଜ୍ଞାନେର ସେ ଶାଖାଯ ବସ୍ତୁର ସ୍ଥିତି ଓ ଗତି ବିଷୟେ ଆଲୋଚନା କରା ହୁଏ ତାକେ ବଲବିଦ୍ୟା ବଲେ । ଅନ୍ୟଭାବେ ବଲା ଯାଏ, ପଦାର୍ଥବିଜ୍ଞାନେର ସେ ଶାଖାଯ ପଦାର୍ଥର ଉପର ବଲେର କ୍ରିୟା ଆଲୋଚିତ ହୁଏ ତାକେ ବଲବିଦ୍ୟା ବଲେ । ବଲ ମେହିଁ ବ୍ୟାହିକ କାରଣ ଯା ଏକଟି ବସ୍ତୁର ଥିର ବା ଗତିଶୀଳ ଅବସ୍ଥାର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟାଯ ବା ଘଟାନୋର ଚେଷ୍ଟା କରେ । ବଲବିଦ୍ୟା ମୁଲ୍ତ ଦୁ'ପ୍ରକାର । ଯଥା—

୧। ସ୍ଥିତି ବିଦ୍ୟା (Statics) ଏବଂ ୨। ଗତିବିଦ୍ୟା (Dynamics) ।

୧। ସ୍ଥିତିବିଦ୍ୟା : ବଲବିଦ୍ୟାର ସେ ଶାଖାଯ ସ୍ଥିତିଶୀଳ ବସ୍ତୁର ଉପର ବଲେର କ୍ରିୟା ଆଲୋଚନା କରା ହୁଏ ତାକେ ସ୍ଥିତିବିଦ୍ୟା ବଲେ ।

୨। ଗତିବିଦ୍ୟା : ବଲବିଦ୍ୟାର ସେ ଶାଖାଯ ଗତିଶୀଳ ବସ୍ତୁର ଉପର ବଲେର କ୍ରିୟା ଆଲୋଚନା କରା ହୁଏ ତାକେ ଗତିବିଦ୍ୟା ବଲେ ।

ଗତିବିଦ୍ୟା ଆବାର ଦୁ'ପ୍ରକାର । ଯଥା—ସୃତିବିଦ୍ୟା (Kinematics) ଏବଂ ଚଲବିଦ୍ୟା (Kinetics) ।

ସୃତିବିଦ୍ୟା : ଗତିବିଦ୍ୟାର ସେ ଶାଖାଯ ଶୁଦ୍ଧୁମାତ୍ର ଗତିର ପ୍ରକୃତି ସମ୍ବାଦେ ଆଲୋଚନା କରା ହୁଏ ; କିନ୍ତୁ ଗତିର କାରଣ ଅନୁମତ୍ତାନ କରା ହୁଏ ନା, ତାକେ ସୃତିବିଦ୍ୟା ବଲେ ।

ଚଲବିଦ୍ୟା : ଗତିବିଦ୍ୟାର ସେ ଶାଖାଯ ଗତିର ପ୍ରକୃତି ଓ ଗତିର କାରଣ ଆଲୋଚନା କରା ହୁଏ ; ଅର୍ଥାତ୍ ବସ୍ତୁର ଗତିର ଉପର ପ୍ରୟୁକ୍ତ ବଲେର ପ୍ରଭାବ ଆଲୋଚନା କରା ହୁଏ, ତାକେ ଚଲବିଦ୍ୟା ବଲେ ।

ସମୟରେଖା ବରାବର ଚଲମାନ ବସ୍ତୁର ଗତିକେ ରୈଥିକ ଗତି ବା ଏକମାତ୍ରିକ ଗତି ବଲେ । ଏ ଅଧ୍ୟାଯେ ବସ୍ତୁର ରୈଥିକ ଗତି ସମ୍ବନ୍ଧେ ବିସ୍ତାରିତ ଆଲୋଚନା କରା ହବେ ।

୨.୨ ସ୍ଥିତି ଓ ଗତି

Rest and Motion

ସ୍ଥିତି : ସମୟେର ପରିବର୍ତ୍ତନେର ସାଥେ ସଥିନ କୋନ ବସ୍ତୁର ପାରିପାର୍ଶ୍ଵକେର ସାପେକ୍ଷେ ଶ୍ରୀଯ ଅବସ୍ଥାନେର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟେ ନା, ତଥା ଏର ଅବସ୍ଥାକେ ସ୍ଥିତି ବଲେ ଏବଂ ଏ ବସ୍ତୁକେ ଥିର ବସ୍ତୁ ବଲେ । ଯେମନ, ଘରବାଡ଼ି, ଗାହପାଳା ପ୍ରଭୃତି ଥିର ବସ୍ତୁ ।

ଗତି : ସମୟେର ପରିବର୍ତ୍ତନେର ସାଥେ ସଥିନ କୋନ ବସ୍ତୁର ପାରିପାର୍ଶ୍ଵକେର ସାପେକ୍ଷେ ଶ୍ରୀଯ ଅବସ୍ଥାନେର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟେ, ତଥା ଏର ଅବସ୍ଥାକେ ଗତି ବଲେ । ଏ ବସ୍ତୁକେ ଚଲି ବା ଗତିଶୀଳ ବସ୍ତୁ ବଲେ । ଯେମନ ଚଲନ୍ତ ମାନ୍ୟ, ଚଲନ୍ତ ଗାଡ଼ି ପ୍ରଭୃତି ଗତିଶୀଳ ବସ୍ତୁ ।

୨.୩ ଗତିର ପ୍ରକାରଙ୍ଗତେଦା

Kinds of motion

ଗତି ପୀଠ ଥକାରେ ହତେ ପାରେ ; ଯଥା—

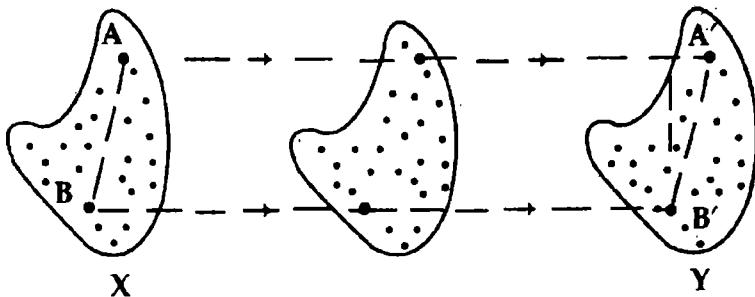
- (୧) ଚଲନ ଗତି (Translatory motion)
- (୨) ଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗତି (Rotatory motion)

বইঘর, কম

- (৩) চলন-সূৰ্ণন গতি বা জটিল গতি (Transla-rotatory motion)
 (৪) পৰ্যাবৃত্ত গতি (Periodic motion) এবং
 (৫) দোলন গতি (Vibratory motion)।

(১) চলন গতি : যদি কোন বস্তু এমনভাবে চলতে থাকে যে তাৱ প্ৰতিটি কণা একই দিকে সমান দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰে তবে তাৱ এই গতিকে চলন গতি বলে। যেমন একটি পাথৱকে কিছু উচু হতে মুক্তভাবে অতিকৰ্ষের টানে পড়তে দিলে তা খাড়া সৱলৱেখায় নিচের দিকে পড়তে থাকে। সুতৱাং পাথৱটিৱ গতি চলন গতি।

ধৰা যাক একটি দৃঢ় বস্তু চলন গতিতে X অবস্থান হতে Y অবস্থানে পৌছল [চিত্ৰ ২১]। X অবস্থানে এই বস্তুৰ উপৱ দুটি বিন্দু A ও B। Y অবস্থানে এই বিন্দু দুটিৰ অবস্থিতি A' ও B'। চলন গতিৰ সংজ্ঞানুসাৱে $AA' = BB'$ । আবাৱ বস্তু দৃঢ় বলে $AA' \parallel BB'$ । সুতৱাং, চলন গতিসম্পন্ন কোন বস্তুৰ যে কোন দুটি বিন্দু যোগ কৰে যে সৱলৱেখা পাওয়া যাবে, বস্তুটিৰ বিভিন্ন অবস্থিতিতে তাৱা পৱস্পৱেৱ সমান্তৱালে অবস্থান কৰবে।



চিত্ৰ ২১

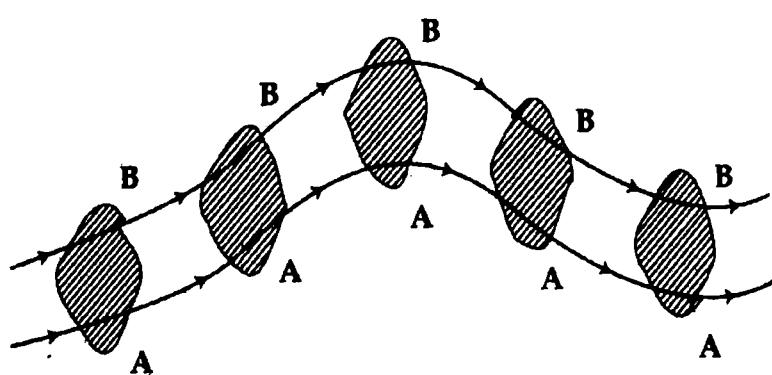
চলন গতি দুই প্ৰকাৱ ; যথা—

- (ক) সৱল চলন গতি বা ৰাষ্ট্ৰ গতি (Rectilinear motion) এবং

- (খ) বক্র চলন গতি (Curvilinear motion)।

(ক) সৱল চলন গতি : যখন কোন বস্তু সৱল পথে এমনভাবে চলতে থাকে যে তাৱ প্ৰতিটি কণা একই দিকে সমপৱিমাণ দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰে, তখন এই গতিকে সৱল চলন গতি বলে। সৱল চলন গতিবিশিষ্ট কোন একটি বস্তুৰ দুটি বিন্দু যোগ কৰে যে রেখা পাওয়া যায়, বস্তুটিৰ বিভিন্ন অবস্থানেৱ জন্য তাৱা পৱস্পৱ সমান্তৱাল থাকবে।

চিত্ৰ ২১-এ বস্তুটিৰ গতি সৱল চলন গতি হলে AA' ও BB' সমান ও সমান্তৱাল হবে। মুক্তভাবে পড়ত্ব অথবা সৱল পথ বৱাবৱ বস্তুৰ গতি সৱল চলন গতি।



চিত্ৰ ২২

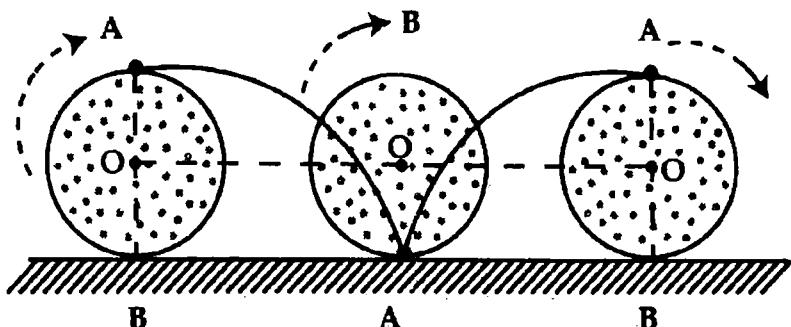
(খ) বক্র চলন গতি : চলন গতিসম্পন্ন বস্তু যদি বক্রপথে চলে, তবে বস্তুৰ এই গতিকে বক্র চলন গতি বলে। আৰাকাৰাকা বা বক্রপথে চলন্ত জীৱেৱ গতি বক্র চলন গতি।

২.২নং চিত্ৰে চলন গতিসম্পন্ন একটি দৃঢ় বস্তু বক্রপথে চলছে দেখানো হয়েছে। অতএব তাৱ গতি বক্র চলন গতি। এই গতিতে বস্তুৰ দুটি কণা A ও B-এৱ সংযোগকাৰী রেখা তাৱ বিভিন্ন অবস্থিতিতে পৱস্পৱ সমান্তৱাল ও একই অভিযুক্তি হবে।

(২) সূৰ্ণন গতি : যখন কোন বস্তু একটি নিৰ্দিষ্ট বিন্দু বা অক্ষেৱ চাৱদিকে চক্ৰাকাৰে পৱিত্ৰমণ কৰে, তখন তাৱ গতিকে সূৰ্ণন গতি বলে। যেমন— বৈদ্যুতিক পাখাৱ গতি, ঘড়িৱ কাটাৱ গতি ইত্যাদি।

(৩) ଚଲନ-ଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗତି ବା ଜଟିଲ ଗତି : ସବୁ କୋନ ବସ୍ତୁର ଚଲନ ଓ ଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗତି ମୁହଁଇ ଥାକେ, ତଥବା ତାର ଗତିକେ ଚଲନ-ଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗତି ବଲେ।

ଏହି ଗତିକେ ଜଟିଲ ବା ଯିଶ୍ର ଗତି ଓ ବଲେ। ଯେମନ ଗରୁର ଗାଡ଼ିର ଚାକାର ଗତି, ମାଇକ୍ରୋଲେର ଚାକାର ଗତି ଇତ୍ୟାଦି ଚଲାର ସମୟ ତାର ଚାକା ଚଲନ ଓ ଘୂର୍ଣ୍ଣ—ଏହି ଦୁଇ ଗତିଇ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରେ [ଚିତ୍ର ୨୩]।



ଚିତ୍ର ୨୩

(୪) ପର୍ଯ୍ୟାୟକାଳ ଗତି : ସବୁ କୋନ ବସ୍ତୁ ଏକଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ପର ପର ଏହି ପଥ ପରିଭ୍ରମଣ କରେ ବାର ବାର ଏହି ଦିକେ ଚଲତେ ଥାକେ, ତଥବା ତାର ଗତିକେ ପର୍ଯ୍ୟାୟକାଳ ଗତି ବଲେ ଏବଂ ଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟକେ ଉତ୍ତର ଗତିର ପର୍ଯ୍ୟାୟକାଳ ଗତି ବଲେ। ଯେମନ ପୃଥିବୀ ୩୬୫ ଦିନେ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଚାରଦିକେ ଏକବାର ପ୍ରଦର୍ଶିତ କରେ। ସୁତରାଂ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଚାରଦିକେ ପୃଥିବୀର ଗତି ପର୍ଯ୍ୟାୟକାଳ ଗତି ଏବଂ ଏହି ଗତିର ପର୍ଯ୍ୟାୟକାଳ ୩୬୫ ଦିନ। ଘଡ଼ିର କୌଟାର ଗତି, ଗାଡ଼ିର ସିଦିଭାରେ ପିସ୍ଟନ୍ରେ ଗତି ଇତ୍ୟାଦିଓ ପର୍ଯ୍ୟାୟକାଳ ଗତିର ଉଦାହରଣ।

(୫) ଦୋଳନ ଗତି : ସବୁ କୋନ ବସ୍ତୁ ଏକଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ଅନ୍ତର ଅନ୍ତର ବିପରୀତମୁଖୀ ହୁଏ ବା ଏଦିକ-ଓଦିକ ଦୋଳ ଦେଇ, ତଥବା ତାର ଗତିକେ ଦୋଳନ ଗତି ବଲେ। ଯେମନ ଦେଯାଳ ଘଡ଼ିର ଦୋଳକଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ପର ପର ତାର ସ୍ଥିତିଶୀଳ ଅବସ୍ଥାର ଡାନେ ଓ ବାମେ ଦୋଳ ଦେଇ। ଅତଏବ ଦେଯାଳ ଘଡ଼ିର ଗତି ଦୋଳନ ଗତି।

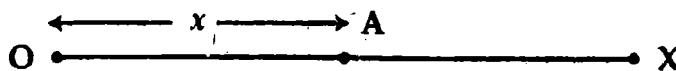
୨.୪ ପ୍ରସଙ୍ଗ ବିନ୍ଦୁ ଓ ପ୍ରସଙ୍ଗ କାଠାମୋ

Reference point and reference frame

ସବୁ ଆମରା ବଣି, ଏକଟି ବସ୍ତୁ ଥିର ବା ଗତିଶୀଳ, ତଥବା ବୁଝାତେ ହବେ କୋନ ଦ୍ୱିତୀୟ ବସ୍ତୁର ସାପେକ୍ଷେ ପ୍ରଥମ ବସ୍ତୁଟି ଥିର ଆଛେ ଅଥବା ଏଇ ଅବସ୍ଥାନେର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହଛେ। କୋନ ବସ୍ତୁର ଅବସ୍ଥାନ ଅପର ଏକଟି ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ବସ୍ତୁର ସାପେକ୍ଷେ ଜ୍ଞାନତେ ହଲେ ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ବସ୍ତୁର ସଙ୍ଗେ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତିର ପଦ୍ଧତି ଅନୁଯାୟୀ ଗଠିତ ଏକଟି ସ୍ଥାନାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥା (co-ordinate system) ମ୍ୟାଜିକ ଆହେ ଧରେ ନିତେ ହୁଏ। ଏକେ ପ୍ରସଙ୍ଗ ବା ନିର୍ଦ୍ଦେଶ କାଠାମୋ (Reference frame) ବଲେ। ସୁତରାଂ ବଣା ଯାଉ, ଯେ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥାର ସାହାଯ୍ୟେ ବସ୍ତୁର ଅବସ୍ଥାନ ନିର୍ଣ୍ୟ କରା ହୁଏ ତାକେ ପ୍ରସଙ୍ଗ କାଠାମୋ ବଲେ। ପ୍ରସଙ୍ଗ କାଠାମୋର ଯେ ବିନ୍ଦୁର ସାପେକ୍ଷେ ବସ୍ତୁର ଅବସ୍ଥାନ ନିର୍ଣ୍ୟ କରା ହୁଏ ତାକେ ପ୍ରସଙ୍ଗ ବିନ୍ଦୁ (Reference point) ବଲେ।

ତିନି ଧରନେର ପ୍ରସଙ୍ଗ କାଠାମୋ ରଖେଛେ। ଯଥା—(୧) ଏକମାତ୍ରିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ କାଠାମୋ, (୨) ଦ୍ୱିମାତ୍ରିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ କାଠାମୋ ଏବଂ (୩) ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ କାଠାମୋ।

(୧) ଏକମାତ୍ରିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ କାଠାମୋ (One dimensional reference frame) : ମନେ କରି ଏକଟି କଣ ଏକଟି ସରଳରେଖା OX -ବରାବର ଗତିଶୀଳ। ବିଭିନ୍ନ ସମୟେ କଣାଟିର ଅବସ୍ଥାନ ଏକଟି ବିନ୍ଦୁ ସାପେକ୍ଷେ ନିର୍ଣ୍ୟ କରାଯାଇଥାଏ ହୁଏ ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ସାପେକ୍ଷେ କଣାଟିର ଅବସ୍ଥାନ ନିର୍ଣ୍ୟ କରା ହୁଏ, ତାକେ ପ୍ରସଙ୍ଗ ବିନ୍ଦୁ ବା ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ବିନ୍ଦୁ ବଲେ। ଚିତ୍ରେ O -କେ ପ୍ରସଙ୍ଗ ବିନ୍ଦୁ ଧରେ ନେଇଥାଏ ହୁଏଛି।



ଚିତ୍ର ୨୪

OX ସରଳରେଖାକେ X -ଅକ୍ଷ ବଣା ହୁଏ। ପ୍ରସଙ୍ଗ ବିନ୍ଦୁ O ଏବଂ X -ଅକ୍ଷ ନିଯେ ଗଠିତ ହୁଏଛେ ଏକଟି ଏକମାତ୍ରିକ କାଠାମୋ। ଏ କାଠାମୋର ସାହାଯ୍ୟେ କଣାଟି ଯେ-କୋନ ସମୟେର ଅବସ୍ଥାନ ନିର୍ଣ୍ୟ କରା ହୁଏ [ଚିତ୍ର ୨୪]।

বইয়ের কথা

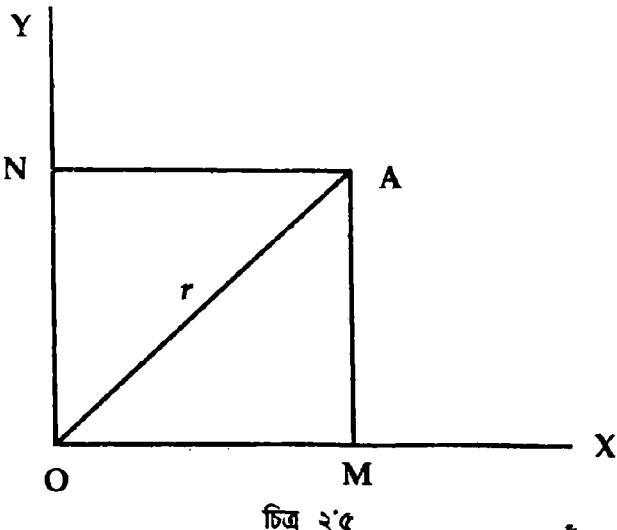
মনে কৰি একটি নির্দিষ্ট সময়ে কণাটি A অবস্থানে আছে। উক্ত সময়ে O বিন্দু হতে কণাটির দূরত্ব $= OA = x$ । কণাটি স্থিতিশীল হলে x-এর একটিমাত্র মান থাকবে। আর কণাটি গতিশীল হলে x-এর মান বিভিন্ন হবে। এখানে x-কে স্থানাঙ্ক বলা হয়। একটিমাত্র স্থানাঙ্ক দ্বারা কণাটির অবস্থান নির্দেশিত হওয়ায় কণাটি একমাত্রিক স্থানে অবস্থিত। যে বস্তুর বিভিন্ন কণার অবস্থান একটিমাত্র স্থানাঙ্ক দ্বারা নির্দেশ কৰা হয় তাকে একমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

মুক্তভাবে পড়স্ত একটি বস্তুর গতি আলোচনা করলে দেখা যাবে বিভিন্ন সময়ে বস্তুর অবস্থান বিভিন্ন হবে। এর গতি একটি একমাত্রিক কাঠামো দ্বারা প্রকাশ কৰা যাবে। যে বিন্দু হতে বস্তুটি পড়তে শুরু কৰে তাকে প্রসঙ্গ বিন্দু বলে এবং এর গতিপথ X-অক্ষ ধৰা হবে।

উদাহরণ : একটি দীর্ঘ সরু দণ্ড, একটি দীর্ঘ সরু সূতা, ঝুলন্ত সূতা ইত্যাদি একমাত্রিক বস্তু ভাবা যায়।

(২) দ্বিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো (Two dimensional reference frame) : মনে কৰি একটি কণা একটি সমতলে অবস্থিত। ধৰি কণাটি গতিশীল। সেজন্য বিভিন্ন সময়ে এর অবস্থান বিভিন্ন হবে। এর অবস্থান সূচিত কৰার লক্ষ্যে পরস্পর দুটি লম্বিক সরলরেখার দরকার। চিত্রে OX ও OY এরূপ দুটি সরলরেখা। এই দুটি সরলরেখা পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। অতএব O হল প্রসঙ্গ বিন্দু বা মূল বিন্দু (reference or origin)। এখানে OX-কে X অক্ষ ও OY-কে Y অক্ষ বলা হয়। প্রসঙ্গ বিন্দু এবং অক্ষ দুটি মিলে একটি কাঠামো তৈরি হয়েছে। এর নাম দ্বিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো। [চিত্র ২.৫]।

মনে কৰি একটি নির্দিষ্ট সময়ে একটি কণা A অবস্থানে আছে। A হতে OX-এর উপর AM এবং OY-এর উপর AN লম্ব টানি। তা হলে $OM = AN = x$; $AM = ON = y$ । এখানে A-এর অবস্থান x ও y দুটি স্থানাঙ্ক দ্বারা সূচিত হয়েছে। সোজা কথায় বলা যায় A হল একটি মাত্র বিন্দু যার স্থানাঙ্ক x ও y। অতএব কোন একটি বস্তুর বিভিন্ন কণার দুটি স্থানাঙ্ক থাকলে উক্ত বস্তুটিকে দ্বিমাত্রিক বস্তু বলে। OA যুক্ত কৰি। $OA = r$ হলে উক্ত রেখার উপর C, D, E, F ইত্যাদি অনেক বিন্দু থাকবে O হতে যাদের দূরত্ব $= r$ হবে।



চিত্র ২.৫

উদাহরণ : ফুটবল খেলার মাঠে একটি গতিশীল ফুটবল দ্বিমাত্রিক স্থানে দৌড়াচ্ছে। পাতলা কাগজ, পাতলা ধাতব পাত ইত্যাদি দ্বিমাত্রিক বস্তু।

(৩) ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো (Three dimensional reference frame) : মনে কৰি বায়ু ভর্তি কামৰার মধ্যে একটি কণা অবস্থিত। কণাটির অবস্থান নির্দেশ কৰার জন্যে পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত তিনটি সরলরেখায় দরকার। ধৰি সরলরেখা তিনটি যথাক্রমে OX, OY এবং OZ। সরলরেখা তিনটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ কৰেছে। অতএব O বিন্দু হল মূল বিন্দু বা প্রসঙ্গ বিন্দু। এখানে OX-কে X অক্ষ, OY-কে Y অক্ষ এবং OZ-কে Z অক্ষ বলা হয়। মূল বিন্দু O এবং তিনটি অক্ষ মিলে যে কাঠামো তৈরি হয়েছে তার নাম ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ। [চিত্র ২.৬]।

ମନେ କରି କୋଣ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟେ କଣାଟି A ଅବସ୍ଥାନେ ଆହେ । A ହତେ XY ତଳେର ଉପର AQ ଲମ୍ବ ଟାନି । Q ହତେ OX-ଏର ଉପର QR ଏବଂ OY-ଏର ଉପର QT ଲମ୍ବ ଟାନି । A ହତେ OZ-ଏର ଉପର AS ଲମ୍ବ ଟାନି ।

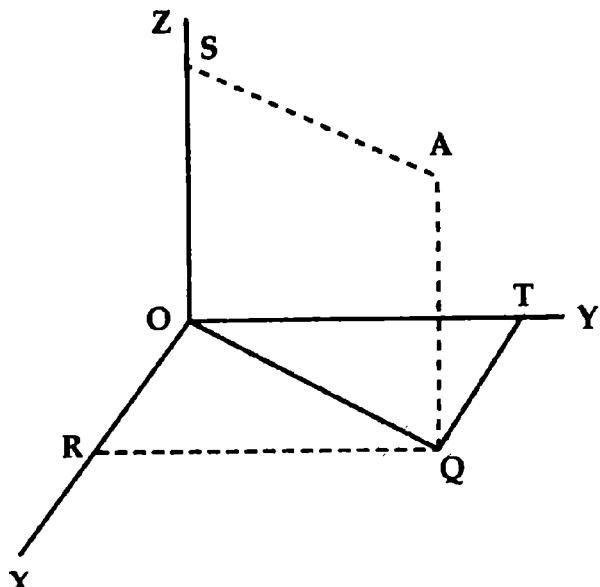
ତାହାଲେ $OR = QT = x$

$OT = RQ = y$

ଏବଂ $OS = AQ = z$

ଏଥାନେ A-ଏର ଅବସ୍ଥାନ x, y ଏବଂ z ଏଇ ତିନଟି ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଦାରା ନିର୍ଦ୍ଦେଶ କରା ହୁଯେଛେ । ମୂଳ ବିଳୁ O ଏବଂ ଏଇ ତିନଟି ସ୍ଥାନାଙ୍କସହ ଏଇ କାଠାମୋକେ ତ୍ରିମାତ୍ରିକ କାଠାମୋ ବଲେ । କୋଣ ଏକଟି ବସ୍ତୁର ବିଭିନ୍ନ କଣା ଏଇ କାଠାମୋର ଅବସ୍ଥାନ କରଲେ ବସ୍ତୁଟିକେ ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ବସ୍ତୁ ବଲେ ।

ଉଦ୍ଦାହରଣ : ଟେବିଲ, ଚେଯାର, ଇଟ, ପାଥର ଇତ୍ୟାଦି ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ବସ୍ତୁ ।



ଚିତ୍ର ୨୬

୨.୫ ଗତି ସଂକାନ୍ତ କର୍ମକଟି ପ୍ରଯୋଜନୀୟ ରାଶି

Some important terms relating to motion

(i) ଦୂରତ୍ତ (Distance) : କୋଣ ଗତିଶୀଳ ବସ୍ତୁର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟେ ଅଭିକାନ୍ତ ପଥେର ଦୈର୍ଘ୍ୟକେ ଦୂରତ୍ତ ବଲେ ।

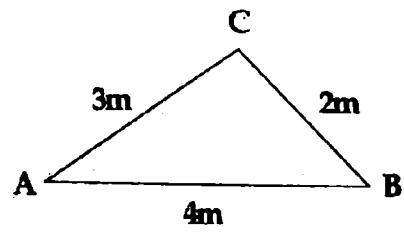
ବ୍ୟାଖ୍ୟା : ମନେ କରି ଏକଟି ବସ୍ତୁ A ଅବସ୍ଥାନ ହତେ B ଅବସ୍ଥାନେ ଗେଲ । ଚିତ୍ର ୨.୭-ଏ ବସ୍ତୁଟିକେ A ହତେ B ବିଳୁତେ ସେତେ ଦୂଟି ପଥ ଦେଖାନ ହୁଯେଛେ । ପ୍ରଥମ ପଥଟି ସରାସରି A ଥେକେ B-ତେ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ପଥଟି ACB ପଥ । ପ୍ରଥମ କ୍ଷେତ୍ରେ ଦୂରତ୍ତ = 4m ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ କ୍ଷେତ୍ରେ ଦୂରତ୍ତ = 3m + 2m = 5m

ଦୂରତ୍ତ ଏକଟି କ୍ଷେତ୍ରାଲ ରାଶି ।

ଏକକ : ଏମ. କେ. ଏସ. (MKS) ବା ଏସ. ଆଇ.

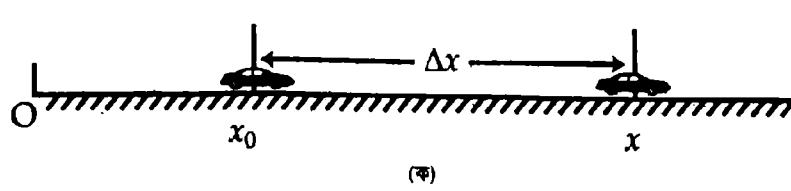
(SI) ପଦ୍ଧତିତେ ଦୂରତ୍ତର ଏକକ ମିଟର (metre ସଂକ୍ଷିପ୍ତେ m) ।

ଦୂରତ୍ତର ମାତ୍ରା : $[L]$ ।



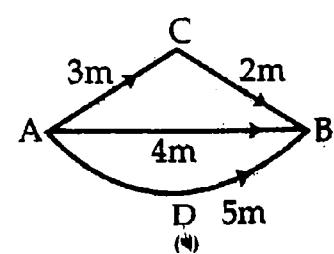
ଚିତ୍ର ୨୭

(ii) ସରଣ (Displacement) : ଏକଟି ବସ୍ତୁର ଗତି ବର୍ଣ୍ଣନା କରାର ଅନ୍ୟ ବସ୍ତୁଟିର ସକଳ ସମୟେର ଅବସ୍ଥାନ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ କରା ଅପରିହାର୍ୟ । ଚିତ୍ର ୨୮ (କ)-ଏ ଏକଟି ଗାଡ଼ିକେ ଏକମାତ୍ରିକ କାଠାମୋତେ ସରଳ ପଥେ ଗତିଶୀଳ ଦେଖାନ ହୁଯେଛେ ।



ଚିତ୍ର ୨୮

ଧରା ଯାକ ଗାଡ଼ିଟିର ଆଦି ଅବସ୍ଥାନ ଡେଟାର \vec{x}_0 । \vec{x}_0 -ଏର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସୁବିଧାମତ ଏକଟି ମୂଳବିଳୁ O ଥେକେ ଧରା ହୁଯେଛେ । ପରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣ ଏକ ସମୟ t-ଏ ଗାଡ଼ିଟି ନତୁନ ଅବସ୍ଥାନେ ପୌଛେଛେ ଯାର ଅବସ୍ଥାନ ଡେଟାର \vec{x} । ଗାଡ଼ିଟିର ସରଣ $\vec{\Delta x}$ (ଡେଲଟା



x ‘বা’ x -এর পরিবর্তন পড়তে হবে) গাড়িটির আদি ও শেষ অবস্থান হতে অঙ্কন করা হয়েছে। এটি একটি ভেটের কেননা এর মান গাড়িটির আদি ও শেষ অবস্থানের মধ্যবর্তী দূরত্বের সমান এবং এর দিক গাড়িটির গতির দিকে।

চিত্র থেকে \vec{x} এবং \vec{x}_0 এর সঙ্গে সরণ $\vec{\Delta x}$ -এর সম্পর্ক নিম্নরূপ :

$$\vec{x}_0 + \vec{\Delta x} = \vec{x}$$

$$\text{বা } \vec{x} - \vec{x}_0 = \vec{\Delta x} \quad (1)$$

অতএব সরণ $\vec{\Delta x}$ হল \vec{x} এবং \vec{x}_0 -এর মধ্যে পার্থক্য। উল্লেখ্য গ্রীক অক্ষর ডেল্টা (Δ) যে কোন দৃটি রাশির পার্থক্য নির্দেশ করে।

সংজ্ঞা : কোন বস্তুর সরণ একটি ভেটের যার মান বস্তুটির গতিগতের শেষ এবং আদি অবস্থানের মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব এবং দিক হল আদি থেকে শেষ অবস্থানের দিক।

চিত্র ২.৮ (খ)-এ একটি বস্তুকে A অবস্থান হতে যাত্রা করে B অবস্থানে বিভিন্ন পথে যাওয়ার অবস্থা দেখান হয়েছে। সকল ক্ষেত্রেই বস্তুটির সরণ = \vec{AB} এবং সরণের মান = 4 m।

সরণ এবং দূরত্ব এক নয়। চিত্র ২.৮ (খ)-এ AB পথে দূরত্ব 4 m, ACB পথে 5 m এবং ADB পথে 5 m; কিন্তু সরণের মান ন্যূনতম দূরত্ব অর্থাৎ 4 m।

সমীকরণ (1) ভেটেরনূপে লেখা যায়,

$$\Delta x^i = x^i - x_0^i$$

এখানে i হল X অক্ষ বরাবর একক ভেটের। সাধারণত একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে i ব্যবহার না করলেও ক্ষতি নেই; শুধুমাত্র রাশির উপর ভেটের চিহ্ন দিলেই চলে।

সরণ যদি বিপরীত দিকে হয় তবে খণ্ডাক্ষে চিহ্ন ছারা প্রকাশ করা হয়। যেমন $\Delta \vec{x} = 50 \text{ m}$ এবং $\Delta \vec{x} = -50 \text{ m}$ । দুটিই সমান মানের সরণ প্রকাশ করে; কিন্তু একটির দিক অপরটির বিপরীত। অর্থাৎ একটি যদি পূর্ব দিকে গতিশীল হয় তবে অপরটি পশ্চিম দিকে হবে।

সরণের একক : এম. কে. এস. ও এস. আই. পদ্ধতিতে সরণের একক হল মিটার (m)।

সরণের মাত্রা সমীকরণ : [সরণ] = [L]।

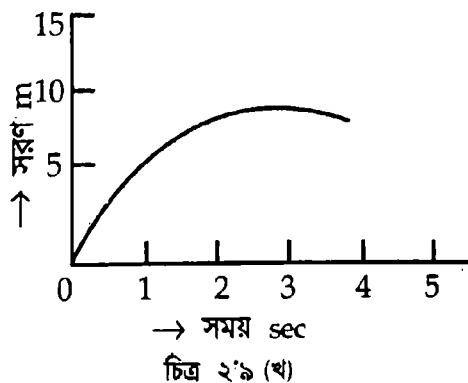
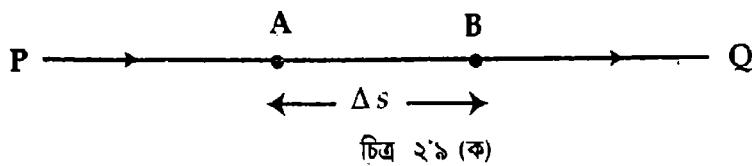
(iii) দ্রুতি (Speed) : সাধারণভাবে, কোন বস্তু একক সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে দ্রুতি বলা হয়। তবে প্রকৃত অর্থে দ্রুতি জানতে হলে গড় দ্রুতি কাকে বলে জানা দরকার।

গড় দ্রুতি (Average speed) : কোন বস্তু কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব এবং মোট ব্যয়িত সময়ের ভাগফলকে গড় দ্রুতি বলে।

ব্যাখ্যা : মনে করি কোন একটি গতিশীল বস্তু মোট সময় t -এ মোট দূরত্ব s অতিক্রম করল,

$$\text{গড় দ্রুতি } \bar{v} = \frac{\text{মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{মোট ব্যয়িত সময়}} = \frac{s}{t}$$

তাংকণিক দ্রুতি বা দ্রুতি (Instantaneous speed or speed) : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সঙ্গে বস্তুর দূরত্বের পরিবর্তনের হারকে তাংকণিক দ্রুতি বা দ্রুতি বলে।



ব্যাখ্যা : মনে করি সরল পথে গতিশীল একটি বস্তু t সময়ে অবস্থান A এবং $(t + \Delta t)$ সময় পর এর অবস্থান B [চিত্র ২৯ (ক)]।

এখানে Δt অতি ক্ষুদ্র সময়। ধরি $AB =$ ক্ষুদ্র দূরত্ব Δs । অর্থাৎ অতি ক্ষুদ্র সময় Δt -এ বস্তুটি অতি ক্ষুদ্র দূরত্ব Δs অতিক্রম করছে।

$$\text{গড় দ্রুতি } \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

এখানে Δt আরও ক্ষুদ্র হলে, অর্থাৎ $\Delta t'$ শূন্যের কাছাকাছি হলে Δs -ও ক্ষুদ্র হবে। সেক্ষেত্রে B বিন্দুর অবস্থান A বিন্দুর খুবই কাছাকাছি হবে। এ অবস্থায় $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ বস্তুর তাংকণিক দ্রুতি নির্দেশ করবে।

$$\text{তাংকণিক দ্রুতি}, v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

$\frac{ds}{dt}$ -কে বলা হয় সময় সাপেক্ষে দূরত্বের ব্যবকলন (derivative of s with respect to t)।

$$\text{অতএব}, v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

সূতরাং, দ্রুতির প্রকৃত সংজ্ঞা হ'বে—সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে গড় দ্রুতির সীমান্তিক মান (limiting value) দ্রুতির সমান।

দ্রুতির শুধু মান আছে, কিন্তু দিক নেই। অতএব দ্রুতি একটি ক্ষেপার রাশি।

দ্রুতির একক : এম. কে. এস. ও এস. আই. পদ্ধতিতে দ্রুতির একক মিটার/সেকেন্ড ($m s^{-1}$)

দ্রুতি সাধারণত দুই প্রকার ; যথা-(ক) সমদ্রুতি (uniform speed)-এবং (খ) অসম দ্রুতি (variable speed)।

(ক) সমদ্রুতি : দ্রুতির মান যদি সবসময় ধ্রুব ধাকে তবে তাকে সমদ্রুতি বলে। বস্তু সমদ্রুতিতে চললে গড় দ্রুতি ও দ্রুতি একই হয়।

(খ) অসম দ্রুতি : দ্রুতির মান পরিবর্তনশীল হলে অর্থাৎ বিভিন্ন সময়ে বিভিন্ন মানের হলে তাকে অসম দ্রুতি বলে।

(iv) বেগ (velocity) : দ্রুতি দ্বারা গতিশীল বস্তুটির অবস্থান পরিবর্তনের কোন দিক বুঝা যায় না। অর্থাৎ বস্তুটি উভয়ের যাচ্ছে না পূর্বে যাচ্ছে, বা গতিপথে কোন দিক পরিবর্তন করেছে কিনা কিছুই জানা যায় না। শুধুমাত্র পরিমাণ জানা যায়। সূতরাং অবস্থান পরিবর্তনের হার এবং দিক উভয়ই জানার জন্য অপর একটি রাশি ব্যবহার করা

হয়, যার নাম বেগ। বেগের সংজ্ঞা দেয়াৰ পূৰ্বে গড়বেগ আলোচনা কৰা যাক, কেননা আমৱা গড়বেগেৰ সাহায্যে তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ সংজ্ঞায়িত কৰা হবে।

গড় বেগ (Average velocity) : যে কোন সময় ব্যবধানে কোন বস্তুৰ মোট সৱণকে ঐ সময় ব্যবধান দিয়ে ভাগ কৰলে যে রাশি পাওয়া যায় তাকেই বস্তুটিৰ গড় বেগ বলে।

ব্যাখ্যা : মনে কৰি Δt সময় ব্যবধানে একটি বস্তুৰ মোট সৱণ \vec{r}

$$\text{গড় বেগ}, \overline{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

যদি বস্তুটিৰ গতি একমাত্ৰিক হয় এবং বস্তুটি X-অক্ষ বৰাবৰ গতিশীল হয়, সেক্ষেত্ৰে বেগেৰ একটিমাত্ৰ উপাংশ থাকে। উপাংশটি হবে—

$$\overrightarrow{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \hat{i}$$

$$[\because \text{একমাত্ৰিক কাঠামোতে } \vec{r} = x \hat{i}]$$

$$\text{এবং গড় বেগেৰ মান } \overline{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

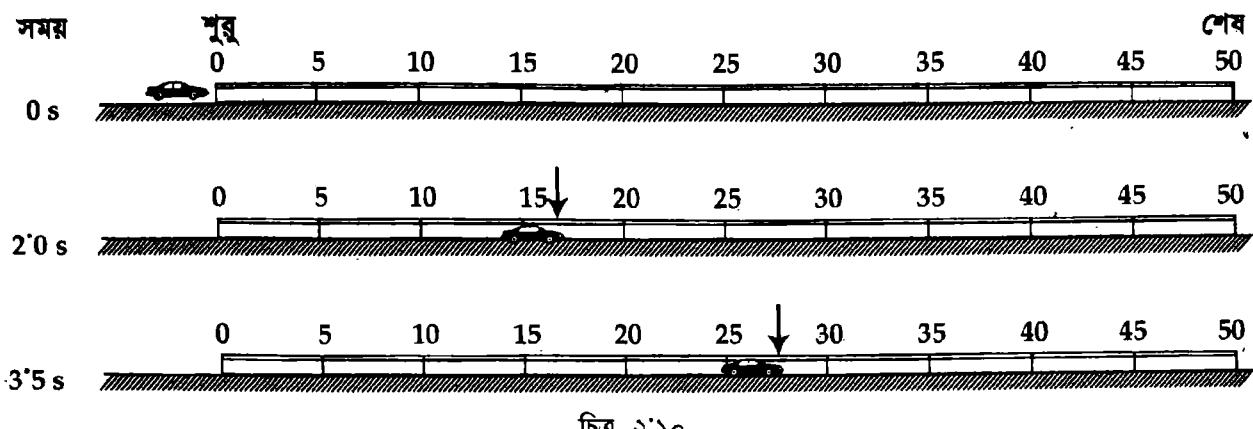
তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ (Instantaneous velocity or velocity) : সময়েৰ ব্যবধান শূন্যেৰ কাছাকাছি হলে বস্তুৰ সৱণেৰ হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ বলা হয়। তাৎক্ষণিক বেগ বলতে কোন বস্তুৰ বিশেষ মুহূৰ্তেৰ বেগ বুৰায়। কোন বস্তুৰ তাৎক্ষণিক বেগ নিৰ্ণয় কৰতে হলে যে মুহূৰ্তেৰ বেগ নিৰ্ণয় কৰতে হবে ঠিক তাৰ পূৰ্ববৰ্তী এবং পৰবৰ্তী মুহূৰ্তে বস্তুটিৰ অবস্থান জানা প্ৰয়োজন। পূৰ্ববৰ্তী এবং পৰবৰ্তী মুহূৰ্ত বা সময়েৰ ব্যবধান অবশ্যই অত্যন্ত ক্ষুদ্ৰ হতে হবে (প্ৰায় শূন্যেৰ কাছাকাছি)।

ব্যাখ্যা : ধৰা যাক একটি মোটৱ গাড়ি ৪ ঘণ্টায় 160 km দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰছে। সূতৰাং গাড়িটিৰ গড় দুতি (average speed) হবে $160 \text{ km}/4 \text{ hr} = 40 \text{ km/hr}$ । তবে এটা স্বাভাৱিক নয় যে গাড়িটি সারাক্ষণ একই দিকে 40 km/hr স্থিৰ দুতিতে চলেছে। কখনও রাস্তা ফাঁকা পেয়ে গাড়িৰ দুতি বাঢ়ানো হয়েছে। আবাৰ কখনও যানজটেৰ কারণে বা পথচাৰীকে পাৱাপাৱেৰ সুযোগ দিতে বা অন্য কোন গাড়িকে আগে পাওয়াৰ সুযোগ দিতে গতি কমাতে হয়েছে। রাস্তাও যে একেবাৱে সৱল পথে ছিল তাও নয়। কোথাও ডানে আবাৰ কোথাও বায়ে বাঁক নিতে হয়েছে। অৰ্ধাৎ দিকেৱও পৱিবৰ্তন হয়েছে। এখন এ পথ যাত্ৰার সম্পূৰ্ণ ধাৰণা পেতে হলে গাড়িটিৰ প্ৰতিটি মুহূৰ্তেৰ দুতি ও দিক অৰ্ধাৎ তাৎক্ষণিক বেগ জানা দৱকাৰ। তাৎক্ষণিক বেগেৰ ও দুতিৰ পৱিপূৰ্ণ ধাৰণা পাওয়াৰ জন্য নিম্নে একটি উদাহৰণ দেওয়া হল।

ধৰা যাক একটি মোটৱ গাড়ি সৱল পথে স্থিৰ অবস্থা থেকে সংজ্ঞেত পাওয়াৰ সঙ্গে সঙ্গে অসমত্বৱে পঞ্চম দিক থেকে পূৰ্ব দিকে 50 মিটাৰ পথ অতিক্ৰম কৰাৰ জন্য চলা শুৰু কৰল [চিত্ৰ ২'১০] এবং 5 সেকেন্ডে নিৰ্দিষ্ট পথ অতিক্ৰম কৰল। সূতৰাং এক্ষেত্ৰে গাড়িৰ গড় বেগ $50 \text{ m}/5\text{s} = 10 \text{ ms}^{-1}$ হবে।

এই 5 সেকেন্ডেৰ মধ্যে গাড়িৰ বেগ পৱিবৰ্তনেৰ সম্পূৰ্ণ চিত্ৰ পাওয়াৰ জন্য গাড়িৰ চলাৰ শুৰু থেকে শেষ পৰ্যন্ত ধৰা যাক প্ৰতি 0.5 সেকেন্ড পৱপৱ গাড়িৰ অবস্থানেৰ আলোকচিত্ৰ প্ৰহণ কৰা হল।

গাড়িটি যেহেতু বৈদিক বা একদিকে চলছে সুতরাং বিভিন্ন সময়ে গাড়ির অবস্থানকে x -অক্ষ দ্বারা নির্দেশ রতে পারি।



উপরের চিত্রে বিভিন্ন সময়ে গাড়ির অবস্থান x -এর মান লিপিবন্ধ করা হয়েছে।

সারণি ১ : বিভিন্ন সময়ে গাড়ির অবস্থান এবং দূরতি।

t (s)	x (m)	Δx (m)	$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \bar{v}$ (m/s)
0.0	0.0	{ 3.0	$\frac{3.0}{0.5} = 6$
0.5	3.0	{ 4.0	$\frac{4.0}{0.5} = 8$
1.0	7.0	{ 4.5	$\frac{4.5}{0.5} = 9$
1.5	11.5	{ 4.0	$\frac{4.0}{0.5} = 8$
2.0	15.5	{ 3.5	$\frac{3.5}{0.5} = 7$
2.5	19.0	{ 4.0	$\frac{4.0}{0.5} = 8$
3.0	23.0	{ 5.0	$\frac{5.0}{0.5} = 10$
3.5	28.0	{ 6.0	$\frac{6.0}{0.5} = 12$
4.0	34.0	{ 7.5	$\frac{7.5}{0.5} = 15$
4.5	41.5	{ 8.5	$\frac{8.5}{0.5} = 17$
5.0	50.0		

সারণী শৃঙ্খল করলে দেখা যাবে সে গাড়ি যখন সময় $t = 0$, গাড়ির অবস্থান (x) 0 m , পরবর্তী 0.5 s পরে গাড়ির অবস্থান $x = 3\text{ m}$ সুতরাং এ সময়ে গাড়ির গড় বেগ হবে,

$$\vec{v}_x = \frac{\overrightarrow{\Delta x}}{\Delta t} = \frac{\text{অবস্থানের পরিবর্তন}}{\text{পরিবর্তনে ব্যয়িত সময়}} = \frac{3\text{ m} - 0\text{ m}}{0.5\text{ s} - 0\text{ s}} = \frac{3\text{ m}}{0.5\text{ s}} = 6\text{ ms}^{-1}$$

বৈধিক গতি

বইয়ের কম

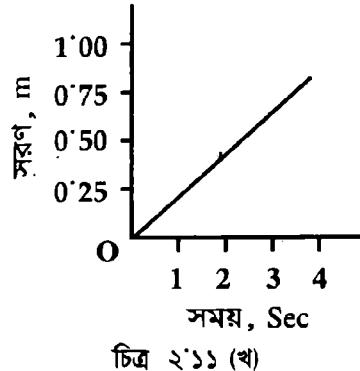
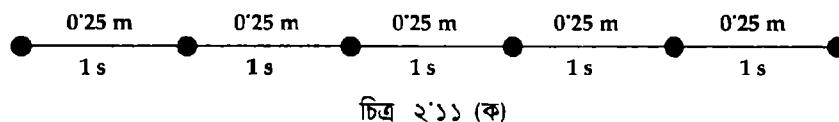
দুটি বস্তু যদি কোন বিন্দু হতে পরস্পরের সাথে α কোণ উৎপন্ন করে v_0 এবং v সমবেগে চলতে থাকে, তবে v বেগে গতিশীল বস্তুর সাপেক্ষে v_0 বেগে গতিশীল বস্তুর আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করতে হলে v -এর সমান ও বিপরীত একটি বেগ নিয়ে v_0 এবং এই নতুন বেগ দ্বারা একটি সামান্তরিক অঙ্কন করতে হবে। অঙ্কিত সামান্তরিকের কৰ্ণ দ্বারাই নির্ণেয় আপেক্ষিক বেগের মান ও দিক নির্দেশ করা যাবে।

বেগের মান ও দিক দুই-ই আছে। সুতরাং, বেগ একটি ভেট্টের রাশি।

বেগ দুই প্রকার; যথা—(ক) সমবেগ (Uniform velocity) এবং (খ) অসমবেগ (Variable velocity)।

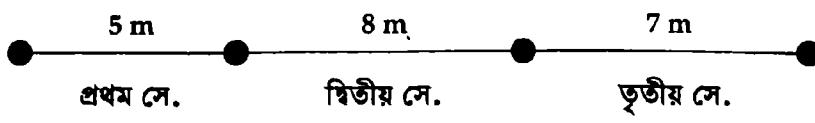
(ক) সমবেগ : যদি বেগ সব সময় ধূব থাকে তবে তাকে সমবেগ বলে। কাজেই সমবেগসম্মত বস্তুর বেগের মান ও দিক সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে এবং বস্তুর উপর বলের লক্ষ্য শূন্য।

ব্যাখ্যা : ২.১১ (ক) নং চিত্রে পাঁচটি বিন্দু দ্বারা 1 সেকেন্ড পর পর কোন একটি সরলরেখা বরাবর একই দিকে গতিশীল একটি বস্তুর অবস্থান প্রকাশ করা হয়েছে। এখানে পর পর দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.25m । গতি অনুসারে বস্তুটি একই অভিযুক্তি প্রতি সেকেন্ড 0.25m দূরত্ব অতিক্রম করছে এবং সময়ে সমান পথ অতিক্রম করছে। কাজেই বস্তুর এ বেগ সমবেগ এবং সমবেগের মান 0.25 ms^{-1} । ২.১১ (খ) নং চিত্রে সরণ বনাম সময় লেখচিত্র দ্বারা সমবেগ দেখান হয়েছে।

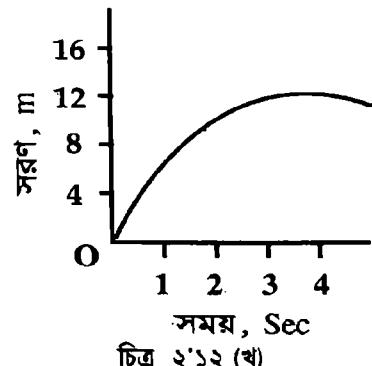


(খ) অসম বেগ : যদি ভিন্ন ভিন্ন সময়ে বস্তুর বেগ ভিন্ন ভিন্ন হয় তবে তাকে অসম বেগ বলে। কাজেই সময়ের সাথে সরণের হারের মান অথবা দিক অথবা উভয়েই পরিবর্তিত হলে ঐ সরণের হারই অসম বেগ।

ব্যাখ্যা : ধরি, একটি গতিশীল বস্তু কোন একটি দিকে প্রথম সেকেন্ডে 5m , দ্বিতীয় সেকেন্ডে 8m এবং তৃতীয় সেকেন্ডে 7m পথ অতিক্রম করল [চিত্র ২.১২ (ক)]। এখানে বস্তু সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করছে না। সুতরাং বস্তুর এই বেগ অসম বেগ। অসম বেগের লেখচিত্র ২.১২ (খ)-এ দেখান হয়েছে।



চিত্র ২.১২ (ক)



একটি বস্তুর সমবেগ 5 m/s । উক্তিটির অর্থ বস্তুটি একটি নির্দিষ্ট দিকে প্রতি সেকেন্ডে 5m দূরত্ব অতিক্রম করে চলছে।

২.৯ নং চিত্রানুযায়ী বস্তুটি যদি P বিন্দু হতে Q বিন্দু হয়ে R বিন্দুতে যেতে সর্বমোট 5 সেকেন্ড সময় যুক্ত করে তবে P হতে R অভিযুক্তি বস্তুটির সমবেগের মান, $\bar{v} = \frac{\text{সরণ}}{\text{সময়}} = 1 \text{ m/s}$ হলে বস্তুটি উক্ত সময়ে P হতে R -এ পৌছবে।

ত্বরণ (Acceleration) : যখনই কোন বস্তুর বেগের পরিবর্তন ঘটে, আমরা বলি বস্তুটি ত্বরিত হয়েছে। বস্তুর ত্বরণ পরিবর্তনশীল বেগ অর্থাৎ সময়ের সাথে বস্তুটির বেগের হার নির্দেশ করার জন্য যে রাশি ব্যবহার করা হয়

তাই ত্বরণ। সাধাৰণভাৱে বস্তুৰ বেগ পরিবৰ্তনৰ হারকে ত্বরণ বলে। ত্বরণৰ সংজ্ঞা দেওয়াৰ পূৰ্বে আমোৱা গড় ত্বরণ সংজ্ঞায়িত ও আলোচনা কৰিব।

গড় ত্বরণ (Average acceleration) : কোন একটি গতিশীল বস্তুৰ বেগেৰ পরিবৰ্তন এবং ঐ পরিবৰ্তনৰ জন্য ব্যয়িত সময়েৰ ভাগফলকে গড় ত্বরণ বলে।

ব্যাখ্যা : মনে কৰি t_0 সময়ে কোন একটি বস্তুৰ বেগ \vec{v}_0 এবং পৰবৰ্তী t সময়ে বস্তুটিৰ বেগ \vec{v} । এখানে সময়েৰ পরিবৰ্তন বা ব্যবধান হ'ল $t - t_0 = \Delta t$ এবং বেগেৰ পরিবৰ্তন $\vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{\Delta v}$

অতএব সংজ্ঞানুসৰে বস্তুটিৰ গড় ত্বরণ,

$$\overline{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0} = \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t}$$

একমাত্ৰিক গতি X-অক্ষ বৰাবৰ হলে গড় ত্বরণ হবে,

$$\overline{a_x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \hat{i}$$

এৱে মান হবে,

$$\overline{a_x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

তাৎক্ষণিক ত্বরণ বা ত্বরণ (Instantaneous acceleration or acceleration) : কোন একটি গতিশীল বস্তুৰ সময় ব্যবধান শূন্যেৰ কাছাকাছি হলে বেগ পরিবৰ্তনৰ হারকে তাৎক্ষণিক ত্বরণ বা সংক্ষেপে ত্বরণ বলে।

ব্যাখ্যা : ধৰা যাক, অত্যন্ত অল্প সময়ে Δt -এ কোন বস্তুৰ বেগ পরিবৰ্তন Δv হয়। তাহলে Δv -কে Δt দ্বাৰা ভাগ কৰলে তাৎক্ষণিক বেগ পাওয়া যায়। বস্তুটিৰ বেগেৰ পরিবৰ্তনকে যে খুবই স্বল্প সময়ে এ পরিবৰ্তন ঘটেছে তা দিয়ে ভাগ দিলে তাৎক্ষণিক ত্বরণ পাওয়া যায়।

অতএব, তাৎক্ষণিক ত্বরণ $\overline{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t}$

সময়েৰ ব্যবধান Δt এত ক্ষুদ্ৰ হতে হবে (প্রায় শূন্যেৰ কাছাকাছি) যেন ত্বরণৰ পরিবৰ্তন ঐ সময় ব্যবধানেৰ মধ্যে খুবই সামান্য হয়।

সুতৰাং, কোন বিন্দুতে তাৎক্ষণিক ত্বরণ

$$\overline{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{\vec{dv}}{dt}$$

আবাৰ $\overline{a} = \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t}$

$$\overline{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \overline{a}$$

সুতৰাং, তাৎক্ষণিক ত্বরণ বা ত্বরণৰ সংজ্ঞা নিম্নৰূপ :

সময় ব্যবধান শূন্যেৰ কাছাকাছি হলে, গড় ত্বরণৰ সীমান্তিক মান ত্বরণৰ সমান।

ত্বরণৰ মান হবে,

$$a = \left| \frac{d \vec{v}}{dt} \right|$$

উল্লেখ্য, কোন বিন্দুতে তাৎক্ষণিক ত্বরণ এই বিন্দুতে বস্তুটিৰ বেগেৰ সম্পৰ্ক বৰাবৰ হবে।

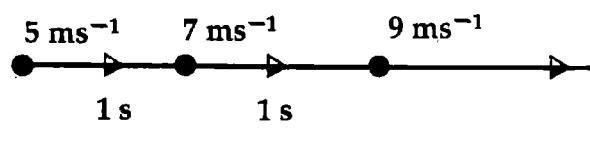
বইঘর কম

ত্বরণ দুই প্রকার। যথা—(ক) সমত্বরণ (uniform acceleration) ও (খ) অসমত্বরণ (variable acceleration)।

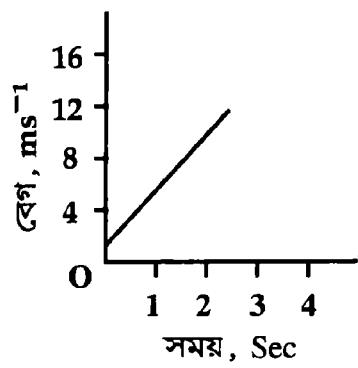
(ক) সমত্বরণ : ত্বরণ যদি সব সময় ধূব হয় তবে তাকে সমত্বরণ বলে। অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে পড়স্ত বস্তুর ত্বরণ সমত্বরণ। সমত্বরণশীল বস্তুতে সমবল ক্রিয়া করে। সমত্বরণে ত্বরণের মান ও দিক উভয়ই ধূব থাকে।

২.১৩ (ক) চিত্রে একটি সরলরেখা বরাবর বস্তুর পর পর সেকেন্ডের বেগ দেখিয়ে তার ত্বরণের প্রকৃতি নির্দেশ করা হয়েছে। ২.১৩ (খ) চিত্রে লেখচিত্রের সাহায্যে সমত্বরণ দেখানো হয়েছে। এখানে সমত্বরণের মান 2ms^{-2} । সমত্বরণের ক্ষেত্রে লেখচিত্র সরলরেখা এবং ঢাল সর্বত্র সমান্তর হয়।

একটি বস্তুর সমত্বরণ 10 ms^{-2} -এ উক্তি দ্বারা বুঝা যায় একই দিকে বস্তুর বেগ প্রতি সেকেন্ডেই 10 ms^{-1} বৃদ্ধি পাচ্ছে।



(ক) সমত্বরণ

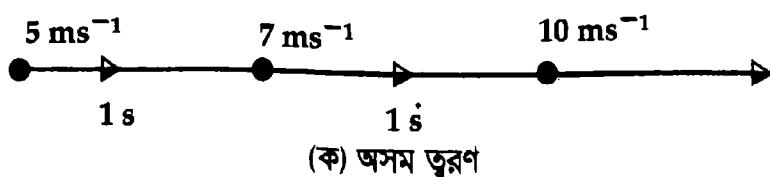


(খ) সমত্বরণ

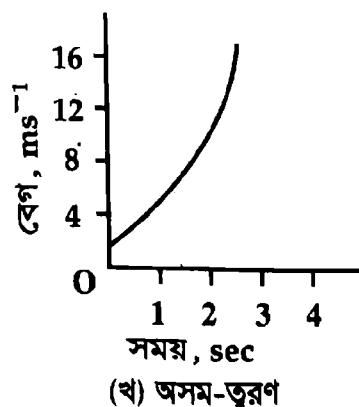
চিত্র ২.১৩

অসম ত্বরণ : সময়ের সাথে যখন ত্বরণ তিন্ন-তিন্ন হয় তাকে অসম ত্বরণ বলে। ত্বরণের মান ও দিক, কিংবা মান অথবা দিক পরিবর্তনের জন্য অসম ত্বরণ সৃষ্টি হতে পারে। বাস, ট্রেন, মোটরগাড়ি ইত্যাদির ত্বরণ অসম ত্বরণের উদাহরণ। এক কথায় গতিশীল প্রায় বস্তুর ত্বরণই অসম ত্বরণ।

২.১৪ (ক) ও (খ) চিত্রে যথাক্রমে সরলরেখা ও লেখচিত্র দ্বারা অসম ত্বরণ দেখান হয়েছে। লেখচিত্রে বিভিন্ন বিন্দুতে ঢাল ভিন্ন ভিন্ন হয়।



(ক) অসম ত্বরণ



(খ) অসম ত্বরণ

চিত্র ২.১৪

ত্বরণের একক : আমরা জানি, ত্বরণ $\frac{\text{বেগ}}{\text{সময়}}$: বর্গের এস. আই. একক মিটার / সেকেন্ড এবং সময়ের একক সেকেন্ড।

সূতরাং ত্বরণের একক : $\frac{\text{মিটার/সেকেন্ড}}{\text{সেকেন্ড}} = \frac{\text{মিটার}}{\text{সেকেন্ড}^2} = \text{ms}^{-2}$

তুরণের মাত্রা সমীকৰণ : তুরণ = $\frac{\text{বেগ}}{\text{সময়}}$ । বেগের মাত্রা LT^{-1} এবং সময়ের মাত্রা T ।

$$\text{সুতৰাং, তুরণের মাত্রা} = \frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2}$$

$$\text{তুরণের মাত্রা সমীকৰণ, } [\text{তুরণ}] = [LT^{-2}]$$

মন্দন (Retardation) : কোন গতিশীল বস্তুর বেগ পরিবর্তনের হার ধনাত্মক ও ঋণাত্মক হতে পারে। বেগ পরিবর্তনের হার ধনাত্মক হলে তাকে তুরণ এবং ঋণাত্মক হলে তাকে মন্দন বলে। অর্থাৎ, ঋণাত্মক তুরণকে মন্দন বলে। বস্তুর বেগ এক সেকেন্ডে যতটুকু হ্রাস পায় তাও দ্বারা মন্দন পরিমাপ করা হয়।

মন্দনের একক ও মাত্রা সমীকৰণ তুরণের অনুরূপ।

[বিঃ দ্রঃ : এই বই-এ দ্রুতি, বেগ ও তুরণ বলতে আমরা তাৎক্ষণিক দ্রুতি, তাৎক্ষণিক বেগ ও তাৎক্ষণিক তুরণ বুঝাব।]

২.৬ বেগ ও তুরণের মধ্যে পার্থক্য

Difference between velocity and acceleration

বেগ ও তুরণ দুটি পৃথক রাশি। এদের মধ্যে নিম্নলিখিত পার্থক্য রয়েছে :

বেগ	তুরণ
১। সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বস্তুর সরণের হারকে বেগ বলে।	১। সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বেগ বৃদ্ধির হারকে তুরণ বলে।
৩। এম. কে. এস. ও আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে এর একক মিটার/সে. (ms^{-1})।	৩। এম. কে. এস. ও আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে এর একক মিটার/সে. ² (ms^{-2})।
৪। এর মাত্রা সমীকৰণ = $[LT^{-1}]$	৪। এর মাত্রা সমীকৰণ = $[LT^{-2}]$ ।
৫। গতিশীল বস্তুর উপর বল ক্রিয়া না করলে এটি সরলরেখায় সমবেগে চলে।	৫। গতিশীল বস্তুর উপর বল ক্রিয়া না করলে এর তুরণ থাকবে না।

২.৭ গতির সমীকৰণ

Equations of motion

পূর্বের অনুচ্ছেদে দূরত্ব, সরণ, বেগ, তুরণ ইত্যাদি রাশিগুলো সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে। এই রাশিগুলো প্রস্তর সম্পর্কযুক্ত। এগুলোকে কয়েকটি সমীকৰণের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়। এই সমীকৰণগুলোকে গতির সমীকৰণ বলে। সমীকৰণগুলো নিম্নে আলোচিত হল।

একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে বস্তু সরলরেখায় গতিশীল থাকে, তাই গতির সঙ্গে সংশ্লিষ্ট রাশিগুলো যেমন সরণ, বেগ, তুরণ ইত্যাদির একটি মাত্র উপাংশ থাকে (X -অক্ষ বরাবর গতিশীল হলে শুধুমাত্র X -উপাংশ থাকবে। Y ও Z উপাংশ শূন্য হবে।) নিম্নে রৈখিক গতির সমীকৰণগুলো প্রতিপাদন করার সময় বস্তুটি X -অক্ষ বরাবর গতিশীল ধরা হবে। সেক্ষেত্রে গতি সংক্রান্ত রশির প্রতীকগুলোর সঙ্গে অক্ষ নির্দেশক পদাংক ব্যবহার না করলেও চলে। তাই সাধারণভাবে বেগ v_x কে v এবং a_x কে a দ্বারা প্রকাশ করা হবে।

[বিঃ দ্রঃ : একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে যেহেতু একটি বস্তু নির্দিষ্ট দিকে গতিশীল থাকে, তাই সরণ ও দূরত্ব, বেগ ও বেগের মান তথা দ্রুতি, তুরণ ও তুরণের মান একই অর্থ বহন করে।]

(ক) প্রথম সমীকরণ—(i) সমবেগে গতিশীল বস্তুর দূরত্বের সমীকরণ ($s = vt$) বা, $x = x_0 + v_x t$:
মনে করি একটি বস্তু v সমবেগে চলছে।

সমবেগের সংজ্ঞা হতে আমরা পাই,

$$\text{বস্তুর } 1 \text{ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব} = v \times 1$$

$$\text{সুতরাং } " t " " " = v \times t$$

এই t সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব s দ্বারা সূচিত করলে আমরা পাই,

$$s = v \times t \quad (2)$$

$$\text{অর্থাৎ দূরত্ব} = \text{সমবেগ} \times \text{সময়}$$

X -অক্ষ বরাবর গতিশীল বস্তুর আদি অবস্থান x_0 এবং শেষ অবস্থান x হলে,

$$s = x - x_0 \text{ হয়। সেক্ষেত্রে সমীকরণ (2)-কে লেখা যায়,}$$

$$x - x_0 = vt$$

$$\text{বা, } x = x_0 + vt \quad 2(a)$$

ক্যালকুলাস পদ্ধতি : মনে করি একটি বস্তু নির্দিষ্ট দিকে সমবেগে গতিশীল।

ধরি, বস্তুটির সমবেগ = v

$$\text{আদি সরণ} = 0$$

$$t \text{ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব} = s$$

অতি শূন্য সময় dt সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব ds হলে

$$t + dt \text{ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব} = s + ds$$

আমরা জানি,

$$\text{বেগ, } v = \frac{ds}{dt}$$

$$\text{বা, } ds = v dt$$

(3)

যখন $t = 0$, তখন $s = 0$ এবং $t = t$ তখন $s = s$

সমীকরণ (3)-কে উল্লিখিত সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাওয়া যায়

$$\int_0^s ds = \int_0^t v dt$$

$$\text{বা, } \int_0^s ds = v \int_0^t dt \quad [\dots v \text{ ধ্রুবক }]$$

$$\text{বা, } s = v \times t \quad (4)$$

যদি বস্তুটি X -অক্ষের দিকে গতিশীল হয় এবং গতির শুরুতে অর্ধাত যখন $t = 0$, তখন $s = x_0$ এবং যখন $t = t$,
তখন $s = x$ এবং বেগ, $v = v_x$ হয়, তবে সমীকরণ (3)-কে উপরোক্ত সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাই,

$$\int_{x_0}^x ds = v_x \int_0^t dt$$

$$\text{বা, } [s]_{x_0}^x = v_x [t]_0^t$$

$$\text{বা, } x - x_0 = v_x t$$

$$\text{বা, } x = x_0 + v_x t \quad (5)$$

(ii) অসম বেগে গতিশীল বস্তুর সরণ, বেগ ও সময়ের সম্পর্ক : বস্তুটি অসম বেগে গতিশীল হলে
গড়বেগ নিতে হয়।

মনে কৰি সময় গণনার শুরুতে অর্ধাং সময় $t = 0$, তখন বস্তুটির আদি অবস্থান x_0 এবং t সময়ে এর অবস্থান x ।

অতএব, বস্তুর সরণ, $\Delta x = x - x_0$ এবং অতিক্রান্ত সময় $\Delta t = t - 0 = t$ ।

আমরা জানি,

$$\text{গড় বেগ } \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t}$$

$$\text{বা, } x - x_0 = \bar{v} t$$

$$\text{বা, } x = x_0 + \bar{v} t$$

(6)

শুরুতে বস্তুটি স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা শুরু কৰলে $x_0 = 0$ হবে,

সেক্ষেত্ৰে সমীকৰণ (5) নিম্নৰূপ হবে,

$$x = 0 + \bar{v} t = \bar{v} t$$

6(a)

(iii) সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর সরণ, বেগ ও সময়ের সম্পর্ক : মনে কৰি, X -অক্ষ বৱাবৰ a সমত্বরণে একটি বস্তু গতিশীল রয়েছে। Δt সময় ব্যবধানে বস্তুটির সরণ Δx হলে গড়বেগ,

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t}$$

এখানে $t = 0$ অর্ধাং শুরুতে বস্তুটির অবস্থান x_0 এবং t সময়ে বস্তুটির অবস্থান x ।

এখন সমত্বরণে গতিশীল কোন বস্তুর গড়বেগ সময় ব্যবধানের শুরু এবং শেষ বেগের মানদ্বয়ের সমষ্টির অর্ধেক হয়। অর্ধাং

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}, \text{ এখানে } v_0 = \text{আদি বেগ ও } v = \text{শেষ বেগ}$$

সমীকৰণ (7)-এ \bar{v} -এর মান বসিয়ে পাওয়া যায়

$$\frac{v_0 + v}{2} = \frac{x - x_0}{t}$$

$$\text{বা, } x - x_0 = \frac{1}{2} (v_0 + v)t$$

$$\text{বা, } x = x_0 + \frac{1}{2} (v_0 + v)t$$

(8)

বস্তুর সরণ $\Delta x = x - x_0 = s$ লিখলে সমীকৰণ (8)-কে পেখা যায়

$$s = \frac{1}{2} (v_0 + v)t$$

8(a)

(খ) দ্বিতীয় সমীকৰণ—সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর শেষ বেগের সমীকৰণ ($v = v_0 + at$ বা $v_x = v_{x0} + a_x t$)

মনে কৰি, একটি নির্দিষ্ট দিকে একটি বস্তুর আদিবেগ v_0 এবং প্রতিসেকেড়ে বস্তুর বেগ a পরিমাণ বৃদ্ধি পায় অর্ধাং সমত্বরণ a । t সময় পরে বস্তুর বেগ v_0 নির্ণয় কৰতে হবে।



চিত্র ২.১৫

বস্তুটির ১ সেকেন্ডে বেগ বৃদ্ধি $= a$

$$" t " " " " = at$$

এখন, শেষ বেগ = আদিবেগ + বেগ বৃদ্ধি বইয়র কম

$$\text{বা, } v = v_0 + at$$

(9)

অর্থাৎ, শেষ বেগ = আদি বেগ + ত্বরণ × সময়

যদি বস্তুর আদি বেগ না থাকে অর্থাৎ বস্তু স্থির অবস্থান হতে যাত্রা শুরু করে তবে $v_0 = 0$

সেক্ষেত্রে $v = at$ এবং a ধুব হওয়ায় $v \propto t$

কাজেই স্থির অবস্থান হতে সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর প্রাপ্ত বেগ সময়ের সমানুপাতিক।

বস্তু a সমত্বরণের পরিবর্তে a সমমন্দন নিয়ে চললে,

$$v = v_0 - at$$

(10)

যদি বস্তুটি X -অক্ষ বরাবর গতিশীল থাকে এবং $v = v_x$, $u = v_{x_0}$ ও $a = a_x$ ধরা হয়, তবে সমীকরণ (9) ও

(10) যথাক্রমে নিম্নরূপে লেখা যায় :

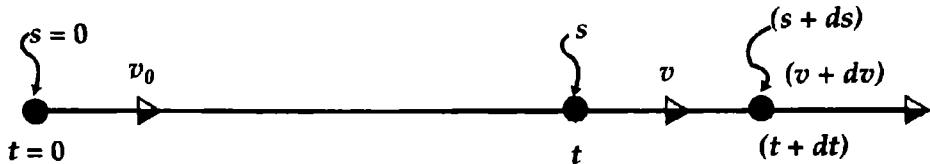
$$v_x = v_{x_0} + a_x t$$

9(a)

$$\text{এবং } v_x = v_{x_0} - a_x t$$

10(a)

ক্যালকুলাস পদ্ধতি : মনে করি কোন একটি দিকে u আদি বেগ সহ a সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর বেগ অতি অল্প dt সময়ে v হতে বৃদ্ধি পেয়ে $v + dv$ হয় [চিত্র ২.১৬]। তাহলে ত্বরণের



চিত্র ২.১৬

সংজ্ঞা অনুসারে,

$$\text{ত্বরণ } a = \frac{dv}{dt}$$

$$\text{বা, } dv = adt$$

(11)

যখন, $t = 0$, তখন $v = v_0$ এবং যখন $t = t$, তখন $v = v$ । এই সীমার মধ্যে সমীকরণ (11)-এর উভয় পক্ষকে সমাকলন করে পাই,

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t adt$$

$$\text{বা, } \int_{v_0}^v dv = a \int_0^t dt$$

$$\text{বা, } [v]_{v_0}^v = a [t]_0^t$$

$$\text{বা, } v - v_0 = at$$

$$\text{বা, } v = v_0 + at$$

(12)

বস্তু সম মন্দনে চললে, মন্দন = - ত্বরণ = - a এবং সেক্ষেত্রে

$$v = v_0 - at$$

(13)

বিঃ দ্রঃ X -অক্ষ বরাবর গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে আদিবেগ v_{x_0} , শেষ বেগ v_x এবং ত্বরণ a_x ধরলে সমীকরণ (12) পরিবর্তিত হবে-

$$v_x = v_{x_0} + a_x t$$

(14)

অনুরূপভাবে, সমীকরণ (13) পরিবর্তিত হবে। য বা Z অক্ষ বরাবর গতির ক্ষেত্রে x -এর স্থলে যথাক্রমে y বা z ব্যবহার করতে হবে।

(গ) তৃতীয় সমীকৰণ—সমত্বৰণে বস্তুৰ অতিক্রান্ত দূৰত্বেৰ সমীকৰণ ($s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$)

$$\text{বা, } x = x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

মনে কৰি সৱলৱেখায় একটি গতিশীল বস্তুৰ আদি বেগ = v_0 এবং সমত্বৰণ = a । t সময় পৰে বস্তুৰ বেগ ধৰি = v । মনে কৰি বস্তু উক্ত সময়ে s দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰল। সময়েৰ সাথে অতিক্রান্ত দূৰত্বেৰ সম্পর্কজনিত সমীকৰণ প্ৰতিপাদন কৰতে হবে।

বস্তুৰ আদিৰেগ = v_0 এবং শেষ বেগ = v । অতএব এই দুই বেগেৰ

$$\text{গড় } = \frac{v_0 + v}{2}$$

যাত্রা শুৰু হবাৰ ১ সেকেন্ড পৰে বস্তুৰ বেগ = $v_0 + 1 \times a = v_0 + a$

যাত্রা শেষ হবাৰ ১ সেকেন্ড আগে বস্তুৰ বেগ = $v - 1 \times a = v - a$

$$\text{উক্ত দুই সময়েৰ বস্তুৰ গড় বেগ} = \frac{v_0 + a + v - a}{2} = \frac{v_0 + v}{2}$$

কাজেই, যাত্রা শুৰু হবাৰ n সেকেন্ড পৰে বস্তুৰ বেগ = $v_0 + na$

যাত্রা শেষ হবাৰ n সেকেন্ড আগে বস্তুৰ বেগ = $v - na$

$$\text{উক্ত দুই সময়েৰ বস্তুৰ গড় বেগ} = \frac{v_0 + na + v - na}{2} = \frac{v_0 + v}{2}$$

অতএব, যাত্রা শুৰু হবাৰ যত সময় পৰ এবং যাত্রা শেষ হবাৰ তত সময় আগেৰ বেগ বিবেচনা কৰলে প্ৰতি ক্ষেত্ৰেই উক্ত দুই সময়েৰ বস্তুৰ গড় বেগ = $\frac{\text{আদি বেগ} + \text{শেষ বেগ}}{2}$

$$\text{গড় বেগ, } \bar{v} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} = v_0 + \frac{1}{2} at \quad [\quad v = v_0 + at \quad]$$

মনে কৰি বস্তুৰ t সময়েৰ অতিক্রান্ত দূৰত্ব = s

$$t \text{ সে.-এ অতিক্রান্ত দূৰত্ব}, s = \text{গড় বেগ} \times \text{সময়} = \bar{v} \times t = \left(v_0 + \frac{1}{2} at \right) \times t = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$\text{কাজেই, } s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

(15)

$$\text{অতিক্রান্ত দূৰত্ব} = \text{আদি বেগ} \times \text{সময়} + \frac{1}{2} \times \text{তুৰণ} \times \text{সময়}^2$$

এটিই সমত্বৰণে গতিশীল বস্তুৰ সময়েৰ সাথে সৱলৱেৰ সম্পর্ক।

যদি বস্তুটি স্থিতিশীল অবস্থা হতে যাত্রা শুৰু কৰে,

তবে $v_0 = 0$ ও সমীকৰণ (15) অনুযায়ী,

$$s = \frac{1}{2} at^2$$

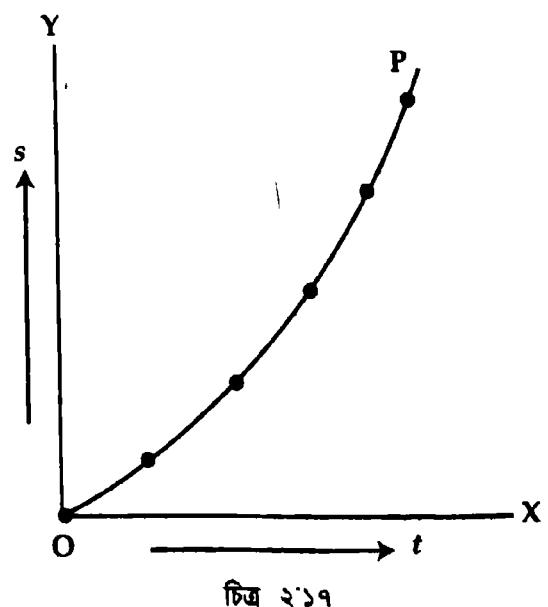
$$\text{সমত্বৰণেৰ ক্ষেত্ৰে, } s = \text{ধ্ৰুব} \times t^2$$

$$\text{কাজেই, } s \propto t^2$$

অৰ্ধাৎ স্থিৱ অবস্থান হতে সমত্বৰণে চলমান

বস্তুৰ অতিক্রান্ত দূৰত্ব সময়েৰ বৰ্গেৰ সমানুপাতিক।

চিত্ৰ ২.১৭-এ সময়েৰ সঙ্গে সৱলৱেৰ লেখচিত্ৰ দেখানো হয়েছে। বস্তু 'a' সমত্বৰণেৰ পৰিবৰ্তে 'a'



সমন্বয়ে চললে,

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \quad (16)$$

যদি বস্তুটি X-অক্ষ বরাবর গতিশীল হয় এবং $t = 0$ সময়ে আদি বেগ v_{x0} , অন্য যে কোন t সময়ে শেষ বেগ v_x ও সমত্বরণ a_x ধরা হয়, তবে সমীকরণ (15) লেখা যায়

$$s = v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

এখন $t = 0$ সময়ে বস্তুটির আদি অবস্থান x_0 এবং t সময়ে এর অবস্থান x হলে, $s = x - x_0$ হবে। সেক্ষেত্রে

$$s = x - x_0 = v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$\text{বা } x = x_0 + v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \quad (17)$$

ক্যালকুলাস পদ্ধতি : মনে করি, u আদি বেগসহ একটি বস্তু a সমত্বরণে কোন একটি দিকে গতিশীল থেকে অতি অল dt সময়ে ds দূরত্ব অতিক্রম করল [চিত্র ২.১৮]। উক্ত সময়ে বস্তুর বেগ বৃদ্ধি dv হলে, ত্বরণের সংজ্ঞা অনুসারে,

$$\text{ত্বরণ, } a = \frac{dv}{dt} \quad \text{বা, } dv = a \times dt$$



চিত্র ২.১৮

বস্তুটি t সেকেন্ড শেষে v বেগ প্রাপ্ত হলে উক্ত সমীকরণকে সমাকলন এবং সরল করে আমরা পাই,

$$v = v_0 + at \quad [\text{সমীকরণ (12) দ্বারা}]$$

$$\text{কিন্তু বেগের সংজ্ঞা অনুসারে, } v = \frac{ds}{dt}$$

$$\frac{ds}{dt} = v_0 + at \quad \text{বা, } ds = (v_0 + at) dt \quad \text{বা, } ds = v_0 dt + at dt \quad (18)$$

যখন $t = 0$, তখন $s = 0$ এবং যখন $t = t$ তখন $s = s$, এই সীমার মধ্যে সমীকরণ (18)-এর উভয় পক্ষকে সমাকলন করে পাই,

$$\int_0^s ds = \int_0^t v_0 dt + \int_0^t at \cdot dt$$

$$\text{বা, } \int_0^s ds = v_0 \int_0^t dt + a \int_0^t t dt$$

$$\text{বা, } s = v_0 [t]_0^t + a \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^t$$

$$\text{বা, } s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (19)$$

অর্থাৎ, দূরত্ব = আদি বেগ × সময় + $\frac{1}{2} \times$ ত্বরণ × সময়^২

বস্তু a সমত্বরণে না চলে a সমন্বয়ে চললে, মনে = -ত্বরণ = - a সমীকরণ (19) হতে পাই,

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \quad (20)$$

(৩) চতুর্থ সমীকৰণ—সমতুল্যে বস্তুর আদি বেগ, শেষ বেগ এবং দূরত্বের মধ্যে সম্পর্ক ($v^2 = v_0^2 + 2as$ বা, $v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a(x - x_0)$) : মনে করি কোন একটি সরলরেখা বৱাবৰ a সমতুল্যে গতিশীল একটি বস্তুর আদি বেগ = v_0 ; t সময় পৰে তাৰ শেষ বেগ = v এবং উক্ত সময়ে বস্তুটি s দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰে। v, v_0, a ও s -এৰ সম্পৰ্কজনিত সমীকৰণ প্ৰতিপাদন কৰতে হৰে।

১ম পদ্ধতি : সমীকৰণ (12) ও (15) হতে পাই,

$$v = v_0 + at \quad \text{ও} \quad s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

এখন, $v = (v_0 + at)$ -এৰ বৰ্গ হতে পাওয়া যায়, $v^2 = (v_0 + at)^2$

$$\text{বা, } v^2 = v_0^2 + 2v_0at + a^2t^2$$

$$\text{বা, } v^2 = v_0^2 + 2a \left(v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \right)$$

$$\text{বা, } v^2 = v_0^2 + 2as \quad \left[s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \right] \quad (21)$$

এটি আদি বেগ, শেষ বেগ এবং অতিক্ৰান্ত দূৰত্বের মধ্যে সম্পৰ্ক বা এটি সমতুল্যে গতিশীল বস্তুৰ সৱণেৰ সাথে বেগেৰ সম্পৰ্ক।

আদিবেগ $v_0 = 0$ হলে, সমীকৰণ (20) হতে পাই,

$$v^2 = 2as$$

সমতুল্যেৰ ক্ষেত্ৰে $a =$ ধৰ

(22)

$$v^2 \propto s$$

$$\text{বা, } v \propto \sqrt{s}$$

অৰ্থাৎ, সমতুল্যে গতিশীল বস্তুৰ শেষ বেগ সৱণেৰ বৰ্গমূলেৰ সমানুপাতিক।

X -অক্ষ বৱাবৰ গতিশীল বস্তুৰ ক্ষেত্ৰে যদি $u = v_{x0}, v = v_x, a = a_x$ এবং $s = x - x_0$ ধৰা হয়, তবে সমীকৰণ (21)-কে লেখা যায়,

$$v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0) \quad (23)$$

এখানে v_{x0}, v_x, a_x, x ও x_0 যথাক্রমে বস্তুটিৰ আদি বেগ, শেষ বেগ, সমতুল্য, আদি অবস্থান ও শেষ অবস্থান নিৰ্দেশ কৰে।

২য় পদ্ধতি : সমতুল্যে গতিশীল কোন বস্তুৰ ক্ষেত্ৰে

গড়বেগ, $\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}$ এখানে v_0 = আদিবেগ ও v = শেষ বেগ।

আবাৰ, $v = v_0 + at$

বা, $at = v - v_0$

বা, $t = \frac{v - v_0}{a}$

$$s = \bar{v} \times t = \frac{v_0 + v}{2} \times \frac{v - v_0}{a}$$

$$= \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

$$\text{সুতৰাঙ্গ } v^2 = v_0^2 + 2as$$

বইঘর.কম

বস্তু স্থিতিশীল অবস্থা হতে সমত্বরণে যাত্রা শুরু করলে, $v_0 = 0$ এবং সমীকরণ (21) অনুসারে,

$$v^2 = 2as$$

বস্তু a সমত্বরণে না চলে a সমমন্দনে চললে,

$$v^2 = v_0^2 - 2as \quad (24)$$

ক্যালকুলাস পদ্ধতি : মনে করি u আদিবেগসহ একটি বস্তু a সমত্বরণে চলে অতি অল্প dt সময়ে ds দূরত্ব অতিক্রম করে ও dv পরিমাণ বেগের পরিবর্তন ঘটে। কিন্তু নির্দিষ্ট দিকে কোন একটি বস্তুর স্থান পরিবর্তনের হারকে বেগ বলে এবং বেগ, $v = \frac{ds}{dt}$ । আবার, কোন একটি বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে ত্বরণ বলে এবং ত্বরণ

$$a = \frac{dv}{dt} \text{ বা, } a = \frac{dv}{ds} \times \frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds} \times v$$

$$v \cdot dv = a \cdot ds \quad (25)$$

যখন $s = 0$, তখন $v = v_0$ এবং যখন $s = s$ তখন $v = v$, এই সীমার মধ্যে সমীকরণ (25)-এর উভয় পক্ষকে সমাকলন করে পাই,

$$\int_{v_0}^v v dv = \int_0^s a ds$$

$$\text{বা, } \int_{v_0}^v v dv = a \int_0^s a ds$$

$$\text{বা, } \left[\frac{v^2}{2} \right]_{v_0}^v = a [s]_0^s \quad [\because a = \text{ধ্রুব}]$$

$$\text{বা, } \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = as$$

$$\text{বা, } \frac{v^2}{2} = \frac{v_0^2}{2} + as$$

$$\text{বা, } v^2 = v_0^2 + 2as$$

(26)

বস্তুটি X -অক্ষ বরাবর গতিশীল হলে, যখন $x = x_0$ এবং যখন $x = x$ তখন $v = v_x$ । এই সীমার মধ্যে সমীকরণ (25)-এর উভয় পক্ষকে সমাকলন করে পাই,

$$\int_{v_{x0}}^{v_x} v dv = \int_{x_0}^x a ds$$

$$\text{বা, } \int_{v_{x0}}^{v_x} v dv = a \int_{x_0}^x ds \quad [\because a = \text{ধ্রুব}]$$

$$\text{বা, } \left[\frac{v}{2} \right]_{v_{x0}}^{v_x} = a [s]_{x_0}^x$$

$$\text{বা, } \frac{v_x^2}{2} - \frac{v_{x0}^2}{2} = a [x - x_0]$$

$$\text{বা, } v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a(x - x_0)$$

সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে এটিই আদি বেগ, শেষ বেগ এবং দূরত্বের মধ্যে সম্পর্ক।

বস্তু a সমত্বরণে না চলে a সম-মন্দনে চললে

$$v^2 = v_0^2 - 2as \quad (27)$$

চতুর্থ সমীকৰণ—সমতুল্যণে বস্তুৰ t -তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূৰত্ব :

মনে কৰি, একটি নির্দিষ্ট দিকে a সমতুল্যণে গতিশীল একটি বস্তুৰ আদি বেগ = v_0 । গতিশীল থাকা অবস্থায় কোন একটি বিশেষ সেকেন্ডে বস্তু কৰ্তৃক অতিক্রান্ত দূৰত্ব বেৱে কৰতে হবে। মনে কৰি t -তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূৰত্ব = s_t । এটি বস্তুৰ t সেকেন্ডের অতিক্রান্ত দূৰত্ব হতে $(t-1)$ সেকেন্ডের অতিক্রান্ত দূৰত্বেৰ বিয়োগফলেৰ সমান হবে।

$$\begin{aligned}
 s_t &= t \text{ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূৰত্ব} - (t-1) \text{ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূৰত্ব} \\
 &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 - [v_0(t-1) + \frac{1}{2} a(t-1)^2] \\
 &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 - [v_0 t - v_0 + \frac{1}{2} a (t^2 - 2t + 1)] \\
 &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 - [v_0 t - v_0 + \frac{1}{2} a t^2 - a t + \frac{1}{2} a] \\
 &\Rightarrow a t + \frac{1}{2} a t^2 - v_0 t + v_0 - \frac{1}{2} a t^2 + a t - \frac{1}{2} a \\
 &= v_0 + a t - \frac{1}{2} a = v_0 + \frac{1}{2} a (2t - 1) \\
 s_t &= v_0 + \frac{1}{2} a (2t - 1)
 \end{aligned} \tag{28}$$

বস্তু স্থিতিশীল অবস্থা হতে যাত্রা শুৱ কৰলে, $v_0 = 0$

$$\therefore s_t = \frac{1}{2} a (2t - 1) \tag{29}$$

$$\text{বস্তু } a \text{ সমতুল্যণে না চলে } a \text{ সমমন্দনে চললে, } s_t = v_0 + \frac{1}{2} a (2t - 1) \tag{30}$$

২.৮ গতি বিশ্লেষক কয়েকটি স্থেখচিত্ৰ

Some graphs relating to motion

উপৰোক্ত বিষয় আলোচনা কৰাৰ আগে আমৱা আলোচনা কৰাৰ লেখ এবং স্থেখচিত্ৰ বা রেখা চিত্ৰ (Graph) কি ? এৱে জবাবে বলা হবে সমতলিক ক্ষেত্ৰে দুটি চলকেৰ ক্রমজোড় হচ্ছে লেখ এবং ক্রমজোড়গুলো যথন ছক কাগজে স্থাপন কৰা হয় তখন তাকে স্থেখচিত্ৰ বলে।

মনে কৰি f , x -এৰ একটি অপেক্ষক (function) অৰ্থাৎ $f = f(x)$ । f বনাম x ছক কাগজে স্থাপন কৰে যে সৱল বা বক্রৰেখা পাওয়া যাবে তাৰ নাম লেখ (curve) এবং অক্ষ দুটিসহ পুৱো চিত্ৰটিকে স্থেখচিত্ৰ বা রেখাচিত্ৰ (Graph) বলা হয়।

এখন কতকগুলো গতিবিশ্লেষক রাশিৰ স্থেখচিত্ৰ অজ্ঞন কৰে তা বিশ্লেষণ কৰা হবে।

১। সমবেগে গতিশীল বস্তুৰ অতিক্রান্ত দূৰত্বেৰ সমীকৰণ :

$$\text{আমৱা জানি, } s = s_0 + v \times t \tag{31}$$

$$\text{এখামে } v \text{ শ্ৰব রাশি} \quad s \propto t$$

এটি একটি একঘাত সমীকৰণ। ছক কাগজেৰ X -অক্ষে t এবং Y -অক্ষে s অৰ্থাৎ দূৰত্ব বনাম সময় লেখ অজ্ঞন কৰলে স্থেখটি একটি সৱলৰেখা হবে। চিত্ৰ ২.১৯-এ স্থেখচিত্ৰটি দেখান হল।

ব্যবহার : উক্ত চিত্র হতে যে-কোন সময়ের বেগ বের করা যায়।

$$\text{বেগ} = \frac{\text{চাল}}{\text{সময়}} = \frac{AB}{AC} = \frac{8\text{m}}{4\text{s}} = 2\text{ms}^{-1}$$

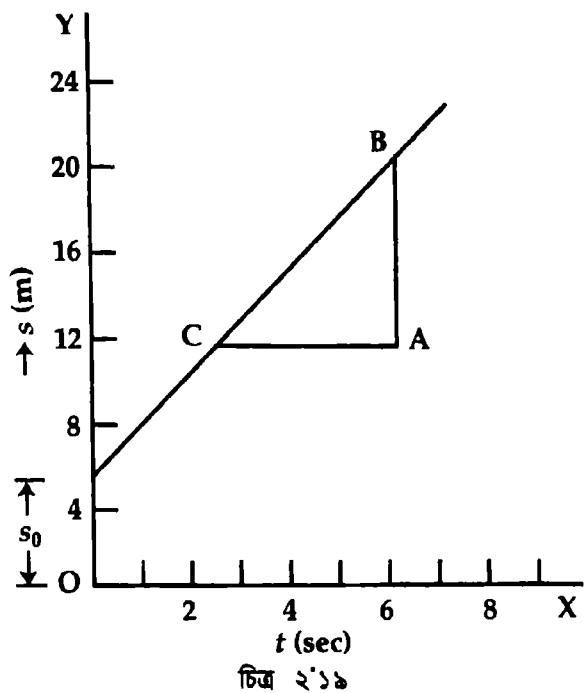
লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য : লেখচিত্রটির নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য দেখা যায়।

(ক) s বনাম t লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা হবে।

(খ) বস্তু স্থিরাবস্থা হতে যাত্রা শুরু করলে অর্ধাং আদি বেগ শূন্য হলে লেখচিত্রটি মূলবিন্দুগামী সরল রেখা হবে।

(গ) লেখচিত্রটির y -অক্ষের ছেদক আদি দূরত্ব প্রকাশ করে।

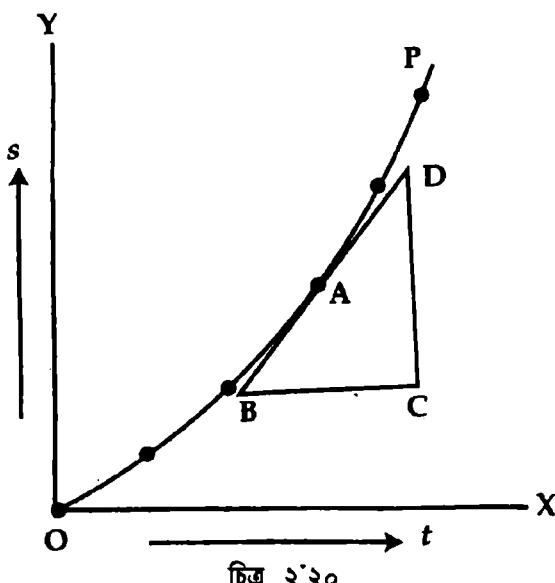
(ঘ) লেখচিত্রটির চাল বেগ প্রকাশ করে।



২। সমত্তরণে গতিশীল বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্বের সমীকরণ :

$$\text{আমরা জানি } s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

এই সমীকরণে দুটি উপাদান রয়েছে, প্রথমটি হল সময় t এবং দ্বিতীয়টি হল s । t -কে X -অক্ষে এবং s -কে Y -অক্ষে স্থাপন করে লেখচিত্রটি অঙ্কন করা হয়। এই লেখচিত্রটি প্যারাবোলা হবে এবং মূলবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করবে [চিত্র ২.২০]।



ব্যবহার : এই লেখচিত্রের সাহায্যে যে-কোন সময়ের ব্যবধানে বস্তু কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব বের করা যায়।

লেখচিত্রটির বৈশিষ্ট্য : লেখচিত্রটির নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য রয়েছে :

(ক) লেখচিত্রটি একটি প্যারাবোলা হবে।

(খ) লেখচিত্রটি মূলবিন্দু দিয়ে যাবে।

(গ) বস্তুটির আদি বেগ শূন্য হলে $s \propto t^2$ অর্থাৎ অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

(ঘ) এই ধরনের লেখচিত্রের সাহায্যে বস্তুর তাৎক্ষণিক বেগও বের করা যায়।

তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় : চিত্র ২.২০-এ A বিন্দুতে একটি সর্পক অংকন করে ঐ বিন্দু হতে সমদূরত্বে দুটি রেখাখণ্ড AB ও AD নিয়ে BCD সমকোণী ত্রিভুজ অংকন করি। এখন A বিন্দুতে,

$$\text{তাৎক্ষণিক বেগ} = \frac{\text{চাল}}{\text{সময়}} = \frac{CD}{BC} \text{ পাওয়া যাবে}$$

A বিন্দুর উপরে বা নিচে বিভিন্ন বিন্দুতে অনুরূপভাবে বেগ নির্ণয় করলে ঐ সমস্ত বিন্দুতে তাৎক্ষণিক বেগ পাওয়া যায় এবং দেখা যাবে যে প্রত্যেকটি বেগ তিন্নতর।

৩। সমত্তরণে গতিশীল বস্তুর শেষ বেগের সমীকরণ :

$$\text{আমরা জানি}, v = v_0 + at$$

এই সমীকৰণে দুটি উপাদান রয়েছে, প্রথমটি হল সময় t এবং দ্বিতীয়টি হল বেগ v । t -কে X-অক্ষে এবং v -কে Y-অক্ষে স্থাপন করে লেখচিত্রটি টানা হয়। এই লেখচিত্রটিকে v বনাম t লেখচিত্র বলে। লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা হবে [চিত্র ২.২১]।

ব্যবহার : এই লেখচিত্রের সাহায্যে একটি নির্দিষ্ট সময়ের ব্যবধানে বস্তুর বেগ নির্ণয় করা যায়।

লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য : লেখচিত্রটির নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য রয়েছে :

(ক) লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা হবে।

(খ) বস্তুর আদি বেগ শূন্য হলে $v = v_0 + at$ এবং লেখচিত্রটি মূলবিন্দুগামী হবে।

(গ) লেখচিত্রের Y-অক্ষের ছেদক বস্তুর আদি বেগ প্রকাশ করে।

(ঘ) এটি একটি একঘাত সমীকৰণের লেখচিত্র।

লেখচিত্র হতে $v = v_0 + at$ প্রতিপাদন :

v বনাম t লেখচিত্র হতে আমরা $v = v_0 + at$ সমীকৰণ নির্ণয় করতে পারি। চিত্রে P বিন্দু হতে OY অক্ষের উপর PY লম্ব টানি।

মনে করি t সময়ে বস্তুর চূড়ান্ত বেগ $= v = OY$

এখন, $OY = OA + AY$, অর্থাৎ $v = v_0 + AY$

আবার AY রেখাটির ঢাল, $a = \frac{PM}{AM} = \frac{AY}{AM} = \frac{AY}{t}$

বা, $AY = at$ অতএব, $v = v_0 + at$ (প্রমাণিত)

৪। লেখচিত্র হতে $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ প্রতিপাদন :

চিত্র ২.২১ এ v বনাম t লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা। এই লেখচিত্র হতে আমরা $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ সমীকৰণ নির্ণয় করতে পারি।

চিত্রে $PN \perp OX$; $AM \perp OY$

ধরি, আদি বেগ $= v_0$, সমতুরণ $= a$, $ON = t$ এবং t সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব $= s$

এখন, $s = OAPN$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= OAMN \text{ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} + AMP \text{ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল}$$

$$= OA \times ON + \frac{1}{2} \times AM \times PM$$

$$= v_0 t + \frac{1}{2} \times AM \times PM$$

$$\text{আবার } AM, a = \frac{PM}{AM} = \frac{PM}{t}$$

$$\text{বা, } PM = at$$

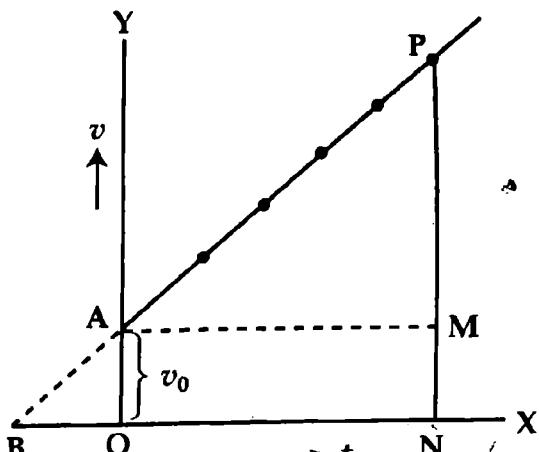
$$\text{অতএব, } s = v_0 t + \frac{1}{2} t \times at = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

২.৯ পড়স্তুর সূত্র

Laws of falling bodies

কান বস্তুকে অভিকর্ষ বলের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়তে দিলে বস্তুর গতি তিনটি সূত্র মেনে চলে। 1589 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী গ্যালিলিও (Galileo) এই সূত্র তিনটি আবিষ্কার করেন। এগুলোকে পড়স্তুর সূত্র বলা হয়। সূত্রগুলো নিম্নে প্রদত্ত হল :

১ম সূত্র : বায়ুশূন্য স্থানে বা বাধাহীন পথে সকল বস্তুই নিচল অবস্থা হতে যাত্রা করে সমান দ্রুততায় নিচে সাময়ে অধীক্ষ সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।



চিত্র ২.২১

ব্যাখ্যা : ছোট, বড় ও বিভিন্ন ওজনের কতকগুলো বস্তু একই উচ্চতা হতে ও স্থিরাবস্থা হতে ছেড়ে দিলে বাধাইন পথে তারা সমান দ্রুতায় অর্ধাং তুরণে গতিশীল থাকবে এবং একই সময়ে মাটিতে পড়বে।

২য় সূত্র : বাধাইন পথে পড়স্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক। কোন পড়স্ত বস্তু t সময়ে v বেগ প্রাপ্ত হলে, গাণিতিকভাবে লেখা যায়, $v \propto t$

ব্যাখ্যা : অভিকর্ষের টানে স্থিরাবস্থা হতে বাধাইন পথে নিচের দিকে পড়বার সময় কোন বস্তুর বেগ যদি এক সেকেন্ড পরে v হয় তবে তার বেগ দুই সেকেন্ড পরে $v \times 2$, তিন সেকেন্ড পরে $v \times 3$ ইত্যাদি হবে। সাধারণভাবে বলা যায় যে, কোন একটি পড়স্ত বস্তুর বেগ t_1 ও t_2 সময়ে যথাক্রমে v_1 ও v_2 হলে,

$$\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} \quad \text{বা, } \frac{v_1}{v_2} = \frac{t_1}{t_2} \quad \boxed{v \propto t}$$

৩য় সূত্র : বাধাইন পথে পড়স্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক। কোন পড়স্ত বস্তু t সময়ে h দূরত্ব অতিক্রম করলে গাণিতিক নিয়মে লেখা যায়, $h \propto t^2$

ব্যাখ্যা : অভিকর্ষের টানে স্থিতাবস্থা হতে বাধাইন পথে নিচের দিকে পড়বার সময় কোন বস্তু যদি প্রথম সেকেন্ডে h দূরত্ব অতিক্রম করে তবে বস্তুটি দুই সেকেন্ডে $2^2 \times h$, তিন সেকেন্ডে $3^2 \times h$ ইত্যাদি দূরত্ব অতিক্রম করবে।

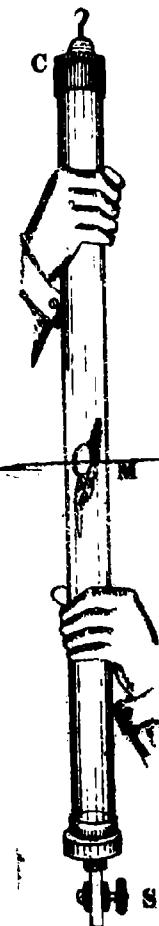
কাজেই বস্তুটি t_1 ও t_2 সেকেন্ডে যথাক্রমে h_1 ও h_2 দূরত্ব অতিক্রম করলে,

$$\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} \quad \text{বা, } \frac{h_1}{h_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2} \quad \boxed{h \propto t^2}$$

গিনি ও পালক পরীক্ষা (Guinea and Feather Experiment) : এটা নিউটনের একটি পরীক্ষা। এই পরীক্ষার সাহায্যে তিনি পড়স্ত বস্তুর প্রথম সূত্রের সত্যতা নিরূপণ করেন। এই পরীক্ষায় একটি গিনি বা ঝর্ণ মুদ্রা এবং একটি পালক ব্যবহার করা হয়েছিল বলে এই পরীক্ষার নাম হয় গিনি ও পালক পরীক্ষা।

ষষ্ঠের বর্ণনা : এই পরীক্ষায় এক মিটার লম্বা দুই মুখ খোলা মোটা ফাঁপা একটি শক্ত কাচ নল M নেয়া হয়। নলের এক প্রান্তে একটি ধাতব টুপি C থাকে। নলের অপর প্রান্তে একটি স্টপ-কক S লাগানো আছে যাতে নলটিকে একটি বায়ু নিষ্কাশন ষষ্ঠের সাথে যুক্ত করা যেতে পারে [চিত্র ২.১৮]।

কার্য পদ্ধতি : প্রথমে ধাতব টুপি C খুলে একটি গিনি ও একটি পালককে নলের মধ্যে ঢুকানো হয়। নলের অপর প্রান্ত বায়ু নিষ্কাশন পাম্পের সাথে যুক্ত করে স্টপ-কক S খুলে দিয়ে নলের মধ্য হতে সমস্ত বায়ু বের করে নিয়ে স্টপ-ককটি বন্ধ করা হয়। এ অবস্থায় নলটিকে হঠাতে উন্টিয়ে ধরলে দেখা যাবে গিনি এবং পালক নলের অপর প্রান্তে একই সঙ্গে উপনীত হয়েছে। পুনরায় বাতাস ঢুকিয়ে নলটিকে উন্টিয়ে ধরলে গিনিটিকে পালকের পূর্বেই নলের অপর প্রান্তে উপনীত হতে দেখা যাবে। এ থেকে প্রমাণিত হয়, যে, বায়ুশূন্য স্থানে সকল বস্তুই নিচল অবস্থা হতে যাত্রা করে সমান দ্রুতায় নিচে নামে। অতএব প্রথম সূত্রটি প্রমাণিত হল।



চিত্র ২.২২

২.১০ উল্লম্ব পতন বা উধানশীল বস্তুর গতির সমীকরণ Equations of motion of a vertically falling or ascending body

বাধাইন পথে কোন বস্তুকে প্রাথমিক বেগ v_0 সহকারে সোজা উপরের দিকে বা নিচের দিকে নিষ্কেপ করলে অথবা একটি বস্তুকে অভিকর্ষের টানে পড়তে দিলে পড়স্ত বস্তুর ক্ষেত্রে রৈখিক গতির সমীকরণসমূহ (অনুলোদ ২.৭)

দ্রষ্টব্য) প্রয়োগ কৰা যায়। পড়স্তুর উপৰ যে দ্বৰণ হয়, তা অভিকৰ্মের টানে হয়ে থাকে। এই দ্বৰণকে অভিকৰ্ষজ্ঞ দ্বৰণ বলে [বিস্তারিত স্পন্দন অধ্যায়ে আলোচনা কৰা হবে]। একে ‘ g ’ দ্বাৰা প্ৰকাশ কৰা হয়। তৃ-পৃষ্ঠ হতে উপৱেৰ দিকে এৱ মান কৰে। তবে তৃ-পৃষ্ঠেৰ কাছাকাছি অঞ্চলে এৱ মান 9.8 ms^{-2} , যা প্ৰায় ধূব থাকে।

পড়স্তুৰ গতিৰ ক্ষেত্ৰে রৈখিক গতিৰ সমীকৰণগুলো ব্যবহাৱেৰ সময় দ্বৰণ ‘ t ’ এৱ পৰিবৰ্ত্তে অভিকৰ্ষজ্ঞ দ্বৰণ g এৱ দূৰত্ব ‘ s ’ এৱ পৰিবৰ্ত্তে উচ্চতা h ধৰলে গতিৰ সমীকৰণগুলো নিম্নলুপ হয়।

(ক) খাড়া নিচেৰ দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুৰ গতিৰ সমীকৰণ

$$t \text{ সময় পৰ } v = v_0 + gt \quad (32)$$

$$t \text{ সময়ে অতিক্রান্ত দূৰত্ব}, h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \quad (33)$$

$$h \text{ দূৰত্ব অতিক্রমাণ্তে বেগ}, v^2 = v_0^2 + 2gh \quad (34)$$

$$t\text{-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত উচ্চতা}, h_t = v_0 + \frac{1}{2} g(2t - 1) \quad (35)$$

(খ) পড়স্তুৰ গতিৰ সমীকৰণ

$$\text{পতনশীল বস্তুৰ আদি বেগ}, v_0 = 0$$

উপৱেৰক্ষেত্ৰে সমীকৰণগুলো হতে আমৱা পাই,

$$t \text{ সময় পৰ } v = gt \quad (36)$$

$$t \text{ সময়ে অতিক্রান্ত দূৰত্ব}, h = \frac{1}{2} g t^2 \quad (37)$$

$$h \text{ দূৰত্ব অতিক্রমাণ্তে বেগ}, v^2 = 2gh \quad (38)$$

$$t\text{-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত উচ্চতা}, h_t = \frac{1}{2} g (2t - 1) \quad (39)$$

(গ) খাড়া উপৱেৰ দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুৰ গতিৰ সমীকৰণ

$$t \text{ সময় পৰ } v = v_0 - gt \quad (40)$$

$$t \text{ সময়ে অতিক্রান্ত উচ্চতা}, h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (41)$$

$$h \text{ উচ্চতা অতিক্রমাণ্তে বেগ}, v^2 = v_0^2 - 2gh \quad (42)$$

$$t\text{-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত উচ্চতা}, h_t = v_0 - \frac{1}{2} g (2t - 1) \quad (43)$$

এ ক্ষেত্ৰে বস্তু অভিকৰ্ষীয় বলেৰ বিপৰীত দিকে যাওয়ায় g ঝণ রাখি।

মনে রাখতে হবে বস্তু যখন সৰ্বাধিক উচ্চতায় পৌছায়, তখন তাৰ শেষ বেগ, $v = 0$

আৱাও প্ৰয়োজনীয় কতকগুলো সমীকৰণ নিম্নে আলোচিত হল :

সৰ্বাধিক উচ্চতায় সমীকৰণ :

মনে কৱি, সৰ্বাধিক উচ্চতা $= h$

$$\text{আমৱা পাই}, v^2 = v_0^2 - 2gh \quad [\because \text{সৰ্বাধিক উচ্চতায় } v = 0]$$

$$\text{বা}, 0 = v_0^2 - 2gh$$

$$\text{বা}, 2gh = v_0^2$$

$$\text{বা}, h = \frac{v_0^2}{2g} \quad (44)$$

এখানে v_0 = আদি বেগ বা নিক্ষিপ্ত বেগ ও g = অভিকৰ্ষীয় দ্বৰণ।

নিৰ্দিষ্ট উচ্চতায় পৌছতে অতিবাহিত সময় : মনে কৱি কোন সৰ্বাধিক উচ্চতায় পৌছতে ব্যয়িত সময় =

$$\text{আমৱা পাই}, h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{বা}, \frac{1}{2} g t^2 - v_0 t + h = 0$$

বইয়ের কম

$$t = \frac{v_0}{g} \pm \frac{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}{g}$$

(45)

বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছতে অতিবাহিত সময় : মনে করি সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছতে ব্যয়িত সময় = t

আমরা পাই, $v = v_0 - gt$
বা, $0 = v_0 - gt$ বা, $gt = v_0$

$$t = \frac{v_0}{g}$$

(46)

এখানে, v_0 = বস্তুর আদি বেগ ও g = অভিকর্ষীয় ত্বরণ।

বস্তুর উথান-পতনে অতিবাহিত সময় : মনে করি, বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছার পরবর্তী মুহূর্ত হতে ঐ একই দ্রুতি নিচে নামতে t_1 সময় অতিবাহিত হয়। তা হলে,

$$h = \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2}{g} \times h} = \sqrt{\frac{2}{g} \times \frac{v_0^2}{2g}} = \frac{v_0}{g} = t$$

কাজেই, পতনে অতিবাহিত সময় = উথানে অতিবাহিত সময়।

যাওয়া-আসা বা উথান-পতনে অতিবাহিত সময় বা অম্ব কাল

$$T = t + t_1 = t + t = 2t$$

$$\text{বা, } T = \frac{2v_0}{g}$$

(47)

এখানে, v_0 = আদি বেগ ও g = অভিকর্ষীয় ত্বরণ।

কোন নির্দিষ্ট উচ্চতায় বস্তুর বেগ : মনে করি কোন নির্দিষ্ট উচ্চতায় বস্তুর বেগ = v

আমরা পাই, $v^2 = v_0^2 - 2gh$

$$v = \pm \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

(48)

স্মরণিকা

স্থিতি : সময়ের প্রেক্ষিতে এবং পারিপার্শ্বিক বস্তুর সাপেক্ষে যদি কোন বস্তু তার অবস্থানের পরিবর্তন না ঘটায় তবে তার অবস্থাকে স্থিতি বলে।

গতি : সময়ের প্রেক্ষিতে এবং পারিপার্শ্বিক বস্তুর সাপেক্ষে যদি কোন বস্তু তার অবস্থানের পরিবর্তন ঘটায় তবে তার অবস্থাকে গতি বলে।

প্রসঙ্গ কাঠামো : যে দ্রুত বস্তু বা বিস্তুর সাপেক্ষে কোন স্থানে অন্য বিস্তু বা বস্তুকে নির্দিষ্ট করা হয়, তাকে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

সরণ : কোন বস্তুর সরণ একটি তেওঁর যার মান বস্তুটির শেষ এবং আদি অবস্থানের মধ্যে ন্যূনতম দ্রুত এবং দিক হল আদি থেকে শেষ অবস্থানের দিকে।

গড় দ্রুতি : কোন বস্তু কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দ্রুত এবং মোট ব্যয়িত সময়ের ভাগফলকে গড় দ্রুতি বলে।

তাত্ক্ষণিক দ্রুতি বা দ্রুতি : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সঙ্গে বস্তুর দূরত্বের পরিবর্তনের হারকে তাত্ক্ষণিক দ্রুতি বা দ্রুতি বলে।

গড় বেগ : যে কোন সময় ব্যবধানে কোন বস্তুর মোট সরণকে ঐ সময় ব্যবধান দিয়ে ভাগ করলে যে রাশি পাওয়া যায় তাকেই বস্তুটির গড় বেগ বলে।

তাত্ক্ষণিক বেগ বা বেগ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সঙ্গে বস্তুর সরণের পরিবর্তনের হারকে তাত্ক্ষণিক বেগ বা বেগ বলে।

গড় দ্রুরণ : কোন একটি গতিশীল বস্তুর বেগের বৃদ্ধি এবং ঐ বৃদ্ধির জন্য ব্যয়িত সময়ের ভাগফলকে গড় দ্রুরণ বলে।

তাত্ক্ষণিক দ্রুরণ বা ত্বরণ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কোন একটি গতিশীল বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে তাত্ক্ষণিক ত্বরণ বা ত্বরণ বলে।

গতির সমীকরণ : গতিবিশয়ক সংকেতগুলোকে কতকগুলো সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়। এদেরকে গতির সমীকরণ বলে।

গড়স্ত বস্তুর সূত্র : গড়স্ত বস্তুর তিনটি সূত্র রয়েছে। সূত্রগুলো নিম্নে বিবৃত হল।

১ম সূত্র : বায়ুশূন্য স্থানে সকল বস্তুই স্থির অবস্থান হতে যাত্রা করে সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে।

২য় সূত্র : যাধাহীন পথে গড়স্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ের প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক।

৩য় সূত্র : যাধাহীন পথে গড়স্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ের অতিক্রান্ত দ্রুত ঐ সময়ের বর্ণের সমানুপাতিক।

$$\text{গড় দূরতি}, \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1)$$

$$\text{তাৎক্ষণিক দূরতি}, v = \frac{ds}{dt} \quad (2)$$

$$\text{গড় বেগ}, \bar{v} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} \quad (3)$$

$$\text{তাৎক্ষণিক বেগ}, \vec{v} = \frac{\vec{dr}}{dt} \quad (4)$$

$$\vec{v}_x = v_x = \frac{dx}{dt} \quad (4a)$$

$$\text{মধ্য বেগ}, \frac{\vec{v}_0 + \vec{v}}{2} \quad (5)$$

$$\text{গড় ত্বরণ}, \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (6)$$

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{dt} \quad (6a)$$

$$\text{তাৎক্ষণিক ত্বরণ}, \bar{a} = \frac{dv}{dt} \quad (7)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \quad (7a)$$

সমবেগে গতিশীল বস্তুর দূরত্বের সমীকৰণ :

$$s = vt \quad (8)$$

$$x = x_0 + v_x t \quad (8a)$$

সমত্বাণীয় গতিশীল বস্তুর গতির সমীকৰণ :

$$v = v_0 + at \quad (9)$$

$$v_x = v_{x_0} + a_x t \quad (9a)$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (10)$$

$$x = x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \quad (10a)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2as \quad (11)$$

$$v_x^2 = v_{x_0}^2 + 2a(x - x_0) \quad (11a)$$

$$s_t = v_0 t + \frac{1}{2} a (2t - 1) \quad (12)$$

গড়স্থ বস্তুর গতির সমীকৰণ :

$$v = gt \quad (13)$$

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad (14)$$

$$v^2 = 2gh \quad (15)$$

$$h_t = \frac{1}{2} g (2t - 1) \quad (16)$$

খাড়াভাবে² নিকিষ্ট বস্তুর গতির সমীকৰণ :

$$v = v_0 \pm gt \quad (17)$$

$$v^2 = v_0^2 \pm 2gh \quad (18)$$

$$h = v_0 t \pm \frac{1}{2} g t^2 \quad (19)$$

$$h_t = v_0 t + \frac{1}{2} g (2t - 1) \quad (20)$$

¹ বস্তুটি সম-মন্দনে গতিশীল হলে ' a ' এর পরিবর্তে ' $-a$ ' হবে।

² খাড়া নিচের দিকে নিকিষ্ট বস্তুর ক্ষেত্রে g ধনাত্মক এবং খাড়া উপরের দিকে নিকিষ্ট বস্তুর ক্ষেত্রে g ঋণাত্মক হবে।

বইঘর কম

সর্বাধিক উচ্চতার ক্ষেত্রে : $h = \frac{v_0^2}{2g}$ এবং $t = \frac{v_0}{g}$ (21)

উথানে ব্যয়িত সময় = পতনে ব্যয়িত সময় এবং প্রমাণকাল $T = \frac{2v_0}{g}$ (22)

সমাধানকৃত উদাহরণ

১। একটি বস্তু খিলাবস্থা হতে 2 ms^{-2} সমতুরণে চলতে থাকে।

- (ক) 5s পরে বেগ কত হবে ?
- (খ) প্রথম 5s পরে গড় বেগ কত হবে ?
- (গ) প্রথম 5s -এ কত দূরত্ব অভিক্রম করবে ?
- (ঘ) কতক্ষণ পরে বেগ 40 ms^{-1} হবে ?
- (ঙ) 5s -এ কত দূরত্ব অভিক্রম করবে ?

প্রারম্ভিক $v_0 = 0$ এবং $a = 2 \text{ ms}^{-2}$

(ক) $t = 5\text{s}$ পরে বেগ, $v = v_0 + at = 0 + 2 \text{ ms}^{-2} \times 5\text{s} = 10 \text{ ms}^{-1}$

(খ) প্রথম 5s -এর গড় বেগ, $\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{0 + 10 \text{ ms}^{-1}}{2} = 5 \text{ ms}^{-1}$

(গ) প্রথম $t = 5\text{s}$ -এ অভিক্রান্ত দূরত্ব, $s = \bar{v} \times t = 5 \text{ ms}^{-1} \times 5\text{s} = 25 \text{ m}$

(ঘ) t s পরে বেগ $v = 40 \text{ ms}^{-1}$ হলে, $t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{40 - 0}{2} = 20 \text{ s}$

(ঙ) মনে করি 5m সেকেন্ডের অভিক্রান্ত দূরত্ব $= s_5$

আমরা পাই,

$$s_5 = v_0 + \frac{1}{2}a(2t - 1)$$

$$s_5 = 0 + \frac{1}{2} \times 2 \text{ ms}^{-2} (2 \times 5\text{s} - 1) = 9 \text{ m}$$

২। একটি বিমান প্রতি ঘণ্টায় 360 km বেগে মাটি সর্প করে 1 km দূরত্ব অভিক্রমাণ্তে থেমে যায়। মনে করি মনের ক্রিয়া কাল নির্ণয় কর।

আমরা পাই, $v^2 = v_0^2 + 2as$

ও $v = v_0 + at$

$$\therefore a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{0 - (100 \text{ ms}^{-1})^2}{2 \times 1000 \text{ m}} = -5 \text{ m/s}^2$$

$$\text{ও } t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 100 \text{ ms}^{-1}}{-5 \text{ ms}^{-2}} = 20 \text{ s}$$

৩। 20 ms^{-1} বেগে গতিশীল একটি বস্তুর বেগ প্রতি সেকেন্ডে 3 ms^{-1} হারে হ্রাস পায়। থেমে যাওয়ার আগে বস্তুটি কত দূরত্ব অভিক্রম করবে ? [য. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$v^2 = v_0^2 - 2as$$

$$0 = (20)^2 - 2 \times 3 \times s$$

$$s = \frac{(20)^2}{6} = 66.67 \text{ m}$$

৪। একটি বস্তু সমতুরণে চলছে। এটি হাদিশ সেকেন্ডে 0.72 মিটার এবং বোড়ুশ সেকেন্ডে 0.96 মিটার দূরত্ব অভিক্রম করল। বস্তুটির ত্বরণ ও আদি বেগ নির্ণয় কর।

ধরি বস্তুটির বেগ = v_0 এবং ত্বরণ = f

আমরা পাই, $s_t = v_0 + \frac{1}{2}f(2t - 1)$

$$0.72 = v_0 + \left(\frac{2 \times 12 - 1}{2} \right) f = v_0 + \frac{23}{2} f$$

$$\text{এবং } 0.96 = v_0 + \left(\frac{2 \times 16 - 1}{2} \right) f = v_0 + \frac{31}{2} f$$

এখানে,

$$v_0 = 0$$

$$a = 2 \text{ ms}^{-2}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

এখানে,

$$v_0 = 360 \text{ kmh}^{-1}$$

$$= \frac{360 \times 1000}{60 \times 60} \text{ ms}^{-1}$$

$$= 100 \text{ ms}^{-1}$$

$$v = 0$$

$$s = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

এখানে,

$$v_0 = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$a = 3 \text{ ms}^{-2}$$

$$v = ?$$

$$s = ?$$

$$a = \frac{s_{t_2} - s_{t_1}}{t_2 - t_1} = \frac{0.96 - 0.72}{4} = 0.26$$

(1)

(2)

সমীকৰণ (2) হতে সমীকৰণ (1) বিয়োগ করে পাওয়া যায়, $0.24 = 4f$

$$f = \frac{0.24}{4} = 0.06 \text{ m/s}^2$$

এখন f -এর মান সমীকৰণ (1)-এ বসিয়ে পাওয়া যায়,

$$0.72 = v_0 + \frac{23}{2} \times 0.06 = v_0 + 0.69$$

$$\therefore v_0 = 0.03 \text{ m/s}$$

(৩) একটি ট্রেন 10 ms^{-1} আদিবেগে এবং 3 ms^{-2} সমন্বয়ে চলছে। যখন 60 m পথ অতিক্রম করবে তখন ট্রেনটির বেগ কত? [ঢ. বো. ২০০২ ; মা. বো. ২০০৮]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v^2 &= v_0^2 + 2as \\ &= (10)^2 + 2 \cdot 3 \cdot 60 \\ &= 100 + 360 = 460 \\ v &= \sqrt{460} \\ &= 21.45 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

(৪) একটি বস্তু খিল অবস্থান হতে যাত্রা আরম্ভ করে প্রথম সেকেন্ডে 1 m দূরত্ব অতিক্রম করে। পরবর্তী 1 m দূরত্ব অতিক্রম করতে বস্তুটির কত সময় দাগবে বের কর। [রা. বো. ২০০৬ ; সি. বো. ২০০৮]

$$\text{আমরা জানি, } s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\text{বা, } 1 = 0 \times t + \frac{1}{2} a (1)^2$$

$$\text{বা, } a = 2 \text{ ms}^{-2}$$

আবার,

$$\begin{aligned} v' &= v_0 + at \\ v' &= 0 + 2 \cdot (1) = 2 \text{ ms}^{-1} \\ s' &= v't' + \frac{1}{2} a t'^2 \\ \text{বা, } 1 &= 2 \cdot t' + \frac{1}{2} \times 2 \times t'^2 \\ \text{বা, } 1 &= 2t' + t'^2 \\ \text{বা, } t'^2 + 2t' - 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t' &= \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2} \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} \\ &= \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \\ &= -1 \pm \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t' &= -1 + \sqrt{2} \quad \text{অথবা, } t' = -1 - \sqrt{2} \\ &= 0.41 \text{ sec} \quad \text{অথবা} = -2.41 \text{ sec} \end{aligned}$$

কিন্তু ধৰণান্তর মান প্রহণযোগ্য নয়।

(৫) স্থানাবস্থা হতে চলতে আরম্ভ করে 625 m দূরত্ব অতিক্রম করলে একটি বস্তুর বেগ 125 ms^{-1} হল। সূর্যে
পৰিয়ে কর। [ঢ. বো. ২০০২]

$$\text{আমরা জানি, } v^2 = v_0^2 + 2as$$

$$\text{বা, } v^2 = 2as$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } a &= \frac{v^2}{2s} \\ &= \frac{(125)^2}{2 \times 625} = 12.5 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

এখনে,

$$v_0 = 10 \text{ ms}^{-1}$$

$$a = 3 \text{ ms}^{-2}$$

$$s = 60 \text{ m}$$

$$v = ?$$

এখনে,

$$v_0 = 0$$

$$t = 1 \text{ sec}$$

$$s = 1 \text{ m}$$

এখনে,

$$v_0 = 0$$

$$a = 2 \text{ ms}^{-2}$$

$$v' = 2 \text{ ms}^{-1}$$

$$s' = 1 \text{ m}$$

$$t = ?$$

এখনে,

$$v_0 = 0$$

$$v = 125 \text{ ms}^{-1}$$

$$s = 625 \text{ m}$$

$$a = ?$$

৮) ৫০ kg ভরের এক বাত্তি ৯৫০ kg ভরের একটি গাড়ি থিয়ে অবস্থান থেকে ১০ s সমন্বয়ে চালাল। অতঃপর ১০ min সমন্বয়ে চালানোর পর ত্বেক চেপে ৫ s সময়ের মধ্যে গাড়ি থামাল। যাত্রা শুরু ২ s পর গাড়ির বেগ 4 ms^{-1} হলে গাড়ি কর্তৃক অভিক্ষান মোট দূরত্ব কত? [ব. বো. ২০০২]

থিয়ে অবস্থান থেকে যাত্রা শুরুর পর যে ত্বরণে চলে গাড়িটি $2 \text{ s-এ } 4 \text{ ms}^{-1}$ বেগ অর্জন করে সেই ত্বরণে প্রথম 10 s চলে। এই ত্বরণ a হলে,

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ 4 &= 0 + a \times 2 \\ a &= \frac{4}{2} = 2 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{আদিবেগ}, v_0 &= 0 \\ \text{সময়}, t &= 2\text{s} \\ \text{শেষ বেগ}, v &= 4 \text{ ms}^{-1} \\ \text{ত্বরণ}, a &=? \end{aligned}$$

এই ত্বরণে প্রথম 10 s-এ অভিক্ষান দূরত্ব,

$$\begin{aligned} s_1 &= v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 \\ &= 0 + \frac{1}{2} \times 2 \times (10)^2 \\ &= 100 \text{ m} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{আদিবেগ}, v_0 &= 0 \\ \text{ত্বরণ}, a &= 2 \text{ ms}^{-2} \\ \text{সময়}, t_1 &= 10 \text{ s} \\ \text{দূরত্ব}, s_1 &=? \end{aligned}$$

এই 10 s পরে বেগ v হলে সেই বেগে পরবর্তী 10 min চলবে। এখন

$$\begin{aligned} v_1 &= v_0 + at_1 \\ &= 0 + 2 \times 10 = 20 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

এই বেগে 10 min-এ অভিক্ষান দূরত্ব s_2 হলে,

$$\begin{aligned} s_2 &= v_1 t_2 = 20 \times 10 \times 60 \\ &= 12000 \text{ m} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} v_1 &= 20 \text{ ms}^{-1} \\ \text{সময়}, t_2 &= 10 \text{ min} = 10 \times 60 \text{ s} \\ \text{দূরত্ব}, s_2 &=? \end{aligned}$$

শেষ 5 s-এ অভিক্ষান দূরত্ব s_3 হলে,

$$s_3 = \left(\frac{v_1 + v_2}{2} \right) t_3 = \left(\frac{20 + 0}{2} \right) \times 5 = 50 \text{ m}$$

অভিক্ষান মোট দূরত্ব s হলে,

$$\begin{aligned} s &= s_1 + s_2 + s_3 \\ &= 100 \text{ m} + 12000 \text{ m} + 50 \text{ m} \\ &\approx 12150 \text{ m} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{আদিবেগ}, v_1 &= 20 \text{ ms}^{-1} \\ \text{শেষ বেগ}, v_2 &= 0 \\ \text{সময়}, t_3 &= 5 \text{ s} \\ \text{দূরত্ব}, s_3 &=? \end{aligned}$$

৯) একটি রাইকেলের পুলি একটি ভক্তাকে ঠিক তেম করতে পারে। যদি পুলির বেগ চার গুণ করা হয়, তবে অনুমূল করাটি ভক্তা তেম করতে পারবে?

মনে করি, একটি ভক্তার পুরুত্ব = x

প্রথম ক্ষেত্রে, আদি বেগ = v_0

শেষ বেগ = ০

ত্বরণ = a

সরণ = x

$$v^2 = v_0^2 - 2as \quad [\text{সূত্র অনুসারে}]$$

$$0 = v_0^2 - 2ax$$

$$\text{বা, } a = \frac{v_0^2}{2x}$$

বিলীয় ক্ষেত্রে, ভক্তার সংখ্যা n ধরলে মোট পুরুত্ব = nx

আদি বেগ = $4v_0$

শেষ বেগ = ০

$$\text{ত্বরণ} = \frac{v_0^2}{2x}$$

[চ. বো. ২০০১]

$$\text{এখন, } 0 = (4v_0)^2 - 2 \times \frac{v_0^2}{2x} \times nx$$

$$\text{বা, } nv_0^2 = 16v_0^2$$

$$\text{বা, } n = 16$$

তত্ত্বার সংখ্যা = 16

১৫। ভূমির সাথে 30° কোণে আনত একটি মসৃণ তল বলাবৰ একটি বস্তু অভিকর্ষের টালে খিরাবস্থা হতে সরল চলন গতিতে 9.8 m দূরত্ব অভিক্রম কৱার পৰ কত বেগ দাঢ়ি কৱবে ?

$$\text{আমৰা পাই, } v^2 = v_0^2 + 2as$$

$$\begin{aligned}\text{নির্ণয় বেগ, } v &= \sqrt{v_0^2 + 2as} \\ &= \sqrt{0 + 2 \times 4.9 \text{ ms}^{-2} \times 9.8 \text{ m}} \\ &= 9.8 \text{ ms}^{-1}\end{aligned}$$

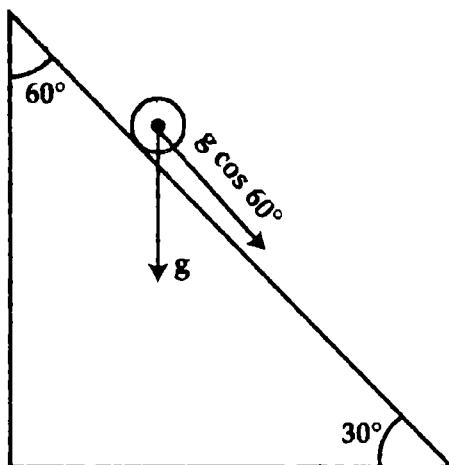
$$\text{এখানে, } v_0 = 0$$

$$s = 9.8 \text{ m}$$

$$a = g \cos (90^\circ - 30^\circ)$$

$$= 9.8 \times \frac{1}{2} \text{ ms}^{-2}$$

$$= 4.9 \text{ ms}^{-2}$$



চিত্র : ২-২৩

১৬। একটি গাড়ি চলা শুরু কৱার 4 s পৰের বেগ 8 ms^{-1} ও 7 s পৰের বেগ 23 ms^{-1} । গড় তুলন নির্ণয় কৱ।

মনে কৱি গড় তুলন = \bar{a}

$$\text{আমৰা পাই, } \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}\text{সমীকৰণ (1) হতে নির্ণয় তুলন } \bar{a} &= \frac{15 \text{ ms}^{-1}}{3 \text{ s}} \\ &= 5 \text{ ms}^{-2}\end{aligned}$$

$$\text{এখানে, } \Delta v = (23 - 8) \text{ ms}^{-1}$$

$$= 15 \text{ ms}^{-1}$$

$$\Delta t = (7 - 4) \text{ s} = 3 \text{ s}$$

১৭। X-অক্ষে গতিশীল একটি বস্তুকণার $t \text{ s}$ -এর অবস্থান $x = \left(\frac{t^2}{2} - 2\right)$ ঘাৰা নিৰ্দেশ কৱা যাব, এখানে t -এ

সময় t ও মিটারে অবস্থানাতক x ঘাৰা প্ৰকাশিত।

(ক) 2 s পৰে কণাটিৰ তাৎক্ষণিক বেগ,

(খ) 2 s ও 3 s অবকাশে গড় বেগ ও

(গ) 3 s -এ অভিক্রান্ত দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৱ।

প্ৰদলুসারে, (ক) $t \text{ s}$ পৰে তাৎক্ষণিক বেগ,

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{t^2}{2} - 2 \right) = t$$

$t = 2 \text{ s}$ পৰে তাৎক্ষণিক বেগ, $v = 2 \text{ ms}^{-1}$

(খ) 2 s ও 3 s শেষে কণার অবস্থান যথাক্রমে,

$$x_2 = \left(\frac{2^2}{2} - 2 \right) \text{ m} = 0 \text{ এবং}$$

বৈধিক গতি

বইঘর কম

$$x_3 = \left(\frac{3^2}{2} - 2\right) m = 2.5 m$$

২ s ও 3 s অবকাশে গড় বেগ,

$$\bar{v} = \frac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2} = \frac{(2.5 - 0)m}{(3 - 2)s} = 2.5 \text{ ms}^{-1}$$

(g) $t = 0 \text{ s}$ শেষে অবস্থান, $x_0 = \left(\frac{0^2}{2} - 2\right) m = -2 m$

$$t = 3 \text{ s} \text{ শেষে অবস্থান}, x_1 = \left(\frac{3^2}{2} - 2\right) m = -2.5 m$$

কণাটি যাত্রা শুরুর পর হতে 3 s সময়ের মধ্যে খণ্ড x -অক্ষের দিক হতে 2 m অতিক্রম করে শূন্য অবস্থানে এসে x -অক্ষের দিকে 2.5 m অগ্রসর হয়।

∴ ৩ s-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব $= (2 + 2.5) m = 4.5 m$

(৫৭) একটি মটর গাড়ি ঘন্টায় 90 km বেগে চলে। ত্রৈক চেপে একে 1 min-এ ধারিয়ে দেয়া হল। মন্দন এবং স্থিতিতে আসার পূর্ব মুহূর্ত পথত অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

মনে করি, মন্দন $= a$ এবং অতিক্রান্ত দূরত্ব $= s$

আমরা পাই,

$$v = v_0 - at$$

এবং $s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$0 = 25 - a \times 60$$

$$\text{বা, } a = \frac{25}{60} = \frac{5}{12} \text{ ms}^{-2}$$

পুনঃ সমীকরণ (2) হতে পাই,

$$\begin{aligned} s &= 25 \times 60 - \frac{1}{2} \times \frac{5}{12} \times 60 \times 60 \\ &= 750 \text{ m} \end{aligned}$$

(৫৮) একটি বশুকের গুলি একটি দেওয়ালের মধ্যে 3 cm তেদ করার পর বেগ অর্ধেক হারায়। গুলিটি দেওয়ালের মধ্যে আর কতদূর তেদ করবে? [ৱ. বো. ২০০৫]

১ম ক্ষেত্রে,

$$v^2 = v_0^2 - 2as$$

$$\text{বা, } \frac{v_0^2}{2^2} = v_0^2 - 2a \times 0.03$$

$$\text{বা, } \frac{v_0^2}{4} - v_0^2 = -0.06a$$

$$\text{বা, } 0.06a = \frac{4v_0^2 - v_0^2}{4} = \frac{3v_0^2}{4}$$

$$\text{বা, } a = \frac{3v_0^2}{0.24} = \frac{v_0^2}{0.08}$$

$$a = \frac{v_0^2}{0.08}$$

২য় ক্ষেত্রে,

$$v^2 = v_0^2 - 2as$$

$$\text{বা, } 0^2 = \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 - 2 \frac{v_0^2}{0.08} s$$

$$\text{বা, } 0 = \frac{v_0^2}{4} - \frac{v_0^2 s}{0.04}$$

$$\text{বা, } \frac{v_0^2 s}{0.04} = \frac{v_0^2}{4}$$

$$\text{বা, } s = \frac{0.04}{4}$$

$$s = 0.01 \text{ m}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} v_0 &= 90 \text{ km/hr} \\ &= \frac{90 \times 1000}{1 \times 60 \times 60} = 25 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

$$t = 1 \text{ min} = 1 \times 60 = 60 \text{ s}$$

$$v = 0$$

এখানে,

১ম ক্ষেত্রে, ধরি,

আদি বেগ $= v_0$

$$\text{শেষ বেগ} = \frac{v_0}{2}$$

দূরত্ব, $s = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}$

মন্দন, $a = ?$

২য় ক্ষেত্রে

$$\text{আদি বেগ} = \frac{v_0}{2}$$

শেষ বেগ $= 0$

$$\text{মন্দন, } a = \frac{v_0^2}{0.08}$$

দূরত্ব, $s = ?$

$$V = \frac{1}{3}$$

(১৫) একটি বস্তুকের গুলি কোন দেয়ালের মধ্যে $0'04$ m প্রবেশ কৰার পৰ অৰ্ধেক বেগ হাবায়। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে আৱ কত দূৰ প্রবেশ কৰতে পাৰবে ?
[ট. বো. ২০০১; ঘ. বো. ২০০০]

১ম ক্ষেত্ৰে

$$\begin{aligned} v^2 &= v_0^2 - 2as \\ \Rightarrow \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 &= v_0^2 - 2 \times a \times 0'04 \\ \Rightarrow \frac{v_0^2}{4} &= v_0^2 - 0'08a \\ \Rightarrow 0'08a &= \frac{3v_0^2}{4} \\ \Rightarrow a &= \frac{3v_0^2}{32} = 9'375v_0^2 \end{aligned}$$

২য় ক্ষেত্ৰে

$$\begin{aligned} v^2 &= v_0^2 - 2as \\ \Rightarrow 0 &= \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 - 2 \times 9'375 v_0^2 s \\ \Rightarrow 18'75 v_0^2 \cdot s &= v_0^2 / 4 \\ \Rightarrow s &= \frac{v_0^2}{4 \times 18'75 v_0^2} \\ &= 0'0133 \text{ m} \end{aligned}$$

(১৬) একটি বস্তু প্ৰথম $2s$ -এ 30 m এবং পৰিবৰ্তী $4s$ -এ 150 m দূৰত্ব গেল। বস্তুটিৰ ভুৱণ কত ? ভুৱণ খিৰ থাকলে বস্তুটি এৱপৰ $1s$ -এ কত পথ অতিক্ৰম কৰবে ?

মনে কৰি আদি বেগ $= v_0$ এবং ভুৱণ $= a$

১ম $2s$ -এ অতিক্ৰান্ত দূৰত্ব

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (1)$$

সমীকৰণ (1) হতে পাই

$$30 = v_0 \times 2 + \frac{1}{2} a (2)^2$$

বা, $v_0 + a = 15$

১ম $2s$ এবং পৰিবৰ্তী $4s$ অৰ্ধাং $(2+4) = 6s$ -এৰ অতিক্ৰান্ত দূৰত্ব

$$s_2 = v_0 \times 6 + \frac{1}{2} a (6)^2 = 30 + 150 = 180$$

বা, $v_0 + 3a = 30$

(2) এবং (3) হতে পাই

$$\begin{aligned} v_0 + 3a &= 30 \\ v_0 + a &= 15 \end{aligned}$$

১ম ক্ষেত্ৰে

ধৰি,

আদিৰেগ $= v_0$

\therefore শেষ বেগ $= v_0/2$

দূৰত্ব, s $= 0'04$ m

মনন, a $= ?$

২য় ক্ষেত্ৰে

আদিৰেগ $= v_0/2$

শেষ বেগ $= 0$

মনন, a $= 9'375 \text{ ms}^{-2}$

দূৰত্ব, s $= ?$

$$\text{এখন } s = 30 \text{ m} \quad (2)$$

$$t = 2 \text{ s}$$

(3)

$$\text{বিয়োগ কৰে} \quad 2a = 15$$

$$a = \frac{15}{2} = 7'5 \text{ ms}^{-2}$$

এখন (2)-এ a -এৰ ঘান বসিয়ে পাই,

$$v_0 + 7'5 = 15$$

$$v_0 = 15 - 7'5 = 7'5 \text{ ms}^{-1}$$

এখন ১ম হতে শেষ পৰ্যন্ত অৰ্ধাং মোট $(2+4+1) = 7s$ -এ অতিক্ৰান্ত দূৰত্ব

$$\begin{aligned} s_3 &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ &= 7'5 \times 7 + \frac{1}{2} \times 7'5 \times (7)^2 = 236'25 \text{ m} \end{aligned}$$

\therefore শেষোক্ত সেকেন্ডেৰ অতিক্ৰান্ত দূৰত্ব :

$$\begin{aligned} s_4 &= 236'25 - (30 + 150) \\ &= 236'25 - 180 = 56'25 \text{ m} \end{aligned}$$

১৭। একটি ট্রেন স্থির অবস্থান হতে 10 ms^{-2} ত্বরণে চলতে আরম্ভ করল। একই সময়ে একটি গাড়ি 100 ms^{-1} সমবেগে ট্রেনের সমান্তরালে চলা শুরু করল। ট্রেন গাড়িটিকে কখন পিছনে ফেলবে? [ঢ. বো. ২০০৫]

মনে করি, ট্রেনটি t সময় পরে s দূরত্বে গাড়িটিকে পিছনে ফেলবে।

এখন, ট্রেনের ক্ষেত্রে,

$$s = v_{01}t + \frac{1}{2}a_1 t^2$$

$$\text{বা, } s = 0 + \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$$

$$\text{বা, } s = 5t^2 \quad (1)$$

এখনে,

$$\text{ট্রেনের আদিবেগ, } v_{01} = 0$$

$$\text{ট্রেনের ত্বরণ, } a_1 = 10 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{গাড়ির আদিবেগ, } v_{02} = 100 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{গাড়ির ত্বরণ, } a_2 = 0$$

এবং গাড়ির ক্ষেত্রে,

$$s = v_{02}t + \frac{1}{2}a_2 t^2$$

$$\text{বা, } s = 100t + 0 \\ = 100t$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$5t^2 = 100t$$

$$\text{বা, } t = \frac{100}{5} = 20 \text{ s}$$

(2)

১৮। এক খঙ্গ প্রস্তরকে 98 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে—

(ক) কতক্ষণ ধরে এটি উপরে উঠবে?

(খ) 4 s পরে এর বেগ কত হবে?

(গ) যাত্রাস্থানে ক্রিয়ে আসতে এর কত সময় লাগবে?

(ক) মনে করি নির্ণেয় সময় = t

$$\text{আমরা পাই } t = \frac{v_0}{g} \quad (1)$$

$$t = \frac{98 \text{ ms}^{-1}}{9.8 \text{ ms}^{-2}} \text{ বা, } t = 10 \text{ s}$$

$$\text{এখনে, } v_0 = 98 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{এবং } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

(খ) মনে করি নির্ণেয় বেগ = v

$$v = v_0 - gt$$

$$\text{বা, } v = 98 \text{ ms}^{-1} - 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 4 \text{ s}$$

$$\text{বা, } v = 58.8 \text{ ms}^{-1}$$

(গ) মনে করি নির্ণেয় সময় = T

$$T = \frac{2v_0}{g} = \frac{2 \times 98 \text{ ms}^{-1}}{9.8 \text{ ms}^{-2}} = 20 \text{ s}$$

১৯। একটি বস্তুকে 180 m উচ্চ একটি মিনারের ছাড়া হতে ফেলে দেয়া হল। একই সময়ে অন্য একটি বস্তুকে 60 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হল। কখন এবং কোথায় তারা মিলিত হবে?

মনে করি নিক্ষিপ্ত হবার t সময় পর ভূমি হতে h উচ্চতায় তারা মিলিত হবে।

১ম বস্তুর ক্ষেত্রে আমরা পাই

$$\text{উচ্চতা} = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{বা, } (180 - h) = 0 + \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g t^2 \quad (1) \quad [\quad v_0 = 0 \quad]$$

২য় বস্তুর ক্ষেত্রে

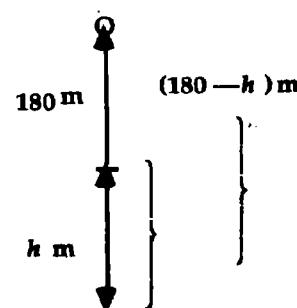
$$\text{উচ্চতা} = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{বা, } h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

এখন সমীকরণ (1) এবং (2) যোগ করে পাই

$$v_0 t = 180 \quad (3)$$

$$t = \frac{h}{\sqrt{v_0^2 + g t^2}}$$



সমীকৰণ (3) হতে পাই

$$60 \text{ ms}^{-1} \times t = 180 \text{ m}$$

$$\text{বা, } t = \frac{180 \text{ m}}{60 \text{ ms}^{-1}}$$

$$t = 3 \text{ s}$$

এখন t -এর মান সমীকৰণ (1)-এ বসিয়ে পাই,

$$180 - h = \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times (3\text{s})^2$$

$$\text{বা, } 180 - h = 44.1$$

$$\text{বা, } h = 180 - 44.1 = 135.9 \text{ m}$$

১৩। নিক্ষিত হবার 3 s পর ভূমি হতে 135.9 m উপরে তারা মিলিত হবে।
১৪। একটি মিনারের শীর্ষদেশ হতে একটি বস্তুকের গুলি অনুভূমিকভাবে 980 ms^{-1} বেগে ছোঁড়া হল এবং এটি 2s পরে ভূমি সৰ্প কৰল। মিনারের উচ্চতা এবং মিনারের পাদদেশ হতে যে স্থানে গুলি ভূমি সৰ্প কৰল তার দূৰত্ব বের কর।

মনে করি মিনারের পাদদেশ হতে নির্ণয় দূৰত্ব = s

আমরা পাই

$$s = v \times t \quad (1)$$

সমীকৰণ (1) হতে পাই,

$$s = 980 \text{ ms}^{-1} \times 2\text{s} = 1960 \text{ m}$$

মনে করি মিনারের উচ্চতা = h

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

সমীকৰণ (2) হতে পাই,

$$h = 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times (2\text{s})^2$$

$$\text{বা, } h = 19.6 \text{ m}$$

১৫। একজন লোক 48.0 ms^{-1} বেগে একটি বল খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করে। বলটি কত সময় শূন্যে ধাকবে এবং সর্বোচ্চ কত উপরে উঠবে ? [রা. বো. ২০০০]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} T &= \frac{2v_0}{g} \\ &= \frac{2 \times 48}{9.8} \\ &= 9.795 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\text{সর্বোচ্চ উচ্চতা, } H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(48)^2}{2 \times 9.8} = 117.55 \text{ m}$$

১৬। একটি বস্তুকে 98 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে দেখাও যে, 3s এবং 17s সময়ে বস্তুর বেগহীনের মান সমান কিমু দিক বিপরীতমুখী। [সি. বো. ২০০১]

আমরা জানি, প্রথম ক্ষেত্রে,

$$\begin{aligned} v &= v_0 \sin \theta_0 - gt \\ &= 98 \times \sin 90^\circ - 9.8 \times 3 \\ &= 98 - 29.4 \\ &= 68.6 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

আবার, দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

$$\begin{aligned} v &= 98 \times \sin 90^\circ - 9.8 \times 17 \\ &= 98 - 166.6 \\ &= -68.6 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

সুতৰাং 3s এবং 17s সময়ে বস্তুর বেগহীনের মান সমান কিমু দিক বিপরীতমুখী থাকে। (গ্রামাগত)

এখনে, $v_0 = 60 \text{ ms}^{-1}$

$$\begin{aligned} \text{এখনে, } v &= 980 \text{ ms}^{-1} \\ t &= 2 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\text{এখনে, } v_0 = 0$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$t = 2 \text{ s}$$

এখনে,

$$\text{আদি বেগ, } v_0 = 48.0 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{শেষ বেগ, } v = 0$$

$$\text{আঃ তুরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{নির্ণয় সময়, } T = ?$$

$$\text{সর্বোচ্চ উচ্চতা, } H = ?$$

এখনে,

$$v_0 = 98 \text{ ms}^{-1}$$

$$\theta_0 = 90^\circ$$

$$t = 3 \text{ s}$$

$$t' = 17 \text{ s}$$

বৈধিক গতি

বইঘর কম

১৩) 9.2 ms^{-1} বেগে একটি ক্রুপু বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করা হল। এটি কত সময় পরে ঝুঁপ্টে ফিরে আসবে? ($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$) [কু. বো. ২০০২]

মনে করি, বস্তুটির ভরণকাল = T

আমরা জানি,

$$T = \frac{2v_0}{g}$$

$$T = \frac{2 \times 9.2}{9.8} = 1.878 \text{ s}$$

এখানে,

$$v_0 = 9.2 \text{ ms}^{-1}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$T = ?$$

১৪) একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে 50 ms^{-1} বেগে নিষ্কেপ করা হল। বস্তুটি যখন 100 m উঠতে থাকবে তখন এর বেগ কত হবে?

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v^2 &= v_0^2 - 2gh \\ v^2 &= (50)^2 - 2 \times 9.8 \times 100 \\ &= 2500 - 1960 = 540 \\ v &= \pm 7.3 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

[বেগের দূর্দান্ত মান রয়েছে। এর অর্থ হল উপরে উঠার সময় 100 m উচ্চতায় বেগ 7.3 ms^{-1} এবং নিচে নামার সময় ঐ উচ্চতায় বেগ -7.3 ms^{-1}]

১৫) সমন্বয়ে গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে, $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ সমীকরণ হতে ক্যালকুলাসের সাহায্যে দেখাও যে, $v = v_0 + at$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

আমরা জানি, $v = \frac{ds}{dt}$

$$\begin{aligned} &= \frac{d}{dt} \left\{ v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \right\} \\ &= \frac{d}{dt} (v_0 t) + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} a t^2 \right) \\ &= v_0 \frac{d(t)}{dt} + \frac{1}{2} a \times \frac{d}{dt} (t^2) \quad [\because v_0 \text{ ও } a \text{ ধ্রুবক }] \\ &= v_0 + \frac{1}{2} a \times 2t \\ &= v_0 + at \end{aligned}$$

বা, $v = v_0 + at$ (প্রমাণিত)।

১৬) $s = \frac{1}{3} t^3 + 3t$ সূত্রানুসারে একটি বস্তু সরলরেখায় চলছে। $2s$ পরে এর বেগ নির্ণয় কর। [চা. বো. ২০০৩]

মনে করি, গতিবেগ = v আমরা জানি, $v = \frac{ds}{dt}$

এখন, $s = \frac{1}{3} t^3 + 3t$

 s -কে সময় t -এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{3} t^3 + 3t \right)$$

বা, $v = \frac{1}{3} \times 3t^2 + 3 = t^2 + 3$

 $2s$ পরে বস্তুটির বেগ

$v = (2)^2 + 3 = 4 + 3 = 7$ একক

প্রশ্নমালা

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন :

১। স্থিতি ও গতি বলতে কি বুঝি?

২। যথ্য বেগ কাকে বলে?

৩। তাৎক্ষণিক তুরণ কাকে বলে?

৪। ব্যবকলনের সাহায্যে তাৎক্ষণিক বেগের সংজ্ঞা দাও।

৫। সরল, বেগ ও তুরণের একক ও মাত্রা সমীকরণ লিখ।

৬। ব্যবকলনের সাহায্যে তাৎক্ষণিক তুরণের সংজ্ঞা দাও।

৭। গড় বেগ কাকে বলে? গড় বেগ থেকে কিভাবে তাৎক্ষণিক বেগ পাওয়া যায় ব্যাখ্যা কর।

[চা. বো. ২০০৮]

[কু. বো. ২০০৮]

[ষ. বো. ২০০৮]

[ষ. বো. ২০০৮]

[ব. বো. ২০০৫, ২০০৩ ; চ. বো. ২০০০]

- ৮। সুষম তুরণ বলতে কি বুঝা ? [ঢ. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০২]
 ৯। তাৎক্ষণিক বেগ ও তাৎক্ষণিক তুরণ চিত্রসহ ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০০০]
 ১০। সংজ্ঞা দাও :
 তাৎক্ষণিক বেগ [য. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০৬, ২০০১ ; ঢ. বো. ২০০৫, ২০০১ ; চ. বো. ২০০৩]
 সমবেগ [রা. বো. ২০০১]
 গড় বেগ [রা. বো. ২০০১]
 সুরণ, তুরণ [সি. বো. ২০০৫] , পর্যাবৃত্ত গতি, চলন গতি।
 ১১। আপেক্ষিক বেগ কাকে বলে ?
 ১২। বিভিন্ন মাত্রার প্রসঙ্গ কাঠামো বলতে কি বুঝ ?

ৱচনামূলক প্রশ্ন :

- ১। দেখাও যে, স্থির অবস্থান হতে সমতুরণে চলমান বস্তুর অতিক্রান্ত দ্রবত্তি সময়ের বর্গের সমানুপাতিক। [ঢ. বো. ২০০৪]
 ২। দেখাও যে, $v_x^2 = v_{x_0}^2 + 2a_x(x - x_0)$, এখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। [চ. বো. ২০০৬, ২০০১ ; রা. বো. ২০০৪ ; সি. বো. ২০০৪ ; ঢ. বো. ২০০২ ; ব. বো. ২০০১]
 ৩। প্রমাণ কর যে, $x = x_0 + v_{x_0}t + \frac{1}{2}a_xt^2$, এখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। [ব. বো. ২০০৩]
 ৪। X-অক্ষ বরাবর সমতুরণে গতিশীল একটি কণার দুরুন প্রমাণ কর যে, $x = x_0 + v_{x_0}t + \frac{1}{2}a_xt^2$, প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থে ব্যবহৃত। [সি. বো. ২০০৫]
 ৫। সমতুরণের ক্ষেত্রে প্রতিপাদন কর :
 $v = v_0 + at$ এবং $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$, এখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। [রা. বো. ২০০১]
 ৬। ক্যালকুলাসের সাহায্যে গতির নিষ্ঠাকৃত সমীকরণটি প্রতিপাদন কর :
 $v_x^2 = v_{x_0}^2 + 2a_x(x - x_0)$. এখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। [ব. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০১]
 ৭। স্থির অবস্থান হতে সমতুরণে চলমান বস্তুর জন্য দেখাও যে, বস্তুর প্রান্তবেগ সরণের বর্গমূলের সমানুপাতিক।
 ৮। পড়ত বস্তুর সূত্রগুলো বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর।
 ৯। দ্রুতি ও বেগের মধ্যে পার্থক্য কর।
 ১০। বেগ ও তুরণের মধ্যে পার্থক্য কর।
 ১১। ক্যালকুলাস পদ্ধতিতে $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ সমীকরণটি প্রতিপাদন কর, যেখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। [ঢ. বো. ২০০৫]

১২। বেগ বনাম সময় লেখচিত্র হতে $v = v_0 + at$ সমীকরণ প্রতিপাদন কর।

১৩। বেগ বনাম সময় লেখচিত্র হতে $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ সমীকরণটি প্রতিপাদন কর। [য. বো. ২০০২ ; ঢ. বো. ২০০১]

১৪। খাড়াভাবে উপর দিকে নিষ্কিন্ত বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতার রাশিমালা বের কর।

১৫। খাড়াভাবে উপর দিকে নিষ্কিন্ত বস্তুর উথান-পতনের রাশিমালা বের কর।

গাণিতিক সমস্যাবলি :

(৫) কোন একটি বস্তুর সরলরেখায় 10 s-এর অতিক্রান্ত দূরত্ব 8 m। গড় বেগ নির্ণয় কর। [উৎ : 0.8 ms^{-1}]

(৬) একটি বস্তু স্থিতিশীল অবস্থা হতে যাত্রা করে 2 ms^{-2} সমতুরণে চলতে লাগল।

(ক) 5 s পর বস্তুর বেগ কত ?

(খ) 5s-এ বস্তু কত দূরত্ব অতিক্রম করবে ?

(গ) কর্তৃপক্ষ পর এর বেগ 50 ms^{-1} হবে ?

(ঘ) 5th s-এ এটি কত দূরত্ব যাবে ?

[উৎ : (ক) 10 ms^{-1} , (খ) 25 m, (গ) 25 s (ঘ) 9 m]

(৭) ঘণ্টায় 40 km বেগে চলন্ত একটি গাড়িকে 6s যাবত 1.5 ms^{-2} হারে ত্বরিত করা হল, এর শেষ বেগ কত হবে এবং তুরণকালে এটি কত দূর চলবে ?

[উৎ : 20.11 ms^{-1} , 93.66 m]

(৮) একটি বস্তু স্থিতিশীল অবস্থা হতে যাত্রা করে 5 ms^{-2} সমতুরণে চলতে লাগল। 5s-এ বস্তু কত পথ অতিক্রম করবে নির্ণয় কর।

[উৎ : 62.5 m]

(৯) একটি বস্তু স্থিতিশীল অবস্থা হতে যাত্রা করে 5 ms^{-2} সমতুরণে চলতে লাগল। কর্তৃপক্ষ পর এর বেগ 396 km/h হবে বের কর।

[উৎ : 22 s]

(১০) একটি বস্তুর প্রথম 4s এর গড় বেগ 30 cm s^{-1} এবং পরবর্তী 4s-এর গড় বেগ 10 cms^{-1} । বস্তুটি সমমন্দনে পতিশীল আছে ধরে এর আদি বেগ এবং মন্দন বের কর।

[উৎ : 5 cms^{-2} ; 40 cms^{-1}]

(১১) একটি গাড়ি 50 ms^{-1} বেগে চলছিল। গাড়ির চালক ব্রেক চেপে 5 ms^{-2} মন্দন স্থিতি করল।

(ক) এর বেগ 8 s পর কত হবে ?

(খ) এই 8 s এ গাড়ি কত গড় বেগে চলবে ?

(গ) 8 s-এ গাড়ি কত দূরে যাবে ?

(ঘ) 8th s-এর শুরুতে তাৎক্ষণিক বেগ কত হবে ? [উৎ : (ক) 10 ms^{-1} , (খ) 30 ms^{-1} , (গ) 240 m , (ঘ) 15 ms^{-1}]

- (৮) একটি মটর গাড়ি ঘণ্টায় 316.8 km বেগে চলে। ত্রৈক চেপে একে 2 min -এ থামিয়ে দেয়া হল। মন্দন এবং স্থিতিক্রান্ত আসার পূর্ব মুহূর্ত পর্যন্ত অতিক্রান্ত দূরত্ব বের কর। [উৎস: $\frac{1}{10} \text{ ms}^{-2}$; 5280 m]

(৯) একটি কগা স্থির অবস্থা হতে 5 ms^{-2} সমত্বরণে চলতে থাকলে 5th সেকেন্ডে এটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে বের কর। [উৎস: 22.5 m]

(১০) একটি বস্তু 5th সেকেন্ডে 50 m এবং 10th সেকেন্ডে 100 m দূরত্ব অতিক্রম করে। বস্তুটির (ক) ত্বরণ, (খ) আদি বেগ এবং (গ) 20 s -এ অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। [উৎস: (ক) 10 ms^{-2} , (খ) 5 ms^{-1} , (গ) 2100 m]

(১১) সরলরেখায় চলে কোন একটি বস্তু প্রথম 4s -এ 160 m এবং পরবর্তী 4 s -এ 320 m দূরত্ব অতিক্রম করে। বস্তুটির সমত্বরণ ধরে এর আদি বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর। [উৎস: 10 ms^{-2} , 20 ms^{-1}]

(১২) 98 m উচু একটি মিনারের ছাড়া হতে একটি বস্তুকে ছেড়ে দেয়া হল। একই সময়ে অন্য একটি বস্তুকে ভূমি হতে 24.5 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করা হল। কখন এবং কোথায় বস্তু দুটি মিলিত হবে? [উৎস: 4 s , 196 m]

(১৩) একটি ট্রেন স্থির স্থবর্স্থান হতে 5 ms^{-2} ত্বরণে চলতে শুরু করল। একই সময়ে একটি গাড়ি 50 ms^{-1} সমবেগে ট্রেনের সমান্তরালে চলা শুরু করল। ট্রেন গাড়িটিকে কখন পিছনে ফেলবে? [উৎস: 8 s , 20s]

(১৪) একটি বন্দুকের গুলি কোন দেয়ালের মধ্যে 0.08 m প্রবেশ করার পর অর্ধেক বেগ হারায়। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে আর কতদূর প্রবেশ করতে পারবে? [কু. বো. 2005] [উৎস: 10ms^{-1}]

(১৫) একটি বন্দুকের গুলি কোন দেয়ালের মধ্যে 0.06 m প্রবেশ করার পর অর্ধেক বেগ হারায়। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে আর কতদূর প্রবেশ করতে পারবে? [ব. বো. 2005] [উৎস: 0.02 m]

(১৬) একটি রাইফেলের গুলি নির্দিষ্ট পুরুত্বের একটি তত্ত্ব তেজ করতে পারে। ঐরূপ 16th তত্ত্ব তেজ করতে হলে এর বেগ কতগুলি হতে হবে? [উৎস: $4 \text{ g}_{\text{৳}}$]

(১৭) 20 ms^{-2} মন্দন সৃষ্টিকারী বল প্রয়োগ করে একটি গাড়িকে 40 m দূরে থামানো হলে গাড়িটির আদি বেগ নির্ণয় কর। [উৎস: 40 ms^{-1}]

(১৮) দুটি মোটরগাড়ি 16 ms^{-1} এবং 12 ms^{-1} বেগে একই সময়ে মাত্রা শুরু করে এবং একই সময়ে গতব্যে পৌছতে কত সময় লেগেছিল এবং গতব্যের দূরত্ব কত ছিল? [উৎস: 8 s , 256 m , 128 m]

(১৯) একটি মোটরগাড়ি সরলরেখা বরাবর 20 ms^{-1} বেগে চলছে। গাড়ির চালক 100 m দূরে 36 kmh^{-1} গতিসীমা নির্দেশক চিহ্ন দেখতে পেলেন। ত্রৈক কয়ে গাড়িটিতে কত মন্দন সৃষ্টি করলে ঐ স্থানে গাড়িটি নির্দেশিত বেগ প্রাপ্ত হবে এবং ঐ নির্দেশ চিহ্ন পর্যন্ত পৌছতে গাড়িটির কত সময় লাগবে? [উৎস: 1.5 ms^{-2} , 6.67 s]

(২০) একটি মোটরগাড়ি 30 ms^{-1} বেগে চলছে। এ অবস্থায় ত্রৈক কষায় গাড়িটির বেগ সমত্বরণে কমে 5 sec পরে 12 ms^{-1} হল। (ক) গাড়িটির ত্বরণ ও (খ) পঞ্চম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। [উৎস: -3.6 ms^{-2} ; 13.8 m]

(২১) একটি বস্তু 50 m উপর হতে অতিকর্ষের টান পড়ে 3 m পুরু বালু তেজ করার পর বেগ অর্ধেক হয়। বস্তুটি বালির আর কত গভীরে যেতে পারবে? [উৎস: 1 m]

(২২) একটি বাঘ 8 m মিটার সম্মুখে একটি হরিণকে দেখতে পেয়ে স্থিরাবস্থা হতে 1 ms^{-2} ত্বরণে তার পিছনে দোড়াতে থাকে। হরিণটি টের পেয়ে 3 ms^{-1} সমবেগে চলতে থাকলে কতক্ষণ পরে ও কত দূরত্ব অতিক্রমে বাঘটি হরিণটিকে ধরতে পারবে? [উৎস: 8 s ও 32 m]

(২৩) একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে 100 ms^{-1} বেগে নিষ্কেপ করা হল। বস্তুটি যখন 300 m উচুতে থাকবে তখন এর বেগ কত? [উৎস: $\pm 64.2 \text{ ms}^{-1}$]

(২৪) 50 m উপর হতে একটি বস্তু ছেড়ে দেয়া হল। ঐ স্থানে $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ হলে বস্তুটির মাটিতে পৌছাবার প্রাক্তালে বেগ কত হবে? মাটিতে পড়তে কত সময় লাগবে? [উৎস: 31.3 ms^{-1} ; 3.19 s]

(২৫) 1 kg ভরের একটি বস্তুকে পৃথিবীর টানে মুক্তভাবে পড়তে দেয়া হল। কত সেকেন্ডে পর এর বেগ 95 ms^{-1} হবে? [উৎস: 9.7 s]

(২৬) একটি প্রস্তর খঙ্কে 30 ms^{-1} বেগে খাড়াভাবে উপরের দিকে নিষ্কেপ করা হল। এটি কত উপরে উঠবে এবং এই উচ্চতায় উঠতে কত সময় লাগবে? [$g = 10 \text{ ms}^{-2}$] [উৎস: 45 m , 3 s]

(২৭) কত বেগে একটি প্রস্তর খঙ্কে খাড়াভাবে উপরে নিষ্কেপ করলে এটি 20 m উঠে উঠবে? [$g = 10 \text{ ms}^{-2}$] [উৎস: 20 ms^{-1}]

(২৮) একটি ক্লিকেট বলকে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করা হল এবং এটি 6 s সেকেন্ডে ওঠা-নামা করে। সর্বাধিক উচ্চতায় উঠতে কত সময় লাগবে এবং এই উচ্চতা কত হবে নির্ণয় কর। [$g = 10 \text{ ms}^{-2}$] [উৎস: 3 s , 45 m]

(২৯) 150 m উচু হতে একটি পাথর ভূমিতে পতিত হয়। (ক) ভূমিতে পৌছতে এর কত সময় লাগে? এবং (খ) ভূমি স্পর্শ করার মুহূর্তে এর বেগ কত? [$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$] [উৎস: 5.53 s , 54.2 ms^{-1}]



ଦ୍ୱିମାତ୍ରିକ ଗତି

TWO DIMENSIONAL MOTION

୩-୧ ସୂଚନା

Introduction

ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟେ ସରଣ, ବେଗ, ତୁରଣ ଇତ୍ୟାଦି ଏକମାତ୍ରିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ କାଠାମୋତେ ପ୍ରକାଶ କରା ହେଁଛେ ଏବଂ ସେଗୁଲୋ ସରଳରୈଥିକ ଗତି ବର୍ଣ୍ଣନାୟ ବ୍ୟବହାର କରା ହେଁଛେ । ଏ ଅଧ୍ୟାୟେ ଏଇ ରାଶିଗୁଲୋ ଦ୍ୱିମାତ୍ରିକ ଓ ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ କାଠାମୋତେ ପ୍ରକାଶ କରା ହବେ ଏବଂ ଗତିର ସମୀକରଣ ପ୍ରତିପାଦନ କରା ହବେ । ଉପ୍ରେକ୍ଷ୍ୟ ଯେ, ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ କାଠାମୋ ହତେ ସହଜେଇ ଏକଟି ଉପାଂଶ ବାଦ ଦିଯେ ଦ୍ୱିମାତ୍ରିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ କାଠାମୋତେ ରୂପାନ୍ତର କରା ଯାଏ ।

କୋନ ବସ୍ତୁର ଗତି ଦ୍ୱିମାତ୍ରିକ ତଳେ ବିବେଚନା କରିଲେ ତାକେ ଦ୍ୱିମାତ୍ରିକ ଗତି ବଲେ । ନିଶ୍ଚିନ୍ତନ ବସ୍ତୁ ବା ପ୍ରାସେର ଗତି, ବୃତ୍ତାକାର ଗତି ପ୍ରଭୃତି ଦ୍ୱିମାତ୍ରିକ ଗତିର ଉଦାହରଣ । ଏ ଅଧ୍ୟାୟେ ପ୍ରାସେର ଗତି, ବୃତ୍ତାକାର ଗତି, କୌଣିକ ସରଣ ଓ କୌଣିକ ବେଗ, ରୈଥିକ ବେଗ ଓ ତୁରଣେର ସଙ୍ଗେ ଯଥାକ୍ରମେ କୌଣିକ ବେଗ ଓ ତୁରଣେର ସଫଳ ଆଲୋଚନା କରା ହବେ । ଏ ଛାଡ଼ା କୌଣିକ ଗତି ବିଷୟକ ସମୀକରଣ ପ୍ରତିପାଦନ କରା ହବେ ।

୩-୨ ଦ୍ୱିମାତ୍ରିକ ଓ ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ କାଠାମୋଯ ଗତି ସଂକ୍ରାନ୍ତ ବିଭିନ୍ନ ରାଶିର ଭେଟ୍ରେ ରୂପ

Necessary terms in vector form relating motion in two and three dimensional reference frame

(କ) ଅବସ୍ଥାନ ଭେଟ୍ରେ

ପ୍ରସଙ୍ଗ କାଠାମୋର ମୂଳ ବିନ୍ଦୁର ସାପେକ୍ଷେ କୋନ ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥାନ ଯେ ଭେଟ୍ରେର ସାହାଯ୍ୟେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରା ହେଁ ତାକେ ଅବସ୍ଥାନ ଭେଟ୍ରେ ବଲେ । [ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟେ ଅବସ୍ଥାନ ଭେଟ୍ରେ ସଫଳରେ ବିସ୍ତାରିତ ଆଲୋଚନା କରା ହେଁଛେ ।]

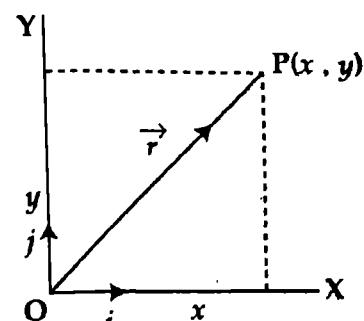
ବ୍ୟାଖ୍ୟା : ଏକଟି କଣାର ଅବସ୍ଥାନ ଯଦି \vec{r} ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରା ହେଁ, ତବେ ଦ୍ୱିମାତ୍ରିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ କାଠାମୋ ବ୍ୟବସ୍ଥାଯ ଆମରା ଲିଖିତେ ପାରି,

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} \quad (1)$$

ଏଥାନେ, \hat{i} ଓ \hat{j} ଯଥାକ୍ରମେ X ଓ Y-ଅକ୍ଷ ବରାବର ଏକକ ଭେଟ୍ରେ ଏବଂ x ଓ y ହଞ୍ଚେ \vec{r} -ଏର ଉପାଂଶେର ମାନ ।

ତ୍ରିମାତ୍ରିକ କାଠାମୋଯ ଲେଖା ଯାଏ, $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

ଏଥାନେ \hat{i} , \hat{j} ଓ \hat{k} ଯଥାକ୍ରମେ X, Y ଓ Z-ଅକ୍ଷ ବରାବର ଏକକ ଭେଟ୍ରେ ଏବଂ x, y ଓ z ହଞ୍ଚେ \vec{r} -ଏର ଉପାଂଶେର ମାନ ।



ଚିତ୍ର ୩-୧

(ଘ) ସରଣ : କୋନ ଏକଟି ଗତିଶୀଳ ବସ୍ତୁର ଅବସ୍ଥାନ ଭେଟ୍ରେ ପରିବର୍ତ୍ତନକେ ଏଇ ବସ୍ତୁର ସରଣ ବଲେ । ବସ୍ତୁଟି ଯେ ପଥେଇ ଆଦି ଅବସ୍ଥାନ ହତେ ଶେଷ ଅବସ୍ଥାନେ ଯାକ ନା କେନ ଏହି ଅବସ୍ଥାନେର ନୂନତମ ଦୂରତ୍ତ ହବେ ସରଣେର ପରିମାଣ ଏବଂ ଆଦି ଅବସ୍ଥାନ ହତେ ଶେଷ ଅବସ୍ଥାନେର ଦିକଇ ହବେ ସରଣେର ଦିକ । ଅତଏବ ଅବସ୍ଥାନେର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଦ୍ୱାରା ସରଣ ପ୍ରକାଶ କରା ଯାଏ ।

ସ୍ୟାଖ୍ୟା : ଧରା ଯାକ, ମୂଳବିନ୍ଦୁ O -ଏର ସାପେକ୍ଷେ ଏକଟି କଣାର
ମାଦି ଅବସ୍ଥାନ P ଏବଂ ଶେଷ ଅବସ୍ଥାନ Q । ଆଦି ଅବସ୍ଥାନ ଡେଟର
 $\vec{OP} = \vec{r}_1$ ଏବଂ ଶେଷ ଅବସ୍ଥାନ ଡେଟର, $Q = \vec{r}_2$ [ଚିତ୍ର ୩.୨] ।

P ଓ Q -ଏର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଯଥାକ୍ରମେ $P(x_1, y_1)$ ଓ $Q(x_2, y_2)$ ।

ଏଥିନେ, ତ୍ରିଭୁଜ ସୂତ୍ର ଅନୁସାରେ,

$$\begin{aligned}\vec{r}_1 + \Delta \vec{r} &= \vec{r}_2 \\ \text{ବା, } \Delta \vec{r} &= \vec{r}_2 - \vec{r}_1\end{aligned}\quad (2)$$

$\Delta \vec{r}$ ହାଲ କଣାଟିର ସରଣ ।

ଦ୍ୱିମାତ୍ରିକ କ୍ଷେତ୍ରେ Δr , \vec{r}_1 ଓ \vec{r}_2 -ଏର ଉପାର୍ଥ

$$\begin{aligned}\Delta \vec{r} &= \Delta x \hat{i} + \Delta y \hat{j} \\ \vec{r}_1 &= x_1 \hat{i} + y_1 \hat{j} \\ \text{ଏବଂ } \vec{r}_2 &= x_2 \hat{i} + y_2 \hat{j} \\ \text{ଅତିରିକ୍ତ, } \Delta \vec{r} &= \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \text{ ଲେଖା ଯାଇ,} \\ \Delta \vec{r} &= (\Delta x) \hat{i} + (\Delta y) \hat{j} = (x_2 \hat{i} + y_2 \hat{j}) - (x_1 \hat{i} + y_1 \hat{j}) \\ &= (x_2 - x_1) \hat{i} + (y_2 - y_1) \hat{j}\end{aligned}\quad (3)$$

ବାମପକ୍ଷେ ଓ ଡାନପକ୍ଷେ \hat{i} ଓ \hat{j} -ଏର ସହଗ ସମାନ ।

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

$$\text{ଏବଂ } \Delta y = y_2 - y_1$$

Δx ଓ Δy ହଜେ ଯଥାକ୍ରମେ X ଓ Y-ଅକ୍ଷ ବରାବର $\Delta \vec{r}$ -ଏର ଉପାର୍ଥ ।

ତ୍ରିମାତ୍ରିକ କ୍ଷେତ୍ରେ : ତ୍ରିମାତ୍ରିକ କାଠାମୋଯ P ଓ Q ଏର ସ୍ଥାନାଙ୍କ P(x_1, y_1, z_1) ଓ Q(x_2, y_2, z_2) ।

$$\text{କଣାଟିର ସରଣ, } \Delta \vec{r} = (\Delta x) \hat{i} + (\Delta y) \hat{j} + (\Delta z) \hat{k} \quad (4)$$

Δx , Δy ଓ Δz ଯଥାକ୍ରମେ X, Y ଓ Z-ଅକ୍ଷ ବରାବର $\Delta \vec{r}$ -ଏର ଉପାର୍ଥ ।

(g) ତାତ୍କଷିକ ବେଗ ବା ବେଗ : ସମୟ ବ୍ୟବଧାନ ଶୂନ୍ୟେର କାହାକାହି ହଲେ ବସ୍ତୁର ସରଣେର ହାରକେ ତାତ୍କଷିକ
ବେଗ ବା ବେଗ ବଲେ ।

ଧରା ଯାକ, ଏକଟି କଣାର ଅବସ୍ଥାନ ଡେଟର \vec{r} ଏବଂ କ୍ୟାଲକ୍ଲୁଶେଲ ନିୟମ ଅନୁସାରେ,

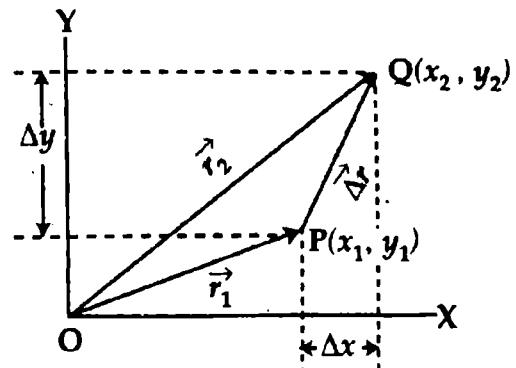
$$\boxed{\vec{v} = \frac{d \vec{r}}{dt}} \quad (5)$$

(k) ଦ୍ୱିମାତ୍ରିକ କ୍ଷେତ୍ରେ

ଦ୍ୱିମାତ୍ରିକ କ୍ଷେତ୍ରେ ଅବସ୍ଥାନ ଡେଟର, $\vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j}$

$$\begin{aligned}\text{ବେଗ, } \vec{v} &= \frac{d}{dt} (x \hat{i} + y \hat{j}) = \left(\frac{dx}{dt} \right) \hat{i} + \left(\frac{dy}{dt} \right) \hat{j} \\ &= v_x \hat{i} + v_y \hat{j}\end{aligned}\quad (6)$$

ଏଥାନେ, v_x ଓ v_y ଯଥାକ୍ରମେ X ଓ Y-ଅକ୍ଷ ବରାବର \vec{v} -ଏର ଉପାର୍ଥ ।



ଚିତ୍ର ୩.୨

(ii) ত্রিমাত্রিক ক্ষেত্রে :

ত্রিমাত্রিক ক্ষেত্রে অবস্থান তেরে,

$$\begin{aligned}\vec{r} &= x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \\ \text{বেগ}, \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) \\ &= \left(\frac{dx}{dt}\right)\hat{i} + \left(\frac{dy}{dt}\right)\hat{j} + \left(\frac{dz}{dt}\right)\hat{k} \\ &= v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}\end{aligned}\quad (7)$$

এখানে, v_x , v_y ও v_z যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষ বরাবর \vec{v} -এর উপাংশ।

ত্বরণ বা ত্বরণিক ত্বরণ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে ত্বরণ বা ত্বরণিক ত্বরণ বলে। একে 'a' দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এটি একটি তেরের রাশি। ত্বরণের সাধারণ সমীকরণ হল $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ । নিম্ন বিভিন্ন প্রসঙ্গ কাঠামোতে উপাংশের মাধ্যমে ত্বরণ প্রকাশ করা হল।

একমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামোর ক্ষেত্রে :

X-অক্ষে গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে

$$\vec{a} = a_x\hat{i}$$

অনুরূপভাবে, Y ও Z-অক্ষে গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে যথাক্রমে $\vec{a} = a_y\hat{j}$ ও $\vec{a} = a_z\hat{k}$

ত্রিমাত্রিক ক্ষেত্রে :

একটি বস্তু বা কণা XY তলে গতিশীল হলে,

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} \quad (8)$$

এখানে a_x , a_y হলে X ও Y অক্ষ বরাবর \vec{a} -এর উপাংশ।

অনুরূপভাবে, XZ ও YZ তলে গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে যথাক্রমে,

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_z\hat{k} \text{ ও } \vec{a} = a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$$

ত্রিমাত্রিক ক্ষেত্রে :

ত্রিমাত্রিক স্থানাংক ব্যবস্থায়,

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k} \quad (9)$$

এখানে, a_x , a_y , a_z হলে X, Y ও Z অক্ষ বরাবর \vec{a} -এর উপাংশ।

৩-৩ সরণ ও বেগের উপাংশগুলোর মধ্যে সম্পর্ক

Relation among the components of displacement and velocity

আমরা জানি,

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k} \quad (10)$$

বইঘর.কম

 \vec{v} -কে উপাংশে প্রকাশ করা যায়,

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k} = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} + \frac{dz}{dt} \hat{k} \quad (11)$$

উভয় পক্ষের \hat{i} , \hat{j} ও \hat{k} -এর সহগগুলো সমান, অতএব

$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt} \quad (12)$$

 v_x, v_y, v_z হল যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষ বরাবর \vec{v} -এর উপাংশ।

৩.৪ গতির সমীকরণ (ভেট্টার রূপ)

Equations of motion (Vector form)

সূচনা : গতি সংক্রান্ত সংকেতগুলোর মধ্যে যে সম্পর্ক রয়েছে তাকে গতির সমীকরণ বলে। সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর তাৎক্ষণিক ত্বরণ যে কোন সময় ব্যবধান বা অবকাশের গড় ত্বরণের সমান থাকে। এই ত্বরণ = \vec{a} । আরো ধরা হয় যে, এই গতির প্রাথমিক ও মূল শর্তাদি হল সময় গণনার শুরুতে সময় $t = 0$, আদি অবস্থান ভেট্টার = \vec{r}_0 এবং আদি বেগ = \vec{v}_0 ।

(ক) $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ অর্থাৎ t সময় অবকাশে দ্বিমাত্রিক তলে সমত্বরণে গতিশীল একটি বস্তুর শেষ বেগের সমীকরণ প্রতিপাদন।

সমত্বরণে একটি গতিশীল বস্তু বিবেচনা করি।

ধরি X-অক্ষ বরাবর এর আদি বেগ v_{x0} , ত্বরণ a_x , যাত্রা কাল = t এবং t সময় পর বস্তুটির বেগ v_x [চিত্র ৩.৩]।

আমরা জানি, $v = v_0 + at$

উক্ত সমীকরণ অনুসারে X-অক্ষে গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে পাই,

$$v_x = v_{x0} + a_x t \quad (13)$$

অনুবৃত্তাবে Y-অক্ষে গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে পাই,

$$v_y = v_{y0} + a_y t \quad (14)$$

Z-অক্ষে গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে পাই,

$$v_z = v_{z0} + a_z t \quad (15)$$



চিত্র ৩.৩

বস্তুটি কোন দিকে গতিশীল থাকলে, তার বেগের উপাংশসমূহ সমীকরণ (13), (14) এবং (15) হতে পাওয়া যায়। সূতরাং t সময়ে বস্তুটির বেগ

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$$

$$\text{বা, } \vec{v} = (v_{x0} + a_x t) \hat{i} + (v_{y0} + a_y t) \hat{j} + (v_{z0} + a_z t) \hat{k}$$

$$\text{বা, } \vec{v} = (v_{x0} \hat{i} + v_{y0} \hat{j} + v_{z0} \hat{k}) + (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) t$$

$$\text{বা. } \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t \quad (16)$$

এখানে \vec{v}_0 বস্তুটির আদিবেগ এবং \vec{a} বস্তুটির ত্বরণ।

(৬) $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$ অৰ্থাৎ t সময় অবকালে সমতুল্যে গতিশীল একটি বস্তু কৰ্তৃক দ্বিমাত্রিক তলে অতিক্রান্ত দূৰত্বের সমীকৰণ প্রতিপাদন।

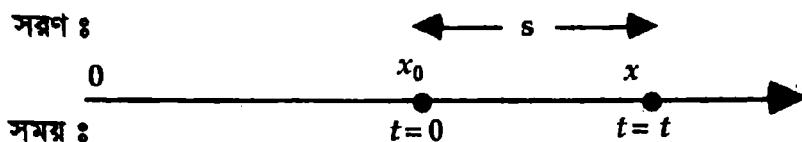
সমতুল্যে একটি গতিশীল বস্তু বিবেচনা কৰি। ধৰি X -অক্ষ বৱাবৰ এৱ আদি বেগ v_{x0} , যাত্রার শুৱৰত্তে অৰ্থাৎ $t = 0$ সময়ে সৱণ = x_0 , তুৱণ = a_x , t সময়ের সৱণ = x । উচ্চ সময়ে অতিক্রান্ত দূৰত্ত = s । এখন s -এৱ মান নিৰ্ণয় কৰি। উপৰ্যুক্ত আদি অবস্থায় সৱণ ভেটের অৰ্থাৎ $t = 0$ সময়ে $\vec{r} = \vec{r}_0$

আমৰা জানি, $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, অতএব শৰ্তানুসারে, X -অক্ষে গতিশীল বস্তুৰ ক্ষেত্ৰে দেখা যায়

$$s = x - x_0 = v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$\text{বা, } x - x_0 = v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$\text{বা, } x = x_0 + v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \quad (17)$$



চিত্ৰ ৩৪

অনুৰূপভাৱে Y -অক্ষে গতিশীল বস্তুৰ ক্ষেত্ৰে দেখা যায়

$$y = y_0 + v_{y0} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \quad (18)$$

একইভাৱে Z -অক্ষে গতিশীল বস্তুৰ ক্ষেত্ৰে পাওয়া যায়

$$z = z_0 + v_{z0} t + \frac{1}{2} a_z t^2 \quad (19)$$

অতএব কোন একটি বস্তু কোন দিকে গতিশীল থাকলে তাৱ সৱণের উপাংশসমূহও সমীকৰণ (16), (17) এবং (18) হতে পাওয়া যায়। সুতৰাং বস্তুটিৰ সৱণ

$$\begin{aligned} \vec{r} &= x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k} \\ \text{বা, } \vec{r} &= (x_0 + v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2) \hat{i} + (y_0 + v_{y0} t + \frac{1}{2} a_y t^2) \hat{j} + (z_0 + v_{z0} t + \frac{1}{2} a_z t^2) \hat{k} \\ \text{বা, } \vec{r} &= (x_0 \hat{i} + y_0 \hat{j} + z_0 \hat{k}) + (v_{x0} \hat{i} + v_{y0} \hat{j} + v_{z0} \hat{k})t + \frac{1}{2} (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k})t^2 \\ \text{বা, } \vec{r} &= \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \end{aligned} \quad (20)$$

এখানে, \vec{r}_0 , \vec{v}_0 ও \vec{a} যথাক্রমে বস্তুটিৰ আদি অবস্থায় ভেটেৱ, আদি বেগ ও তুৱণ নিৰ্দেশ কৰছে।

$$(গ) \vec{v} \cdot \vec{v} = \vec{v}_0 \cdot \vec{v}_0 + 2\vec{a} \cdot \vec{s} \quad \text{বা, } v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{s} \quad \text{বা, } v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0) \text{ অৰ্থাৎ}$$

দ্বিমাত্রিক তলে সমতুল্যে গতিৰ ক্ষেত্ৰে সময় নিৱাপেক্ষ দূৰত্বেৱ সমীকৰণ প্রতিপাদন।

মনে কৰি দ্বিমাত্রিক তলে কোন একটি বস্তু সমতুল্যে চলছে। এৱ আদি বেগ = \vec{v}_0 এবং সমতুল্য = \vec{a} । বস্তুৰ যাত্রা কাল t । ধৰি t সময় পৰ এৱ বেগ = \vec{v} এবং সৱণ = \vec{r} । s -এৱ মান নিৰ্ণয় কৰতে হবে।

বস্তুটিৰ আদি অবস্থান ভেটেৱ \vec{r}_0 এবং t সময়ে অবস্থান ভেটেৱ \vec{r} হলে, সৱণ

$$s = \Delta r = \vec{r} - \vec{r}_0$$

আমরা জানি, $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t$

উক্ত সমীকরণের উভয় পার্শ্বকেই স্কেলার বা ডট গুণ করে পাই,

$$\vec{v} \cdot \vec{v} = (\vec{v}_0 + \vec{a} t) \cdot (\vec{v}_0 + \vec{a} t)$$

$$\text{বা, } \vec{v} \cdot \vec{v} = \vec{v}_0 \cdot \vec{v}_0 + \vec{v}_0 \cdot \vec{a} t + (\vec{a} t) \cdot \vec{v}_0 + (\vec{a} t) \cdot (\vec{a} t)$$

$$\text{বা, } \vec{v} \cdot \vec{v} = \vec{v}_0 \cdot \vec{v}_0 + 2 \vec{v}_0 \cdot \vec{a} t + \vec{a} \cdot \vec{a} t^2$$

$$\text{বা, } \vec{v} \cdot \vec{v} = \vec{v}_0 \cdot \vec{v}_0 + 2 \vec{a} \cdot (\vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2)$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v} = \vec{v}_0 \cdot \vec{v}_0 + 2 \vec{a} \cdot \vec{s}$$

$$= \vec{v} \cdot \vec{v} + 2 \vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0) \quad [\because \vec{s} = \vec{r} - \vec{r}_0]$$

$$\text{বা, } v^2 = v_0^2 + 2 \vec{a} \cdot \vec{s} \quad (21a) \quad [\because \vec{v} \cdot \vec{v} = v^2 \text{ এবং } \vec{v}_0 \cdot \vec{v}_0 = v_0^2]$$

$$\text{বা, } \boxed{v^2 = v_0^2 + 2 \vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)} \quad (21b)$$

এটিই হল সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর সময় নিরপেক্ষ অতিক্রান্ত দূরত্বের সমীকরণ।

৩.৫ গতির ত্তেজের সমীকরণসমূহের বিভিন্ন উপাংশে পৃথককরণ বা বিভাজন

Resolution of vector equations of motions

ত্তেজের প্রকাণিত গতির বিভিন্ন সমীকরণ সহজেই উপাংশে পৃথককরণ বা বিভাজন করা যায়। এই অধ্যায়ে যেহেতু দিমাত্রিক গতি আলোচনা করা হচ্ছে, তাই যে কোন তলে উপাংশে বিভাজন আলোচনা করা হবে। ধরা যাক, XY তলে দিমাত্রিক গতি বিবেচনা করা হচ্ছে।

(ক) $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t$ সমীকরণের উপাংশে বিভাজন

X ও Y অক্ষ বরাবর শেষ বেগ \vec{v} , আদিবেগ \vec{v}_0 এবং ত্তুরণ \vec{a} -এর উপাংশ যথাক্রমে \vec{v}_x ও \vec{v}_y , v_{0x} , \vec{v}_{0y} এবং \vec{a}_x ও \vec{a}_y হলে,

$$\vec{v}_0 = v_{0x} \hat{i} + v_{0y} \hat{j}$$

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} \text{ এবং }$$

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$$

এই উপাঞ্জগুলো $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t$ সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$v_x \hat{i} + v_y \hat{j} = v_{0x} \hat{i} + v_{0y} \hat{j} + a_x t \hat{i} + a_y t \hat{j}$$

$$= (v_{0x} + a_x t) \hat{i} + (v_{0y} + a_y t) \hat{j}$$

উপরের সমীকরণের উভয় পার্শ্বের একক ত্তেজের \hat{i} ও \hat{j} -এর সহগগুলো সমান।

$$\text{অতএব, } v_x = v_{0x} + a_x t$$

(22)

$$\boxed{v_y = v_{0y} + a_y t}$$

(23)

(খ) $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$ সমীকৰণের উপাংশে বিভাজন

X ও Y অক্ষ বিৱৰণ অবস্থান ভেটৰ \vec{r} , আদি অবস্থান ভেটৰ \vec{r}_0 , আদিবেগ \vec{v}_0 এবং তুলণ \vec{a} -এর উপাংশ যথাক্রমে x ও y , \vec{x}_0 ও \vec{y}_0 , v_{0x} ও v_{0y} এবং a_x ও a_y হলে,

$$\vec{r} = \hat{x}\hat{i} + \hat{y}\hat{j}$$

$$\vec{r}_0 = \hat{x}_0\hat{i} + \hat{y}_0\hat{j}$$

$$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j} \text{ এবং}$$

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$$

এখন, এই উপাংশগুলো $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$ সমীকৰণে বসিয়ে পাই,

$$\hat{x}\hat{i} + \hat{y}\hat{j} = \hat{x}_0\hat{i} + \hat{y}_0\hat{j} + v_{0x}\hat{i}t + v_{0y}\hat{j}t + \frac{1}{2}a_x\hat{i}t^2 + \frac{1}{2}a_y\hat{j}t^2$$

$$= (x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_xt^2)\hat{i} + (y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_yt^2)\hat{j}$$

উপরের সমীকৰণের উভয় পার্শ্বের একক ভেটৰ \hat{i} ও \hat{j} -এর সহগগুলো সমান।

$$\text{অতএব, } x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_xt^2 \quad (24)$$

$$\text{এবং } y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_yt^2 \quad (25)$$

(গ) $v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{s}$ বা $\vec{v} \cdot \vec{v} = \vec{v}_0 \cdot \vec{v}_0 + 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$ সমীকৰণের উপাংশে বিভাজন

আমৰা জানি,

$$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{s}$$

$$\text{বা, } \vec{v} \cdot \vec{v} = \vec{v}_0 \cdot \vec{v}_0 + 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$$

$$\text{বা, } (v_x\hat{i} + v_y\hat{j}) \cdot (v_x\hat{i} + v_y\hat{j}) = (v_{x_0}\hat{i} + v_{y_0}\hat{j}) \cdot (v_{x_0}\hat{i} + v_{y_0}\hat{j}) + \\ 2(a_x\hat{i} + a_y\hat{j}) \cdot [(\vec{x} - \vec{x}_0)\hat{i} - (y - y_0)\hat{j}]$$

$$\text{বা, } v_x^2 + v_y^2 = v_{x_0}^2 + v_{y_0}^2 + 2a_x(x - x_0) + 2a_y(y - y_0)$$

$$[\because \hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1 \text{ এবং } \hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0]$$

যেহেতু X ও Y অক্ষ পরস্পর নির্ভরশীল নয়,

সূতৰাং, উভয় পক্ষের X উপাংশগুলো সমান এবং Y উপাংশগুলোও সমান।

$$v_x^2 = v_{x_0}^2 + 2a_x(x - x_0) \quad (26)$$

$$\text{এবং } v_y^2 = v_{y_0}^2 + 2a_y(y - y_0) \quad (27)$$

৩.৬ নিষ্কিন্ত বস্তুৰ গতি

Projectile Motion

কোন একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে ত্বরিকভাবে উপরের দিকে নিষেপ কৰা হলে তাকে প্রক্ষেপক বা প্রাস (Projectile) বলে। নিষ্কিন্ত বস্তুৰ গতিকে প্রাসের গতি বলে। ত্বরিকভাবে নিষ্কিন্ত চিল বা বশুকৰে গুলিৰ গতি প্রাস গতিৰ উদাহৰণ।

কয়েকটি প্রয়োজনীয় সংজ্ঞা (Some necessary definitions) :

(ক) নিক্ষেপণ বেগ (Velocity of projection) : যে আদি বেগে কোন একটি নিষ্কিন্ত বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হয়, তাকে নিক্ষেপণ বেগ বলে।

(খ) নিক্ষেপণ কোণ (Angle of projection) : নিক্ষেপণ বেগ এবং অনুভূমিক তলের মধ্যবর্তী কোণকে নিক্ষেপণ কোণ বলে। একে সাধারণত α বা θ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

(গ) সঞ্চার বা বিচরণ পথ (Trajectory) : যে পথে নিষ্কিন্ত বস্তুটি গমন করে তাকে সঞ্চার বা বিচরণ পথ বলে।

(ঘ) নিক্ষেপণ বিন্দু (Point of projection) : যে বিন্দু হতে একটি বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হয়, তাকে নিক্ষেপণ বিন্দু বলে।

(ঙ) বিচরণ কাল বা দ্রমণ কাল (Time of flight) : নিক্ষেপের মুহূর্ত হতে সমতলে ফিরে আসতে নিষ্কিন্ত বস্তুর যে সময় লাগে তাকে দ্রমণ কাল বা বিচরণ কাল বলে। একে সাধারণত T দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

(চ) পাল্টা (Range) : নিক্ষেপণ বিন্দু ও বিচরণ পথের শেষ প্রান্ত বিন্দুর মধ্যবর্তী রৈখিক দূরত্বকে পাল্টা বলে। একে সাধারণত R দ্বারা সূচিত করা হয়।

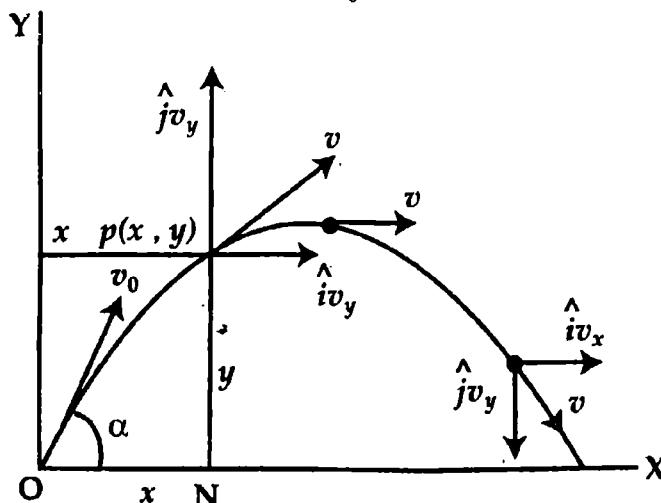
৩.৬ ত্রিশীক্ষিতাবে বাধাত্তীন পথে উপর দিকে নিষ্কিন্ত বস্তুর বা প্রাসের গতির সমীকরণ

Equation of motion of a freely moving body thrown obliquely vertically upward or motion of a projectile

মনে করি, একটি বস্তু কণাকে O বিন্দু হতে v_0 আদি বেগে অনুভূমিকের সাথে α কোণে ত্রিশীক্ষিতাবে নিক্ষেপ করা হল। নিক্ষেপ করার মুহূর্তে $x_0 = 0, y_0 = 0$ । গতি বিষয়ক আলোচনায় বাতাসের বাধাকে উপেক্ষা করা হয়। O বিন্দুকে মূল বিন্দু ধরে অনুভূমিক ও উলম্ব বরাবর X ও Y অক্ষ বিবেচনা করি। আদি বা প্রাথমিক বেগকে অনুভূমিক ও উলম্ব দুটি অংশে বিভক্ত করি। অতএব $t = 0$ সময়ে x -অক্ষ বরাবর বেগের অনুভূমিক অংশক

$$v_{x_0} = v_0 \cos \alpha$$

এবং উলম্ব অংশক, $v_{y_0} = v_0 \sin \alpha$



চিত্র ৩৫

মনে করি, t সময় পরে বস্তুকণাটি p স্থানে পৌছল। এখন এর বেগ $= \vec{v}$ । p বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y) অর্থাৎ X -অক্ষ হতে এর দূরত্ব y এবং Y -অক্ষ হতে এর দূরত্ব x ।

এখন কণাটি \vec{v}_0 আদি বেগে g অভিকর্ষীয় ত্বরণের প্রভাবে গমন করছে। এক্ষেত্রে ভূমির সমান্তরালে g এর কোন প্রভাব নেই। সূতরাং বেগের অনুভূমিক উপাংশ অপরিবর্তিত থাকবে, কেননা g খাড়া নিচের দিকে ছিয়া করে।

\vec{v} কে দুটি উপাংশে ভাগ করা যায়, আদি বেগ v -এর অনুভূমিক উপাংশ $v_{x_0} = v_0 \cos \alpha$ এবং উলম্ব উপাংশ $v_{y_0} = v_0 \sin \alpha$ ।

গতির সমীকরণ (13) হতে পাই,

$$v_x = v_{x_0} + a_x t \quad \text{এখানে } a_x = 0$$

$$v_x = v_{x_0} = v_0 \cos \alpha$$

সুতৰাং : সময়ে ভূমিৰ সমান্তৱালে কণাটিৰ সৱল ^{BG & JEWEL}

$$x = ON = v_0 \cos \alpha \times t$$

$$\text{বা, } t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \quad (28)$$

এখন বেগেৰ খাড়া উপাংশ (সমীকৰণ 14)

$$v_y = v_{y_0} + a_y t, \text{ সমীকৰণে}$$

$$a_y = -g$$

এবং $v_{y_0} = v_0 \sin \alpha$ বসিয়ে পাওয়া যাবে

[চিত্ৰানুসাৰে a_y উপৱেৱ দিকে ধনাত্মক। কিন্তু g -এৰ দিক খাড়া নিচেৱ দিকে হওয়ায়, g ঋণাত্মক।]

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt$$

অতএব, t সময়ে কণাটিৰ উল্লম্ব সৱল

$$y = PN = y_0 + v_{y_0} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \quad [\text{সমীকৰণ (25) হতে}]$$

$$= 0 + v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$= v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (29)$$

সমীকৰণ (28) হতে t -এৰ মান সমীকৰণ (29)-এ বসিয়ে আমৰা পাই,

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos \alpha} - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2$$

$$= x \tan \alpha - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$= x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \quad (30)$$

সমীকৰণ (30)-এ α, g এবং v_0 ধুবক। সুতৰাং

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= b \\ \text{এবং } \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} &= c \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{ধুবক ধৰে} \\ \text{ধুবক ধৰে} \end{array} \right\}$$

সমীকৰণ (30)-কে লেখা যায়,

$$y = bx - cx^2 \quad (31)$$

এই সমীকৰণটি অধিবৃত্তেৰ একটি সাধাৱণ সমীকৰণ।

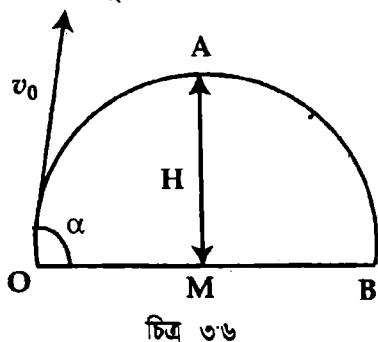
সুতৰাং সিদ্ধান্ত কৱা যায় যে, বাধাহীন পথে উপৱেৱ দিকে তিৰ্যকভাৱে নিষ্কিপ্ত একটি বস্তু কণাৰ বা প্রাসেৱ গতিগত একটি অধিবৃত্ত বা প্যারাবোলা (parabola)।

(i) নিষ্কিপ্ত বস্তুৰ বা প্রাসেৱ সৰ্বোচ্চ অতিক্রান্ত উচ্চতা (Greatest height attained by a projectile)

মনে কৱি O বিন্দু হতে v_0 আদি বেগে ভূমিৰ সাথে α কোণে উপৱেৱ দিকে বস্তুটি নিষ্কেপ কৱা হল। বিচৱণ পথেৱ সৰ্বোচ্চ বিন্দু A। A হতে AM খাড়া রেখা O বিন্দুগামী অনুভূমিক M বিন্দুতে হেদ কৱে। বিচৱণ শেষে প্ৰক্ৰিপ্ত বস্তুটি অনুভূমিক তলেৱ B বিন্দুতে পতিত হল। মনে কৱি AM সৰ্বোচ্চ উচ্চতা = H। H-এৰ মান নিৰ্ণয় কৱতে হবে।

আমরা জানি,

$$(সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগের উল্লম্ব উপাংশ)^2 = (\text{আদি বেগের উল্লম্ব উপাংশ})^2 - 2gH$$



এখন v_0 , α এবং g -এর মান জেনে H -এর মান বের করা যায়। $\alpha = 90^\circ$ হলে

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad (32a)$$

(ii) সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌছার সময় (Time to reach the greatest height)

মনে করি, সময় = t , অতএব আমরা পাই

শেষ বেগ = আদি বেগ - gt ; এখনে খাড়া উপরের দিকে আদি বেগ v_0 -এর উল্লম্ব উপাংশ = $v_0 \sin \alpha$ । সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌছলে বস্তুর শেষ বেগ শূন্য হয়। অতএব উপরের সমীকরণ হতে পাই,

$$0 = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$\text{বা, } gt = v_0 \sin \alpha$$

$$t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

(33)

v_0 , α এবং g -এর মান জেনে t -এর মান বের করা যায়।

(iii) বিচরণকাল বা অম্বকাল (Time of flight)

মনে করি বিচরণকাল = T

কিন্তু আমরা জানি, সর্বোচ্চ বিন্দুতে আরোহণ কাল = সর্বোচ্চ বিন্দু হতে অবতরণ কাল।

$$T = t + t = 2t$$

$$\text{বা, } T = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \quad (34) \quad [\quad t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \quad]$$

v_0 , α এবং g -এর মান জেনে T -এর মান বের করা যায়।

(iv) অনুভূমিক পাছা (Horizontal range)

প্রক্ষিপ্ত বিন্দু ও বিচরণ পথের শেষ প্রান্ত বিন্দুর মধ্যবর্তী অনুভূমিক দূরত্বকে অনুভূমিক পাছা বলে অথবা T সময়ে প্রাপ্তি অনুভূমিক দিকে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাই অনুভূমিক পাছা। একে R দ্বারা সূচিত করা হয় এখনে O প্রক্ষিপ্ত বিন্দু এবং B বিচরণ পথের শেষ প্রান্ত বিন্দু।

$$R = \text{আদি বেগের অনুভূমিক উপাংশ} \times \text{বিচরণ কাল}$$

$$\text{বা, } R = v_0 \cos \alpha \times T$$

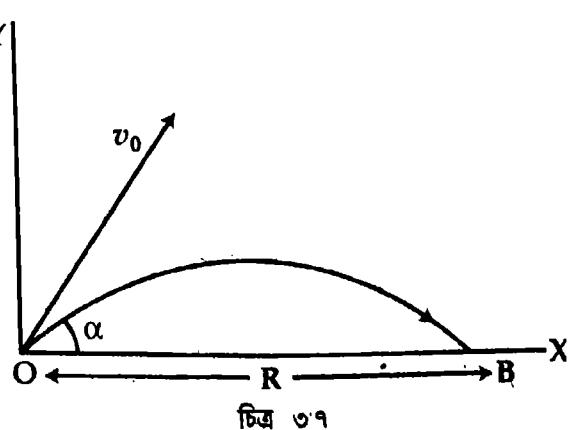
$$\text{বা, } R = v_0 \cos \alpha \times \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$\text{বা, } R = \frac{v_0^2 \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

$$\text{বা, } R = v_0^2 \cdot \frac{\sin 2\alpha}{g} \quad (35)$$

v_0 , α এবং g -এর মান জেনে R -এর মান নির্ণয়

করা হয়।



চিত্ৰ ৩৭

(v) সর্বাধিক অনুভূমিক পাত্রা (Maximum horizontal range)

কোন স্থানে একটি নির্দিষ্ট বেগে নিষ্কিপ্ত বস্তুৰ বা প্রাসেৱ অনুভূমিক পাত্রা সর্বাধিক হবে যদি $\sin 2\alpha$ সর্বোচ্চ এবং $\sin 2\alpha = 1$ বা $\alpha = 45^\circ$ । কাজেই সর্বাধিক অনুভূমিক পাত্রা

$$R_{max} = \frac{v_0^2}{g} \quad (36)$$

সিদ্ধান্ত : বায়ুৰ বাধা না থাকলে একটি বস্তুকে অনুভূমিকেৱ সাথে 45° কোণে উপৱেৱ দিকে নিষ্কেপ কৱলে তাৱ অনুভূমিক পাত্রা সর্বাধিক হবে।

৩.৮ অনুভূমিকভাৱে নিষ্কিপ্ত বস্তুৰ বা প্রাসেৱ গতিৰ সমীকৰণ Equation of motion of a horizontal projectile

ধৰি একটি বস্তুকে O বিন্দু হতে v_0 বেগে অনুভূমিক দিকে নিষ্কেপ কৱা হল [চিত্ৰ ৩.৮]। বায়ুৰ বাধা ও উচ্চতাৰ সাথে g-এৱ পৱিত্ৰতন অগ্রহ্য কৱলে নিষ্কিপ্ত বস্তুৰ গতিপথেৱ যে কোন বিন্দুতে অনুভূমিক বেগ অভিন্ন এবং v_0 হবে।

কিন্তু নিষ্কিপ্ত বস্তুৰ বেগেৱ খাড়া উপাংশ না থাকায় অভিকৰ্ষীয় ত্বরণেৱ দ্রুন খাড়া নিচেৱ দিকে বস্তুৰ বেগ সময়েৱ সমানুপাতে বৃদ্ধি পাবে। ধৰি t সেকেন্ড পৱে বস্তুটি অনুভূমিক দিকে x দূৰত্ব ও খাড়া নিচেৱ দিকে y দূৰত্ব অতিক্ৰম কৱে P বিন্দুতে এল এবং P বিন্দুতে বস্তুটিৰ বেগ v ও v-এৱ অনুভূমিক ও উল্লম্ব অংশকেৱ মান যথাক্ৰমে v_x ও v_y । তা হলে,

$$v_x = v_0 = v \cos \theta$$

$$\text{ও } v_y = 0 + gt = gt = v \sin \theta$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

এখানে অনুভূমিকেৱ সাথে v-এৱ কৌণিক ব্যবধান θ .

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$$

চিত্ৰ ৩.৮

$$\text{আবাৰ, } x = v_0 \times t$$

$$(37) \quad [\because \text{অনুভূমিক দিকে ত্বরণ} = 0]$$

$$\text{ও } y = \frac{1}{2} gt^2$$

$$(38) \quad [\because \text{উল্লম্ব দিকে আদি বেগ} = 0]$$

সমীকৰণ (37) হতে t-এৱ মান সমীকৰণ (38)-এ বসিয়ে পাওয়া যায়—

$$y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2$$

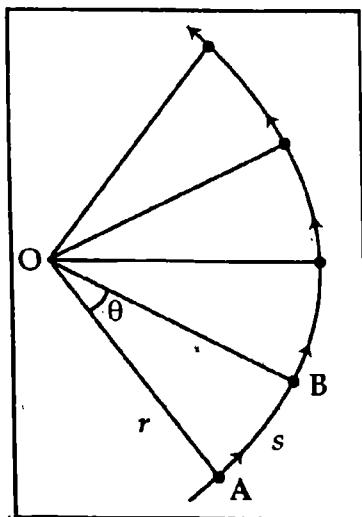
$$x^2 = \frac{2v_0^2}{g} y$$

$$\text{উপৱেৱ সমীকৰণে } \frac{2v_0^2}{g} = 4A \text{ বসিয়ে পাওয়া যায়,}$$

$$x^2 = 4Ay \quad (40)$$

এটি একটি অধিবৃত্তেৱ সমীকৰণ। কাজেই বাধাহীন পথে অনুভূমিকভাৱে নিষ্কিপ্ত বস্তুৰ বা প্রাসেৱ গতিপথ প্যারাবোলা (Parabola) বা অধিবৃত্ত রচনা কৱে।

৩.৯ বৃত্তাকার গতি Circular motion



চিত্র ৩.৯

সংজ্ঞা : কোন বস্তুকণা যদি কোন অক্ষ বা বিন্দুকে কেন্দ্র করে একটি বৃত্তাকার পথে গতিশীল থাকে, তবে বস্তুকণার এই গতিকে বৃত্তাকার গতি বলে। বৃত্তাকার গতি এক ধরনের ঘূর্ণন গতি এবং বস্তু যে অক্ষের চারদিকে ঘূরে তাকে ঘূর্ণন অক্ষ (axis of rotation) বলে।

উদাহরণ : একটি ছোট পাথরকে একটি সুতা দিয়ে বেঁধে সুতার অপর প্রান্ত হাতে ধরে পাথরটিকে ঘূরাতে থাকলে দেখা যাবে যে, পাথরটি একটি বৃত্তাকার পথে ঘূরছে [চিত্র ৩.৯]। যথার্থ বলতে পাথরের প্রতিটি কণা এক একটি আলাদা বৃত্তাকার পথে ঘূরছে। চলন্ত গাড়ির চাকার গতি, বৈদ্যুতিক পাখার গতি, ধামোফোন রেকর্ড-এর গতি ইত্যাদি একই রকমের। বস্তুর এই গতিই বৃত্তাকার গতি।

ব্যাসার্ধ ভেট্টের : বৃত্তপথে ঘূর্ণনরত বস্তুর কেন্দ্র ও কণার মধ্যে সংযোগকারী সরলরেখাকে ব্যাসার্ধ ভেট্টের বলে। চিত্র ৩.৯-এ কণাটি যখন A অবস্থানে তখন এর ব্যাসার্ধ ভেট্টের $\vec{r} = \overrightarrow{OA}$; এর মান, ব্যাসার্ধ $OA = r$.

বৃত্তাকার গতির প্রকারভেদ (Kinds of rotational motion)

বৃত্তাকার গতি দুই প্রকারের ; যথা— (১) সম-বৃত্তাকার গতি (Uniform circular motion) ও (২) অসম-বৃত্তাকার গতি (Non-uniform circular motion)

(১) **সম-বৃত্তাকার গতি :** যদি কোন বস্তুকণা কোন বিন্দুকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে সমান সময়ে সমান কোণ উৎপন্ন করে ঘূরতে থাকে, তবে সেই গতিকে সম-বৃত্তাকার গতি বলে।

(২) **অসম-বৃত্তাকার গতি :** যদি কোন বস্তুকণা কোন বিন্দুকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে নির্দিষ্ট সময়ে ডিন্ব ডিন্ব কোণ উৎপন্ন করে ঘূরতে থাকে, তবে সেই গতিকে অসম বৃত্তাকার গতি বলে।

৩.১০ কৌণিক সরণ ও কৌণিক বেগ

Angular displacement and angular velocity

কৌণিক সরণ : কোন বস্তু বা কণা কোন বিন্দুকে কেন্দ্র করে ঘূরার সময় যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে উক্ত বস্তু বা কণার কৌণিক সরণ বলে।

ব্যাখ্যা : মনে করি, t সময়ে একটি কণা A হতে B অবস্থানে গেল [চিত্র ৩.৯]। তাহলে ঐ সময়ে কণাটির কৌণিক সরণ $= \angle AOB = \theta$ । কৌণিক সরণের একক রেডিয়ান। তবে কখনও কখনও θ -কে ডিগ্রী বা গ্রেডিয়ানে প্রকাশ করা হয়।

ধরা যাক, একটি কণা t সময়ে A অবস্থান হতে B অবস্থানে গেল। এতে কণাটির বৃত্তের পরিধির অতিক্রান্ত দূরত্ব $= s$ এবং কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ θ ।

এখন রেডিয়ানের সংজ্ঞানুযায়ী,

$$\theta \text{ (রেডিয়ান)} = \frac{\text{বৃত্তচাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}} = \frac{s}{r} \quad (41)$$

সমীকরণ (41)-এ $s = r$ হলে, $\theta = 1$ রেডিয়ান হয়। সুতরাং 1 রেডিয়ানের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায়।

সংজ্ঞা : কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান দৈর্ঘ্যের বৃত্তচাপ বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে 1 রেডিয়ান বলে। কণাটি বৃত্তাকার পথে যদি একবার সম্পূর্ণ ঘূরে আসে তবে কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ হবে

$$\theta = \frac{\text{পরিধি}}{\text{ব্যাসার্ধ}} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ রেডিয়ান} = 360^\circ \text{ (ডিগ্রী)}$$

অতএব, ১ বার ঘূর্ণন = 2π রেডিয়ান = 360°

$$\therefore 1 \text{ রেডিয়ান} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57.3^\circ \text{ (প্রায়)}$$

$$\text{অন্যভাবে, } 1^\circ = \frac{2\pi}{360^\circ} = 0.0175 \text{ রেডিয়ান।}$$

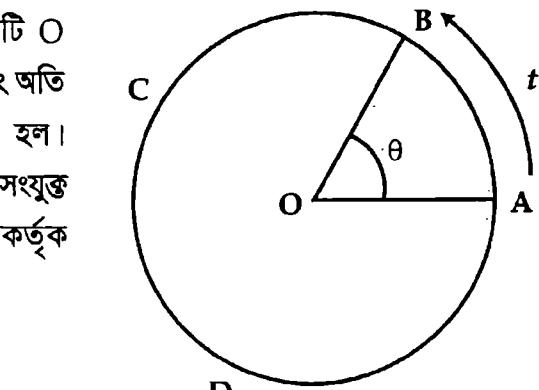
কৌণিক বেগ : যদি কোন বস্তুকণা একটি বিন্দুকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে ঘূরে, তা হলে কণাটি একক সময়ে যে নির্দিষ্ট কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে, তাকে তার কৌণিক বেগ বলে। একে ω (ওমেগা) দ্বারা সূচিত করা হয়। একে সাধারণত রেডিয়ান/সে. এককে পরিমাপ করা হয়।

উল্লেখ্য, বৃত্তের চারদিক একবার ঘূরে আসতে বস্তুকণার যে সময়ের প্রয়োজন তাকে কণাটির পর্যায়কাল এবং প্রতি সেকেন্ডে বৃত্তের চারদিকে যতবার ঘূরে তাকে কণাটির কম্পাঙ্গক বলে। পর্যায়কালকে T দ্বারা ও কম্পাঙ্গকে n দ্বারা ব্যক্ত করা হয়।

মনে করি, A একটি বস্তুকণা [চিত্র ৩.১০]। বস্তুকণাটি O বিন্দুকে কেন্দ্র করে ABCD বৃত্তাকার পথে পরিভ্ৰমণ করছে এবং অতি অল্প t সময় ব্যবধানে তা A বিন্দু হতে B বিন্দুতে উপনীত হল। বস্তুকণার এই দুই অবস্থান বিন্দুকে বৃত্তের কেন্দ্ৰের সাথে সংযুক্ত কৰলে যে কোণ উৎপন্ন হবে, তাই উক্ত সময়ে বস্তুকণা কৃত্ক অতিক্রান্ত কৌণিক সৱণ। ধৰি তা θ সূতৰাং

$$\text{কৌণিক বেগ} = \frac{\text{কৌণিক সৱণ}}{\text{সময়}}$$

$$\text{বা, } \omega = \frac{\theta}{t}$$



চিত্র ৩.১০

বস্তুকণাটি যদি T সেকেন্ডে বৃত্তের চারদিকে একবার ঘূরে আসে, তবে

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ রেডিয়ান/সে.}$$

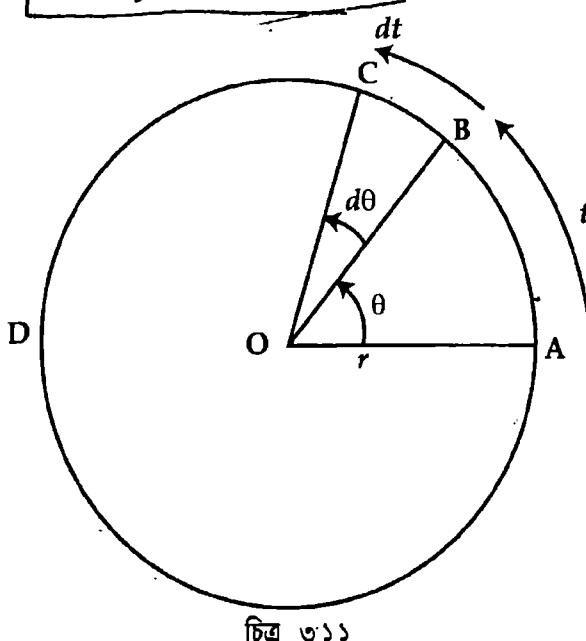
(43)

এখানে, T হল বৃত্তপথে কণাটির পর্যায়কাল।

আবার, বস্তুকণাটি যদি t সেকেন্ডে বৃত্তের চারদিকে N বার ঘূরে, তবে

$$\omega = \frac{2\pi N}{t} \text{ রেডিয়ান/সে.}$$

(44)



চিত্র ৩.১১

বস্তুকণাটি প্রতি সেকেন্ডে বৃত্তের চারদিকে n সংখ্যক বার ঘূরে এলে, অর্থাৎ কম্পাঙ্গক n হলে কৌণিক বেগ হবে,

$$\omega = 2\pi n \text{ রেডিয়ান/সে.।}$$

এখন সমীকৰণ (43) এবং সমীকৰণ (45)

হতে আমরা পাই,

$$\frac{2\pi}{T} = 2\pi n$$

$$\text{বা, } \frac{1}{T} = n$$

$$\therefore n = \frac{1}{T}$$

(46)

এটিই হল পর্যায়কাল এবং কম্পাঙ্গকের মধ্যে সম্পর্ক।

গড় কৌণিক বেগ : যদি বস্তুকণার গতি অসম বৃত্তাকার গতি হয় তবে সেক্ষেত্রে কৌণিক সরণ এবং অতিবাহিত সময়ের অনুপাতকে গড় কৌণিক বেগ বলে।

অতি শুন্দর সময় ব্যবধান Δt -এর মধ্যে কৌণিক সরণ $\Delta\theta$ হলে গড় কৌণিক বেগ হবে

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

(47)

তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ বা কৌণিক বেগ : কোন নির্দিষ্ট মুহূর্তে কৌণিক বেগ জানতে হলে সময় ব্যবধান শুন্দর হতে শুন্দর করতে হয়। অবশ্যে যখন সময় ব্যবধানের সীমাস্থ মান প্রায় শূন্য হয় তখন এই সময় ব্যবধানের জন্য যে গড় কৌণিক বেগ পাওয়া যাবে, তা-ই তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ বা কৌণিক বেগ। সুতরাং তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ,

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (48)$$

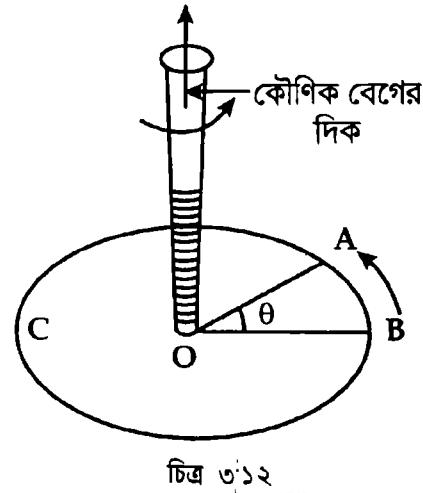
উপরের সমীকরণ হতে তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ বা কৌণিক বেগের সংজ্ঞা নিম্নরূপ :

সংজ্ঞা : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কৌণিক সরণের পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ বা কৌণিক বেগ বলে।

কৌণিক বেগের দিক (ভেট্টের রূপ)

কৌণিক বেগ একটি ভেট্টের রাশি। এর মান ও দিক দুই-ই আছে। একটি ডান পাকের স্কুর সাহায্যে এর দিক নির্দেশ করা যায়।

একটি কণা ABC বৃত্তাকার পথে ঘূরতে থাকলে ঐ বৃত্তের কেন্দ্র O-এ একটি ডান পাকের স্কুর অগ্রভাগ বৃত্ত-তলের অভিলম্বভাবে স্থাপন করে কণাটির ঘূর্ণনের সাথে এবং কণাটি যে ক্রমে ঘূরছে সেই ক্রমে স্কুটিকে ঘূরালে তার গতির দিকই হবে কণাটির কৌণিক বেগের দিক [চিত্র ৩.১২]।



কৌণিক বেগের একক (Units of angular velocity)

কৌণিক বেগ একটি পরিমাণমূলক রাশি। অতএব এর একক আছে। নিম্নে এর একক আলোচিত হল।

আমরা জানি, কৌণিক বেগ = $\frac{\text{কৌণিক সরণ}}{\text{সময়}}$

$$\text{অর্থাৎ, } \omega = \frac{\theta}{t}$$

এখন কোণকে তিনটি এককে প্রকাশ করা হয় হেতু কৌণিক বেগের তিনটি একক আছে। এরা যথাক্রমে রেডিয়ান/সে., ডিগ্রি/সে. এবং প্রেডিয়ান/সে। তবে এই তিনটি এককের মধ্যে রেডিয়ান/সে.-ই কৌণিক বেগের প্রচলিত একক।

কৌণিক বেগের মাত্রা সমীকরণ (Dimension of angular velocity)

কৌণিক বেগের সংজ্ঞা হতেই এর মাত্রা সমীকরণ নির্ণয় করা যায়। অতএব কৌণিক বেগের মাত্রা সমীকরণ,

$$\begin{aligned} [\omega] &= \frac{\theta}{t} = \frac{[\text{কোণ}]}{[\text{সময়}]} = \frac{[\text{বৃত্তচাপ}/\text{ব্যাসার্ধ}]}{[\text{সময়}]} = \frac{[\text{বৃত্তচাপ}]}{[\text{ব্যাসার্ধ}] \times [\text{সময়}]} \\ &= \frac{[L]}{[L] \times [T]} \\ &\equiv [T^{-1}] \end{aligned}$$

৩.১১ কৌণিক বেগ ও রৈখিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক Relation between angular velocity and linear velocity

আমরা জানি, রৈখিক পথে নির্দিষ্ট দিকে কোন একটি বস্তুর প্রতি সেকেন্ডের রৈখিক সরণই রৈখিক বেগ এবং বৃত্তাকার পথে কোন একটি বস্তুর প্রতি সেকেন্ডের কৌণিক সরণই কৌণিক বেগ। রৈখিক বেগকে v_0 অথবা v এবং কৌণিক বেগকে ω দ্বারা প্রকাশ করা হয়। রৈখিক বেগ এবং কৌণিক বেগের সম্পর্কজনিত সমীকরণটি এখন প্রতিপাদন করা হবে।

মনে করি একটি বস্তুকণ r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের পরিধি
বরাবর ω সমকৌণিক বেগে ঘূরছে [চিত্র ৩.১৩]। যদি T সেকেন্ডে কণাটি
বৃত্তের সম্পূর্ণ পরিধি একবার ঘূরে আসে তবে কৌণিক বেগের
সংজ্ঞানুসারে,

$$\omega = \frac{\text{কৌণিক দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{বা, } T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (49)$$

এখন যদি বৃত্তাকার পথে না ঘূরে কণাটি v বেগে একই সময়ে সরলরেখায় বৃত্তের পরিধির সমান পথ T সময়ে
অতিক্রম করে, তবে

$$v = \frac{\text{বৃত্তের পরিধি}}{\text{পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করতে সময়}} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\text{বা, } T = \frac{2\pi r}{v} \quad (50)$$

$$\text{সমীকরণ (49) এবং সমীকরণ (50) হতে আমরা পাই, } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\omega} = \frac{r}{v}$$

$$\text{বা, } v = \omega r \quad (51)$$

বিকল্প পদ্ধতি (ক্যালকুলাসের সাহায্যে) : মনে করি বস্তুকণটি t সময়ে r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের s
বৃত্তচাপ অতিক্রম করে এবং কেন্দ্রে θ রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করে।

সূতরাং সমীকরণ (41) হতে পাই,

$$\begin{array}{|c|} \hline \theta = \frac{s}{r} \\ \hline \end{array}$$

$$\text{বা, } s = r\theta$$

এখন উভয় পক্ষকে t -এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}, \text{ এখানে } r \text{ ধ্রুবক।}$$

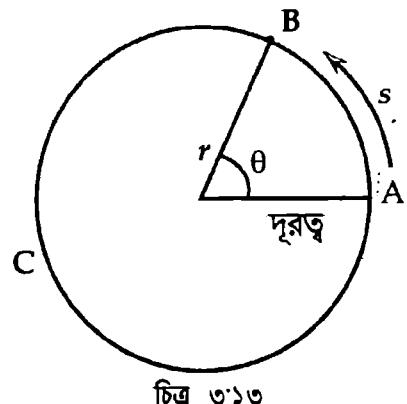
$$\text{কিন্তু } \frac{ds}{dt} = \text{রৈখিক বেগ} = v \text{ এবং } \frac{d\theta}{dt} = \text{কৌণিক বেগ} = \omega$$

$$v = r\omega$$

$$\text{অর্থাৎ } \boxed{\text{রৈখিক বেগ} = \text{কৌণিক বেগ} \times \text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ।}} \quad V = (\omega) r$$

উল্লেখ থাকে যে, বৃত্তীয় গতি যদি অসম হয়, তবুও যে কোন বিন্দুতে $v = \omega r$ । বস্তুটি সমকৌণিক বেগে
চললে $\omega = \text{ধ্রুবক।}$ অতএব $v \propto r$ । অর্থাৎ রৈখিক বেগ ঘূর্ণন অক্ষ হতে দূরত্বের সমানুপাতিক।

উদাহরণ—ধান মাড়াইয়ের চাতালে দূরবর্তী গরুকে সবচেয়ে বেশি বেগে ইঁটতে হয়।



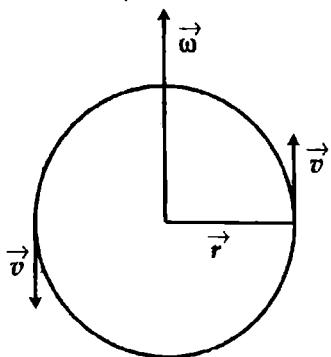
চিত্র ৩.১৩

$v = \omega \times r$ সমীকরণের ভেটের রূপ

Vector form of the equation $v = \omega \times r$

আমরা জানি, $\vec{\omega}$ একটি ভেটের রাশি এবং বৃক্ষের ব্যাসার্ধ বা ব্যাসার্ধ ভেটেরও একটি ভেটের রাশি। অতএব রাশি দুটির ক্রস গুণফলও (cross product) একটি ভেটের রাশি হবে।

ধরি ক্রস গুণফল = \vec{c}



চিত্র ৩.১৪

$$\therefore \vec{c} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (i)$$

বা, \vec{c} ভেটেরের মান

$$c = \omega r \cdot \sin 90^\circ \quad [\because \vec{\omega} \perp \vec{r}]$$

$$\text{বা, } c = \omega r$$

ক্রস গুণনের নিয়মানুসারে \vec{c} ভেটেরের মান এবং \vec{v} ভেটেরের মান এক। পুনঃ $v = \omega \times r$ । অতএব মান ও দিক বিবেচনা করলে \vec{c} এবং ভেটের \vec{v} একই।

$$\vec{c} = \vec{v} \quad (ii)$$

সমীকরণ (i) এবং (ii) হতে আমরা পাই,

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (iii)$$

এটিই হল রৈখিক বেগ এবং কৌণিক বেগের সম্পর্কের ভেটের রূপ।

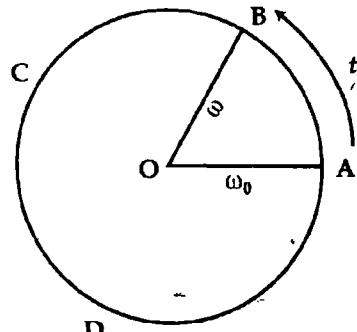
৩.১২ কৌণিক ত্বরণ

Angular acceleration

সংজ্ঞা : অসমকৌণিক বেগে গতিশীল কোন একটি বস্তুর কৌণিক বেগ পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে। বস্তুর কৌণিক বেগ একক সময়ে যে পরিমাণ বৃদ্ধি হয় তা হারা কৌণিক ত্বরণ পরিমাপ করা হয়। একে α হারা সূচিত করা হয়।

মনে করি একটি বস্তুকণা বৃত্তাকার পথে ঘূরছে। ধরি A অবস্থানে এর কৌণিক বেগ ω_0 এবং t সেকেন্ড পরে B অবস্থানে এর কৌণিক বেগ ω [চিত্র ৩.১৫]।

$$\text{কৌণিক ত্বরণ, } \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} \quad (52)$$



চিত্র ৩.১৫

যদি Δt সময় ব্যবধানে কণাটির কৌণিক বেগের পরিবর্তন $\Delta\omega$ হয়, তবে গড় কৌণিক ত্বরণ $\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ 52(a)

তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণ বা কৌণিক ত্বরণ,

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \quad 52(b)$$

আমরা জানি, কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\theta}{dt} \right) \\ &= \frac{d^2\theta}{dt^2} \end{aligned} \quad 52(c)$$

সমীকরণ 52(b) হতে কৌণিক ত্বরণ বা তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায়—

সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বা তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণ বলে।

কৌণিক ত্বরণের একক : কৌণিক ত্বরণের একক হল রেডিয়ান / সেকেন্ড^২ (rad s⁻²) বা ডিগ্রী / সেকেন্ড^২ (deg s⁻²)

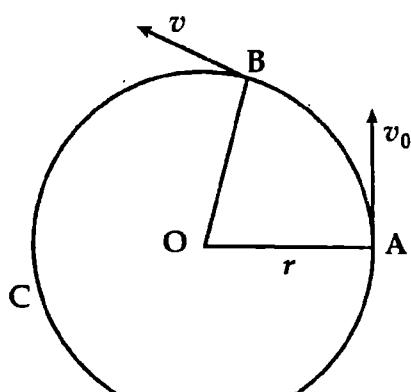
কৌণিক ত্বরণের মাত্রা সমীকরণ (Dimension of angular acceleration)

কৌণিক ত্বরণের মাত্রা হচ্ছে $\frac{\text{কৌণিক বেগের পরিবর্তন}}{\text{সময়}}$ এর মাত্রা।

$$\text{মাত্রা সমীকরণ, } [\alpha] = \frac{[\text{কৌণিক বেগ}]}{[\text{সময়}]} \\ = \left(\frac{T^{-1}}{T} \right) = [T^{-2}]$$

৩.১৩ কৌণিক ত্বরণ ও রেখিক ত্বরণের অধ্যে সম্পর্ক

Relation between angular acceleration and linear acceleration



চিত্র ৩.১৬

ধরি একটি বস্তুকণা O-কে কেন্দ্র করে r ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথের পরিধি ABC বরাবর অসম গতিতে চলে অতি অল্প সময় t -এ A হতে B-তে পৌছল [চিত্র ৩.১৬]। A ও B বিন্দুতে কণাটির রেখিক বেগ যথাক্রমে v_0 ও v এবং কৌণিক বেগ যথাক্রমে ω_0 ও ω হলে রেখিক ত্বরণের সংজ্ঞা অনুসারে,

$$\begin{aligned}\text{রেখিক ত্বরণ, } a &= \frac{v - v_0}{t} \\ &= \frac{\omega r - \omega_0 r}{t} \quad [\because v = \omega r] \\ &= \left(\frac{\omega - \omega_0}{t} \right) r\end{aligned}$$

কিন্তু কৌণিক ত্বরণের সংজ্ঞানুসারে কৌণিক ত্বরণ $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$

$a = \alpha r$

(53)

বিকল্প পদ্ধতি (ক্যালকুলাসের সাহায্যে) : মনে করি একটি বস্তুকণা r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট [চিত্র ৩.১৬] বৃত্তের পরিধি বরাবর অসম বৃত্তাকার গতিতে আবর্তন করছে। বস্তুকণাটির t সময়ে রেখিক বেগ = v , কৌণিক বেগ = ω , রেখিক ত্বরণ = a এবং কৌণিক ত্বরণ = α ।

আমরা জানি,

$$v = \omega r$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\text{এবং } a = \frac{dv}{dt}$$

53 (a)

সমীকরণ 53 (a)-এর উভয়পক্ষকে t -এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{dv}{dt} = \omega \frac{dr}{dt} + \frac{d\omega}{dt} r = \frac{rd\omega}{dt} \quad [r = \text{ধ্রুক্ক}]$$

$$\text{বা, } a = \alpha r \quad [\because \frac{d\omega}{dt} = \alpha]$$

অর্থাৎ রেখিক ত্বরণ = কৌণিক ত্বরণ × ব্যাসার্ধ

৩.১৪ কৌণিক গতি বিষয়ক সমীকরণ Equations relating angular motion

সমকৌণিক ত্বরণে বৃত্তাকার পথে গতিশীল বস্তুর কৌণিক গতির সমীকরণ সরলরেখায় সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর রৈখিক গতির সমীকরণের অনুরূপ। নিচে সংক্ষেপে কৌণিক গতির সমীকরণগুলো প্রতিপাদন করে দেখান হল :

১। সমকৌণিক ত্বরণে গতিশীল বস্তুর সময়ের সাথে কৌণিক বেগের সম্পর্ক :

ধরা যাক ω_0 আদি কৌণিক বেগসহ α সমকৌণিক ত্বরণে বৃত্তাকার পথে আবর্তনরত একটি ক্ষুদ্র বস্তুর অতি অর্থ dt সময়ের কৌণিক বেগের পরিবর্তন $d\omega$ । তা হলে কৌণিক ত্বরণের সংজ্ঞা অনুসারে,

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

t সেকেন্ড শেষে বস্তুকণার কৌণিক বেগ ω হলে, 0 ও t সময় সীমার মধ্যে উক্ত সমীকরণটিকে সমাকলন করে পাওয়া যায়,

$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \alpha \int_0^t dt$$

$$\text{বা, } [\omega]_{\omega_0}^{\omega} = \alpha [t]_0^t$$

$$\text{বা, } \omega - \omega_0 = \alpha t$$

$$\therefore \omega = \omega_0 + \alpha t \quad (54)$$

এটিই সমকৌণিক ত্বরণে গতিশীল বস্তুর সময়ের সাথে কৌণিক বেগের সম্পর্কজনিত সমীকরণ।

$$\text{সমকৌণিক মন্দনের ক্ষেত্রে অনুরূপ সমীকরণ, } \omega = \omega_0 - \alpha t \quad (55)$$

২। সমকৌণিক ত্বরণে গতিশীল বস্তুর কৌণিক সরণের সাথে সময় বা কৌণিক বেগের সম্পর্ক :

ধরা যাক একটি ক্ষুদ্র বস্তুর আদি কৌণিক বেগ ω_0 ও সমকৌণিক ত্বরণ α । অতি অর্থ dt সময়ের ব্যবধানে কৌণিক বেগের পরিবর্তন $d\omega$ ও কৌণিক সরণের পরিবর্তন $d\theta$ । তাহলে কৌণিক ত্বরণের সংজ্ঞানুসারে কোন মুহূর্তের তাৎক্ষণিক ত্বরণ,

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \text{ ও } \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\text{কাজেই } \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \omega \frac{d\theta}{d\theta}$$

$$\text{বা, } \omega d\omega = \alpha d\theta$$

ধরি t সেকেন্ড শেষে কণাটির কৌণিক সরণ θ ও কৌণিক বেগ ω । তা হলে 0 ও t সময় সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাওয়া যায়,

$$\int_{\omega_0}^{\omega} \omega \cdot d\omega = \alpha \int_0^{\theta} d\theta$$

$$\text{বা, } \left[\frac{\omega^2}{2} \right]_{\omega_0}^{\omega} = \alpha \left[\theta \right]_0^{\theta}$$

$$\text{বা, } \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta \quad (56)$$

এটিই সমকৌণিক ত্বরণে গতিশীল বস্তুর কৌণিক সরণের সাথে কৌণিক বেগের সম্পর্কজনিত সমীকরণ।

সমকৌণিক মন্দনের ক্ষেত্রে অনুরূপ সমীকরণ, $\omega^2 = \omega_0^2 - 2\alpha\theta$ (57)

পুনঃ সমীকরণ (54)-এ $\omega = \omega_0 + \alpha t$ বসিয়ে পাওয়া যায়,

$$\text{বা, } (\omega_0 + \alpha t)^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

$$\text{বা, } \omega_0^2 + 2\omega_0 \alpha t + \alpha^2 t^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

$$\text{বা, } 2\alpha\theta = 2\omega_0 \alpha t + \alpha^2 t^2$$

$$= 2\alpha \left(\omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \right)$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (58)$$

এটিই সমকৌণিক ত্বরণে গতিশীল বস্তুর সময়ের সাথে কৌণিক সরণের সম্পর্কজনিত সমীকরণ।

সমকৌণিক মন্দনের ক্ষেত্রে অনুরূপ সমীকরণটি,

$$\theta = \omega_0 t - \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (59)$$

কাজেই বৃত্তাকার পথে চলমান বস্তুকণার গতির সাধারণ সমীকরণ হল :

$$\left. \begin{array}{l} \omega = \omega_0 \pm \alpha t \\ \theta = \omega_0 t \pm \frac{1}{2} \alpha t^2 \\ \omega^2 = \omega_0^2 \pm 2\alpha\theta \end{array} \right\} \quad (60)$$

৩.১৫ কৌণিক বেগ ও রৈখিক বেগের মধ্যে পার্থক্য

Distinction between angular velocity and linear velocity

কৌণিক বেগ ও রৈখিক বেগের মধ্যে নিম্নলিখিত পার্থক্য করা যায় :

কৌণিক বেগ	রৈখিক বেগ
(১) কৌণিক পথে একটি বস্তুর কৌণিক সরণের হারকে কৌণিক বেগ বলে।	(১) নির্দিষ্ট দিকে রৈখিক পথে কোন একটি বস্তুর স্থান পরিবর্তনের হারকে এর রৈখিক বেগ বলে।
(২) একক সময়ের অতিক্রান্ত কৌণিক দূরত্ব দ্বারা কৌণিক বেগ পরিমাপ করা হয়।	(২) একক সময়ের অতিক্রান্ত রৈখিক দূরত্ব দ্বারা রৈখিক বেগ পরিমাপ করা হয়।
(৩) এর সমীকরণ, $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, এখানে dt খুবই ক্ষুদ্র।	(৩) এর সমীকরণ, $v = \frac{ds}{dt}$, এখানে t খুবই ক্ষুদ্র।
(৪) এর মাত্রা সমীকরণ $[T^{-1}]$ ।	(৪) এর মাত্রা সমীকরণ $[LT^{-1}]$ ।
<u>(৫) এর একক হল ডিগ্রি/সে. ডিগ্রী/সে. এবং গ্রেডিয়ান/সে।</u>	<u>(৫) এর একক মিটার/সে।</u>
(৬) রৈখিক বেগকে বৃত্তপথের ব্যাসার্ধ দ্বারা ভাগ করলে কৌণিক বেগ পাওয়া যায়, যথা : $\omega = \frac{v}{r}$ ।	(৬) কৌণিক বেগকে বৃত্তপথের ব্যাসার্ধ দ্বারা গুণ করলে রৈখিক বেগ পাওয়া যায়, যথা : $v = r\omega$ ।
<u>(৭) বস্তু সমকৌণিক বেগে চললেও এর রৈখিক ত্বরণ থাকে।</u>	<u>(৭) বস্তু সমরৈখিক বেগে চললে এর রৈখিক ত্বরণ থাকে না।</u>
(৮) আবর্তনরত কোন বস্তুর বিভিন্ন কণার কৌণিক বেগ সর্বদা একই থাকে।	(৮) আবর্তনরত কোন একটি বস্তুর বিভিন্ন কণার রৈখিক বেগ বিভিন্ন হয়।

৩.১৬ সুষম বৃত্তাকার গতি

Uniform circular motion

বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে ঘূর্ণিয়মান কোন বস্তুকণার গতিকে সুষম বৃত্তাকার গতি বলে। সুষম বৃত্তাকার গতিতে সময়ের সাথে বস্তুর বেগের মান অপরিবর্তিত থাকলেও বেগের অভিমুখের পরিবর্তনের দ্রুত বেগের পরিবর্তন হবে। কাজেই বেগের অভিমুখ পরিবর্তনের জন্য বস্তুর উপর একটি বল তথা ত্বরণ ক্রিয়া করে। এই ত্বরণের অভিমুখ গতিপথের দল বরাবর বৃত্তের কেন্দ্রমুখী। এই ত্বরণকে কেন্দ্রমুখী বা অভিলম্ব ত্বরণ বলে।

বইয়র কম

কেন্দ্রমুখী বা অভিলম্ব ত্বরণের সম্জ্ঞা : কোন বস্তুকণা যখন বৃত্তাকার পথে ঘূরতে থাকে তখন বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর এবং কেন্দ্রের অভিমুখে বস্তুকণার উপর যে ত্বরণ ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী বা অভিলম্ব ত্বরণ বলে।

কেন্দ্রমুখী ত্বরণের মান ও দিক : ধরি O কেন্দ্রবিশিষ্ট ও r ব্যাসার্ধের PQR বৃত্তাকার পথে একটি বস্তুকণা v সমদ্রুতিতে ঘূরে t সময়ে P অবস্থানে ও $(t + \Delta t)$ সময়ে Q অবস্থানে পৌছল এবং $\angle POQ = \theta$ । চিত্র ৩.১৬। কাজেই Δt সময়ে কণাটির অতিক্রান্ত দূরত্ব $\Delta s = v\Delta t =$ বৃত্তচাপ PQ । P ও Q বিন্দুতে বস্তুকণাটির তাৎক্ষণিক বেগ \vec{v}_1 ও \vec{v}_2 উক্ত বিন্দুয়ে অঙ্কিত স্পর্শক অভিমুখী হবে। এই বেগদ্বয়ের উভয়ের মান v -এর সমান কিন্তু দিক ডিন্ব। Δt সেকেতে বেগের পরিবর্তন ($\vec{v}_2 - \vec{v}_1$)-কে $\Delta \vec{v}$ দ্বারা সূচিত করলে, $\Delta \vec{v}$ -এর মান তেষ্টের ত্রিভুজ সূত্র হতে পাওয়া যাবে। একই বিন্দু A হতে \vec{v}_1 ও \vec{v}_2 তেষ্টের দুটি যথাক্রমে তীর চিহ্নিত AB ও AC সরলরেখা দ্বারা মানে ও দিকে নির্দেশ করে B ও C যোগ করি। তা হলে BC রেখা $\Delta \vec{v}$ -কে মানে ও দিকে নির্দেশ করবে।

বর্ণনানুসারে OP , OQ দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ OPQ ও ত্রিভুজ ABC সদৃশকোণী। কেননা উভয়ই সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং $\angle BAC = \angle POQ = \theta$ । কাজেই, $\angle ABC = \angle ACB = \varphi$ হলে,

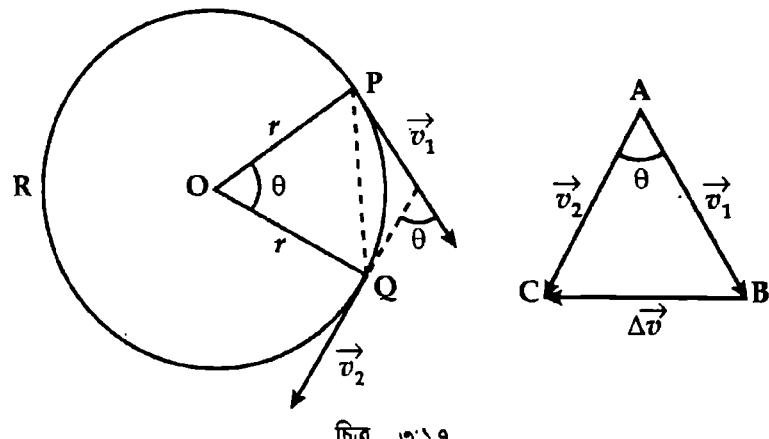
$$\varphi = \left(90^\circ - \frac{\theta}{2} \right)$$

আবার সদৃশ ত্রিভুজের ধর্মানুসারে,

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v\Delta t}{r} \quad (\text{প্রায়})$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

এখানে বৃত্তচাপ PQ -কে জ্যা PQ -এর সমান ধরা হয়েছে। Δt ক্ষুদ্র হলে, সম্পর্কটি প্রায় সঠিক বিবেচনা করা যায়। কেননা এমতাবস্থায় বৃত্তচাপ PQ ও জ্যা PQ প্রায় সমান ধরা যায়।



চিত্র ৩.১৭

$\Delta t \rightarrow 0$ হলে, P ও Q -এর মধ্যবর্তী দূরত্ব ও θ উভয়ই ক্ষুদ্র হবে অর্থাৎ P ও Q খুবই কাছাকাছি দুটি বিন্দু হবে এবং $\Delta \vec{v}$ ও \vec{v}_1 বা \vec{v}_2 -এর মধ্যবর্তী কোণ $\varphi = 90^\circ$ অর্থাৎ $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করবে।

কাজেই তাৎক্ষণিক ত্বরণের মান,

$$a = L t_{\Delta t \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right| = \frac{v^2}{r} \quad (61)$$

$\therefore r$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে v সমদ্রুতিতে আবর্তনরত বস্তুর উপর সর্বদাই বৃত্তপথের কেন্দ্রের দিকে একটি ত্বরণ $a = \frac{v^2}{r}$ ক্রিয়া করে।

স্মরণিকা

অবস্থান তেষ্টের : প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোন বিন্দুর অবস্থান যে তেষ্টের সাহায্যে নির্ণয় করা হয় তাকে অবস্থান তেষ্টের বলে।

সরণ : কোন একটি গতিশীল বস্তুর অবস্থান তেষ্টেরের পরিবর্তনকে সরণ।

তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বস্তুর সরণের হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ বলে।

তাৎক্ষণিক ত্বরণ বা ত্বরণ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বেগ বৃদ্ধির হারকে তাৎক্ষণিক ত্বরণ বা ত্বরণ বলে।

প্রাপ্ত বা প্রক্ষেপক : কোন একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে ত্বরণকারী উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রাপ্ত বা প্রক্ষেপক বলে।

নিক্ষেপণ কোণ : নিক্ষেপণ বেগ এবং অনুভূমিক তলের মধ্যবর্তী কোণকে নিক্ষেপণ কোণ বলে।

বিচরণ কাল বা অম্রণ কাল : নিক্ষেপের মূহূর্ত হতে সমতলে ফিরে আসতে নিক্ষিপ্ত বস্তুর যে সময় লাগে তাকে অম্রণ কাল বা বিচরণ কাল বলে।

পাত্রা : নিক্ষেপণ বিন্দু ও বিচরণ পথের শেষ প্রান্ত বিন্দুর মধ্যবর্তী রৈখিক দূরত্বকে পাত্রা বলে।

বৃত্তাকার গতি : কোন বস্তুকণা যদি কোন অক্ষ বা বিন্দুকে কেন্দ্র করে একটি বৃত্তাকার পথে গতিশীল থাকে, তবে বস্তুকণার এই গতিকে বৃত্তাকার গতি বলে।

ব্যাসার্ধ ভেট্টের : বৃত্তপথে ঘূর্ণনরত বস্তুর কেন্দ্র ও কণার মধ্যে সংযোগকারী সরলরেখাকে ব্যাসার্ধ ভেট্টের বলে।

কৌণিক সরণ : কোন বস্তু কোন বিন্দুকে কেন্দ্র করে ঘূরার সময় যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে উক্ত বস্তুর কৌণিক সরণ বলে।

কৌণিক বেগ : যদি কোন বস্তুকণা একটি বিন্দুকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে ঘূরে, তাহলে কণাটি একক সময়ে যে নির্দিষ্ট কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তার কৌণিক বেগ বলে।

তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ বা কৌণিক বেগ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কৌণিক সরণের পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ বা কৌণিক বেগ বলে।

কৌণিক ত্বরণ : অসম কৌণিক বেগে গতিশীল কোন একটি বস্তুর কৌণিক বেগ পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।
তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণ বা কৌণিক ত্বরণ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণ বা কৌণিক ত্বরণ বলে।

সুষম বৃত্তাকার গতি : বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে ঘূর্ণয়মান কোন বস্তুকণার গতিকে সুষম বৃত্তাকার গতি বলে।

কেন্দ্রমুখী বা অভিস্থ ত্বরণ : কোন বস্তুকণা যখন বৃত্তাকার পথে ঘূরতে থাকে তখন বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর এবং কেন্দ্রের অভিমুখে বস্তুকণার উপর যে ত্বরণ ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী বা অভিস্থ ত্বরণ বলে।

প্রয়োজনীয় সমীকরণ

$$\left. \begin{array}{l} \text{বেগ, } \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \\ \text{ত্বরণ রূপ, } \vec{a} = \hat{i} v_x + \hat{j} v_y \end{array} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ত্বরণ, } \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \\ \text{ত্বরণ রূপ, } \vec{a} = \hat{i} a_x + \hat{j} a_y \end{array} \right\} \quad (2)$$

গতির সমীকরণের ত্বের রূপ

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t \quad (3)$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \quad (4)$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v} = \vec{v}_0 \cdot \vec{v}_0 + 2 \vec{a} \cdot \vec{s} \quad (5)$$

ভূমির সাথে ত্বরণকারী নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতির ক্ষেত্রে :

$$y = ax + bx^2 \quad (6)$$

$$\checkmark \text{ সর্বোচ্চ উচ্চতা, } H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad (7)$$

সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌছার সময়

$$t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \quad (8)$$

$$\checkmark \text{ বিচরণ কাল, } T = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \quad (9)$$

$$\checkmark \text{ পাত্রা, } R = \frac{v_0^2 \sin 2 \alpha}{g} \quad (10)$$

$$\checkmark \text{ সর্বাধিক অনুভূমিক পাত্রা, } R_{max} = \frac{v_0^2}{g} \quad (11)$$

বইয়ের কম

কৌণিক বেগ,

$$\left. \begin{array}{l} \omega = \theta/t \\ = 2\pi/T \\ = 2\pi N/t \\ = 2\pi n \\ = v/r \\ = d\theta/dt \end{array} \right\}$$

$$\omega = \frac{2\pi N}{T}$$

(12)

কৌণিক ত্বরণ, α

$$\left. \begin{array}{l} = \frac{d\omega}{dt} \\ = \frac{\omega}{t} \end{array} \right\}$$

(13)

কৌণিক গতির সমীকরণ :

$$\omega = \omega_0 \pm \alpha t$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 \pm 2\alpha\theta$$

$$\theta = \omega_0 t \pm \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\text{কেন্দ্রস্থৰ্থী বা অভিমুখৰ ত্বরণ } a = \frac{v^2}{r} \quad (15)$$

সমাধানকৃত উদাহরণ

- (১) একটি জীপ গাড়ী পথে পূর্বদিকে 30 km ও পরে উত্তর দিকে 40 km দূরত্ব অতিক্রম করে গম্ভীর স্থানে পৌছে। গাড়ির সম্মিলিত সরণের মান ও দিক নির্ণয় কর। 10 s-এ গম্ভীর স্থানে যায় ধরে গড়বেগের মান নির্ণয় কর।

পূর্ব ও উত্তর দিক অভিমুখী একক ভেটের যথাক্রমে \hat{i} ও \hat{j} ধরে সম্মিলিত সরণকে লেখা যায়,

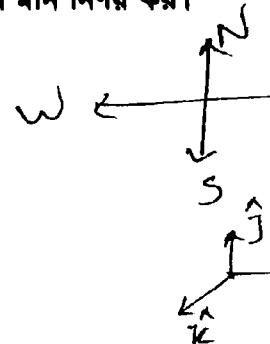
$$\vec{r} = 30 \hat{i} + 40 \hat{j}$$

$$\cdot \text{নির্ণেয় সরণের মান}, |\vec{r}| = \sqrt{30^2 + 40^2} \text{ km} = 50 \text{ km}$$

অভিমুখ পূর্ব দিকের সাথে θ কোণে উত্তর দিকে হলে,

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{40 \text{ km}}{30 \text{ km}} = 1.333 = \tan 53.1^\circ$$

$$\theta = 53.1^\circ$$



$$\checkmark \text{ নির্ণেয় গড়বেগের মান}, \bar{v} = \frac{|\vec{r}|}{t} = \frac{50 \text{ km}}{10 \text{ s}} = 5 \text{ km s}^{-1}$$

- (২) একটি বোমারু বিমান 147 ms^{-1} বেগে অনুভূমিক বরাবর চলার পথে 490 m উচু হতে একটি বোমা কেলে দিল। বায়ুর বাধা উপরে করে বোমাটি কখন ও কোথায় মাটিতে পতিত হবে? কেলার যুক্তি হতে 5 s পরে বোমার দ্রুতি নির্ণয় কর।

প্রশ্নানুসারে খাড়া নিচের দিকে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $y = \frac{1}{2}gt^2$

$$\text{কাজেই}, 490 \text{ m} = \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times t^2$$

$$t = \sqrt{\left(\frac{490 \times 2}{9.8}\right)} \text{ s} = 10 \text{ s}$$

$$\text{আবার অনুভূমিক সরণের মান}, x = v_{0x} \times t$$

$$= 147 (\text{ms}^{-1}) \times 10 \text{ s} = 1470 \text{ m}$$

$$5 \text{ s পরে বোমার দ্রুতি}, v = \sqrt{(gt)^2 + v_{0x}^2}$$

$$= \sqrt{(9.8 \text{ ms}^{-2})^2 \times 5^2 + (147 \text{ ms}^{-1})^2} = 154.95 \text{ ms}^{-1}$$

- (৩) একটি বস্তুর বেগ $8s$ -এ $(4 \hat{i} + 2 \hat{j}) \text{ ms}^{-1}$ হতে বৃদ্ধি পেয়ে $(12 \hat{i} - 4 \hat{j})$ হল। গড় ত্বরণ নির্ণয় কর।

প্রশ্নানুযায়ী, $\Delta \vec{v} = [(12 \hat{i} - 4 \hat{j}) - (4 \hat{i} + 2 \hat{j})] \text{ ms}^{-1} = (8 \hat{i} - 6 \hat{j}) \text{ ms}^{-1}$ ও $\Delta t = 8s$

$$\text{গড় ত্বরণ} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{(8 \hat{i} - 6 \hat{j}) \text{ ms}^{-1}}{8s}$$

$$= \left(\hat{i} - \frac{3}{4} \hat{j} \right) \text{ ms}^{-2}$$

BG & JEWEL

$$\text{ও গড় ত্বরণের মান}, \bar{a} = \sqrt{1^2 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2} \text{ ms}^{-2} = 1.25 \text{ ms}^{-2}$$

৪। কোন কণার অবস্থান ডেটার $\vec{r} = [(30 \text{ ms}^{-1}) t + 4.2 \text{ m}] \hat{i} + [5.3 \text{ ms}^{-1}] \hat{j}$ হলে বেগ নির্ণয় কর।

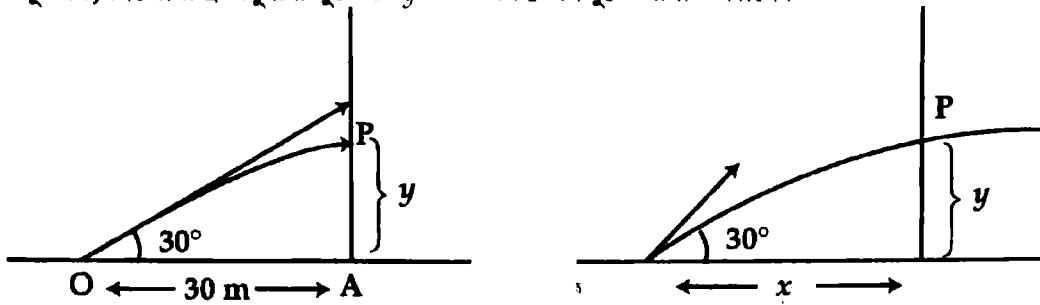
$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} \\ &= \frac{d}{dt} [(30 \text{ ms}^{-1}) t + 4.2 \text{ m}] \hat{i} + \hat{j} \frac{d}{dt} (5.3 \text{ ms}^{-1}) \hat{j} \\ &= 30 \text{ ms}^{-1} \hat{i} \end{aligned}$$

[ষ. বো. ২০০৮]

৫। অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ করে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 40 ms^{-1} বেগে একটি বুলেট ছোঁড়া হল। বুলেটটি 30 m দূরে অবস্থিত একটি দেওয়ালকে কত উচ্চতায় আঘাত করবে ?

[চ. বো. ২০০১]

প্রশ্ন অনুসারে, নিচের চিত্র অনুযায়ী বুলেটটি y উচ্চতায় P বিন্দুতে আঘাত করবে।



চিত্র ৩.১৮

$$\text{আমরা জানি, } x = v_0 \cos \theta_0 t \\ 30 = 40 \times \cos 30^\circ \times t$$

$$\text{বা, } 30 = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times t \\ t = \frac{3}{2\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } y &= v_0 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ &= 40 \times \sin 30^\circ \times \frac{3}{2\sqrt{3}} - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \left(\frac{3}{2\sqrt{3}}\right)^2 \\ &= 40 \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{2\sqrt{3}} - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \frac{9}{4 \times 3} \\ &= \frac{30}{\sqrt{3}} - \frac{4.9 \times 3}{4} = 13.65 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{অথবা, } y = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$\begin{aligned} y &= 30 \times \tan 30^\circ - \frac{9.8 \times (30)^2}{2 \times (40)^2 \cos^2 30^\circ} \\ &= 17.32 - 3.67 \\ &= 13.65 \text{ m} \end{aligned}$$

৬। একটি ফুটবলকে ভূমির সাথে 30° কোণে 40 ms^{-1} বেগে কিক করা হল। 2 sec পরে ফুটবলের বেগের মান কত হবে নির্ণয় কর।

[ঢ. বো. ২০০৬]

মনে করি, ফুটবলটি যে বিন্দু হতে কিক করা হল সেটি মূলবিন্দু।
এবং ধাঢ়া উপরের দিক Y অক্ষ ধনাত্মক।

শেষ বেগের অনুভূমিক ও উত্তৰম্বর্ত্তী উপাংশ যথাক্রমে v_x ও v_y হলে,

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

আমি বেগের অনুভূমিক ও উত্তৰম্বর্ত্তী উপাংশ যথাক্রমে v_{x_0} ও v_{y_0} হলে, আমরা পাই,

$$\begin{aligned} v_x &= v_{x_0} + a_x t = v_0 \cos \theta + a_x t \\ &= v_0 \cos \theta \quad [\text{অনুভূমিক ত্বরণ, } a_x = 0] \\ &= 40 \cos 30^\circ \\ &= 34.64 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} v_0 &= 40 \text{ ms}^{-1} \\ x &= 30 \text{ m} \\ \theta_0 &= 30^\circ \end{aligned}$$

এখানে, $\alpha = 30^\circ$

$$\begin{aligned} g &= 9.8 \text{ ms}^{-2} \\ v_0 &= 40 \text{ ms}^{-1} \\ x &= 30 \text{ m} \end{aligned}$$

এখানে,

নিশ্চেপ কোণ = 30° আদি বেগ, $v = 40 \text{ ms}^{-1}$ সময়, $t = 2 \text{ sec}$ শেষ বেগ, $v = ?$

$$\text{এবং } v_y = v_{y_0} + a_y t = v_0 \sin \theta + a_y t$$

$$\text{বা, } v_y = 40 \sin 30^\circ + (-9.8) \times 2 \quad [\text{উল্লম্ব উপাংশ নিয়মুরী হওয়ায় } a_y = -g = -9.8 \text{ ms}^{-2}] \\ = 20 - 19.6 \\ = 0.4 \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(34.64)^2 + (0.4)^2} \\ = \sqrt{1199.9 + 0.16} = \sqrt{1200} \\ = 34.64 \text{ ms}^{-1}$$

৭) একটি দালানের ছাদ থেকে একটি পাথর অনুভূমিকভাবে 20 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করা হল। 3 s পরে পাথরটির বেগ কত হবে? [$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$]

$$\text{আমরা জানি, } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$\text{আবার, } v_x = v_{x_0} + a_x t \\ = 20 \text{ ms}^{-1} + 0 \times 3 \\ = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{এবং } v_y = v_{y_0} + a_y t \\ = 0 - 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 3 \text{ s} \\ = -29.4 \text{ ms}^{-1}$$

$$v = \sqrt{(20)^2 + (-29.4)^2} \text{ ms}^{-1} \\ = 35.58 \text{ ms}^{-1}$$

৮) 50 m উচু একটি দালানের উপর হতে একটি পাথর 2 ms^{-1} বেগে গড়িয়ে পড়ল। দালানের কিনারা হতে কত দূরে পাথরটি ভূমিতে পড়বে এবং পড়তে কত সময় লাগবে?

প্রশ্নান্তরে, পাথরটির বেগের অনুভূমিক উপাংশ $v_{0x} = 2 \text{ ms}^{-1}$ এবং উল্লম্ব উপাংশ $v_{0y} = 0$ । পাথরটি উপর হতে অভিকর্ষজ ভূরণ ' g '-এর প্রভাবে নিচে পড়ছে। ' g '-এর দিক খাড়া নিচের দিকে। এক্ষেত্রে $a_y = -g$ এবং $a_x = 0$ ।

আমরা জানি,

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 50}{9.8}} = \sqrt{\frac{100}{9.8}} = 3.19 \text{ s}$$

3.19 s সময়ে অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব

$$x = v_{0x} \times t = 2 \text{ ms}^{-1} \times 3.19 \text{ s} = 6.38 \text{ m}$$

৯) একটি কণা 4.5 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 225 বার আবর্তন করে। এর রৈখিক বেগ কত?

আমরা জানি,

$$v = \omega r \\ = 2\pi \times \frac{225}{60} \times 4.5 \\ = 106 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

$$r = 4.5 \text{ m}$$

$$n = 225/\text{মিনিট} = \frac{225}{60} \text{ সেকেন্ড}$$

$$\omega = 2\pi n = 2\pi \times \frac{225}{60} \text{ rad s}^{-1}$$

[ঢ. বো. ২০০৮]

১০) একটি কণা একটি বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 300 বার আবর্তন করে। পর্যায়কাল ও কৌণিক বেগ নির্ণয় কর।

মনে করি পর্যায়কাল = T ও কৌণিক বেগ = ω

$$\text{আমরা পাই, } T = \frac{t}{N}$$

$$\text{ও } \omega = \frac{2\pi N}{t}$$

(1)

(2)

এখানে, $t = 1 \text{ মিনিট} = 60 \text{ s}$ ও $N = 300$ বার।

সমীকরণ (1) অনুযায়ী,

$$T = \frac{60 \text{ s}}{300} = 0.2 \text{ s}$$

এবং সমীকরণ (2) অনুযায়ী,

$$\omega = \frac{2 \times 3.14 \times 300 \text{ rad}}{60 \text{ s}} \\ = 31.4 \text{ rad s}^{-1}$$

১১ একটি গাড়ির চাকা 20 মিনিট 50 সেকেন্ডে 250 বার ঘূরে 1 km পথ অতিক্রম করে। চাকার পরিধি ও পরিদিস্থ একটি কণার রৈখিক বেগ নির্ণয় কর।

ধরি রৈখিক বেগ, $v = \omega r$

আমরা জানি, $\omega = \frac{2\pi N}{t}$

$$= \frac{2\pi N}{t} r,$$

$$\text{চাকার পরিধি } 2\pi r = \frac{s}{N} = \frac{10^3 \text{ m}}{250} = 4 \text{ m} \quad \text{ও} \quad v = \frac{2\pi r \times N}{t} = \frac{10^3 \text{ m}}{1250 \text{ s}}$$

$$= 0.8 \text{ ms}^{-1}$$

এখনে, $N = 250$ বার

$$t = 20 \text{ মিনিট } 50 \text{ সেকেন্ড } = 1250 \text{ s}$$

$$2\pi r \times N = s = 1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$$

উত্তৰ

১২) একটি কণা 1.5 m বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 120 বার আবর্তন করে। এর (ক) রৈখিক বেগ, (খ) পর্যায়কাল এবং (গ) কৌণিক বেগ কত? [ৱ. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

রৈখিক বেগ, $v = \omega r$

$$v = 2\pi nr$$

$$= 2 \times 3143 \times 2 \times 1.5$$

$$= 18.858 \text{ ms}^{-1}$$

$$(খ) পর্যায়কাল, T = \frac{t}{N} = \frac{60}{120} = 0.5 \text{ s}$$

$$(গ) কৌণিক বেগ, \omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.142}{0.5} = 12.568 \text{ rad s}^{-1}$$

১৩) পৃথিবীর চারদিকে চাঁদের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ $3.85 \times 10^5 \text{ km}$ । কক্ষপথ একবার প্রদক্ষিণ করতে সময় লাগে 27.3 দিন। চাঁদের কৌণিক দুর্তি বের কর। [ৱ. বো. ২০০২]

আমরা জানি,

$$\text{কৌণিক দুর্তি}, \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{বা, } \omega = \frac{2 \times 3.143 \text{ rad s}^{-1}}{27.3 \times 24 \times 36 \times 10^2} = \frac{2 \times 3.143 \times 10^{-6}}{2.73 \times 2.4 \times 0.36}$$

$$= 2.665 \times 10^{-6} \text{ rad s}^{-1}$$

১৪) একটি গ্রামোফোন রেকর্ড সম-কৌণিক বেগে ঘূরছে। রেকর্ডের উপর কেন্দ্র হতে 0.12 ও 0.18 m দূরের বিন্দুতে রৈখিক বেগের অনুগাম নির্ণয় কর।

আমরা জানি, $v = \omega r$

ধরি, ঐ দুই বিন্দুতে বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2

$$\text{তা হলে, সমীকরণ (১) অনুসারে, } \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2}$$

$$\text{অথবা, } \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{0.12}{0.18} = 2 : 3$$

১৫) একটি প্রাসের অনুভূমিক পাত্রা 96 m এবং আদিবেগ 66 ms^{-1} । নিক্ষেপ কোণ কত? [কু. বো. ২০০৩ ; চ. বো. ২০০০]

$$\text{আমরা জানি, } R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

$$\Rightarrow \sin 2\theta_0 = \frac{R \times g}{v_0^2}$$

$$\Rightarrow \sin 2\theta_0 = \frac{96 \times 9.8}{(66)^2}$$

$$\Rightarrow \sin 2\theta_0 = 2159779$$

$$\Rightarrow 2\theta_0 = 12.473$$

$$= \theta_0 = 6.24^\circ \text{ (প্রাপ্ত)}$$

এখনে,

$$r_1 = 0.12 \text{ m}$$

$$r_2 = 0.18 \text{ m}$$

দেয়া আছে,

$$R = 96 \text{ m}$$

$$v_0 = 66 \text{ ms}^{-1}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\theta_0 = ?$$

১৬) একটি প্রাসের অনুভূমিক পাত্রা 79.53 m এবং বিচরণকাল 5.3 sec । নিক্ষেপণ বেগ ও নিক্ষেপণ কোণ নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০৪]

আমরা জানি,

$$T = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g} \quad (1)$$

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} \quad (2)$$

এখনে, $R = 79.53 \text{ m}$

$$T = 5.3 \text{ sec}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{সমীকরণ (1) ও (2) থেকে পাই, } \frac{T}{R} = \frac{\frac{2v_0 \sin \theta_0}{g}}{\frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0}{g}}$$

$$\frac{5.3}{79.53} = \frac{1}{v_0 \cos \theta_0}$$

$$\text{বা, } v_0 \cos \theta_0 = 15.006 \quad (3)$$

$$\text{সমীকরণ (1) থেকে পাই, } T = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{9.8}$$

$$v_0 \sin \theta_0 = \frac{9.8}{2} \times 5.3 = 25.97 \quad (4)$$

সমীকরণ (3) ও (4) থেকে পাই,

$$\tan \theta_0 = \frac{25.97}{15.006} = 1.7306$$

$$\therefore \theta_0 = 60^\circ$$

সমীকরণ (3)-এ θ_0 -এর মান বসিয়ে পাই, $v_0 \cos 60^\circ = 15.006$

$$v_0 \times 0.5 = 15.006$$

$$v_0 = \frac{15.006}{0.5} = 30 \text{ ms}^{-1}$$

১৭

একটি বস্তুকে 40 ms^{-1} বেগে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে নিক্ষেপ করা হল। সর্বাধিক উচ্চতা এবং অনুভূমিক পাত্রা নির্ণয় কর।

[চ. বো. ২০০৬; খ. বো. ২০০২; সি. বো. ২০০১]

সর্বাধিক উচ্চতা,

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$H = \frac{(40)^2 \times \sin^2 60^\circ}{2 \times 9.8} = 61.22 \text{ m}$$

$$v_0 = 40 \text{ ms}^{-1}$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{অনুভূমিক পাত্রা, } R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$= \frac{(40)^2 \times \sin (2 \times 60^\circ)}{9.8} = 141.39 \text{ m}$$

১৮. একটি প্রাসকে 10 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করা যায়। প্রাসটির সর্বাধিক অনুভূমিক পাত্রা নির্ণয় কর।
মনে করি প্রাসটির সর্বাধিক অনুভূমিক পাত্রা = R_{max}

[সি. বো. ২০০৫]

আমরা পাই,

$$R_{max} = \frac{v_0^2}{g}$$

(1)

এখানে,

$$v_0 = 10 \text{ ms}^{-1}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{এখন সমীকরণ (1) হতে পাই, } R_{max} = \frac{10 \times 10}{9.8} = 10.204 \text{ m}$$

∴ নির্ণেয় সর্বাধিক অনুভূমিক পাত্রা = 10.204 m

(১৯) হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেক্ট্রন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে $5.2 \times 10^{-11} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথের
 $2.20 \times 10^6 \text{ ms}^{-1}$ বেগে ঘূরছে। ইলেক্ট্রনের কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় কর।

আমরা জানি, অভিসম্ভ ত্বরণ

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2.2 \times 10^6)^2}{5.2 \times 10^{-11}}$$

$$= \frac{2.2 \times 2.2 \times 10^{12} \times 10^{11}}{5.2} = 9.31 \times 10^{22} \text{ ms}^{-2}$$

এখানে,

$$v = 2.20 \times 10^6 \text{ ms}^{-1}$$

$$r = 5.2 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$a = ?$$

১০. বৃত্তাকার পথে 72 kmh^{-1} সমন্বিতে চলমান কোন গাড়ির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ 1 ms^{-2} হলে বৃত্তাকার পথের
ব্যাসার্ধ কত?

[সি. বো. ২০০২]

$$\text{আমরা জানি, } a = \frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{v^2}{a}$$

$$= \frac{(20 \text{ ms}^{-1})^2}{1 \text{ ms}^{-2}} = 400 \text{ m}$$

এখানে, সূতি, $v = 72 \text{ kmh}^{-1}$

$$= \frac{72 \times 10^3}{60 \times 60} \text{ ms}^{-1} = 20 \text{ ms}^{-1}$$

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a = 1 \text{ ms}^{-2}$

ব্যাসার্ধ, $r = ?$

অন্তর্মালা

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন :

- ১। দ্বিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় অবস্থান ভেটের ব্যাখ্যা কর।
- ২। কৌণিক বেগের সংজ্ঞা ও এককসমূহ উল্লেখ কর।
- ৩। সমতুরণবিশিষ্ট একটি গতির উদাহরণ দাও।
- ৪। নিম্নলিখিত রাশিগুলোর সংজ্ঞা দাও :
 (i) প্রাস [রা. বো. ২০০২, ২০০০; ঢা. বো. ২০০০]
 (ii) নিক্ষেপণ বেগ (vii) পান্তা
 (iii) নিক্ষেপণ কোণ (viii) ব্যাসার্ধ ভেটের
 (iv) নিক্ষেপণ বিন্দু (ix) কৌণিক সরণ [রা. বো. ২০০১]
 (v) বিচরণ পথ (x) কৌণিক বেগ
 (vi) বিচরণ কাল (xi) পর্যায় কাল

- ৫। দ্বিমাত্রিক ক্ষেত্রে সরণ ভেটের বলতে কি বুঝ ?
- ৬। প্রাস গতির ক্ষেত্রে সর্বাধিক উচ্চতার সমীকরণটি লিখ।
- ৭। প্রজেক্টাইল কাকে বলে ?
- ৮। একটি প্রাসের উজ্জয়ন কালের সমীকরণটি লিখ।
- ৯। রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের সংজ্ঞা দাও।
- ১০। অনুভূমিক পান্তা কি ? এর রাশিমালা বের কর।
- ১১। সুষম বস্তুকার গতি কি ? [য. বো. ২০০৪]
- ১২। প্রাস কি ? [ব. বো. ২০০৪, ২০০২; কু. বো. ২০০৩; রা. বো. ২০০০; য. বো. ২০০১]
- ১৩। ঘূর্ণায়মান বস্তুর পর্যায়কাল ও কম্পাঙ্ক বলতে কি বুঝ ? এদের মধ্যে সম্পর্ক কি ?
- ১৪। প্রাসের গতিপথ কিরূপ ?
- ১৫। একটি বস্তু কত ডিগ্রি কোণে নিক্ষেপ করলে এর অনুভূমিক পান্তা সর্বাধিক হয় ? [রা. বো. ২০০২]
- ১৬। কৌণিক বেগ ও কৌণিক ত্বরণের একক ও মাত্রা লিখ।
- ১৭। প্রাস ও অনুভূমিক পান্তা কাকে বলে ? [সি. বো. ২০০৫]

রচনামূলক প্রশ্ন :

- ১। সমতলে গতিশীল একটি বস্তুকণার অবস্থান ভেটের \vec{r} , বেগ \vec{v} ও ত্বরণ \vec{a} -কে তাদের উপাংশের সাহায্যে প্রকাশ কর।
- ২। দ্বিমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$, যেখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। [য. বো. ২০০৫]
- ৩। $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$ সমীকরণটি প্রতিপাদন কর। এখানে চিহ্নগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। এখানে চিহ্নগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। [ব. বো. ২০০৫]
- অথবা, দেখাও যে, $r = r_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, যেখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। [চ. বো. ২০০৫]
- ৪। দেখাও যে, $t = 0$ সময়ের অবস্থান ভেটেরের সূপরিক্ষে যে কোন এক সময় t -এর অবস্থান ভেটের $r = r_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এখানে, v_0 = আদি বেগ ও a = সুষম ত্বরণ।
 [চ. বো. ২০০৪, ২০০০; সি. বো. ২০০৪, ২০০০; রা. বো. ২০০৩, ২০০০; কু. বো. ২০০৩; য. বো. ২০০৩, ২০০০; ব. বো. ২০০২; কু. বো. ২০০০]
- ৫। দেখাও যে,
 (i) $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t$
 (ii) $v^2 = v_0^2 + 2 a s$ বা, $v^2 = v_0^2 + 2 a \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$
 (iii) $v_x^2 = v_{x0}^2 + 2 a_x (x - x_0)$
 এখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। [য. বো. ২০০৪]
 [চ. বো. ২০০০]
- ৬। দেখাও যে একটি বস্তু ত্বরিতভাবে শূন্যে নিক্ষিপ্ত হলে তার দ্বিমাত্রিক গতিপথ অধিবৃত্ত হয়।
 [রা. বো. ২০০২; কু. বো. ২০০২; ব. বো. ২০০২; সি. বো. ২০০২; ঢা. বো. ২০০১; য. বো. ২০০০]
- অথবা, দেখাও যে প্রাসের গতিপথে অর্ধবৃত্ত অধিবৃত্তাকার। [চ. বো. ২০০৫; রা. বো. ২০০৪; ব. বো. ২০০৪; কু. বো. ২০০৩]
- ৭। দেখাও যে, প্রাসের সর্বাধিক অনুভূমিক পান্তা, $R = \frac{v_0^2}{g}$ । v_0 আদি বেগসহ ভূমির সাথে θ_0 কোণে শূন্যে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতির সমীকরণ প্রতিষ্ঠা কর।
- ৮। একটি প্রাসের সর্বোচ্চ অতিক্রান্ত দূরত্ব, সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠার সময় ও বিচরণ কালের জন্য রাশিমালা প্রতিপাদন কর।
- ৯। একটি প্রাসের অনুভূমিক পান্তার রাশিমালা বের কর। এবং দেখাও যে নিক্ষেপণ কোণ 45° হলে অনুভূমিক পান্তা সর্বাধিক হবে। [ব. বো. ২০০৩; রা. বো. ২০০২]
- ১০। রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের সংজ্ঞা দাও। তাদের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর। [চ. বো. ২০০২; ব. বো. ২০০২; কু. বো. ২০০১]
- ১১। রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে পার্থক্য কর। [চ. বো. ২০০২]
- ১২। দেখাও যে, $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t$ [রা. বো. ২০০৫, ২০০২; কু. বো. ২০০৫, ২০০১; ঢা. বো. ২০০১]
- ১৩। কৌণিক ত্বরণের সংজ্ঞা দাও। কৌণিক ত্বরণ ও রৈখিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক প্রতিপাদন কর।

১৪। স্থির কৌণিক ত্বরণে ঘূর্ণযামান একটি বস্তুকণার ক্ষেত্রে দেখাও যে,

$$(i) \omega = \omega_0 + \alpha t \quad (ii) \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (iii) \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta \quad (iv) \theta_t = \omega_0 + \frac{1}{2} \alpha(2t - 1)$$

১৫। সূচিম বৃত্তাকার গতি বলতে কি বুঝি ? দেখাও যে, ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার পথে v_0 সমন্বিতভাবে ঘূর্ণনরত বস্তুকণার অভিস্থ ত্বরণ-এর মান, $a = \frac{v_0^2}{r}$ । এটি গতিপথের লম্ব দিকে ক্রিয়া করে। [কু. বো. ২০০১; রাজ. বো. ২০০৩]

১৬। দেখাও যে, বৃত্তাকার পথে সমন্বিতভাবে আবর্তনরত বস্তুর ত্বরণ গতিপথের লম্ব দিকে ক্রিয়া করে।

১৭। সম-বৃত্তীয় গতির ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী ত্বরণের মান ও দিক নির্ণয় কর। [জ. বো. ২০০৪ ; কু. বো. ২০০১]

গাণিতিক সমস্যাবলী :

(১) সরণ $\vec{r} = 4x^2t^3\hat{i} + 2y^2t^2\hat{j}$ হলে ব্যবকলনের সাহায্যে বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

$$[\text{উৎ}: 12x^2t^2\hat{i} + 4y^2t\hat{j}; 24x^2t\hat{i} + 4y^2\hat{j}]$$

২। একটি বস্তু কণাকে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 50 ms^{-1} বেগে উপর দিকে নিষ্কেপ করা হল। বস্তুটি সর্বাধিক কত উচ্চতা অতিক্রম করবে এবং ঐ উচ্চতা অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে ? ($g = 10 \text{ N/kg}$) [উৎ: 31.25 m , 2.5 s]

* (২) একটি ফুটবলকে ভূমির সাথে 30° কোণে 30 ms^{-1} বেগে কিক করা হল। 1 sec পরে ফুটবলের বেগের মান কত হবে? [চ. বো. ২০০২] [উৎ: 26.495 ms^{-1}]

৩। একটি দালানের ছাদ হতে একটি পাথর অনুভূমিকভাবে 40 ms^{-1} বেগে নিষ্কেপ করা হল। 5 s' পরে এর বেগ কত ? [উৎ: 63.25 ms^{-1}]

(৪) একটি প্রাস অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 40 ms^{-1} বেগের উপর দিকে নিষ্কিন্ত হলে তার বিচরণকাল নির্ণয় কর। ($g = 10 \text{ N/kg}$) [উৎ: 4 s]

(৫) একটি বস্তুকণাকে অনুভূমিকের সাথে 15° কোণে 30 ms^{-1} বেগে নিষ্কেপ করা হল। g -এর মান 10 N/kg হলে অনুভূমিক পাঞ্চা নির্ণয় কর। [উৎ: 77.96 m]

(৬) একটি বস্তু 50 ms^{-1} বেগে উপর দিকে নিষ্কিন্ত হল। যদি অভিকর্ষজ ত্বরণ 10 N/kg হয়, তবে সর্বাধিক অনুভূমিক পাঞ্চা নির্ণয় কর। [উৎ: 250 m]

(৭) অনুভূমিকের সাথে 60° কোণ করে তৃপ্ত হতে 60 ms^{-1} বেগে একটি বুলেট ছোড়া হল। বুলেটটি 50 m দূরে একটি দালানকে কত উচ্চতায় আঘাত করবে ? [উৎ: 73 m]

(৮) একটি কণা প্রতি মিনিটে বৃত্তাকার পথে 10 বার আবর্তন করে। কণাটির কৌণিক বেগ নির্ণয় কর। [উৎ: 1.04 rad s^{-1}]

(৯) একটি বস্তু কণা প্রতি মিনিটে 300 বার আবর্তন করে। বৃক্ষের ব্যাসার্ধ 0.4 m হলে, এর রৈখিক বেগ কত ? [উৎ: 12.56 ms^{-1}]

(১০) বৃত্তাকার পথে 3.14 ms^{-1} সমন্বিতভাবে একটি কণা প্রতি সেকেন্ডে 10টি পূর্ণ আবর্তন সম্পন্ন করে। বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত ? [রাজ. বো. ২০০১] [উৎ: 0.05 m]

(১১) একটি প্রাসের অনুভূমিক পাঞ্চা 40 m এবং আদি বেগ 33 ms^{-1} । নিষ্কেপ কোণ কত ? [উৎ: 1.28°]

(১২) 30 m উচ্চ দালানের উপর হতে একটি পাথর নিচে গড়িয়ে পড়ল। পাথরটি দালানের কিনারা হতে 10 m দূরে ভূমি সর্প করল। গড়িয়ে পড়ার মুহূর্তে পাথরটির বেগ ও ভূমিতে পড়তে সময় নির্ণয় কর। [উৎ: 4.05 ms^{-1} ; 2.47 s]

(১৩) একটি থামোফোন রেকর্ড সমকৌণিক বেগে ঘূরছে। রেকর্ডের কেন্দ্র হতে 0.25 m এবং 0.30 m দূরের বিন্দুয়ে রৈখিক বেগের অনুপাত নির্ণয় কর। [উৎ: 5 : 6]

(১৪) একটি থামোফোন রেকর্ড প্রতি মিনিটে 78 বার ঘূরছে। সুইচ বন্ধ করে একে 30 s -এ থামান হল। কৌণিক মন্দন বের কর। [উৎ: 0.272 rad s^{-1}]

(১৫) একটি বস্তু সমন্বিতভাবে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 600 বার ঘূরে। বস্তুটির পর্যায়কাল ও কৌণিক বেগ নির্ণয় কর। [উৎ: $0.16, 62.8 \text{ rad s}^{-1}$]

(১৬) একটি দেয়াল ঘড়ির মিনিটের কাটার দৈর্ঘ্য 0.18 m হলে এর প্রাপ্তের রৈখিক বেগ নির্ণয় কর। [উৎ: $3.14 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$]

(১৭) একটি হাত ঘড়ির সেকেন্ড, মিনিট ও ঘণ্টায় কাটার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 0.015 m , 0.0125 m এবং 0.01 m হল প্রত্যেকের শেষ প্রাপ্তের রৈখিক বেগ নির্ণয় কর। [উৎ: $15.7 \times 10^{-4}, 2.18 \times 10^{-5}$, এবং $1.45 \times 10^{-6} \text{ ms}^{-1}$]

(১৮) একটি মিনারের শীর্ষদেশ হতে 200 ms^{-1} বেগে অনুভূমিকভাবে নিষ্কিন্ত একটি গুলি 5 s পরে ভূমিতে পতিত হল মিনারের উচ্চতা এবং গুলির অনুভূমিক অভিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। [উৎ: $122.5 \text{ m}, 1000 \text{ m}$]

(১৯) স্থিরাবস্থা হতে একটি কণাকে 3.14 rad s^{-2} সমকৌণিক ত্বরণে বৃত্তাকার পথে ঘূরালো 20 s ে সেকেন্ডে কণাটি কত কৌণিক বেগ লাভ করবে ? এই সময়ে কণাটি কতক্ষণ ঘূরবে ? [উত্তর: 3.628 rad s^{-1} , 200 বার]

(২০) 8 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার পথে একটি গাড়ি ষষ্ঠায় 50 km বেগে চলছে। গাড়িটির কৌণিক বেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: 1.74 rads^{-1}]

(২১) পৃথিবী হতে চন্দ্রের দূরত্ব $3.84 \times 10^5 \text{ km}$ এবং এটি পৃথিবীকে বৃত্তাকার কক্ষপথে 27.3 দিনে একবার পদক্ষিণ করে। চন্দ্রের রৈখিক দ্রুতি নির্ণয় কর। [উত্তর: 1.022 kms^{-1}]

(২২) একটি ক্রিমি উপগ্রহ 7000 km ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তাকার কক্ষপথে পৃথিবীকে পদক্ষিণ করবে। উপগ্রহটির পর্যায়কা 2 hr হলে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কত ? [উত্তর: 5.375 kms^{-2}]

(২৩) একটি ক্রিমি উপগ্রহ 500 km উপর বৃত্তাকার পথে পরিক্রমণ করবে। 100 min সময়ে উপগ্রহটি পৃথিবীকে একবার পদক্ষিণ করলে এর কৌণিক ও রৈখিক বেগ কির্ণয় কর। [উত্তর: $1.047 \times 10^{-4} \text{ rads}^{-1}$; 6.806 kms^{-1}]

গতিসূত্র

LAWS OF MOTION

৪.১ সূচনা

Introduction

পূর্ববর্তী অধ্যায়গুলোতে সমবেগে ও সমত্বরণে বস্তুর গতির বিভিন্ন দিক সম্মতে আলোচনা করা হয়েছে ; কিন্তু কিভাবে স্থির বস্তু গতিশীল হয় অথবা সমবেগে গতিশীল বস্তুর মধ্যে ত্বরণ সৃষ্টি হয় তা আলোচনা করা হয়নি। বিখ্যাত বিজ্ঞানী স্যার আইজ্যাক নিউটন (Sir Isaac Newton) তাঁর “ফিলোসোফিয়া ন্যাচারালিস ম্যাথেমেটিকা” নামক অমর গ্রন্থে বস্তুর গতি, বেগ ও তরের মধ্যে নিবিড় সম্পর্কযুক্ত তিনটি সূত্র প্রকাশ করেন। তার নাম অনুসারে সূত্রগুলোকে নিউটনের গতিসূত্র বলে। এ সূত্রগুলোর সাহায্যে গতিবিদ্যা সৃদৃঢ় বৈজ্ঞানিক ভিত্তির উপর প্রতিষ্ঠিত হয়েছে। এ অধ্যায়ে সূত্রগুলোর বর্ণনা ও ব্যাখ্যা প্রদান করা হবে এবং বল ও তরের সাথে গতির সম্পর্ক আলোচনা করা হবে। এ ছাড়া ঘর্ষণ ও ঘর্ষণের প্রকারভেদ আলোচনা করা হবে। সূত্রগুলো বর্ণনার আগে জড়তা, বল, জরুরে ইত্যাদি সম্মতে প্রাথমিক ধারণা প্রদান করব।

৪.২ জড়তা বা জার্ড্য ও বল

Inertia and Force

জড়তা : আমরা জানি কোন বস্তু নিজে নিজে তার স্থির বা গতিশীল অবস্থার পরিবর্তন করার ক্ষমতা রাখে না। কোন একটি বাহ্যিক ক্রিয়া অর্ধাত বলের প্রভাবে বস্তুর স্থির বা গতিশীল অবস্থার পরিবর্তন ঘটে বা ঘটতে প্রয়াস পায়। উপরের ব্যাখ্যা থেকে জড়তার নিম্নরূপ সংজ্ঞা দেয়া যায় :

সংজ্ঞা : প্রত্যেক জড় পদার্থই তার নিজের স্থির বা গতিশীল অবস্থা অক্ষণ্ট রাখার চেষ্টা করে। পদার্থের এই ধর্মকে জড়তা বলে। যেমন টেবিলের উপর একখানা বই স্থিতিশীল অবস্থায় রয়েছে। এটি আবহমান কাল স্থির থাকবে। আবার চলন্ত একটি ফুটবল সব সময় চলতেই চাইবে। জড়তা বস্তুর একটি মৌলিক ধর্ম।

জড়তা দ্বারা প্রকার ধরণ—

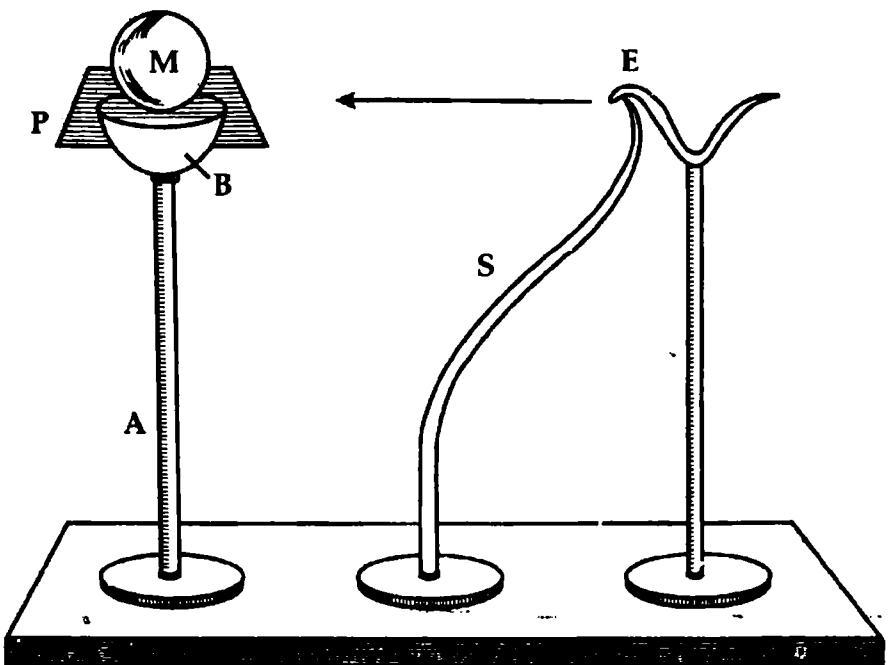
- (1) **স্থিতি জড়তা (Inertia of rest)** এবং
- (2) **গতি জড়তা (Inertia of motion)**

(1) **স্থিতি জড়তা :** স্থির বস্তু সব সময় স্থির রাখতেই চায়। এর নাম স্থিতি জড়তা। স্থিতি জড়তা বস্তুর ভরের সমান্বানিক। তর বৃশিশ পেলে স্থিতি জড়তা বৃশিশ পায়।

স্থিতি জড়তার কয়েকটি দৃষ্টান্ত :

- (i) **মুদ্রা ও কাপের পরীক্ষা :** ৪.১ চিত্রে A একটি দড়, S একটি স্প্রিং এবং E একটি আঁটা। A দডের মাধ্যমে B একটি কাপ বা বাটি স্থাপন করা হয়েছে। বাটির উপর একটি কার্ড বোর্ড P রাখি। কার্ড বোর্ডের উপর একটি ভারী মার্বেল স্থাপন করি। স্প্রিং-এর মাধ্যমে কাপ ও কার্ড বোর্ড একই সমতলে থাকে। S স্প্রিং E আঁটায় আটকিয়ে রাখি। এখন আঁটা সরিয়ে নিলে স্প্রিং কার্ড বোর্ডে ঝোরে অ ধাত করবে। ফলে কার্ড বোর্ড দ্রুত সরে যাবে এবং M মার্বেলটি তার স্থিতি জড়তার দ্রুত রাটির মধ্যে পড়বে।

(ii) হঠাতে গাড়ি চলতে শুরু করলে আরোহীর শরীরের নিচের ভাগ গাড়ির গতিপ্রাপ্ত হয় এবং গাড়ির সাথে এগিয়ে চলে। কিন্তু শরীরের উপরের ভাগ স্থিতি জড়তার জন্যে স্থির থাকে। ফলে আরোহী পেছনের দিকে হেলে পড়ে।



চিত্র ৪'১

(iii) ধূলিময় পোশাক ছড়ি দিয়ে আঘাত করলে পোশাক সরে যায়। কিন্তু ধূলিকণা স্থিতি জড়তার জন্যে নিচে পড়ে যায়।

(iv) ক্যারাম বোর্ডের একটি গুটির উপর আর একটি গুটি থাকলে নিচের গুটিকে স্ট্রাইকার দিয়ে ঝোরে আঘাত করলে নিচের গুটিটি সরে যায়। কিন্তু উপরের গুটিটি স্থিতি জড়তার জন্যে স্থির থাকে। নিচের গুটিটি সরে যাবার কারণে উপরের গুটিটি সেই স্থান অধিকার করে।

(v) ঘোড়া হঠাতে দৌড়াতে শুরু করলে আরোহীর শরীরের নিচের অংশ ঘোড়ার পিঠের সাথে যুক্ত থাকায় গতিপ্রাপ্ত হয় এবং এগিয়ে চলে। কিন্তু শরীরের উপরের অংশ স্থিতি জড়তার জন্যে স্থির থাকে। ফলে আরোহী পেছনের দিকে হেলে পড়ে।

(২) গতি জড়তা : গতিশীল বস্তু যে ধর্মের দর্শন একই সরলরেখায় গতিশীল থাকতে চায় তাকে গতিজড়তা বলে।

গতি জড়তার কয়েকটি দৃষ্টান্ত :

(i) চলন্ত গাড়ি হঠাতে থেমে গেলে আরোহীর শরীরের নিম্নভাগ স্থিতিতে আসে। কিন্তু শরীরের উপরিভাগ গতি জড়তার জন্যে সামনের দিকে এগিয়ে যায়। ফলে আরোহী সামনের দিকে ঝুকে পড়ে। অভিজ্ঞ আরোহী এই গতি সামলাবার জন্যে পেছনের দিকে হেলে চলন্ত গাড়ি হতে নেমে থাকে।

(ii) চলন্ত গাড়ির কামরায় কোন আরোহী একটি রবারের বল সোজা উপরের দিকে ছুড়লে তা গতি জড়তার জন্যে গাড়ির সাথে চলতে থাকে এবং কিছুক্ষণ পর আরোহীর হাতে ফিরে আসে। আরোহী ও বল উভয়েই গাড়ির গতি পায়। সুতরাং আরোহী ও বল একই দূরত্বে এগিয়ে যায় এবং বলটি আরোহীর হাতে ফিরে আসে।

(iii) যখন সার্কাসে ধাবমান ঘোড়ার পিঠ হতে খেলোয়াড় উপর দিকে লাফ দেয় তখন সে গতি জড়তার দর্শন পুনরায় ঘোড়ার পিঠে ফিরে আসে।

(iv) আমরা ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় লাফ দিবার আগে কিছুর পেছন হতে দৌড়ে শরীরকে গতি জড়তার প্রভাবে রেখে বেশি অগ্রসর হবার চেষ্টা করি।

বল (Force) : মনে কৱি টেবিলের উপৰ একটি বই আছে। বইটিকে নড়াবাৰ জন্য হাত দিয়ে বইটিৰ উপৰ 'কোন কিছু' (Something) প্ৰয়োগ কৱি। একটি ফুটবল গোলৰক্ষকেৰ দিকে ছুটে আসছে। গোলৰক্ষক হাত দিয়ে ফুটবলেৰ উপৰ 'কোন কিছু' প্ৰয়োগ কৱে ফুটবলকে থামিয়ে দিল। বইটিকে গতিশীল বা ফুটবলটি থামাৰাবাৰ জন্য এই যে 'কোন কিছু' প্ৰয়োগ কৱা হয় এৰ নাম বল (Force)।

আবাৰ কোন ব্যক্তি আঙুল দিয়ে 'কোন কিছু' প্ৰয়োগ কৱে একটি ভাৱী টেবিলকে নড়াতে চাইল। কিন্তু সকল হল না। এই 'কোন কিছু' এৰ নামও বল। উপৰেৱ উদাহৰণগুলো হতে বলেৱ নিম্নলিখিত সংজ্ঞা দেয়া যেতে পাৱে।

সংজ্ঞা : যে ব্যাহিক কাৱণ বস্তুৰ গতি বা স্থিতি অবস্থাৰ পৱিবৰ্তন ঘটায় বা ঘটাতে চায় তাকে বল বলে। বল একটি ভেটেৱ রাখি। এৰ মান ও দিক আছে।

৪.৩ বলেৱ প্ৰকাৰভেদ

Kinds of forces

প্ৰকৃতিতে আমৰা বিভিন্ন ধৰনেৱ বলেৱ সংজ্ঞা পৱিচিত হলেও এবং এদেৱ বিভিন্ন নামকৱণ থাকলেও সব বল কিন্তু মৌলিক বল নয়। যে সকল বল মূল বা অক্সতিম অৰ্থাৎ অন্য কোন বল থেকে উৎপন্ন হয় না বৱং অন্যান্য বল এ সকল বলেৱ প্ৰকাৰ তাকে মৌলিক বল বলে।

মৌলিকতা অনুসাৱে প্ৰকৃতিতে চাৰ ধৰনেৱ বল আছে। অন্য যে কোন ধৰনেৱ বলকে এই চাৰটি বলেৱ যে কোন একটি বা একাধিক বল দ্বাৰা ব্যাখ্যা কৱা যায়। মৌলিক বলগুলো হল :

১। মহাকৰ্ষ বল (Gravitational force)

২। তড়িৎ-চূম্বকীয় বল (Electromagnetic force)

৩। সবল নিউক্লীয় বল (Strong nuclear force)

৪। দুৰ্বল নিউক্লীয় বল (Weak nuclear force)

১। **মহাকৰ্ষ বল** : মহাবিশ্বেৱ যে কোন দুটি বস্তুৰ মধ্যে এক ধৰনেৱ আকৰ্ষণ বল ক্ৰিয়াশীল রয়েছে। এই আকৰ্ষণ বলকে মহাকৰ্ষ বল বলা হয়। এই বলেৱ পৱিমাণ ক্ৰিয়াশীল বস্তু দুটিৰ ভৱেৱ গুণফলেৱ সমানুপাতিক এবং বস্তুৰ মধ্যবৰ্তী দূৰত্বেৱ বৰ্গেৱ ব্যস্তানুপাতিক। বিজ্ঞানীৱা ধাৱণা কৱেন যে বস্তুৰ মধ্যে এক প্ৰকাৰ কণাৰ পাৱস্পৱিক বিনিময়েৱ দ্বাৰা এই মহাকৰ্ষ বল ক্ৰিয়াশীল হয়। এই ধৰনেৱ কণাৰ নামকৰণ কৱা হয়েছে গ্ৰাভিটন (Graviton)।

২। **তড়িৎ-চূম্বকীয় বল** : দুটি আহিত বা চাৰ্জিত বস্তুৰ মধ্যে এবং দুটি চূম্বক পদাৰ্থেৱ মধ্যে এক ধৰনেৱ বল ক্ৰিয়াশীল থাকে। এদেৱকে যথাক্রমে কুলম্বেৱ তড়িৎ এবং চৌম্বক বল বলা হয়। তড়িৎ এবং চৌম্বক বল আকৰ্ষণ এবং বিকৰ্ষণ উভয় ধৰনেৱ হতে পাৱে। তড়িৎ এবং চৌম্বক বল পৱস্পৱ ঘনিষ্ঠভাৱে সম্পৰ্কিত। বস্তুত আপেক্ষিক গতিতে পৱিত্ৰমণৱত দুটি আহিত কণাৰ মধ্যে ক্ৰিয়াশীল বলই হচ্ছে তড়িৎ-চূম্বকীয় বল। যখন তড়িৎ আধান বা চাৰ্জগুলো গতিশীল হয়, তখন তাৱা চৌম্বক ক্ষেত্ৰ সৃষ্টি কৱে। আবাৰ পৱিবৰ্তী (varying) চৌম্বক ক্ষেত্ৰ তড়িৎ ক্ষেত্ৰেৱ উৎস হিসেবে কাজ কৱে।

স্থিতিস্থাপক বল, আণবিক গঠন, রাসায়নিক বিক্ৰিয়া ইত্যাদিতে তড়িৎ-চূম্বকীয় বলেৱ প্ৰকাৰ ঘটে।

৩। **সবল নিউক্লীয় বল** : একটি পৱমাণৰ নিউক্লিয়াস প্ৰোটন ও নিউট্ৰন দ্বাৰা গঠিত। এদেৱকে সমষ্টিগতভাৱে বলা হয় নিউক্লিয়ন (Nucleon)। নিউক্লিয়াসেৱ মধ্যে সমধৰ্মী ধনাত্মক আধানযুক্ত প্ৰোটনগুলো ধূৰ কাছাকাছি থাকায় এদেৱ মধ্যে কুলম্বেৱ বিকৰ্ষণ বল প্ৰবল হওয়া উচিত এবং নিউক্লিয়াস ভেজে যাওয়াৰ কথা। কিন্তু বাস্তবে অনেক নিউক্লিয়াসই স্থায়ী। নিউক্লিয়নেৱ মধ্যে যে মাধ্যাকৰ্ষণ বল কাজ কৱে তা এত নগণ্য যে এই বল কুলম্বেৱ বিকৰ্ষণ বলকে প্ৰতিমিত (balance) কৱতে পাৱে না। সূতৰাং নিউক্লিয়াসে অবশ্যই অন্য এক ধৰনেৱ সবল বল কাজ কৱে যা নিউক্লিয়াসকে ধৰে রাখে। এই বলকে বলা হয় সবল নিউক্লীয় বল। বিজ্ঞানীদেৱ ধাৱণা যে

নিউক্লিয়নের মধ্যে মেসন (Meson) নামে এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের দারা এই বল ক্রিয়াশীল হয়। এই বল আকর্ষণধর্মী এবং নিউক্লিয়াসের বাইরে ক্রিয়াশীল নয়; অর্থাৎ স্বল্প পরিসরে (short range) এই বল ক্রিয়াশীল।

৪। দুর্বল নিউক্লীয় বল : প্রকৃতিতে বেশ কিছু মৌলিক পদার্থ (elements) রয়েছে যাদের নিউক্লিয়াস স্বতঃস্ফূর্তভাবে তেজে ধায় (যেমন ইউরেনিয়াম, থেরিয়াম ইত্যাদি)। এই সমস্ত নিউক্লিয়াসকে বলা হয় তেজস্ক্রিয় নিউক্লিয়াস। তেজস্ক্রিয় নিউক্লিয়াস থেকে তিন ধরনের রশ্মি বা কণা নির্গত হয় যাদেরকে আলফা রশ্মি (α -rays), বিটা রশ্মি (β -rays) এবং গামা রশ্মি (γ -rays) বলা হয়।

তেজস্ক্রিয় নিউক্লিয়াস থেকে যখন বিটা কণা নির্গত হয় তখন একই সঙ্গে শক্তিও নির্গত হয়। কিন্তু পরীক্ষালব্ধ ফলাফল থেকে দেখা যায় যে, নিউক্লিয়াস থেকে যে পরিমাণ শক্তি নির্গত হয় তা বিটা কণার গতিশক্তির চেয়ে বেশি।
স্বাভাবিকভাবেই বিজ্ঞানীদের মাঝে প্রশ্ন ওঠে যে β -কণা যদি শক্তির সামান্য অংশ বহন করে, তবে অবশিষ্ট শক্তি যায় কোথায় ? 1930 সালে ডেভিউ. পৌলি (W. Pauli) প্রস্তাব করেন সে অবশিষ্ট শক্তি অন্য এক ধরনের কণা বহন করে যা β -কণার সঙ্গেই নির্গত হয়। এই কণাকে বলা হয় নিউট্রিনো (neutrino)। এই β -কণা এবং নিউট্রিনো কণার নির্গমন চতুর্থ একটি মৌলিক বলের কারণে ঘটে যাকে বলা হয় দুর্বল নিউক্লীয় বল। এই বল সবল নিউক্লীয় বা তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের তুলনায় খুবই দুর্বল। এই বলের কারণে অনেক নিউক্লিয়াসের ভাজান প্রক্রিয়া সংঘটিত হয়।
মৌলিক বলসমূহের তীব্রতার তুলনা :

চারটি মৌলিক বলের পরিমাপের আপেক্ষিক সবলতা তুলনা করলে দেখা যায় যে সবচেয়ে শক্তিশালী বল হচ্ছে সবল নিউক্লীয় বল এবং সবচেয়ে দুর্বল হল মহাকর্ষ বল।

সবল এবং দুর্বল উভয় ধরনের নিউক্লীয় বলের ক্রিয়ার পাছা (range) খুবই স্বল্প পাছা বিশিষ্ট (short range)। এগুলো নিউক্লিয়াসের পৃষ্ঠের বাইরে ক্রিয়াশীল হয় না। পক্ষান্তরে মহাকর্ষ এবং তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের পাছা প্রায় অসীম।

চারটি মৌলিক বলের আপেক্ষিক সবলতা সম্বন্ধে ধারণা লাভের জন্য যদি সবল নিউক্লীয় বলের মান 1 ধরা হয়, তবে দুর্বল নিউক্লীয় বল, তড়িৎ-চুম্বকীয় বল এবং মহাকর্ষ বলের আপেক্ষিক সবলতার মান হবে যথাক্রমে 10^{-12} , 10^{-2} ও 10^{-39} ।

বলের একীভূতকরণ (Unification of Forces) : $\text{নিউক্লীয়}^{\pm} \text{ দুর্বল নিউক্লীয়}^{\pm} \text{ তড়িৎ চুম্বকীয়}^{\pm} \text{ মহাকর্ষ}^{\pm}$ $1 : 10^{-12} : 10^{-2} : 10^{-39}$

চারটি মৌলিক বলের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপনের জন্য বিজ্ঞানীরা বহু বছর ধরে চেষ্টা চালিয়ে যাচ্ছেন। পূর্বে তড়িৎ বল এবং চৌম্বক বলকে স্বতন্ত্র মৌলিক বল হিসেবে বিবেচনা করা হত। উনিশ শতকের অনেক বৈজ্ঞানিক পরীক্ষায় প্রাপ্ত ফলাফল পর্যালোচনা করলে দেখা যায় যে তড়িৎ বল এবং চৌম্বক বলের মধ্যে একটা সম্পর্ক থাকা স্বাভাবিক। জেমস ক্লার্ক ম্যাক্সওয়েল (J. C. Maxwell) কর্তৃক আবিষ্কৃত তড়িৎ-চুম্বকীয় তত্ত্বের মাধ্যমে এই দুই বলের মধ্যে সম্পর্ক চূড়ান্তভাবে প্রতিষ্ঠিত হয়।

সালাম, ওয়াইনবার্গ এবং প্লাসো অনেক গবেষণার মাধ্যমে বলের একীভূতকরণ তত্ত্বের অপরিসীম উন্নতি সাধন করেছেন। তাদের সম্মিলিত প্রচেষ্টায় দুর্বল নিউক্লীয় বল এবং তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের মধ্যে মাত্র কয়েক বছর আগে সম্পর্ক স্থাপিত হয়েছে।

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে অতীতের তড়িৎ বল এবং চৌম্বক বল একীভূত হয়ে বৃপ্ত নিয়েছে তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের এবং হালে দুর্বল নিউক্লীয় বল এবং তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের একীভূত তত্ত্ব আবিষ্কৃত হয়েছে। বিজ্ঞানীদের একাণ্ডিক প্রচেষ্টার ফলে হয়ত একদিন সকল মৌলিক বলের সমন্বয়ে মহা একীভূত ক্ষেত্রতত্ত্ব (Grand unified field theory) আবিষ্কৃত হবে। তা হলে বিশ্বব্রহ্মাণ্ডের সৃষ্টি রহস্যের অনেক অজানা তথ্য আবিষ্কৃত হবে।

৪.৪ ভৱবেগ

Momentum

ভৱবেগের দুটি সংজ্ঞা দেয়া যায়, একটি ভাৰাগত, অপৱটি গাণিতিক। সংজ্ঞা দুটি নিম্নে বিবৃত হল :

ভাৰাগত সংজ্ঞা : ভৱ ও বেগের সমন্বয়ে বস্তুতে যে ধৰ্মেৱ উত্তৰ হয় তাকে বস্তুৰ ভৱবেগ বলে। একে p দ্বাৰা প্ৰকাশ কৱা হয়। একটি গতিশীল বস্তুৰ ভৱ এবং বেগেৰ গুণফল দিয়ে ভৱবেগ পৱিমাপ কৱা হয়। বস্তুৰ ভৱ 'm' এবং বেগ 'v' হলে ভৱবেগ,

$$p = \text{ভৱ} \times \text{বেগ} = mv$$

এৱ অভিমুখ বেগেৰ অভিমুখ। এটি একটি ভেষ্টৰ বা দিক রাশি।

ভৱবেগেৰ ভেষ্টৰ রূপ

$$\text{ভৱবেগ}, p = \overrightarrow{mv}$$

গাণিতিক সংজ্ঞা : কোন একটি বস্তুৰ ভৱ ও বেগেৰ গুণফলকে তাৱ ভৱবেগ বলে। গতি জড়তা বস্তুৰ ভৱবেগেৰ সমানুপাতিক।

ভৱবেগেৰ একক (Unit of momentum)

ভৱবেগ পৱিমাপ কৱা যায়। অতএব এটি একটি রাশি। সুতৰাং এৱ একক রয়েছে।

এম. কে. এস. (M. K. S.) ও এস. আই. পদ্ধতিতে ভৱবেগেৰ একক কিলোগ্ৰাম-মিটাৰ/সেকেণ্ড।

ভৱবেগেৰ মাত্ৰা সমীকৰণ (Dimension of momentum)

ভৱবেগেৰ সংজ্ঞা হতে এৱ মাত্ৰা সমীকৰণ বেৱ কৱা যায়। অতএব ভৱবেগেৰ মাত্ৰা সমীকৰণ হল

$$[\text{ভৱবেগ}] = [\text{ভৱ}] \times [\text{বেগ}] = [M] \times \left[\frac{L}{T} \right] = [MLT^{-1}]$$

৪.৫ নিউটনেৱ গতিসূত্ৰ

Newton's laws of motion

বিজ্ঞানী নিউটন বস্তুৰ ভৱ, বল ও গতিৰ মধ্যে তিনটি সূত্ৰ প্ৰদান কৱেন। সূত্ৰগুলো নিম্নে বিবৃত ও ব্যাখ্যা কৱা হল।

৪.৫.১ নিউটনেৱ প্ৰথম সূত্ৰ

Newton's first law

বাইৱে থেকে কোন বল বস্তুৰ উপৱ প্ৰযুক্ত না হলে অৰ্থাৎ বস্তুৰ উপৱ বলেৱ স্থিৰ শূন্য হলে স্থিৰ বস্তু স্থিৰ থাকে এবং গতিশীল বস্তু সমবেগে সৱলৱেৰায় চলতে থাকে। এই সূত্ৰকে জড়তা এবং বলেৱ সংজ্ঞা নিৰ্দেশক সূত্ৰ বলা হয়।

$$\xrightarrow{\text{কাজেই বল}} F = 0 \text{ হলে, শেষ বেগ, } \vec{v} = \text{আদি বেগ, } \vec{v}_0$$

প্ৰথম সূত্ৰৰ ব্যাখ্যা :

নিউটনেৱ গতিসূত্ৰেৱ প্ৰথম সূত্ৰটি একদিকে বস্তুৰ একটি মৌলিক বৈশিষ্ট্য আলোচনা কৱে। এই মৌলিক বৈশিষ্ট্যেৱ নাম জড়তা। সূত্ৰটি অপৱ দিকে বলেৱ সংজ্ঞা ও কাৰ্য আলোচনা কৱে। এক কথায় প্ৰথম সূত্ৰ হতে দুটি বিষয় জানা যায়—একটি জড়তা, অপৱটি বলেৱ সংজ্ঞা।

কোন বস্তুই নিজ হতে তাৱ স্থিৰ বা গতিশীল অবস্থাৱ পৱিবৰ্তন ঘটাতে পাৱে না। যে ঘেমন রয়েছে, তেমনি থাকতে চায়। বস্তুৰ এই ধৰ্মকে জড়তা বলে। এজন্যে প্ৰথম সূত্ৰকে জড়তা সূত্ৰ বলা হয়। জড়তা দুই পুৰুকাৱ; যথা : (ক) স্থিতি জড়তা এবং (খ) গতি জড়তা

স্থিৰ বস্তু সব সময় স্থিৰ থাকতে চায়। এৱ নাম স্থিতি জড়তা। আৱ গতিশীল বস্তু সৰ্বদাই সমবেগে একই সৱলৱেৰায় চলতে চায়। এৱ নাম গতি জড়তা।

কাজেই স্থির বস্তু যে ধর্মের দরুন স্থির অবস্থায় থাকতে চায় তাকে স্থিতি জড়তা এবং গতিশীল বস্তু যে ধর্মের দরুন সমবেগে একই সরলরেখায় গতিশীল থাকতে চায় তাকে গতি জড়তা বলে।

প্রথম সূত্রের দ্বিতীয় অংশ অনুসারে বস্তুর স্থির অবস্থা অথবা সমবেগ অবস্থার পরিবর্তন একমাত্র বাহ্যিক বল প্রয়োগেই সম্ভব। কাজেই এই অংশ হতে বলের আর একটি সংজ্ঞা পাওয়া যায়। যা বস্তুর স্থির অথবা সমবেগ অবস্থার পরিবর্তন ঘটায় বা ঘটাতে প্রয়াস পায়, তাই বল।

৪.৫.২ নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র

Newton's second law

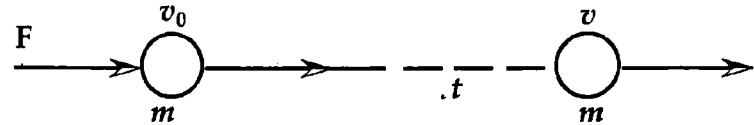
কোন একটি বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত (লব্ধি) বলের সমানুপাতিক এবং বল যে দিকে প্রযুক্ত হয় ভরবেগের পরিবর্তন সেদিকে ঘটে। এই সূত্রকে বল পরিমাপের ও প্রকৃতি নির্দেশের সূত্র বলা যায়।

দ্বিতীয় সূত্রের ব্যাখ্যা :

এই সূত্রের সাহায্যে বলের অভিমুখ, পরিমাপ, গুণগত বৈশিষ্ট্য, ত্বরণের সঙ্গে বলের সম্পর্ক, একক বল, বলের একক ও বলের নিরপেক্ষ নীতি সম্বন্ধে জানতে পারা যায়।

$$(i) \vec{F} = m \vec{a} \text{ সমীকরণ}$$

প্রতিপাদন : মনে করি কোন একটি বস্তুর ভর m এবং এটি v_0 সমবেগে চলছে [চিত্র ৪.২]।



চিত্র ৪.২

ধরি একটি ধ্রুব বল (constant force) \vec{F} এই বস্তুর উপর তার গতির দিকে t সময় ধরে ক্রিয়া করল। ফলে বস্তুর বেগ পরিবর্তিত হল।

মনে করি t সময় পরে বস্তুর বেগ হল \vec{v}

$$\text{বস্তুর আদি ভরবেগ} = \text{ভর} \times \text{আদিবেগ} = m \vec{v}_0$$

$$\text{বস্তুর শেষ ভরবেগ} = \text{ভর} \times \text{শেষ বেগ} = m \vec{v}$$

$$t \text{ সময়ে বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন} = \vec{m v} - \vec{m v}_0$$

$$\text{ভরবেগের পরিবর্তনের হার} = \frac{\vec{m v} - \vec{m v}_0}{t} = m \left(\frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} \right)$$

$$= m \vec{a} \quad [\because \vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}] = \text{বলের ক্রিয়াজনিত সূচী ত্বরণ}]$$

এখন দ্বিতীয় সূত্র হতে জানি যে,

$$\vec{F} \propto \text{ভরবেগের পরিবর্তনের হার}$$

$$\vec{F} \propto \vec{ma}$$

$$\text{বা, } \vec{F} = kma$$

(1)

এখানে k সমানুপাতিক ধ্রুক। একে একক বলের সংজ্ঞার সাহায্যে দূর করা হবে।

একক বলের সংজ্ঞা : একক ভরের কোন বস্তুর উপর একক ত্বরণ সৃষ্টি করতে যে বল প্রযুক্ত হয়, তাকে একক বল বলে। অর্থাৎ,

$$\text{যখন } m = 1 \text{ একক, } |\vec{a}| = 1 \text{ একক, তখন } |\vec{F}| = 1 \text{ একক।}$$

সমীকৰণ (1)-এ মানগুলো বসিয়ে আমরা পাই,

$$1 = k \cdot 1 \times 1$$

$$k = 1$$

সূতৰাং একক বলের উপরোক্ত সংজ্ঞা অনুযায়ী আমরা পাই,

$$\vec{F} = \vec{ma}$$

(2)

অর্থাৎ বল = ভৱ × ত্বরণ

এটোই হল বলের মান নির্দেশক সমীকৰণ।

(ii) ক্যালকুলাস পদ্ধতিতে $\vec{F} = \vec{ma}$ সমীকৰণ প্রতিগাদন

যদি m তরের কোন বস্তু \vec{v} বেগে গতিশীল হয়, তবে বস্তুটির ভরবেগ \vec{P} হবে,

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

সূতৰাং, বস্তুটির ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$

এখন বস্তুটির উপর \vec{F} বল প্রযুক্ত হলে নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে,

$$\vec{F} \propto \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\propto \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \propto m \frac{d}{dt}\vec{v} \quad [\because m\text{-ধ্রুক্ষ}]$$

$$\propto \vec{ma} \quad \left[\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \right]$$

$$\text{বা, } \vec{F}' = k \vec{ma}$$

পূর্বের ন্যায় একক বলের সংজ্ঞা থেকে $k = 1$ দেখানো যায়।

$$\text{সূতৰাং, } \vec{F} = \vec{ma}$$

উপরের আলোচনায় বস্তুটির উপর একটিমাত্র প্রযুক্ত বল বিবেচনা করা হয়েছে। কিন্তু বস্তুটির উপর $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$ ইত্যাদি বল ক্রিয়াশীল হলে, বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল নিট বল $\sum \vec{F}$ হবে,

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n$$

সেক্ষেত্রে নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র হবে,

$$\sum \vec{F} = \vec{ma}$$

ত্বরণের দিক হবে নিট বলের দিক বরাবর।

নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র হতে প্রথম সূত্র প্রতিগাদন :

নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী আমরা পাই,

$\vec{F} = \vec{ma}$, এখানে \vec{F} হল প্রযুক্ত বল, ' m ' বস্তুর ভর এবং \vec{a} হল বলের জন্য সৃষ্টি ত্বরণ। যখন $\vec{F} = 0$; অর্থাৎ বস্তুটিতে বাইরে থেকে কোন বল প্রযুক্ত না হয়, তখন $\vec{a} = 0$ হয়। [কেননা ' $m = 0$ ' হতে পারে না]।

সূতৰাং, যখন $\vec{F} = 0$

$$\text{তখন } \vec{a} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \quad \left[\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \right]$$

$$\text{বা, } \vec{v} = \text{ধ্রুক্ষ}।$$

সুতরাং বাইরে থেকে বস্তুর উপর বল প্রযুক্তি না হলে বস্তুর বেগের পরিবর্তন হয় না ; অর্থাৎ বস্তুর অবস্থার ক্ষেত্রে পরিবর্তন হয় না। বস্তু যদি গতিশীল থাকে তবে সমবেগে সরলরেখায় গতিশীল থাকবে। অথবা বস্তুটি স্থির থাকলে, স্থিরই থাকবে। এটাই নিউটনের প্রথম সূত্র।

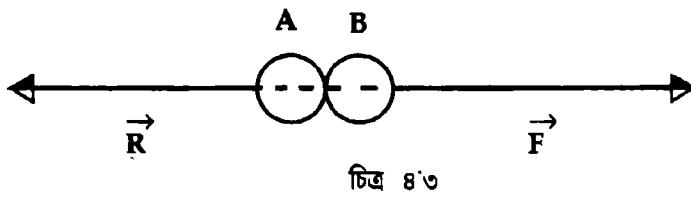
୪.୫.୩ ନିଉଟନେର ତୃତୀୟ ସୂଚି

Newton's third law

প্রত্যেক ক্রিয়ার একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া রয়েছে। অর্থাৎ প্রত্যেক ক্রিয়ামূলক বলের একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়ামূলক বল রয়েছে। এই সূত্রকে বস্তুসমূহের মধ্যে বলের পারস্পরিক ক্রিয়ার সূত্র বলা যায়। কাজেই ক্রিয়ামূলক বল \vec{F} ও প্রতিক্রিয়ামূলক বল \vec{R} হলে, $\vec{F} = -\vec{R}$

তৃতীয় সূত্রের ব্যাখ্যা :

নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে যদি একটি বস্তু A অপর একটি বস্তু B-এর উপর বল প্রয়োগ করে, তা হলে B বস্তুণ A বস্তুর উপর সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করবে [চিত্র ৪.৩]।



A-এর দ্বারা প্রযুক্ত বল হল ক্রিয়া এবং B-এর দ্বারা প্রযুক্ত বল হল প্রতিক্রিয়া। কাজেই ক্রিয়া \vec{F} ও প্রতিক্রিয়া \vec{R} হলে, $\vec{F} = -\vec{R}$

ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া দুটি ভিন্ন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয়! ক্রিয়া না থাকলে প্রতিক্রিয়াও থাকে না। ক্রিয়া বা প্রতিক্রিয়া বলের কার্যকাল t হলে $\vec{F} \times t = -\vec{R} \times t$ (3)

ଅର୍ଥାଏ , କ୍ରିୟାଜ୍ଞନିତ ବଲେର ଘାତ - - ପ୍ରତିକ୍ରିୟାଜ୍ଞନିତ ବଲେର ଘାତ !

এটি স্থির বা গতিশীল যে-কোন বস্তুর ক্ষেত্রে সমভাবে প্রযোজ্য।

তৃতীয় সুন্দর কয়েকটি উদাহরণ :

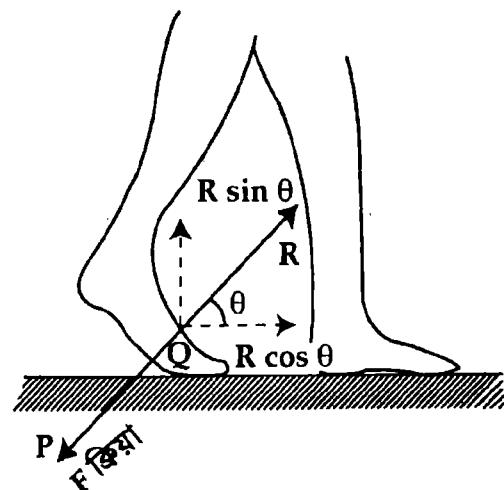
(i) টেবিলের উপর বই ধাকা : একটি টেবিলের উপর বই রাখা হলে বই-এর ওজন টেবিলের উপর সম্ভাবে চাপ প্রয়োগ করবে। এটিই ক্রিয়া। নিউটনের গতির ত্তীয় সূচানুসারে টেবিল বই-এর উপরে উপরের দিকে সম্পরিমাণ বল প্রয়োগ করবে। এটি হল প্রতিক্রিয়া। ক্রিয়া এবং প্রতিক্রিয়া সমান ও বিপরীত হওয়ায় বইটি টেবিলের উপর সাম্যাবস্থায় ধাকে।

(ii) বন্দুক হতে গুলি ছোঁড়া : যখন বন্দুক হতে শিকারী গুলি ছোঁড়ে তখন সে পেছন দিকে একটা ধাকা অনুভব করে। প্রাথমিক অবস্থায় বন্দুক ও গুলি উভয়েরই বেগ শূন্য থাকে। ফলে তাদের মিলিত ভরবেগ শূন্য থাকে। গুলি ছোঁড়া হলে তা সামনের দিকে একটা ভরবেগ প্রাপ্ত হয়। নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে বন্দুকটি গুলির সমান ও বিপরীত ভরবেগ প্রাপ্ত হবে অর্থাৎ বন্দুকটি সমান ভরবেগে পেছনের দিকে যাবে এবং শিকারী পেছন দিকে ধাকা অনুভব করবে।

(iii) नौका थेके लाक देऱ्हा : यखन आरोही नौका हते नदीर पाडे शाफिये पडे, तখन नौकाटिके पेहले छुटे येते देखा याय। आरोही नौकार उपर ये बल प्रयोग करे आते नौकाटि पेहले याय।

নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে নৌকাও আরোহীর উপর সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। ফলে আরোহী তীরে পোছায়।

(iv) পায়ে হাঁটা : আমরা যখন পায়ে হেঁটে চলি তখন সামনের পা মাটির উপর লম্বভাবে নিচের দিকে একটা বল প্রয়োগ করে। এর নাম ক্রিয়া। মাটিও সামনের পায়ের তলার উপর সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। এর নাম প্রতিক্রিয়া। ক্রিয়া এবং প্রতিক্রিয়া সমান এবং বিপরীত হওয়ায় সামনের পা স্থির থাকে। কিন্তু পেছনের পা মাটির উপর \vec{Q} বিন্দুতে তর্যকভাবে \vec{F} পরিমাণ বল QP বরাবর ক্রিয়া করে [চিত্র ৪.৪]। এই বল অনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে মাটি পায়ের তলার উপর সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। মনে করি প্রতিক্রিয়া বল \vec{R} । ফলে $\vec{R} = \vec{F}$ । প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক অংশক $R \cos \theta$ আমাদেরকে সামনের দিকে এগিয়ে নেয় এবং উল্লম্ব অংশক $R \sin \theta$ শরীরের ওজন বহন করতে সাহায্য করে।



চিত্র ৪.৪

কিন্তু পিছিল পথে চলা শক্ত হয়। কারণ পথ পিছিল হলে মাটির উপর যথেষ্ট বল প্রয়োগ করা পায়ের পক্ষে সম্ভব হয় না। ফলে পায়ের উপর মাটির প্রতিক্রিয়া বল এবং সাথে সাথে প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক অংশক কম হয়। এজন্যে পিছিল পথে চলা শক্ত হয়। মার্বেলের তৈরি মেঝে, বালুকাময় রাস্তায় ইঁটতে একই সমস্যা।

(v) ব্যাট-বলে আঘাত : যখন ব্যাট দিয়ে বলকে আঘাত করা হয়, তখন বলের উপর ব্যাটের ক্রিয়ার ফলে বলটি সামনে যায় এবং ব্যাটের উপর বলের সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়ার ফলে ব্যাটও খালিকটা পেছনে সরে যায়।

৪.৬ বলের একক ও মাত্রা Units and dimension of force

আমরা জানি, একক ভরের উপর প্রযুক্ত হয়ে যে বল একক ত্বরণ সৃষ্টি করে, তাকে একক বল বলে।

এম. কে.এস. (MKS) ও এস. আই. (SI) পদ্ধতিতে বলের একক নিউটন (Newton, সংক্ষেপে N)।

সংজ্ঞা : যে বল 1 kg ভরবিশিষ্ট কোন একটি বস্তুতে প্রযুক্ত হয়ে 1 ms^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে 1 Newton বলে।

$$\therefore 1\text{N} = 1\text{kg} \times 1\text{ms}^{-2}$$

ব্যাখ্যা : 10 নিউটন (N) বল কথাটির অর্থ কি ?

জবাবে বলা হবে এটি এই বল যা 1 কিলোগ্রাম (kg) ভরের উপর ক্রিয়া করে 10 মিটার/সে. 2 (ms^{-2}) ত্বরণ সৃষ্টি করে। অথবা এটি এই বল যা 10 কিলোগ্রাম ভরের উপর ক্রিয়া করে 1 মিটার/সে. 2 ত্বরণ সৃষ্টি করে।

অতএব বলের মাত্রা সমীকরণ নিম্নরূপ :

$$[\text{বল}] = [\text{ভর}] \times [\text{ত্বরণ}]$$

$$= [M] \times \left[\frac{L}{T^2} \right]$$

$$\boxed{F = [MLT^{-2}]}$$

୪.୭ ଘାତବଳ ଓ ବଲେର ଘାତ

Impulsive force and impulse of a force

ସଂଜ୍ଞା : ଖୁବ କମ ସମୟର ଜନ୍ୟ ପ୍ରଚାନ୍ଦ ବଲ କ୍ରିୟା କରିଲେ ତାକେ ଘାତବଳ ବଲେ । ବଲ ଏବଂ ବଲେର କ୍ରିୟାକାଲେର ଗୁଣକଳକେ ବଲେର ଘାତ ବା ଶୁଦ୍ଧ ଘାତ ବଲେ । ଏକେ J ଦାରା ସୂଚିତ କରା ହୁଏ । ଏହି ଏକଟି ଡେଟିଆର ରାଶି ।

ବ୍ୟାଖ୍ୟା : ଧରା ଯାକ, କୋଣ ବସ୍ତୁର ଉପର ବଲ \vec{F} ଖୁବ ଅନ୍ଧ ସମୟ t ଧରେ କ୍ରିୟା କରେ । ସଂଜ୍ଞାନୁସାରେ ବଲେର ଘାତ,

$$\boxed{\vec{J} = \vec{F}t = m\vec{a}t} \quad (4)$$

କ୍ୟାଲକୁଲାସେର ସାହାଯ୍ୟେ \vec{J} -ଏର ପ୍ରକାଶ : ଯଦି ବଲ \vec{F} କୋଣ ବସ୍ତୁର ଉପର t_1 ହତେ t_2 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅନ୍ଧ ସମୟର ଜନ୍ୟ କ୍ରିୟାଶୀଳ ହେଲେ, ତବେ କ୍ୟାଲକୁଲାସେର ସାହାଯ୍ୟେ ଲେଖା ଯାଏ,

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt \quad (5)$$

କ୍ରିୟାଶୀଳ ବଲ \vec{F} ଖୁବ ହଲେ ସମୀକରଣ (5)-କେ ଲେଖା ଯାଏ :-

$$\begin{aligned} \vec{J} &= \vec{F} \int_{t_1}^{t_2} dt = \vec{F} [t]_{t_1}^{t_2} = \vec{F} (t_2 - t_1). \\ &= \vec{F} t \text{ ଏଥାନେ } t_2 - t_1 = t \text{ ଧରା ହେବେ } \end{aligned} \quad (6)$$

ଘାତବଲେର ଉଦାହରଣ : ବ୍ୟାଟ ଦିଯେ କ୍ରିକେଟ ବଲେ ଆଘାତ କରା, ବୃଦ୍ଧି ଇମାରତ ପ୍ରମ୍ତୁତେର ସମୟ ସ୍ଟୀଲ ହାତୁଡ଼ୀ ଦିଯେ ମାଟିତେ ପିନ ପୋତା, କ୍ୟାରାମେର ସ୍ଟ୍ରୋଇକାର ଦିଯେ ଗୁଟିତେ ଆଘାତ କରା, ଟ୍ରେନେ ଟ୍ରେନେ ସଂଘର୍ଷ, କାମାନ ହତେ ଗୁଣି ଛୋଡ଼ା, ବୋମା ବିସ୍ଫେରଣ ହେଉଥାଇ ଘାତବଲେର ଉଦାହରଣ । କେନନା ଏସବ କ୍ଷେତ୍ରେ ବଲେର କ୍ରିୟାକାଲ ଖୁବ ଅନ୍ଧ, କିନ୍ତୁ ପ୍ରୟୁକ୍ଷ ବଲେର ମାନ ପ୍ରଚାନ୍ଦ । ଅବଶ୍ୟ ଘାତବଲେର ବେଗେର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଲା ହଠାତ୍ ଓ ଯଥେଷ୍ଟ, କିନ୍ତୁ ସ୍ରଣ ତେମନ ହେଲା ନା ବଲା ଯାଏ ।

ବଲେର ଘାତ ଓ ଭରବେଗେର ମଧ୍ୟ ସମ୍ପର୍କ

Relation between impulse and momentum

ଡେଟରେର ସାହାଯ୍ୟେ ସମ୍ପର୍କ ପ୍ରତିଷ୍ଠା

ଆମରା ଜାନି,

$$\vec{J} = \vec{F}t$$

$$\text{ଆବାର, } \vec{F} = m\vec{a}$$

$$J = \vec{F}t = m\vec{a}t$$

ଘାତବଳ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଅନ୍ଧ ସମୟର ଜନ୍ୟ କ୍ରିୟାଶୀଳ ବଲେ ତୁରଣ ଓ ଗଡ଼ ତୁରଣ ସମାନ ଧରା ଯାଏ । ଏଥିର ବସ୍ତୁଟିର ଆଦିବେଗ \vec{v}_0 ଏବଂ ଶେଷ ବେଗ \vec{v} ହଲେ ଆମରା ପାଇ,

$$\begin{aligned} J &= m \left(\frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} \right) t \\ &= m (\vec{v} - \vec{v}_0) \end{aligned}$$

$$\text{ବ୍ୟାକ, } \vec{J} = m\vec{v} - m\vec{v}_0$$

(7)

ଅର୍ଥାତ୍, ବଲେର ଘାତ = ଭରବେଗେର ପରିବର୍ତ୍ତନ ।

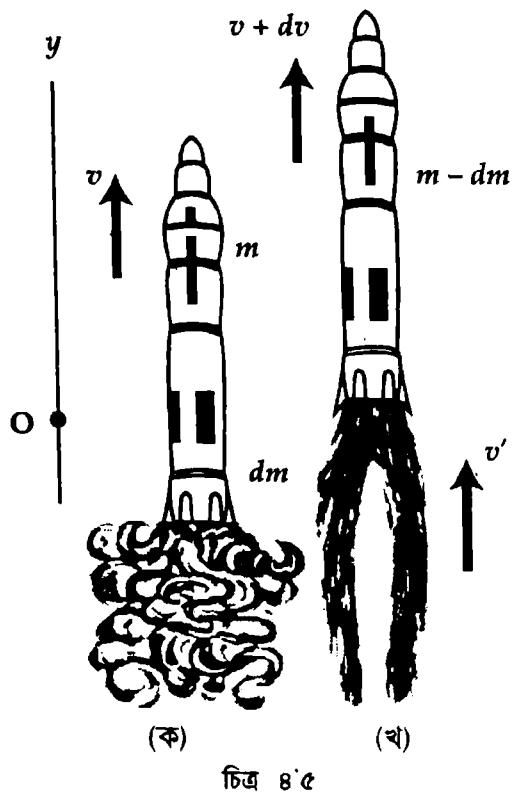
ଘାତର ଏକକ ଓ ମାତ୍ରା ସମୀକରଣ

ସମୀକରଣ (7) ହତେ ଦେଖା ଯାଏ ଯେ, ବଲେର ଘାତ ବା ଘାତର ଏକକ ଓ ମାତ୍ରା ଭରବେଗେର ଏକକ ଓ ମାତ୍ରାର ଅନୁରାପ ।

ସୁତରାଂ ଘାତର ଏକକ kgms^{-1} ଏବଂ ଏର ମାତ୍ରା ସମୀକରଣ $[\text{MLT}^{-1}]$ ।

৪.৮ রকেটের গতি Motion of a rocket

কৃত্রিম উপগ্রহের বহুল ব্যবহার অত্যাধুনিক যোগাযোগ ব্যবস্থার উন্নয়নে এবং মহাকাশ গবেষণায় বিরাট অবদান রেখেছে। এর মূলে রয়েছে রকেট চালনার উন্নতি সাধন। পিছনের সর্ব পথ দিয়ে উক্ত চাপের



গ্যাস অত্যন্ত জোরে নির্গমনের ফলে রকেট সম্মুখের দিকে ধাবিত হয়। দ্রুত গতির এই উষ্ণ গ্যাস রকেটের মধ্যে জ্বালানি দহনে উৎপন্ন হয়। ছিদ্র পথে গ্যাস নির্গমন হল ক্রিয়া এবং এর ফলে যে প্রতিক্রিয়া সৃষ্টি হয় তা রকেটকে গ্যাস প্রবাহের বিপরীত দিকে চালিত করে।

যদিও গ্যাস হাঁকা কিন্তু উচ্চ বেগের কারণে নির্গত
গ্যাসের ভরবেগ খুব বেশি হয়। ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি
অনুযায়ী রকেটও সমান কিন্তু বিপরীতমুখী ভরবেগ প্রাপ্ত হয়
এবং উচ্চবেগে উপরে ওঠে যায়।

জুলানি হিসেবে রকেটে সাধারণত তরল হাইড্রোজেন
এবং দহনের জন্য তরল অক্সিজেন থাকে। বিশেষ প্রক্রিয়ায়
এবং নিয়ন্ত্রিত হারে তরল হাইড্রোজেন ও অক্সিজেনকে দহন
প্রকোষ্ঠে প্রবেশ করানো হয়। জুলানির দহন ক্রিয়ার ফলে
উৎপন্ন উত্তৃত উচ্চ চাপের গ্যাস অত্যন্ত উচ্চ বেগে রকেটের
নিচের দিকে নির্গমন পথ দিয়ে বেরিয়ে আসে। | চিত্র ৪.৫।

নিম্নে রাখেটৈর গতির সমীকরণ প্রতিপাদন করা হল—

চিত্র (ক)-এ রাকেট উৎক্ষেপণের পরমুভূতির অবস্থা দেখান হয়েছে। মনে করি তখন রাকেটের ভর (m) (জ্বালানিসহ) এবং এর উর্ধমুখী বেগ v । সুতরাং রাকেটের ভরবেগ $= mv$

মনে করি ক্ষুদ্র সময় অবকাশে dm পরিমাণ গ্যাস রকেটের নিচের ছিদ্রপথে নির্গত হয়েছে। চিত্র (খ)-এ $t + dt$ সময় পরের অবস্থা দেখান হয়েছে। ধরা যাক রকেটের সাপেক্ষে নির্গত গ্যাসের নিম্নমুখী বেগ v ।

এখন পৃথিবীর সাপেক্ষে নির্গত গ্যাসের বেগ (v') হবে,

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_r \quad | \text{ চিত্রে উর্ধমুখী বেগ } v_{\text{নান্ত্বক}} \text{ ধরা হয়েছে, } \\ \text{সুতরাং নিম্নমুখী বেগ } v_r \text{ ঘণান্ত্বক হবে } |$$

এবং এর ভৱিত্বে,

$$dm \vec{v}' = dm (\vec{v} - \vec{v}_r)$$

এখন dt সময় অবকাশে dm পরিমাণ গ্যাস নির্গত হওয়ার ফলে রকেটের ভর কমে $(m - dm)$ হয় এবং বেগ বৃদ্ধি পেয়ে $v + dv$ হয়। সুতরাং dt সময় অবকাশে রকেটের ভরবেগ হয়,

$$(m - dm)(v + dv)$$

অতএব, $t + dt$ সময়ে

মোট ভরবেগ = রাকেটের ভরবেগ + নির্গত গ্যাসের ভরবেগ

$$\begin{aligned}
 &= (m - dm)(v + dv) + dm(v - v_r) \\
 &= mv + mdv - vdm - dmdv + vdm = v_r dm \\
 &= mv + mdv - v_r dm \quad | dmdv ক্ষতি বলে বাদ দেয়া হয়েছে
 \end{aligned}$$

(8)

এখন আমরা ঘাত-ভরবেগ সূত্র (impulse-momentum theorem) প্রয়োগ করতে পারি। এই সূত্র অনুসারে কোন সিস্টেমের (system) উপর ক্রিয়াশীল লক্ষ্য (resultant) বল এবং বলের ক্রিয়াকাণ্ডের গুণফল সিস্টেমের ভরবেগের পরিবর্তনের সমান হয়।

এখন রকেট সিস্টেমের উপর একমাত্র বহিস্থ ক্রিয়াশীল বল হল রকেটের ওজন অর্থাৎ $-mg$ । g -এর দিক নিয়মুর্বী হওয়ায় আগ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে। এখানে বাতাসের বাধা উপেক্ষা করা হয়েছে।

অতএব dt সময়ে ভরবেগের পরিবর্তন বা পার্থক্য হবে t এবং $t + dt$ সময়ে ভরবেগের পার্থক্যের সমান।

$$\begin{aligned} dt \text{ সময়ে ভরবেগের পরিবর্তন} &= (m - dm)(v + dv) + dm(v - v_r) - mv \\ &= mv + mdv - v_r dm - mv \quad [\text{সমীকরণ (8) ব্যবহার করে}] \\ &= mdv - v_r dm \end{aligned}$$

এখন ঘাত-ভরবেগ সূত্র প্রয়োগ করে আমরা পাই,

$$\begin{aligned} F \times dt &= mdv - v_r dm \\ - mg dt &= mdv - v_r dm \quad [\because F = -mg] \\ \text{বা, } -mg &= m \frac{dv}{dt} - v_r \frac{dm}{dt} \quad \text{বা, } m \frac{dv}{dt} = v_r \frac{dm}{dt} - mg \end{aligned}$$

তেলের নিয়মে লিখলে,

$$m \left(\frac{d \vec{v}}{dt} \right) = \vec{v}_r \left(\frac{dm}{dt} \right) - m \vec{g} \quad (9)$$

কিন্তু, $\frac{d \vec{v}}{dt}$ হল রকেটের ত্বরণ। সূতরাং বায়পক্ষ রকেটের উপরে লক্ষ্য বল নির্দেশ করে। ডানপক্ষের প্রথম রাশি হল রকেটের ঘাতবল এবং দ্বিতীয় রাশি রকেটের ওজন। অর্থাৎ রকেটের উপরে ক্রিয়াশীল লক্ষ্য বল রকেটের ঘাতবল ও ওজনের পার্থক্যের সমান।

সমীকরণ (10)-এর উভয় পক্ষ m দ্বারা ভাগ করে, আমরা রকেটের তাৎক্ষণিক ত্বরণ ' a ' পেতে পারি। অর্থাৎ

$$\vec{a} = \frac{d \vec{v}}{dt} = \frac{\vec{v}_r}{m} \left(\frac{dm}{dt} \right) - \vec{g} \quad . . . \quad (10)$$

সমীকরণ (10) থেকে নিম্নোক্ত সিদ্ধান্তসমূহে উপনীত হওয়া যায় :

(১) গ্যাসের নির্গমনের বেগ v_r বেশি হলে রকেটের ত্বরণ বেশি হবে।

(২) গ্যাস নির্গমনের হার $\left(\frac{dm}{dt} \right)$ বেশি হলে ত্বরণ বেশি হবে।

(৩) রকেটের ভর ' m ' কম হলে ত্বরণ বাঢ়বে।

(৪) সৃষ্টিবী পৃষ্ঠ হতে রকেট যত উপরে উঠবে ' g '-এর মান তত কমতে থাকবে। ফলে রকেটের ত্বরণ বাঢ়তে থাকবে।

[বিঃ দ্রঃ মহাশূন্যে $g = 0$ হলে, রকেটের ত্বরণ $\vec{a} = \frac{\vec{v}_r}{m} \left(\frac{dm}{dt} \right)$ হবে।]

৪.৯ ভরবেগের নিত্যতা সূত্র বা ভরবেগের সংরক্ষণ বিধি

Principle of conservation of momentum

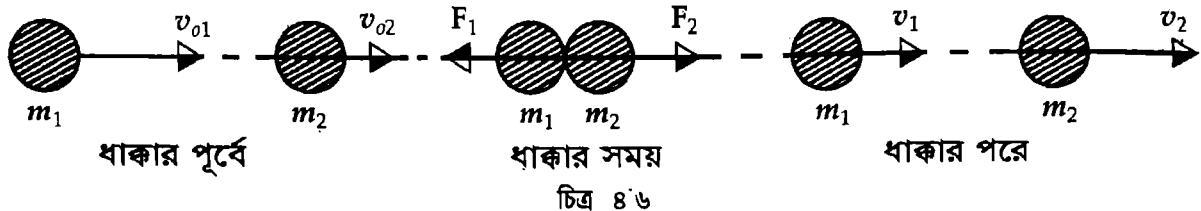
নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র হতে আমরা একটি নতুন নীতি সম্পর্কে ধারণা পাই। এর নাম ভরবেগের নিত্যতা সূত্র। সূত্রটি নিচে বিবৃত হল :

সূত্র : দুই বা ততোধিক বস্তুতে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া ছাড়া অন্য কোন বাহ্যিক বল ক্রিয়াশীল না হলে যে-কোন একদিকে এই বস্তুগুলোর মোট রৈখিক ভরবেগের কোন পরিবর্তন হবে না। এর নাম ভরবেগের নিত্যতা সূত্র। একে রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণ বিধি বলা হয়ে থাকে।

এটি ছোট-বড় পার্থিব বা মহাজাগতিক সব বস্তুর ক্ষেত্রে সমভাবে প্রযোজ্য।

নিউটনের তৃতীয় গতি সূত্র অনুসরণে সূত্রটির গাণিতিক প্রমাণ নিচে দেয়া হল :

মনে করি কোন একটি সরল রেখায় m_1 এবং m_2 তরের দুটি বস্তুকণা যথাক্রমে \vec{u}_1 ও \vec{u}_2 বেগে একই দিকে চলছে [চিত্র ৪.৬]। এখানে $\vec{u}_1 > \vec{u}_2$ । কোন এক সময়ে প্রথম বস্তুকণাটি পেছনের দিক হতে দ্বিতীয় বস্তুকণাটিকে ধাক্কা দিল এবং এর পর বস্তুকণা দুটি একই সরলরেখায় ও একই দিকে যথাক্রমে \vec{v}_1 ও \vec{v}_2 বেগে চলতে লাগল।



মনে করি ধাক্কাজনিত ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার কার্যকাল t । তা হলে

$$\text{বস্তুকণা দুটির আদি ভরবেগের সমষ্টি} = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

$$\text{বস্তুকণা দুটির শেষ ভরবেগের সমষ্টি} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

ଭରବେଗେର ନିତ୍ୟତା ସୂତ୍ରାନୁସାରେ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ହେଲାଯେ, $m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$

ପ୍ରୟାଣ :

$$\text{প্রথম বস্তু কণার ডরবেগের পরিবর্তনের হার} = \frac{\vec{m_1 v_1} - \vec{m_1 u_1}}{t}$$

$$= \text{প্রতিক্রিয়া বল} = \vec{F}_1$$

= প্রথম বস্তুকণার উপর দ্বিতীয় বস্তুকণার প্রতিক্রিয়া বল।

দ্বিতীয় বস্তুকণার ভরবেগের পরিবর্তনের হার

$$= \frac{m_2 \vec{v}_2 - m_2 \vec{u}_2}{t} = \text{ক্রিয়া বল} = \vec{F}_2$$

= ଦ୍ୱିତୀୟ ବନ୍ଦୁକଣାର ଉପର ପ୍ରଥମ ବନ୍ଦୁକଣାର ପ୍ରୟୁକ୍ତ ବଳ ।

କିନ୍ତୁ ବମ୍ବୁକଣା ଦୁଟିର ଭରବେଗେର ପରିବର୍ତ୍ତନେର ହାର (ଅର୍ଥାଏ କ୍ରିଆ ବଳ ଓ ପ୍ରତିକ୍ରିଆ ବଳ) ସମାନ ଶୈଖିପରୀତ ।

अष्टाव

$$\frac{\vec{m}_2\vec{v}_2 - \vec{m}_2\vec{u}_2}{t} = -\frac{\vec{m}_1\vec{v}_1 - \vec{m}_1\vec{u}_1}{t}$$

$$\text{वा, } m_2 \vec{v}_2 - m_2 \vec{u}_2 = -m_1 \vec{v}_1 + m_1 \vec{u}_1$$

বা, $m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \dots\dots =$ একটি শ্রুতি তেওঁর

বস্তুকণা দুটির আদি ভরবেগের সমষ্টি = বস্তুকণা দুটির শেষ ভরবেগের সমষ্টি।

অর্থাৎ $\sum m \vec{v}$ = শুব ভেট্টের। (11)

সুতরাং দুটি বস্তুর মধ্যে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়াজনিত বলের ফলে মোট ভরবেগের ক্ষেত্র পরিবর্তন হয় না, একটি বস্তু যে পরিমাণ ভরবেগ হারায়, অপরটি ঠিক সমপরিমাণ ভরবেগ লাভ করে অর্থাৎ ধাকার আগেও পরে মোট ভরবেগ একই ধাকে। অতএব ভরবেগের নিয়ত্যা সূত্রটি প্রমাণিত হল।

উত্তোলন : ক্রিয়া বল \vec{F} , এবং প্রতিক্রিয়া বল \vec{F}_1 -এর কার্যকাল সমান। কাজেই ঘাত দুটি সমান ও বিপরীত

୪୯

$$\vec{E}_2 \times t = -\vec{F}_1 \times t, \text{ এখানে } t \text{ তাদের কার্যকাল।} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (12)$$

৪.১০ ভরবেগের নিয়ন্ত্রণ সূত্রের উদাহরণ

Examples of principle of conservation of momentum

বাস্তব অভিজ্ঞতা হতে আমরা ভরবেগের নিয়ন্ত্রণ কয়েকটি উদাহরণ দিতে পারি :

(১) বল্ডুকের পচাঃ বেগ : কোন একটি বল্ডুক হতে গুলি ছুড়লে তা পেছনের দিকে ধাক্কা দেয়। ভরবেগের নিয়ন্ত্রণ সূত্রের সাহায্যে এর ব্যাখ্যা প্রদান করা যায়।

গুলি ছোঁড়ার আগে বন্দুক ও গুলি উভয়েই স্থির থাকে। অতএব বন্দুকের ভরবেগ শূন্য এবং গুলির ভরবেগ শূন্য। সুতরাং তাদের মোট আদি ভরবেগ শূন্য। গুলি ছোঁড়ার পর বারুদের বিস্ফোরণের ফলে গুলি একটি বেগে সামনের দিকে যায়। ফলে এটি সামনের দিকে একটি ভরবেগ প্রাপ্ত হয়। ভরবেগের নিয়ন্ত্রণ সূত্র অনুসারে গুলি ছোঁড়ার পরেও তাদের মোট ভরবেগ শূন্য হবে। যদি তাই হয়, তবে বন্দুককেও গুলির সমান ও বিপরীতমুখী একটি ভরবেগ লাভ করতে হবে। ফলে বন্দুককে অবশ্যই পেছনের দিকে গতিপ্রাপ্ত হতে হবে।

মনে করি M ভরের একটি বন্দুক হতে m ভরের একটি গুলি \vec{v} বেগে বের হয়ে গেল। মনে করি গুলি ছোঁড়ার পর বন্দুকের বেগ = \vec{V}

$$\text{গুলি ছোঁড়ার আগে তাদের মোট ভরবেগ} = 0$$

$$\text{গুলি ছোঁড়ার পরে তাদের মোট ভরবেগ}$$

$$= \text{বন্দুকের ভরবেগ} + \text{গুলির ভরবেগ}$$

$$= M\vec{V} + m\vec{v}$$

কিন্তু ভরবেগের নিয়ন্ত্রণ সূত্র অনুসারে আগের ও পরের ভরবেগ সমান।

$$M\vec{V} + m\vec{v} = 0$$

$$\text{বা, } m\vec{v} = -M\vec{V} = M(-\vec{V})$$

(13)

অর্থাৎ, গুলির ভর \times গুলির বেগ = বন্দুকের ভর \times বন্দুকের পচাঃ বেগ।

উপরের সমীকরণ হতে আরো প্রমাণিত হয় যে, গুলি ছোঁড়ার পরে গুলি এবং বন্দুকের ভরবেগ সমান ও বিপরীতমুখী। এ থেকে নিউটনের গতি বিষয়ক তৃতীয় সূত্র প্রমাণিত হয়।

উপরের সমীকরণ অনুসারে,

$$\frac{\vec{v}}{|\vec{V}|} = \frac{M}{m} > 1$$

$$|\vec{v}| > |\vec{V}|$$

অর্থাৎ, গুলির বেগ $>$ বন্দুকের পচাঃ বেগ।

(২) নৌকা হতে লাফ : নদীর ঘাটে ভাসমান নৌকা হতে লাফ দিয়ে সামনের দিকে তীরে নামলে নৌকাটি পেছনে সরে যায়। একেও ভরবেগের নিয়ন্ত্রণ সূত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়।

মনে করি নদীর ঘাটে ভাসমান নৌকা স্থির অবস্থায় রয়েছে এবং একজন মানুষ নৌকার উপর রাসে আছেন।

ধরি মানুষের ভর = m এবং নৌকার ভর = M

লাফ দেয়ার পূর্বে নৌকা এবং মানুষের বেগ শূন্য হওয়ায় তাদের মোট ভরবেগ

$$= \text{মানুষের ভরবেগ} + \text{নৌকার ভরবেগ}$$

$$= m \times 0 + M \times 0 = 0 \text{ (শূন্য)}$$

মনে করি মানুষটি \vec{v} বেগে নৌকা হতে সামনের দিকে তীব্রে লাফিয়ে পড়ল। অতএব সে সামনের দিকে একটি ভরবেগ প্রাপ্ত হবে। কিন্তু লাফ দেয়ার পরে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার দ্রুণ মানুষ ও নৌকার মোট ভরবেগ অবশ্যই শূন্য হতে হবে।

সুতরাং নৌকার বেগ মানুষের বেগের বিপরীতমুখী হবে। নচেৎ তাদের মোট ভরবেগ শূন্য হবে না।

মনে করি নৌকার বেগ = \vec{V}

$$\text{লাফ দেয়ার পরে তাদের মোট ভরবেগ} = m\vec{v} + M\vec{V}$$

ভরবেগের নিয়ন্তা সূত্র অনুসারে লাফ দেয়ার আগের ও পরের মোট ভরবেগ সমান।

$$m\vec{v} + M\vec{V} = 0$$

$$\text{বা, } m\vec{v} = -M\vec{V}$$

$$\text{বা, } m\vec{v} = M(-\vec{V})$$

অর্থাৎ, মানুষের ভর \times মানুষের বেগ = নৌকার ভর \times নৌকার পক্ষাঃ বেগ।

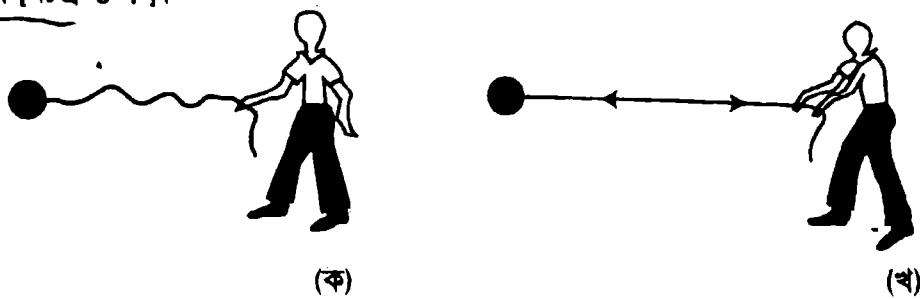
উল্লেখ্য : যে সব ধাক্কায় বা সংঘর্ষে আদি গতিশক্তির সমষ্টি শেষ গতিশক্তির সমষ্টির সমান সে সব ধাক্কাকে স্থিতিস্থাপক ধাক্কা বলে। সাধারণত সব ধাক্কা বা সংঘর্ষই অস্থিতিস্থাপক।

৪.১১ বিভিন্ন প্রকার ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া

Different types of actions and reactions

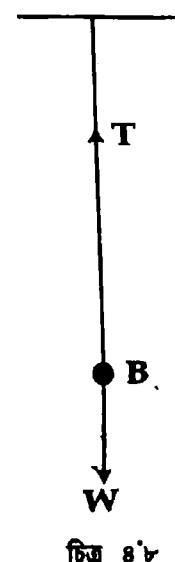
ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার ফলে বিভিন্ন প্রকার বলের সৃষ্টি হয়। বলের প্রকৃতি অনুসারে তাদের বিভিন্ন প্রকার নামকরণ করা হয়। নিচে ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়াজনিত কয়েকটি বলের উল্লেখ করা হল :

(i) টান (Pull) : কোন দৃঢ় বা নমনীয় বস্তুর উপর দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করে টানলে প্রযুক্ত বলকে টান বলে। (চিত্র ৪.৭)



চিত্র ৪.৭

(ii) টেনসন (Tension) : একটি লোহার বল B-কে সুতার সাহায্যে ঝুলালে বলের ওজন সুতাকে নিচের দিকে টানে। (চিত্র ৪.৮)। এটাই ক্রিয়া। এর নাম টেনসন। নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুসারে সুতা লোহার বলটিকে সমান বলে উপরের দিকে টানে। এর নাম প্রতিক্রিয়া। সুতার মধ্যে যে প্রতিক্রিয়া বলের উভ হল এর মান লোহার বলের ওজনের সমান। এই উভত বলকে টেনসন বা টান বলে। এমনিভাবে, একটি বস্তু অপর একটি বস্তুর সাথে যুক্ত থেকে যে বল সৃষ্টি করে তাকে টেনসন বা টান বলে। যদি লোহার ওজন \vec{W} এবং টান \vec{T} হয়, তবে স্থিরাবস্থায়, $\vec{W} = \vec{T}$



(iii) ধাক্কা (Push) : কোন বস্তুর উপর সামনের দিকে বল প্রয়োগ করাকে ধাক্কা বলে। বাইরে থেকে দরজা খোলার সময় আমরা যে বল প্রয়োগ করে ধাক্কি তার নাম ধাক্কা।

(iv) আকর্ষণ বা বিকর্ষণ (Attraction or Repulsion) : এই দুটি বল দূর হতে ক্রিয়া করে। সমজাতীয় দুটি চুম্বক মেরু বা চার্জ পরস্পরকে বিকর্ষণ করে এবং বিপরীতধর্মী দুটি চুম্বক মেরু বা চার্জ পরস্পরকে আকর্ষণ করে।

(v) ঘর্ষণ (Friction) : একটি বস্তু অন্য একটি বস্তুর উপর দিয়ে গতিশীল হলে বা গতিশীল হতে চাইলে, তাদের মিলন তলে গতিরোধমূলক একটি বল উৎপন্ন হয়। এই বলকে ঘর্ষণ বলে।

মাটির উপর দিয়ে একটি ফুটবলকে গড়িয়ে দিলে নিউটনের প্রথম সূত্রানুযায়ী এটি চিরকাল চলার কথা। কিন্তু তা না হয়ে ফুটবলটি থেমে যায়। কারণ মাটির ঘর্ষণ ফুটবলের গতি রোধ করে।

৪.১২ বলের ভারসাম্য বা সাম্যাবস্থা Equilibrium of forces

যখন কোন বস্তুর উপরে ক্রিয়ারত দুই বা ততোধিক বল প্রয়োগের ফলে বস্তুটি স্থির অবস্থায় থাকে কিংবা সমবেগে সরলরেখায় চলে তখন বস্তুটি সাম্যাবস্থায় রয়েছে বলা হয়। অন্যভাবে বলা যেতে পারে বস্তুটির উপর প্রযুক্ত লক্ষি বল F শূন্য হলে বস্তুটির অবস্থার কোন পরিবর্তন হবে না ; অর্থাৎ বস্তুটি স্থির অবস্থায় থাকলে ঐ অবস্থায়ই থাকবে কিংবা চলমান হলে সরলরেখায় সমবেগে চলমান থাকবে। সুতরাং বলের ভারসাম্য বা সাম্যাবস্থার নিম্নরূপ সংজ্ঞা দেয়া যেতে পারে।

সংজ্ঞা : কোন বিস্তু বা বস্তুতে দুই বা ততোধিক বল ক্রিয়া করায় উক্ত বিস্তু বা বস্তুতে বলের লক্ষি যদি শূন্য হয়, তবে তাকে বলের ভারসাম্য বলে।

ব্যাখ্যা : একটি বস্তুর উপরে অনেকগুলো বল বিভিন্ন দিক থেকে ক্রিয়াশীল হয়, তবে সংজ্ঞানুসারে বস্তুর উপরে ক্রিয়ারত সকল বলের ভেটর সমষ্টি শূন্য হলে বস্তুটি সাম্যাবস্থায় থাকবে। গাণিতিকভাবে লেখা যায়,

$$\vec{\Sigma F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = 0 \quad (14)$$

$\vec{\Sigma F}$ ক্রিয়ারত সকল বলের ভেটর সমষ্টি বুঝায়। এখন কোন একটি ভেটর শূন্য হবে যদি এর প্রতিটি লক্ষ উপাংশ আলাদাভাবে শূন্য হয়। ত্রিমাত্রিক তলে $\vec{\Sigma F}$ এর তিনটি লক্ষ উপাংশ যথা ΣF_x , ΣF_y ও ΣF_z রয়েছে। সাম্যাবস্থার শর্ত অনুসারে প্রতিটি লক্ষ উপাংশ শূন্য হবে। অর্থাৎ

$$\Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots = 0 \quad (15)$$

$$\Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots = 0 \quad (16)$$

$$\Sigma F_z = F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} + \dots = 0 \quad (17)$$

অন্যভাবে বলা যেতে পারে একটি বস্তু সাম্যাবস্থায় বা সুস্থির থাকবে যদি এর ত্বরণ শূন্য হয়।

ব্যাখ্যা : নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা পাই,

$$\vec{\Sigma F} = \vec{\Sigma ma}$$

এখন ত্বরণ \vec{a} শূন্য হলে অর্থাৎ বস্তুটির ত্বরণ না থাকলে $\Sigma F = 0$ হবে।

আমরা জানি বল একটি ভেটর রাশি। সুতরাং ভেটরসমূহের লক্ষি নির্ণয়ের সূত্রসমূহ (যেমন সাধারণ সূত্র, ত্রিভুজ সূত্র, বহুভুজ সূত্র, সামান্তরিক সূত্র ইত্যাদি) বলসমূহের লক্ষি নির্ণয়ের ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য।

বলের ভারসাম্য বা বস্তুর সাম্যাবস্থা প্রমাণের জন্য নিম্নে কয়েকটি উদাহরণ ও সূত্র আলোচনা করা হবে।

১। দুটি বলের ভারসাম্য : চিত্র ৪.৯-এ দুটি সমান এবং বিপরীত বল একটি বস্তুর উপরে ক্রিয়াশীল দেখান হয়েছে।



চিত্র ৪.৯

চিত্র ৪.৯ (ক)-এ দুটি সমান বল F বস্তুটির দুই বিপরীত পৃষ্ঠে বিপরীত দিকে ক্রিয়াশীল। অর্থাৎ বল দুটি একই রেখায় বিপরীত মুখে ক্রিয়া করে। ফলে লব্ধি শূন্য। সুতরাং বলদ্বয় বস্তুটির সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করে।

চিত্র ৪.৯ (খ)-এ বল দুটি সমান এবং বিপরীতমুখী। ক্রিয়াবিল্লু একই সরলরেখায় না হওয়ায় বস্তুটির কোন সরণ না ঘটলেও ঘূর্ণনের সৃষ্টি হবে। ফলে বস্তুটি সাম্যাবস্থায় থাকবে না।

সুতরাং, যখন দুটি বল ক্রিয়া করে তখন সাম্যাবস্থার শর্ত হল :

১। বল দুটি সমান ও বিপরীতমুখী হতে হবে।

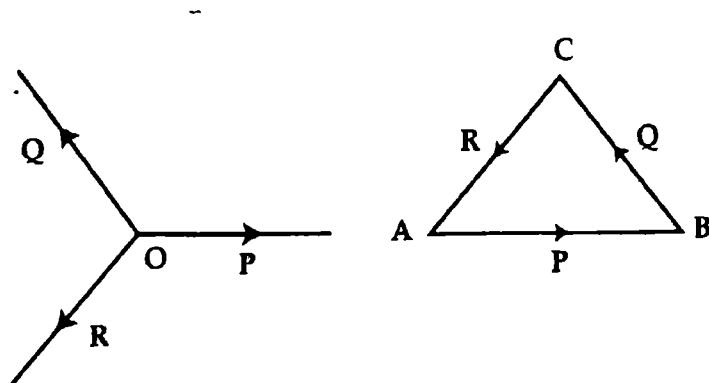
২। বল দুটি একই সরলরেখায় ক্রিয়া করবে।

২। তিনটি অসমান্তরাল বলের ভারসাম্য : তিনটি অসমান্তরাল বলের ভারসাম্য প্রমাণের জন্য আমরা বলের ত্রিভুজ সূত্র ও লামীর সূত্র (Lami's theorem) আলোচনা করব।

বল ত্রিভুজ সূত্র

“এক বিলুতে ক্রিয়াশীল তিনটি বল এমন হয় যে তাদেরকে পরিমাণে ও দিকে একটি ত্রিভুজের ক্রমানুসারে তিনটি বাহু দ্বারা প্রকাশ করা যায়, তবে এরা সাম্যাবস্থার সৃষ্টি করে।”

O বিলুতে ক্রিয়ারত তিনটি বল \vec{P} , \vec{Q} , \vec{R} -কে পরিমাণ ও দিক উভয়র্থে ABC ত্রিভুজের যথাক্রমে AB, BC এবং CA বাহু দ্বারা সূচিত করা হয়েছে [চিত্র ৪.১০]। প্রমাণ করতে হবে যে, বলগুলো স্থির অবস্থায় রয়েছে।



চিত্র ৪.১০

$$\text{ডেক্সেল সংকেত} : \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0$$

ABC ত্রিভুজের একটি ক্রমে AB, BC বাহু দ্বারা প্রকাশিত এক বিলুগামী দুটি বল P, Q-এর লব্ধি বিপরীতক্রমে তৃতীয় বাহু AC দ্বারা প্রকাশিত। এই লব্ধি AC এবং CA দ্বারা প্রকাশিত তৃতীয় বল R পরস্পর সমান কিন্তু বিপরীতমুখী হওয়ায় এরা একে অপরকে নিষ্ক্রিয় করে। অতএব P, Q, R বল তিনটি সাম্যাবস্থার সৃষ্টি করে।

$$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$$

(18)

$$\text{বা, } \sum \vec{F} = 0$$

(19)

লামীর উপপাদ্য (Lami's theorem) : উপরের বর্ণনানুযায়ী যেহেতু \vec{P} , \vec{Q} ও \vec{R} বল তিনটির লম্বি শূন্য, সূতরাং ত্রিভুজের নিয়ম অনুযায়ী আমরা পাই,

$$\frac{P}{\sin \angle ACB} = \frac{Q}{\sin \angle CAB} = \frac{R}{\sin \angle ABC} \quad (20)$$

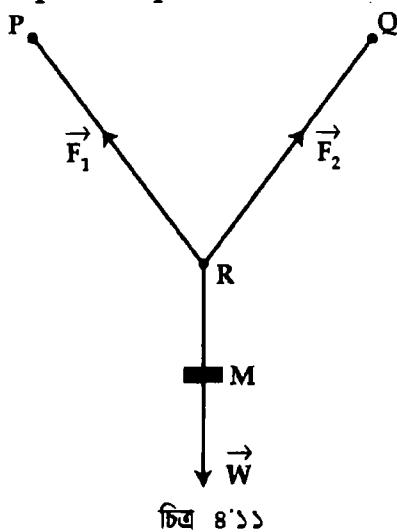
অর্থাৎ $P \propto \sin \angle ACB$; $Q \propto \sin \angle CAB$; এবং $R \propto \sin \angle ABC$ । কাজেই, এক বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বল যদি সাম্যাবস্থায় থাকে, তবে প্রত্যেকটি বল অপর বল দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণের সাইনের (sine) সমানুপাতিক হবে। একে লামীর উপপাদ্য বলে।

উপরের আলোচনা থেকে তিনটি অসমান্তরাল বলের সাম্যাবস্থার জন্য আমরা নিম্নোক্ত শর্তগুলি পাই—

- ১। বলগুলো একই সমতলে অবস্থিত থাকবে;
- ২। বলগুলো একই বিন্দুতে ভিন্ন দিকে ক্রিয়া করবে;
- ৩। যে কোন একটি বল অপর দুটির লম্বির সমান ও বিপরীতমুখী হবে।
- ৪। বলের ত্রিভুজ সূত্র ও লামীর উপপাদ্য প্রযোজ্য হবে।

৩। তিনটি অসমান্তরাল বলের সাম্যাবস্থার উদাহরণ

Example of equilibrium of three non-parallel forces



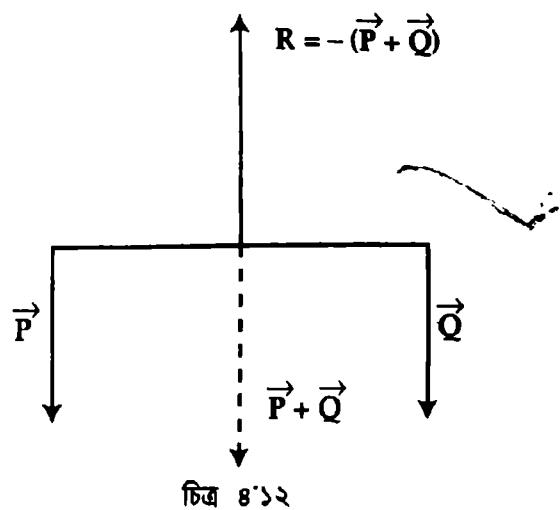
মনে করি একটি দেয়াল আছে। উক্ত দেয়ালের মাঝামাঝি স্থান বরাবর অনুভূমিকভাবে দুটি পেরেক লাগাই। মনে করি পেরেক দুটি P ও Q । পেরেক দুটির সাথে একটি লম্বা সূতা PRQ বাঁধি। R বিন্দুতে একটি বস্তু M বুলাই [চিত্র ৪.১১]। ধরি এর ওজন \vec{W} । সূতাটির RP ও RQ অংশে উপর দিকে সূতার টান বা উর্ধমুখী বল ক্রিয়া করবে। মনে করি বল দুটি যথাক্রমে \vec{F}_1 এবং \vec{F}_2 । এক্ষেত্রে \vec{F}_1 , \vec{F}_2 এবং \vec{W} বল তিনটি সাম্যাবস্থা প্রতিষ্ঠা করবে।

৪। তিনটি সমান্তরাল বলের ভারসাম্য বা সাম্যাবস্থা

নিম্নলিখিত শর্তগুলো পূরণ করলে তিনটি সমান্তরাল বল সাম্যাবস্থা প্রতিষ্ঠা করবে।

- (১) বল তিনটি একই সমতলে ক্রিয়া করবে।
- (২) বল তিনটি পরস্পর সমান্তরাল হতে হবে।
- (৩) যে কোন একটি বল অপর দুটি বলের লম্বির সমান ও বিপরীতমুখী-হতে হবে।

প্ৰমাণ : চিত্ৰ ৪.১২-এ তিনটি সমান্তরাল বল P , Q ও R একটি বস্তুৰ উপৱ কৃয়া কৰছে। এই তিনটি বলৰে ক্ষিয়াৰ ফলে বস্তুটি সাম্যাবস্থায় আছে। \vec{P} ও \vec{Q} -এৰ লম্বি $(\vec{P} + \vec{Q})$ ডট ডট চিহ্নেৰ সৱলৱেখা দ্বাৰা দেখান হয়েছে। উপৱেৱ শৰ্ত অনুসাৱে তৃতীয় বল \vec{R} লম্বি $(\vec{P} + \vec{Q})$ -এৰ সমান ও বিপৰীতমূল্যী হবে এবং এই দুটি বল একই সৱলৱেখাৰ ক্ষিয়াশীল হবে।



চিত্ৰ ৪.১২

$$\text{অতএব, } R = -(\vec{P} + \vec{Q})$$

$$\text{বা, } \vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$$

(21)

উদাহৰণ : দাঁড়িপান্না দিয়ে ওজন কৱাৰ সময় দুই পান্নাৰ একটিতে বস্তুৰ ওজন ও অপৱটিতে বাটৰারার ওজন এবং নিষ্ঠি দত্তেৰ মাৰখানে উৰ্ধমূল্যী বল সাম্যাবস্থায় থাকে। এই তিনটি বল পৱল্পৱ সমান্তরাল।

৪.১৩ ঘৰণ

সংজ্ঞা : একটি বস্তু অন্য একটি বস্তুৰ উপৱ দিয়ে গতিশীল হলে বা গতিশীল হতে চাইলে তাদেৱ মিলনতলে গতিৱোধমূলক একটি বল উৎপন্ন হয় যা গতিকে ব্যাহত কৱে। এই বলকে ঘৰণ বা ঘৰণ বল বলে।

ব্যাখ্যা : একটি বস্তুকে মেঝেৰ উপৱ দিয়ে গড়িয়ে দিলে বস্তুটি খানিকটা এগিয়ে গিয়ে থেমে যায়। এৱ কাৱণ বস্তুৰ কোন তলই পুৱোপুৱি মস্তু নয়। তা খানিকটা উচু-নিচু। যখন একটি বস্তু অপৱ একটি বস্তুৰ সংস্পৰ্শে থেকে চলবাৰ চেষ্টা কৱে তখন একটিৰ উচু অংশ অপৱটিৰ নিচু অংশে ঢুকে যায় এবং তাদেৱ মিলনতলে গতিৱোধমূলক একটি বল উৎপন্ন হয়। এই গতিৱোধমূলক বলকেই ঘৰণ বলে।

ঘৰণ বলৰ নিৰ্ভৱতা (Dependence of friction)

ঘৰণ বা ঘৰণ বল নিয়লিখিত শৰ্তেৰ উপৱ নিৰ্ভৱ কৱে :

- (১) স্পৰ্শিত তল দুটিৰ পদাৰ্থ
- (২) মিলন তল দুটিৰ অভাৱ
- (৩) মিলন তল দুটিৰ প্ৰকৃতি
- (৪) মিলন তল দুটিৰ অধ্যৰতী মাধ্যম
- (৫) মিলন তল দুটিৰ তাগমাত্রা।

ঘৰণেৰ প্ৰকাৱতদে (Kinds of friction) :

ঘৰণ মূলত দুই প্ৰকাৱ। যথা : (১) স্থিতি ঘৰণ বা স্থিৱ ঘৰণ (Static friction) এবং (২) চল ঘৰণ বা গতীয় ঘৰণ (Kinetic friction)।

চল ঘৰণকে আবাৱ তিনভাগে ভাগ কৱা হয়েছে। যথা : (৩) আৰুত ঘৰণ (Rolling friction); (৪) বিস্ত ঘৰণ (Sliding friction) এবং (৫) প্ৰবাহী ঘৰণ (Fluid friction)।

(১) স্থিতি ঘর্ষণ (Static friction)

গরস্পরের স্পর্শে বা সংস্পর্শে থেকে একটি বস্তু যতক্ষণ অপরটির উপর স্থির থাকে, ততক্ষণ তাদের মিলন তলে যে ঘর্ষণ ক্রিয়া করে, তাকে স্থিতি ঘর্ষণ বা স্থিতি-ঘর্ষণ বলে। এর মান শূন্য থেকে একটি নির্দিষ্ট মানে পর্যন্ত হতে পারে।

$$\mu_s = \frac{F}{R}$$

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, একটি টেবিলের উপর একটি কাঠের ব্লক (block) রাখা আছে। ব্লকটির ওজন \vec{W} টেবিলের উপর খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করছে। নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুসারে টেবিলও ব্লকটির তারকেন্দ P বরাবর W -এর সমান ও বিপরীতমুখী বল R প্রয়োগ করছে। এই দুটি বল একই সরলরেখায় ক্রিয়াশীল, ফলে ব্লকটি স্থির অবস্থায় থাকবে। এখন টেবিলের সমান্তরালে ব্লকটির উপর \vec{F} বল প্রয়োগ করলে যদি ব্লকটিতে কোন গতির সংক্ষার না হয়, তবে বুঝতে হবে যে ঐ বলের বিপরীতে সমান মানের একটি বল ব্লকটিতে ক্রিয়া করছে। এ বলটিই স্থিতি ঘর্ষণ।

এবার প্রযুক্তি বল \vec{F} -কে আস্তে আস্তে বাড়ানো হলে দেখা যাবে \vec{F} -এর একটি নির্দিষ্ট মানের জন্য ব্লকটির মধ্যে গতির সংক্ষার হওয়ার উপক্রম হয়েছে। ঐ নির্দিষ্ট মানের চেয়ে প্রযুক্তি বলের মান বেশি হলেই ব্লকটিতে গতির সূচি হবে। \vec{F} -এর যে মানের জন্য ব্লকটিতে গতির সংক্ষার হওয়ার উপক্রম হয়, ঐ অবস্থায় ঘর্ষণ বলের মানকে সীমান্ত ঘর্ষণ বলে।

সুতরাং সীমান্ত ঘর্ষণের নিম্নরূপ সংজ্ঞা দেয়া যায় :

সংজ্ঞা : পরস্পরের সংস্পর্শে অবস্থিত দুটি বস্তুর একটি অপরটির উপর দিয়ে গতিশীল হওয়ার আগের মুহূর্তে তার গতিরোধমূলক যে বলের সূচি হয় তাকে সীমান্ত ঘর্ষণ বলে। অন্যভাবে বলা যায়, স্থিতি ঘর্ষণের সর্বোচ্চ মানই সীমান্ত ঘর্ষণ। একে F_s দ্বারা সূচিত করা হয়।

স্থিতি ঘর্ষণের সূত্র

Laws of static friction

স্থিতি ঘর্ষণ কতকগুলো নিয়ম মেনে চলে। এদেরকে স্থিতি ঘর্ষণের সূত্র বলে। সূত্রগুলো নিচে দেয়া হল :

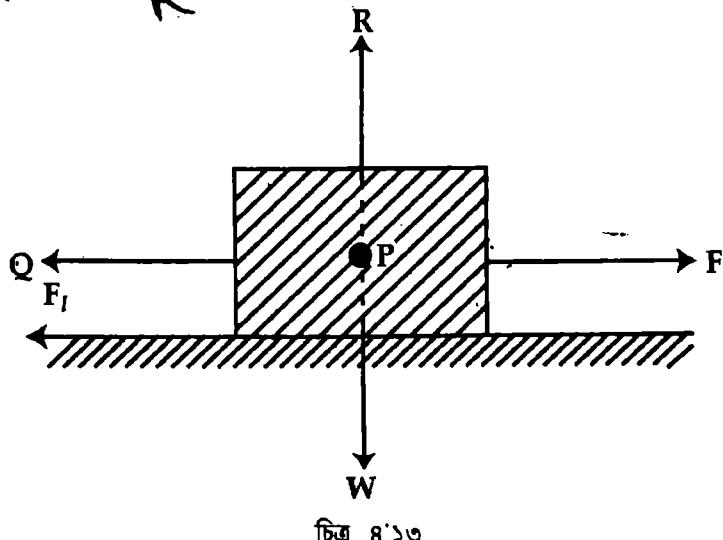
(১) স্থিতি ঘর্ষণ বস্তুর গতির বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে।

(২) স্থিতি ঘর্ষণের পরিমাণ অয়ঃ সামঞ্জস্যপূর্ণ অর্ধাঃ গতি রোধের নিমিত্তে যে পরিমাণ বলের প্রয়োজন ঠিক সে পরিমাণ বলই ক্রিয়া করে।

(৩) সীমান্ত ঘর্ষণ সর্বদা অতিসম্ম প্রতিক্রিয়ার সমানুপাতিক।

(৪) ঘর্ষণের মান স্পর্শতলের প্রকৃতি ও অবস্থার উপর নির্ভর করে।

(৫) ঘর্ষণ বলের মান স্পর্শতলের ক্ষেত্রকলের উপর নির্ভর করে না।



চিত্র ৪.১৩

স্থিতি ঘৰণ গুণাঙ্ক

Coefficient of static friction

সংজ্ঞা : পৰস্পৱের সংপৰ্শে অবস্থিত দৃটি বস্তুৰ সীমাস্থ ঘৰণ এবং অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়াৰ অনুপাতকে স্থিতি ঘৰণ গুণাঙ্ক বলে। একে μ_s দিয়ে প্ৰকাশ কৰা হয়।

ব্যাখ্যা : মনে কৰি সীমাস্থ ঘৰণ = \vec{F}_l এবং অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়া = \vec{R} ।

$$\text{স্থিতি ঘৰণ গুণাঙ্ক} = \frac{\text{সীমাস্থ ঘৰণ}}{\text{অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়া}}$$

$$\text{বা, } \mu_s = \frac{F_l}{R} = \text{ধূৰ সংখ্যা।}$$

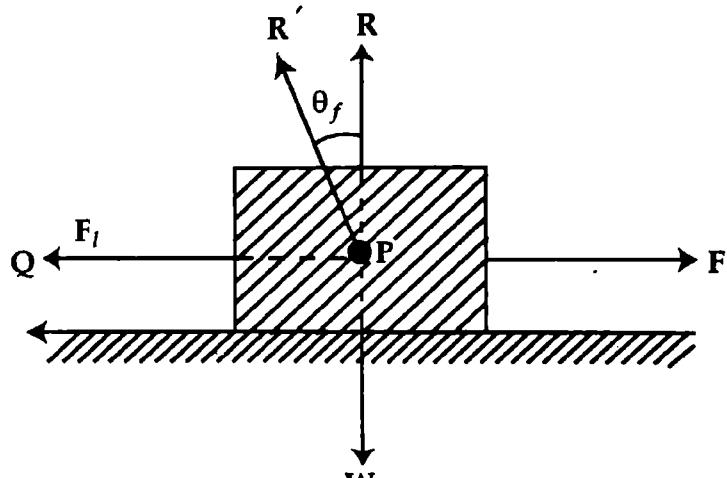
(22)

এৰ কোন একক নেই। এটি একটি সংখ্যা জ্ঞাপক রাশি।

ঘৰণ কোণ (Angle of friction) : সীমাস্থ ঘৰণের ক্ষেত্ৰে অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়া ও সীমাস্থ ঘৰণের লম্বিকে 'লম্বি প্ৰতিক্ৰিয়া' বলে। এই লম্বি প্ৰতিক্ৰিয়া ও অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়াৰ মধ্যবৰ্তী কোণকে ঘৰণ কোণ বলে।

সংজ্ঞা : সীমাস্থ ঘৰণের ক্ষেত্ৰে ঘৰণ বল এবং অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়া লম্বিৰ সাথে অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়া যে কোণ উৎপন্ন কৰে তাকে ঘৰণ কোণ বলে। একে θ_f দ্বাৰা সূচিত কৰা হয়।

চিত্ৰ ৪.১৪-এ সীমাস্থ ঘৰণ F_l এবং অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়া R -এৰ লম্বি প্ৰতিক্ৰিয়া R' । সংজ্ঞানুসাৱে, লম্বি প্ৰতিক্ৰিয়া R' এবং অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়া R -এৰ মধ্যবৰ্তী কোণ θ_f হচ্ছে ঘৰণ কোণ।



চিত্ৰ ৪.১৪

ঘৰণ কোণেৰ মান নিৰ্ণয় : চিত্ৰ হতে

$$F_l = R' \sin \theta_f \quad (23)$$

$$\text{এবং } R = R' \cos \theta_f \quad (24)$$

সমীকৰণ (24)-কে (23) দ্বাৰা ভাগ কৰে পাই,

$$\frac{R' \sin \theta_f}{R' \cos \theta_f} = \frac{F_l}{R}$$

$$\text{বা, } \tan \theta_f = \frac{F_l}{R} \quad (25)$$

$$\text{বা, } \theta_f = \tan^{-1} (F_l/R) \quad (26)$$

$$\text{আবাৰ, ঘৰণ গুণাঙ্ক } \mu_s = \frac{F_l}{R}$$

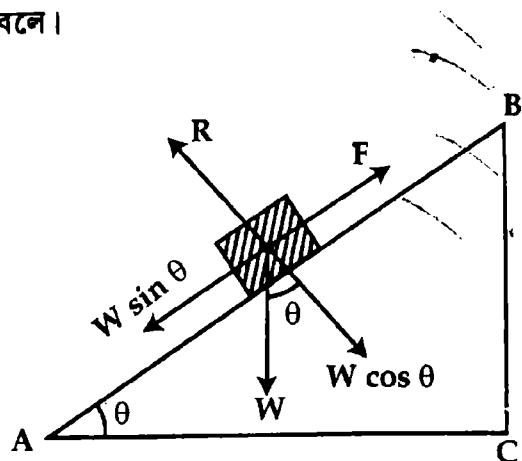
$$\therefore \theta_f = \tan^{-1} \mu_s \quad (27)$$

এটিই হল ঘৰণ গুণাঙ্ক এবং ঘৰণ কোণেৰ রাশিমালা।

স্থিতি বা নিশ্চল কোণ (Angle of repose) :

সংজ্ঞা : অনুভূমিকের সাথে নত তলের যে কোণের জন্য নত তলের উপরিস্থিত কোন বস্তু গতিশীল হওয়ার উপক্রম হয়, সেই কোণকে স্থিতি বা নিশ্চল কোণ বলে।

ব্যাখ্যা : চিত্র ৪.১৫-এ একটি বস্তু AB নত তলের সাথে θ কোণে রাখা আছে। মনে করি বস্তুটির ওজন \vec{W} , ঘর্ষণ বল \vec{F} এবং প্রতিক্রিয়া বল \vec{R} । বস্তুর ওজন \vec{W} -কে দুটি উপাংশে বিভাজিত করা যায়। নত তলের লম্বদিকে W -এর উপাংশ $W \cos \theta$ এবং নত তল বরাবর উপাংশ $W \sin \theta$ । $W \cos \theta$ প্রতিক্রিয়া বল R -এর বিপরীত দিকে এবং $W \sin \theta$ ঘর্ষণ বল F -এর বিপরীত দিকে ক্রিয়াশীল। বস্তুটি যেহেতু স্থিতি অবস্থায় আছে,



চিত্র ৪.১৫

$$\text{অতএব, } W \sin \theta = F \quad (i)$$

এখন θ কোণ বাড়তে থাকলে $W \sin \theta$ বৃদ্ধি পাবে। ফলে সমীকরণ (i) অনুসারে F -এর মান বাড়বে। ধরা যাক, একটি নির্দিষ্ট কোণ θ_s -এর জন্য বস্তুটি গতিশীল হওয়ার উপক্রম হয়, অর্থাৎ যখন $\theta = \theta_s$, তখন $F = F_l$ । θ_s কোণই স্থিতি বা নিশ্চল কোণ। সুতরাং সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$W \sin \theta_s = F_l \quad (ii)$$

$$\text{এ অবস্থায় } W \cos \theta_s = R \quad (iii)$$

সমীকরণ (ii)-কে সমীকরণ (iii) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\tan \theta_s = \frac{F_l}{R} = \mu_s$$

বা, $\theta_s = \tan^{-1} \left(\frac{F_l}{R} \right) = \tan^{-1} (\mu_s)$ (28)

সমীকরণ (27) ও (28) হতে পাই,

$$\theta_s = \theta_f$$

অর্থাৎ ঘর্ষণ কোণ ও স্থিতি বা নিশ্চল কোণ পরস্পর সমান।

উল্লেখ্য : স্থিতি কোণ শুধুমাত্র নত তলের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। কিন্তু ঘর্ষণ কোণ সমতল ও নত তল উভয়ের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য।

৪.১৪ চল ঘর্ষণ বা গতীয় ঘর্ষণ Kinetic friction

সংজ্ঞা : পরস্পরের স্পর্শে বা সংস্পর্শে থেকে একটি বস্তু অপরটির উপর দিয়ে চলাচল করার সময় যে ঘর্ষণের সূচিত হয়, তাকে চল ঘর্ষণ বা গতীয় ঘর্ষণ বলে। চল ঘর্ষণ বা গতীয় ঘর্ষণ সীমাস্থ স্থিতি ঘর্ষণের চেয়ে কম।

গতীয় ঘৰণ বা চল ঘৰণের সূত্ৰ

Laws of kinetic friction

গতীয় ঘৰণ বা চল ঘৰণ কতকগুলো সূত্ৰ মেনে চলে। এদেৱকে চল ঘৰণের সূত্ৰ বলা হয়। সূত্ৰগুলো নিম্নৰূপ :

- ✓(১) চল ঘৰণ সৰদা বস্তুৰ গতিৰ বিপৰীত দিকে ক্রিয়া কৰে।
- ✓(২) একেৱ সাপেক্ষে অন্যেৱ আপেক্ষিক গতিৰ পৰিবৰ্তন না হলে চল ঘৰণ অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়াৰ সমানুপাতিক।
- ✓(৩) চল ঘৰণ মিলন তলেৱ ক্ষেত্ৰফলেৱ উপৱ নিৰ্ভৱ কৰে না, মিলন তল দুটিৱ প্ৰকৃতি ও অবস্থাৰ উপৱ নিৰ্ভৱ কৰে।
- ✓(৪) বেগ বেশি না হলে চল ঘৰণ বেগেৱ উপৱ নিৰ্ভৱ কৰে না।

চল ঘৰণ বা গতীয় ঘৰণ গুণাঙ্ক

Co-efficient of kinetic friction

সংজ্ঞা : গতীয় ঘৰণ বা চল ঘৰণ ও অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়াৰ অনুপাতকে গতীয় ঘৰণ বা চল ঘৰণ গুণাঙ্ক বলে। একে μ_k দিয়ে প্ৰকাশ কৰা হয়।

ব্যাখ্যা : মন্ত্ৰন কৰি একটি তলেৱ উপৱ দিয়ে একটি বস্তু সমবেগে চলছে। এ অবস্থায় ঘৰণ বল F_k এবং অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়া R ।

$$\text{গতীয় ঘৰণ বা চল ঘৰণ গুণাঙ্ক} = \frac{\text{গতীয় ঘৰণ বা চল ঘৰণ বল}}{\text{অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়া}}$$

বা, $\mu_k = \frac{F_k}{R} = \text{একটি ধৰক}$

এৰ কোন অকৰ নেই। এটি একটি সংখ্যা জ্ঞাপক রাশি। ...

(29)

গতীয় বা চল ঘৰণ কোণ : গতীয় ঘৰণ ও অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়াৰ লম্বিৰ সাথে অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়া যে কোণ উৎপন্ন কৰে তাকে চল ঘৰণ কোণ বলে।

একে θ_k দ্বাৰা সূচিত কৰা হয়।

স্থিতি ঘৰণ কোণেৱ সমীকৰণ (সমীকৰণ 27) ন্যায় দেখান যাই,

$$\theta_k = \tan^{-1} \mu_k \quad (30)$$

বস্তুৰ তুৱণ ও ঘৰণ গুণাঙ্কৰ মধ্যে সম্পৰ্ক

মনে কৰি, M ও N দুটি বস্তু। স্থিৰ বস্তু M এৱে উপৱ N বস্তুটি গতিশীল রয়েছে [চিত্ৰ ৪.১৬]। ধৰা যাক, N বস্তুৰ ভৱ = m এবং এৱে উপৱ প্ৰযুক্ত বল = P ও N বস্তুৰ তুৱণ = a ।

গতীয় ঘৰণ গুণাঙ্ক μ_k হলে সমীকৰণ (29) অনুসাৱে গতীয় ঘৰণ বল,

$$F_k = \mu_k R, \text{ এখানে } R \text{ অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়া।}$$

সূতৰাং, N বস্তুটিৱ উপৱ কাৰ্যকৰ বল, $F = \text{প্ৰযুক্ত বল} - \text{গতীয় ঘৰণ বল।}$

$$\text{অর্থাৎ, } F = P - \mu_k R \quad (31)$$

আবাৰ, $F = ma$

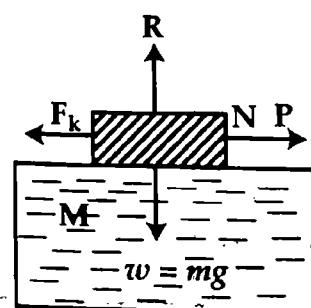
$$a = \frac{F}{m} = \frac{P - \mu_k R}{m} \quad (32)$$

সমীকৰণ (32) হতে আমৰা পাই,

✓(i) গতীয় ঘৰণ গুণাঙ্ক μ_k বেশি হলে তুৱণ কম হবে।

✓(ii) $P - \mu_k R = 0$, অর্থাৎ $P = \mu_k R$ হলে, তুৱণ শূন্য হবে। এক্ষেত্ৰে বস্তুটি সমবেগে চলবে।

✓(iii) বস্তুৰ ভৱ m তথা অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়া R বেশি হলে তুৱণ কম হবে।



চিত্ৰ ৪.১৬

আৰ্ত ঘৰণ ও প্ৰাৰ্থী ঘৰণ

Rolling friction and fluid friction

আৰ্ত ঘৰণ : যখন কোন বস্তু অপৱ কোন তলেৱ উপৱ দিয়ে গড়িয়ে চলে, তখন যে ঘৰণেৱ সূতি হয় তাকে আৰ্ত ঘৰণ বলে।

উদাহরণ : ফুটবল, মার্বেল গুটি, লন-রোলার ইত্যাদি মাটির উপর দিয়ে চলার সময় এই ধরনের ঘর্ষণ সৃষ্টি হয়।

প্রবাহী ঘর্ষণ : যদি কোন তরল বা বায়বীয় পদার্থের গতিপথে একটি স্থির বস্তু থাকে কিংবা কোন গতিশীল বস্তু তরল বা বায়বীয় পদার্থের ভেতর দিয়ে যেতে চায় তখন যে ঘর্ষণের সৃষ্টি হয়, তাকে প্রবাহী ঘর্ষণ বলে।

উদাহরণ : স্থির তলের উপর দিয়ে তরল বা বায়বীয় পদার্থ প্রবাহিত হবার সময়, নদীতে নৌকা চলার সময় পানি ও নৌকার মধ্যে এ ধরনের ঘর্ষণ সৃষ্টি হয়। *

৪-১৬ ঘর্ষণের সুবিধা এবং অসুবিধা

Advantages and disadvantages of friction

কোন কোন ক্ষেত্রে ঘর্ষণজনিত বল আমাদের উপকারে আসে এবং কোন কোন ক্ষেত্রে অসুবিধা সৃষ্টি করে। এখন আমরা ঘর্ষণের সুবিধা ও অসুবিধা আলোচনা করব।

সুবিধা : ঘর্ষণজনিত বাধার জন্যে রাস্তায় হাঁটা, কাঠে স্কু পুঁতে রাখা, বেন্টের সাহায্যে যন্ত্রপাতি ধূরানো, দেয়ালে ঠেস দিয়ে মাটিতে মই রাখা, দেয়াশলাই হতে আগুন পাওয়া, সেতারে ঝংকার তোলা, যাঁতায় গম পেয়া সম্ভব হয়। কোন কোন ক্ষেত্রে যেমন উচু রাস্তায় বালি ছড়িয়ে যানবাহন উঠাতে, ব্রেক চেপে গাড়ি থামাতে ঘর্ষণ বল বাড়ানোর প্রয়োজন হয়ে পড়ে।

অসুবিধা : যন্ত্রপাতির পরস্পরের সংসর্শে অবস্থিত বিভিন্ন অংশের ঘর্ষণের ফলে প্রচুর তাপের সৃষ্টি হয় এবং যন্ত্রপাতি দ্রুত ক্ষয়প্রাপ্ত হয়। এ কারণে যন্ত্রপাতির পরস্পর সংসর্শে অবস্থিত গতিশীল অংশে সুবিধামত পিছিল তরল পদার্থ অথবা ধাতব পদার্থের গুড়া, অথবা গোলাকার ধাতব পদার্থ ব্যবহার করে ঘর্ষণ বল কমিয়ে দেয়া হয়। সাইকেলের চাকায় যে বর্তুলাকার ধাতব পদার্থ থাকে তা অক্ষদণ্ড ও চাকার মধ্যকার ঘর্ষণ বল কমিয়ে দেয় এবং যন্ত্রকে দীর্ঘায়ু করে।

স্মরণিকা

জড়তা : প্রত্যেক বস্তুই এর নিজের স্থিতি বা গতিজনিত অবস্থাকে অঙ্গুণ রাখার চেষ্টা করে। বস্তুর এই ধর্মকে জড়তা বলে। জড়তা দু প্রকার, যথা—(১) স্থিতি জড়তা ও (২) গতি জড়তা।

বল : বল সেই বাহ্যিক কারণ যা কোন একটি বস্তুর স্থিতি বা গতিশীল অবস্থার পরিবর্তন ঘটায় বা পরিবর্তন ঘটাতে চায়। বল = ভর × ত্বরণ।

মৌলিক বল : যে বল মূল বা অকৃত্রিম তার নাম মৌলিক বল। মৌলিক বল চার ধরনের। যথা—(১) মহাকর্ষ বল (২) তড়িৎ-চুম্বকীয় বল ; (৩) সবল নিউক্লীয় বল ও (৪) দূর্বল নিউক্লীয় বল।

ভরবেগ : কোন একটি বস্তুর ভর ও বেগের গুণফল দ্বারা ভরবেগ মাপা হয়।

ভরবেগের নিয়তা সূত্র : দুই বা ততোধিক বস্তুকে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া ছাড়া অন্য কোন বাহ্যিক বল ক্রিয়াশীল না হলে যে কোন একদিকে ঐ বস্তুগুলোর মোট রৈখিক ভরবেগের কোন পরিবর্তন হবে না। এটিই ভরবেগের নিয়তা সূত্র।

নিউটনের গতিসূত্র :

১য় সূত্র : বাইরে থেকে কোন বল বস্তুর উপর প্রযুক্ত না হলে স্থির বস্তু স্থির থাকে এবং গতিশীল বস্তু সমবেগে সরলপথে চলতে থাকে।

২য় সূত্র : কোন একটি বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত (লম্বি) বলের সমানুপাতিক এবং বল যে দিকে প্রযুক্ত হয় ভরবেগের পরিবর্তন সেদিকে ঘটে।

৩য় সূত্র : প্রত্যেক ক্রিয়ার একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।

ঘাত বল : খুব কম সময়ের জন্য প্রচল বল ক্রিয়া করলে তাকে ঘাত বল বলে।

বলের ঘাত : ঘাত বল ও বলের ক্রিয়া কালের শুণ্ঘলকে বলের ঘাত বা শুধু ঘাত বলে।

বল ত্রিভুজ সূত্র : এক বিন্দুতে ক্রিয়াশীল তিনটি বল এমন হয় যে তাদেরকে পরিমাণে ও দিকে একটি ত্রিভুজের ক্রমানুসারে তিনটি বাহু দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তবে এরা সাম্যাবস্থার সৃষ্টি করে।

বলের ভারসাম্য : কোন বিন্দু বা বস্তুতে দুই বা ততোধিক বল ক্রিয়া করায় উক্ত বিন্দু বা বস্তুতে বলের লম্বি যদি শূন্য হয়, তবে তাকে বলের ভারসাম্য বলে।

লামীৱ উপগাদ্য : এক বিলুতে ক্ৰিয়াৰত তিনটি বল যদি সাম্যাবস্থায় থাকে, তবে প্ৰত্যেকটি বল অপৰ বল দুটিৰ অন্তৰ্ভুক্ত কোণেৰ সাইনেৰ সমানুপাতিক হবে। একে লামীৱ উপগাদ্য বলে।

ঘৰ্ষণ বল : যখন একটি বস্তু অপৰ একটি বস্তুৰ সংস্পর্শে থেকে চলতে থাকে বা চলতে চেষ্টা কৰে তখন তাদেৱ মিলনতলে গতি বা গতিৰ প্ৰয়াস যে দিকে তাৰ বিপৰীতে যে বিৱুন্ধ বলেৰ সৃষ্টি হওয়ায় বস্তুৰ গতি বাধাপ্ৰাপ্ত হয় তাকে তাদেৱ মিলন তলেৰ ঘৰ্ষণ বল বলে।

সীমাস্থ ঘৰ্ষণ বল বা ঝণ ঘৰ্ষণ : পৰস্পৰেৱ সংস্পর্শে অবস্থিত দুটি বস্তুৰ একটি অপৱটিৰ উপৰ দিয়ে গতিশীল হওয়াৱ আংগৰ মুহূৰ্তে তাৰ গতিৰোধমূলক যে বলেৰ সৃষ্টি হয় তাকে সীমাস্থ ঘৰ্ষণ বল বা সীমাস্থ ঘৰ্ষণ। স্থিতি ঘৰ্ষণেৰ সৰ্বোচ্চ মানই সীমাস্থ ঘৰ্ষণ।

চল ঘৰ্ষণ বা গতীয় ঘৰ্ষণ গুণাঙ্ক : গতীয় ঘৰ্ষণ বা চল ঘৰ্ষণ ও অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়াৰ অনুপাতকে গতীয় ঘৰ্ষণ বা চল ঘৰ্ষণ গুণাঙ্ক বলে।

গতীয় বা চল ঘৰ্ষণ কোণ : ঘৰ্ষণ বল এবং অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়াৰ লম্বিৰ সাথে অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়া যে কোণ উৎপন্ন কৰে তাকে চল ঘৰ্ষণ কোণ বলে।

প্ৰয়োজনীয় সমীকৰণ

$$\cancel{\text{ভৱেগ}}, \vec{p} = m\vec{v} \quad (1)$$

$$\cancel{\text{বল}}, \vec{F} = m\vec{a} \\ = m \frac{(\vec{v} - \vec{v}_0)}{t} \quad (2)$$

$$\cancel{\text{ড্যু}} = \text{বলেৰ ঘাত} = m\vec{v} - m\vec{u} = \vec{F} \times t \quad (3)$$

$$\text{ৱকেটোৱ ত্ৰৱণ}, \vec{a} = \frac{\vec{v}_r}{m} \left(\frac{dm}{dt} \right) - \vec{g} \quad (4)$$

$$\cancel{\text{ভৱেগেৰ নিত্যতা}} : m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \quad (5)$$

$$\text{বা}, \sum m\vec{v} = \text{ধ্ৰুব ভেট্ৰে।} \quad (6)$$

$$m\vec{v} = -\vec{MV} \quad (7)$$

$$\text{বলেৰ ভাৱসাম্য} : \sum \vec{F} = 0 \quad (8)$$

$$\text{ঘৰ্ষণ} : \cancel{\mu_s} = \frac{F_l}{R} \quad (9)$$

$$\cancel{\mu_k} = \frac{F_k}{R} \quad (10)$$

$$\cancel{\mu} = \tan \theta_f \quad (11)$$

সমাধানকৃত উদাহৰণ

১। একটি বস্তুৰ উপৰ 5 N বল 10 s ক্ৰিয়া কৰে। ভৱেগেৰ পৱিবৰ্তন নিৰ্ণয় কৰ।

$$\text{মনে কৰি, ভৱেগেৰ পৱিবৰ্তন} = \vec{m v} - \vec{m v}_0$$

$$\text{আমৱা পাই, } F = \frac{\vec{m v} - \vec{m v}_0}{t}$$

$$\vec{m v} - \vec{m v}_0 = \vec{F} \times t$$

$$\text{ভৱেগেৰ পৱিবৰ্তন} = mv - mv_0 = F \times t = 5N \times 10s$$

$$= 50 \text{ kg ms}^{-1}$$

এখানে,

$$F = 5 \text{ N}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

১. ✓

গতিসূত্র
বইয়ের কম

২। 20 kg ভরের একটি বস্তুর উপর কি পরিমাণ সমবল ক্রিয়া করলে তার বেগ 10s-এ $(4\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}) \text{ ms}^{-1}$ হতে বৃদ্ধি পেয়ে $(8\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}) \text{ ms}^{-1}$ হবে ?

$$\text{ধরি বলের মান} = \vec{F}$$

$$\text{আমরা পাই}, \vec{F} = m \left(\frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} \right)$$

$$\vec{F} = 20 \text{ kg} \times \frac{(4\hat{i} + 8\hat{j} - 8\hat{k}) \text{ ms}^{-1}}{10 \text{ s}}$$

$$= 2(4\hat{i} + 8\hat{j} - 8\hat{k}) \text{ N}$$

$$\text{বা}, |\vec{F}| = [2 \sqrt{4^2 + 8^2 + (-8)^2}] \text{ N}$$

$$= 24 \text{ N}$$

৩) 50 kg ভরের এক ব্যক্তি 950 kg ভরের একটি গাড়ি দ্বিতীয়স্থান হতে প্রথম 10 sec সমত্বে চালাল। অতঃপর 10 minute সমবেগে চালানোর পর ত্বক চেপে 5 sec সময়ের মধ্যে গাড়িটি থামাল। যাত্রা শুরুর 2 sec পরে গাড়ির বেগ 4 ms^{-1} হলে গাড়ি কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব এবং গাড়ি থামাতে প্রযুক্ত বলের মান নির্ণয় কর।

[ব. বো. ২০০২]

লক্ষণ্য যে, গাড়িটি যাত্রা শুরুর পর যে ত্বরণে চলে 4 sec-এ 8 ms^{-1} বেগ প্রাপ্ত হয়, সেই ত্বরণে প্রথম 10 sec চলে।

$$v = v_0 + a_1 t$$

$$\text{বা}, a_1 = \frac{v - v_0}{t} = \frac{4 - 0}{2} = 2 \text{ ms}^{-2}$$

এখন, 2 ms^{-2} ত্বরণে 10 sec-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = 0 \times 10 + \frac{1}{2} \times 2 \times (10)^2$$

$$= 100 \text{ m}$$

প্রশ্নানুসারে,

10 s পরে গাড়িটি যে বেগ প্রাপ্ত হবে সেই বেগে পরবর্তী 10 minute চলবে। এই বেগ v_1 হলে আমরা পাই,

$$v_1 = v_0 + a_1 t_1 = 0 + 2 \times 10 = 20 \text{ ms}^{-1}$$

10 minute-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s_2 = v_1 t_2 = 20 \times 10 \times 60 \text{ m}$$

$$= 12000 \text{ m}$$

শেষ 5 sec-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s_3 = \left(\frac{v_1 + v_2}{2} \right) t_3$$

$$= \left(\frac{20 + 0}{2} \right) \times 5 = 50 \text{ m}$$

অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব,

$$s = s_1 + s_2 + s_3$$

$$= (100 + 12000 + 50) \text{ m} = 12150 \text{ m}$$

আবার, আমরা জানি,

$$F = ma$$

এবং $v_2 = v_1 + at_3$

$$\text{বা}, a = \frac{v_2 - v_1}{t_3}$$

$$a = \frac{0 - 20}{5} \text{ ms}^{-2}$$

$$= -4 \text{ ms}^{-2}$$

প্রযুক্ত বল,

$$F = ma$$

$$= 1000 \times (-4) \text{ N}$$

$$= -4000 \text{ N}$$

$$\text{এখানে } \vec{v} - \vec{v}_0$$

$$= [(8\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}) - (4\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k})] \text{ ms}^{-1}$$

$$= (4\hat{i} + 8\hat{j} - 8\hat{k}) \text{ ms}^{-1}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

$$m = 2 \text{ kg}$$

এখানে,

$$\text{আদি বেগ}, v_0 = 0$$

$$\text{সময়}, t = 2 \text{ sec}$$

$$\text{শেষ বেগ}, v = 4 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{ত্বরণ}, a_1 = ?$$

*গুণাদিতি
১২.১*

$$\text{এখানে}, \text{সমবেগ}, v_1 = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{সময়}, t_2 = 10 \text{ min} = 10 \times 60 \text{ s}$$

$$\text{দূরত্ব}, s_2 = ?$$

এখানে,

$$\text{আদিবেগ}, v_1 = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{শেষ বেগ}, v_2 = 0$$

$$\text{সময়}, t_3 = 5 \text{ sec}$$

$$\text{দূরত্ব}, s_3 = ?$$

এখানে,

$$\text{ত্বর} = \text{ব্যক্তির ত্বর} + \text{গাড়ির ত্বর}$$

$$= (50 + 950) \text{ kg} = 1000 \text{ kg}$$

$$\text{প্রযুক্ত বল}, F = ?$$

$$\text{ঝণাত্রুক ত্বরণ}, a = ?$$

গতির বিপরীতে ক্রিয়াশীল হওয়ায় প্রযুক্ত বল ঝণাত্রুক।

৩) ৫ টনের একটি ট্রাক ঘন্টায় 36 km বেগে চলছে। এটি 4 m দূৰত্বে থামাতে হলে কত বলের প্ৰয়োজন হবে? [ব. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$F = ma \quad (1)$$

$$\text{এবং } v^2 = v_0^2 - 2as \quad (2)$$

সমীকৰণ (2) হতে পাই,

$$0 = (10 \text{ ms}^{-1})^2 - 2a \times (4 \text{ m})$$

$$a = \frac{100 \text{ m}^2 \text{s}^{-2}}{8 \text{ m}} = 12.5 \text{ ms}^{-2}$$

$$F = ma = 5000 \text{ kg} \times 12.5 \text{ ms}^{-2} = 62500 \text{ N}$$

৫। ৪N-এর একটি বল 2 kg ভৱের একটি স্থির বস্তুর উপর ক্লিয়া কৰে। তুলণ নিৰ্ণয় কৰ।

৫ s-এ বস্তুটি কত দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰে ও কত বেগ লাভ কৰে?

মনে কৰি তুলণ \vec{a}

আমরা পাই, $\vec{F} = ma$

$$\text{সমীকৰণ (1) হতে পাই, } a = \frac{F}{m} = \frac{4 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 2 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{আবার, } \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t$$

$$\text{ও } s = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

$$5 \text{ s পৰের বেগ, } v = 0 + 2 \text{ ms}^{-2} \times 5 \text{ s}$$

$$= 10 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{ও } 5 \text{ s-এ অতিক্রান্ত দূৰত্ব, } s = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 = 0 \times 5 \text{ s} + \frac{1}{2} \times 2 \text{ ms}^{-2} \times (5 \text{ s})^2 = 25 \text{ m}$$

৬) 900 kg ভৱের একটি মোটৰ ট্রাক ঘন্টায় 60 km বেগে চলে। ব্ৰেক চেপে ট্রাকটিকে 50 m দূৰে থামানো হল। যদি মাটিৰ ঘৰণজনিত বল 200 N হয়, তবে ব্ৰেকজনিত বলেৱ মান নিৰ্ণয় কৰ।

মনে কৰি মোট বাধাদানকাৰী বল $= F$

আমরা পাই,

$$F = F_1 + F_2 \quad (1)$$

$$\text{পুন, } v^2 = v_0^2 - 2as$$

$$\text{কাজেই } 0^2 = \left(\frac{50}{3}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot 50$$

$$\text{বা, } a = \frac{50 \times 50}{9 \times 100} = \frac{25}{9} \text{ m/s}^2$$

$$\text{এখন } F = ma = 900 \times \frac{25}{9} = 2500 \text{ N}$$

$$\text{সমীকৰণ (1) হতে পাই, } 2500 = F_1 + 200$$

$$\text{বা, } F_1 = 2500 - 200 = 2300 \text{ N}$$

$$\text{ব্ৰেকজনিত বল } = 2300 \text{ N}$$

শুধু স্থিৰাবস্থা থেকে 40 kg ভৱযিশিক্ত কোন বস্তু নিৰ্দিষ্ট বলেৱ ক্লিয়াৰ কৰলে 2 s পৰ 15 ms^{-1} বেগ অৰ্জন কৰে। এৱে উপৰ কি পৱিমাণ বল কাজ কৰাবে এবং 4 s পৰ এৱে গতিশৃঙ্খলা কত হবে? [ব. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$v = v_0 + at$$

$$15 = 0 + a \times 2$$

$$a = \frac{15}{2} \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{এখন, } F = ma$$

$$= 40 \times \frac{15}{2}$$

$$= 300 \text{ N}$$

এখনে,

$$\text{আদিবেগ, } v_0 = 36 \text{ kmh}^{-1} = \frac{36 \times 1000}{60 \times 60} = 10 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{ট্রাকেৰ ভৱ, } m = 5 \text{ টন} = 5000 \text{ kg}$$

$$\text{দূৰত্ব, } s = 4 \text{ m}$$

$$\text{শেষ বেগ, } v = 0$$

$$\text{বাধাদানকাৰী বল, } F = ?$$

$$\text{এখনে, কল } \vec{F} = 4 \text{ N}$$

$$\text{ভৱ, } m = 2 \text{ kg}$$

$$\text{এখনে, } \vec{v}_0 = 0$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$\text{এখনে, } m = 900 \text{ kg}$$

$$v = 0$$

$$v_0 = \frac{60 \times 1000}{60 \times 60} = \frac{50}{3} \text{ m/s}$$

$$s = 50 \text{ m}$$

$$F_1 = \text{ব্ৰেকজনিত বল এবং}$$

$$F_2 = \text{মাটিৰ ঘৰণজনিত বল} = 200 \text{ N}$$

এখনে, $F = ?$

$$v_0 = 0$$

$$v = 15 \text{ ms}^{-1}$$

$$t = 2 \text{ s}$$

$$m = 40 \text{ kg}$$

$$a = ?$$

$$F = ?$$

আবার, $t = 4 \text{ s}$ হলে,

$$v = v_0 + at$$

$$v = 0 + \frac{15}{2} \times 4$$

$$= 30 \text{ ms}^{-1}$$

$$\checkmark \quad \text{K. E.} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times (30)^2 = 18000 \text{ J}$$

৮ 1000 kg ভরের একটি মোটর গাড়ি ষষ্ঠায় 30 ms^{-1} বেগে চলাকালে রাস্তার বাঁক থেকে 31 m দূরে একটি শিশুকে রাস্তার উপর দেখতে পায়। মোটর গাড়ির চালক সঙ্গে সঙ্গে ইঞ্জিন বন্ধ করে দিল এবং ব্রেক চাপল। ফলে গাড়িটি শিশু হতে 1m পিছনে থেমে গেল। মন্দনকারী বল নির্ণয় কর। গাড়িটি ধামাতে কত সময় লাগবে ?

মনে করি মন্দনকারী বল = F

আমরা পাই, $F = ma$

(1)

$$\text{এবং } v^2 = v_0^2 - 2as$$

(2)

$$\text{সমীকরণ (2) হতে পাই, } 0 = (30 \text{ ms}^{-1})^2 - 2a \times (30 \text{ m})$$

$$\text{বা, } a = \frac{(30 \text{ ms}^{-1})^2}{2 \times 30} = 15 \text{ ms}^{-2}$$

সমীকরণ (1)-এ m ও a -এর মান বসিয়ে পাই,

$$F = 1000 \text{ kg} \times 15 \text{ ms}^{-2} = 15000 \text{ N}$$

পুনরায় নির্ণয় সময় t হলে সমীকরণ, $v = v_0 - at$ হতে পাই,

$$0 = 30 \text{ ms}^{-1} - 15 \text{ ms}^{-2} \times t$$

$$t = \frac{30 \text{ ms}^{-1}}{15 \text{ ms}^{-2}} = 2 \text{ s}$$

৯ 6 kg ভরের একটি বন্দুক হতে 0.01 kg ভরের একটি গুলি 300 ms^{-1} বেগে বের হয়ে গেল। বন্দুকের পচাঃ বেগ নির্ণয় কর।

মনে করি বন্দুকের পচাঃ বেগ = V

ভরবেগের নিয়তা সূত্র হতে আমরা পাই,

$$MV = mv$$

(1)

$$\text{এখানে, } M = 6 \text{ kg}$$

$$m = 0.01 \text{ kg}$$

$$v = 300 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{সমীকরণ (1) হতে পাই, } V = \frac{mv}{M} = \frac{0.01 \text{ kg} \times 300 \text{ ms}^{-1}}{6 \text{ kg}} = 0.5 \text{ ms}^{-1}$$

১০ ৫ kg ভরের একটি বস্তু 4 ms^{-1} বেগে উত্তর দিকে চলছে। ৩ kg ভরের অপর একটি বস্তু 2 ms^{-1} বেগে দক্ষিণ দিকে চলছে। কোন এক সময় বস্তু দুটির মধ্যে সংঘর্ষের ফলে এরা মিলে এক হয়ে গেল। মিলিত বস্তুটি কত বেগে, কোনু দিকে চলবে ? [চ. বো. ২০০১]

প্রথম বস্তুর বেগ ধনাত্মক বিবেচনা করলে দ্বিতীয় বস্তুর বেগ ঋণাত্মক।

আমরা জানি,

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

(1)

মনে করি, বস্তুদ্বয় মিলিত হবার পর বেগ = v

$$5 \times v + 3v = 5 \times 4 + 3 \times (-2)$$

$$\text{বা, } 8v = 20 - 6$$

$$\text{বা, } 8v = 14$$

$$v = \frac{14}{8} = 1.75 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

$$m_1 = 5 \text{ kg}$$

$$m_2 = 3 \text{ kg}$$

$$u_1 = 4 \text{ ms}^{-1}$$

$$u_2 = -2 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_1 = v_2 = v$$

মিলিত বস্তু 1.75 ms^{-1} বেগে উত্তর দিকে চলবে।

১১ ৪০ kg ও ৬০ kg ভরের দুটি বস্তু যথাক্রমে 10 ms^{-1} ও 5 ms^{-1} বেগে পরস্পর বিপরীত দিক থেকে আসার সময় একে অপরকে ধাকা দিল। ধাকার পর বস্তুদ্বয় একত্রে যুক্ত হয়ে কত বেগে চলবে ? [ব. বো. ২০০২; সি. বো. ২০০২; চ. বো. ২০০১; য. বো. ২০০০; রা. বো. ২০০১]

প্রথম বস্তুর বেগ ধনাত্মক বিবেচনা করলে দ্বিতীয় বস্তুর বেগ ঋণাত্মক।

আমৰা জানি, $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$

(1)

মনে কৰি, যুক্ত অবস্থায় বস্তুদয়ের বেগ = v

$$40 \times v + 60v = 40 \times 10 + 60 (-5)$$

$$\text{বা, } 100v = 400 - 300$$

$$\text{বা, } 100v = 100$$

$$v = 1 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

$$m_1 = 40 \text{ kg}$$

$$m_2 = 60 \text{ kg}$$

$$u_1 = 10 \text{ ms}^{-1}$$

$$u_2 = -5 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_1 = v_2 = v$$

১২। একজন সাইকেল চালক 8 ms^{-1} বেগে চলাকালে সাইকেল চালানো বন্ধ কৰে লক কৱেন যে 49 m দূৰত্ব অতিক্ৰমের পৰ সাইকেলটি খেমে যায়। সাইকেলেৰ টায়াৱ ও রাস্তাৰ মধ্যকাৰ ঘৰ্ষণ বল নিৰ্ণয় কৰ। [আৱোইসহ সাইকেলেৰ ভৱ = 147 kg]

ধৰি ঘৰ্ষণ বল = F ও F -এৰ জন্য সূচৰ মন্দন = a

$$\text{আমৰা পাই, } v^2 = v_0^2 - 2as$$

(1)

সমীকৰণ (1) হতে পাই,

$$F = ma = \frac{m(v_0^2 - v^2)}{2s}$$

$$= 147 \text{ kg} \frac{(8 \text{ ms}^{-1})^2 - 0}{2 \times 49 \text{ m}}$$

$$= 96 \text{ N}$$

Q.V

১৩। একটি বস্তু স্থিৰাবস্থায় ছিল। 15 N -এৰ একটি বল এৰ উপৰ 4 সেকেন্ড ধৰে কাজ কৰে এবং তাৰপৰ আৱ কোন কাজ কৱল না। বস্তুটি এৱপৰ 9 সেকেন্ডে 54 m দূৰত্ব গৱে। বস্তুটিৰ ভৱ বেৱ কৰ। [চ. বো. ২০০৩]

যেহেতু বলটি বস্তুৰ উপৰ $4s$ ক্ৰিয়াৰ পৰ আৱ ক্ৰিয়া কৰে না

সেহেতু. বস্তুটি শেষ $9s$ সময় সমবেগে যাবে।

$$v = \frac{s}{t_2}$$

$$= \frac{54}{9}$$

$$= 6 \text{ ms}^{-1}$$

আমৰা জানি, $v = v_0 + at_1$

$$\text{বা, } 6 = 0 + a \times 4$$

$$\text{বা, } 6 = 4a$$

$$\text{বা, } a = \frac{6}{4}$$

$$a = 1.5 \text{ ms}^{-2}$$

আবাৱ, $F = ma$

$$\text{বা, } 15 = m \times 1.5$$

$$\text{বা, } m = \frac{15}{1.5}$$

$$m = 10 \text{ kg}$$

১৪। 10 N এৰ একটি বল 2 kg তৱেৰ একটি স্থিৰ বস্তুৰ উপৰ ক্ৰিয়া কৰে। যদি $4s$ পৰ বলেৰ ক্ৰিয়া বন্ধ হয়ে যায় তবে প্ৰথম থেকে $8s$ -এ বস্তুটি কত দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰবে ?

[চ. বো. ২০০১]

আমৰা জানি, $F = ma$

$$\text{বা, } a = \frac{F}{m}$$

$$= \frac{10}{2} = 5 \text{ ms}^{-2}$$

১ম $4s$ -এ অতিক্ৰান্ত দূৰত্ব,

$$s_1 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 0 \times 4 + \frac{1}{2} \times 5 \times 4^2$$

$$= 40 \text{ m}$$

১ম $4s$ পৰ বস্তুটিৰ বেগ,

$$v = v_0 + at$$

$$= 0 + 5.4$$

$$= 20 \text{ ms}^{-1}$$

দেয়া আছে,

$$F = 10 \text{ N}$$

$$m = 2 \text{ kg}$$

১ম ক্ষেত্ৰে,

$$\text{আদিবেগ, } v_0 = 0$$

$$\text{সময় } t = 4s$$

$$\text{তুৰণ, } a = ?$$

$$\text{দূৰত্ব, } s_1 = ?$$

২য় ক্ষেত্ৰে,

$$\text{বেগ, } v = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{সময়, } t = 4s$$

$$\text{দূৰত্ব, } s_2 = ?$$

পরবর্তী ৪s-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s_2 = vt = 20 \times 4 \\ = 80 \text{ m}$$

১ম হতে মোট ৪s-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব

$$s = s_1 + s_2 \\ = 40 + 80 \\ = 120 \text{ m}$$

Q. V

১৫। একটি বস্তুর উপর ৭N মানের একটি বল প্রয়োগ করা হলে বস্তুটি 3 ms^{-2} ত্বরণ প্রাপ্ত হয়। বস্তুটির ভর কত? বস্তুটির উপর ৫N মানের আর একটি বল ৭N মানের বলের সাথে 60° কোণে প্রয়োগ করলে বস্তুটির ত্বরণ কত হবে?

[সি.বি. ২০০৩]

প্রথম অংশ :

আমরা জানি,

$$F = ma \\ 7 = m \times 3 \\ m = \frac{7}{3} = 2.33 \text{ kg}$$

দ্বিতীয় অংশ :

মনে করি, লাধি বল R

$$\text{এখন, } R = (P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha)^{\frac{1}{2}} \\ R = (7^2 + 5^2 + 2 \times 7 \times 5 \times \cos 60^\circ)^{\frac{1}{2}} \\ = (49 + 25 + 2 \times 7 \times 5 \times \frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} \\ = (74 + 35)^{\frac{1}{2}} = (109)^{\frac{1}{2}} \\ = 10.44 \text{ N}$$

আবার, $R = ma'$

$$a' = \frac{R}{m} \\ = \frac{10.44}{2.33} \text{ ms}^{-2} \\ = 4.48 \text{ ms}^{-2}$$

উত্তর : বস্তুটির ভর 2.33 kg এবং ত্বরণ 4.48 ms^{-2}

১৬। 0.05 kg ভরের একটি বস্তু 0.2 ms^{-1} অনুভূমিক বেগে একটি খাড়া দেয়ালে ধাক্কা দিয়ে 0.1 ms^{-1} বেগে বিপরীত দিকে ফিরে গেল। বলের ঘাত বের কর।

ধরি বলের ঘাত = J

$$\text{আমরা পাই, } J = P \times t \text{ ও } P = \frac{m(v - v_0)}{t}$$

$$J = m(v - v_0)$$

$$J = 0.05 \times (-0.1 - 0.2) \\ = -0.015 \text{ kg-ms}^{-1}$$

$$|J| = 0.015 \text{ kg-ms}^{-1}$$

১৭। 16 N -এর একটি বল 4 kg ভরের উপর $4s$ ক্রিয়া করে। বস্তুটির (ক) বেগের পরিবর্তন ও (খ) বলের ঘাত নির্ণয় কর।

মনে করি বেগের পরিবর্তন = $\vec{v} - \vec{v}_0$

ও বলের ঘাত = \vec{J}

$$\vec{J} = \vec{F} \times \vec{t} = m\vec{v} - m\vec{v}_0$$

$$\text{আমরা পাই, } \vec{F} = \frac{m(\vec{v} - \vec{v}_0)}{t}$$

পদাৰ্থবিজ্ঞান (১ম)-১৯

এখানে,

$$F = 16 \text{ N} \\ a = 3 \text{ ms}^{-2} \\ m = ?$$

এখানে,

$$P = 7 \text{ N} \\ Q = 5 \text{ N} \\ \alpha = 60^\circ$$

এখানে,

$$R = 10.44 \text{ N} \\ m = 2.33 \text{ kg} \\ a' = ?$$

V

এখানে,

$$m = 0.05 \text{ kg} \\ v_0 = 0.2 \text{ ms}^{-1} \\ v = -0.1 \text{ ms}^{-1} \text{ (আদি বেগের সাপেক্ষে শেষ বেগ বিপরীতমুখী হেতু ঝণচিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে)} \\ J = m(v - v_0) = 0.05(-0.1 - 0.2) \\ = -0.015 \text{ kg-ms}^{-1}$$

$$\text{এখানে বল, } \vec{F} = 16 \text{ N} \\ m = 4 \text{ kg} \\ t = 4 \text{ s}$$

(1)

$$\text{সমীকরণ (1) হতে পাই, } (v - v_0) = \frac{F \times t}{m} = \frac{16N \times 4s}{4\text{ kg}} = 16 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{ও বলের ঘাত, } J = F \times t = 16N \times 4s \\ = 64 \text{ Ns} = \text{ভৱেগের পরিবর্তন}$$

১৮। অনুভূমিক দিকে গতিশীল 2 kg ভরের একটি লোহ গোলক 5 ms^{-1} বেগে একটি দেয়ালে লম্বভাবে ধাক্কা খেয়ে 3 ms^{-1} বেগে বিপরীত দিকে ক্রিয়ে গেল। বলের ঘাত কত? [ব. বো. ২০০৬]

ধরি বলের ঘাত = J

আমরা পাই,

$$\text{এবং } F = \frac{m(v - v_0)}{t}$$

$$J = \frac{m(v - v_0)}{t} \times t \\ = m(v - v_0)$$

$$J = 2 \times (-3 - 5) \\ = -16 \text{ kg ms}^{-1}$$

$$|J| = 16 \text{ kg ms}^{-1}$$

এখানে,

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$v_0 = 5 \text{ ms}^{-1}$$

$$v = -3 \text{ ms}^{-1}$$

আদি বেগের সাপেক্ষে বেগ বিপরীতমুখী হওয়ায়

ঝণচিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে।

$$J = ?$$

[ঝণ চিহ্ন প্রমাণ কর যে J ও v -এর অভিমুখ অভিন্ন]

১৯। 20 ms^{-1} বেগে আগত 0.2 kg ভরের একটি ক্রিকেট বলকে একজন খেলোয়াড় ক্যাচ (catch) ধরে 0.1 s সময়ের মধ্যে ধারিয়ে দিল। খেলোয়াড় কর্তৃক প্রযুক্ত গড় বল কত?

আমরা জানি,

বলের ঘাত = ভৱেগের পরিবর্তন

$$\text{বা, } J = mv - mv_0$$

$$\text{বা, } Ft = mv - mv_0$$

$$\text{বা, } F = \frac{mv - mv_0}{t} \\ = \frac{0.2 \times 0 - 0.2 \times 20}{0.1} \\ = -20 \text{ N}$$

এখানে,

$$\text{বলটির ভর, } m = 0.2 \text{ kg}$$

$$\text{আদিবেগ, } v_0 = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{শেষ বেগ, } v = 0$$

$$\text{সময়, } t = 0.1 \text{ s}$$

$$\text{প্রযুক্ত গড় বল, } F = ?$$



[গতির বিপরীতে হওয়ায় প্রযুক্ত বল ঝণাত্মক।]

২০। একটি টেবিলের উপর 1 kg ভরের একটি বই আছে। টেবিলের তল বরাবর 3 N বল প্রয়োগ করলে বইটি চলার উপরুক্ত হয়। টেবিল ও বই-এর মধ্যে স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$\mu_s = \frac{F_f}{R}$$

$$\text{বা, } \mu_s = \frac{3}{9.8} \\ \simeq 0.3$$

এখানে,

$$\text{অভিস্থ প্রতিক্রিয়া, } R = \text{বই-এর ওজন}$$

$$= 1 \times 9.8 \text{ N} \\ = 9.8 \text{ N}$$

$$\text{ঘর্ষণ বল, } F_f = 3 \text{ N}$$

$$\text{স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক, } \mu_s = ?$$

২১। একটি রকেট প্রতি সেকেন্ডে 0.07 kg জ্বালানি খরচ করে। রকেট থেকে নির্গত গ্যাসের বেগ 100 km s^{-1} হলে রকেটের উপর কত বল ক্রিয়া করে? (এখানে অভিকর্ষ বলের প্রভাব উপেক্ষা করা যেতে পারে)।

দেয়া আছে,

প্রতি সেকেন্ডে জ্বালানি খরচ,

$$\frac{dm}{dt} = 0.07 \text{ kg}$$

এবং নির্গত গ্যাসের বেগ,

$$v_r = 100 \text{ km s}^{-1} = 1 \times 10^5 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{আমরা জানি, } F = m \frac{dv}{dt} = v_r dm/dt - mg$$

অভিকর্ষ বলের প্রভাব না থাকলে, রকেটের উপর ক্রিয়াশীল বল,

$$F = v_r \frac{dm}{dt} = 1 \times 10^5 \text{ ms}^{-1} \times 0.07 \text{ kg} \\ = 7 \times 10^3 \text{ N}$$

বইঘর কম
২২। একটি রকেট উর্ধমুখী যাতার প্রথম 2 সেকেন্ডে এর ভরের $\frac{1}{50}$ অংশ হারায়। রকেট হতে নিষ্কাস্ত গ্যাসের গতিবেগ 2500 ms^{-1} হলে রকেটের ত্বরণ বের কর।

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } dm = \frac{m}{50}$$

$$dt = 2 \text{ s}$$

$$v_r = 2500 \text{ ms}^{-1}$$

আমরা জানি,

$$m \frac{dv}{dt} = v_r \frac{dm}{dt} - mg$$

$$\text{বা, } \frac{dv}{dt} = a = \frac{v_r}{m} \left(\frac{dm}{dt} \right) - g$$

$$\text{বা, } a = \frac{2500 \text{ ms}^{-1}}{m} \cdot \frac{m}{50 \times 2 \text{ s}} - 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$= 25 \text{ ms}^{-2} - 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$= 15.2 \text{ ms}^{-2}$$

২৩। 70 kg ভরের একটি বাক্সকে 500 N অনুভূমিক বলে মেঝের উপর দিয়ে টানা হচ্ছে। বাক্সটি যখন চলে তখন বাক্স ও মেঝের মধ্যবর্তী ঘর্ষণ সহগ 0.50। বাক্সের ত্বরণ নির্ণয় কর। [কু.বো. ২০০৬ (মান তিনি); য. বো. ২০০৮]

আমরা জানি,

$$\text{ঘর্ষন বল, } F_k = \mu_k R$$

$$\text{বা, } F_k = 0.50 \times 686 \text{ N} \\ = 343 \text{ N}$$

আবার, লক্ষি বল,

$$F = F_1 - F_k \\ = (500 - 343) \text{ N} \\ = 157 \text{ N}$$

এখন, $F = ma$

$$\text{বা, } a = \frac{F}{m} = \frac{157 \text{ N}}{70 \text{ kg}} \\ = 2.24 \text{ ms}^{-2}$$

২৪। 4 kg ভরের একটি বস্তুকে 10 ms^{-2} ত্বরণের গতিশীল করতে কত বল প্রয়োগ করতে হবে? [পথের ঘর্ষণ বল 2.5 N kg^{-1}] [ব. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$\text{কার্যকর বল, } F = P - F_k$$

$$40 = P - 10$$

$$\text{বা, } P = 50 \text{ N}$$

$$\text{প্রযুক্ত বল} = 50 \text{ N}$$

এখানে,

$$m = 4 \text{ kg}$$

$$\mu = 0.50$$

$$\text{অভিসম্পন্ন প্রতিক্রিয়া} = 70 \times 9.8 \text{ N} = 686 \text{ N}$$

$$\text{অনুভূমিক বল, } F_1 = 500 \text{ N}$$

$$\text{ত্বরণ, } a = ?$$

এখানে,

$$\text{বস্তুর ভর, } m = 4 \text{ kg}$$

$$\text{ত্বরণ, } a = 10 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{কার্যকর বল, } F = ma = 4 \times 10 = 40 \text{ N}$$

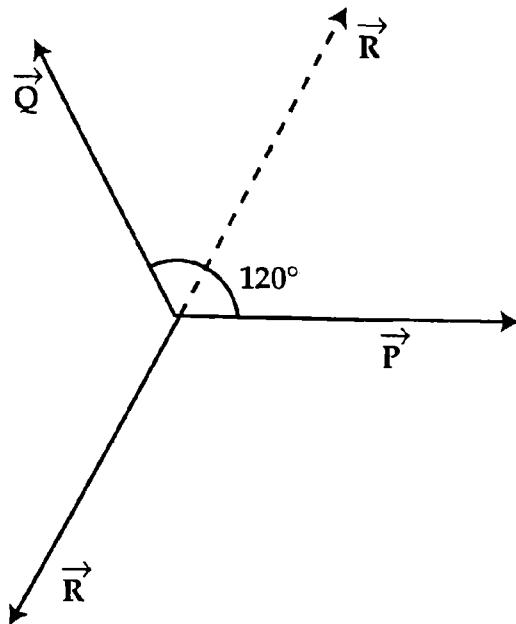
$$\text{ঘর্ষণ বল} = 2.5 \text{ N kg}^{-1}$$

$$\text{মোট ঘর্ষণ বল, } F_K = 2.5 \times 4 = 40 \text{ N}$$

$$\text{প্রযুক্ত বল, } P = ?$$

২৫। তিনটি সমতলীয় বলের এককালীন ক্রিয়ায় একটি বস্তু সাম্যাবস্থায় আছে। এদের মধ্যে দুটি বলের প্রত্যেকের মান 8 N এবং বল দুটির মধ্যবর্তী কোণ 120° । তৃতীয় বলটি নির্ণয় কর।

আমৰা পাই, $\sum \vec{F} = 0$



চিত্র : ৪.১৬

মনে কৰি বল তিনটি \vec{P} , \vec{Q} ও \vec{R} এবং \vec{P} ও \vec{Q} বলদ্বয়ের উভয়ের মান 8 N ও তাদের মধ্যবর্তী কোণ 120° ।

তা হলে, $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$

$$\text{বা, } \vec{R} = - (\vec{P} + \vec{Q})$$

এ সমীকৰণের কথ চিহ্ন হতে বুঝা যায় যে \vec{P} ও \vec{Q} -এর লম্বি $\vec{R}' = (\vec{P} + \vec{Q})$ -এর বিপরীত \vec{R} ক্রিয়া কৰবে।

$$\text{আবার, } R' = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha} = R$$

$$\text{বা, } R = \sqrt{(8\text{N})^2 + (8\text{N})^2 + 2 \times 8\text{N} \times 8\text{N} \cos 120^\circ} \\ = 8\text{N}$$

প্রশ্নমালা

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন :

- ১। স্থির জড়তা ও গতি জড়তা কাকে বলে ?
- ২। মৌলিক বলগুলোর আপেক্ষিক তীব্রতা লিখ। [জ. বো. ২০০১]
- ৩। ভরবেগ কাকে বলে ? এর এককের নাম লিখ। [ব. বো. ২০০৮]
- ৪। মৌলিক বল কত প্রকার ও কি কি ? [জ. বো. ২০০২]
- ৫। বলের সংজ্ঞা দাও এবং এর এস. আই. এককের নাম লিখ।
- ৬। বল এবং ভরবেগের মাত্রা সমীকরণ লিখ।
- ৭। ভরবেগের সংরক্ষণনীতি বিবৃত কর। [জ. বো. ২০০০; সি. বো. ২০০৮]
- ৮। মৌলিক বল সম্বন্ধে ধারণা ব্যক্ত কর। [কু. বো. ২০০২; কু. বো. ২০০১]
- ৯। নিউটন কি ? 10 নিউটন বল কথাটির অর্থ কি ?
- ১০। বন্দুক হতে গুলি ছুড়লে এটি পিছনের দিকে ধাক্কা দেয় কেন—ব্যাখ্যা কর।
- ১১। নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্রের একটি ব্যবহারিক প্রয়োগ উল্লেখ কর।
- ১২। ঘাত বল ও বলের ঘাত কি ? [জ. বো. ২০০৫ ; কু. বো. ২০০৩; চ. বো. ২০০৩; য. বো. ২০০২; ব. বো. ২০০১]
- ১৩। বলের ঘাত বলতে কি বুঝ ? [রা. বো. ২০০৬]
- ১৪। টেনসন বা টান বল কি ?
- ১৫। সংজ্ঞা দাও : (ক) স্থির ও চল ঘর্ষণ, (খ) স্থির ও চল ঘর্ষণ কোণ। (গ) ঘাত বল [য. বো. ২০০৬ ; জ. বো. ২০০৪]
- ১৬। স্থির ঘর্ষণ গুণাঙ্কের সংজ্ঞা দাও। [য. বো. ২০০৫ ; জ. বো. ২০০৩; কু. বো. ২০০৬, ২০০৩]
- ১৭। স্থিতি কোণ কি ? [সি. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০২] দেখাও যে স্থির ঘর্ষণ গুণাঙ্ক স্থিতিকোণের ট্যানজেন্ট-এর সমান।
- ১৮। ঘর্ষণ কিভাবে কমান যায় ?
- ১৯। ঘর্ষণ বলের সুবিধা ও অসুবিধা কি কি ?
- ২০। ঘর্ষণ বল কোন শর্তের উপর নির্ভর করে ?
- ২১। ঘর্ষণ বল কিভাবে উৎপন্ন হয় ?
- ২২। বলের ভারসাম্য কাকে বলে ? [জ. বো. ২০০৬, ২০০৮; ব. বো. ২০০৩; জ. বো. ২০০১]
- ২৩। লামীর উপপাদ্য বিবৃত কর।
- ২৪। একটি বস্তু সাম্যাবস্থায় থাকবে যদি এর ত্বরণ শূন্য হয়—ব্যাখ্যা কর।

- ২৫। ঘর্ষণ বল কি ?
২৬। আবর্ত ঘর্ষণ ও স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক কাকে বলে ?
২৭। ঘর্ষণ কি ?

[ব. বো. ২০০০] [সি. বো. ২০০৬, ২০০৩] [য. বো. ২০০৩; ব. বো. ২০০২; ঢা. বো. ২০০০]

রচনামূলক প্রশ্ন :

- ১। বস্তুর জড়তা বলতে কি বুঝ ? স্থিতিজড়তা ও গতিজড়তা উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর।
২। মৌলিক বল কত প্রকার ও কি কি ? [ঢা. বো. ২০০২; কু. বো. ২০০০] এ বলগুলো ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০০২]
৩। মৌলিক বলগুলো কোথায় কার্যকর ? এদের তীব্রতার তুলনা কর। বলের একীভূতকরণ বলতে কি বুঝ ?
৪। নিউটনের প্রথম গতিসূত্রটি বিবৃত কর এবং ব্যাখ্যা কর।
৫। নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রটি বিবৃত কর ও ব্যাখ্যা কর।
৬। নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর ও ব্যাখ্যা কর।
৭। নিউটনের গতিসূত্রসমূহ বিবৃত কর। $F = m \vec{a}$ সমীকরণটি প্রতিপাদন কর।

[ঢা. বো. ২০০৫ ; য. বো. ২০০৫, ২০০৩, ২০০১ ; ব. বো. ২০০৫, ২০০২ ;
সি. বো. ২০০১ ; রা. বো. ২০০০ ; কু. বো. ২০০৫, ২০০০]

- ৮। নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রটি বিবৃত কর। $\vec{F} = m \vec{a}$ সমীকরণটি বের কর এবং একক বলের সংজ্ঞা দাও।

- ৯। ^{১০} নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্র বিবৃত কর। এটি হতে কিভাবে প্রথম সূত্র পাওয়া যায় ব্যাখ্যা কর।

- ১০। নিউটনের গতিবিশয়ক দ্বিতীয় সূত্র থেকে বল পরিমাপের রাশিমালা নির্ণয় কর এবং তা থেকে দেখাও যে, বস্তুর উপর নীট বল শূন্য হলে বস্তুর বেগ অপরিবর্তিত থাকে। [সি. বো. ২০০৫]

- ১১। ঘাতবল বলতে কি বুঝ ? প্রমাণ কর যে বলের ঘাত এবং ভর বেগের পরিবর্তন সমান।

[সি. বো. ২০০৫ ; রা. বো. ২০০৩]

- ১২। ভরবেগের নিয়তা সূত্রটি বিবৃত কর এবং প্রমাণ কর।

[সি. বো. ২০০৬, ২০০২ ; রা. বো. ২০০৫, ২০০২ ; চ. বো. ২০০২ ; কু. বো. ২০০১ ;
ব. বো. ২০০১ ; ঢা. বো. ২০০০]

- ১৩। ভরবেগের সূত্রটি বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর।

[কু. বো. ২০০৪ ; সি. বো. ২০০২]

- ১৪। বলের ঘাত বলতে কি বুঝ ? বলের ঘাতের ধারণা হতে ভরবেগের নিয়তা সূত্রটি প্রমাণ কর।

- ১৫। নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর। এর সাহায্যে ভরবেগের নিয়তা সূত্রটি প্রমাণ কর।

- ১৬। একটি রাকেটের কার্যনীতি ব্যাখ্যা কর। ঘাত-ভরবেগের পরিবর্তন সূত্র ব্যবহার করে রাকেটের ত্বরণের রাশিমালা প্রতিপাদন কর। অথবা, রাকেটের ধাকাজনিত বলের রাশিমালা নির্ণয় কর। [ব. বো. ২০০২]

- ১৭। ঘর্ষণ কাকে বলে ? স্থির ঘর্ষণ ও চল ঘর্ষণের সূত্রগুলো বর্ণনা কর।

[ঢা. বো. ২০০০ ; ব. বো. ২০০১]

- ১৮। স্থিতি কোণ ও ঘর্ষণ কোণের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।

[য. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০৬]

- ১৯। ঘর্ষণ কোণ ও স্থিতি কোণ কি ? দেখাও যে এরা পরস্পর সমান।

[য. বো. ২০০৪]

- ২০। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র হতে দেখাও যে m ভরের একটি বস্তুর আদি বেগ v_0 অভিমুখে F পরিমিত সমবল t সময় ক্রিয়া করলে তার বেগ বৃদ্ধি পেয়ে $v = v_0 + \frac{F}{m} t$ হবে।

- ২১। ডেক্টের চিত্রে সাহায্যে বিভিন্ন বলের ভারসাম্য ব্যাখ্যা কর।

- ২২। দেখাও যে কোন বিন্দুতে ক্রিয়ার তিনটি বল যদি সাম্যাবস্থায় থাকে, তবে প্রত্যেকটি বল অপর বল দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণের সমানুপাতিক।

গাণিতিক সমস্যাবলি :

- ১। 40 N এর একটি বল 10 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করে। ত্বরণ বের কর। [উৎ : 4 ms^{-2}]

- ২। ^{১০}একটি শ্রব বল 50 kg ভরের একটি বস্তুর উপর ক্রিয়া করে। ভরবেগের পরিবর্তন নির্ণয় কর। [উৎ : 200 N]

- ৩। 30 ms^{-1} বেগে গতিশীল 50 kg ভরের একটি বস্তুর ভরবেগ নির্ণয় কর। [উৎ : 1500 kg ms^{-1}]

- ৪। (ক) 5 N বল কোন বস্তুর উপর 6 s ক্রিয়া করে। ভরবেগের পরিবর্তন নির্ণয় কর। [উৎ : 30 kg ms^{-1}]

- (খ) একটি বস্তুর ভর 0.05 kg । 0.04 ms^{-2} ত্বরণ সূচিটি করতে কত বল প্রয়োগ করতে হবে ? [উৎ : 0.002 N]

- ৫। 100 kg ভর বিশিষ্ট একটি বস্তুর উপর 100 N বল 5 s ব্যাপী ক্রিয়া করে। বস্তুটির ভরবেগের পরিবর্তন বা বলের ঘাত বের কর। [উৎ : 500 kg ms^{-1}]

- ৬। 40 N বল 5 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর 5 s ক্রিয়া করল। বস্তুটির বেগের পরিবর্তন বের কর। [উৎ : 40 ms^{-1}]

- ৭। 100 N বল 25 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর 5 s ক্রিয়া করে। বেগের মান নির্ণয় কর। [উৎ : 20 ms^{-1}]

১০। একটি বল 100 kg ভৱের একটি বস্তুর উপর 10 s ক্রিয়া কৰে একে স্থিতিশীল অবস্থা হতে 200 m টেনে নিয়ে যায়। বলের মান নির্ণয় কৰ। [উৎপন্ন বেগ : 400 N]

১১। 2 kg ভৱের একটি বস্তুর উপর 4N বল 10 s ক্রিয়া কৰে। বস্তুটির (ক) তুরণ, (খ) প্রাপ্ত বেগ এবং (গ) অতিক্রান্ত দূৰত্ব নির্ণয় কৰ। [উৎপন্ন বেগ : (ক) 2 ms^{-2} , (খ) 20 ms^{-1} এবং (গ) 100 m]

১২। একটি ধূব বল 10 kg ভৱের একটি স্থির বস্তুর উপর 3 s ক্রিয়া কৰে থেমে যায়। বস্তুটি পৰবৰ্তী 3s-এ 36 m দূৰত্ব অতিক্রম কৰলে বলের মান নির্ণয় কৰ। [উৎপন্ন বেগ : 40 N]

১৩। 50 N এৱে একটি বল 10 kg ভৱের একটি স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া কৰে। যদি 4 s পৰে বলটি ক্রিয়া না কৰে তবে প্ৰথম হতে 8 s-এ বস্তু কত দূৰত্ব অতিক্রম কৰবে নির্ণয় কৰ। [উৎপন্ন বেগ : 120 m]

১৪। সমতুরণে ধাৰমান 3 kg ভৱের একটি বস্তু এৱে গতির 5th সেকেন্ডে ও 8th সেকেন্ডে যথাক্রমে 0.18 m এবং 0.30 m দূৰত্ব অতিক্রম কৰে। ক্রিয়াশীল বলের মান নির্ণয় কৰ। [উৎপন্ন বেগ : 0.12 N]

১৫। 40 kg এবং 60 kg ভৱের দুটি বস্তু পৰস্পৰ বিপৰীত দিকে যথাক্রমে 10 ms^{-1} এবং 2 ms^{-1} বেগে যাওয়াৰ পথে একে অপৱকে ধাৰা দিল। ধাৰার পৰ বস্তু দুটি এক সাথে যুক্ত থেকে কত বেগে চলতে থাকবে? [উৎপন্ন বেগ : 2.8 ms^{-1}]

১৬। 5 kg ভৱের একটি বস্তু 10 ms^{-1} বেগে চলত অবস্থায় 3 ms^{-1} বেগে একই দিকে গতিশীল 2 kg ভৱের অপৱ একটি বস্তুৰ সাথে মিলিত হয়ে এক হয়ে যায়। মিলিত হয়ে একটি বস্তুতে পৱিণ্ঠ হওয়াৰ পৰ এৱে বেগ কত হবে? [উৎপন্ন বেগ : 8 ms^{-1}]

১৭। 5 kg ভৱের একটি বলুক হতে 0.01 kg ভৱের একটি গুলি 400 ms^{-1} বেগে বেৱ হয়ে গেল। বলুকেৰ পচাঃ বেগ নির্ণয় কৰ। [উৎপন্ন বেগ : 80 ms^{-1}]

১৮। 15 kg ভৱের একটি বস্তুৰ উপৰ কত বল প্ৰয়োগ কৰলে 1 মিনিটে এৱে বেগ 3.6 km/s বৃদ্ধি পাবে? [উৎপন্ন বেগ : 900 N]

১৯। 0.01 kg ভৱের একটি বুলেট 4 kg ভৱের একটি রাইফেল হতে 200 ms^{-1} বেগে নিষিক্ষিত হল, রাইফেলেৰ পচাঃ বেগ বেৱ কৰ। [উৎপন্ন বেগ : 0.50 ms^{-1}]

২০। 0.3 kg ভৱের রাইফেলেৰ গুলি 30 ms^{-1} বেগে বেৱ হয়ে গেল। রাইফেলটি যদি 0.6 ms^{-1} বেগে পচাঃ দিকে আসতে চায় তবে রাইফেলেৰ ভৱ নির্ণয় কৰ। [উৎপন্ন ভৱ : 1.5 kg]

২১। মেঘেৰ সাথে 37° কোণ কৰে 30 kg উজ্জনেৰ একখন্ত ব্ৰককে 200 N বল দারাই টানা হচ্ছে। যদি মেঘে ও ব্ৰকেৰ মধ্যে গতিয় ঘৰ্ষণ গুণাঙ্ক 0.3 হয়, তবে ব্ৰকেৰ তুৰণ নির্ণয় কৰ। [উৎপন্ন ভৱ : 3.58 ms^{-2}]

২২। 1.6 kg ভৱেৰ একটি বস্তুকে 1.2 ms^{-2} তুৰণে গতিশীল কৰতে কত বল প্ৰয়োগ কৰতে হবে? বস্তুৰ উপৰ ক্রিয়াৱত ঘৰ্ষণ জনিত বল = $2 \times 10^{-3} \text{ N}$ । [উৎপন্ন ভৱ : 1.922 N]

২৩। 36 kg ভৱেৰ একটি বস্তুৰ উপৰ কত বল প্ৰয়োগ কৰলে 1 মিনিটে তাৰ বেগ 15 km/hr বৃদ্ধি পাবে? [২.৫ N]

২৪। 400 kg ভৱেৰ একটি মটৰ গাড়ি মিনিটে 30 km বেগে চলে। ব্ৰেক চেপে একে 100 m দূৰত্বে থামিয়ে দেয়া হল। যদি মাটিৰ ঘৰ্ষণ জনিত বল 1000 N হয়, তবে ব্ৰেক জনিত বলেৰ মান নির্ণয় কৰ। [উৎপন্ন ভৱ : $49 \times 10^3 \text{ N}$]

২৫। দুটি তলেৰ মধ্যকাৰ স্থিৰ ঘৰ্ষণ কোণ 60° । তাদেৰ ঘৰ্ষণ গুণাঙ্ক কত? [উৎপন্ন ভৱ : $\sqrt{3}$]

২৬। 10 ms^{-1} বেগে মেঘেৰ উপৰ দিয়ে গড়িয়ে যাওয়া 0.02 kg ভৱেৰ একটি মাৰ্বেল 20 s চলার পৰ থেমে গেল। ঘৰ্ষণ বলেৰ মান নির্ণয় কৰ। [উৎপন্ন ভৱ : 0.02 N]

২৭। 1 kg ভৱেৰ একটি বস্তু 30° কোণে আনত একটি অমসূণ তলে চৱম স্থিৰাবস্থায় আছে। ঘৰ্ষণ গুণাঙ্ক ও অভিসম্প্ৰতিক্রিয়া নির্ণয় কৰ। [উৎপন্ন ভৱ : $\frac{1}{4.9\sqrt{3}} \text{ N}$]

২৮। 50 kg ভৱেৰ এক ব্যক্তি 1950 kg ভৱেৰ একটি গাড়ি স্থিৰাবস্থা থেকে প্ৰথম 10 সেকেন্ডে সমতুৰণে চালাল। অতঃপৰ 10 মিনিট সমবেগে চালানোৰ পৰ ব্ৰেক চেপে 1 সেকেন্ডের মধ্যে গাড়ি থামাল। যাত্রা শুৰুৰ 4 সেকেন্ডে পৰ গাড়িৰ বেগ 8 ms^{-1} হলে গাড়ি কৰ্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূৰত্ব এবং গাড়ি থামাতে প্ৰযুক্ত বলেৰ মান বেৱ কৰ।

[চ. বো. ২০০২ ; উৎপন্ন ভৱ : 12110 m ; $40,000 \text{ N}$]

২৯। 5 kg ভৱেৰ একটি বস্তু 10 ms^{-1} বেগে উত্তৰ দিকে এবং 3 kg ভৱেৰ অপৱ একটি বস্তু 5 ms^{-1} বেগে দক্ষিণ দিকে একই সৱলৈৰেখা বৱাবৰ চলা অবস্থায় একে অপৱকে ধাৰা দিল। ধাৰার পৰ বস্তুত্বয় সংযুক্ত অবস্থায় কত বেগ এবং কোন দিকে চলবে? [উৎপন্ন ভৱ : 4.375 ms^{-1} , উত্তৰ দিকে]

৩০। 0.6 kg ভৱেৰ একটি ফুটবল 25 ms^{-1} বেগে গতিশীল থাকা অবস্থায় একজন খেলোয়াড় সজোৱে লাখি আৱল; ফলে বলটি একইদিকে 40 ms^{-1} বেগ প্ৰাপ্ত হল। খেলোয়াড়ৰ পা কৰ্তৃক প্ৰযুক্ত বলেৰ ঘাত কত? [উৎপন্ন ভৱ : 9 kg ms^{-1}]

৩১। কোন মেঘেতে স্থাপিত 500 N -এৱে একটি কাঠেৰ বালোৰ উপৰ 200 N বল প্ৰয়োগ কৰলে বালটি চলা শুৰু কৰে। মেঘে ও কাঠেৰ বালোৰ মধ্যবৰ্তী ঘৰ্ষণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কৰ। [উৎপন্ন ভৱ : 0.4]

৩২। 200 kg ভৱেৰ একটি মোটৰ গাড়ি ঘণ্টায় 108 km বেগে চলে। ব্ৰেকেৰ সাহায্যে গাড়িটিকে 20 m দূৰত্বে থামিয়ে দেয়া হল। বাঁধাদানকাৰী বলেৰ মান বেৱ কৰ। [উৎপন্ন ভৱ : 4500 N]

৩৩। 36 kg ভৱেৰ একটি বস্তুৰ উপৰ কত বল প্ৰয়োগ কৰলে 1 মিনিটে এৱে বেগ 15 kmh^{-1} বৃদ্ধি পাবে? [উৎপন্ন ভৱ : 2.5 N]

৩৪। 25 kg ভৱেৰ একটি বস্তুৰ উপৰ কত বল ক্রিয়া কৰলে, তুৰণ 8 ms^{-2} হবে? [উৎপন্ন ভৱ : 200 N]



কৌণিক গতিসূত্র

LAWS OF CIRCULAR MOTION

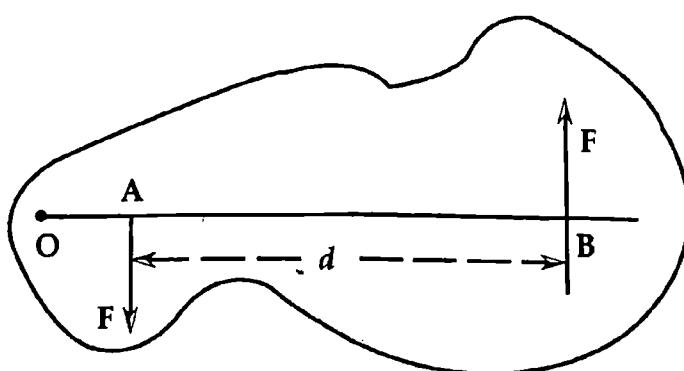
৫.১ সূচনা Introduction

নিউটনের ১ম সূত্র থেকে আমরা জানি প্রত্যেক বস্তু যে অবস্থাতে থাকে বাইরে থেকে এই অবস্থার পরিবর্তন ঘটতে চেষ্টা করলে ‘জড়তা’ ধর্মের দ্রুন বস্তু সেই চেষ্টাকে বাধা দেয়। বস্তুর ভরের হ্রাস-বৃদ্ধিতে জড়তারও হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটে। ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রেও জড় বস্তু তার অবস্থার পরিবর্তনের প্রকাশকে প্রতিরোধের চেষ্টা করে অর্ধাং ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রেও এক ধরনের জড়তা প্রকাশ পায়। এই জড়তা নির্ভর করে ঘূর্ণাক্ষের সাপেক্ষে বস্তুর বিভিন্ন কণার দ্রুত ও তার বিন্যাসের উপর।

ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে রৈখিক গতির অনুরূপ বেগ, দ্বরণ, ভরবেগ, বল ইত্যাদি রাশিগুলো রয়েছে। এই সমস্ত রাশিগুলো কৌণিক মানের উপর নির্ভর করে, তাই এদের সঙ্গে সংশ্লিষ্ট গতিসূত্রকে কৌণিক গতিসূত্র বলে। এই অধ্যায়ে আমরা দন্ত, জড়তার ভাষক, কৌণিক ভরবেগ, কৌণিক গতির জন্য নিউটনের সূত্র, টর্ক, কেন্দ্রমুখী বল এবং এদের সঙ্গে সংশ্লিষ্ট গতির বিভিন্ন দিক আলোচনা করব।

৫.২ দন্ত বা কাপল বা যুগল Couple

সংজ্ঞা : একটি বস্তুর দুটি বিভিন্ন বিন্দুতে প্রযুক্তি দুটি সমান, সমান্তরাল এবং বিপরীতমুখী বলকে দন্ত বা যুগল (Couple) বলে।



চিত্র ৫.১

মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্বের গুণফল দ্বারা দন্তের ভাষক পরিমাপ করা হয়। দন্তের ভাষককে অনেক সময় টর্ক (Torque) বলা হয়। F যদি দন্তের একটি বল হয় এবং AB বল দুটির মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব হয়, তবে

$$\text{দন্তের ভাষক} = F \times AB = F \times d$$

এই ভাষক ধনাত্মক ও ঋণাত্মক হতে পারে। যে দন্তের প্রয়োগে বস্তু ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে (anti-clockwise) ঘূরে, তার ভাষককে ধনাত্মক ভাষক; আর যে দন্তের প্রয়োগে বস্তু ঘড়ির কাঁটার দিকে (clockwise) ঘূরে তার ভাষককে ঋণাত্মক ভাষক বলে।

ব্যাখ্যা : মনে করি কোন দৃঢ় বস্তুর A এবং B বিন্দুতে একই মানের দুটি সমান্তরাল এবং বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করা হল। [চিত্র ৫.১]। এমতাবস্থায় এই দন্তের ক্রিয়ায় বস্তুটি আর সাম্যাবস্থায় থাকতে পারবে না, তার ঘূর্ণন ঘটবে। দন্ত প্রযুক্তি হলেই বস্তু ঘূরার সুযোগ পায়। দন্তের প্রয়োগের সময় বল দুটির মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব AB -কে দন্তের বাহু (Arm) বলা হয়। যে কোন একটি বলের মান এবং বল দুটির

হন্দেৱ ভামকেৱ মাত্ৰা সমীকৰণ (Dimension of moment of a couple)

হন্দেৱ ভামকেৱ মাত্ৰা সমীকৰণ,

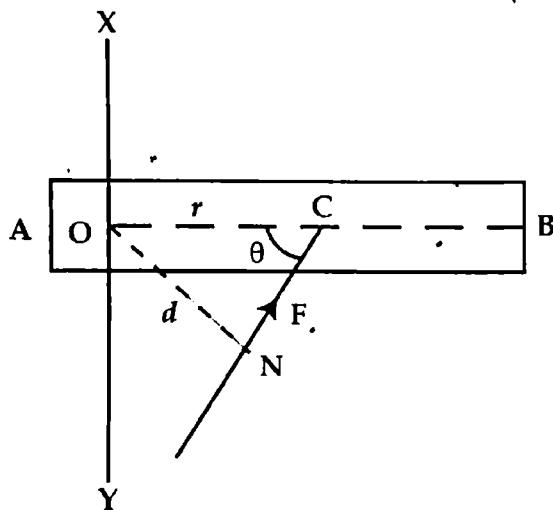
$$[\text{হন্দেৱ ভামক}] = [\text{বল} \times \text{দূৰত্ব}] = [MLT^{-2} \times L] = [ML^2T^{-2}]$$

৫.৩ .টক বা বলেৱ ভামক

Torque or Moment of a force

কোন দৃঢ় বস্তু একটি বিন্দুকে কেন্দ্ৰ কৰে ঘূৰতে পাৱে। যেমন দেয়ালে ঝুলানো ফটো পেৱেক ও সুতাৱ সংযোগ বিন্দুৱ সাপেক্ষে ঘূৰতে থাকে ; আবাৱ গাড়িৱ চাকা তাৱ অক্ষেৱ সাপেক্ষে ঘূৰতে পাৱে।

কোন নিৰ্দিষ্ট অক্ষেৱ চারদিকে ঘূৰ্ণযমান কোন বস্তুতে তুৱণ সূক্ষ্টিৱ জন্যে প্ৰযুক্ত হন্দেৱ ভামককে টক বা বলেৱ ভামক বলে। একে τ (টাউ) দ্বাৱা সূচিত কৱা হয়।



চিত্ৰ ৫.২.

ব্যাখ্যা : ধৰা যাক, O বিন্দুতে একটি পাতলা পাত অনুভূমিক অবস্থায় এমনভাৱে আবদ্ধ আছে যে তা উল্লম্ব অক্ষ XOX'-এৰ চতুর্দিকে O-কে কেন্দ্ৰ কৰে ঘূৰতে পাৱে [চিত্ৰ ৫.২]। পাতটিকে তাৱ কোন বিন্দু C-তে বল প্ৰয়োগ কৰে ঘূৰালৈ দেখা যায় যে,

(১) প্ৰযুক্ত বলেৱ মান যত বেশি হবে, তাৱ ঘূৰ্ণন সূক্ষ্টিৱ ক্ষমতাও তত বেশি হবে।

(২) O হতে প্ৰযুক্ত বল F-এৰ লম্ব দূৰত্ব d যত বেশি হবে, ঐ বলে ঘূৰ্ণন সূক্ষ্টিৱ ক্ষমতাও তত বেশি হবে।

(৩) বলেৱ ক্ৰিয়ামুখ O বিন্দু অভিমুখী হলে, পাতটিতে কোন ঘূৰ্ণন হবে না।

উপৰোক্ত কাৱণে কোন অক্ষ বা বিন্দুৱ সাপেক্ষে কোন বলেৱ ভামকেৱ মান বলেৱ পৱিমাণ ও অক্ষ হতে বলেৱ ক্ৰিয়া রেখার লম্ব দূৰত্ব d-এৰ গুণফল দ্বাৱা নিৰ্দিষ্ট হয়।

$$\tau = d \times F \quad (1)$$

বা, বলেৱ ভামক বা টক = বল \times লম্ব দূৰত্ব

চিত্ৰ ৫.২-এ O হতে F বলেৱ ক্ৰিয়াবিন্দু C-এৰ দূৰত্ব $= r$ ও F বলেৱ ক্ৰিয়ারেখা NC-এৰ দূৰত্ব $= d$ এবং $\angle NCO = \theta$ নিৰ্দেশ কৱা হয়েছে।

$$\text{কাজেই, } ON = d = r \sin \theta$$

$$\tau = d \times F = r F \sin \theta$$

ভেট্টেৱ বীজগণিতেৱ সাহায্যে τ -কে নিম্ন উপায়ে লেখা হয়,

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (2)$$

এখানে, \vec{r} ও \vec{F} যথাক্রমে অবস্থান ভেট্টেৱ ও প্ৰযুক্ত বল। r ও F যে তলে অবস্থিত τ -এৰ দিক হবে ঐ তলেৱ অভিলম্ব বৱাবৰ। ঘড়িৱ কাঁটাৱ বিপৰীত দিকে অৰ্থাৎ বামাবৰ্তে (anti-clockwise) ঘূৰ্ণনেৱ জন্য τ -এৰ অভিমুখ হচ্ছে উপৰ দিকে এবং মান ধনাত্মক। ঘড়িৱ কাঁটাৱ দিকে অৰ্থাৎ দক্ষিণাবৰ্তে (clockwise) ঘূৰ্ণনেৱ জন্য τ -এৰ অভিমুখ নিচেৱ দিকে এবং মান ঋণাত্মক।

সমীকৰণ (2) অনুসাৱে টকেৱ নিম্নোক্ত গাণিতিক সংজ্ঞা দেয়া যায়।

সংজ্ঞা : অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত বস্তুর উপর যে বিদ্যুতে বল ক্রিয়াশীল এবং বিদ্যুত অবস্থান ডেটার ও প্রযুক্তি বলের ডেটার গুণফলকে টর্ক বলে।

টর্ক বা বলের ভাবকের একক (Unit of torque or moment of a force)

এস. আই. পদ্ধতিতে টর্ক বা বলের ভাবকের একক নিউটন-মিটার (N-m)।

টর্ক বা বলের ভাবকের মাত্রা সমীকরণ (Dimension of torque or moment of force)

টর্ক বা বলের ভাবকের সংজ্ঞা হতে এর মাত্রা সমীকরণ প্রতিপাদন করা যায়। বলের ভাবকের মাত্রা সমীকরণ,

$$\begin{aligned} \text{[টর্ক বা বলের ভাবক]} &= [\text{বল} \times \text{দূরত্ব}] = [MLT^{-2} \times L] \\ &= [ML^2 T^{-2}] \end{aligned}$$

৫.৪ টর্ক ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক

Relation between torque and angular accelerations

আমরা জানি সরলরেখায় চলমান কোন বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টির জন্যে বল প্রয়োগের প্রয়োজন। তেমনি নির্দিষ্ট অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোন বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টির জন্যে একটি দলের প্রয়োজন হয়। এই দলের ভাবককে টর্ক বলে।

ধরি একটি বস্তু একটি নির্দিষ্ট অক্ষ AB-এর চারদিকে ω সমকৌণিক বেগে ঘূরছে। এখন তার উপর একটি যুগল প্রয়োগ করায় তার কৌণিক বেগ বৃদ্ধি পাবে অর্থাৎ বস্তুতে কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি হবে। বস্তুতে সৃষ্টি এই কৌণিক ত্বরণ তার প্রত্যেকটি কণার কৌণিক ত্বরণের সমান। কিন্তু ঘূর্ণাক্ষ হতে কণাগুলো বিভিন্ন দূরত্বে অবস্থান করে বিভিন্ন রৈখিক ত্বরণ লাভ করবে। ঘূর্ণাক্ষ হতে কণার দূরত্ব যত বেশি হবে রৈখিক ত্বরণের মানও তত বেশি হবে।

ধরি বস্তুটি m_1, m_2, m_3 ইত্যাদি ভরের কতকগুলো কণার সমন্বয়ে গঠিত এবং ঘূর্ণাক্ষ হতে কণাগুলোর দূরত্ব যথাক্রমে r_1, r_2, r_3 ইত্যাদি।

বর্ণনা অনুসারে, বস্তুটির প্রত্যেকটি কণার কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

তা হলে m_1 ভরের বস্তু কণাটির রৈখিক ত্বরণ $= r_1 \frac{d\omega}{dt}$

এই কণার উপর প্রযুক্তি বল = ভর \times রৈখিক ত্বরণ $= m_1 r_1 \frac{d\omega}{dt}$

ঘূর্ণাক্ষের সাপেক্ষে কণাটির উপর ক্রিয়ারত বলের ভাবক = বল \times ঘূর্ণাক্ষ হতে বস্তু কণার দূরত্ব
 $= m_1 r_1 \frac{d\omega}{dt} \times r_1 = m_1 r_1^2 \frac{d\omega}{dt}$

অনুরূপভাবে শেখা যায় m_2, m_3, m_4, \dots ইত্যাদি ভরের বস্তুকণার উপর ক্রিয়ারত বলের ভাবক
 যথাক্রমে $m_2 r_2^2 \frac{d\omega}{dt}, m_3 r_3^2 \frac{d\omega}{dt}, m_4 r_4^2 \frac{d\omega}{dt}$ ইত্যাদি।

তা হলে উপরোক্ত ভাবকগুলোর সমষ্টিই উক্ত বস্তুর উপর ক্রিয়ারত দলের ভাবক বা টর্ক,

$$\tau = m_1 r_1^2 \frac{d\omega}{dt} + m_2 r_2^2 \frac{d\omega}{dt} + m_3 r_3^2 \frac{d\omega}{dt} + m_4 r_4^2 \frac{d\omega}{dt} +$$

$$= (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots) \frac{d\omega}{dt} = I \frac{d\omega}{dt} = I\alpha$$

$$\therefore \tau = I \frac{d\omega}{dt} = I\alpha$$

(3)

বা, টক = অড়তার আমক \times কৌণিক তুলন। কৌণিক তুলনের আবর্তনসূত বস্তুকণার উপর ক্রিয়াৱত হন্দের টক হবে ঘূৰ্ণকের সাপেক্ষে তাৰ অড়তার আমক ও কৌণিক তুলনের গুণফলের সমান।

$$\text{আবার } \frac{d\omega}{dt} = 1 \text{ হলে, } \tau = I$$

কোন অক্ষের চারদিকে ঘূৰ্ণযান কোন দৃঢ় বস্তুৰ উপৰ যে টক ক্রিয়া কৰলে তাতে একক কৌণিক তুলনের সূচি হয় তাকে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে তাৰ অড়তার আমক বলে।

৫.৫ কৌণিক ভৱবেগ

Angular momentum

সংজ্ঞা : ঘূৰ্ণনসূত কোন বস্তুকণার ব্যাসাৰ্ধ তেষ্টৰ ও রৈখিক ভৱবেগেৰ তেষ্টৰ গুণফলকে কৌণিক ভৱবেগ বলে।

ব্যাখ্যা : মনে কৰি \vec{r} = ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰেৰ সাপেক্ষে
কোন বস্তুকণার ব্যাসাৰ্ধ তেষ্টৰ

এবং \vec{P} = বস্তুৰ রৈখিক ভৱবেগ

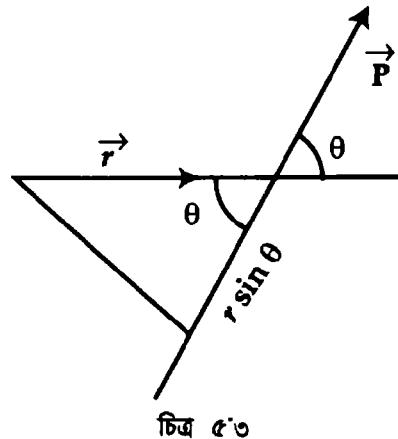
অতএব, সংজ্ঞানুসারে বস্তুটিৰ কৌণিক ভৱবেগ

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} \quad (4)$$

এটি একটি তেষ্টৰ রাশি।

মান ও দিক : কৌণিক ভৱবেগেৰ মান

$$L = rp \sin \theta$$



চিত্ৰ ৫.৩

এখানে θ হচ্ছে \vec{r} ও \vec{p} -এৰ মধ্যবৰ্তী কোণ [চিত্ৰ ৫.৩]। ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰ হতে ভৱবেগেৰ ক্রিয়াৰেখাৰ লম্ব দূৰত্ব হচ্ছে $r \sin \theta$ । অতএব, কোন বস্তুকণার ভৱবেগ ও ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰ হতে ভৱবেগেৰ ক্রিয়াৰেখাৰ লম্ব দূৰত্বেৰ গুণফল কৌণিক ভৱবেগেৰ মান নিৰ্দেশ কৰে।

\vec{r} ও \vec{p} যে তলে অবস্থিত \vec{L} এৰ দিক হবে ঐ তলেৰ লম্ব বৱাবৰ। কুস গুণনেৰ নিয়ম দ্বাৱা \vec{L} -এৰ দিক নিৰ্ধাৰিত হবে।

অনুসিদ্ধান্ত : কণাটি বৃত্তাকার পথে বৃত্তেৰ কেন্দ্ৰেৰ সাপেক্ষে গতিশীল হলে, \vec{r} ও \vec{p} -এৰ মধ্যবৰ্তী কোণ $\theta = 90^\circ$ । সেক্ষেত্ৰে

$$L = rp \sin \theta = rp = r(mv) = mr(r\omega) = mr^2\omega \quad \dots \dots \quad (5)$$

একক ও মাত্ৰা সমীকৰণ : এম. কে. এস. ও এস. আই. পন্থতিতে কৌণিক ভৱবেগেৰ একক হচ্ছে $\text{kgm}^2\text{s}^{-1}$ এবং মাত্ৰা সমীকৰণ

$$[L] = [\text{ভৱবেগ} \times \text{দূৰত্ব}] = [\text{MLT}^{-1} L] = [\text{ML}^2\text{T}^{-1}] \quad \checkmark$$

৫.৬ কৌণিক ভৱবেগ এবং কৌণিক বেগেৰ মধ্যে সম্পৰ্ক

Relation between angular momentum and angular velocity

মনে কৰি একটি বস্তু ω কৌণিক বেগে একটি অক্ষেৰ চারদিকে ঘূৰছে। বস্তুটি অনেকগুলো বস্তুকণার সমষ্টি হলে আমৱা শিখতে পাৰি,

$$L = l_1 + l_2 + l_3 + \dots \dots + l_n$$

[এখানে l_1, l_2, \dots, l_n পৱল্পৰ সমান্তৰাল।]

$$\begin{aligned}
 \text{বা, } L &= r_1 p_1 + r_2 p_2 + r_3 p_3 + \dots + r_n p_n \\
 &= r_1 m_1 v_1 + r_2 m_2 v_2 + \dots + r_n m_n v_n \\
 &= r_1 m_1 \omega r_1 + r_2 m_2 \omega r_2 + \dots \\
 &= m_1 r_1^2 \omega + m_2 r_2^2 \omega + \dots \\
 &= \omega \sum m r^2 \\
 &= I \omega
 \end{aligned} \tag{6}$$

অর্থাৎ $L = I\omega$

এটি হল কৌণিক ভরবেগ এবং কৌণিক বেগের সম্পর্ক। উক্ত সম্পর্ক হতে কৌণিক ভরবেগের অপর একটি সম্ভাব্য দেয়া যেতে পারে।

সম্ভাব্য : ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে কেবল একটি বস্তুর অড়তার আয়ক এবং কৌণিক বেগের গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।

৫.৭ ঘূর্ণায়মান বস্তুর গতিশক্তি

Kinetic energy of a rotating body.

ধরি একটি দৃঢ় বস্তু একটি নির্দিষ্ট অক্ষ AB-এর চারদিকে ω সমকৌণিক বেগে ঘূরছে। স্থির অবস্থা হতে শুরু করে এই কৌণিক বেগে গতিশীল করতে বস্তুর উপর কিছু কাজ করতে হয়েছে যা বস্তুতে গতিশক্তিরূপে সংরিত হয়েছে। এই গতিশক্তিই আবর্ত বা ঘূর্ণন গতিশক্তি।

যেহেতু বস্তুটি ω সমকৌণিক বেগে ঘূরছে কাজেই তার প্রতিটি কণার কৌণিক বেগ হবে ω । কিন্তু ঘূর্ণাক্ষ হতে বিভিন্ন কণার দূরত্ব বিভিন্ন হেতু এদের রৈখিক বেগ অবস্থান ভেদে বিভিন্ন হবে।

কাজেই বস্তুটি $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ ভরের কণার সমন্বয়ে গঠিত হলে ও ঘূর্ণাক্ষ হতে কণাগুলোর দূরত্ব যথাক্রমে $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ হলে m_1 ভরের কণাটির রৈখিক বেগ, $v_1 = \omega r_1$ । কাজেই তার গতিশক্তি $= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 \omega^2 r_1^2$

অনুরূপভাবে শেখা যায়,

$$m_2 \text{ ভরের কণাটির গতিশক্তি} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_2 \omega^2 r_2^2$$

$$m_3 \text{ ভরের কণাটির গতিশক্তি} = \frac{1}{2} m_3 v_3^2 = \frac{1}{2} m_3 \omega^2 r_3^2$$

$$m_n \text{ ভরের কণাটির গতিশক্তি} = \frac{1}{2} m_n v_n^2 = \frac{1}{2} m_n \omega^2 r_n^2$$

সমগ্র বস্তুটির গতিশক্তি,

$$\begin{aligned}
 \text{K. E.} &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} m_3 v_3^2 + \dots + \frac{1}{2} m_n v_n^2 \\
 &= \frac{1}{2} m_1 \omega^2 r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \omega^2 r_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \omega^2 r_3^2 + \dots + \frac{1}{2} m_n \omega^2 r_n^2 \\
 &= \frac{1}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots + m_n r_n^2) \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2
 \end{aligned}$$

বা
$$\boxed{\text{K. E.} = \frac{1}{2} \cdot I \omega^2}$$

(7)

সূর্ণায়মান বস্তুৰ গতিশক্তি,

$$K.E_r = \frac{1}{2} \times জড়তাৰ আমক \times কৌণিক বেগ^2 !$$

এখন $\omega = 1$ একক হলে, সমীকৰণ (4) থেকে পাই,

$$K.E. = \frac{1}{2} I \text{ বা, } I = 2 K.E.$$

অর্থাৎ, কোন নির্দিষ্ট অক্ষ বৱাবৰ একক সমকৌণিক বেগে সূৰ্ণনৱত কোন দৃঢ় বস্তুৰ জড়তাৰ আমক, সংখ্যাগতভাৱে এৱং গতিশক্তিৰ হিণুণ। অন্যভাৱে বলা যায়, কোন নির্দিষ্ট অক্ষ বৱাবৰ একক সমকৌণিক বেগে সূৰ্ণনৱত বা আবৰ্তনৱত কোন বস্তুৰ গতিশক্তি সংখ্যাগতভাৱে এৱং জড়তাৰ আমকেৰ অৰ্ধেক।

৫.৮ কৌণিক গতিৰ জন্য নিউটনেৰ সূত্ৰ

Newton's law for angular motion.

ৱৈধিক গতিৰ ক্ষেত্ৰে নিউটনেৰ গতিসূত্ৰগুলো পূৰ্বেৱ অধ্যায়ে আলোচনা কৰা হয়েছে। বস্তুৰ কৌণিক গতিৰ ক্ষেত্ৰেও নিউটনেৰ গতিসূত্ৰগুলো ভিন্নভূপে প্ৰযোজ্য। নিম্নে সূত্ৰগুলো বিবৃত ও ব্যাখ্যা কৰা হল।

(১) প্ৰথম সূত্ৰ : কোন বস্তুৰ উপৱ টক ক্ৰিয়াশীল না হলে স্থিৰ বস্তু স্থিৰ অবস্থানে এবং সূৰ্ণনৱত বস্তু সমকৌণিক বেগে ঘূৰতে থাকবে।

ব্যাখ্যা : সূত্ৰানুযায়ী বাহ্যিক টকৰে ক্ৰিয়াতেই কেবলমাত্ৰ বস্তুৰ কৌণিক বেগেৰ তথা কৌণিক ভৱবেগেৰ পৱিবৰ্তন সম্ভব। টকৰে ক্ৰিয়া ছাড়া বস্তুৰ কৌণিক বেগ হবে সমকৌণিক বেগ। আৱ বস্তু আপনা হতেই তাৰ কৌণিক ভৱবেগেৰ উপৱ প্ৰভাৱ ফেলতে পাৱে না। কৌণিক ভৱবেগেৰ পৱিবৰ্তনকাৰীই হচ্ছে টক। সূত্ৰাং, বস্তুৰ উপৱ টকৰে লম্বি শূন্য হলে ঐ বস্তুৰ কৌণিক তুলণও শূন্য হবে।

(২) দ্বিতীয় সূত্ৰ : সূৰ্ণনৱত কোন বস্তুৰ কৌণিক ভৱবেগেৰ পৱিবৰ্তনেৰ হাৱ ঐ বস্তুৰ উপৱ ক্ৰিয়াশীল টকৰে সমানুপাতিক এবং টক যে দিকে ক্ৰিয়া কৰে কৌণিক ভৱবেগেৰ পৱিবৰ্তনও ঐ দিকে ঘটে।

ব্যাখ্যা : সূত্ৰানুযায়ী কৌণিক ভৱবেগ $L = I\omega$ -এৱং পৱিবৰ্তনেৰ হাৱ $\frac{dL}{dt}$ প্ৰযুক্তি টক τ -এৱং সমানুপাতিক।

$$\text{অৰ্থাৎ, } \tau \propto \frac{dL}{dt} \propto I \frac{d\omega}{dt}$$

$$\propto I\alpha$$

$$\text{বা, } \tau = KI\alpha$$

এখানে K একটি সমানুপাতিক ধৰক। এস. আই. এককে $K = 1$

$$\therefore \boxed{\tau = I\alpha}$$

(8)

টক τ -এৱং অভিমুখেই কৌণিক ভৱবেগেৰ পৱিবৰ্তন dL সংঘটিত হবে।

বৰ্ণনা অনুযায়ী কৌণিক তুলণেৰ উৎসই টক।

তৃতীয় সূত্ৰ : প্ৰত্যেক ক্ৰিয়ামূলক টকৰে একটি সমান ও বিপৰীত প্ৰতিক্ৰিয়ামূলক টক আছে।

ব্যাখ্যা : বস্তু A অপৱ একটি বস্তু B-এৱং উপৱ $\vec{\tau}_{12}$ টক প্ৰয়োগ কৰলে B বস্তুও A-এৱং উপৱ সমান ও বিপৰীতমুৰী টক $\vec{\tau}_{21}$ প্ৰয়োগ কৰবে। এখানে A কৰ্তৃক B-এৱং উপৱ প্ৰযুক্তি টক $\vec{\tau}_{12}$ ক্ৰিয়ামূলক টক ও B কৰ্তৃক A-এৱং উপৱ প্ৰযুক্তি টক $\vec{\tau}_{21}$ হচ্ছে প্ৰতিক্ৰিয়ামূলক টক।

$$\vec{\tau}_{12} = - \vec{\tau}_{21} \text{ ও } \tau_{12} = \tau_{21}$$

প্ৰতিক্ৰিয়ামূলক টকৰে দিক ক্ৰিয়ামূলক টকৰে বিপৰীতমুৰী, তাই ক্ষণাত্মক চিহ্ন ব্যবহাৰ কৰা হয়েছে।

৫.৯ কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র Conservation law of angular momentum

কৌণিক গতির জন্য নিউটনের প্রথম সূত্র হতে আমরা জানি বাহ্যিক টর্কের ক্রিয়াতেই কেবলমাত্র বস্তুর কৌণিক বেগের তথা কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন হয়। টর্কের ক্রিয়া না থাকলে বস্তুটি সমকৌণিক বেগে ঘূরতে থাকে। অর্থাৎ সময়ের সাপেক্ষে কৌণিক বেগ ধ্রুব হয়। ফলে কৌণিক ভরবেগও ধ্রুব হয়। একে কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র বলে। সুতরাং বলা যায়, কোন বস্তুর উপর টর্কের লক্ষি শূন্য হলে বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।

গাণিতিক প্রমাণ : আমরা জানি কৌণিক ভরবেগ,

$$L = I\omega \quad (9)$$

এখানে L বস্তুর কৌণিক ভরবেগ, I জড়তার ভ্রামক এবং ω কৌণিক বেগ।

সমীকরণ (9)-কে সময়ের সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাওয়া যায়,

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt} \left(I\omega = I \frac{d\omega}{dt} \right)$$

$$\text{কিন্তু } \frac{d\omega}{dt} = \alpha$$

$$\text{অতএব, } \frac{dL}{dt} = I\alpha = \tau \quad [\text{নিউটনের কৌণিক গতির ২য় সূত্র অনুসারে}]$$

এখন $\tau = 0$, অর্থাৎ বস্তুর উপর টর্ক ক্রিয়াশীল না হলে,

$$\frac{dL}{dt} = 0$$

$$L = \text{ধ্রুবক}$$

কাজেই, বস্তুর উপর ক্রিয়ারত বহিস্থ টর্কের লক্ষি শূন্য হলে, ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন হবে না। এটিই কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র।

৫.১০ জড়তার ভ্রামক এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ Moment of inertia and radius of gyration

জড়তার ভ্রামক

Moment of inertia

যখন কোন দৃঢ় বস্তু একটি নির্দিষ্ট অক্ষে আবদ্ধ থাকে, তখন ঐ বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে, আবদ্ধ থাকার কারণে বস্তুটি সরলরেখায় চলতে পারে না। বস্তুটি অক্ষের চারদিকে ঘূরে এবং বস্তুর প্রতিটি কণার কৌণিক সরণ হয়। অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুর এ ধরনের গতিকে ঘূর্ণন বা আবর্তন গতি বলে। অক্ষ বস্তুর ভেতরে বা বাইরে থাকতে পারে।

একটি দৃঢ়বস্তু কোন একটি স্থির অক্ষের চারদিকে আবর্তিত হতে থাকলে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক বলতে অক্ষ হতে প্রতিটি কণার দূরত্বের বর্গ কণাটির ভরের গুণফলের সমষ্টিকে বুঝায়। সুতরাং, জড়তার ভ্রামকের নিম্নোক্ত সম্ভা দেয়া যায় :

সম্ভা : কোন অক্ষ সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত কোন দৃঢ় বস্তুর প্রতিটি কণার ভর এবং অক্ষ হতে তাদের অভ্যক্তের লক্ষ্য দূরত্বের বর্গের গুণফলকে জড়তার ভ্রামক বলে।

ব্যাখ্যা : মনে করি B একটি দৃঢ় বস্তু [চিত্র ৫.৪]। এটি একটি নির্দিষ্ট অক্ষ XY-এর চারদিকে ১) সমকেণ্টিক বেগে ঘূরছে। যদি বস্তুটি $m_1, m_2, m_3 \dots \dots \dots$ ও m_n ভয়ের অসংখ্য বস্তুকগার সমষ্টি হয় এবং তরঙ্গলো ঘূর্ণন অক্ষ হতে যথাক্রমে $r_1, r_2, r_3 \dots \dots \dots$ ও r_n দূরে অবস্থিত হয় তাহলে সংজ্ঞানুসারে ঐ অক্ষ সাপেক্ষে,

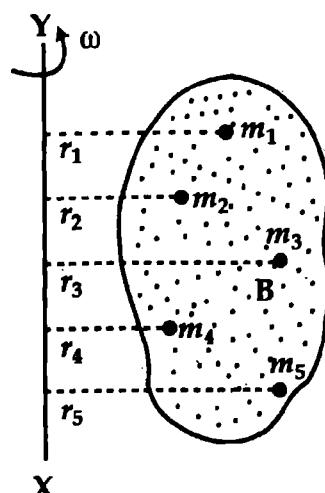
$$\text{প্রথম কণার জড়তার আমক} = m_1 r_1^2$$

$$\text{দ্বিতীয় কণার জড়তার আমক} = m_2 r_2^2$$

$$\text{তৃতীয় কণার জড়তার আমক} = m_3 r_3^2$$

$$\text{ও } n\text{-তম কণার জড়তার আমক} = m_n r_n^2$$

অতএব, সংজ্ঞানুসারে সমগ্র বস্তুটির ঐ অক্ষ সাপেক্ষে জড়তার আমক,



চিত্র ৫.৪

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots \dots \dots m_n r_n^2$$

$$= \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

$$\left[\sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \right] \text{ চিহ্ন দ্বাৰা রাশিগুলোৰ সমষ্টি বুঝানো হয়েছে।}$$

সমাকলনের সাহায্যে জড়তার আমক নিরূপিতভাবে প্রকাশ করা যায়,

$$I = \int r^2 dm \quad (11)$$

এখানে dm হচ্ছে বস্তুটির অতি ক্ষুদ্র অংশের ভৱ এবং r হচ্ছে ঘূর্ণন অক্ষ হতে ঐ ক্ষুদ্র অংশটির দূরত্ব।

জড়তার আমকের একক ও মাত্রা সমীকরণ (Unit and dimension of moment of inertia) : এম. কে. এস. ও এস. আই. পদ্ধতিতে জড়তার আমকের একক কিলোগ্রাম-মিটার^২ ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)।

এর মাত্রা সমীকরণ

$$[I] = [\text{ভৱ} \times \text{দূরত্ব}^2] = [ML^2]$$

চক্রগতিৰ ব্যাসাৰ্ধ

Radius of gyration

কোন দৃঢ় বস্তুৰ মোট ভৱকে যদি একটি নির্দিষ্ট বিশুল্তে কেন্দ্ৰীভূত ধৰা হয় যাতে একটি নির্দিষ্ট অক্ষেৰ সাপেক্ষে ঐ কেন্দ্ৰীভূত বস্তুকগার জড়তার আমক অক্ষ সাপেক্ষে সমগ্র দৃঢ় বস্তুৰ জড়তার আমকেৰ সমান হয় তাহলে সেখা যায়,

$$I = \sum mr^2 = MK^2$$

(12)

$$\text{এখানে, } M = \sum m = \text{মগ্নিটিৰ ভৱ}$$

$$\text{এবং } K = \text{ঘূর্ণন অক্ষ হতে যে বিশুল্তে সমগ্র ভৱ কেন্দ্ৰীভূত আছে, ঐ বিশুল্ত দূৰত্ব।}$$

K-কে চক্রগতিৰ ব্যাসাৰ্ধ বলা হয়।

অতএব, চক্রগতিৰ ব্যাসাৰ্ধৰ নিরোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায় :

সংজ্ঞা : যদি কোন দৃঢ় বস্তুৰ একটি নির্দিষ্ট বিশু যেখানে বস্তুটিৰ সমষ্টি ভৱ কেন্দ্ৰীভূত আছে ধৰা হয় এবং ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে ঐ বিশুতে জড়তার আমক সমগ্র বস্তুটিৰ জড়তার আমকেৰ সমান হয়, তবে অক্ষ হতে ঐ বিশুৰ দূৰত্বকে চক্রগতিৰ ব্যাসাৰ্ধ বলা হয়।

সমীকরণ (12) হতে পাই,

$$K = \sqrt{\frac{I}{M}} \quad (13)$$

নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে কোন বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.2 m বলতে বুঝায় যে এ অক্ষ হতে 0.2 m দূরে বস্তুটির সমগ্র ভর কেন্দ্রীভূত আছে বিবেচনা করে জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করলে বস্তুটির মোট জড়তার ভ্রামক পাওয়া যাবে।

৫.১.১ জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত দুটি উপপাদ্য

Two theorems relating moment of inertia

কোন একটি বিশেষ অক্ষের সাপেক্ষে দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক নির্ণয়ের দুটি সহজ উপপাদ্য আছে।

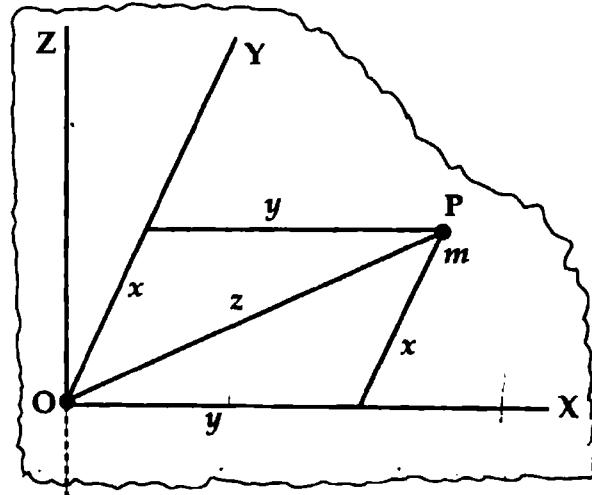
উপপাদ্য দুটির একটিকে (১) লম্ব অক্ষসমূহের উপপাদ্য এবং অপরটিকে (২) সমান্তরাল অক্ষসমূহের উপপাদ্য বলে। নিম্নে পাত আকৃতির বস্তুর ক্ষেত্রে উপপাদ্য দুটি আলোচনা করা হল।

(১) লম্ব অক্ষ উপপাদ্য (Perpendicular axes theorem) : কোন পাতলা সমতল পাতের তলে অবস্থিত দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকবয়ের সমষ্টি ঐ পাতে অবস্থিত দুই অক্ষের ছেদ বিন্দুতে অঞ্চিত লম্ব অক্ষ সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকের সমান হবে।

ব্যাখ্যা : মনে করি কোন সমতল পাতের উপর অবস্থিত দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষ OX এবং OY বরাবর এদের জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে I_x ও I_y । ধরি ঐ পাতে অবস্থিত দুই অক্ষের ছেদ বিন্দুতে অঞ্চিত লম্ব OZ বরাবর পাতের জড়তার ভ্রামক I_z । প্রমাণ করতে হবে যে, $I_x + I_y = I_z$

অঙ্কন : একটি পাতলা সমতল পাত নিই। এই পাতের উপর OX এবং OY দুটি পরস্পর লম্ব অংকন করি [চিত্র ৫.৫]।

এখন OX এবং OY অক্ষ দুটির ছেদ O -তে পাতের উপর লম্ব টানি।



চিত্র ৫.৫

প্রমাণ : সমতল পাতের উপর P একটি বিন্দু নিই যার ভূজ কোটি x , y এবং z । এখন P বিন্দুতে m ভরের একটি কণা বিবেচনা করি। OZ অক্ষ সাপেক্ষে কণাটির জড়তার ভ্রামক $= mz^2$ ।

OZ অক্ষ সাপেক্ষে সমগ্র পাতের জড়তার ভ্রামক

$$I_z = \sum m z^2 = \sum m (x^2 + y^2) = \sum mx^2 + \sum my^2 \quad (14)$$

কিন্তু, $\sum my^2 = I_x$ এবং $\sum mx^2 = I_y$

অতএব সমীকরণ (14) হতে পাই

$$\begin{aligned} I_z &= I_y + I_x \\ \text{বা } &\boxed{I_z = I_x + I_y} \end{aligned} \quad (15)$$

উপপাদ্যটি প্রমাণিত হল।

(২) সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য (Parallel axes theorem) : যে কোন অক্ষের সাপেক্ষে কোন সমতল পাতলা পাতের জড়তার ভ্রামক পাতটির তারকেন্দ্রগামী তার সমান্তরাল অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক এবং পাতের তার ও ঐ দুই অক্ষের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টির সমান।

ব্যাখ্যা : ধৰা যাক কাগজের তলে অবস্থিত AB কোন একটি অক্ষ এবং CD তার সমান্তরাল আৱ একটি অক্ষ। CD অক্ষটি M ভৱের পাতলা সমতল পাতেৱ ভাৱকেন্দ্ৰ G দিয়ে অতিক্ৰান্ত [চিত্ৰ ৫'৬]। যদি সমান্তরাল অক্ষদ্বয় AB ও CD-এৱ মধ্যবৰ্তী দূৱত্ব h এবং AB ও CD-এৱ সাপেক্ষে পাতটিৰ জড়তাৱ ভামক যথাক্রমে I ও I_G হয় তবে উপপাদ্য অনুসাৱে প্ৰমাণ কৱতে হবে যে, $I = I_G + Mh^2$

প্ৰমাণ : ধৰি পাতটি m_1, m_2, m_3 ইত্যাদি ভৱেৱ বস্তুকণাৱ সমন্বয়ে গঠিত। CD অক্ষ হতে কণগুলোৱ দূৱত্ব যথাক্রমে x_1, x_2, x_3 ইত্যাদি। তাৱলে AB অক্ষেৱ সাপেক্ষে m_1 ভৱেৱ কণাৱ জড়তাৱ ভামক

$$= m_1(x_1 + h)^2 = m_1x_1^2 + m_1h^2 + 2m_1x_1h$$

অনুৱৃপ্তভাৱে AB অক্ষেৱ সাপেক্ষে m_2 ভৱেৱ কণাৱ জড়তাৱ ভামক

$$= m_2x_2^2 + m_2h^2 + 2m_2x_2h;$$

m_3 ভৱেৱ কণাৱ জড়তাৱ ভামক

$$= m_3x_3^2 + m_3h^2 + 2m_3x_3h \text{ ইত্যাদি।}$$

∴ AB অক্ষেৱ সাপেক্ষে সমগ্ৰ পাতেৱ জড়তাৱ ভামক I.

হলে উপৱোক্ত জড়তাৱ ভামকগুলোৱ সমষ্টিৰ সমান।

$$\begin{aligned} I &= m_1x_1^2 + m_1h^2 + 2m_1x_1h + m_2x_2^2 + \\ &m_2h^2 + 2m_2x_2h + m_3x_3^2 + m_3h^2 + 2m_3x_3h \\ &+ \dots \end{aligned}$$

$$= \sum mx^2 + h^2 \sum m + 2h \sum mx.$$

এখনে, $\sum mx = CD$ অক্ষেৱ সাপেক্ষে সমগ্ৰ পাতেৱ ভৱ ভামক। কিন্তু সমগ্ৰ পাতেৱ উজল G বিলু দিয়ে CD ৱেৰাবৰ নিম্নমুখে ক্ৰিয়া কৱায় CD অক্ষেৱ সাপেক্ষে পাতটিৰ ভৱ ভামক,

$$\sum mx = 0 \text{ আৰাৰ } \sum m = M \text{ ও } I_G = \sum mx^2$$

$$\therefore I = I_G + Mh^2 \quad (16)$$

১। বৃত্তাকাৱ চাকতিৰ মেকোন ব্যাসেৱ সাপেক্ষে জড়তাৱ ভামক (Moment of inertia of a circular disc about any diameter)

M ভৱিষ্যটি ও, ব্যাসাৰ্দিৰ একটি চাকতি নেয়া হল।

$$\frac{Mr^2}{2}$$

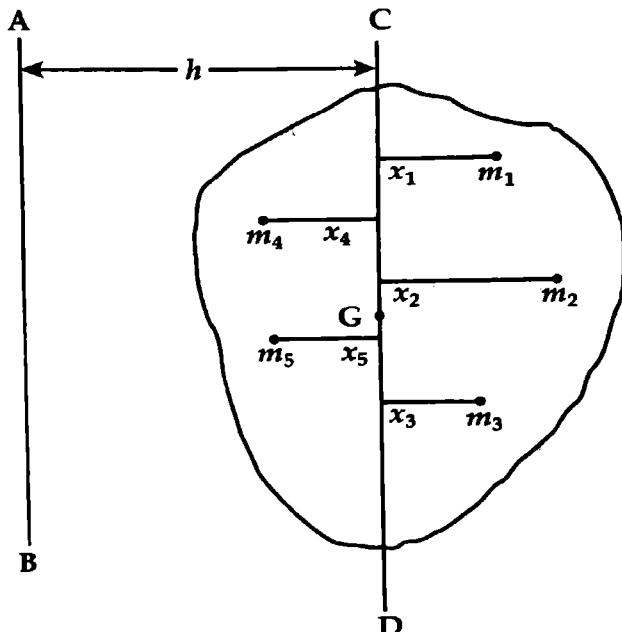
ধৰা যাক, PQ ব্যাসেৱ সাপেক্ষে বৃত্তাকাৱ চাকতিৰ জড়তাৱ ভামক = I। অতএব, RS-ব্যাস RS সাপেক্ষে ঐ চাকতিৰ জড়তাৱ ভামক = I

এখন, উক্ত দুই লম্ব-ব্যাসেৱ ছেদবিলু অৰ্ধাং চাকতিৰ কেন্দ্ৰবিলু O দিয়ে চাকতিৰ তলেৱ অভিলম্ব বৱাবৰ গমনকাৰী AB অক্ষেৱ সাপেক্ষে [চিত্ৰ ৫'৭] চাকতিৰ ভামক I_{AB} হলে, লম্ব-অক্ষ উপপাদ্য অনুসাৱে,

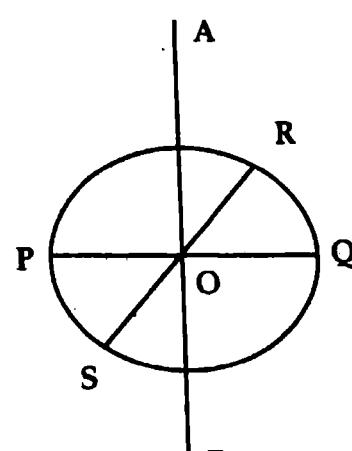
$$I_{AB} = I + I = 2I$$

আমৰা জানি, M ভৱিষ্যটি এবং, ব্যাসাৰ্দিৰ একটি বৃত্তাকাৱ চাকতিৰ পৃষ্ঠেৱ অভিলম্ব বৱাবৰ চাকতিৰ কেন্দ্ৰ দিয়ে গমনকাৰী অক্ষেৱ সাপেক্ষে চাকতিৰ জড়তাৱ ভামক হল

$$\boxed{\frac{Mr^2}{2}}$$



চিত্ৰ ৫'৬



চিত্ৰ ৫'৭

$$\text{অতএব, } I_{AB} = \frac{Mr^2}{2}$$

$$2I = \frac{Mr^2}{2}$$

$$\text{বা, } I = \frac{Mr^2}{4}$$

(17)

২। বৃত্তাকার চাকতির পৃষ্ঠের অভিলম্বভাবে গমনকারী স্পর্শকের সাপেক্ষে চাকতির জড়তার ভারক
(Moment of inertia of a circular disc about a tangent perpendicular to its plane)

ধরা যাক, r ব্যাসার্দির এবং M ভরবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার চাকতির পৃষ্ঠের অভিলম্বভাবে গমনকারী RS একটি স্পর্শক। চাকতির কেন্দ্র O দিয়ে গমনকারী PQ অপর একটি অক্ষ যা RS অক্ষের সমান্তরাল [চিত্র ৫'৮]।

এখন সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য অনুযায়ী স্পর্শক RS এর সাপেক্ষে চাকতির জড়তার ভারক I হলে আমরা পাই,

$$I = I_{PQ} + Mr^2$$

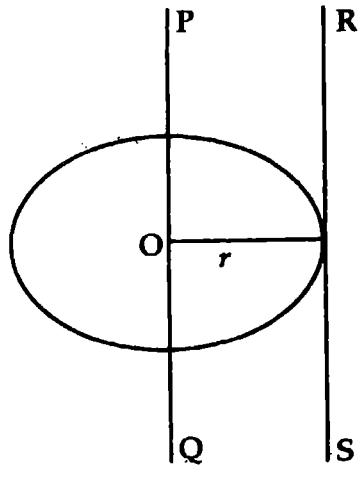
আবার, আমরা জানি r ব্যাসার্দির এবং M ভরের একটি বৃত্তাকার চাকতির পৃষ্ঠের অভিলম্ব বরাবর চাকতির কেন্দ্র দিয়ে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভারক হল $\frac{Mr^2}{2}$ ।

$$\text{সূতরাং, } I_{PQ} = \frac{Mr^2}{2}$$

$$I = \frac{Mr^2}{2} + Mr^2$$

$$= \frac{3}{2} Mr^2$$

(18)



চিত্র ৫'৮

৫'১২ কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্রে জড়তার ভারক ও চক্রগতির ব্যাসার্দি নির্ণয়

Determination of moment of inertia and radius of gyration for some special cases:

১। সরু ও সুষম দণ্ডের মধ্যবিন্দু দিয়ে ও তার দৈর্ঘ্যের অভিলম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণিয়মান এই দণ্ডের জড়তার ভারক :

$$I = \frac{M}{12} l^2$$

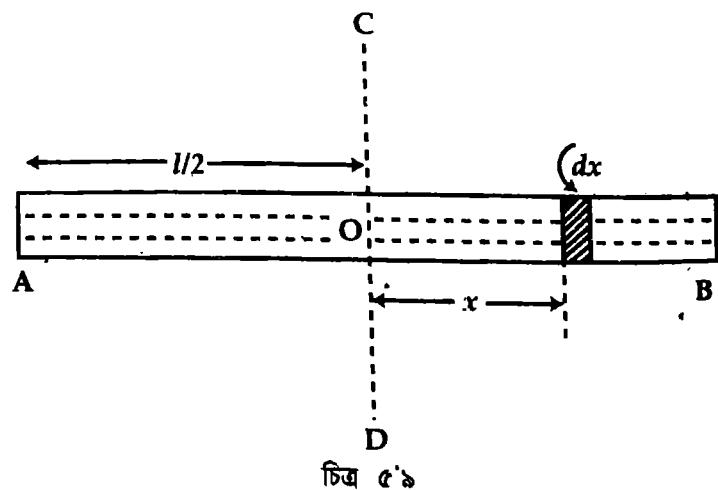
ধরি l দৈর্ঘ্য ও M ভরবিশিষ্ট একটি সুষম সরু দণ্ড AB -এর দৈর্ঘ্যের মধ্যবিন্দু O দিয়ে ও দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষ CD -এর চতুর্দিকে ঘূরছে [চিত্র ৫'৯]। এই অক্ষের সাপেক্ষে তার জড়তার ভারক ও চক্রগতির ব্যাসার্দি নির্ণয় করতে হবে।

দণ্ডটি সুষম হেতু তার প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর $= \frac{M}{l}$ । কাজেই CD অক্ষ হতে

x দূরে অবস্থিত dx দৈর্ঘ্যের একটি ক্ষুদ্র অংশের ভর dM হলে $dM = \frac{M}{l} dx$ । dx

অংশটি ক্ষুদ্র হওয়ায় তার প্রতিটি কণা CD অক্ষ হতে x দূরে অবস্থিত গণ্য করা যায়।

সূতরাং CD অক্ষের সাপেক্ষে dx অংশের জড়তার ভারক $= dM \times x^2 = \frac{M}{l} \times dx \times x^2$



চিত্র ৫'৯

এবং একে $x = l/2$ এবং $x = -l/2$ সীমার মধ্যে সমাকলন করলে সমগ্র দণ্ডের জড়তা ভারক পাওয়া যাবে।

CD অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র দণ্ডটির জড়ত্বার আমক,

$$\begin{aligned} I &= \int_{-l/2}^{l/2} \left(\frac{M}{l} \right) \times dx \times x^2 = \frac{M}{l} \int_{-l/2}^{l/2} x^2 dx = \frac{M}{l} \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-l/2}^{l/2} \\ &= \frac{M}{3l} \left[\left(\frac{l}{2} \right)^3 - \left(-\frac{l}{2} \right)^3 \right] = \frac{M}{3l} \left(\frac{l^3}{8} + \frac{l^3}{8} \right) \quad \therefore I = \boxed{\frac{M}{12} l^2} \end{aligned} \quad (19)$$

ধৰি চক্ৰগতিৰ ব্যাসাৰ্ধ K

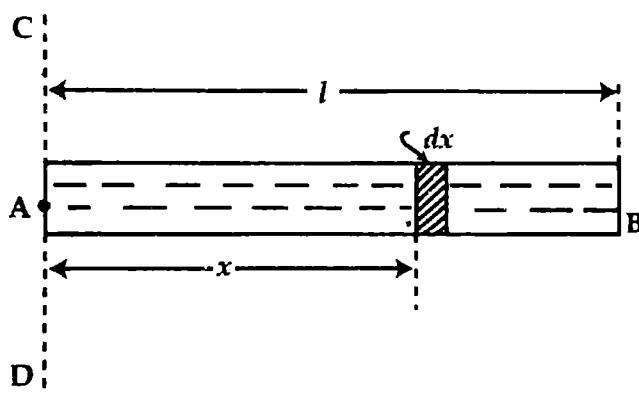
$$MK^2 = \frac{M}{12} l^2$$

$$K = \sqrt{\frac{l}{12}} = \frac{l}{2\sqrt{3}}$$

(20)

২। সুৰু সুষম দণ্ডেৰ এক প্রান্ত দিয়ে ও তাৱ দৈৰ্ঘ্যেৰ লম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষেৰ সাপেক্ষে তাৱ জড়ত্বার আমক :

ধৰি AB একটি সুৰু ও সুষম দণ্ড। এৱে ভৰ M ও দৈৰ্ঘ্য l। দণ্ডটি তাৱ এক প্রান্ত বিন্দু A দিয়ে ও দৈৰ্ঘ্যেৰ লম্বভাবে অতিক্রান্ত CD-এৰ চারদিকে ঘূৱছে (চিত্ৰ ৫.১০)। এই CD অক্ষেৰ সাপেক্ষে দণ্ডটিৰ জড়ত্বার আমক ও চক্ৰগতিৰ ব্যাসাৰ্ধ নিৰ্ণয় কৰতে হবে।



বৰ্ণনা অনুসাৰে দণ্ডটি সুৰু হওয়ায় তাৱ প্রতি একক দৈৰ্ঘ্যেৰ ভৰ $\frac{M}{l}$ । সুতৰাং CD অক্ষ হতে x দূৰে অবস্থিত দণ্ডটিৰ dx দৈৰ্ঘ্যেৰ একটি ক্ষুদ্ৰ অংশেৰ ভৰ $dM = \frac{M}{l} dx$ । অংশটি ক্ষুদ্ৰ হেতু এৱে প্ৰতিটি কণা CD অক্ষ হতে x দূৰে অবস্থিত গণ্য কৰা যায়।

CD অক্ষেৰ সাপেক্ষে দণ্ডটিৰ এই ক্ষুদ্ৰ অংশেৰ জড়ত্বার আমক $= \frac{M}{l} \times dx \times x^2$

এখন একে $x = 0$ ও $x = l$ এই সীমাব মধ্যে সমাকলন কৰলে, CD অক্ষেৰ সাপেক্ষে সমগ্র দণ্ডেৰ জড়ত্বার আমক পাওয়া যাবে।

$$\text{নিৰ্ণয় জড়ত্বার আমক, } I = \int_{x=0}^{x=l} \left(\frac{M}{l} \right) \times dx \times x^2 = \frac{M}{l} \int_{x=0}^{x=l} x^2 dx$$

$$= \frac{M}{l} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^l = \frac{M}{3l} \times l^3$$

(21)

এখন চক্ৰগতিৰ ব্যাসাৰ্ধ K হলে, $MK^2 = \frac{1}{3} MI^2$

$$\therefore K = \frac{l}{\sqrt{3}} \quad (22)$$

৩। সুৰু পাতলা আয়তাকাৰ পাতেৰ কেন্দ্ৰবিন্দু বা তাৱকেন্দ্ৰ দিয়ে লম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষেৰ সাপেক্ষে জড়ত্বার আমক :

ধৰি একটি সুৰু পাতলা আয়তাকাৰ পাত ABCD (চিত্ৰ ৫.১১)। এৱে ভৰ M, দৈৰ্ঘ্য l = AB = CD ও প্ৰস্থ = b = AD = BC। পাতটি তাৱ কেন্দ্ৰবিন্দু বা তাৱ কেন্দ্ৰ O দিয়ে লম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষ XOX' অক্ষেৰ সাপেক্ষে ঘূৱছে।

এখন, EF অক্ষের O বিন্দুগামী এবং AB বাহুর সমান্তরাল এবং GH অক্ষের O বিন্দুগামী এবং AD বাহুর সমান্তরাল। EF এবং GH পরস্পর লম্ব। XOY অক্ষে EF ও GH-এর উপর লম্ব।

লম্ব-অক্ষ উপপাদ্য অনুসারে XOY অক্ষের সাপেক্ষে ঐ পাতের জড়তার ভ্রামক,

$$I = \frac{MI^2}{12} + \frac{Mb^2}{12}$$

$$\text{বা, } I = \frac{M}{12} (l^2 + b^2) \quad \checkmark$$

$$\text{আবার, } I = MK^2$$

$$\text{বা, } MK^2 = I = \frac{M}{12} (l^2 + b^2)$$

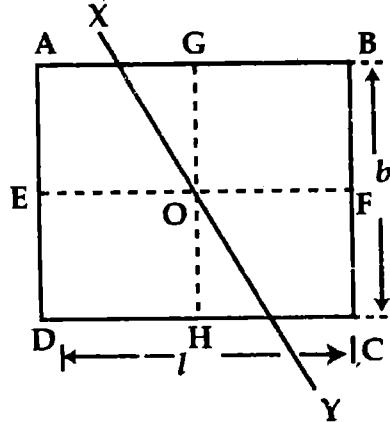
$$\text{বা, } K^2 = \frac{l^2 + b^2}{12}$$

$$\text{বা, } K = \sqrt{\frac{l^2 + b^2}{12}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{l^2 + b^2}{3}}$$

$$\text{চক্রগতির ব্যাসার্ধ, } K = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{l^2 + b^2}{3}} \quad \checkmark$$

(23)

চিত্র ৫'১১



৪। পাতলা সূক্ষ্ম আয়তাকার পাতের কেন্দ্রবিন্দু বা তারকেন্দ্র দিয়ে ও পাতের যে কোন এক বাহুর সমান্তরালভাবে অতিক্রান্ত অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণযামান ঐ পাতের জড়তার ভ্রামক :

ধরি একটি পাতলা ও সূক্ষ্ম আয়তাকার পাত ABCD [চিত্র ৫'১২]। এর ভর M ও দৈর্ঘ্য = l = AB = CD ও প্রস্থ = b = AD = BC

পাতটি তার কেন্দ্রবিন্দু O দিয়ে এবং তার প্রস্থ AD বা BC-এর সমান্তরালে অতিক্রান্ত অক্ষ PQ-এর চতুর্দিকে ঘূরছে। এই PQ অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

পাতটি সূক্ষ্ম হেতু তার প্রতি একক ক্ষেত্রফলের

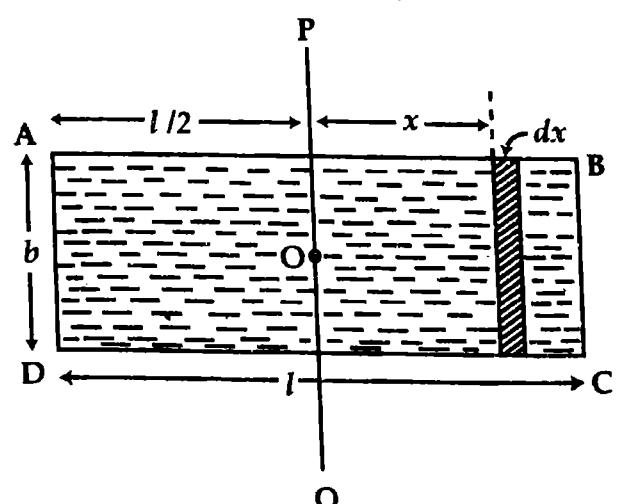
$$\text{ভর} = \frac{M}{l \times b}$$

কাজেই PQ অক্ষ হতে x দূরে অবস্থিত পাতটির কুন্ড dx দৈর্ঘ্য ও b প্রস্থবিশিষ্ট একটি সরু আয়তাকার ফালির ভর $= \frac{M}{l \times b} \times (b \times dx) = \frac{M}{l} \times dx$

পাতটি সরু হওয়ায় ঐ সরু অংশের প্রতিটি বিন্দু PQ অক্ষ হতে x দূরত্বে অবস্থিত গণ্য করা যায়।

\therefore PQ অক্ষের সাপেক্ষে এই ফালিটির জড়তার

$$\text{ভ্রামক} = \frac{M}{l} \times dx \times x^2$$



চিত্র ৫'১২

সমগ্র পাতটিকে প্রস্থের সমান্তরালে অনুরূপ কতকগুলো সমান সরু ফালিতে বিভক্ত করা যায়। তা হলে PQ অক্ষের সাপেক্ষে এই ফালিগুলোর জড়তার ভ্রামকের সমষ্টিই সমগ্র পাতটির জড়তার ভ্রামক নির্দেশ করবে।

$x = -l/2$ ও $x = l/2$ এই সীমার মধ্যে উপরোক্ত সরু ফালিৰ জড়তাৱ ভামকেৱ সমাকলন কৱলে PQ অক্ষেৱ সাপেক্ষে পাতটিৱ জড়তাৱ ভামক পাওয়া যাবে। ধৰি পাতটিৱ জড়তাৱ ভামক = I

$$\begin{aligned} I &= \int_{-l/2}^{l/2} \left(\frac{M}{l} \right) dx \times x^2 = \frac{M}{l} \int_{-l/2}^{l/2} x^2 dx \\ &= \frac{M}{l} \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-l/2}^{l/2} = \frac{M}{3l} \left[(l/2)^3 - (-l/2)^3 \right] = \frac{M}{3l} \times \frac{2l^3}{8} \\ \text{বা, } I &= \frac{1}{12} MI^2 \end{aligned} \quad (24)$$

এখন চক্ৰগতিৰ ব্যাসাৰ্ধ K হলে,

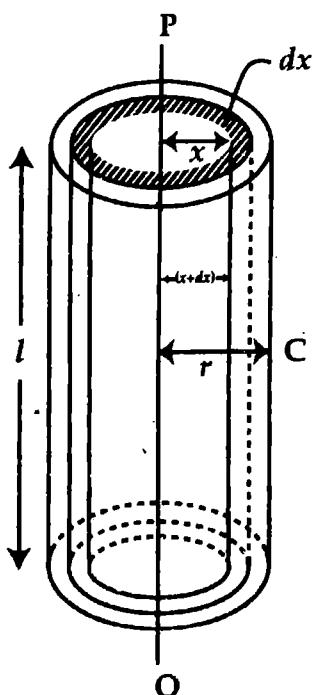
$$\begin{aligned} MK^2 &= \frac{MI^2}{12} \\ K &= \frac{l}{\sqrt{12}} = \frac{l}{2\sqrt{3}} \end{aligned} \quad (25)$$

এভাবে দেখানো যায় যে, দৈৰ্ঘ্যেৰ সমান্তৰালে ও দড়েৱ কেন্দ্ৰবিন্দু দিয়ে অতিক্রান্ত অক্ষেৱ সাপেক্ষে দড়টিৱ জড়তাৱ ভামক, $I = \frac{Mb^2}{12}$ এবং চক্ৰকাৰ ব্যাসাৰ্ধ, $K = \frac{b}{2\sqrt{3}}$ ।

৫। নিজ অক্ষেৱ চতুৰ্দিকে ঘূৰণযমান একটি নিৱেট চোঙেৱ জড়তাৱ ভামক ও চক্ৰগতিৱ ব্যাসাৰ্ধ :

ধৰি একটি সূৰম নিৱেট চোঙ C-এৱে ভৱ M, দৈৰ্ঘ্য l ও ব্যাসাৰ্ধ r [চিৰ ৫'১৩]। এটি নিজ অক্ষ PQ-এৱে চতুৰ্দিকে ঘূৰছে। PQ সাপেক্ষে এৱে জড়তাৱ ভামক ও চক্ৰগতিৱ ব্যাসাৰ্ধ নিৰ্ণয় কৱতে হবে। বৰ্ণনা অনুসাৱে চোঙটিৱ আয়তন = $\pi r^2 \times l$

$$\text{চোঙেৱ উপাদানেৱ ঘনত্ব} = \frac{\text{ভৱ}}{\text{আয়তন}} = \frac{M}{\pi r^2 l}$$



PQ-এৱে চতুৰ্দিকে x ব্যাসাৰ্ধ ও dx বিস্তাৱবিশিষ্ট একটি ফালা সমাক্ষীয় পাতলা চোঙ বিবেচনা কৰি।

এই পাতলা চোঙেৱ প্ৰস্থচ্ছেদ = $2\pi x dx$, আয়তন = $2\pi x \times dx \times l$ ও ভৱ = আয়তন × ঘনত্ব

$$\begin{aligned} &= 2\pi x \times dx \times l \times \frac{M}{\pi r^2 l} \\ &= \frac{2Mx dx}{r^2} \end{aligned}$$

dx বিস্তাৱেৱ এই চোঙটি পাতলা হেতু তাৱ প্ৰতিটি কণা PQ হতে x দূৰে বিবেচনা কৰা যায়। কাজেই PQ-এৱে সাপেক্ষে এই পাতলা চোঙেৱ জড়তাৱ ভামক

$$= \frac{2Mx dx}{r^2} \times x^2 = \frac{2M}{r^2} x^3 dx$$

সমগ্ৰ চোঙটিকে সমাক্ষীয় অনুলূপ অনেকগুলো পাতলা ফালা চোঙেৱ সমন্বয়ে গঠিত বিবেচনা কৰা যায়।

চিৰ ৫'১৩

কাজেই $x = 0$ ও $x = r$ এই সীমার মধ্যে উপরোক্ত ফাঁপা চোঙের জড়তার ভাবককে সমাকলন করলে নিজে
অঙ্ক PQ-এর সাপেক্ষে সমষ্টি চোঙটির জড়তার ভাবক I পাওয়া যাবে।

$$I = \int_0^r \frac{2M}{r^2} x^3 dx = \frac{2M}{r^2} \int_0^r x^3 dx = \frac{2M}{r^2} \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^r$$

$$= \frac{2M}{4r^2} [r^4 - 0]$$

$$\therefore I = \frac{1}{2} Mr^2$$

(26)

এক্ষেত্রে চক্রগতির ব্যাসার্ধ K হলে,

$$MK^2 = \frac{1}{2} Mr^2$$

$$\therefore K = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

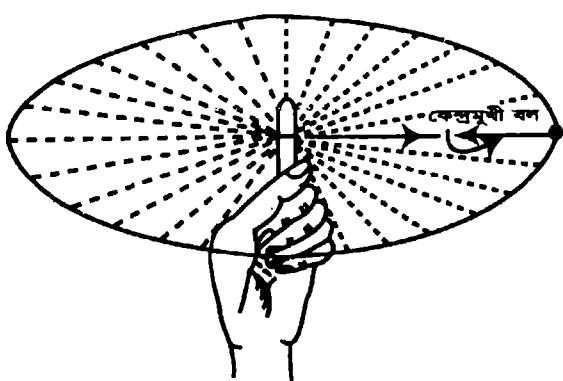
(27)

৫.১১ কেন্দ্রমুখী বল

Centripetal force

বাহ্যিক বল প্রয়োগ না করলে সকল গতিশীল বস্তু গতি জড়তার দরুন সরলরেখায় সমবেগে চলতে থাকে।
একটি বস্তুকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখতে হলে তার সরলরেখায় গতিশীল থাকার প্রবণতাকে প্রতি মুহূর্তে কেন্দ্রের
দিকে ক্রিয়াশীল বল প্রয়োগ দ্বারা প্রতিরোধ করতে হয়। এই বলই **কেন্দ্রমুখী বল** (Centripetal Force)।

কেন্দ্রমুখী বলের সংজ্ঞা : যখন কোন বস্তু বৃত্তাকার পথে ঘূরতে থাকে তখন যে বল সর্বদা বস্তুর
উপরে ঐ বৃত্তের কেন্দ্র অভিমুখে ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তপথে গতিশীল রাখে তাকে **কেন্দ্রমুখী বল** বলে। এই
বলকে কেন্দ্রাতিক বা অভিকেন্দ্রিক বলও বলা হয়।



চিত্র ৫.১৪

উদাহরণ (Illustration) : (ক) একটি চিল

সূতার এক প্রান্তে বেঁধে হাত দিয়ে সূতার অপর প্রান্ত ধরে
চিলটিকে সমন্বিতভাবে ঘূরাতে যেয়ে প্রতি মুহূর্তে হাত দ্বারা
সূতা বরাবর চিলের উপর অবশ্যই বল প্রয়োগ করতে
হবে; কেননা বল বস্তুর উপর গতিপথের সমকোণে ক্রিয়া
করলেই বস্তুর শুধু গতির দিক পরিবর্তিত হবে। এখানে
সূতা যে বলের সাহায্যে চিলটিকে [চিত্র ৫.১৪] কেন্দ্র
অভিমুখে টেনে রাখে, তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে অর্থাৎ
চিলের উপর সূতার যে টান বা বল তাই কেন্দ্রমুখী বল।

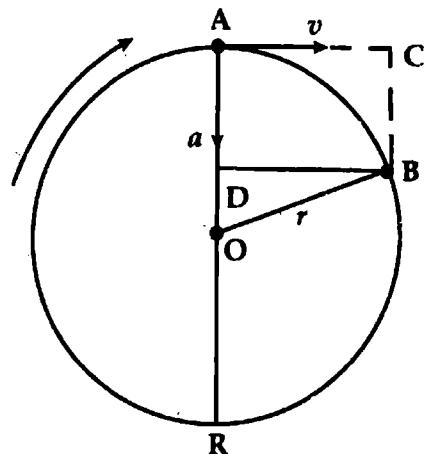
(খ) এক গোছা চাবিকে চেইন-এর এক প্রান্তে বেঁধে অপর প্রান্ত হাতে ধরে ঘূরালে চেইনটি চাবির উপর যে বল
প্রয়োগ করে তার নাম কেন্দ্রমুখী বল।

পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যকার মহাকর্ষীয় বল হতে পৃথিবী চারদিকে এবং ইলেক্ট্রন ও নিউক্লিয়াসের মধ্যকার
তড়িতাকর্ষণ বল হতে ইলেক্ট্রন নিউক্লিয়াসের চতুর্দিকে ঘূরবার প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল লাভ করে।

কেন্দ্ৰমুখী বলেৱ সমীকৰণ প্ৰতিপাদন—যদিও ৩নং অধ্যায়ে কেন্দ্ৰমুখী বা অভিলম্ব তুৱণেৱ সমীকৰণ বেৱ কৱা হয়েছে তবুও তা এ অধ্যায়ে অন্য পদ্ধতিতে বেৱ কৱা হবে। কেন্দ্ৰমুখী তুৱণেৱ রাশি ব্যবহাৰ কৱে নিউটনেৱ গতিৰ দ্বিতীয় সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৱে কেন্দ্ৰমুখী বলেৱ রাশিমালা প্ৰতিপাদন কৱা হবে।

মনে কৱি m ভৱিষ্যত একটি বস্তুকণা O বিন্দুকে কেন্দ্ৰ কৱে r ব্যাসাৰ্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকাৰ পথ $ABRA$ -এ v সমদ্বিতীয়ে ঘূৱতে ঘূৱতে কোন এক সময়ে A বিন্দুতে এসে পৌছল [চিত্ৰ ৫.১৫]। যদি বস্তুকণাৰ উপৰ কেন্দ্ৰমুখী বল ক্ৰিয়া না কৱত তবে তা স্পৰ্শক AC -এৰ দিকে অগ্ৰসৱ হত। এমতাবস্থায় মনে কৱি অতি অল্প সময় t -এ বস্তুটি A বিন্দু হতে C বিন্দুতে পৌছত। অতএব আমৱা পাই,

$$\text{অতিক্ৰান্ত দূৱত্ব} = \text{বেগ} \times \text{সময়} \quad \text{বা, } AC = v \times t \quad (28)$$



চিত্ৰ ৫.১৫

কিন্তু যেহেতু বস্তুৰ উপৰ কেন্দ্ৰমুখী বল ক্ৰিয়া কৱছে, সেহেতু তা A হতে C বিন্দুতে না গিয়ে কেন্দ্ৰমুখী বল কৰ্তৃক সৃষ্টি তুৱণ a -এৰ জন্য বৃত্তাকাৰ পথে চলে উক্ত সময়ে A হতে B বিন্দুতে এসে AOR ব্যাসেৱ সমান্তৰালে CB -এৰ সমান দূৱত্ব অতিক্ৰম কৱে গণ্য কৱা যায়।

কাজেই বৰ্ণনা অনুসাৱে বৃত্তাকাৰ পথে সমদ্বিতীয়ে গতিশীল বস্তুৰ A হতে অতি অল্প t সময়ে B -তে যাওয়াৰ অৰ্থ উক্ত সময়ে বেগেৰ জন্য AC দূৱত্ব যাওয়া ও পৱে C হতে তুৱণেৱ জন্য AC -এৰ সমকোণে CB -এৰ সমান দূৱত্ব অতিক্ৰম কৱা।

$$CB = v_0 + \frac{1}{2}at^2 \quad \text{বা, } CB = 0 + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}at^2 \quad (29)$$

এখন B হতে AOR ব্যাসেৱ BD লম্ব টেনে $ACBD$ সামান্তৰিকটি পূৰ্ণ কৱি। তা হলে, চিত্ৰ ও বৰ্ণনা হতে আমৱা পাই,

$$OB^2 = DB^2 + OD^2$$

$$= DB^2 + (AO - AD)^2$$

$$= DB^2 + AO^2 - 2AO \cdot AD + AD^2$$

$$\text{বা, } r^2 = (vt)^2 + r^2 - 2r \times \frac{1}{2}at^2 + (\frac{1}{2}at^2)^2$$

$$\text{বা, } 0 = v^2t^2 - rat^2 + \frac{1}{4}a^2t^4$$

$$\text{বা, } 0 = v^2 - ra + \frac{1}{4}a^2t^2 \quad [t \text{ ক্ষুদ্ৰ হেতু } \frac{1}{4}a^2t^2 \text{-কে অগ্ৰাহ্য কৱা যায়]$$

$$\text{বা, } 0 = v^2 - ra$$

$$\boxed{a = \frac{v^2}{r}}$$

$$\text{বা, } \boxed{a = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r} \quad [\because v = \omega r]$$

(30)·

বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত বস্তুর উপর ক্রিয়ারত কেন্দ্রমুখী বল F হলে নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র
($F = ma$) অনুযায়ী,

$$F = m \frac{v^2}{r} \quad (31)$$

বস্তুটির কৌণিক বেগ ω হলে, $v = \omega r$ হেতু

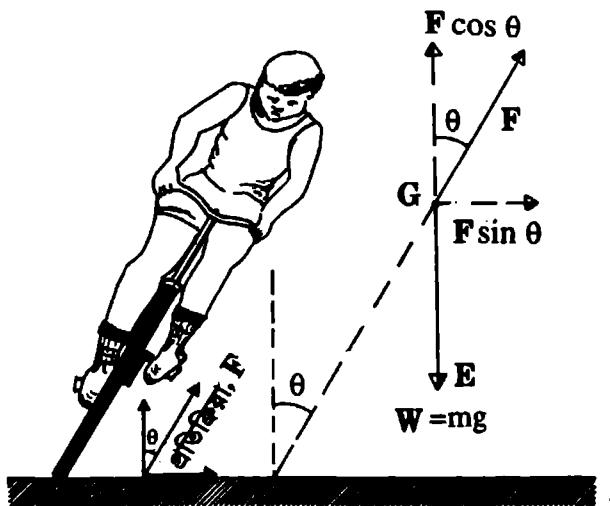
$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{m\omega^2 r^2}{r} = m\omega^2 r \quad (32)$$

উল্লেখ্য : ডেক্টেরের সাহায্যে লেখা যায়, $\vec{F} = -m\omega^2 \vec{r}$ $\vec{r} =$ কেন্দ্রের সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থান বা ব্যাসার্ধ ডেক্টের। \vec{F} ও \vec{r} পরস্পর বিপরীতমুখী হওয়ায় ঝণাত্মক চিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে।

৫.১২ যানবাহন ও রাস্তার বাঁক Vehicles and banking of roads

(১) বক্র পথে সাইকেল আরোহীর গতি : কোন সাইকেল আরোহী বক্র পথে চলার সময় সাইকেলসহ তার শরীরকে কেন্দ্রের দিকে হেলিয়ে রাখে। বক্র পথে চলার সময় কেন্দ্রমুখী বলের অভাবে তার উপর ক্রিয়ারত গতি জড়তাই তাকে রাস্তার অপর পাড়ে ছিটকিয়ে ফেলার চেষ্টা করে। এই প্রবণতাকে প্রশমিত করার জন্য সাইকেল আরোহী সাইকেলসহ তার শরীরকে বক্র পথে কেন্দ্রের দিকে হেলিয়ে রাখে। এভাবে কেন্দ্রমুখী বল সৃষ্টি করে।

ধরা যাক, একজন সাইকেল আরোহীকে v সমন্বিতভাবে ব্যাসার্ধবিশিষ্ট কোন বৃত্তাকার পথে মোড় ঘূরার সময় মোড়ের কেন্দ্রের দিকে উল্লম্বের সাথে θ কোণে হেলে থাকতে হয় [চিত্র ৫.১৬]। আরও ধরা যাক সাইকেলসহ



আরোহীর ওজন $W = mg$ এবং সাইকেলের উপর রাস্তার প্রতিক্রিয়া বল F । তা হলে তাদের মিলিত ওজন তারকেন্দ্র দিয়ে সোজা নিচের দিকে GE বরাবর এবং F বল উল্লম্ব রেখার সাথে θ কোণে উপরের দিকে ক্রিয়া করবে। তারসাম্যাবস্থায় মোড়ের কেন্দ্র বরাবর, F -এর অংশক, $F \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$ এবং উল্লম্ব বরাবর F -এর অংশক, $F \cos \theta = W = mg$ ।

$$\tan \theta = \frac{F \sin \theta}{F \cos \theta} = \frac{mv^2}{r} + \frac{W}{mg}$$

চিত্র ৫.১৬

$$= \frac{mv^2}{r} + mg = \frac{v^2}{rg}$$

বা $\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$

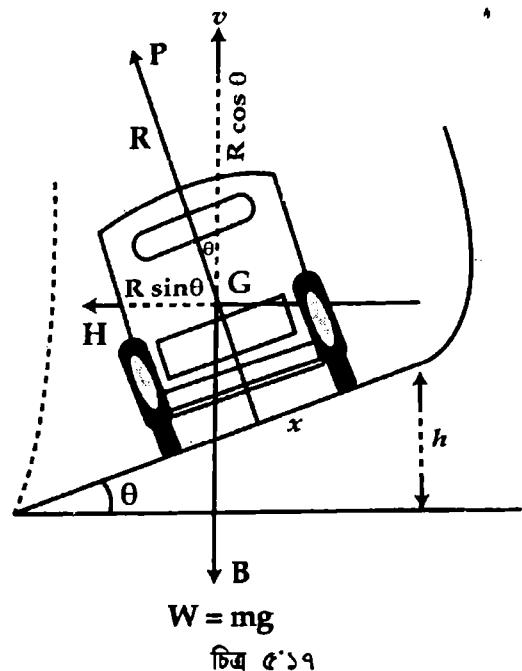
(33)

সূতরাং (i) আরোহীকে বেশি বেগে মোড় নিতে উল্লম্ব রেখার সাথে বেশি কোণ করে হেলে থাকতে হবে।

(ii) উল্লম্ব রেখা হতে মোড়ের কেন্দ্রের দিকে কম বাঁকের রাস্তায় কম এবং বেশি বাঁকের রাস্তায় বেশি হেলে থাকতে হবে।

(২) ৱেল মাইন বা রাস্তা ঢালু রাখা : বক্রপথে মোটোৱা বা ৱেলগাড়ি চলার সময় একটি কেন্দ্ৰমুখী বলের প্ৰয়োজন হয়। কেন্দ্ৰমুখী বলের অভাবে গতি জড়তাৱ কাৱণে যানবাহন উল্টে যাওয়াৰ সম্ভাবনা থাকে। এই জড়তাকে প্ৰশংসিত কৱাৰ জন্য বক্রপথে বাইৱেৰ ৱেল বা রাস্তা ভেতৱেৱ দিকেৰ চেয়ে কিছুটা উচু কৰে কেন্দ্ৰমুখী বল সৃষ্টি কৱা হয়। এ ব্যবস্থাকে রাস্তাৰ ব্যাংকিং (Banking of road) বলে।

সমতল রাস্তা ও চাকাৰ ঘৰ্ষণে যে কেন্দ্ৰমুখী বল পাওয়া যায় তা ক্ষেত্ৰবিশেষে প্ৰয়োজনেৰ তুলনায় কম হয় এবং এ সব ক্ষেত্ৰে গাড়ি আস্তে না চালালে রাস্তা হতে পিছলিয়ে কাত হয়ে পড়াৰ সম্ভাবনা থাকে। কিন্তু মোড়েৰ রাস্তাৰ কেন্দ্ৰ যে দিকে সেই পাৰ্শ্ব অপেক্ষা অপৱ পাৰ্শ্ব উচু হলে রাস্তা ও চাকাৰ মধ্যকাৰ ঘৰ্ষণ বলেৰ মান একটি নিৰ্দিষ্ট পৱিমাণ বৃদ্ধি পায়। ফলে ঐ রাস্তায় গাড়িৰ বেগ একটি নিৰ্দিষ্ট সীমাৰ মধ্যে থাকলে গাড়ি প্ৰয়োজনীয় কেন্দ্ৰমুখী বল রাস্তা হতে সংগ্ৰহ কৰে চলতে পাৱে।



$$W = mg$$

চিত্ৰ ৫'১৭

ধৰা যাক, $W = mg$ উজনেৰ একটি গাড়ি v দুতিতে, ব্যাসাৰ্ধবিশিষ্ট একটি রাস্তায় মোড় নিচ্ছে এবং রাস্তাটি অনুভূমিকেৰ সাথে θ কোণে আনত [চিত্ৰ ৫'১৭]। এ অবস্থায় গাড়িৰ ভাৱকেন্দ্ৰ G দিয়ে mg খাড়া নিচেৰ দিকে GB বৱাবৰ এবং রাস্তাৰ অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়া R উল্লম্ব রেখা GV -এৰ সাথে θ কোণে আনত হয়ে GP বৱাবৰ ক্ৰিয়া কৰছে। ভাৱসাম্য অবস্থায় অনুভূমিক রেখা GH বৱাবৰ R -এৰ অংশক,

$$R \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$$

এবং উল্লম্ব রেখা GV বৱাবৰ R -এৰ অংশক,

$$R \cos \theta = mg$$

$$\tan \theta = \frac{R \sin \theta}{R \cos \theta} = \frac{mv^2}{r} \div mg = \frac{v^2}{rg}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

(34)

সুতৰাং (i) v বেশি হলে, θ -ও বেশি হতে হবে।

(ii) বেশি বাঁকেৰ রাস্তায় θ বড় হতে হবে।

অনুসিদ্ধান্ত : ৱেল মাইনেৰ ক্ষেত্ৰে যদি বহিস্থ লাইনটি অন্তস্থ লাইন অপেক্ষা h উচ্চতায় থাকে এবং দুটি লাইনেৰ মধ্যবৰ্তী দূৰত্ব যদি x হয়, তবে

$$\sin \theta = \frac{h}{x}$$

(35)

$$\text{এবং } \tan \theta = \frac{h}{\sqrt{x^2 - h^2}}$$

(36)

$$\text{অবশ্য } \theta \text{ কুন্ত হলে, } \tan \theta = \sin \theta = \frac{h}{x}$$

৫.১৩ রৈখিক ও কৌণিক গতির অধ্যে সাদৃশ্য

Similarities between linear and angular motion

রৈখিক গতি ও ঘূর্ণন গতির মধ্যে কতকগুলো সাদৃশ্য পরিলক্ষিত হয়। যেমন—

$$\text{বিন্দুর রৈখিক গতির ক্ষেত্রে বস্তুর রৈখিক ভরবেগ} = \text{ভর} \times \text{বেগ} = mv$$

$$\text{ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে বস্তুর কৌণিক ভরবেগ} = \text{জড়তার ভ্রামক} \times \text{কৌণিক বেগ} = I\omega$$

$$\text{বিন্দুর রৈখিক গতির ক্ষেত্রে রৈখিক ত্বরণের উৎস বল এবং বল} = \text{ভর} \times \text{ত্বরণ}, ma = m \frac{dv}{dt}$$

$$\text{কৌণিক গতির ক্ষেত্রে কৌণিক ত্বরণের উৎস টর্ক এবং টর্ক} = \text{জড়তার ভ্রামক} \times \text{কৌণিক ত্বরণ} = I\alpha = I \frac{d\omega}{dt}$$

$$\text{বিন্দুর রৈখিক গতির ক্ষেত্রে গতিশক্তি} = \frac{1}{2} \times \text{ভর} \times (\text{রৈখিক বেগ})^2 = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\text{ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে, গতিশক্তি} = \frac{1}{2} \times \text{জড়তার ভ্রামক} \times (\text{কৌণিক বেগ})^2 = \frac{1}{2} I\omega^2$$

উপরোক্ত আলোচনা হতে বুঝা যায় যে,

(ক) রৈখিক গতিতে বস্তুর ভরের যে ভূমিকা, কৌণিক গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামকেরও সেই ভূমিকা।

(খ) সংক্ষেপে বলা যায় যে, রৈখিক গতির ক্ষেত্রে বস্তুর ভর ও ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক দুটি সদৃশ রাখি। অবশ্য রাখি দুটি সমান নয়। বস্তুর ভর অপরিবর্তিত থাকলে রৈখিক জড়তা অপরিবর্তিত থাকে। কিন্তু বিভিন্ন ঘূর্ণনকের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক বিভিন্ন মান ধারণ করে।

সমরণিকা

হন্দু বা কাপল : একটি বস্তুর দুটি বিভিন্ন বিন্দুতে প্রযুক্ত দুটি সমান, সমান্তরাল এবং বিপরীতমুখী বলকে হন্দু বা কাপল বলে।

টর্ক : অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত বস্তুর উপর যে বিন্দুতে বল ক্রিয়াশীল এবং বিন্দুর অবস্থান তেষ্টার ও প্রযুক্ত বলের ভেষ্টার গুণফলকে টর্ক বলে।

কৌণিক ভরবেগ : ঘূর্ণনরত কোণ বস্তুকণার ব্যাসার্ধ তেষ্টার ও রৈখিক ভরবেগের তেষ্টার গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।

জড়তার ভ্রামক : কোন অক্ষ সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত কোন দৃঢ় বস্তুর প্রতিটি কণার ভর এবং অক্ষ হতে তাদের প্রত্যেকের সম্মত দূরত্বের বর্ণের গুণফলকে জড়তার ভ্রামক বলে।

কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র : বস্তুর উপর ক্রিয়ারত বহিস্থ টর্কের সম্মিশ্র শূন্য হলে, ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন হবে না। একে কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র বলে।

চক্রগতির ব্যাসার্ধ : যদি কোন দৃঢ় বস্তুর একটি নির্দিষ্ট বিন্দু যেখানে বস্তুটির সমস্ত ভর কেন্দ্রীভূত আছে ধরা হয় এবং ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে ঐ বিন্দুতে জড়তার ভ্রামক সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তবে ঐ অক্ষ হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলা হয়।

অক্ষ অক্ষ উপপাদ্য : কোন পাতলা সমতল পাতের তলে অবস্থিত দুটি পরস্পর অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকের সমষ্টি ঐ পাতের অবস্থিত দু' অক্ষের ছেদ বিন্দুতে অঙ্কিত অক্ষ সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকের সমান হবে।

সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য : যে কোন অক্ষের সাপেক্ষে কোন সমতল পাতলা পাতের জড়তার ভ্রামক পাতটির তার কেন্দ্রগামী এবং তার সমান্তরাল অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক এবং পাতের ভর ও দুই অক্ষের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টির সমান।

কেন্দ্রমুখী বল : যখন কোন বস্তু ব্রহ্মাকার পথে ঘূরতে থাকে তখন যে বল সর্বদা বস্তুর উপরে ঐ বৃত্তের কেন্দ্র অভিমুখে ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তপথে গতিশীল রাখে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে।

নিউটনের কৌণিক গতিসূত্র :

প্রথম সূত্র : কোন বস্তুর উপর টর্ক ক্রিয়াশীল না হলে স্থির বস্তু স্থির অবস্থানে এবং ঘূর্ণনরত বস্তু সমকৌণিক বেগে ঘূরতে থাকবে।

দ্বিতীয় সূত্র : ঘূর্ণনরত কোন বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার ঐ বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল টর্কের সমানুপাতিক এবং টর্ক যে দিকে ক্রিয়া করে কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনও ঐ দিকে ঘটে।

তৃতীয় সূত্র : প্রত্যেক ক্রিয়ামূলক টর্কের একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়ামূলক টর্ক আছে।

প্ৰয়োজনীয় সমীকৰণ

$$\text{বলের আমক} = \text{বল} \times \text{লম্ব দূৰত্ব} = F \times d \quad (1)$$

$$\text{টক' বা বলের আমক} = \text{বল} \times \text{লম্ব দূৰত্ব} = F \times d \quad (2)$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (3)$$

$$\tau = I d\omega / dt = I\alpha \quad (4)$$

$$L = I\omega \quad (5)$$

$$K.E = \frac{1}{2} I\omega^2 \quad (6)$$

$$I = \sum mr^2 \quad (7)$$

$$= MK^2 \quad (8)$$

$$I_z = \sum mx^2 + \sum my^2 = I_x + I_y \quad (9)$$

$$I = I_G + Mh^2 \quad (10)$$

$$K = \sqrt{\frac{I}{m}} \quad (11)$$

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (12)$$

$$F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r \quad (13)$$

$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg} \quad (14)$$

$$\tan \theta = \sin \theta = \frac{h}{x} \quad (\theta \text{ ক্ষুদ্র হলে}) \quad (15)$$

সমাধানকৃত উদাহরণ

১। হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেক্ট্রন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে 5.3×10^{-11} m ব্যাসার্দের বৃত্তাকার পথে 2.21×10^6 ms⁻¹ সমন্বিতভাবে দুৱাছে। ইলেক্ট্রনের উপর ক্রিয়াৰত লম্ব তুৱণ ও কেন্দ্ৰমুখী বল নিৰ্ণয় কৰ। একবাৰ আৰ্বৰ্তনে ইলেক্ট্রনের কত সময় লাগে ? [ইলেক্ট্রনের ভৰ = 9.1×10^{-31} kg] [সি. বো. ২০০১]

ধৰি লম্ব তুৱণ = a , কেন্দ্ৰমুখী বল = F ও একবাৰ আৰ্বৰ্তনে ব্যৱিত সময় = T

$$\text{আমৰা পাই, } (i) a = \frac{v^2}{r}$$

$$\text{এখানে, } v = 2.21 \times 10^6 \text{ ms}^{-1}$$

$$r = 5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$a = \frac{(2.21 \times 10^6 \text{ ms}^{-1})^2}{5.3 \times 10^{-11} \text{ m}} \\ = \frac{4.884}{5.3} \times 10^{23} \text{ ms}^{-2} = 9.215 \times 10^{22} \text{ ms}^{-2}$$

$$(ii) F = \frac{mv^2}{r}$$

$$\text{এখানে, } m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$F = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} \times 9.215 \times 10^{22} \text{ ms}^{-2} \\ = 83.86 \times 10^{-9} \text{ N}$$

$$(iii) v = \omega r = \frac{2\pi}{T} r$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \times 3.142 \times 5.3 \times 10^{-11} \text{ m}}{2.21 \times 10^6 \text{ ms}^{-1}} = 1.5 \times 10^{-16} \text{ s}$$

২। একটি ঘূৰ্ণনৱত কণার ব্যাসাৰ্দ ভেটৱ $r = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ m এবং প্ৰযুক্ত বল $\vec{F} = (6\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$ N হলে টক'ৰে মান ও দিক নিৰ্ণয় কৰ।

$$\text{আমৰা জানি, } \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 2 & -1 \\ 6 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i} (-6+3) - \hat{j} (-6+6) + \hat{k} (6-12) \\ = -3\hat{i} - 6\hat{k}$$

এখানে,

$$\text{ব্যাসাৰ্দ ভেটৱ, } \vec{r} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \text{ m}$$

$$\text{বল, } \vec{F} = (6\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}) \text{ N}$$

$$\text{টক', } \vec{\tau} = ?$$

$$\text{টক'ৰে মান, } \tau = ?$$

$$\vec{\tau} = -(3\hat{i} + 6\hat{k}) \text{ N-m}$$

ৰ-এর মান = $\sqrt{(-3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45}$

Q. \checkmark উত্তর : $-(3\hat{i} + 6\hat{k}) \text{ N-m}, \sqrt{45}$

৫। ৫০০ g ভরের একটি বস্তু ২ m ব্যাসার্ডের বৃত্তাকার পথে আবর্তন করছে। আবর্তনকাল 10 s হলে বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ বের কর।

আমরা জানি, $L = I\omega$

$$\text{এখানে, } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{এবং } I = mr^2$$

$$\text{অতএব, } L = mr^2 \times \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi mr^2}{T} = \frac{2 \times 3.14 \times 0.5 \times (2)^2}{10}$$

$$= 1.256 \text{ kg m}^2 \text{s}^{-1}$$

Q. \checkmark ৬। একটি চাকার ভর 5 kg এবং কোন অক্ষ সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ড 0.2 m। এর জড়তার আমুক কত ? চাকাটিতে 2 rad s^{-2} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে ? [ঢ. বো. ২০০৮]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} I &= MK^2 \\ &= 5 \times (0.2)^2 \\ &= 5 \times 0.04 \\ &= 0.2 \text{ kg m}^2 \end{aligned}$$

আবার,

$$\begin{aligned} \tau &= I\alpha \\ &= 0.2 \times 2 \\ &= 0.4 \text{ N-m} \end{aligned}$$

Q. \checkmark ৭। ০.২৫০ kg ভরের একটি পাথর খড়কে ০.৭৫ m লম্বা একটি সূতার এক প্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘূরালে সূতার উপর কত টান পড়বে ? [ব. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} F &= m\omega^2 r \\ F &= 0.25 \times (3\pi)^2 \times 0.75 \\ &= 0.25 \times (3 \times 3.14)^2 \times 0.75 \\ &= 16.66 \text{ N} \end{aligned}$$

Q. \checkmark ৮। ০.১৫ kg ভরের একটি পাথর খড়কে ০.৭৫m লম্বা একটি সূতার এক প্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘূরালে সূতার উপর টান নির্ণয় কর। [য. বো. ২০০৫ ; চ. বো. ২০০৬]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} F &= m\omega^2 r \\ &= 0.15 \times (3\pi)^2 \times 0.75 \\ &= 9.98 \text{ N} \end{aligned}$$

Q. \checkmark ৯। ০.১ kg ভরের একটি পাথরকে ০.৫ m লম্বা একটি সূতার সাহায্যে কক্ষপথে ঘূরানো হচ্ছে। পাথরটি প্রতি মিনিটে বৃত্তপথে ৩০ বার পূর্ণ-সূর্ণ সশ্রদ্ধে করে। সূতার টান নির্ণয় কর। [য. বো. ২০০৬]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} F &= m\omega^2 r \\ &= 0.1 \times \pi^2 \times 0.5 \\ &= 0.1 \times 9.87 \times 0.5 \\ &= 0.4935 \text{ N} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{বস্তুর ভর, } m = 500 \text{ g} = 0.5 \text{ kg}$$

$$\text{বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ড, } r = 2 \text{ m}$$

$$\text{আবর্তনকাল, } T = 10 \text{ s}$$

$$\text{কৌণিক ভরবেগ, } L = ?$$

এখানে,

$$M = 5 \text{ kg}$$

$$K = 0.2 \text{ m}$$

$$I = ?$$

এখানে,

$$I = 0.2 \text{ kg m}^2$$

$$\alpha = 2 \text{ rad s}^{-2}$$

$$\tau = ?$$

এখানে,

$$m = 0.25 \text{ kg}$$

$$r = 0.75 \text{ m}$$

$$\omega = 2\pi \frac{N}{t} = 2\pi \times \frac{90}{60}$$

$$= 3\pi \text{ rad s}^{-1}$$

এখানে,

$$m = 0.15 \text{ kg}$$

$$r = 0.5 \text{ m}$$

$$\omega = 2\pi \frac{N}{t} = 2\pi \times \frac{30}{60}$$

$$= 3\pi \text{ rad s}^{-1}$$

এখানে,

$$m = 0.1 \text{ kg}$$

$$r = 0.5 \text{ m}$$

$$\omega = 2\pi n = 2\pi \frac{N}{t} = 2\pi \frac{30}{60}$$

$$= \pi \text{ rad s}^{-1}$$

১। একটি চাকার তর 5 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 25 cm। এর অড়তার আমক কত? চারদিকে 1 rad s^{-2} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে? [চ. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} I &= Mk^2 \\ I &= 5 \times (0.25)^2 \\ &= 0.3125 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

আবার, $\tau = I\alpha$

$$\begin{aligned} \tau &= 0.3125 \times 4 \\ &= 1.25 \text{ N-m} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} M &= 5 \text{ kg} \\ k &= 25 \text{ cm} \\ &= 0.25 \text{ m} \\ I &= ? \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} I &= 0.3125 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ \alpha &= 4 \text{ rads}^{-2} \\ \tau &= ? \end{aligned}$$

১। একজন সাইকেল চালক ঘণ্টায় 35.28 km বেগে চলাকালীন 32.6 m ব্যাসার্ধের একটি মোড়ে বাঁক নেয়। উল্লম্বের সাথে তার আনতি কোণের ট্যানজেন্ট বের কর। [$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$]

আমরা পাই, $\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$

$$\tan \theta = \frac{(9.8 \text{ ms}^{-2})^2}{32.6 \text{ m} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}} = 0.3$$

এখানে,

$$\begin{aligned} v &= 35.28 \text{ km h}^{-1} \\ &= \frac{35.28 \times 10^3 \text{ m}}{60 \times 60 \text{ s}} = 9.8 \text{ ms}^{-1} \\ r &= 32.6 \text{ m} \\ g &= 9.8 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

১। রেলপাইনের একটি বাঁকের ব্যাসার্ধ 98 m এবং লাইনের দুই পাতের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1.525 m । ভিতরের পাত অপেক্ষা বাইরের পাত কতখানি উচু হলে বাইরের পাতে কোনরূপ চাপ প্রয়োগ না করে একটি ট্রেন 9.8 ms^{-1} দ্রুতিতে বাঁক নিতে পারবে?

মনে করি নির্ণেয় উচ্চতা = h

আমরা পাই, $\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$

$$\tan \theta = \frac{(9.8 \text{ ms}^{-1})^2}{98 \text{ m} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}} = 0.1$$

θ -এর মান ক্ষুদ্র হলে, $\tan \theta = \sin \theta = \frac{h}{x}$ লেখা যায়

$$\sin \theta = 0.1 = \frac{h}{x}$$

বা, $h = 0.1 \times x = 0.1 \times 1.525 \text{ m} = 0.1525 \text{ m}$

এখানে, $r = 98 \text{ m}$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$v = 9.8 \text{ ms}^{-1}$$

$$x = 1.525 \text{ m}$$

২। একটি রেল লাইনের বাঁকের ব্যাসার্ধ 200 m এবং রেল লাইনের পাতবয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1 m । ঘণ্টায় 50.4 km বেগে চলস্ত গাড়ির ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় ব্যার্কিং-এর জন্য বাইরের লাইনের পাতকে ভিতরের লাইনের পাত অপেক্ষা কতটুকু উচু করতে হবে?

মনে করি, উচ্চতা = h

আমরা পাই, $\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$

$$\tan \theta = \frac{(14)^2}{200 \times 9.8} = 0.1$$

θ -এর মান ক্ষুদ্র হলে, $\tan \theta = \sin \theta = \frac{h}{x}$ লেখা যায়,

এবং $\sin \theta = \frac{h}{x}$

$$0.1 = \frac{h}{1}$$

বা, $h = 0.1 \times 1$

$$h = 0.1 \text{ m}$$

এখানে,

$$r = 200 \text{ m}$$

$$g = 9.8 \text{ m}$$

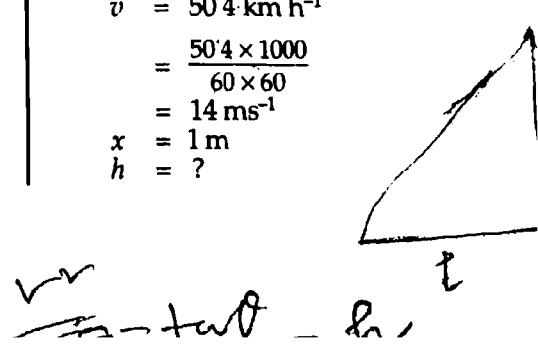
$$v = 50.4 \text{ km h}^{-1}$$

$$= \frac{50.4 \times 1000}{60 \times 60}$$

$$= 14 \text{ ms}^{-1}$$

$$x = 1 \text{ m}$$

$$h = ?$$



১২। একটি বৃত্তাকার পাতের ব্যাসার্ধ 0.3m এবং প্রতি বর্গমিটারে ক্ষেত্রের ভর 0.1kg । এর কেন্দ্র দিয়ে এবং তলের অভিসম্ভাবে অতিক্রান্ত অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার আমক নির্ণয় কর।

একটি বৃত্তাকার পাতের কেন্দ্র দিয়ে এবং এর পৃষ্ঠার
অভিসম্ভাবে অতিক্রান্ত অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার আমক $I = \frac{1}{2}Mr^2$
 $I = \frac{1}{2} \times (9 \times 3.14 \times 10^{-3}\text{ kg}) \times (0.3\text{ m})^2$
 $= 12.717 \times 10^{-4}\text{ kgm}^2$

১৩। 100 m ব্যাসের বৃত্তাকার পথে কোন মোটর সাইকেল আরোহী কত বেগে মুরলে উল্লম্ব তলের সাথে তিনি 30° কোণে আনত ধাকবেন ?

আমরা জানি, $\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$
 $v = \sqrt{rg \tan \theta}$
 $= \sqrt{(50\text{m})(9.8\text{ms}^{-2}) \tan 30^\circ}$
 $= \sqrt{50\text{m} \times 9.8\text{ ms}^{-2} \times 0.5773}$
 $= 16.82\text{ ms}^{-1}$

১৪। 100 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বাঁকা পথে 60 kmh^{-1} বেগে গাড়ি চালাতে হলে পথটিকে কত ডিগ্রী কোণে আনত রাখতে হবে ?

আমরা জানি, $\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$
 $\tan \theta = \frac{50 \times 50}{3 \times 3 \times 100 \times 9.8}$
 বা, $\tan \theta = 0.2834$
 $\theta = 15.82^\circ$

এখানে, $r = 0.3\text{m}$
 $M = ক্ষেত্রফল \times প্রতি বর্গমিটারে ভর$
 $= \pi r^2 \times প্রতি বর্গমিটারে ভর$
 $= 3.14 \times (0.3\text{ m})^2 \times 0.1\text{ kgm}^{-2}$
 $= 9 \times 3.14 \times 10^{-3}\text{ kg}$

এখানে,
 $r = \frac{100}{2} = 50\text{ m}$
 $g = 9.8\text{ ms}^{-2}$
 $\theta = 30^\circ$
 $v = ?$

এখানে,
 $r = 100\text{ m}$
 $v = 60\text{ kmh}^{-1} = \frac{50}{3}\text{ ms}^{-1}$
 $\theta = ?$
 অভিকর্ফজ তরণ, $g = 9.8\text{ ms}^{-2}$

১৫। $3, 4$ ও 5 একক তরের তিনটি কিংবাল স্থানাঞ্চল যথাক্রমে $(4, 0, -1)$, $(3, -2, 3)$ ও $(2, 1, 4)$ । z -অক্ষের সাপেক্ষে তাদের জড়তার আমক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

আমরা পাই, $I_z = \sum m_i x_i^2 + \sum m_i y_i^2 = \sum m_i (x_i^2 + y_i^2)$
 প্রশ্নানুযায়ী, $I_z = 3(4^2 + 0^2) + 4(3^2 + (-2)^2) + 5(2^2 + 1^2)$
 $= 48 + 52 + 25 = 125$ একক

চক্রগতির ব্যাসার্ধ K হলে, $\sum m_i K^2 = I$

বা, $(3+4+5)K^2 = 125$

$K = \sqrt{\frac{125}{12}} = 3.227$ একক

১৬। কোন অক্ষ সাপেক্ষে একটি বস্তুর জড়তার আমক 100 kgm^2 । উক্ত অক্ষ সাপেক্ষে বস্তুটির চক্রগতির ব্যাসার্ধ কত ? (বস্তুটির ওজন 9.8 N)

আমরা জানি,
 $I = MK^2$

বা, $K^2 = \frac{I}{M}$

বা, $K = \sqrt{\frac{I}{M}}$

$K = \left(\frac{100}{1}\right)^{\frac{1}{2}} = 10$

$K = 10\text{m}$

এখানে,
 জড়তার আমক, $I = 100\text{ kgm}^2$
 $M, M = \frac{9.8}{9.8}\text{ kg} = 1\text{ kg}$
 চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K = ?$

১৭। একটি বৃত্তায়মান লোহার গোলকের ভর 0.03kg । বৃত্ত অক্ষ হতে এর দূরত্ব 1.5m । অক্ষ সাপেক্ষে অড়তার আম্বক নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} I &= mr^2 \\ I &= 0.03 \times (1.5)^2 \\ &= 0.0675 \text{ kg m}^2 \end{aligned}$$

এখনে,

$$\begin{aligned} \text{ভর}, m &= 0.03 \text{ kg} \\ \text{বৃত্ত অক্ষ হতে দূরত্ব}, r &= 1.5 \text{ m} \\ \text{অড়তার আম্বক}, I &=? \end{aligned}$$

১৮। 0.01kg ভর ও 0.08m দৈর্ঘ্যের একটি দড়ের একটি পাতার চারিদিকে একটি বস্তু দৈর্ঘ্যের অতিসমতাবে প্রতি মিনিটে 50 বার ঘূরছে। এর কৌণিক গতিশক্তি নির্ণয় কর।

$$\text{আমরা পাই, } K.E_r. = \frac{1}{2} I \omega^2$$

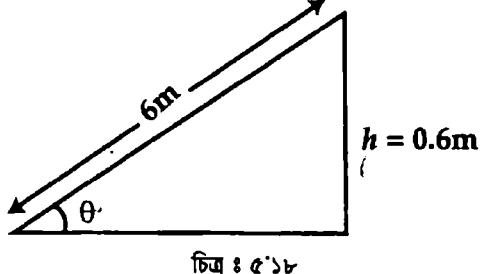
$$\text{প্রশ্নানুযায়ী, } I = \frac{1}{3} m l^2, m = 0.01 \text{ kg}, l = 0.08 \text{ m } \text{ ও}$$

$$\text{কৌণিক বেগ, } \omega = \frac{2\pi N}{t} = \frac{2 \times 3.14 \times 50 \text{ rad}}{60 \text{ s}} = \frac{5}{3} \times 3.14 \text{ rad s}^{-1}$$

$$\text{নির্ণয় কৌণিক গতিশক্তি, } K.E_r. = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m l^2 \right) \times \omega^2$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{3} \times 0.01 \text{ kg} \times (0.08 \text{ m})^2 \right\} \times \left(\frac{5}{3} \times 3.14 \text{ rad s}^{-1} \right)^2 \\ = 2.92 \times 10^{-4} \text{ J}$$

১৯। একটি রাস্তা 60m ব্যাসার্ধে বাঁক নিরেছে। ঐ স্থানে রাস্তাটি 6m চওড়া এবং এর ডিতরের কিনারা হতে বাইরের কিনারা 0.6m উচু। সর্বোচ্চ কত বেগে ঐ স্থানে নিরাপদ বাঁক নেয়া সম্ভব?



আমরা জানি, নিরাপদ বাঁকের জন্য,

$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\text{বা, } v^2 = rg \tan \theta$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } v^2 &= 60 \times 9.8 \times 0.1 \\ &= 58.8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{58.8} \\ &= 7.67 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

এখনে,

$$\sin \theta = \frac{0.6}{6} = 0.1$$

$$\tan \theta = \frac{0.6}{6} = 0.1 \Rightarrow v = \sqrt{rg} = \sqrt{60 \times 9.8} = 7.67 \text{ m s}^{-1}$$

$$\checkmark \quad \checkmark \quad \tan \theta = \frac{0.6}{6} = 0.1 \Rightarrow \theta = \sin^{-1}(0.1) = 5.74^\circ$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 60 \text{ m}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{সর্বোচ্চ বেগ, } v = ?$$

২০। কোন অক্ষ সাপেক্ষে একটি লৌহ নির্মিত বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.5m । বস্তুটির ভর 0.5kg হলে এর অড়তার আম্বক কত? [কু. ৰো. ২০০০]

$$I = MK^2$$

$$= 0.5 \times (0.5)^2$$

$$= 0.125 \text{ kg m}^2$$

দেয়া আছে,

$$K = 0.5 \text{ m}$$

$$M = 0.5 \text{ kg}$$

$$I = ?$$

প্রশ্নামালা

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন :

১। সমবেগে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে না, কিন্তু বৃত্তাকার পথে সমন্বিতে চলতে থাকলেও বস্তুর ত্বরণ ঘটে কেন?

২। বাঁকা পথে অতি স্থূল গতিশীল গাড়ি কেন উঠে যায়—ব্যাখ্যা কর।

৩। নিম্নলিখিত ঘটনাসমূহ ব্যাখ্যা কর :

(ক) বৃত্তাকার পথে চলার সময় সাইকেল আঝোইয়া গা আপনা-আপনি খাড়া অবস্থা হতে বৃত্তাকার পথের কেন্দ্রের দিকে অবনত হয়ে যায়।

(খ) বাঁকের মুখে রাস্তা কিবো রেল লাইন কাত করে রাখা হয়।

(গ) গাড়ি মোড় ঘূরার সময় তার আঝোই বাঁকের কেন্দ্রের বিপরীত দিকে ঝুঁকে পড়ে।

[কু. ৰো. ২০০২]

- ୪। ଟର୍କ କାକେ ବଲେ ? [ଯ. ବୋ. ୨୦୦୬ ; ଢ. ବୋ. ୨୦୦୦ ; ଚ. ବୋ. ୨୦୦୧ ; ସି. ବୋ. ୨୦୦୧ ; ରା. ବୋ. ୨୦୦୦]
ବା, ଟର୍କ ବଲାତେ କି ବୁଝ ?]
- ୫। କୌଣସିକ ଭରବେଗ କାକେ ବଲେ ? [ଯ. ବୋ. ୨୦୦୫ ; କୁ. ବୋ. ୨୦୦୪ ; ସି. ବୋ. ୨୦୦୩]
୬। କେନ୍ଦ୍ରମୂଳୀ ବଲ ବଲାତେ କି ବୁଝ ? [ଯ. ବୋ. ୨୦୦୫ ; କୁ. ବୋ. ୨୦୦୦ ; ଚ. ବୋ. ୨୦୦୬, ୨୦୦୨]
୭। ଜଡ଼ତାର ମୋମେଟ୍ ବା ଆମକ କାକେ ବଲେ ? [ଯ. ବୋ. ୨୦୦୬ ; ବ. ବୋ. ୨୦୦୫ ; ସି. ବୋ. ୨୦୦୩ ;
ରା. ବୋ. ୨୦୦୧ ; ଚ. ବୋ. ୨୦୦୦]
[କୁ. ବୋ. ୨୦୦୩]
- ୮। କୌଣସିକ ଭରବେଗେ ଡେଟର ସଞ୍ଜା ଦାଓ ? [କୁ. ବୋ. ୨୦୦୪]
- ୯। କୌଣସିକ ଗତି ସଞ୍ଜାକୁ ନିଆଟନେର ହିତୀଯ ସ୍ତରଟି ବିବୃତ କରି । [ଚ. ବୋ. ୨୦୦୨]
- ୧୦। ଚକ୍ରଗତିର ବ୍ୟାସାର୍ଥ କାକେ ବଲେ ? [ରା. ବୋ. ୨୦୦୬, ଚ. ବୋ. ୨୦୦୬, ବ. ବୋ. ୨୦୦୬ ; ସି. ବୋ. ୨୦୦୨]
୧୧। ଟର୍କରେ ମାତ୍ରା କି ? [କୁ. ବୋ. ୨୦୦୧]
- ୧୨। ସଞ୍ଜା ଦାଓ :
କୌଣସିକ ବେଗ, କୌଣସିକ ଭୂରଣ
କୌଣସିକ ଭରବେଗ,
ଚକ୍ରଗତିର ବ୍ୟାସାର୍ଥ
କେନ୍ଦ୍ରମୂଳୀ ବଲ, ଜଡ଼ତାର ଆମକ
ଦ୍ୱାସ୍ତୁ, ଟର୍କ
କେନ୍ଦ୍ରମୂଳୀ ଭୂରଣ
ମଚନାମୂଳକ ପ୍ରଣ୍ଥ :
୧। ରୈଥିକ ବେଗ ଓ କୌଣସିକ ବେଗେର ମଧ୍ୟେ ସମ୍ପର୍କ ପ୍ରତିଷ୍ଠା କରି । [ଚ. ବୋ. ୨୦୦୫]
୨। ଟର୍କ ବଲାତେ କି ବୁଝ ? ଦେଖାଓ ଯେ, କୋନ ଥିଲେ ଅକ୍ଷେତ୍ର ଚାରଦିକେ ସ୍ରୀରାମାନ ଏକଟି ବସ୍ତୁର ଉପର କିଯାଇରାତ ଟର୍କ ତାର ଜଡ଼ତାର ଆମକ
ଓ କୌଣସିକ ଭୂରଣେର ଗୁଣଫଳେର ସମାନ । ବା, $t = I_a$ ସମୀକରଣଟି ପ୍ରତିପାଦନ କର ।
- କୁ. ବୋ. ୨୦୦୪ ; ଢ. ବୋ. ୨୦୦୪ ; ବ. ବୋ. ୨୦୦୨ ; ସି. ବୋ. ୨୦୦୩;
ଯ. ବୋ. ୨୦୦୨ ; ଚ. ବୋ. ୨୦୦୨]
- ଅଥବା, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, $t = I_a$ ଯଥିନ ପ୍ରତୀକଗୁଲୋ ପ୍ରଚଲିତ ଅର୍ଥ ବହନ କରେ । [ବ. ବୋ. ୨୦୦୬ ; ଚ. ବୋ. ୨୦୦୫]
୩। $L = I_a$ ସମୀକରଣଟି ପ୍ରତିପାଦନ କର । [ଚ. ବୋ. ୨୦୦୪]
- ୪। କୌଣସିକ ଭରବେଗ ବା ଭରବେଗେର ଆମକେର ସଞ୍ଜା ଦାଓ । ଏକଟି ଥିଲେ ଅକ୍ଷେତ୍ର ଚାରଦିକେ ସ୍ରୀରାମାନ ଏକଟି ଦ୍ୱାସ୍ତୁ ବସ୍ତୁର କୌଣସିକ
ଭରବେଗେର ଜନ୍ୟ ଏକଟି ରାଶିମାଳା ପ୍ରତିପାଦନ କର । [ରା. ବୋ. ୨୦୦୧; କୁ. ବୋ. ୨୦୦୦]
- ୫। ଟର୍କ ଓ କୌଣସିକ ଭୂରଣ କାକେ ବଲେ ? ଏଦେର ମଧ୍ୟେ ସମ୍ପର୍କ ସ୍ଥାପନ କର ।
- ୬। ଏକଟି କଣାର କୌଣସିକ ଭରବେଗେର ସଞ୍ଜା ଦାଓ । ଦେଖାଓ ଯେ, ସମୟେର ସାଥେ କୋନ ବସ୍ତୁକଣାର କୌଣସିକ ଭରବେଗେର ପରିବର୍ତ୍ତନେର ହାର
ତାର ଉପର କିଯାଇରାତ ଟର୍କରେ ସମାନ । [କୁ. ବୋ. ୨୦୦୦]
- ୭। କୌଣସିକ ଗତିର ଜନ୍ୟ ନିଆଟନେର ସ୍ତର ବିବୃତ ଓ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର । [ଚ. ବୋ. ୨୦୦୨]
- ୮। କୌଣସିକ ଭରବେଗେର ସଂରକ୍ଷଣ ସ୍ତର ବର୍ଣନା ଓ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର । [ଯ. ବୋ. ୨୦୦୨]
- ୯। ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, ଏକକ ସମକୌଣସିକ ବେଗେ ଆବର୍ତ୍ତନରତ କୋନ ଦ୍ୱାସ୍ତୁ ବସ୍ତୁର ଗତିଶକ୍ତି ସଂଖ୍ୟାଗତଭାବେ ଏର ଜଡ଼ତାର ଆମକେର ଅର୍ଦ୍ଦେ । [ଚ. ବୋ. ୨୦୦୧]
- ୧୦। ଦ୍ୱାସ୍ତୁ ବସ୍ତୁର ଜଡ଼ତାର ଆମକ କି ? ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, ଏକକ ସମକୌଣସିକ ବେଗେ ଆବର୍ତ୍ତନରତ କୋନ ଦ୍ୱାସ୍ତୁ ବସ୍ତୁର ଜଡ଼ତାର ଆମକ
ସଂଖ୍ୟାଗତଭାବେ ଏର ଗତିଶକ୍ତିର ବିଶ୍ଳେଷଣ । [ଚ. ବୋ. ୨୦୦୧]
- ୧୧। କୋନ ଅକ୍ଷେତ୍ର ସାପେକ୍ଷେ ସ୍ରୀରାମାନ କୋନ ବସ୍ତୁର ଗତିଶକ୍ତିର ସମୀକରଣ ନିର୍ଧାରଣ କର ।
- ୧୨। ଜଡ଼ତାର ଆମକ ସଞ୍ଜାକୁ ଉପପାଦ୍ୟ ଦୁଟି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର । [କୁ. ବୋ. ୨୦୦୨]
- ୧୩। ଜଡ଼ତାର ଆମକେର ଉପର ଲାଭ ଅକ୍ଷସମୂହେର ଉପପାଦ୍ୟ ବିବୃତ ଓ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର । [ଢ. ବୋ. ୨୦୦୬ ; ରା. ବୋ. ୨୦୦୨ ; ସି. ବୋ. ୨୦୦୨]
- ୧୪। ଜଡ଼ତାର ଆମକ ବୁଝିଯେ ଦାଓ । ଜଡ଼ତାର ଆମକ ସମ୍ପର୍କେ ଅକ୍ଷ ଉପପାଦ୍ୟ ଦୁଟି ଚିହ୍ନିତ କର । [ସି. ବୋ. ୨୦୦୫]
- ୧୫। ଜଡ଼ତାର ଆମକେର ଉପର ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷସମୂହେର ଉପପାଦ୍ୟ ବିବୃତ କର ଓ ଏର ଏକଟି ପ୍ରୟୋଗ ଦେଖାଓ ।
- ୧୬। ଏକଟି ସମ୍ର ଓ ସୁଧମ ଦଶେ ଏକ ପ୍ରାଣ ଦିଯେ ଏବଂ ଦୈର୍ଘ୍ୟେର ଅଭିକାଳ୍ପନି ଅକ୍ଷେତ୍ର ସାପେକ୍ଷେ ତାର ଜଡ଼ତାର ଆମକ ନିର୍ଣ୍ୟ
କର । [ସ. ବୋ. ୨୦୦୧ ; ଚ. ବୋ. ୨୦୦୫]
- ୧୭। ଏକଟି ପାତଳା ଓ ସୁଧମ ବୃତ୍ତାକାର ଚାକତିର ଭାର M ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଥ r_1 । ଯେ କୋନ ଏକଟି ବ୍ୟାସେର ସାପେକ୍ଷେ ଚାକତିର ଜଡ଼ତାର ଆମକ
ନିର୍ଣ୍ୟ କର । [କୁ. ବୋ. ୨୦୦୩ ; ରା. ବୋ. ୨୦୦୧]
- ୧୮। ଏକଟି ସମ୍ର ଓ ସୁଧମ ଦଶେର ମଧ୍ୟବିଲ୍ଲ ଦିଯେ ଏର ଦୈର୍ଘ୍ୟେର ସାଥେ ଲାଭକାରୀ ଅକ୍ଷେତ୍ର ସାପେକ୍ଷେ ଦଶେର ଜଡ଼ତାର ଆମକ ଏବଂ
ଚକ୍ରଗତିର ବ୍ୟାସାର୍ଥେର ରାଶିମାଳା ନିର୍ଣ୍ୟ କର । [ସ. ବୋ. ୨୦୦୬ ; ଚ. ବୋ. ୨୦୦୩ ; ସି. ବୋ. ୨୦୦୬, ୨୦୦୪, ୨୦୦୨;
ରା. ବୋ. ୨୦୦୬, ୨୦୦୨ ; ସ. ବୋ. ୨୦୦୫, ୨୦୦୧]
- ୧୯। ରାଶାର ବ୍ୟାସକିଂ ବଲାତେ କି ବୁଝ ? ରାଶାର ମୋଡ୍ରେ ଆନନ୍ଦ କୋଣେର ରାଶିମାଳା ନିର୍ଣ୍ୟ କର ।
- ୨୦। କେନ୍ଦ୍ରମୂଳୀ ବଲ ବଲାତେ କି ବୁଝ ? m ତରେର ଏକଟି ବସ୍ତୁ, ବ୍ୟାସାର୍ଥେର ଏକଟି ବୃତ୍ତାକାର ପଥେ, ସମୟଭାବରେ ସ୍ଥାନରେ ବସ୍ତୁର ଜଡ଼ତାର ଆମକ ଏବଂ
କେନ୍ଦ୍ରମୂଳୀ ବଲ, $F = \frac{mv^2}{r}$ । [କୁ. ବୋ. ୨୦୦୩ ; ସ. ବୋ. ୨୦୦୧ ; ସି. ବୋ. ୨୦୦୧ ; ରା. ବୋ. ୨୦୦୦ ; ଚ. ବୋ. ୨୦୦୦]
- ଅଥବା, ବୃତ୍ତାକାର ପଥେ ଆବର୍ତ୍ତନରତ କୋନ ବସ୍ତୁର ଉପର କିଯାଇଲେ କେନ୍ଦ୍ରମୂଳୀ ବଲରେ ରାଶିମାଳା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।
- ୨୧। କେନ୍ଦ୍ରମୂଳୀ ବଲ କି ? ଏର ରାଶିମାଳା ପ୍ରତିପାଦନ କର । [କୁ. ବୋ. ୨୦୦୬]
[ରା. ବୋ. ୨୦୦୫]

পারিস্থিক সমস্যাৰ সম্বলি :

(১) ০.২ kg ভরের একটি পাথরকে ০.৬ m লম্বা একটি সূতার সাহায্যে বৈধে অপর প্রান্তের চারদিকে অনুভূমিক বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 150 বার ঘূরানো হল। সূতার টান নির্ণয় কর। [উৎপন্ন শক্তি : ২৯.৬ N]

(২) ৪g ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে ১.৫m দীর্ঘ সূতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘূরানো হচ্ছে। বস্তুটি ৫ সেকেন্ডে ২০ বার পূর্ণ আবর্তন করছে। সূতার টান নির্ণয় কর। [কু. বো. ২০০৬] [উৎপন্ন : ৩.৭৯ N]

(৩) ২ kg ভরের একটি পাথরকে ১২ m দীর্ঘ একটি সূতার সাহায্যে বৈধে অনুভূমিক তলে ঘূরানো হচ্ছে। সূতাটি সর্বোচ্চ ১৯.৬ N টান সহ্য করতে পারে। সূতা না ছিড়ে পাথরটিকে সর্বোচ্চ কত সমদৃতিতে ঘূরানো যেতে পারে? [উৎপন্ন : ১০.৮৪ ms^{-১}]

(৪) একজন মোটর সাইকেল আরোহী ১০০ m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে কত বেগে মোড় নিলে উল্লম্ব তলের সাথে ৩০° কোণে আনতে পারবে? [g = ৯.৮ ms^{-২}] [উৎপন্ন : ২৩.৭৯ ms^{-১}]

(৫) একটি গাড়ি ৫০ km/hr বেগে ৬০ m ব্যাসার্ধের একটি রাস্তায় মোড় নিতে হলে অনুভূমিকের সাথে রাস্তাটির আনতি কোণ বা ব্যাখ্যক কোণ কত হওয়া প্রয়োজন? [১৪.১৬°]

(৬) ৫ m চওড়া কোন একটি রাস্তার মোড়ের বৃত্তাকার অংশের ব্যাসার্ধ ৩৬.৭ m। রাস্তার কেন্দ্র যে পার্শ্বে এই পার্শ্বে অপর পার্শ্ব কত উচু হলে এই রাস্তায় সর্বোচ্চ ৬ ms^{-১} সমদৃতিতে গাড়ি চালানো যাবে? [উৎপন্ন : ০.৫ m]

(৭) কোন অক্ষ সাপেক্ষে একটি বস্তুর জড়তার ভারক ১০০ kg-m²। উক্ত অক্ষ সাপেক্ষে বস্তুটির চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। (বস্তুটির ওজন ২৯.৪ N)

(৮) একটি চাকার ভর 10kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ ০.৫m। এর জড়তার ভারক নির্ণয় কর।

[চা. বো. ২০০০] [উৎপন্ন : ২.৫ kgm²]

(৯) একটি চাকার ভর ৪kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ ২৫ cm। এর জড়তার ভারক নির্ণয় কর। চাকাটিতে ২ rads^{-২} কৌণিক তুরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে? [য. বো. ২০০০] [উৎপন্ন : ০.২৫ kgm²; ০.৫N-m]

(১০) একটি ঘূর্ণায়মান লোহার গোলকের ভর ০.৫ kg। ঘূর্ণন অক্ষ হতে এর দূরত্ব ১ m। অক্ষ সাপেক্ষে জড়তার ভারক নির্ণয় কর। [উৎপন্ন : ০.৫ kg-m²]

(১১) একটি সিলিন্ডারের ভর ৪০ kg এবং ব্যাসার্ধ ০.১১৫ m। সিলিন্ডারটির অক্ষের সাপেক্ষে এর জড়তার ভারক ১.০ kg-m²। সিলিন্ডারটি যখন ১.৫ ms^{-১} বেগে অনুভূমিকভাবে গড়াতে থাকে তখন তার মোট গতিশক্তি কত? [উৎপন্ন : ৯৫ J]

১২। ব্যাসার্ধ তেওঁর $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ এবং বল $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$ হলে টর্ক $\vec{\tau}$ নির্ণয় কর।

[উৎপন্ন : $(yF_x - zF_y)\hat{i} + (zF_x - xF_z)\hat{j} + (xF_y - yF_x)\hat{k}$]

(১৩) কেন্দ্রগামী শব্দ বরাবর অক্ষের সাপেক্ষে একটি চাকতি ঘূরছে। এই অক্ষের সাপেক্ষে চাকতির জড়তার ভারক ১.৫ kg-m²। টর্ক প্রয়োগের ফলে চাকতিটি স্থির অবস্থান থেকে সমকৌণিক তুরণে ঘূরে ৬ সেকেন্ড পরে $6\pi \text{rads}^{-1}$ কৌণিক বেগ প্রাপ্ত হল। টর্কের মান নির্ণয় কর। [উৎপন্ন : ৪.৭১ N.m]

(১৪) ৪০ kg ভরবিশিষ্ট একটি বালক নাগরদোলার প্রাণ্তাগে চড়ে ২৫ m ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তাকার পথে ৫ rpm কৌণিক বেগে পাক বাছে। বালকটির কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর। [উৎপন্ন : ৩২৭৩ kgm²s^{-১}]

(১৫) একটি ফ্লাই হুইলের জড়তার ভারক ০.০৫ kgm²। এর কৌণিক বেগ ৪ সেকেন্ডে ৬০ rmp হতে ৩০০ rpm পর্যন্ত বৃদ্ধি পেলে হুইলের উপর ক্রিয়ারত টর্কের মান নির্ণয় কর। [উৎপন্ন : ০.১৫৭ N.m]

(১৬) হাইড্রোজেন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে ইলেক্ট্রন $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে চলে $1.51 \times 10^{-16} \text{ s}$ -এ একবার ঘূরে আসে। কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর। [উৎপন্ন : $1.07 \times 10^{-34} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-1}$]

(১৭) কৌণিক ভরবেগ কত হলে ৪৮০ kgm² জড়তার ভারকে কৌণিক বেগ 5 rad s^{-1} হবে? [উৎপন্ন : ২৪০০ kg m²s⁻¹]

(১৮) কি পরিমাণ টর্কের ক্রিয়ায় 250 kg m^2 জড়তার ভারকের কৌণিক তুরণ 4 rads^{-2} হবে? [উৎপন্ন : ১০০০ Nm]

(১৯) একটি চাকতির ব্যাস ২ m ও ভর ২০ kg। ১৮০০ rpm কৌণিক দ্রুতিতে চাকতির কৌণিক ভরবেগ কত হবে? [উৎপন্ন : $600 \pi \text{ kg m}^2 \text{s}^{-1}$]

(২০) একটি ফ্লাই হুইলের কৌণিক বেগ $2\pi \text{ rad s}^{-1}$ হতে $6\pi \text{ rad s}^{-1}$ -এ উন্নীত করতে ১০০ J কাজ সম্পন্ন করতে হয়। হুইলটির জড়তার ভারক নির্ণয় কর। [উৎপন্ন : ০.৬৩ kg m²]

(২১) ২.৪ kg ভর ও ০.২ m চক্রগতির ব্যাসার্ধসম্পন্ন একটি চাকতিতে কি পরিমাণ টর্ক ক্রিয়া করলে তার কৌণিক তুরণ 3 rad s^{-2} হবে? [উৎপন্ন : ০.২৮৮ Nm]

(২২) একটি মোটর ৮০ N m মানের টর্ক উৎপন্ন করে প্রতি সেকেন্ডে ১০ বার ঘূরছে। এর ক্ষমতা নির্ণয় কর। [উৎপন্ন : ৫০২৬.৫৫ W]

(২৩) ৫ kg ভর ও ০.৫ m চক্রগতির ব্যাসবিশিষ্ট একটি চাকা প্রতিমিনিটে ৩০০ বার ঘূরছে। চাকাটির গতিশক্তি নির্ণয় কর। [উৎপন্ন : ৬১৬.৮৭ J]

(২৪) ১০ kg ভরের একটি বস্তু ৪ m দৈর্ঘ্যের একটি নগল্য ভরের সূতার এক প্রান্তে বেধে অপর প্রান্তের চারদিকে ঘূরানো হলে বস্তুটির জড়তার ভারক কত হবে? [উৎপন্ন : ১৬০ kg m²]



কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা WORK, ENERGY AND POWER

৬.১ সূচনা

Introduction

কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা এ তিনটি শব্দ আমাদের অতি পরিচিত। আমরা দৈনন্দিন জীবনে কাজ শব্দটিকে শারীরিক কিংবা মানসিক যে কোন কাজের জন্য ব্যবহার করে থাকি। তাই সাধারণ অর্থে কোন কিছু করার নামই কাজ। যেমন রিক্ষাওয়ালা যখন রিক্সা টানে তখন সে কাজ করে। কুলি যখন মাল বহন করে তখন সে কাজ করে, ঘোড়া যখন গাড়ি টানে তখন এটি কাজ করে ইত্যাদি। এ থেকে স্পষ্ট যে কাজ শব্দটি দৈনন্দিন জীবনে কোন নির্দিষ্ট অর্থে ব্যবহৃত না হয়ে ব্যাপক অর্থে ব্যবহৃত হয়। পদার্থবিজ্ঞানে কাজ বলতে নির্দিষ্ট একটি অর্থ বুঝায়। আবার ক্ষমতা ও শক্তি উভয়ই সাধারণতাবে একই অর্থে ব্যবহার করি। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে এরা এক নয়। এ অধ্যায়ে কাজ, ক্ষমতা ও শক্তির প্রকৃত ব্যাখ্যা এবং এদের সম্পর্কিত বিভিন্ন সম্পর্ক আলোচনা করা হবে।

৬.২ কাজ

Work

পদার্থবিজ্ঞানের ভাষায় কোন বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে বলের অভিমুখে যদি বস্তুটির সরণ ঘটে তবে ক্রিয়াশীল বল কাজ করেছে বুঝায়। কাজের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায়।

সংজ্ঞা : কোন বস্তুর উপর বল প্রয়োগে বস্তুর সরণ ঘটলে প্রযুক্তির ও বলের অভিমুখে সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।

উপরের সংজ্ঞা থেকে স্পষ্ট যে কোন বস্তুর উপরে শুধু বল প্রয়োগ করলেই কাজ হয় না। যেমন একটি কাঠের গুড়ির উপর বল প্রয়োগ করা হল ; কিন্তু গুড়িটির কোন স্থানান্তর হল না। সুতরাং প্রযুক্তি বল কোন কাজ করল না। অতএব, সিদ্ধান্ত এই যে, বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে যদি বলের ক্রিয়া রেখায় ঐ বস্তুর স্থানান্তর না ঘটে, তবে কাজ সম্পাদিত হয় না।

বলের দ্বারা কাজ বা ধনাত্মক কাজ :

কাজের জন্য বলের প্রয়োজন। বল দুভাগে কাজ করতে পারে। যথা-(১) বলের দ্বারা বা বলের দিকে কাজ এবং (২) বলের বিরুদ্ধে বা বলের বিপরীত দিকে কাজ।

১। বলের দ্বারা কাজ : যদি বল প্রয়োগে বলের প্রয়োগ বিস্তু বলের ক্রিয়ার অভিমুখে সরে দ্বারা বা বলের দিকে সরণের ধনাত্মক উপাংশ থাকে তবে বলের দ্বারা কাজ হয়েছে বুঝায়। বলের দ্বারাকৃত কাজকে ধনাত্মক কাজ বলে।

উদাহরণ :

(ক) একটি বস্তুকে ছাদের উপর হতে নিচে ফেলা হল। এক্ষেত্রে বলের দ্বারা কাজ হল বুঝায়।

(খ) একটি ফুটবল চলত অবস্থায় আছে। বল প্রয়োগ করার ফলে ফুটবলটি বলের দিকে সরে গেল। এ ক্ষেত্রেও বলের দ্বারা কাজ হয়েছে বুঝায়।

২। বলের বিরুদ্ধে কাজ বা ঋণাত্মক কাজ :

স্তুতি : বল প্রয়োগের ফলে যদি বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের ক্রিয়ার বিপরীত দিকে সরে যায় বা বলের দিকে সরণের ঋণাত্মক উপাখ্য থাকে তবে যে কাজ সম্পাদিত হবে তাকে বলের বিরুদ্ধে কাজ বা ঋণাত্মক কাজ বলে।

উদাহরণ :

(ক) একটি বস্তুকে মাটি হতে টেবিলের উপর উঠানো হল। এক্ষেত্রে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে সরানো হল। অতএব বলের বিরুদ্ধে কাজ হয়েছে বুঝাবে।

(খ) সমবেগে গতিশীল একটি গাড়ি ব্রেক করলে কিছুদূর গিয়ে থেমে যাবে। এক্ষেত্রে ব্রেকজনিত বল গাড়ির গতির বিপরীত দিকে ক্রিয়া করায় বলের বিরুদ্ধে কাজ হয়েছে বুঝাবে।

৬.৩ কাজের পরিমাপ (ধূর বলের ক্ষেত্রে)

Measurement of work (In case of constant force)

সময়ের প্রেক্ষিতে বলের মান ও দিক পরিবর্তন না হলে তাকে ধূর বল বলে।

মনে করি A বিন্দুতে অবস্থিত কোণ একটি বস্তুর উপর AB বরাবর F বল প্রযুক্ত ইওয়ায় বস্তুটি A বিন্দু হতে B বিন্দুতে যেতে s দূরত্ব অতিক্রম করল [চিত্র ৬.১ (ক)]। তা হলে,

কৃত কাজ = বলের মান × বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর সরণের মান

$$\text{বা, } W = F \times s \quad (1)$$

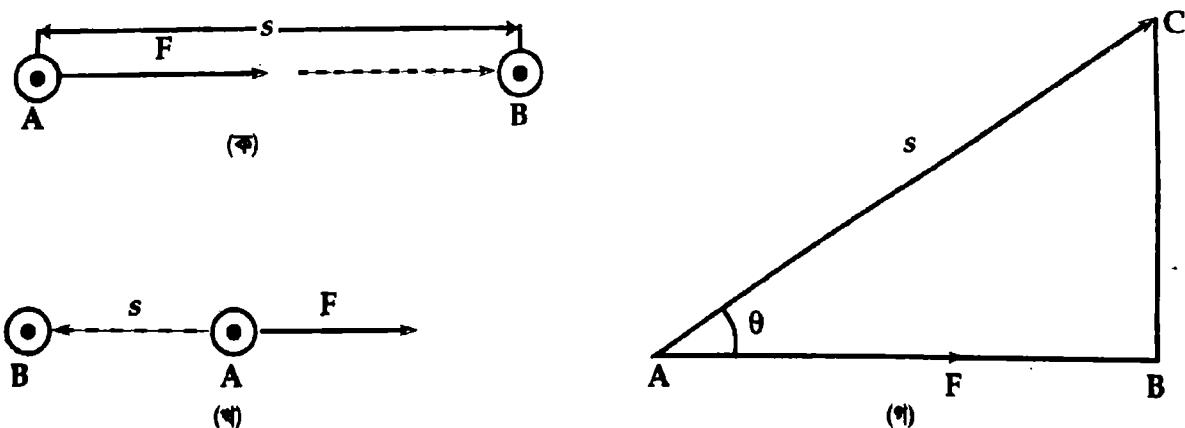
যদি বল প্রয়োগের ফলে বস্তুর তথা বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ, বলের বিপরীত দিকে AB = s হয় [চিত্র ৬.১(খ)] তবে,

কৃত কাজ = বলের মান × বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর সরণের মান

$$W = F \times (-s) = -F \times s \quad (2)$$

ঋণ চিহ্ন বল ও সরণ বিপরীতমুখী বুঝাতে ব্যবহৃত হয়েছে।

এবার মনে করি একটি বস্তুর উপর F পরিমাণ বল AB অভিমুখে প্রযুক্ত ইওয়ায় বস্তুটি বলের অভিমুখের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে s পরিমাণ দূরত্ব সরে C বিন্দুতে পৌছল [চিত্র ৬.১(গ)]। তা হলে বলের ক্রিয়ারেখা বরাবর বস্তুর সরণ = AB = s cos θ।



চিত্র ৬.১

এখানে $BC \perp AB$

\therefore কৃত কাজ, $W = \text{বলের মান} \times \text{বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর সরণের মান}$

$$\text{বা } W = Fs \cos \theta \quad (3)$$

= বলের মান × বলের দিকে সরণের উপাখ্যের মান।

= সরণের মান × সরণের দিকে বলের উপাখ্যের মান।

ভেটের বীজগণিতের সাহায্যে কাজকে নিম্নলিখিতভাবে প্রকাশ করা যায় :

কাজকে বল ও সরণ এই দুটি ভেটের রাশির ক্ষেত্রের গুণফল দ্বারা পরিমাপ করা হয়। মনে করি বল \vec{F} একটি ভেটের বা দিক রাশি এবং সরণ s একটি ভেটের বা দিক রাশি

অতএব কাজ = বল . সরণ

$$\text{বা } W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

$$= s \cdot \vec{F} = Fs \cos \theta, [s \cos \theta \text{ হল বল } F\text{-এর দিকে সরণের উপাংশ বা অংশক}] \quad (4)$$

এখানে $\theta = \vec{F}$ এবং \vec{s} -এর মধ্যবর্তী কোণ।

(ক) $\theta = 0^\circ$ হলে, অর্থাৎ বলের দিকে যখন বস্তুর সরণ হয়, তখন

$$\begin{aligned} W &= \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos \theta = Fs \cos 0^\circ \\ &= Fs \quad [\because \cos 0^\circ = 1] \end{aligned}$$

এখানে কাজ ধনাত্মক (positive)। এক কথায় θ সূক্ষ্মকোণ হলে কাজ ধনাত্মক। কাজ ধনাত্মক হলে বলের দ্বারা কাজ বুঝায়।

(খ) $\theta = 90^\circ$ হলে

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos 90^\circ = 0 \quad [\because \cos 90^\circ = 0]$$

অর্থাৎ $\theta = 90^\circ$ হলে বল দ্বারা কাজের পরিমাণ শূন্য হবে।

(গ) $\theta = 180^\circ$ হলে কাজ ঋণাত্মক (negative) হবে অর্থাৎ

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos 180^\circ = -Fs \quad [\because \cos 180^\circ = -1]$$

কাজ ঋণাত্মক হলে বলের বিরুদ্ধে কাজ বুঝায়।

উপরের সমীকরণগুলো হতে সিদ্ধান্ত করা যায় যে, বল প্রয়োগের ফলে যদি বলের প্রয়োগ বিলুপ্ত সরণ ঘটে তবেই কাজ সাধিত হবে। এটিই কাজের শর্ত।

কাজ দুটি দিক রাশি \vec{F} ও \vec{s} এর ডট বা ক্ষেত্রের গুণফল। এটি একটি ক্ষেত্রের রাশি। কাজের শুধুমাত্র মান রয়েছে।

কতকগুলো বল যদি একসাথে বস্তুর উপর কাজ করে, তবে প্রতিটি বল দ্বারা কাজের পরিমাণ পৃথক পৃথকভাবে নির্ণয় করে সবগুলোকে একত্রে যোগ করে মোট কাজের পরিমাণ পাওয়া যায়। অর্থাৎ মোট কাজের পরিমাণ

$$W = w_1 + w_2 + w_3 + \dots \dots + w_n \quad (5)$$

এখানে w_1, w_2, w_3, w_n ইত্যাদি হল যথাক্রমে $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_n$ ইত্যাদি বল দ্বারা কৃত কাজ।

শূন্য কাজ :

কাজ পরিমাপের সংজ্ঞা এবং সমীকরণ অনুসারে বল প্রয়োগের ফলে যদি বলের প্রয়োগ বিলুপ্ত সরণ না ঘটে, তবে কাজ $W = 0$ ।

সুতরাং শূন্য কাজের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায়।

সংজ্ঞা : বল প্রয়োগের ফলে যদি বস্তুর সরণ না হয় ($\vec{s} = 0$), অর্থাৎ বলের প্রয়োগ বিলুপ্ত থাকে অথবা প্রয়োগ বিলুপ্ত বলের উল্লম্ব অভিযুক্ত ($\theta = 90^\circ$) সরে যায়। তবে বলের দ্বারা শূন্য কাজ হয়েছে বুঝাবে।

উদাহরণ :

(ক) একজন লোক একটি ভারী বাজ মাথায় নিয়ে দাঁড়িয়ে থাকলে লোকটি কোন কাজ করছে না, কারণ বাজটির কোন সরণ নেই।

(খ) স্নোতের বিপুল স্তোত্রে সাতার কেটে স্থির থাকলে কোন কাজ করা হয় না।

(গ) একটি বস্তু দড়িতে বৈধে বৃত্তাকার পথে ঘূরালে কোন কাজ হবে না। কেননা প্রতি মূহূর্তে বস্তুটির বেগ বা সরণ বস্তুর অবস্থান বিন্দু হতে বৃত্তের সর্শক বরাবর এবং বলের দিক কেন্দ্ৰমুখী। অর্থাৎ কেন্দ্ৰমুখী বল ও সরণের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90° । সুতৰাং, কেন্দ্ৰমুখী বল দ্বাৰা কৃত কাজ শূন্য।

কাজ শূন্য হওয়াৰ শর্ত :

আমৰা জানি, কাজ

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos \theta$$

উপরেৰ সমীকৰণেৰ ডানপাশে F , s ও $\cos \theta$ তিনিটি রাখি রয়েছে। এদেৱে যে কোন একটি শূন্য হলে ডানপক্ষ অর্থাৎ কাজ শূন্য হবে।

(ক) যদি বস্তুতে বল প্ৰয়োগ না কৰা হয় তবে কাজ $W = 0$ হবে।

(খ) বল প্ৰয়োগ কৰাৰ ফলে যদি বস্তুৰ সরণ না ঘটে, তবে $W = 0$ হবে।

(গ) যদি $\cos \theta = 0$ হয়, অর্থাৎ $\theta = 90^{\circ}$ হয়, তবে $W = 0$ হবে। এ অবস্থা ঘটবে যখন বল F ও সরণ s -এৰ মধ্যবৰ্তী কোণ 90° হবে।

৬.৪ বলেৱ দ্বাৰা কাজ ও বলেৱ বিৱুল্পন্ধ কাজেৰ পাৰ্থক্য

Distinction between work done by and against a force

অপৰা, ধনাত্মক কাজ ও অণাত্মক কাজেৰ পাৰ্থক্য

Distinction between positive and negative work

বলেৱ দ্বাৰা কাজ	বলেৱ বিৱুল্পন্ধ কাজ
১। যদি বল প্ৰয়োগেৰ ফলে বলেৱ দিকে বলেৱ প্ৰয়োগ বিন্দুৰ সরণ ঘটে বা বলেৱ দিকে সরণেৰ ধনাত্মক উপাংশ থাকে তবে ঐ সরণেৰ জন্য কৃতকাজকে বলেৱ দ্বাৰা কাজ বলে।	১। যদি বল প্ৰয়োগেৰ ফলে বলেৱ বিপৰীত দিকে বলেৱ প্ৰয়োগ বিন্দুৰ সরণ ঘটে বা বলেৱ দিকে সরণেৰ অণাত্মক উপাংশ থাকে তবে ঐ সরণেৰ জন্য কৃতকাজকে বলেৱ বিৱুল্পন্ধ কাজ বলে।
২। <u>বলেৱ দ্বাৰা কাজ ধনাত্মক রাখি।</u>	২। <u>বলেৱ বিৱুল্পন্ধ কাজ অণাত্মক রাখি।</u>
৩। <u>বলেৱ দ্বাৰা কাজ হলে বস্তুতে তুৱণেৰ সৃষ্টি হয়।</u>	৩। <u>বলেৱ বিৱুল্পন্ধ কাজ হলে বস্তুৰ উপৰ মন্দন সৃষ্টি হয়।</u>
৪। <u>বলেৱ দ্বাৰা কাজ হলে স্থিতিশক্তি হ্ৰাস পায়।</u>	৪। <u>বলেৱ বিৱুল্পন্ধ কাজ হলে স্থিতিশক্তি বৃদ্ধি পায়।</u>
৫। <u>বলেৱ দ্বাৰা কাজ হলে গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়।</u>	৫। <u>বলেৱ বিৱুল্পন্ধ কাজ হলে গতিশক্তি হ্ৰাস পায়।</u>
৬। <u>বলেৱ দ্বাৰা কাজেৰ ক্ষেত্ৰ $90^{\circ} < \theta \geq 0^{\circ}$</u>	৬। <u>বলেৱ বিৱুল্পন্ধ কাজেৰ ক্ষেত্ৰ $180^{\circ} \geq \theta > 90^{\circ}$</u>

৬.৫ কাজেৰ একক ও মাত্ৰা সমীকৰণ

Unit and dimension of work

কাজেৰ একক আলোচনা কৰাৰ আগে একক কাজ কি তা জানা দৱকাৰ। কোন বস্তুৰ উপৰ একক বল প্ৰয়োগে বলেৱ ক্রিয়াৱেৰ বৱাবৰ যদি বস্তুৰ একক সরণ হয়, তবে যে পৰিমাণ কাজ সম্পন্ন হয়, তাকে একক কাজ বলে।

এস. আই. বা আন্তর্জাতিক পদ্ধতি : এ পদ্ধতিতে কাজের পরম একক হল জুল (Joule)। এক নিউটন বল প্রয়োগের ফলে বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর বস্তুর সরণ যদি এক মিটার হয়, তবে যে কাজ সম্পন্ন হয় তাকে এক জুল বলে।

$$1 \text{ জুল} = 1 \text{ নিউটন} \times 1 \text{ মিটার।}$$

তাৎপর্য : ধরা যাক 50 J পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করা হয়েছে।

$$\text{এখন, } 50 \text{ J} = 50 \text{ N} \times 1 \text{ m} = 1 \text{ N} \times 50 \text{ m} = 5 \text{ N} \times 10 \text{ m ইত্যাদি।}$$

সূতরাং, 50 J কাজ সম্পাদন বলতে বুঝায় 50 N বল প্রয়োগ করে বলের দিকে 1 m সরণ ঘটান বা 1 N বল প্রয়োগ করে 50 m সরণ ঘটান ; কিংবা 5N বল প্রয়োগ করে 10 m সরণ ঘটান ইত্যাদি।

পারমাণবিক পদার্থবিজ্ঞানে কাজ পরিমাপের জন্য ইলেক্ট্রন ভোল্ট (eV) নামে পরিচিত একটি সুবিধাজনক একক ব্যবহার করা হয়। এক ভোল্ট বিভিন্ন পার্দক্ষে একটি ইলেক্ট্রনের অর্ধিত শক্তি। এক ইলেক্ট্রন ভোল্ট।

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ জুল।}$$

বিদ্যুৎবিজ্ঞানে কাজের আর একটি ব্যবহারিক একক আছে। এর নাম কিলোওয়াট-সঞ্চা (K. W. H.)। এক কিলোওয়াট ক্ষমতাসম্পন্ন কোন উৎস এক ঘণ্টায় যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তাকে এক কিলোওয়াট-সঞ্চা বলে।

কাজের মাত্রা সমীকরণ :

$$\text{কাজের মাত্রা সমীকরণ, } [W] = [\text{বল}] \times [\text{সরণ}] = [\text{MLT}^{-2}] [\text{L}] \neq [\text{ML}^2\text{T}^{-2}]$$

৬.৬ অভিকর্ষীয় কাজ

Gravitational Work

অভিকর্ষ বলের দ্রুত কৃত কাজ :

(১) মনে করি 'm' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে অভিকর্ষ বলের প্রভাবে 'h' উচ্চতা হতে ফেলা হল।

কৃত কাজ = বল × সরণ

$$\text{বা, } W = F \times h = mgh \quad [\because F = mg] \quad (6)$$

বা, $W = \text{ভর} \times \text{অভিকর্ষীয় ত্বরণ} \times \text{উচ্চতা}$

অভিকর্ষ বলের দিক নিচের দিকে এবং একেত্রে সরণও নিচের দিকে। অর্থাৎ, বল ও সরণ একই দিকে হওয়ায় কাজ ধনাত্মক।

(২) 'm' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে $\frac{1}{2}h$ উচ্চতা উপরে উঠালে

$$\text{কৃত কাজ} = \text{ভর} \times \text{অভিকর্ষীয় ত্বরণ} \times \text{উচ্চতা} \text{ বা, } W = mgh \quad (7)$$

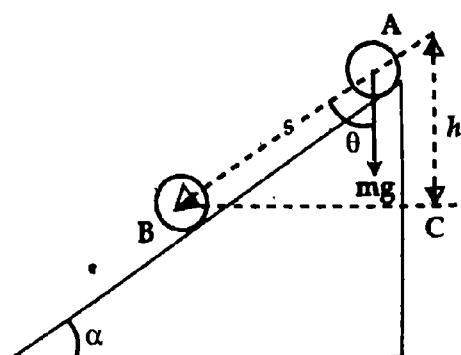
একেত্রে বল ও সরণ বিপরীত দিকে হওয়ায় এই

কাজ ঋণাত্মক।

(৩) মনে করি 'm' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু কোন একটি মসৃণ নততল বেয়ে A হতে B-তে সরে এল। যদি g অভিকর্ষীয় ত্বরণ হয়, তবে অভিকর্ষ বল mg বস্তুটিকে খাড়াভাবে নিচের দিকে টানবে।

ধরি সরণের অভিমুখ এবং অভিকর্ষ বলের অভিমুখের মধ্যে θ কোণ আছে এবং AB = s

$$\text{অভিকর্ষ বল } mg\text{-এর দিকে সরণের অংশ} = s \cos \theta$$



চিত্র ৬.২

যদি তল না ধাকত তবে বস্তুটি যে সময়ে A হতে B-তে যায়, সে সময়ে তা $AC = h$ দূরত্ব নিচে নামত।
 $h = s \cos \theta$

$$\text{কৃত কাজ}, W = mgs \cos \theta \quad \text{বা}, W = mgh \quad (8)$$

তলটি অনুভূমিকের সাথে α কোণে অবস্থান কৰলে, $\theta = (90^\circ - \alpha)$

$$W = mgs \cos (90^\circ - \alpha) = mgs \sin \alpha \quad [8(a)]$$

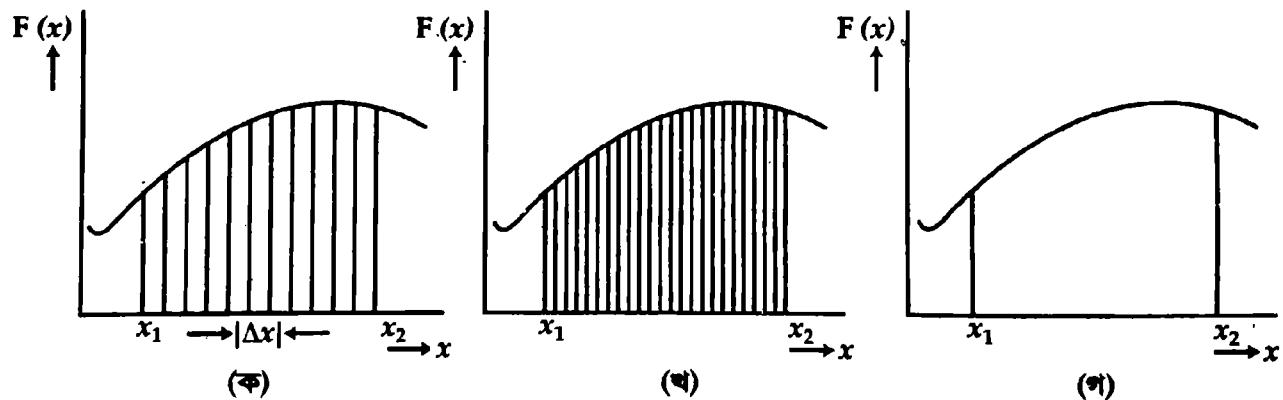
৬.৭ পরিবর্তনশীল বল কর্তৃক কৃত কাজের সমীকরণ

Equation of work done by variable force

৬.৫ অনুচ্ছেদে অভিকর্ষীয় কাজ আলোচনা কৰার সময় বল অপরিবর্তনশীল ধৰা হয়েছে। যদি উচ্চতায় বলের পরিবর্তন খুবই নগণ্য। কিন্তু পৃথিবী পৃষ্ঠের বেশ উপরের দিকে কিংবা নিচের দিকে অভিকর্ষীয় বলের মান কমতে ধাকে। সেক্ষেত্ৰে বল শুব ধৰা যায় না। বল একটি ভেট্টের রাশি; সূতৱাং এৰ দিক ও মান উভয়ই আছে। প্ৰথমে বলের মান পরিবর্তনশীল বিবেচনা কৰে আমৰা নিম্নে কৃত কাজের সমীকরণ বেৱে কৰব।

(ক) বলের মান যখন পরিবর্তনশীল : ধৰি কোন একটি পরিবর্তনশীল বল \vec{F} বস্তুর উপর X-অক্ষ বৰাবৰ ক্ৰিয়া কৰায় বস্তুটি X-অক্ষ বৰাবৰ x_1 অবস্থান থেকে x_2 অবস্থানে সৱে গেল এবং বলটি মানের সাপেক্ষে পৰিবৰ্তী। এই পৰিবৰ্তী বল দ্বাৰা বস্তুটিৰ সৱণ $(x_2 - x_1)$ ঘটাতে সম্পাদিত কাজ নিম্নোক্ত উপায়ে বেৱে কৰতে পাৰি।

এখন মোট সৱণ $(x_2 - x_1)$ কে বহুসংখ্যক অতি ক্ষুদ্ৰ ক্ষুদ্ৰ সমমানেৰ সৱণ Δx -এ বিভক্ত কৰা হল [চিত্ৰ ৬.৩ (ক)]।



চিত্ৰ ৬.৩

ফলে প্ৰতিটি ক্ষুদ্ৰ সৱণেৰ শুৰুতে বস্তুৰ উপৰ যে বল ক্ৰিয়া কৰে ঐ বলেৰ ক্ৰিয়াতেই ঐ সৱণ সংষ্টিত হয়েছে বিবেচনা কৰা যায়। প্ৰতিটি ক্ষুদ্ৰ অংশে ক্ৰিয়াৱত বল তিন্ন তিন্ন মানেৰ। সূতৱাং x_1 অবস্থান থেকে $x_1 + \Delta x$ পৰ্যন্ত ক্ষুদ্ৰ সৱণেৰ ক্ষেত্ৰে F_1 বল ক্ৰিয়াশীল হলে কৃত কাজ,

$$\Delta W_1 = F_1 \Delta x$$

অনুৱৃপ্তভাৱে $x_1 + \Delta x$ থেকে $x_1 + 2\Delta x$ পৰ্যন্ত সৱণ Δx -এৰ ক্ষেত্ৰে F_2 বল ক্ৰিয়াশীল হলে কৃত কাজ,

$$\Delta W_2 = F_2 \Delta x$$

মোট সৱণ $(x_2 - x_1)$ কে যদি এৱুপ N সমসংখ্যক ক্ষুদ্ৰ সৱণ Δx -এ বিভক্ত কৰা হয় তবে মোট কাজ হবে এই ক্ষুদ্ৰ ক্ষুদ্ৰ অংশেৰ সৱণেৰ জন্য কাজেৰ সমষ্টিৰ সমান।

$$\text{কৃত কাজ}, W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \Delta W_3 + \dots + \Delta W_N$$

$$= F_1 \Delta x + F_2 \Delta x + F_3 \Delta x + \dots + F_N \Delta x$$

$$= \sum_{k=1}^N F_k \Delta x$$

লক্ষণীয় যে প্রতিটি ক্ষুদ্র অংশ Δx -এ বলের মান ধ্রুব ধরা হয়েছে। কিন্তু এটা সম্পূর্ণ সঠিক নয়। এই প্রতিটি ক্ষুদ্র অংশকে যদি আরও ক্ষুদ্র অংশে ভাগ করি [চিত্র ৬.৩ (খ)] এবং নব ক্ষুদ্র অংশের জন্য বল ধ্রুব ধরি, তবে কৃত কাজের মান আরও সঠিক হবে। এভাবে ক্ষুদ্র অংশ আরও ক্ষুদ্র অর্থাৎ Δx যদি প্রায় শূন্যের কাছাকাছি হয় এবং বিভক্ত অংশের সংখ্যা N-কে অসীম করা হয়। তবে সঠিক মান পাওয়া যাবে। অতএব, কাজের সঠিক মান লেখা যায়।

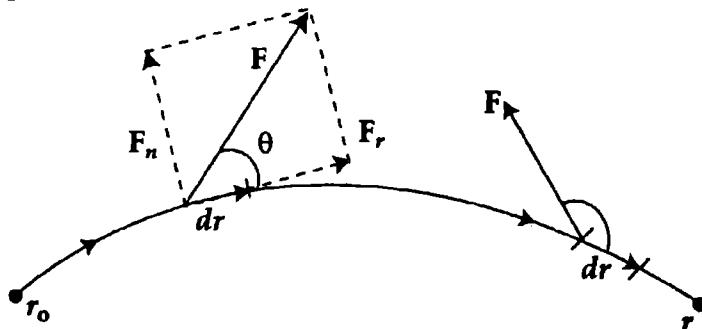
$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{k=1}^N F_k \Delta x$$

ক্যালকুলাসের ভাষায়,

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{k=1}^N F_k \Delta x &= \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx \\ W &= \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx \\ &= x_1 \text{ ও } x_2 \text{ সীমার মধ্যে আবদ্ধ পেখচিত্রের ক্ষেত্রফল [চিত্র ৬.৩-(গ)]} \end{aligned} \quad (9)$$

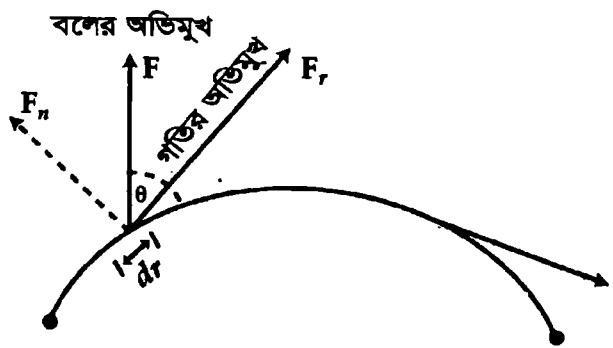
বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে [চিত্র ৬.৪]

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int_{x_1}^{x_2} F \cos \theta dx, F \cos \theta \text{ হচ্ছে } X\text{-অক্ষ বরাবর বল } \vec{F} \text{-এর উপাংশ।} \quad (10)$$



চিত্র ৬.৪

(খ) বলের মান ও দিক উভয়ই যখন পরিবর্তনশীল : বল মানে ও অভিমুখে পরিবর্তনশীল হলে ঐ বলের ক্রিয়ায় বস্তু একটি রেখায় গতিশীল হতে পারে। বস্তুটির গতি দ্বিমাত্রিক বা ত্রিমাত্রিক। এ ক্ষেত্রে রেখাটির কোন বিন্দুতে অধিকত স্পর্শক দ্বারা ঐ বিন্দুতে বস্তুর গতি অভিমুখ নির্দিষ্ট হবে। এক্ষেত্রে সরণ = \vec{r} ।



চিত্র ৬.৫

কাজেই এই থকার বলের কৃত কাজ নির্ণয়ে সমগ্র গতিপথকে অতি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সরণ $d\vec{r}$ -এর সমষ্টি হিসেবে গণ্য করা যায়।

প্রত্যেক ক্ষুদ্র সরণের শুরুতে বস্তুর উপর যে বল F ক্রিয়ারত থাকে ঐ বল উক্ত সরণের জন্য অপরিবর্তী বিবেচনা করা যায়। ধরি কোন একটি ক্ষুদ্র সরণ $d\vec{r}$ এবং ঐ সরণের জন্য ক্রিয়ারত বল \vec{F} -এর মধ্যবর্তী কোণ θ। বলটিকে $d\vec{r}$ বরাবর একটি অংশে এবং তার সম্ম দিকে অপর একটি অংশে বিভক্ত করি। ধরি অংশক দূর্তি গ্রহণক্রমে

$$F_r = F \cos \theta \text{ এবং } F_n = F \sin \theta$$

এই ক্ষুদ্র সরণের জন্য বলের F_{\parallel} অংশক কর্তৃক কৃত কাজ শূন্য, কেননা এই ক্ষুদ্র সরণ ও F_{\parallel} -এর মধ্যবর্তী কোণ 90° । তা হলে এই ক্ষুদ্র সরণের জন্য কৃত কাজ,

$$dW = F dr \cos \theta = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

কাজেই গতিপথের r_0 অবস্থান হতে, অবস্থানে স্থানান্তরের ক্ষেত্রে কৃত কাজ,

$$W = \int_{r_0}^r (F \cos \theta) dr = \int_{r_0}^r \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (11)$$

৬.৮ পরিবর্তনশীল বল কর্তৃক কৃত কাজের উদাহরণ

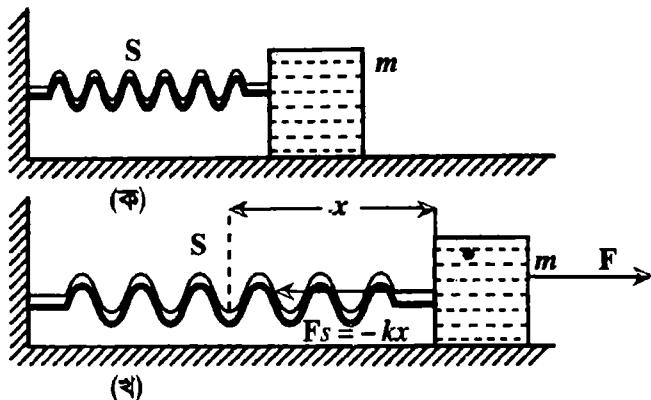
Examples of work done by variable force

(ক) স্প্রিং প্রসারণে সম্পাদিত কাজ (বল $\propto x$)

মনে করি একটি অনুভূমিক আদর্শ স্প্রিং-এর এক প্রান্ত দেয়ালের সাথে আটকিয়ে অপর প্রান্তে m ভরের একটি বস্তু যুক্ত রয়েছে। বস্তুটি অনুভূমিক এবং ঘর্ষণবিহীন তলের উপর দিয়ে চলাচল করতে পারে।

বস্তুটিকে টেনে স্প্রিং S-কে দৈর্ঘ্য বরাবর বিকৃত করলে স্থিতিস্থাপক ধর্মের দরুন প্রযুক্ত বলের বিপরীত স্প্রিং-এ প্রত্যায়নকারী বলের উঙ্গব হবে। স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম না করলে, প্রত্যায়নী বলের মান হুকের সূত্রানুযায়ী দৈর্ঘ্য পরিবর্তনের সমানুপাতিক হবে।

মনে করি F_s অনুভূমিক বল প্রয়োগে বস্তুটিকে বাম হতে ডান দিকে সরানোর ফলে এর দৈর্ঘ্য অনুভূমিক বরাবর x পরিমাণ বৃদ্ধি পেল। এই ক্রিয়ার দরুন স্প্রিং-এ $-kx$ পরিমাণ প্রত্যায়নী বল উৎপন্ন হবে। কেননা



চিত্র ৬.৬

$$F_s \propto x.$$

$$\text{বা, } F_s = -kx \quad (12)$$

[এই প্রত্যায়নী বলের দিক বস্তুটির সরণের বিপরীত দিকে হওয়ায় ঝণাঝুক চিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে।]

এখানে k একটি ধ্রুব সংখ্যা। একে স্প্রিং ধ্রুবক (spring constant) বলা হয়।

স্প্রিংটিকে প্রসারিত করতে হলে সমমানের বাহ্যিক বল প্রয়োগ করতে হবে। মনে করি প্রযুক্ত বল F ।

$$F = -F_s = -(-kx) = kx \quad (13)$$

স্প্রিংটিকে x_1 অবস্থান হতে x_2 অবস্থানে প্রসারিত করতে প্রযুক্ত বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ

$$W = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F}(x) d\vec{x} = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx \quad [\because \vec{F} \text{ ও } d\vec{x} \text{-এর মধ্যবর্তী কোণ শূন্য}]$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} kx dx = k \int_{x_1}^{x_2} x dx = \frac{1}{2} k [x^2]_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2} k [x_2^2 - x_1^2]$$

$$W = \frac{1}{2} k x_2^2 - \frac{1}{2} k x_1^2 \quad (14)$$

এই কাজ ধনাত্মক। সাধিত কাজ স্প্রিং-এর মধ্যে স্থিতিশক্তি হিসেবে সঞ্চিত থাকে।

স্প্রিং-এর আদি অবস্থান $x_1 = 0$ এবং শেষ অবস্থান $x_2 = x$ ধরলে,

$$W = \frac{1}{2} x^2 \quad (15)$$

অর্থাৎ, সরণের পরিমাণ x হলে সঞ্চিত স্থিতিশক্তির পরিমাণ হবে $\frac{1}{2} kx^2$ ।

[পুনঃ, স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য x পরিমাণ সংকুচিত হলেও সঞ্চিত স্থিতি শক্তির পরিমাণ $W = \frac{1}{2} kx^2$ হবে]।

(খ) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে কৃত কাজ $\left(\text{বল } \propto \frac{1}{r^2} \right)$

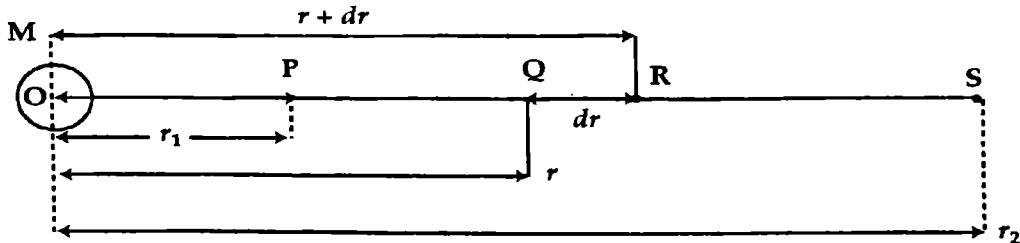
Work done in gravitational field

আমরা জানি কোনু একটি বৃহদাকার গুরুত্বার বস্তুর চারদিকে যে স্থান জুড়ে এর আকর্ষণ বল অনুভূত হয়, সেই স্থানকে উক্ত বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

মনে করি একটি গুরুত্বার বস্তুর ভর M এবং এর ভারকেন্দ্র O । O হতে r দূরত্বে Q বিন্দুতে m ভরের একটি বস্তু স্থাপন করি। অতএব $OQ = r$ । মহাকর্ষীয় সূত্র হতে বস্তু দুটির মধ্যে মহাকর্ষীয় বল

$$F_1 = G \frac{Mm}{r^2} \quad (16)$$

এই বল QO রেখা বরাবর ক্রিয়া করে। Q হতে dr দূরত্বে R একটি বিন্দু বিবেচনা করি। অতএব $OR = r + dr$ যেহেতু Q ও R বিন্দু দুটি খুবই কাছাকাছি, সেহেতু এই দূরত্বের মধ্যে F_1 খুব ধরা যায়। ছোট



চিত্র ৬.৭

বস্তুটিকে Q হতে R বিন্দুতে নিতে বাইরের কোন উৎসকে মহাকর্ষীয় বলের বিপরীত দিকে সমপরিমাণের একটি বল প্রয়োগ করতে হবে। ধরি এই বল F_2

$$\therefore F_2 = G \frac{Mm}{r^2} \quad (17)$$

এই বল Q হতে R বিন্দুর দিকে ক্রিয়া করবে।

এখন, ছোট বস্তুটিকে Q হতে R বিন্দুতে নিতে বাইরের উৎস কর্তৃক কৃত কাজ

$$dW = \vec{F}_2 \cdot d\vec{r} = F_2 dr \quad [\text{এখানে } \vec{F}_2 \text{ ও } d\vec{r} - \text{এর মধ্যবর্তী কোণ শূন্য}]$$

$$\text{বা, } dW = \frac{GMm}{r^2} dr \quad (18)$$

ছোট বস্তুটিকে P হতে S বিন্দুতে নিতে কৃত কাজ

$$\begin{aligned} W &= \int_{r_1}^{r_2} \frac{GMm}{r^2} dr = GMm \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr = GMm \int_{r_1}^{r_2} r^{-2} dr \\ &= GMm \left[\frac{r^{-2+1}}{-2+1} \right]_{r_1}^{r_2} = GMm \left[\frac{r^{-1}}{-1} \right]_{r_1}^{r_2} = GMm \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_1}^{r_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -GMm\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) \\
 &= GMm \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] \quad [\text{সমাকলন-এর মাত্রা পরিবর্তন করে }] \\
 \text{অর্থাৎ } W &= GMm \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (19)
 \end{aligned}$$

উক্ত সমীকৰণ হতে দেখা যাচ্ছে যে বাইরের উৎস কর্তৃক মহাকর্ষীয় বলের বিপরীতে কাজ ধনাত্মক।

৬.৯ শক্তি

Energy

কোন ব্যক্তি, বস্তু বা পদাৰ্থের কাজ কৰার সামৰ্থ্য বা ক্ষমতাকে এর শক্তি বলে। একটি বস্তু এই শক্তি তার আপেক্ষিক অথবা পারিপার্শ্বিক অবস্থা বা অবস্থানের সাপেক্ষে অথবা গতির দ্রুতি অর্জন কৰতে পারে। বিশেষ অবস্থায় বস্তু মোট যে পরিমাণ কাজ সম্ভব কৰতে পারে, তা দ্বারাই শক্তি পরিমাপ কৰা হয়। যার কাজ কৰার সামৰ্থ্য যত বেশি তার শক্তিও তত বেশি। আর যার কাজ কৰার সামৰ্থ্য যত কম তার শক্তিও তত কম। অতএব বলা যায় কাজ শক্তির মাপকাঠি। যদি বলা হয় কোন বস্তু W পরিমাণ কাজ কৰল, তবে বুঝাতে হবে যে, তার ব্যয়িত শক্তির মান W ।

মোটর ইঞ্জিনে পেটোলের বাল্পা, বাল্পীয় ইঞ্জিনে জলীয় বাল্পের চাপ পিস্টনকে চালায়। সূতরাং বাল্পের শক্তি আছে। বিদ্যুতেরও শক্তি আছে। এই শক্তিতেই টেন, ট্রাম, কল-কারখানা চলে। শক্তি আছে বলেই এই মহাবিশ্ব চলছে। শক্তির অভাবে জগৎ অচল।

যখন কোন বস্তু বলের বিরুদ্ধে কাজ কৰে, তখন তা শক্তি হারায়। আবার কোন বস্তুর উপর বল ক্রিয়া কৰলে তা শক্তি লাভ কৰে।

শক্তির একক ও মাত্রা সমীকৰণ (Unit and dimension of energy)

কাজ দ্বারাই শক্তির পরিমাপ কৰা হয় অর্থাৎ কাজই শক্তির মাপকাঠি। অতএব কাজ এবং শক্তির একক ও মাত্রা সমীকৰণ সম্পূর্ণ অভিন্ন।

শক্তিকে বিভিন্ন ভাগে বিভক্ত করা হয়েছে; যথা— **নির্দলীয়**

(১) যান্ত্রিক শক্তি (Mechanical energy) (২) তাপ শক্তি (Heat energy) (৩) শব্দ শক্তি (Sound energy) (৪) আলোক শক্তি (Light energy) (৫) চুম্বক শক্তি (Magnetic energy) (৬) বিদ্যুৎ শক্তি (Electric energy) (৭) রাসায়নিক শক্তি (Chemical energy) (৮) পারমাণবিক শক্তি (Atomic energy) (৯) সৌরশক্তি (Solar energy)।

যান্ত্রিক শক্তি : কোন বস্তুর মধ্যে তার পারিপার্শ্বিক অবস্থা বা অবস্থানের সাপেক্ষে অথবা গতির জন্য কাজ কৰার সামৰ্থ্য তথা শক্তি থাকে, তবে ঐ শক্তিকে যান্ত্রিক শক্তি বলে।

এই অধ্যায়ে আমরা যান্ত্রিক শক্তি আলোচনা কৰব। এটি প্রধানত দুই প্রকার ; যথা—

(১) গতিশক্তি (Kinetic energy)। একে সংক্ষেপে K. E. লেখা হয় এবং

(২) বিভূতি বা স্থিতিশক্তি (Potential energy)। একে সংক্ষেপে P. E. লেখা হয়।

৬.১০ গতিশক্তি

Kinetic energy

সংজ্ঞা : গতিশক্তির অর্থ গতিজনিত শক্তি, অর্থাৎ গতিশীল অবস্থা থাকার ফলে কোন একটি বস্তু কাজ কৰার জন্য যে সামৰ্থ্য অর্জন কৰে তাকে ঐ বস্তুর গতিশক্তি বলে।

রাইফেলের একটি গুলি লক্ষ্যবস্তুতে সংজোরে আঘাত কৰার পর তা বস্তুর বাধা অতিক্রম কৰে খালিকটা চুকে যায়। অর্থাৎ গুলি কিছু কাজ কৰে। গুলি যতক্ষণ বন্দুকের ভিতর থাকে ততক্ষণ তার এই কাজ কৰার সামৰ্থ্য থাকে না।

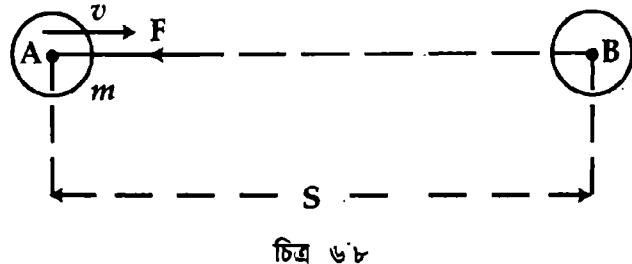
কাজেই বুঝা যায় গুলি এই কাজ করার সামর্থ্য অর্থাৎ শক্তি অর্জন করে গতি হতে। বায়ুর গতির দিকে নৌকা চালালে তার গতি বৃদ্ধি পায় এবং বিপরীত দিকে চালালে তার গতি হ্রাস পায়। নৌকা পানির বাধা অতিক্রম করার শক্তি সংগ্রহ করে গতি হতে।

আরও সংক্ষেপে বলা যায়, গতির জন্য বস্তুতে যে শক্তির উভয় হয় তাকে তার গতিশক্তি বলে। দোলায়মান দোলক, ঘূর্ণায়মান ফ্লাই হুইল, নিষ্ক্রিয় তীর, চলন্ত ফটবল, প্রচঙ্গ ঝড়, চলন্ত সাইকেল ইত্যাদি সকলের শক্তিই গতিশক্তি। কোন গতিশীল বস্তু গতিতে থাকাকালীন অর্থাৎ স্থিতিতে আসার পূর্ব মুহূর্ত পর্যন্ত যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তা দ্বারা তার গতিশক্তি পরিমাপ করা হয়।

গতিশক্তির পরিমাপ (Measurement of K. E.) :

রৈখিক গতির ক্ষেত্রে : গতিশীল বস্তু স্থিতিতে আসার পূর্ব মুহূর্ত পর্যন্ত যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তাই গতিশক্তির পরিমাপ।

মনে করি, ' m ' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু AB বরাবর v বেগে চলছে। গতির বিপরীত দিকে BA বরাবর তার উপর F পরিমাণ ধূব বল প্রয়োগ করা হল। এতে সম-মন্ডনের সূচী হবে। মনে করি, সম-মন্ডন = a এবং বস্তুটি A হতে s দূরত্ব অতিক্রম করার পর B বিলুতে এসে থেমে গেল। এ ক্ষেত্রে শেষ বেগ = 0.



চিত্র ৬.৮

$$\begin{aligned}\text{গতিশক্তি} &= \text{স্থিতিতে আসার পূর্ব মুহূর্ত পর্যন্ত কৃত কাজ} \\ &= \text{বল} \times \text{স্থিতিতে আসার পূর্ব মুহূর্ত পর্যন্ত অতিক্রান্ত দূরত্ব} \\ &= F \times s\end{aligned}$$

নিউটনের ২য় গতি সূত্র হতে আমরা জানি, বল = ভর × ত্বরণ বা মন্ডন

$$F = ma$$

$$\text{বর্ণনা অনুসারে}, 0 = v^2 - 2as$$

$$\text{বা}, 2as = v^2 \text{ বা, } s = \frac{v^2}{2a}$$

উপরের সমীকরণে F এবং s -এর মান বসিয়ে আমরা পাই,

$$\text{গতিশক্তি} = ma \times \frac{v^2}{2a} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{বা, K. E.} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{অর্থাৎ গতিশক্তি (K. E.)} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times \text{ভর} \times \text{বেগ}^2 \quad (20)$$

উপরের সমীকরণ হতে আমরা সিদ্ধান্তে আসতে পারি যে,

(ক) কোন মুহূর্তে বস্তুর গতিশক্তি (K. E.) = ঐ মুহূর্তে বস্তুর বেগের বর্গ ও ভরের গুণফলের অর্ধেক।

(খ) নির্দিষ্ট ভরের কোন বস্তুর গতিশক্তি K. E. $\propto v^2$ অর্থাৎ বেগের বর্গের সমানুপাতিক কেন্দ্র

m ধূব।

$$\checkmark \text{ গতিশক্তি} = \frac{1}{2} \frac{(\text{ভরবেগ})^2}{\text{জ্ঞ}} = \frac{P^2}{2m}$$

ক্যালকুলাস পদ্ধতি : ধরা যাক, m ভরের একটি বস্তুর উপর নির্দিষ্ট দিকে F বল প্রয়োগ করে গতিশীল করা হয়। বলের দিক অপরিবর্ত্তী, কিন্তু মান পরিবর্তনশীল। বস্তুটির সরণ X -অক্ষ বরাবর।

বস্তুর সরণ ঘটার ফলে বল দ্বারা মোট কৃত কাজ

$$W = \int F dx = \int madx \quad [\because F = ma]$$

$$= m \int adx$$

ত্বরণ a -কে লেখা যায়,

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v = v \frac{dv}{dx}$$

$$W = m \int \frac{vdv}{dx} dx = m \int v dv$$

ধৰা যাক, বস্তুতে ক্রিয়াশীল বল বস্তুটির বেগ ০ হতে v -তে উন্নীত করে।

$$\text{অতএব, } W = m \int_0^v v dv = m \left[\frac{v^2}{2} \right]_0^v \\ = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} mv^2$$

এই কৃত কাজই হচ্ছে বস্তুটির গতিশক্তি।

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2. \quad (21)$$

গতিশক্তি ও ভরবেগের সম্পর্ক :

m ভরের একটি বস্তু v বেগে গতিশীল হলে এর ভরবেগ, $P = mv$

$$\text{এবং গতিশক্তি } E_k = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\text{বা, } E_k = \frac{1}{2} \frac{m^2}{m} \cdot v^2 = \frac{1}{2m} \cdot (mv)^2 \\ = \frac{1}{2m} P^2$$

$$\text{অতএব } E_k = \frac{P^2}{2m}$$

এটি গতিশক্তি ও ভরবেগের সম্পর্ক।

$$E_k = \frac{P^2}{2m}$$

(22)

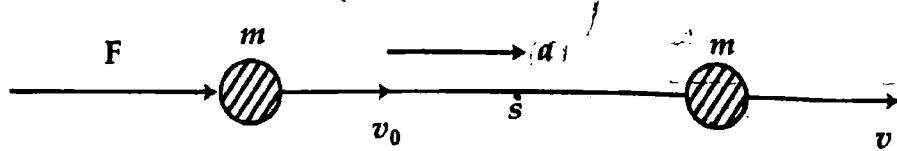
৬.১.১ কাজ-শক্তি উপপাদ্য

Work-energy theorem

কোন বস্তুর উপর ক্রিয়ারত লক্ষি বল কর্তৃক কৃত কাজ তার গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

নিম্নোক্ত দুটি সমীকরণের সাহায্যে কাজ-শক্তি উপপাদ্য প্রমাণ করা হবে। একটি হল শক্তি লাভ (Gain of energy) আর অপরটি হল শক্তি ক্ষয় (Loss of energy)। সমীকরণ দুটি সাধারণভাবে কাজ-শক্তি উপপাদ্য নামে পরিচিত।

(১) শক্তি লাভ : মনে করি 'm' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু ' v_0 ' আদি বেগে চলছে। গতির দিকে নির্দিষ্ট মানের একটি বল F বস্তুর প্রয়োগ করলে বস্তুর বেগ বৃদ্ধি পাবে। ফলে বস্তু শক্তি লাভ করবে। মনে করি s দূরত্ব অতিক্রম করার পর শেষ বেগ ' v ' হব। তা হলে কৃত কাজ, $W = F \times s$ ।



চিত্র ৬.৯

$$\text{বল কর্তৃক সৃষ্টি ত্বরণ, } a = \frac{F}{m} = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} \quad [\because v^2 = v_0^2 + 2as]$$

$$\text{বা, } F = ma = m \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2s} \right)$$

কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা

বইয়ের কথা

$$\text{কৃত কাজ}, W = F \times s = m \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2s} \right) \times s = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2)$$

$$W = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m (V^2 - V_0^2) \quad (23)$$

= শেষ গতিশক্তি - আদি গতিশক্তি।

বলের দ্বারা কৃত কাজ - শক্তি লাভ - গতিশক্তির পরিবর্তন

(২) শক্তি ক্ষয় : মনে করি, 'm' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু 'v_0' আদি বেগে চলছে। গতির বিপরীত দিকে নির্দিষ্ট মানের বল প্রয়োগ করলে তার বেগ কমবে এবং বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে গিয়ে বস্তু শক্তি হারাবে।

গতির বিপরীতে F বল প্রয়োগে মন্দন a হলে এবং s দূরত্ব অতিক্রমের পর বস্তুর বেগ v হলে, মন্দনের ক্ষেত্রে,

$$a = \frac{v_0^2 - v^2}{2s}$$

$$\text{কাজেই কৃত কাজ}, W = Fs = ma \times s = m \left(\frac{v_0^2 - v^2}{2s} \right)$$

$$W = \frac{1}{2} mv_0^2 - \frac{1}{2} mv^2 \quad (24)$$

বলের বিরুদ্ধে কৃত কাজ - শক্তি ক্ষয়

- আদি গতিশক্তি - শেষ গতিশক্তি

কৃত কাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন

সুতরাং কোন বস্তুর উপর ক্রিয়ারত লাভ বল কর্তৃক কৃত কাজ তার গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান। এটি 'কাজ-শক্তি উপপাদ্য' নামে পরিচিত। সমীকরণ (23) ও (24) উপপাদ্যটি প্রমাণ করে।

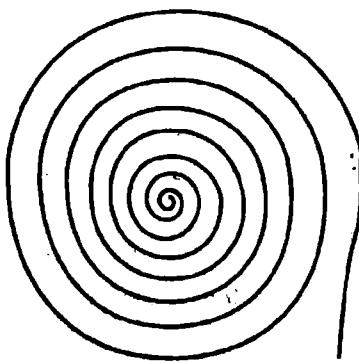
৬.১২ স্থিতিশক্তি বা বিভব শক্তি

Potential energy

স্থিতিশক্তির দুটি সংজ্ঞা দেওয়া যেতে পারে :

(১) স্থিতিশক্তির অর্থ স্থিতিজনিত শক্তি অর্থাৎ নির্দিষ্ট অবস্থানে বা অবস্থায় স্থিতিশীল থাকার দরুন বস্তু যে শক্তি প্রাপ্ত হয় তাকে স্থিতিশক্তি বা বিভব শক্তি বলে।

(২) কোন বস্তুর বিভিন্ন অঙ্গের পরিবর্তনের দরুন অথবা পারিপার্শ্বিক সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থানের দরুন বস্তু যে শক্তি প্রাপ্ত হয় তাকে ঐ বস্তুর স্থিতিশক্তি বা বিভব শক্তি বলে। যেমন ছাদের উপর রাখিত একখন ইট, পানির ট্যাংকে রাখিত পানি ইত্যাদি কম-বেশি শক্তি প্রাপ্ত হয়। এরূপ সকল শক্তিই স্থিতিশক্তি। স্থিতিশক্তির আরও কয়েকটি উদাহরণ নিম্নে দেয়া হল :



(ক) খেলনার মোটর গাড়িতে স্প্রিং লাগানো থাকে [চিত্র ৬.১০]। এই স্প্রিং-এ দম দিলে তা আকারে ছোট হয়। এই আকার পরিবর্তনের জন্য আমরা কাজ করি যা স্থিতিশক্তির পৃষ্ঠাপুরো সঞ্চালিত হয়। দম ছেড়ে দিলে স্প্রিং-এর পাঁচ খুলে পুনরায় পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে। স্প্রিং-এর সাথে খেলনার চাকা লাগানো থাকে। ফলে চাকা ঘূরতে থাকে অর্থাৎ স্প্রিং স্থিতিশক্তির দরুন গাড়ি চালাতে কাজ করে।

(খ) হাত ঘড়িতে স্থিতিস্থাপক স্প্রিং-এর সাথে ঘড়ির চাকা যুক্ত থাকে [চিত্র ৬.১০]। এই স্প্রিং-এ দম দিলে তা আকারে ছোট হয়। এই আকার পরিবর্তন তখা দম দেওয়ার জন্য আমরা কাজ করি যা স্প্রিং-এর

মধ্যে স্থিতিশক্তিৰূপে সঞ্চিত হয়। স্প্রিং-এর সাথে ঘড়িৰ কাঁটাৰ এমন একটি সংযোগ থাকে যে স্প্রিং প্যাচ খুলে উচ্চ দিকে ঘুৱে আগেৰ অবস্থায় ফিৰে আসাৰ সময় ঘড়িৰ কাঁটা ঘুৱতে থাকে। স্প্রিং-এৰ স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে পরিণত হয়।

এৱ্যূপ ধনুকেৰ ছিলাতে তীৰ লাগিয়ে টানলে, ধাতব পাতকে বাঁকালে, রবাৱকে প্ৰসাৱণ কৱলে সকলেই আকাৱ পৱিবৰ্তনেৰ জন্য স্থিতিশক্তি লাভ কৰে।

(গ) উচ্চে অবস্থিত পানিতে, পাহাড়েৰ চূড়ায় বৱফে এবং আকাশেৰ মেঘে অবস্থান পৱিবৰ্তনেৰ জন্য স্থিতিশক্তি সঞ্চিত থাকে।

স্থিতিশক্তিৰ পৱিমাপ (Measurement of P. E.)

কোন একটি বস্তু বৰ্তমান অবস্থা হতে অন্য কোন স্বাভাৱিক বা প্ৰমাণ অবস্থানে আসতে যে পৱিমাণ কাজ সম্পন্ন কৰে তাই স্থিতিশক্তিৰ পৱিমাপ।

স্থিতিশক্তিৰ প্ৰকাৱণদে (Types of potential energy)

স্থিতিশক্তি বা বিভব শক্তি বিভিন্ন প্ৰকাৱ, যথা :

১(১) অভিকৰ্ষীয় স্থিতিশক্তি বা অভিকৰ্ষীয় বিভব শক্তি (Gravitational potential energy)

১(২) স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি (Elastic potential energy)

১(৩) তড়িৎ বিভব শক্তি (Electric potential energy)

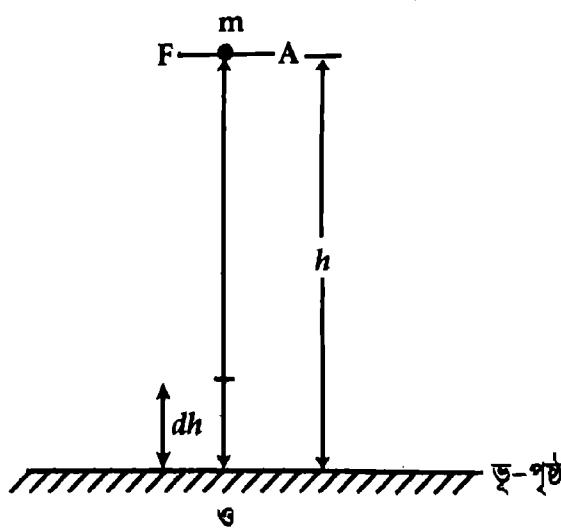
৬.১৩ অভিকৰ্ষীয় স্থিতি শক্তি বা বিভব শক্তি

Gravitational Potential energy

কোন একটি বস্তুকে অভিকৰ্ষেৰ বিৱুদ্ধে উপৱে তুলতে বাইৱেৰ কোন উৎস বা এজেন্টেৰ প্ৰয়োজন হয়। এই কাজ বস্তুৰ মধ্যে স্থিতিশক্তি বা বিভব শক্তি হিসেবে সঞ্চিত থাকে। এৰ নাম অভিকৰ্ষীয় বিভব শক্তি। এক্ষেত্ৰে ভূ-পৃষ্ঠকে প্ৰমাণ্য তল (reference level) হিসেবে বিবেচনা কৰা হয়।

এখন শক্তিৰ পৱিমাপ কৰা যাক—

ক্যানকুলাস পদ্ধতি : মনে কৰি m ভৱেৰ একটি বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে অভিকৰ্ষ বলেৰ বিৱুদ্ধে অতি শুদ্ধ উচ্চতা dh পৰ্যন্ত উঠানো হল। এতে কৃত কাজ



চিত্ৰ ৬.১১

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{dh}$$

$$\text{বা, } dW = F dh \quad (25)$$

এখানে $F =$ বাহ্যিক উৎস কৰ্তৃক প্ৰযুক্ত বল এবং F ও dh -এৰ মধ্যবৰ্তী কোণ শূন্য।

একটি বস্তুকে উপৱে উঠাতে হলে এৰ ওজনেৰ সমপৱিমাণ বল উপৱ দিকে প্ৰয়োগ কৰতে হবে।

$$\text{প্ৰযুক্ত বল, } F = \text{বস্তুৰ ওজন} = mg$$

সূতৰাঙ, বস্তুটিকে h উচ্চতায় A স্থানে উঠাতে হলে মোট কৃত কাজেৰ পৱিমাণ সমীকৱণ (25)-এ প্ৰদত্ত শুদ্ধ শুদ্ধ কাজেৰ সমষ্টিৰ সমান।

কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা
বইয়ের কম

অভিকর্ষীয় বিভব শক্তি = বস্তুটিকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় তুলতে মোট কৃত কাজ।

$$P.E. = \int_0^h F dh = \int_0^h mg dh$$

সব উচ্চতার জন্য g -এর মান শুব ধরে আমরা লিখতে পারি,

$$P.E. = mg \int_0^h dh = mg [h]_0^h = mg [h - 0] = mgh$$

অর্থাৎ অভিকর্ষীয় বিভব শক্তি

$$\begin{aligned} P.E. &= mgh \\ &= \underline{\text{ভর} \times \text{অভিকর্ষীয় তুরণ} \times \text{উচ্চতা}} \end{aligned} \quad (26)$$

উদ্দেশ্য বস্তু যতই নিচে নামতে থাকবে h -এর মান ততই কমবে এবং অভিকর্ষীয় বিভব শক্তিও কমতে থাকবে। ভূ-পৃষ্ঠে h = শূন্য হওয়ায় অভিকর্ষীয় বিভব শক্তি শূন্য হবে।

কোন বস্তুর অভিকর্ষীয় বিভব শক্তির মান প্রামাণ্য তলের সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থানের উপরে নির্ভর করে। সমুদ্র পৃষ্ঠকে প্রামাণ্য তল বিবেচনা করে কোন অবস্থানের বিভব শক্তি এবং কোন উচু পাহাড়ের চূড়া প্রামাণ্য তল বিবেচনা করলে ঐ একই অবস্থানের বিভব শক্তি এক হবে না, ভিন্নতর হবে। প্রকৃতপক্ষে কোন স্থানের বিভব শক্তির পরম মান নির্ণয় করা যায় না, বিভব প্রমাণ তল বা প্রসঙ্গ তল সাপেক্ষে বিভব শক্তির পরিবর্তন নির্ণয় করা হয়।

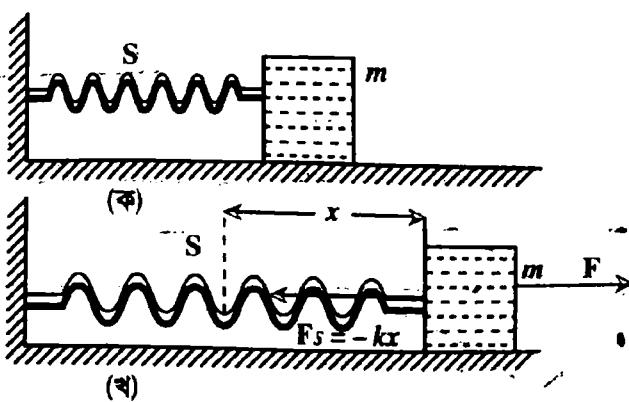
বিভব শক্তির মান ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক উভয়ই হতে পারে। এটা নির্ভর করে প্রসঙ্গ বা প্রামাণ্য তলের উপরে। ভূ-পৃষ্ঠকে প্রামাণ্য তল বিবেচনা করলে উপরের দিকে বিভব শক্তি ধনাত্মক হবে আবার ভূগর্ভে বা খনিতে বিভব শক্তি ঋণাত্মক হবে।

৬.১৪ স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি Elastic potential energy

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে একটি বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করা হলে বস্তুর বিকৃতি ঘটে। বিকৃতি ঘটাতে বস্তুর উপর কাজ সাধিত হয়। এই কাজ বস্তুর মধ্যে স্থিতি বা বিভব শক্তি হিসেবে সঞ্চিত থাকে। এর নাম স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি।

নিম্ন স্প্রিং-এর বিভব শক্তি আলোচনা করা হল।

স্প্রিং-এর বিভব শক্তি : ধরি একটি অনুভূমিক আদর্শ স্প্রিং-এর এক প্রান্ত দেওয়ালের সাথে আটকান্তে এবং অপর প্রান্তে m ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু যুক্ত আছে। বস্তুটি অনুভূমিক ও ঘর্ষণহীন তলের উপর দিয়ে যাতায়াত করতে পারে (চিত্র ৬.১২)। বস্তুটিকে টেনে স্প্রিংটিকে দৈর্ঘ্য বরাবর বিকৃত করলে স্থিতিস্থাপক ধর্মের দরুন প্রযুক্ত বলের বিপরীতে স্প্রিং-এ প্রত্যায়নী বলের উজ্জ্বল ঘটবে। F অনুভূমিক বল প্রয়োগে বস্তুটিকে বাম হতে ডানদিকে দৈর্ঘ্য অনুভূমিক ঘরাবর তার দৈর্ঘ্য x পরিমাণ বৃদ্ধিপেলে স্প্রিং-এ $-kx$ পরিমাণ প্রত্যায়নী বল উৎপন্ন হবে। এখন বস্তুটিকে x দূরত্ব সরাতে তার উপর এর সমান ও বিপরীতমুখী $F = kx$ বল প্রয়োগ করে কাজ করতে হবে। এই সম্পূর্ণে প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃত কাজই হবে বস্তুটির মধ্যে সঞ্চিত বিভব শক্তি।



চিত্র ৬.১২

$$\text{সুতৰাং বিভৱ শক্তি, } U = \int_0^x F dx = \int_0^x kx dx \\ = k \int_0^x x dx = \frac{1}{2} k [x^2]_0^x = \frac{1}{2} kx^2 \quad (27)$$

স্প্ৰিংটিকে দৈৰ্ঘ্য x পরিমাণ সংকুচিত কৱলেও সঞ্চিত বিভৱ শক্তি $\frac{1}{2} kx^2$ হবে।

৬.১৫ শক্তিৰ রূপান্তৰ

Transformation of energy

এই মহাবিশ্ব জুড়ে শক্তি বিভিন্ন রূপে বিৱাজিত। বিভিন্ন প্ৰকাৰ শক্তি পৰস্পৰেৰ সাথে সম্বন্ধযুক্ত। এক শক্তিকে অন্য শক্তিতে রূপান্তৰ সম্ভব। এৰ নামই শক্তিৰ রূপান্তৰ (Transformation of energy)। শক্তি রূপান্তৰেৰ ক্ষেকটি উদাহৰণ নিম্নে প্ৰদত্ত হল।

(১) পানি উচ্চ স্থান হতে নিম্ন স্থানে প্ৰবাহিত হয়। উচ্চ স্থানে থাকাৰ সময় তাৰ শক্তি স্থিতিশক্তি। নিম্ন স্থানে প্ৰবাহিত হবাৰ সময় স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তৰিত হয়। এই গতিশক্তিৰ সাহায্যে টাৱাইন ঘূৰিয়ে বিদ্যুৎ শক্তি উৎপন্ন কৱা হয়। অৰ্থাৎ যান্ত্ৰিক শক্তি বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তৰিত হল।

(২) বিদ্যুৎ শক্তি যখন বৈদ্যুতিক বাতিৰ মধ্য দিয়ে প্ৰবাহিত হয় তখন আমৱা আলো পাই। এক্ষেত্ৰে বিদ্যুৎ শক্তি আলোক শক্তিতে রূপান্তৰিত হল।

(৩) বৈদ্যুতিক ইস্ত্ৰিতে তড়িৎ বা বিদ্যুৎ চালনা কৱে তাপ উৎপন্ন কৱা হয়। এই তাপেৰ সাহায্যে কাপড়-চোপড় ইস্ত্ৰি কৱা হয়। এক্ষেত্ৰে বিদ্যুৎ শক্তি তাপ শক্তিতে এবং তাপ শক্তি যান্ত্ৰিক শক্তিতে রূপান্তৰিত হল।

বৈদ্যুতিক পাখাৰ মধ্য দিয়ে বিদ্যুৎ প্ৰবাহিত কৱলে পাখা ঘূৰতে থাকে। এ স্থলেও বৈদ্যুতিক শক্তি যান্ত্ৰিক শক্তিতে রূপান্তৰিত হল।

(৪) একটি কাঁচা লোহাৰ উপৰ অন্তৰীত (insulated) তামাৰ তাৰ জড়িয়ে বিদ্যুৎ চালনা কৱলে লোহাৰ পাতটি চুম্বকে পৱিণত হয়। এক্ষেত্ৰে বিদ্যুৎ শক্তি চুম্বক শক্তিতে রূপান্তৰিত হল।

(৫) ক্যালসিয়াম, পটাসিয়াম, রুবিডিয়াম প্ৰভৃতি ধাতুৰ উপৰ আলো পড়লে ইলেক্ট্ৰন নিৰ্গত হতে দেখা যায়। ফটো-ইলেকট্ৰিক কোষ এই নীতিৰ উপৰ প্ৰতিষ্ঠিত। এৱপ একটি কোষে আলো ফেলে বিদ্যুৎ প্ৰবাহ তৈৰি কৱা হয়। এক্ষেত্ৰে আলোক শক্তি বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তৰিত হল।

(৬) দুই ছাতেৰ তালু পৰস্পৰেৰ সাথে ঘৰলে তাপ উৎপন্ন হয়। এক্ষেত্ৰে যান্ত্ৰিক শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তৰিত হল।

(৭) ফটোগ্ৰাফিক ফিল্মৰ উপৰ আলোক সম্পাদ কৱে রাসায়নিক ক্ৰিয়াৰ মাধ্যমে আলোক চিত্ৰ তৈৰি কৱা হয়। এক্ষেত্ৰে আলোক শক্তি রাসায়নিক শক্তিতে রূপান্তৰিত হল।

(৮) ওষুধেৰ কাৱখানায় শ্ৰবণগোকুৰ বা শদোভুৰ তৱজ্জ্বলাৰ সাহায্যে জীবাণু ধূংস কৱা হয় এবং কৰ্পুৰকে পানিতে দুবণীয় কৱা হয়। এছাড়া শদোভুৰ তৱজ্জ্বলা দারা বস্ত্ৰাদিৰ ময়লাও পৱিষ্ঠকাৰ কৱা হয়। এসব ক্ষেত্ৰে শব্দ শক্তি যান্ত্ৰিক শক্তিতে রূপান্তৰিত হল।

(৯) আমৱা জানি বৈদ্যুতিক ঘণ্টা বিদ্যুতেৰ সাহায্যে চলে। টেলিফোনও বিদ্যুতেৰ সাহায্যে চলে। দুই ক্ষেত্ৰেই আমৱা শব্দ শুনতে পাই। এসবলৈ বিদ্যুৎ শক্তি শব্দ শক্তিতে রূপান্তৰিত হল।

(১০) কয়লা পোড়ালে তাপ উৎপন্ন হয়। রাসায়নিক ক্ৰিয়াৰ ফলে এটি ঘটে। এক্ষেত্ৰে রাসায়নিক শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তৰিত হল।

(১১) বিদ্যুৎ কোষে রাসায়নিক দ্ৰব্যেৰ বিক্ৰিয়াৰ ফলে বিদ্যুৎ উৎপন্ন হয়। এক্ষেত্ৰে রাসায়নিক শক্তি তড়িৎ বা বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তৰিত হল।

শক্তি যখন একরূপ হতে অন্যরূপে পরিবর্তিত হয় তখন এর কোন ঘাটতি বা বাড়তি ঘটে না। অর্থাৎ শক্তির বিনাশ ও সৃষ্টি উভয়ই অসম্ভব। যখন এক প্রকার শক্তি বিলুপ্ত হয় তখন তা অন্যরূপে কোথাও আত্মপ্রকাশ করে। এর নাম শক্তির নিত্যতা বা শক্তির অবিনশ্বরতা (Conservation of Energy)। এ সম্পর্কে একটি সূত্র বা বিধি আছে। এর নাম শক্তির নিত্যতা সূত্র বা শক্তির নিত্যতা বিধি। একে শক্তির সংরক্ষণ সূত্রও বলা হয়।

৬.১৬ যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র

Principle of conservation of mechanical energy

এই সূত্রানুসারে “শক্তি অবিনশ্বর : এর সূত্রিং বা বিনাশ নেই। এটি কেবল একরূপ হতে অন্য এক বা একাধিক রূপে পরিবর্তিত হতে পারে। রূপান্তরের আগে ও পরে মোট শক্তির পরিমাণ নির্দিষ্ট এবং অপরিবর্তনীয়।” একে শক্তির অবিনাশিতাবাদও বলা হয়।

প্রমাণ (Proof) : নিম্নের দৃষ্টান্ত দ্বারা শক্তির নিত্যতা সূত্র প্রমাণিত হয়।

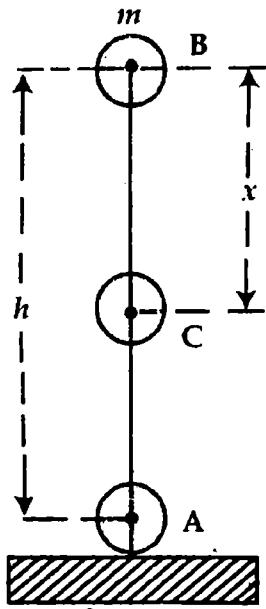
(ক) পড়স্ত বস্তুর ক্ষেত্রে : “বিনা বাধায় উচ্চ হতে নিম্নে পড়স্ত বস্তুর যে কোন মূহূর্তে স্থিতিশক্তি এবং গতিশক্তির সমষ্টি সমান।”

মনে করি ‘ m ’ তরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে পৃথিবী পৃষ্ঠের A বিন্দু হতে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে খাড়া h উচ্চতায় উঠিয়ে B বিন্দুতে স্থাপন করা হল।

B বিন্দুতে থাকাকালীন বস্তুর সমস্ত শক্তি স্থিতিশক্তি

এখন B বিন্দুতে বস্তুর স্থিতিশক্তি, $P.E_B = mgh$

B বিন্দুতে বস্তুর গতিশক্তি, $K.E_B = 0$



চিত্র ৬.১৩

B বিন্দুতে বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তি = স্থিতিশক্তি + গতিশক্তি

$$= P.E_B + K.E_B = mgh + 0 = mgh \quad (28)$$

বস্তুটিকে B বিন্দু হতে ছেড়ে দিলে তা অভিকর্ষ বলের প্রভাবে নিচে নামতে থাকবে। বস্তুটি যতই নিচে নামবে ততই তার বেগ বৃদ্ধি পাবে অর্থাৎ স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে বৃগান্তরিত হবে। বিনা বাধায় পড়লে বস্তু যে পরিমাণ স্থিতিশক্তি হারাবে ঠিক সমপরিমাণ গতিশক্তি সাড় করবে। ফলে সর্বত্র স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির সমষ্টি সমান থাকবে।

ধরি t সময় পর বস্তুটি x দূরত্ব অতিক্রম করে C বিন্দুতে এল। C বিন্দুতে বস্তুর স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তি রই-ই থাকবে। কারণ তা এখনও মাটি হতে উপরে আছে এবং তা কিছু বেগ প্রাপ্ত হয়েছে।

C বিন্দুতে স্থিতিশক্তি, $P.E_C = ভর \times অভিকর্ষীয় ত্বরণ \times উচ্চতা = mg(h - x)$

C বিন্দুতে গতিশক্তি, $K.E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_0^2 + 2gx)$

$$= \frac{1}{2}m \times 2gx = mgx \quad [\because v_0 = 0]$$

C বিন্দুতে বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তি = স্থিতিশক্তি + গতিশক্তি = $P.E_C + K.E_C$

$$= mg(h - x) + mgx$$

$$= mgh - mgx + mgx = mgh$$

(29)

সমীকরণ (28) এবং (29) হতে আমরা সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে পারি যে,

$$P.E_B + K.E_B = P.E_C + K.E_C = mgh$$

অর্থাৎ অভিকর্ষ বলের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়স্ত বস্তুর মোট শক্তির পরিমাণ একটি প্রবর্তন রাশি। অতএব যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র প্রমাণিত ভৱ।

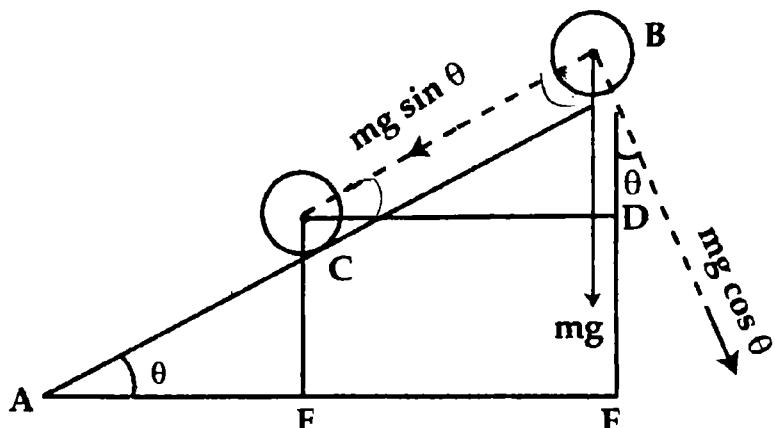
বস্তু যতই নিচে নামবে ততই তার স্থিতিশক্তি হ্রাস পাবে এবং গতিশক্তি বৃদ্ধি পাবে। কিন্তু তাদের যোগফল সর্বদা স্থির থাকবে। বস্তুটি যখন মাটি স্পর্শ করবে তখন স্থিতিশক্তি এবং গতিশক্তি উভয়ই লোপ পেয়ে তাপ শক্তি, শব্দ শক্তি, যান্ত্রিক শক্তি প্রভৃতিতে রূপান্তরিত হবে।

উল্লেখ্য : বাধাহীন পথে এবং স্থিরাবস্থা হতে পড়স্ত বস্তু প্রথম সেকেন্ডে $\frac{1}{2}mg^2$, দ্বিতীয় সেকেন্ডে $\frac{3}{2}mg^2$, তৃতীয় সেকেন্ডে $\frac{5}{2}mg^2$, t -তম সেকেন্ডে $\frac{1}{2}mg^2(2t-1)$ পরিমাণ স্থিতিশক্তি হারাবে এবং সমপরিমাণ গতিশক্তি লাভ করবে ; কেননা $s_t = \frac{(2t-1)}{2}g$ এবং t -তম সেকেন্ডে হারানো স্থিতিশক্তি = $mg \times s_t = \frac{1}{2}mg^2(2t-1)$ ।

(খ) আনত তল বরাবর গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে : ধৰা যাক ভূমি AFE-এর সাথে θ কোণে আনত একটি মসৃণ তল AB-এর উপর B বিন্দুতে m তরের একটি বস্তু রাখা আছে এবং AFE হতে বস্তুটির উচ্চতা $BE=h$ [চিত্র ৬.১৪]। তা হলে B বিন্দুতে বস্তুর স্থিতিশক্তি = $mg \times BE = mgh$ ও B বিন্দুতে বস্তুর গতিশক্তি = 0 ($v_0=0$)

B বিন্দুতে বস্তুর মোট শক্তি =
স্থিতিশক্তি + গতিশক্তি = $mgh + 0 = mgh$ ।

এখন ধৰা যাক বস্তুটি ছেড়ে দেয়ায়
তা B বিন্দু হতে তল বরাবর x দূরত্ব
অতিক্রম করার পর C বিন্দুতে পৌছল এবং
C বিন্দুতে বস্তুর বেগ v হল। ধৰা যাক
CD || AFE এবং $CF = y$ ।



চিত্র ৬.১৪

বর্ণনা অনুসারে আনত তল বরাবর বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল

$$= mg \cos (90^\circ - \theta) = mg \sin \theta$$

ত্বরণ, $a = g \sin \theta$ এবং সরণ = x

$$C \text{ বিন্দুতে বস্তুর স্থিতিশক্তি} = mg \times CF = mgy = mg(BE - BD) = mg(h - x \sin \theta)$$

$$\begin{aligned} C \text{ বিন্দুতে বস্তুর গতিশক্তি} &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \times 2gx \sin \theta \quad (\quad v_0=0 \text{ এবং } v^2 = v_0^2 + 2as \quad) \\ &= mgx \sin \theta \end{aligned}$$

সুতরাং C বিন্দুতে বস্তুর মোট শক্তি = স্থিতিশক্তি + গতিশক্তি

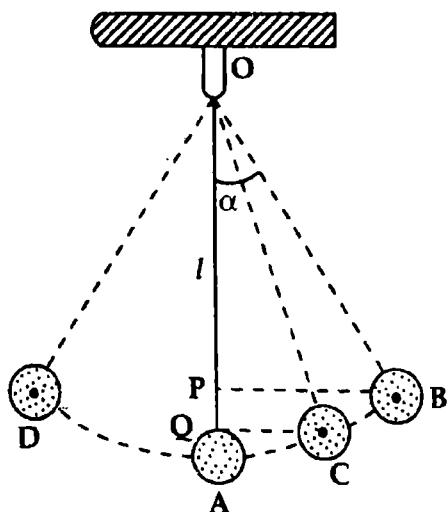
$$= mg(h - x \sin \theta) + mgx \sin \theta$$

$$= mgh$$

B বিন্দুতে বস্তুর মোট শক্তি = C বিন্দুতে বস্তুর মোট শক্তি। সুতরাং প্রমাণিত ইল যে, আনত তল বরাবর গতিশীল বস্তুর মোট শক্তি সর্বদা একই থাকে।

উল্লেখ্য : তল বরাবর x পরিমাণ সরণে কৃত কাজ = $mgx \sin \theta = mg \times BD = ওজন \times আদি ও অতি অবস্থানের মধ্যে (উল্লম্ব) উচ্চতা।$

(গ) আন্দোলিত সরল দোলকের ক্ষেত্রে : ধৰা যাক একটি সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য $l = OA$, দোলক পিণ্ডের তর m , কৌণিক বিস্তার α , দোলনের সর্বোচ্চ বিন্দু B বা D এবং সর্বনিম্ন বিন্দু A [চিত্র ৬.১৫]।



চিত্র ৬.১৫

দোলক B অথবা D বিন্দুতে পৌছালে তা মুহূর্তের জন্য স্থির অবস্থায় থাকবে এবং যতই D অথবা B হতে A-এর দিকে যাবে তার বেগ ততই বৃদ্ধি পাবে। সর্বনিম্ন বিন্দু A অতিক্রম করার সময় দোলকের বেগ সর্বাধিক হবে। সূতরাং B অথবা D বিন্দুতে দোলকের সমস্ত শক্তি স্থিতিশক্তি এবং A বিন্দুতে দোলকের সমস্ত শক্তি গতিশক্তি। দোলক যত B অথবা D হতে A-এর দিকে যাবে তার স্থিতিশক্তি তত গতিশক্তিতে এবং দোলক A হতে যত B অথবা D-এর দিকে যাবে তার গতিশক্তি তত স্থিতিশক্তিতে বৃপ্তান্তরিত হবে।

ধরা যাক দোলকটি OB অবস্থিতি হতে কোন এক মুহূর্তে OC অবস্থিতিতে পৌছল এবং OC অবস্থিতিতে দোলকটির বেগ v হল। OA-এর উপর BP ও CQ লম্ব হলে বর্ণনা অনুসারে, A বিন্দুর সাপেক্ষে OB অবস্থিতিতে দোলকের স্থিতিশক্তি $= mg \times AP$

$$OB \text{ অবস্থিতিতে দোলকের গতিশক্তি} = 0$$

$$OB \text{ অবস্থিতিতে দোলকের মোট শক্তি} = \text{স্থিতিশক্তি} + \text{গতিশক্তি}$$

$$= mg \times AP + 0 = mg \times AP$$

$$\text{আবার } OC \text{ অবস্থিতিতে দোলকের স্থিতিশক্তি} = mg \times AQ$$

$$OC \text{ অবস্থিতিতে দোলকের গতিশক্তি} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \times 2g \times PQ = mg \times PQ$$

$$(\quad v_0 = 0 \text{ এবং } v^2 = v_0^2 + 2gs)$$

$$= mg \times (AP - AQ)$$

$$OC \text{ অবস্থিতিতে দোলকের মোট শক্তি} = \text{স্থিতিশক্তি} + \text{গতিশক্তি}$$

$$= mg \times AQ + mg \times (AP - AQ) = mg \times AP$$

$$OB \text{ অবস্থিতিতে দোলকের মোট শক্তি} = OC \text{ অবস্থিতিতে দোলকের মোট শক্তি}।$$

সূতরাং প্রমাণিত হল আনোলিত দোলকের অনুসৃত পথের যে কোন অবস্থিতিতে তার মোট শক্তির পরিমা সর্বদা একই থাকে।

উল্লেখ : OA অবস্থিতিতে দোলকের বেগ v_m হলে, v_m ই সর্বোচ্চ বেগ।

$$OA \text{ অবস্থিতিতে তার মোট শক্তি} = \frac{1}{2} m v_m^2$$

$$\text{শক্তির নিত্যতা সূত্র অনুসারে}, \frac{1}{2} m v_m^2 = mg \times AP$$

$$\text{কিন্তু}, AP = OA - OP = OA - OB \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha) = 2l \sin^2(\alpha/2)$$

$$\text{কাজেই}, \frac{1}{2} m v_m^2 = mg \times 2l \sin^2(\alpha/2)$$

$$v_m = 2 \sqrt{gl} \sin(\alpha/2) = \text{দোলকের সর্বোচ্চ বেগ।}$$

(30)

গতিশক্তি ও বিভব শক্তিৰ মধ্যে পার্থক্য :

গতিশক্তি	বিভব বা স্থিতি শক্তি
১। কোন একটি গতিশীল বস্তু গতিৰ জন্য যে শক্তি লাভ কৱে তাকে এই বস্তুৰ গতি শক্তি বলে।	১। নির্দিষ্ট অবস্থানে বা স্থিতিশীল অবস্থায় কোন বস্তুৰ মধ্যে যে পরিমাণ শক্তি সঞ্চয়িত থাকে, তাকে এই বস্তুৰ বিভব শক্তি বলে।
২। বস্তু স্থিতিতে আসাৰ পূৰ্ব মূল্যৰ যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন কৱে তা দ্বাৰা গতিশক্তি পরিমাপ কৱা হয়।	২। বস্তু এক অবস্থান হতে অন্য অবস্থানে আসতে যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন কৱে তা দ্বাৰা বিভব শক্তি পরিমাপ কৱা হয়।
৩। <u>গতিশক্তিৰ সমীকৰণ হল $\frac{1}{2}mv^2$</u> ।	৩। <u>অভিকৰ্ষীয় বলেৰ ক্ষেত্ৰে বিভব শক্তিৰ সমীকৰণ হল mgh</u> ।
৪। <u>বেগ বৃদ্ধিতে বস্তুৰ গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়।</u> বেগ হ্রাসে বস্তুৰ গতিশক্তি হ্রাস পায়।	৪। <u>উচ্চতা বৃদ্ধিতে বস্তুৰ বিভব শক্তি বৃদ্ধি পায়।</u> উচ্চতা হ্রাসে বস্তুৰ বিভব শক্তি হ্রাস পায়।
৫। <u>গতিশক্তি একটি ক্ষেপণৰ রাশি।</u>	৫। <u>বিভব শক্তি একটি ক্ষেপণৰ রাশি।</u>

৬.১৭ শক্তিৰ অপচয়

Dissipation of energy

আমৰা জানি শক্তি অবিনশ্বৰ। শক্তি শুধু একৰূপ হতে অন্য রূপে রূপান্তৰিত হতে পাৰে ; রূপান্তৰেৰ পূৰ্বে ও পৱে মোট শক্তিৰ কোন পৱিবৰ্তন হয় না। লর্ড কেলভিন (Lord Kelvin) প্ৰথম উপলব্ধি কৱেন যে, শক্তি অবিনশ্বৰ হলেও প্ৰত্যেক রূপান্তৰে কিছু শক্তি এমনভাৱে আত্মপ্ৰকাশ কৱে যে, তা প্ৰয়োজনীয় কোন কাজে লাগে না। শক্তিৰ এই অকাৰ্যকৰ রূপান্তৰেৰ নাম শক্তিৰ অপচয়। কোন যন্ত্ৰে কাজ পাৰাৰ জন্য এই যন্ত্ৰে শক্তি সৱবৱাহ কৱতে হয়। কিন্তু প্ৰযুক্তি বা প্ৰদত্ত (input) শক্তি এবং প্ৰাপ্তি বা লব্ধ (output) শক্তি সমান হয় না। লব্ধ শক্তি কিছু কম হয়। যেমন রেলগাড়িৰ বাষ্পীয় ইঞ্জিনে তাপ শক্তি যান্ত্ৰিক শক্তিতে পৱিণত হয়। কিন্তু যান্ত্ৰিক শক্তিৰ কিছু অংশ রেলেৰ চাকাৰ এবং বিয়াৰিং-এৰ ঘৰ্ষণ বল অতিৰিক্ত কৱতে তাপ শক্তিৰূপে নষ্ট হয়।

মহাবিশ্বে নিয়ত একৰূপ শক্তি অন্যৰূপ শক্তিতে রূপান্তৰিত হচ্ছে। প্ৰত্যেক রূপান্তৰে কিছু না কিছু শক্তি অকাৰ্যকৰ কাজে ব্যয় হচ্ছে।

৬.১৮ কাৰ্য বা কৰ্মদক্ষতা

Efficiency

কোন যন্ত্ৰেৰ কৰ্মদক্ষতা বলতে কাৰ্যকৰ শক্তি এবং প্ৰদত্ত মোট শক্তিৰ অনুপাতকে বুৰায়। এফে সাধাৱণত η (ইটা) দ্বাৰা প্ৰকাশ কৱা হয় এবং সংক্ষেপে দক্ষতাও বলে।

$$\text{সংজ্ঞানুসারে } \eta = \frac{\text{কাৰ্যকৰ শক্তি (output)}}{\text{প্ৰদত্ত মোট শক্তি (input)}}$$

যেমন কোন যন্ত্ৰেৰ কৰ্মদক্ষতা ৮০% বলতে বুৰা যায় যে, 100 একক শক্তি সৱবৱাহ কৱলে তাৰ মাত্ৰ ৮০ একক শক্তি কাজে লাগবৈ এবং ২০ একক শক্তিৰ অপচয় হবে।

মনে কৱি কোন যন্ত্ৰে E_1 পৱিমাণ শক্তি প্ৰদান কৱা হৈ এবং E_2 পৱিমাণ শক্তিৰ অপচয় ঘটল।

$$\therefore \text{কৰ্মদক্ষতা, } \eta = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = \left(1 - \frac{E_2}{E_1} \right) E_1 \times 100\% \dots \quad (31)$$

৬.১৯ সংৰক্ষণশীল এবং অসংৰক্ষণশীল বল

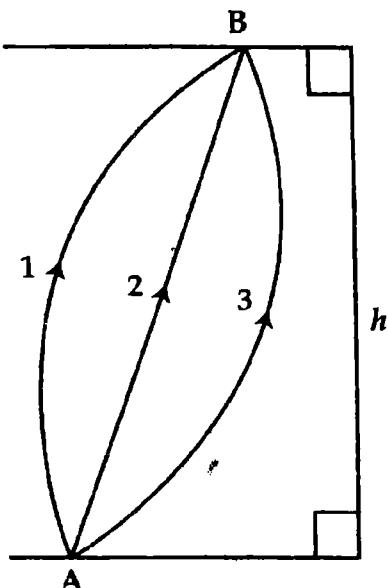
Conservative and Non-conservative force

বল দু'প্ৰকাৰ যথা : (১) সংৰক্ষণশীল বল এবং (২) অসংৰক্ষণশীল বল।

এদের নিম্নলিখিত সংজ্ঞা দেয়া যেতে পারে :

(১) যে বল কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করলে তাকে যে কোন পথে শুরুয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে বল কর্তৃক কৃত কাজ শূন্য হয় তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে। উদাহরণ—অভিকর্ষীয় বল, বৈদ্যুতিক বল, আদর্শ স্থিতি-এর বিকৃতি প্রতিরোধী বল প্রভৃতি। আর যে বল কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করলে তাকে যে কোন পথে শুরুয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে এই বল কর্তৃক কৃত কাজ শূন্য হয় না তাকে অসংরক্ষণশীল বল বলে। উদাহরণ—ঘর্ষণ বল, সান্ত্বনা বল প্রভৃতি।

(২) কোন বলের ক্রিয়া অভিমুখ যদি বস্তুর গতি অভিমুখের উপর নির্ভর না করে তবে এই বলই সংরক্ষণশীল বল, আর যদি নির্ভর করে তবে এই বল অসংরক্ষণশীল বল।



চিত্র ৬.১৬

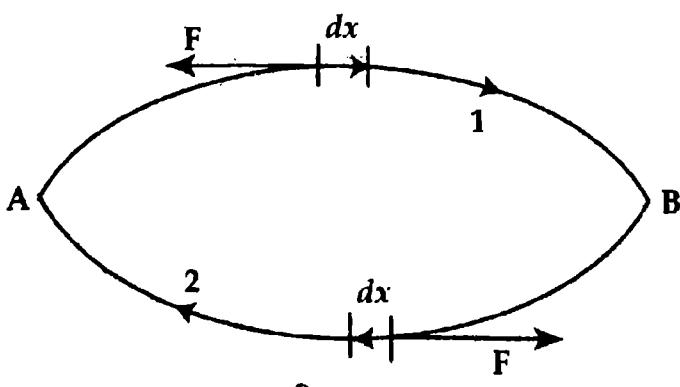
ধরি m ভরের একটি বস্তুকে A বিন্দু হতে উপরে উঠিয়ে B বিন্দুতে স্থাপন করা হল এবং এতে বস্তুটির উল্লম্ব সরণ h হল [চিত্র ৬.১৬]। এই স্থানান্তর ১নং, ২নং বা ৩নং পথে হলেও প্রত্যেক পথের সকল বিন্দুতে অভিকর্ষীয় বল mg খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে এবং প্রত্যেক পথে অভিকর্ষীয় বলের ক্রিয়া 'রেখা বরাবর বস্তুর সরণ h । এই তিন পথের প্রত্যেক পথে কৃত কাজের পরিমাণ সমান এবং কৃত কাজ $W = -mgh$ ।

আবার বস্তুটিকে A বিন্দু হতে ১নং পথে B বিন্দুতে এলে পুনরায় তাকে B বিন্দু হতে A বিন্দুতে স্থানান্তর করলে, প্রথম স্থানান্তরে অভিকর্ষীয় বলের বিপরীত দিকে সরণ $= h$ ও কৃত কাজ $W_1 = -mgh$ এবং দ্বিতীয় স্থানান্তরে অভিকর্ষীয় বলের অভিমুখে সরণ $= h$ ও কৃত কাজ $W_2 = mgh$.

$$\text{মোট কৃত কাজ}, W_2 + W_1 = mgh + (-mgh) = 0$$

কাজেই অভিকর্ষীয় বল সংরক্ষণশীল বল এবং এই বল কর্তৃক কৃত কাজ পুনরুৎপন্ন করা সম্ভব। সংরক্ষণশীল বলের বৈশিষ্ট্য অনুসারে তার আর একটি সংজ্ঞা দেয়া যায়। যেমন যে বলের ক্রিয়ায় কোন বস্তুকে এক বিন্দু হতে অপর কোন বিন্দুতে নিয়ে যেতে এই বল কর্তৃক কৃত কাজ শুধু বিন্দুয়ের অবস্থানের উপর নির্ভর করে—পথের উপর নির্ভর করে না তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

আবার ধরি একটি বস্তুকে মসৃণ অনুভূমিক মেঝের উপর দিয়ে ঠেলে A বিন্দু হতে ১নং পথে B বিন্দুতে আনা হল [চিত্র ৬.১৮]। এই ক্ষেত্রে ঘর্ষণ বল বস্তুর গতি অভিমুখের বিপরীতে ক্রিয়া করবে। কাজেই এই স্থানান্তরে ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হবে; কারণ ঘর্ষণ বল সর্বদাই গতিপ্রতিরোধী বল। গতিপথে একটি ক্ষুদ্র সরণ dx এবং এই সরণ গড় F ঘর্ষণ বলের বিপরীতে সংঘটিত হলে, কৃত কাজ $W = -F dx$ ।



চিত্র ৬.১৭

১নং পথে A হতে B পর্যন্ত নিতে মোট কৃত কাজ এরূপ ছোট ছোট কৃত কাজের সমষ্টির সমান ও মোট কৃত কাজ, $W_1 = - \int_1 B F dx$ ।

এখন যদি বস্তুটিকে B হতে ২নং পথে পুনরায় A বিন্দুতে নিয়ে যাওয়া হয় তবে এই ক্ষেত্রেও ঘর্ষণ বল বস্তুর গতিপথের বিপরীতে ক্রিয়া করবে।

কাজেই এই ক্ষেত্রেও কৃত কাজ,

$$W_2 = - \int_2 A F dx.$$

উভয় ক্ষেত্ৰে কাজ ঘৰণ বলেৱ বিৱুন্দ্বে হওয়ায় উভয় কাজ ঝণাত্মক এবং তাদেৱ যোগফল শূন্য হবে না।

$$\text{অর্থাৎ } W_1 + W_2 = - \int_1 F dx - \int_2 F dx \neq 0$$

কাজেই ঘৰণ বল কৰ্ত্তক কৃত কাজ পুনৰুদ্ধাৱ কৱা সম্ভব নয়। অতএব ঘৰণ বল অসংৰক্ষণশীল বল।

সংৰক্ষণশীল ও অসংৰক্ষণশীল বল ক্ষেত্ৰে বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী দেখান যায় যে,

কোন বস্তুকে অভিকৰ্ষ বল F -এৱে বিৱুন্দ্বে মাটি হতে h উপৱে তুলতে কাজেৱ পৱিমাণ $= -Fh$ । এখন তাকে সেখান থেকে ছেড়ে দিলে মাটিতে ফিৱে আসতে অভিকৰ্ষ বল দ্বাৰা কাজেৱ পৱিমাণ হবে $+Fh$ ।

সূতৰাং বস্তুকে মাটি হতে উপৱে উঠাব পৱে আবাৰ মাটিতে ফিৱে আসতে অভিকৰ্ষ বল দ্বাৰা কাজেৱ পৱিমাণ $(-Fh + Fh)$ শূন্য হবে। সূতৰাং অভিকৰ্ষ বা মাধ্যাকৰ্ষণ বল সংৰক্ষণশীল বল। তেমনি বিদ্যুৎ বল, চৌম্বক বল ইত্যাদি সংৰক্ষণশীল বল।

অপৱ পক্ষে, ঘৰণেৱ ক্ষেত্ৰে, ঘৰণ বল বস্তুকে চলতে বাধা দেয়। সেজন্যে এৱে দ্বাৰা বস্তুৱ উপৱে কাজ ঘণ হয়। অতএব ঘৰণ বল হল অসংৰক্ষণশীল বল।

৬.২০ সংৰক্ষণশীল বল ও অসংৰক্ষণশীল বলেৱ মধ্যে পাৰ্থক্য Distinction between conservative and non-conservative force

সংৰক্ষণশীল বল ও অসংৰক্ষণশীল বলেৱ মধ্যে নিম্নলিখিত পাৰ্থক্য কৱা যায় :

সংৰক্ষণশীল বল	অসংৰক্ষণশীল বল
১। সংৰক্ষণশীল বল ক্ষেত্ৰে একটি বস্তুকে যে কোন পথে ঘূৰিয়ে পুনৰায় প্ৰাথমিক অবস্থানে আনলে ঐ বল কৰ্ত্তক কৃত কাজ শূন্য হবে।	১। অসংৰক্ষণশীল বল ক্ষেত্ৰে একটি বস্তুকে যে কোন পথে ঘূৰিয়ে পুনৰায় প্ৰাথমিক অবস্থানে আনলে ঐ বল কৰ্ত্তক কৃত কাজ শূন্য হবে না।
২। সংৰক্ষণশীল বলেৱ ক্ৰিয়া অভিমুখ বস্তুৱ গতি অভিমুখেৱ উপৱে নিৰ্ভৱশীল নয়।	২। অসংৰক্ষণশীল বলেৱ ক্ৰিয়া অভিমুখ বস্তুৱ গতি অভিমুখেৱ উপৱে নিৰ্ভৱশীল।
৩। <u>সংৰক্ষণশীল বল কৰ্ত্তক কৃত কাজ সম্পূৰ্ণৱৰূপে পুনৰুদ্ধাৱ কৱা সম্ভব নয়।</u>	৩। <u>অসংৰক্ষণশীল বল কৰ্ত্তক কৃত কাজ সম্পূৰ্ণৱৰূপে পুনৰুদ্ধাৱ কৱা সম্ভব।</u>
৪। বস্তুৱ উপৱে সংৰক্ষণশীল বল কৰ্ত্তক কৃত কাজ গতিপথেৱ প্ৰাথমিক ও শেষ বিন্দুৱ উপৱে নিৰ্ভৱশীল।	৪। বস্তুৱ উপৱে অসংৰক্ষণশীল বল কৰ্ত্তক কৃত কাজ শুধু গতিপথেৱ প্ৰাথমিক ও শেষ অবস্থানেৱ উপৱে নিৰ্ভৱশীল নয়।
৫। <u>সংৰক্ষণশীল বলেৱ ক্ৰিয়ায় যান্ত্ৰিক শক্তিৱ নিত্যতাৱ সূত্ৰ পালিত হয়।</u>	৫। <u>অসংৰক্ষণশীল বলেৱ ক্ৰিয়ায় যান্ত্ৰিক শক্তিৱ নিত্যতাৱ সূত্ৰ সংৰক্ষিত হয় না।</u>

৬.২১ ক্ষমতা

Power

কোন একটি উৎসেৱ (agent) কাজ কৱাৱ হাৱকে ক্ষমতা বলে এবং একক সময়েৱ কৃত কাজ দ্বাৰা ক্ষমতা পৱিমাণ কৱা হয়। বলেৱ ক্ৰিয়ায় বস্তুৱ সৱণ দুত না ধীৱে কিভাৱে সম্পন্ন হয়েছে কাজেৱ পৱিমাণ দ্বাৰা তা বুৰো যায় না—বুৰো যায় ক্ষমতা দ্বাৰা।

মনে কৱি কোন ক্ষক্তি বা উৎস : সময়ে W পৱিমাণ কাজ সম্পন্ন কৱে।

একক সময়েৱ কৃত কাজ বা ক্ষমতা,

$$P = \frac{\text{কাজ}}{\text{সময়}} = \frac{W}{t}$$

(32)

\vec{F} পৱিমিত একটি ধূব বল কোন কণার উপৱে dt সময় ক্ৰিয়া কৱে $d\vec{r}$ সৱণ ঘটালে, ঐ ধূব বল কৰ্ত্তক উক্ত সময়ে কৃত কাজ, $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$

কণাটির উপর ঐ মুহূর্তে প্রযুক্ত ক্ষমতা,

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$$

কাজেই ঐ মুহূর্তের বেগ, \vec{v} হলে $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ ও $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

ক্ষমতা স্কেলার রূপ।

ক্ষমতার একক (Unit of power)

ক্ষমতার সংজ্ঞা হতে এর একক বের করা যায়।

$$\text{ক্ষমতা} = \frac{\text{কাজ}}{\text{সময়}} = \frac{\text{জুল}}{\text{সেকেন্ড}} = \text{জুল/সেকেন্ড (J/sec)}$$

এস. আই. বা আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে ক্ষমতার একক জুল/সে. বা ওয়াট (watt)। এক সেকেন্ডে এক জুল কাজ করার ক্ষমতাকে এক জুল/সে. বা এক-ওয়াট বলে।

“কোন যন্ত্রের ক্ষমতা 50 জুল/সে.।” — উক্ত উক্তি দ্বারা বুঝি যন্ত্রটি প্রতি সেকেন্ডে 50 জুল কাজ করতে পারে।

ওয়াট অপেক্ষা বড় মানের আরও একটি একক ক্ষমতা প্রকাশের জন্য ব্যবহৃত হয়। এর নাম কিলোওয়াট (K. W.)।

অশ্ব-ক্ষমতা : প্রতি সেকেন্ডে 746 জুল কাজ করার ক্ষমতাকে এক অশ্ব-ক্ষমতা বলে।

$$1 \text{ অশ্ব-ক্ষমতা} = 746 \text{ জুল/সে.} = 746 \text{ ওয়াট (Watt)}$$

(খ) বৈদ্যুতিক ব্যবহারিক একক : ক্ষমতার বৈদ্যুতিক ব্যবহারিক একককে ওয়াট (Watt) বলে। ‘ওয়াট’ পরিমাপের আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতেও ক্ষমতার একক।

$$1 \text{ ওয়াট} = 1 \text{ জুল/সে.}$$

1 কিলোওয়াট = 1000 ওয়াট। অর্থাৎ কিলোওয়াট ওয়াট অপেক্ষা এক হাজার গুণ বড়। আধুনিক কালে কিলোওয়াট অপেক্ষা হাজার গুণ বড় অর্থাৎ ওয়াট অপেক্ষা দশ লক্ষ গুণ বড় ক্ষমতার আর একটি একক ব্যবহৃত হচ্ছে। এর নাম মেগাওয়াট (Mega watt)।

$$1 \text{ মেগাওয়াট (MW)} = 1000 \text{ কিলোওয়াট}$$

$$= 10^6 \text{ ওয়াট} = 10^6 \text{ জুল/সে.}$$

‘কোন বিদ্যুৎ উৎপাদন কেন্দ্রের ক্ষমতা 2 মেগাওয়াট’। এর অর্থ—কেন্দ্রের সরবরাহকৃত বিদ্যুৎ শক্তি দ্বারা প্রতি সেকেন্ডে 2×10^6 জুল বা 2 মেগা-জুল কাজ করা যায়।

ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ (Dimension of power)

$$\text{আমরা জানি, } \boxed{\text{ক্ষমতা, } P = \frac{W}{t} = \frac{\text{বল} \times \text{সরণ}}{\text{সময়}}}$$

$$\text{ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ, } [P] = \frac{[\text{বল}] [\text{সরণ}]}{[\text{সময়}]}$$

$$= \left[\frac{\text{MLT}^{-2} \times \text{L}}{\text{T}} \right] = \boxed{[\text{ML}^2 \text{T}^{-3}]}$$



৬.২২ কাজ ও ক্ষমতার মধ্যে পার্থক্য

Distinction between work and power

কাজ ও ক্ষমতার মধ্যে নিম্নলিখিত পার্থক্য রয়েছে :

কাজ	ক্ষমতা
১। বল প্রয়োগে সরণ ঘটলে বল এবং বলের দিকে সরণের অংশকের গুণফলকে কাজ বলে।	১। কোন একটি উৎসের কাজ করার হারকে ক্ষমতা বলে।
২। $\text{কাজের মাত্রা} = [\text{ML}^2 \text{T}^{-2}]$	২। $\text{ক্ষমতার মাত্রা} = [\text{ML}^2 \text{T}^{-3}]$
৩। কাজ ক্ষণাত্মক ও ধনাত্মক উভয় প্রকারের হতে পারে।	৩। ক্ষমতার কোন রকম নেই।
৪। কাজের একক জুল।	৪। ক্ষমতার একক ওয়াট।
৫। কাজ পরিমাপে সময়ের পর্যায়ে হয় না।	৫। ক্ষমতার পরিমাপে সময়ের পর্যায়ে হয়।

৬.২৩ শক্তি ও ক্ষমতার মধ্যে পার্থক্য Distinction between energy and power

শক্তি ও ক্ষমতার মধ্যে নিম্নলিখিত পার্থক্য রয়েছে :

শক্তি	ক্ষমতা
১। কোন বস্তুর কাজ করার সামর্থ্য বা সক্ষমতাকে এর শক্তি বলে।	১। কোন বস্তুর কাজ করার হারকে ক্ষমতা বলে।
২। মোট কৃত কাজ দ্বারা শক্তি পরিমাপ করা হয়। তাই শক্তি নির্ণয়ে সময়ের প্রয়োজন হয় না।	২। একক সময়ের কাজ দ্বারা ক্ষমতা পরিমাপ করা হয়। তাই ক্ষমতা নির্ণয়ে সময়ের প্রয়োজন হয়।
৩। শক্তির রূপান্তর ঘটে।	৩। ক্ষমতার রূপান্তর নেই।
৪। <u>শক্তির একক = কাজের একক = জুল।</u>	<u>ক্ষমতার একক = $\frac{\text{কাজের একক}}{\text{সময়ের একক}}$</u> $= \frac{\text{জুল}}{\text{সেকেণ্ড}} = (\text{জুল}/\text{সেকেণ্ড})$
৫। <u>শক্তির মাত্রা সমীকরণ = [ML²T⁻²]</u>	\checkmark <u>ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ = $\frac{[\text{কাজ}]}{[\text{সময়}]} = [\text{ML}^2\text{T}^{-3}]$</u>

স্মরণিকা

কাজ : কোন বস্তুর উপর বল প্রয়োগে সরণ ঘটলে প্রযুক্ত বল ও বলের অভিমুখে সরণের উপায়ের গুণফলকে কাজ বলে।

বলের দ্বারা কাজ : যদি বল প্রয়োগের ফলে বলের দিকে বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ ঘটে বা বলের দিকে সরণের ধনাত্মক উপায় থাকে তবে ঐ সরণের জন্য কৃত কাজকে বলের দ্বারা কাজ বলে।

বলের বিরুদ্ধে কাজ : যদি বল প্রয়োগের ফলে বলের বিপরীত দিকে বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ ঘটে বা বলের দিকে সরণের ঋণাত্মক উপায় থাকে তবে ঐ সরণের জন্য কৃত কাজকে বলের বিরুদ্ধে কাজ বলে।

এক জুল : এক নিউটন বল প্রয়োগের ফলে বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর বস্তুর সরণ যদি এক মিটার হয়, তবে যে কাজ সম্পন্ন হয় তাকে এক জুল বলে।

এক ইলেক্ট্রন ভোল্ট : এক ভোল্ট বিতব পার্থক্যে একটি ইলেক্ট্রনের অর্জিত শক্তিই এক ইলেক্ট্রন ভোল্ট।

শক্তি : কোন ব্যক্তি, বস্তু বা পদাৰ্থের কাজ করার সামর্থ্য বা ক্ষমতাকে শক্তি বলে।

ষাণ্কিক শক্তি : কোন বস্তুর মধ্যে তার পারিপার্শ্বিক অবস্থা বা অবস্থানের সাপেক্ষে অথবা গতির জন্য কাজ করার সামর্থ্য তথা শক্তি থাকে, তবে ঐ শক্তিকে ষাণ্কিক শক্তি বলে।

গতিশক্তি : গতিশীল অবস্থা থাকার ফলে কোন একটি বস্তু কাজ করার জন্য যে সামর্থ্য অর্জন করে তাকে ঐ বস্তুর গতিশক্তি বলে। অথবা, গতির জন্য বস্তুতে যে শক্তির উৎস হয় তাকে তার গতিশক্তি বলে।

স্থিতিশক্তি : নির্দিষ্ট অবস্থানে বা অবস্থায় স্থিতিশীল থাকার দরুন বস্তু যে শক্তি প্রাপ্ত হয় তাকে স্থিতিশক্তি বলে।

কাজ শক্তি উপপাদ্য : কোন বস্তুর উপর ক্রিয়ার লম্বি বল কর্তৃক কৃত কাজ তার গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান। এটি কাজ-শক্তি উপপাদ্য নামে পরিচিত।

ষাণ্কিক শক্তির নিয়তা বা সংরক্ষণ সূত্র : শক্তির সূত্র বা বিনাশ নেই। এটি কেবল একবৃপ্ত হতে অন্য এক বা একাধিক রূপে পরিবর্তিত হতে পারে। রূপান্তরের আগে ও পরে মোট শক্তির পরিমাণ নির্দিষ্ট ও অপরিবর্তনীয়। একে শক্তির নিয়তা বা সংরক্ষণ সূত্র বলে।

কার্য বা কর্ম দক্ষতা : কোন যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলতে কার্যরত শক্তি এবং প্রদত্ত মোট শক্তির অনুপাতকে বুঝায়।

সংরক্ষণশীল বল : যে বল কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করলে তাকে যে কোন পথে ঘূরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে ফানলে বল কর্তৃক কৃত কাজ শূন্য হয় তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

অসংরক্ষণশীল বল : যে বল কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করলে তাকে যে কোন পথে ঘূরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে ফানলে ঐ বল কর্তৃক কৃতকাজ শূন্য হয় না তাকে অসংরক্ষণশীল বল বলে।

ক্ষমতা : কোন একটি উৎসের কাজ করার হারকে ক্ষমতা বলে।

এক ওয়াট : এক সেকেণ্ডে এক জুল কাজ করার ক্ষমতাকে এক জুল / সে. বা এক ওয়াট বলে।

এক অশ্ব ক্ষমতা : প্রতি সেকেণ্ডে 746 জুল কাজ করার ক্ষমতাকে এক অশ্ব ক্ষমতা বলে।

প্রয়োজনীয় সমীকরণ

কৃত কাজ, $W =$ বলের মান \times বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর সরণের মান = $F \times s$

(1)

$$W = \vec{F} \times \vec{s}$$

(2)

$$W = Fs \cos \theta \quad (\theta \text{ হল } F \text{ ও } s \text{ এর মধ্যবর্তী কোণ})$$

(3)

$$\text{প্রতিকৰ্ষ বলের দরুন কৃত কাজ, } W = mgh$$

(4)

কাজ, শক্তি ও ক্রমতা
বইয়ের কথা

ক্যালকুলাসের ভাষায় কৃত কাজ, $W = \int_{r_0}^r \vec{F} \cdot d\vec{r}$ (5)

স্পুং প্রসারণে কৃত কাজ, $W = \frac{1}{2} kx^2$
= স্পুং-এ সঞ্চিত বিভব শক্তি (6)

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে কৃত কাজ, $W = GMm \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ (7)

গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2} mv^2$ (8)

গতিশক্তি ও তরবেগের সম্পর্ক : $E_k = \frac{P^2}{2m}$ (9)

কাজ শক্তি উপপাদ্য : $W = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$ (10)

অভিকর্ষীয় স্থিতি বা বিভব শক্তি, $P.E = mgh$ (11)

স্পুং-এর বিভব শক্তি, $U = \frac{1}{2} kx^2$ (12)

কার্য বা কর্ম দক্ষতা, $\eta = \frac{\text{কার্যকর শক্তি}}{\text{প্রদত্ত মোট শক্তি}} = \frac{E_1 - E_2}{E_1}$
= $E_1 \left(1 - \frac{E_2}{E_1} \right) \times 100\%$ (13)

ক্রমতা, $P = \frac{\text{কাজ}}{\text{সময়}} = \frac{W}{t}$ (14)

$P = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{t}$ (15)

$P = \frac{\vec{F} \cdot \vec{v}}{t}$ (16)

দোলকের সর্বোচ্চ বেগ, $v_m = 2\sqrt{gl} \sin(\alpha/2)$ (17)

সমাধানকৃত উদাহরণ

১. 60 kg ভরের জনৈক ব্যক্তি 20 মিনিটে 180 m উচ্চ একটি ছান্দায় আরোহণ করেন। কৃত কাজ ও প্রযুক্ত ক্রমতা নির্ণয় কর।

প্রশ্নানুসারে অভিকর্ষীয় বলের বিরুদ্ধে কৃত কাজ,

$$W = বল \times বলের ক্রিয়া রেখায় সরণ$$

$$= ওজন \times উল্লম্ব সরণ$$

$$= mg \times h$$

$$\text{নির্ণেয় কাজ}, W = 60 \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 180 \text{ m}$$

$$= 10584 \times 10^4 \text{ J}$$

$$\text{প্রযুক্ত ক্রমতা}, P = \frac{W}{t} = \frac{10584 \times 10^4 \text{ J}}{20 \times 60 \text{ s}}$$

$$= 88.2 \text{ W}$$

২. একটি ঘোড়া ভূমির সাথে 30° কোণে 120 N বল প্রয়োগে একটি বস্তুকে টেনে 2 ms^{-1} সমবেগে সরাতে থাকে। 5 মিনিটে কৃত কাজ করে ? [$\cos 30^\circ = 0.866$]

আমরা পাই, $W = Fs \cos \theta$

$$W = (120 \text{ N} \times 600 \text{ m} \times \cos 30^\circ) \text{ J}$$

$$= 120 \times 600 \times 0.866 \text{ J}$$

$$= 62352 \times 10^4 \text{ J} \mid$$

এখানে, $m = 60 \text{ kg}$
 $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
 $h = 180 \text{ m}$

এখানে,

$$t = 20 \text{ মিনিট}$$

$$= 20 \times 60 \text{ s}$$

এখানে, $F = 120 \text{ N}$

$$s = v \times t = 2 \text{ ms}^{-1} \times 5 \times 60 \text{ s}$$

$$= 600 \text{ m}$$

$$\theta = 30^\circ$$

৩. একটি ইঞ্জিন প্রতি ঘণ্টায় 37300 kg পানি 18 m উপরে উঠাতে পারে। ইঞ্জিনের ক্রমতা নির্ণয় কর।

প্রশ্নানুযায়ী 1 ঘণ্টায় কৃত কাজ,

$$W = mgh = 37300 \times 9.8 \times 18 \text{ J}$$

$$\text{ক্রমতা}, P = \frac{W}{t} = \frac{37300 \times 9.8 \times 18}{60 \times 60} \text{ J/s}$$

$$= 1827.7 \text{ W}$$

এখানে, $m = 37300 \text{ kg}$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$h = 18 \text{ m}$$

$$t = 1 \text{ ঘণ্টা} = 60 \times 60 \text{ s}$$

৫) ১J গতিশক্তিৰ একটি বস্তুৰ গতিৰ বিপৰীতে 1N বল প্ৰয়োগে বস্তুটি কত দূৰ অগ্রসৱ হয়ে থাবে ?
কাজ-শক্তি উপপাদ্য অনুযায়ী,

$$\frac{1}{2}mv^2 = F \times s$$

$$\text{বা, } s = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{F}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{1N} = 1 \text{ m}$$

এখানে, $\frac{1}{2}mv^2 = 1 \text{ J}$
 $F = 1 \text{ N}$

৬) দালানৰ ছাদেৰ সাথে লাগানো ৭'৪৬ m লম্বা একটি মই দেয়ালৰ সাথে 60° কোণে আছে।
60 kg ভৱেৰ এক ব্যক্তি 15 kg ভৱেৰ একটি বোৰাসহ 30s-এ মই বেয়ে ছাদে উঠে। প্ৰযুক্তি ক্ষমতা নিৰ্ণয় কৰ।

অভিকৰ্মীয় বলৰ বিৰুদ্ধে কৃত কাজ,

$$W = ওজন, mg \times উল্লম্ব সৱণ, h$$

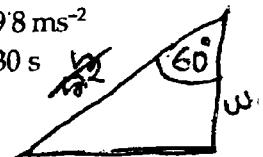
$$\therefore \text{নিৰ্ণয় কাজ}, W = (60 + 15) \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 7.46 \text{ m} \cos 60^\circ \text{ J}$$

$$= 75 \times 9.8 \times 3.73 \text{ J}$$

$$\text{ক্ষমতা, } P = \frac{W}{t} = \frac{75 \times 9.8 \times 3.73 \text{ J}}{30 \text{ s}}$$

$$= 91.385 \text{ W}$$

এখানে, $h = 7.46 \cos 60^\circ$
 $m = (60 + 15) \text{ kg}$
 $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
 $t = 30 \text{ s}$



৭) একটি কণাৰ উপৰ $\vec{F} = (5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) \text{ N}$ বল প্ৰয়োগে কণাটিৰ $\vec{r} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) \text{ m}$ সৱণ হয়। বল
হাৱা সম্পাদিত কাজ কত ? [চ. বো. ২০০৮]

আমৱা জানি,

$$W = \vec{F} \cdot \vec{r}$$

$$= (5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) \cdot (3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$$

$$= 5 \times 3 - 3 \times 2 - 2 \times 1 = 15 - 6 - 2 = 15 - 8$$

$$= 7 \text{ J}$$

এখানে,

$$\vec{F} = (5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) \text{ N}$$

$$\vec{r} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) \text{ m}$$

৮) 150 kg ভৱেৰ এক ব্যক্তি 50 kg ভৱেৰ একটি বোৰা নিয়ে 4 m দীৰ্ঘ একটি সিঁড়ি বেয়ে নিচে নামল। যদি
সিঁড়িটি দেয়ালৰ সাথে 60° কোণে থাকে তবে সে কত কাজ কৱল বেৱ কৰ।

মনে কৰি, কাজ = W

আমৱা পাই, $W = mgh$

বা, $W = Mg s \cos \theta$

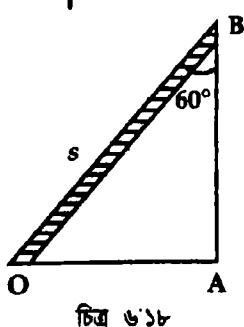
$$W = 200 \times 9.8 \times 2 = 3920 \text{ J}$$

এখানে, $M = 150 + 50 = 200 \text{ kg}$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$h = s \cos \theta$$

$$= 4 \times \frac{1}{2} = 2 \text{ m}$$



৯) একটি রাইফেলৰ গুলি নিৰ্দিষ্ট পুৰুষেৰ একটি তক্তা তেদ কৱতে পাৱে। এন্দু 16টি তক্তা তেদ কৱতে হলৈ
এৱ বেগ কতগুণ হতে হবে ? [সি. বো. ২০০১]

মনে কৰি, গুলিৰ ভৱ = m এবং আদি বেগ = v

$$1\text{টি তক্তা তেদ কৱতে প্ৰয়োজনীয় গতিশক্তি} = \frac{1}{2} mv^2$$

(1)

$$16\text{টি তক্তা তেদ কৱতে প্ৰয়োজনীয় গতিশক্তি} = \frac{1}{2} mv^2 \times 16$$

$$= \frac{1}{2} m (4v)^2$$

(2)

সমীকৰণ দুটিকে তুলনা কৱলৈ দেখা যায় শেষ বেগ প্ৰাথমিক বেগৰে 4 গুণ
শেৰোত্তম বেগ প্ৰাথমিক বেগৰে 4 গুণ হতে হবে।

১. একটি হাইকেলের গুলি একটি তক্তা তেল করে। যদি গুলীর বেগ ডিমগুণ করা হয় তাহলে একই পুরুদ্ধের
কয়টি তক্তা তেল করবে ? [ব. বো. ২০০৮]

আমরা জানি,

কৃতকাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন

১ম ক্ষেত্রে,

$$max = \frac{1}{2} mv_1^2 - 0 = \frac{1}{2} mv_1^2$$

২য় ক্ষেত্রে,

$$\begin{aligned} ma.nx &= \frac{1}{2} mv_2^2 - 0 \\ &= \frac{1}{2} m(3v_1)^2 = \frac{9}{2} mv_1^2 \end{aligned}$$

$$\text{অতএব, } \frac{ma.x}{ma.nx} = \frac{\frac{1}{2} mv_1^2}{\frac{9}{2} mv_1^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{n} = \frac{1}{9} \quad n = 9$$

তক্তার সংখ্যা ৯টি।

১০। 10 kg ভরবিশিষ্ট একটি বন্দুক ছাঁড়লে গুলিটি 80 cms^{-1} বেগে নির্গত হয়। গুলির তর 40 gm হলে গুলি ও
বন্দুকের গতিশক্তি নির্ণয় কর।

ধরা যাক, গুলির গতিশক্তি E_b এবং বন্দুকের গতিশক্তি E_g ।

আমরা জানি,

$$\text{গতিশক্তি } E = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\text{গুলির গতিশক্তি, } E_b = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\text{বা, } E_b = \frac{1}{2} \times 0.04 \times (0.8)^2 \text{ J} = 0.0128 \text{ J}$$

ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি হতে জানি,

গুলির ভরবেগ = বন্দুকের ভরবেগ

এখন, গুলির ভরবেগ = $0.04 \times 0.8 \text{ kg ms}^{-1}$

ধরা যাক, বন্দুকের বেগ, V

অতএব, বন্দুকের ভরবেগ = $10 \times V$

সূতরাং, $10 V = 0.04 \times 0.8$

$$\text{বা } V = \frac{0.04 \times 0.8}{10} = 3.2 \times 10^{-3} \text{ ms}^{-1}$$

$$\begin{aligned} \text{বন্দুকের গতিশক্তি, } E_g &= \frac{1}{2} MV^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times (3.2 \times 10^{-3})^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 10.24 \times 10^{-6} \\ &= 51 \times 10^{-6} \text{ J} \end{aligned}$$

১১. একটি নিউটনের তর $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ এবং এটি $4 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$ বেগে গতিশীল। এর গতিশক্তি নির্ণয় কর।

[ব. বো. ২০০২; রা. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$K. E. = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\begin{aligned} K. E. &= \frac{1}{2} \times 1.6 \times 10^{-27} \times (4 \times 10^4)^2 \\ &= 1.28 \times 10^{-18} \text{ J} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{ধরি, গুলির ভর} = m$$

$$1 \text{টি তক্তার পুরুত্ব} = x$$

$$\text{নির্ণেয় তক্তার সংখ্যা} = n$$

$$n \text{টি তক্তার পুরুত্ব} = nx$$

$$\text{প্রথমে গুলির বেগ} = v_1$$

$$\text{দ্বিতীয় গুলির বেগ} = v_2$$

এখানে,

$$\text{বন্দুকের ভর, } M = 10 \text{ kg}$$

$$\text{গুলির ভর, } m = 40 \text{ gm} = 0.04 \text{ kg}$$

$$\text{গুলির বেগ, } v = 80 \text{ cms}^{-1} = 0.80 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{গতিশক্তি} = \frac{1}{2} MV^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times (0.8)^2 = 3.2 \times 10^{-3} \text{ ms}^{-1}$$

$$= 51 \times 10^{-6} \text{ J}$$

এখানে,

$$m = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$v = 4 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$$

১২। একজন বালক ও একজন লোক একত্রে দৌড়াচ্ছেন। বালকটির ভৱের অর্ধেক এবং লোকটির গতিশক্তি বালকটির গতিশক্তির অর্ধেক। লোকটি যদি তার বেগ 1 ms^{-1} বৃদ্ধি করেন তবে তার গতিশক্তি বালকটির গতিশক্তির সমান হয়। এদের আদিবেগ নির্ণয় কর।

[রা. বো. ২০০৩; সি. বো. ২০০৩]

গতিশক্তির সমীকরণ থেকে পাই,

$$\text{KE}_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } \text{KE}_2 &= \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2m_1 v_2^2 \\ &= m_1 v_2^2 \end{aligned} \quad (2)$$

এখানে, বালকের ভৱ = m_1

লোকের ভৱ, $m_2 = 2m_1$

বালকের আদিবেগ = $v_1 = ?$

লোকের আদিবেগ = $v_2 = ?$

লোকের শেষ বেগ = $v_2 + 1$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 2 m_1 v_2^2 \quad (3)$$

$$\text{এবং } \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 (v_2 + 1)^2 \quad (4)$$

সমীকরণ (3) ও (4) হতে পাই, $2m_1 v_2^2 = m_1 (v_2 + 1)^2$

$$\text{বা, } 2v_2^2 = v_2^2 + 2v_2 + 1$$

$$\text{বা, } v_2^2 - 2v_2 - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2} \\ &= \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = 1 \pm \sqrt{2} \end{aligned}$$

বেগ ধনাত্মক বলে, $v_2 = 1 + \sqrt{2} = 2.41 \text{ ms}^{-1}$

সমীকরণ (3) হতে পাই,

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 2 m_1 v_2^2$$

$$\text{বা, } v_1^2 = 4 \times (2.41)^2$$

$$\text{বা, } v_1 = \sqrt{23.2324}$$

$$v_1 = 4.82 \text{ ms}^{-1}$$

উত্তর : বালকের গতিবেগ 4.82 ms^{-1} এবং লোকের বেগ 2.41 ms^{-1}

১৩। 25 m উচ্চতা হতে 4 kg ভৱ মুক্তভাবে অভিকর্ষের টানে পড়তে থাকলে 2s পরে ভৱটির গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি কত হবে ?

অভিকর্ষীয় বল কর্তৃক কৃত কাজ,

$$W = ওজন, mg \times উল্লম্ব সরণ, h$$

$$\begin{aligned} \text{প্রশ্নানুযায়ী, } 2 \text{ s পরে গতিশক্তি} &= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \times 2gh \\ &= mgh = \text{অভিকর্ষীয় বল কর্তৃক কৃত কাজ} \\ &= 4 \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 19.6 \text{ m} = 768.32 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\text{ও স্থিতিশক্তি} = mg \times ত্ব-গৃহ্ণ হতে উচ্চতা = 4 \times 9.8(25 - 19.6) = 211.68 \text{ J}$$

১৪। 200 gm ভৱের একটি বস্তু 10 m উপর থেকে নিচে পড়ে যায়। ত্ব-গৃহ্ণকে সর্ব করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত ?
[ঢ. বো. ২০০৪]

আমরা জানি,

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

$$\text{বা, } v^2 = 0 + 2 \times 9.8 \times 10$$

$$\text{বা, } v^2 = 196$$

$$\text{আবার, K.E.} = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\therefore = \frac{1}{2} \times 200 \times 10^{-3} \times 196 = 19.6 \text{ J}$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } m &= 4 \text{ kg} \\ g &= 9.8 \text{ ms}^{-2} \\ t &= 2 \text{ s} \\ h &= \frac{1}{2} gt^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times (2 \text{ s})^2 \\ &= 19.6 \text{ m} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} m &= 200 \text{ g} \\ &\quad \swarrow = 200 \times 10^{-3} \text{ kg} \\ h &= 10 \text{ m} \end{aligned}$$

$$mg h = 200 \times 10^{-3} \times 9.8$$

(১৫) 30 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে কোথায় উহার গতিশক্তি বিভব শক্তির হিসুণ হবে ? [য. বো. ২০০৬ (মান ডিন্ন); ব. বো. ২০০৩]

ধরি, 30 m উচ্চতা হতে x m নিচে এর গতিশক্তি বিভব শক্তির হিসুণ হবে। ধরি C বিন্দুতে বেগ v ।

$$C \text{ বিন্দুতে অর্ধাৎ, } (30 - x) \text{ m উচ্চতায় বিভব শক্তি, } E_1 = mg(30 - x) \quad (1)$$

এবং এই উচ্চতায় বস্তুর গতিশক্তি,

$$E_2 = \frac{1}{2} mv^2 \quad (2)$$

এখন, $v^2 = 0 + 2gx$;

$$v^2 = 2gx \quad (3)$$

v^2 -এর মান সমীকরণ (2)-এ বসিয়ে,

$$E_2 = \frac{1}{2} m \cdot 2gx = mgx$$

প্রশ্নমতে, $2E_1 = E_2$

$$\text{বা, } 2mg(30 - x) = mgx$$

$$\text{বা, } 2mg \times 30 - 2mgx = mgx \quad \text{বা, } 2mg \times 30 = 3mgx$$

$$\text{বা, } x = \frac{60}{3} = 20 \text{ m}$$

∴ ভূমি হতে $(30 - 20) = 10 \text{ m}$ উচ্চতায় গতিশক্তি বিভব শক্তির হিসুণ।

(১৬) একটি বস্তুকে নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে ক্ষেলে দেয়া হল। ভূমি হতে 10m উচ্চতায় গতিশক্তি বিভব শক্তির হিসুণ হলে কত উচ্চতা থেকে বস্তুটি ক্ষেল হয়েছিল ? [য. বো. ২০০৬]

মনে করি, P বিন্দু হতে m ভরের বস্তুটিকে ক্ষেল হল এবং R বিন্দুতে

বস্তুটির গতিশক্তি $= 2 \times$ বিভব শক্তি

$$\begin{aligned} R \text{ বিন্দুতে বিভব শক্তি, } E_p &= mgx \\ &= mg \times 10 = 10mg \end{aligned} \quad (1)$$

ধরা যাক, R বিন্দুতে বস্তুটির বেগ $= v$ ।

$$\text{আমরা জানি, } v^2 = v_0^2 + 2gh$$

$$\text{বা, } v^2 = 2g(h - x) \quad [\quad v_0 = 0 \quad]$$

$$= 2g(h - 10)$$

$$\begin{aligned} R \text{ বিন্দুতে গতিশক্তি, } E_k &= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \times 2g(h - 10) \\ &= mg(h - 10) \end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } mg(h - 10) = 2 \times 10mg = 20mg \quad (2)$$

$$h - 10 = 20$$

$$\text{বা, } h = 20 + 10 = 30 \text{ m}$$

উত্তর : উচ্চতা, 30m.

(১৭) 0.50 kg ভরের একটি বোমা ভূমি হতে 1 km উচ্চতে অবস্থিত একটি বিমান থেকে ক্ষেলে দেয়া হল। ভূমি সর্ব ক্রান্ত পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি বের কর। [য. বো. ২০০৫]

আমরা পাই,

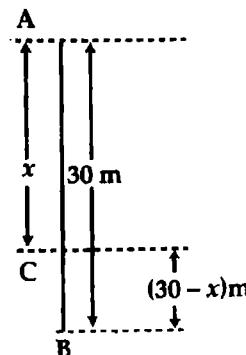
$$K.E. = \frac{1}{2} mv^2 \quad (1)$$

আবার,

$$v^2 = v_0^2 + 2gh = 2gh$$

সমীকরণ (1) থেকে পাই,

$$\begin{aligned} K.E. &= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \times 2gh = mgh = 0.50 \times 9.8 \times 1000 \\ &= 4900 \text{ J} \end{aligned}$$



চিত্র ৬.১৯

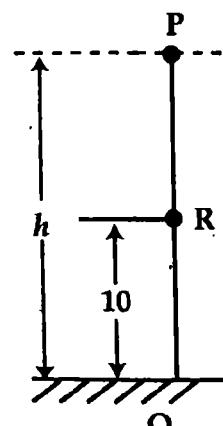
এখানে,

$$h = 30 \text{ m}$$

$$\text{আদিবেগ, } v_0 = 0$$

$$\text{ভূরণ} = g$$

গতিশক্তি বিভব শক্তি
পৃষ্ঠাল ২ল $h = 10/3$
 $h = 30/3 = 10$



চিত্র ৬.২০

এখানে,

$$m = 0.50 \text{ kg}$$

$$h = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$K.E. = ?$$

$$v_0 = 0$$

$$E_K = mgh$$

১৬। ৫kg তরের একটি বস্তু ৫m উচু থেকে একটি গেৱেকের উপৰ পড়লে গেৱেকটি মাটিৰ তিতৰে ১০cm ঢুকে যাব। মাটিৰ গড় প্ৰতিৱেধ বল মিৰ্য কৰ। [কু. বো. ২০০৬]

আমৱা জানি,

পতনশীল বস্তুৰ স্থিতিশক্তি = প্ৰতিৱেধ বলেৰ বিৱুল্পে কাজ।

প্ৰতিৱেধ বলেৰ বিৱুল্পে কাজ = $F \times s$

$$= F \times 0.1 \quad (1)$$

$$\text{বস্তুটিৰ মোট পতন} = h + s = 5 + 0.1 \\ = 5.1 \text{ m}$$

$$\text{বস্তুৰ স্থিতিশক্তি} = mg(h + s) \\ = 5 \times 9.8 \times 5.1$$

প্ৰশ্নানুসৰে,

$$F \times 0.1 = 5 \times 9.8 \times 5.1 \\ F = \frac{5 \times 9.8 \times 5.1}{0.1} \\ = 2499 \text{ N}$$

উত্তৰ : গড় প্ৰতিৱেধ বল = 2499N.

১৭। ২ kg তরেৰ একটি বস্তুকে ভূমি হতে খাড়া উৰ্ধে নিকেপ কৰা হল এবং বস্তুটি ৮ sec পৰে পুনৰায় ভূমিতে ফিৰে আল। নিকেপেৰ মুহূৰ্তে এবং নিকেপণেৰ ২ sec পৰে বস্তুটিৰ বিভব শক্তি এবং গতিশক্তি কত? ($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$) [চ. বো. ২০০২]

আমৱা জানি, $T = \frac{2v_0}{g}$; v_0 হল নিকেপেৰ মুহূৰ্তে আদি বেগ

$$\text{বা, } 2v_0 = Tg$$

$$\text{বা, } v_0 = \frac{Tg}{2} = \frac{8 \times 9.8}{2} \text{ ms}^{-1} \\ = 39.2 \text{ ms}^{-1}$$

নিকেপেৰ মুহূৰ্ত, $h = 0$

$$\text{বিভব শক্তি, } E_p = mgh = 2 \times 9.8 \times 0 = 0$$

$$\text{এবং গতিশক্তি } E_k = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times (39.2)^2 \text{ J} = 1536.64 \text{ J}$$

$$2 \text{ sec পৰে বেগ } v \text{ এবং উচতা } h \text{ হলে আমৱা পাই, } v = v_0 - gt = 39.2 - 9.8 \times 2 = 19.6 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{এবং } h = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = 39.2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times (2)^2$$

$$\text{বা, } h = 58.8 \text{ m}$$

$$\text{অতএব, বিভব শক্তি, } E_p = mgh = 2 \times 9.8 \times 58.8 \text{ J} = 1152.48 \text{ J}$$

$$\text{এবং গতিশক্তি, } E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (19.6)^2 \text{ J} = 384.16 \text{ J}$$

উত্তৰ : (i) নিকেপেৰ মুহূৰ্তে বিভব শক্তি 1152.48 J, গতিশক্তি 384.16 J

(ii) 2 sec পৰে বিভব শক্তি 1152.48 J, গতিশক্তি 384.16 J

১৮। ৬ kg ভৱিষ্যিক একটি বস্তু স্থিৰ অবস্থায় ছিল। ৩০ N বল প্ৰয়োগ কৰাৰ ১০s পৰি বস্তুটিৰ গতিশক্তি কত হবে? [চ. বো. ২০০৫]

আমৱা জানি,

$$\text{K. E.} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

$$\text{এখানে, } v = v_0 + at$$

$$= 0 + at$$

$$v = at$$

$$(2)$$

$$\text{পুনৰায়, } F = ma$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{30}{6} = 5 \text{ ms}^{-2}$$

এখানে,

$$\text{বস্তুৰ ভৱ, } m = 6 \text{ kg}$$

$$\text{উচতা, } h = 5 \text{ m}$$

$$\text{সৱণ, } s = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$\text{প্ৰতিৱেধ বল, } F = ?$$

$$\begin{aligned} F \times s &= mg(h + s) \\ F \times s &= mg(h + s) \\ \therefore F &= \frac{mg(h + s)}{s} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{বস্তুৰ ভৱ, } m = 2 \text{ kg}$$

$$\text{উচতাৰ কাল, } T = 8 \text{ sec}$$

$$\text{অভিকৰ্তজ ভৱণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

এখানে,

$$m = 6 \text{ kg}$$

$$v_0 = 0$$

$$F = 30 \text{ N}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

$$\text{K. E.} = ?$$

কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা

বইঘর কম

সমীকরণ (2) থেকে পাই,

$$v = at = 5 \times 10 = 50 \text{ ms}^{-1}$$

সমীকরণ (1) থেকে পাই

$$\begin{aligned} \text{K.E.} &= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 6 \times 50 \times 50 \\ &= 3 \times 50 \times 50 = 3 \times 2500 \\ &= 7500 \text{ J} \end{aligned}$$

২১। ০.৫ kg ভরবিশিষ্ট কোন বস্তু একটি জাহাজের উপর হতে ৮ m নিচে পড়ল। বস্তুটির (ক) প্রাথমিক স্থিতিশক্তি ; (খ) বে বেগে পানির পৃষ্ঠকে সর্প করে ; (গ) এর সর্বোচ্চ গতিশক্তি এবং (ঘ) পানি পৃষ্ঠ হতে ৩ m উপরে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি নির্ণয় কর।

মনে করি বস্তুটি v বেগে পানি পৃষ্ঠ সর্প করল।

(ক) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{প্রাথমিক স্থিতিশক্তি}, E_p &= mgh \\ &= 0.5 \times 9.8 \times 8 \text{ J} \\ &= 39.2 \text{ J} \end{aligned}$$

এখানে,

বস্তুর ভর, $m = 0.5 \text{ kg}$

উচ্চতা, $h = 8 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

প্রাথমিক স্থিতিশক্তি, $E_p = ?$

সর্বোচ্চ গতিশক্তি, $E_k = ?$

(খ) আমরা জানি, স্থিতিশক্তি হ্রাস পেলে, সমপরিমাণ গতিশক্তির উভ্যে হয়।

অতএব, $39.2 = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times v^2$

বা, $v^2 = \frac{39.2 \times 2}{0.5}$

বা, $v = \sqrt{\frac{39.2 \times 2}{0.5}} = 12.52 \text{ ms}^{-1}$

(গ) সর্বোচ্চ গতিশক্তি = প্রাথমিক স্থিতিশক্তি

সর্বোচ্চ গতিশক্তি = 39.2 J

(ঘ) এক্ষেত্রে স্থিতিশক্তি = $mgh_1 = 0.5 \times 9.8 \times 3 \text{ J}$
 $= 14.7 \text{ J}$

এখানে

উচ্চতা, $h = 3 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

$$\begin{aligned} \text{গতিশক্তি} &= \text{স্থিতিশক্তির হ্রাস} \\ &= 39.2 - 14.7 \\ &= 24.5 \text{ J} \end{aligned}$$

উভয় : (ক) 39.2 J , (খ) 12.52 ms^{-1} , (গ) 39.2 J , (ঘ) 24.5 J

২২। ৫০ kg ভরের একটি বোমা তৃ-পৃষ্ঠ থেকে 1 km উচুতে অবস্থিত একটি বিমান থেকে কেবল দেয়া হল। তৃমূল স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি বের কর।

আমরা জানি, $v^2 = v_0^2 + 2gh$

বা, $v^2 = 0 + 2 \times 9.8 \times 1000$

বা, $v^2 = 19600$

আবার, K. E. = $\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 19600 = 490000 \text{ J}$

এখানে,

$m = 50 \text{ kg}$

$$E_k = mgh$$

$h = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$

২৩। $5 \times 10^{-3} \text{ kg}$ ভরের একটি ইস্পাতের বল 1 m উপর হতে একটি ইস্পাত খড়ের উপর অতিকর্ষের টালে পড়ে 0.8 m দাকিয়ে উপরে উঠে। ধাকার পূর্বে ও পরে বলটির গতিশক্তি নির্ণয় কর।

ধাকার পূর্ব মুহূর্তে গতিশক্তি = $\frac{1}{2} mv^2$

$= \frac{1}{2} m (v_0^2 + 2gh) = mgh$ [$v_0 = 0$]

$= 5 \times 10^{-3} \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 1 \text{ m}$

$= 0.049 \text{ J}$

ধাকার পর গতিশক্তি, $\frac{1}{2} m(v_0')^2 = \frac{1}{2} m \times 2gh'$ [$\because (v')^2 = v_0^2 - 2gh = 0$]

$= mgh' = 5 \times 10^{-3} \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 0.8 \text{ m} = 0.0392 \text{ J}$

এখানে, $m = 5 \times 10^{-3} \text{ kg}$

$h = 1 \text{ m}$

$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

$h' = 0.8 \text{ m}$

১৮) একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 12m এবং ব্যাস 1.8m । একটি পাশ্চ 24 মিনিটে কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পারে। পাঞ্চটির অশ্বক্ষমতা কত ?

প্রশ্নানুযায়ী, উথিত পানির ভর,

$$\begin{aligned} m &= আয়তন \times ঘনত্ব = (\pi r^2 h) \times \rho \\ &= 3.14 \times (0.9)^2 \times 12 \times 1000 \\ &= 30520.8 \text{ kg} \end{aligned}$$

24 মিনিটে পাশ্চ কর্তৃক কৃত কাজ,

$W = ওজন \times তাৰকেন্দ্ৰের উল্লম্ব সৱণ$

$$= mg \times \left(\frac{h}{2}\right) = 30520.8 \times 9.8 \times \left(\frac{12}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{ক্ষমতা, } P &= \frac{W}{t} = \frac{30520.8 \times 9.8 \times 6}{24 \times 60} \\ &= 1246.3 \text{ Watt} \\ &= 1.67 \text{ H.P. } [\because 1 \text{ H.P.} = 746 \text{ Watt}] \end{aligned}$$

Q. √

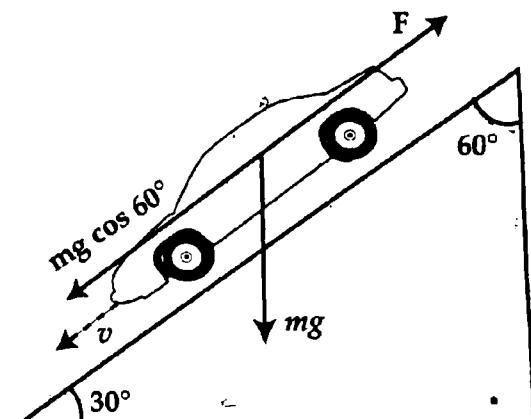
১৯) 2000 kg ভরের একটি গাড়ি ভূমিৰ সাথে 30° কোণে আনত একটি রাস্তা ধৰে 16 ms^{-1} বেগে নিচে নামাৰ সময় গাড়িৰ চালক ব্ৰেক প্ৰয়োগ কৰায় গাড়িটি 40m দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰাৰ পৰ থেমে থায়। কি পৰিমাণ গতি প্ৰতিৱৰ্ধী বল গাড়িৰ উপৰ ক্ৰিয়া কৰে ?

প্রশ্নানুযায়ী অতিকৰ্ষীয় বল mg -এৰ তল বৰাবৰ অংশক =

$mg \cos 60^\circ$ । এৰ বিপৰীতে গতিপ্ৰতিৱৰ্ধী বল ক্ৰিয়া কৰে।

বলাদ্যেৱ সম্পৰ্ক

$$= F - mg \cos 60^\circ$$



কাজ শক্তি উপপাদ্য অনুযায়ী,

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = (F - mg \cos 60^\circ) \times s$$

$$\frac{1}{2} \times 2000 \times (16)^2 = \left(F - 2000 \times 9.8 \times \frac{1}{2} \right) \times 40$$

$$\text{বা, } F = \frac{2000 \times (16)^2}{2 \times 40} + 2000 \times 9.8 \times \frac{1}{2}$$

$$= 16200 \text{ N}$$

২০) 3430 W ক্ষমতাসম্পন্ন একটি মটৰ চালিত পাশ্চ হাৰা একটি কৃগ হতে গড়ে 7.20m উচ্চতায় পানি উঠানো হয়। মটৰেৰ দক্ষতা 90% হলে প্ৰতি মিনিটে কত কিলোগ্ৰাম পানি উঠে ? [ঢ. বো. ২০০৬ (মান তিনি)]

ধৰি নিৰ্গেয় ভৱ = $m \text{ kg}$

$$\begin{aligned} \text{প্রশ্নানুযায়ী মটৰেৰ কাৰ্যকৰ ক্ষমতা} &= \eta \times P = \frac{90}{100} \times 3430 \text{ W} \\ &= 3087 \text{ W} \end{aligned}$$

প্ৰতি মিনিটে প্ৰাপ্ত কাজ,

$$W = mg \times h = (m \times 9.8) \times 7.20 \text{ J}$$

$$\therefore \text{কাৰ্যকৰ ক্ষমতা, } P = \frac{W}{t} = \frac{m \times 9.8 \times 7.20}{60} \text{ W}$$

$$\text{শৰ্তানুযায়ী, } \frac{m \times 9.8 \times 7.20}{60} = 3087$$

$$m = \frac{3087 \times 60}{9.8 \times 7.20} = 2625 \text{ kg}$$

এখনে,

$$\text{কুয়াৰ গভীরতা, } h = 12\text{m}$$

$$\text{কুয়াৰ ব্যাসাধাৰ, } r = \frac{1.8}{2} \text{ m} = 0.9 \text{ m}$$

$$\text{সময়, } t = 24 \text{ min} = 24 \times 60 \text{ s}$$

$$\text{পানিৰ ঘনত্ব, } \rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho = \frac{mgh}{t}$$

$$\begin{aligned} h &= 12 \text{ m} \\ &\approx 6 \text{ m} \end{aligned}$$

$$= \frac{\rho \pi r^2 gh}{t}$$

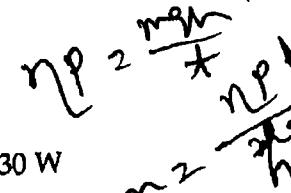
চিত্ৰ ৬.২১

এখনে, $m = 2000 \text{ kg}$

$$v_0 = 16 \text{ ms}^{-1}$$

$$s = 40 \text{ m}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$



এখনে, $P = 3430 \text{ W}$

$$\eta = 90/100$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$h = 7.20 \text{ m}$$

$$t = 1 \text{ মিনিট} = 60 \text{ s}$$

$$\frac{mgh \times 100}{t}$$

(১) 100 মিটার গতীর একটি কৃয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000 kg পানি উঠানো হয়। যদি ইঞ্জিনের ক্ষমতা 20% নষ্ট হয়, তাহলে এর অর্থক্ষমতা নির্ণয় কর। [ক. বো. ২০০৫]

$$\text{এখানে, } P' = \frac{P \times 80}{100}$$

$$P = \frac{P' \times 100}{80}$$

এক্ষেত্রে ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 20% নষ্ট হওয়াতে কার্যকর ক্ষমতা = 80%।

$$P = \frac{mgh \times 100}{80 \times t}$$

$$= \frac{1000 \times 9.8 \times 100 \times 100}{80 \times 60} = 2041.6666 \text{ W}$$

$$= 273682 \text{ H.P. } [\because 1 \text{ H.P.} = 746 \text{ W}]$$

$$P' = \frac{mgh}{t}$$

এখানে,

$$P' = \frac{mgh}{t}$$

$$m = 100 \text{ kg}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$h = 100 \text{ m}$$

$$t = 1 \times 60 = 60 \text{ s}$$

$$\frac{mgh}{t}$$

(২) ~~বিদ্রোহস্থা~~ থেকে ~~10 kg~~ তরবিশিষ্ট কোন বস্তু নির্দিষ্ট বলের ক্রিয়ার ফলে ~~2 s~~ পর ~~15 ms⁻¹~~ বেগ অর্জন করে। এর উপর কি পরিমাণ বল কাজ করছে এবং ~~4 s~~ পর এর গতিশক্তি কত হবে? [ক. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$F = ma$$

$$\text{এবং } v = v_0 + at$$

সমীকরণ (2) হতে পাই,

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{15 - 0}{2} \text{ ms}^{-2}$$

$$= 7.5 \text{ ms}^{-2}$$

সমীকরণ (1) হতে,

$$F = ma = 10 \times 7.5 \text{ N}$$

$$= 75 \text{ N}$$

ধরা যাক 4 sec পরে বস্তুর বেগ v'

$$\text{এখন } v' = v_0 + at'$$

$$= 0 + 7.5 \times 4 = 30 \text{ ms}^{-1}$$

সূতরাং, 4 s পরে গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{1}{2} mv'^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (30)^2 \text{ J}$$

$$= 4500 \text{ J}$$

(৩) ~~২৭০ kg~~ তরের একটি বোঝা একটি ক্লেনের সাহায্যে 0.1 ms^{-1} ধূব বেগে উঠানো হল। ক্লেনের কত ক্ষমতা ব্যয় হয়? [ক. বো. ২০০২]

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \times s}{t} = Fv$$

$$= mgv$$

$$= 270 \times 9.8 \times 0.1 \text{ W}$$

$$= 264.6 \text{ W}$$

(৪) কোন একটি স্থান হতে এক মিনিটে একটি ইঞ্জিন 100 kg তরের একটি বস্তুকে 20 m উপরে তুলতে পারে। যদি ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 30% নষ্ট হয়, তবে ইঞ্জিনটির ক্ষমতা নির্ণয় কর।

মনে করি, কাজ = W

আমরা পাই,

$$W = mgh$$

$$W = 100 \times 9.8 \times 20 \text{ J}$$

$$\text{কার্যকর ক্ষমতা} = \frac{W}{t} = \frac{100 \times 9.8 \times 20}{60} \text{ J/s}$$

$$= \frac{100 \times 9.8 \times 20}{60} \text{ Watt}$$

প্রশ্নানুসারে ইঞ্জিনটির 30% ক্ষমতা নষ্ট হয়।

$$\text{সূতরাং ইঞ্জিনটির ক্ষমতা } P \text{ হলে, কার্যকর ক্ষমতা} = \frac{(100 - 30) \times P}{100} = \frac{70}{100} P$$

এখানে,

$$\text{তর, } m = 270 \text{ kg}$$

$$\text{বেগ, } v = 0.1 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{ক্ষমতা, } P = ?$$

$$P = FV :$$

$$\text{এখানে, } M = 100 \text{ kg}$$

$$h = 20 \text{ m}$$

$$t = 1 \text{ মিনিট} = 1 \times 60$$

$$= 60 \text{ s}$$

$$P = mgh$$

আমৰা পাই,

$$\frac{70}{100} \times P = \frac{100 \times 9.8 \times 20}{60}$$

$$\text{বা, } P = \frac{100 \times 100 \times 9.8 \times 20}{70 \times 60}$$

$$= 466.667 \text{ Watt}$$

- (৬১) একটি কুঠা থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000kg পানি 10m গড় উচ্চতায় উঠানো হয়। যদি ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 40% নষ্ট হয়, তাহলে এর অশুক্রমতা নির্ণয় কর।

(ব. বো. ২০০৫)

আমৰা জানি,

$$\text{কার্যকর ক্ষমতা, } P' = \frac{P \times 60}{100}$$

$$P = \frac{P' \times 100}{60}$$

এক্ষেত্রে ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 40% নষ্ট হওয়াতে কার্যকর ক্ষমতা $= (100 - 40)\% = 60\%$

$$P = \frac{mgh \times 100}{60 \times t}$$

$$= \frac{1000 \times 9.8 \times 10 \times 100}{60 \times 60}$$

$$\text{বা, } P = 2.7222 \times 10^3 \text{ watt}$$

$$\text{বা, } P = \frac{2.7222 \times 10^3}{746} \text{ H.P.}$$

$$= 3.65 \text{ H.P.}$$

$$\therefore P = 3.65 \text{ H.P.}$$

- (৬২) 60kg ভরের একজন লোক প্রতিটি 15cm উচ্চ 40টি সিডি 20s-এ উঠতে পারে। লোকটির অশুক্রমতা নির্ণয়।

ক্ষম।

$$\text{মনে করি, কাজ} = W$$

আমৰা জানি,

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t}$$

$$= \frac{60 \times 9.8 \times 6}{20}$$

$$= 176.4 \text{ Watt}$$

$$\text{অশুক্রমতা} = \frac{176.4}{746}$$

$$= 0.236 \text{ H.P.}$$

- (৬৩) একটি মটর মিনিটে 5.5×10^5 kg পানি 100 m উপরে তুলতে পারে। মটরটির দক্ষতা 70% হলে এর ক্ষমতা নির্ণয় কর।

(সি. বো. ২০০৪; মা. বো. ২০০০)

কার্যকর ক্ষমতা,

$$P' = \frac{P \times 70}{100}$$

$$\text{বা, } P = \frac{P' \times 100}{70} = \frac{mgh \times 100}{70 \times t}$$

$$= \frac{5.5 \times 10^5 \times 9.8 \times 100 \times 100}{70 \times 60}$$

$$= 12833333 \text{ watt}$$

$$= 17202.86 \text{ H.P.}$$

এখানে,

$$P' = \frac{mgh}{t}$$

$$m = 5.5 \times 10^5 \text{ kg}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$h = 100 \text{ m}$$

$$t = 60 \text{ s}$$

$$P' = \frac{mgh}{t}$$

$$\text{লোকটির ভর, } m = 60 \text{ kg}$$

$$\text{বল, } F = mg = 60 \times 9.8 \text{ N}$$

$$\text{সরণ} = \text{উচ্চতা} = 40 \times 15 = 600 \text{ cm} = 6 \text{ m}$$

$$\text{সময়} = t = 20 \text{ s}$$

$$\text{ক্ষমতা, } P = ?$$

এখানে,

$$P' = \frac{mgh}{t}$$

$$m = 5.5 \times 10^5 \text{ kg}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$h = 100 \text{ m}$$

$$t = 60 \text{ s}$$

$$P = ?$$

- ৬৪) একটি পার্স ঘণ্টার $25 \times 10^6 \text{ kg}$ পানি 50 m উচুতে তুলতে পারে। পার্সের ক্ষমতার 70% পার্থক্য হলে
প্রত্যুত ক্ষমতা নির্ণয় কর। [রা. বো. ২০০৮]

আমরা জানি,
কার্যকর ক্ষমতা,

$$\begin{aligned} P' &= P \times \frac{70}{100} \\ \text{বা, } P &= \frac{P' \times 100}{70} \\ &= \frac{mgh \times 100}{70 \times t} \\ &= \frac{25 \times 10^6 \times 9.8 \times 50 \times 100}{70 \times 3600} \\ &= 4.861 \times 10^6 \text{ Watt} \\ &= 4.861 \times 10^3 \text{ kW} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} P' &= \frac{mgh}{t} \\ m &= 25 \times 10^6 \text{ kg} \\ g &= 9.8 \text{ ms}^{-2} \\ h &= 50 \text{ m} \\ t &= 3600 \text{ sec} \\ P &=? \end{aligned}$$

$$\frac{mgh \times 10}{70 \times t}$$

প্রশ্নমালা

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন :

- ১। কাজ, শক্তি ও ক্ষমতার সংজ্ঞা দাও।
- ২। ভেটের ও সমাকলনের ব্যবহারে কাজের সংজ্ঞা দাও। [য. বো. ২০০৮]
- ৩। কাজ ও ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ লিখ।
- ৪। সংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? [চ. বো. ২০০৮ ; সি. বো. ২০০২ ; ঢ. বো. ২০০১ ; য. বো. ২০০১]
- ৫। বলের দ্বারা কাজ এবং বলের বিরুদ্ধে কাজ বলতে কি বুঝ? [য. বো. ২০০১ ; ঢ. বো. ২০০০]
- ৬। কোন যন্ত্রের ক্ষমতা 70% বলতে কি বুঝ? [কু. বো. ২০০২ ; ঢ. বো. ২০০২]
- ৭। ভেটের ও সমাকলনের ব্যবহারে কাজের সংজ্ঞা দাও। [সি. বো. ২০০৮]
- ৮। কাজ, শক্তি ও ক্ষমতার এককের নাম লিখ।
- ৯। কাজের একক কি? এর সংজ্ঞা দাও। [ঢ. বো. ২০০৫]
- ১০। বলের দ্বারা কাজ ও বলের বিরুদ্ধে কাজের মধ্যে পার্থক্য কর।
- ১১। গতিশক্তির সংজ্ঞা এবং উদাহরণ দাও।
- ১২। স্থিতি বা বিভব শক্তির সংজ্ঞা এবং উদাহরণ দাও। [ঢ. বো. ২০০৮]
- ১৩। গতিশক্তি এবং স্থিতিশক্তির রাশিমালা লিখ।
- ১৪। যান্ত্রিক শক্তির নিয়ত্যা সূত্র বিবৃত কর। [কু. বো. ২০০০]
- ১৫। যথিতিস্থাপক বিভব শক্তি এবং অভিকৰ্ষীয় বিভব শক্তির সংজ্ঞা দাও।
- ১৬। শক্তির রূপান্তর বলতে কি বুঝ?
- ১৭। একটি স্প্রিং-এর প্রসারণে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।
- ১৮। শক্তির নিয়ত্যা সূত্র বিবৃত কর। [চ. বো. ২০০২, ২০০১ ; কু. বো. ২০০২, ২০০০ ; য. বো. ২০০২]
- ১৯। ক্ষমতার সংজ্ঞা দাও। [য. বো. ২০০২ ; ঢ. বো. ২০০১ ; কু. বো. ২০০০, ২০০১]
- ২০। কাজ ও ক্ষমতার মধ্যে পার্থক্য কর।
- ২১। কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি বিবৃত কর। [চ. বো. ২০০৬ ; ব. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৬, ২০০৫ ;
রা. বো. ২০০৫]
- ২২। উদাহরণসহ সংজ্ঞা দাও: সংরক্ষণশীল বল। [রা. বো. ২০০৬ ; সি. বো. ২০০২ ; ঢ. বো. ২০০১ ; য. বো. ২০০১]
অসংরক্ষণশীল বল। [ব. বো. ২০০৬, ২০০৩ ; সি. বো. ২০০৪ ; রা. বো., কু. বো. ২০০১ ; ঢ. বো. ২০০৪]
- ২৩। সংরক্ষণশীল ও অসংরক্ষণশীল বলের মধ্যে পার্থক্য কর। [ব. বো. ২০০৪]
- ২৪। ক্ষমতার সংজ্ঞা দাও। ওয়াট ও কিলোওয়াটের সংজ্ঞা দাও।
- ২৫। শক্তি ও ক্ষমতার মধ্যে পার্থক্য কর।
- ২৬। (ক) একটি লোক স্নোতের প্রতিকূলে দাঁড় বেয়ে তার অন্যায়ী স্থির রাইল। সে কি কোন কাজ করছে?
(খ) সে যদি দাঁড় টানা ব্যবহার করে স্নোতের অনুকূলে চলতে থাকে, তবে তার উপর কোন কাজ সাধিত হল কি?
- ২৭। কোন বিদ্যুৎ কেন্দ্রের ক্ষমতা 10 megawatt — অর্থ কি?
- ২৮। শক্তির অপচয় কি? [কু. বো. ২০০৫]

রচনামূলক প্রশ্ন :

- ১। কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি বিবৃত কর এবং শুব বলের জন্য তা প্রমাণ কর। [ব. বো. ২০০৫]
- ২। কাজ, শক্তি ও ক্ষমতার সংজ্ঞা দাও এবং এদের এস. আই. এককের নাম উল্লেখ কর।
- ৩। বলের দ্বারা কাজ এবং বলের বিরুদ্ধে কাজ বলতে কি বুঝ? উদাহরণ দ্বারা বুঝিয়ে দাও।
- ৪। শুব বল কর্তৃক কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ [ঢ. বো. ২০০৪]

- ৫। পরিবৰ্তনশীল বল বলতে কি বুঝ ? পরিবৰ্তনশীল বল কৃত্তক কাজের পরিমাপের রাশিমালা বের কর।
- ৬। দেখাও যে পরিবৰ্তনশীল বল কৃত্তক কাজের পরিমাণ $W = \frac{1}{2} kx^2$ ।
- ৭। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলতে কি বুঝ ? প্রমাণ কর যে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে কৃত কাজের পরিমাণ $W = -GMm \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$
- ৮। যান্ত্রিক শক্তি কাকে বলে ? এটা কত প্রকার ও কি কি ?
- ৯। গতিশক্তির সংজ্ঞা দাও। m ভৱের কোন বস্তু v বেগে চললে তার গতি শক্তি $K.E. = \frac{1}{2} mv^2$
- ১০। বস্তুর গতিশক্তি ও ভৱবেগের মধ্যে সম্পর্ক্যন্ত সমীকৰণটি প্রতিপাদন কর। [চ. বো. ২০০২]
- ১১। স্থিতিশক্তির সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তি $P.E. = mgh$; এখানে সংকেতগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে।
- ১২। শক্তির নিয়তা সূত্র বিবৃত কর। [কু. বো. ২০০৫] অভিকর্ষ বলের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়স্তু বস্তুর ক্ষেত্রে এই সূত্রটি প্রমাণ কর। [সি. বো. ২০০১]
- ১৩। বল সরণ লেখাচিত্র থেকে পরিবৰ্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজের সমীকৰণ প্রতিষ্ঠা কর। [রা. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৪ ; সি. বো. ২০০২]
- ১৪। অসংরক্ষণশীল বল কৃত্তক কৃত কাজের রাশিমালা প্রতিপাদন কর। [চ. বো. ২০০৪]
- ১৫। প্রমাণ কর যে, বল প্রয়োগের দ্বারা কোন বস্তুর বেগ পরিবর্তন হলে বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তন বলের দ্বারা কৃত কাজের সমান। [রা. বো. ২০০৩ ; সি. বো. ২০০৩]
- ১৬। গতিশক্তি ও বিভব শক্তির পার্থক্য লেখ। [কু. বো. ২০০৩]
- ১৭। দেখাও যে, নির্দিষ্ট ভৱের কোন বস্তুর গতিশক্তি তার বেগের বর্গের সমানুপাতিক। [ব. বো. ২০০৩]
- ১৮। একটি স্প্রিং-এর সংকোচন বা সম্প্রসারণের ক্ষেত্রে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০৬ ; দা. বো. ২০০২ ; কু. বো. ২০০০ ; কু. বো. ২০০২]
- ১৯। একটি স্প্রিং-এর সংকোচন বা সম্প্রসারণের জন্য সংশ্লিষ্ট বিভব শক্তির রাশি প্রকাশ কর। [ব. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০২ ; দা. বো. ২০০১]
- ২০। একটি তারকে বল প্রয়োগে সম্প্রসারিত করলে এর একক আয়তনে সংশ্লিষ্ট শক্তির স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তির রাশিমালা প্রতিপাদন কর। [য. বো. ২০০০]
- ২১। সরল দোলকের ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিয়তার সূত্র প্রমাণ কর। [য. বো. ২০০৫]
- ২২। সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোন কণার ক্ষেত্রে দেখাও যে এর সর্বাধিক বিভব শক্তির মান $\frac{1}{2} kr^2$ । [প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থে ব্যবহৃত।] [সি. বো. ২০০৫]
- ২৩। কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি বিবৃত কর এবং প্রমাণ কর। [ব. বো. ২০০৩ ; কু. বো. ২০০২, ২০০০ ; দা. বো. ২০০০ ; রা. বো. ২০০০ ; য. বো. ২০০০ ; চ. বো. ২০০১]
- ২৪। উদাহরণসহ সংরক্ষণশীল ও অসংরক্ষণশীল বলের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে অভিকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল। [সি. বো. ২০০৪ ; কু. বো. ২০০১ ; রা. বো. ২০০১ ; কু. বো. ২০০১]
- ২৫। সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বলের সংজ্ঞা দাও এবং এদের মধ্যে পার্থক্য কর। [সি. বো. ২০০৬, ২০০২]
- ২৬। ক্ষমতার সংজ্ঞা দাও। এর রাশিমালা এবং মাত্রা সমীকৰণ বের কর।
- ২৭। ক্ষমতা কি ? শক্তি ও ক্ষমতার মধ্যে পার্থক্য কর।
- ২৮। বিভব শক্তি কাকে বলে ? অভিকর্ষীয় বিভব শক্তির রাশিমালা প্রতিপাদন কর। [চ. বো. ২০০০]
- গণিতিক সমস্যাবলি :**
- ১। 200 N -এর বল প্রয়োগ করে কোন বস্তুকে বলের অভিমুখে 300 m সরানো হল কত কাজ সম্পন্ন হবে বের কর। [উৎ : $6 \times 10^4\text{ J}$]
- ২। একটি বরফ খন্ডকে দড়ির সাহায্যে মসৃণ অনুভূমিক তলের উপর 5m দূরত্ব টেনে আনা হল। দড়ির টান 10N এবং দড়িটি উক্ত তলের সাথে 30° কোণ করে থাকলে কৃত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [উৎসর : 43.3 J]
- ৩। 250 N ওজনের একজন বালক খাড়া মই বেঘে শীর্ষে উঠতে 2000 J কাজ সম্পন্ন করে। মইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [উৎ : 8 m]
- ৪। 746 W ক্ষমতার একটি পাস্প প্রতি মিনিটে কি পরিমাণ পানি 10 m উচ্চতায় উপরে উঠাতে পারবে ? [উৎ : 456.7 kg]
- ৫। 5 W -এ 2 ঘণ্টায় কি পরিমাণ শক্তি ব্যয় হবে ? [উৎ : 36000 J]
- ৬। একটি ক্রেন 3.73 kW ক্ষমতা প্রয়োগে 746 N ওজনের একটি লৌহ খন্ডকে কত গড় বেগে খাড়া উপরে তুলতে পারবে ? [উৎ : 5 ms^{-1}]
- ৭। 3.6 kg ভৱের একটি বলুক হতে 365 J গতিশক্তি উৎপন্ন করে 0.05 kg ভৱের একটি বুলেট কত বেগে নিষ্কিন্ত হবে ? [উৎ : 120 m s^{-1}]
- ৮। 500g ভৱবিশিষ্ট কোন বস্তু একটি জাহাজের উপর হতে 10m নিচে পানিতে পড়স। (i) বস্তুটির প্রাথমিক স্থিতিশক্তি ; (ii) বস্তুটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি ; (iii) বস্তুটি যে বেগ নিয়ে পানির তলকে স্পর্শ করে এবং (iv) পানি হতে 3 মিটার উপরে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি নির্ণয় কর। [উৎসর : (i) 49 J ; (ii) 49 J ; (iii) 1.4 ms^{-1} ; (iv) 34.3 J]
- ৯। একটি বালক 5 সেকেন্ডে 100 পাউণ্ডের একটি বোঝা 9 ইঞ্জিঁ উচু ধাপের 20 ধাপ উপরে তুলল। তার অশু ক্ষমতা বের কর। [উৎ : 0.54 HP]
- ১০। একটি সরল দোলকের ববের ভর 0.2 kg ও কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1.2 m । উল্লম্ব রেখা হতে 0.2 m দূরে টেনে ছেড়ে দিলে গতিপথের সর্বনিম্ন বিন্দু অভিক্রমের সময় ববের গতিশক্তি এবং বেগ নির্ণয় কর। [উৎ : 0.0392 J ; 0.626 ms^{-1}]

- (১) 70 kg ভরের একজন লোক প্রতিটি 15 cm উচু 30টি সিডি 20 s-এ উঠতে পারেন। লোকটির ক্ষমতা কত? [উৎপন্ন ক্ষমতা : 154.35 W]
- (২) একটি ক্রেন কত বেগে 1492 N ওজনের একটি লোহ খড়কে খাড়া উপরে তুলতে পারবে? [ক্রেনটির ক্ষমতা 7.46 kW] [উৎপন্ন ক্ষমতা : 5 ms⁻¹]
- (৩) 12 kg ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু স্থিরাবস্থায় ছিল। 60 N বল প্রয়োগ করার 15 সেকেন্ডে পর বস্তুটির গতিশক্তি কত হবে? [উৎপন্ন ক্ষমতা : 33.75 kJ]
- (৪) একটি রাইফেলের গুলি নির্দিষ্ট পুরুত্বের একটি তন্ত্র দেখ করতে পারে। বেগ হিসুগ হলে অনুরূপ কতটি তন্ত্র দেখ করতে পারবে? [উৎপন্ন ক্ষমতা : 4 J]
- (৫) 5 kg ভরের একটি বস্তুকে 9.8 ms⁻¹ বেগে খাড়া উপরের দিকে নিষিপ্ত হল। অর্ধ সেকেন্ডে পর এক সেকেন্ডে পরে গতিশক্তি কত হবে? $V = 9.8 - (9.8 \times 0.5) = 4.9$; $\frac{1}{2}mv^2 = 60 J$ [উৎপন্ন ক্ষমতা : 60 J]
- (৬) 300 m উচু হতে একটি বস্তু অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে নিচে পড়লে কোথায় তার গতিশক্তি স্থিতিশক্তির অর্ধেক হবে? [দ. বো. 2006] [উৎপন্ন ক্ষমতা : 100m নিচে]
- (৭) 50m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে কত উচ্চতায় উহার গতিশক্তি বিভব শক্তির তিনগুণ হবে? $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}mgH$ [উৎপন্ন ক্ষমতা : 12.5 m]
- (৮) 10 kg ভরের একটি বস্তুর গতিশক্তি 80J হলে ভরবেগ নির্ণয় কর। [উৎপন্ন ক্ষমতা : 40 kg ms⁻¹]
- (৯) বেগ কত হলে 20kg ভরের একটি বস্তুর গতিশক্তি 20J হবে? [উৎপন্ন ক্ষমতা : 1.41 ms⁻¹]
- (১০) একটি গাড়ি কত উচ্চতা হতে অভিকর্ষের টানে তার অর্জিত গতিশক্তি প্রতি ঘণ্টায় 176.4 km বেগে চলাকালীন গতিশক্তির সমান হবে? [উৎপন্ন ক্ষমতা : 122.5 m]
- (১১) 101 kg ভরের একটি বস্তুর ভরবেগ 0.02 kg ms^{-1} । গতিশক্তি নির্ণয় কর। [উৎপন্ন ক্ষমতা : $2 \times 10^{-3} \text{ J}$]
২১. দেখাও যে, অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে পড়ত ভরের একটি বস্তুর t -তম সেকেন্ডে হারানো স্থিতিশক্তি বা অর্জিত গতিশক্তি $\frac{1}{2}mg^2(2t - 1)$ -এর সমান।
- (১২) 10 kg ভরের একটি কণার বেগ ms^{-1} -এ ($7\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$) হলে এর গতিশক্তি কত হবে? [উৎপন্ন ক্ষমতা : 550 J]
- (১৩) 2 kg ভরের একটি বস্তু 5 m উচু হতে মদিতে পড়ে। এতে অভিকর্ষ বল বস্তুর উপর কত কাজ করে ও বস্তুটি কত স্থিতিশক্তি হারায়? [উৎপন্ন ক্ষমতা : 98 J]
- (১৪) 2 kg ভরের একটি বস্তু কত উচ্চতা হতে অভিকর্ষের টানে পড়ে মাটিতে আঘাত করার পূর্ব মুক্তভাবে 2401 গতিশক্তি লাভ করে? [উৎপন্ন ক্ষমতা : 122.5 m]
- (১৫) 2 kg ভরের একটি হাতুড়ি দেয়ালের সাথে অভিসম্ভাবে রাখিত একটি পেরেককে কত বেগে অনুভূমিকভাবে আঘাত করলে পেরেকটি 640 N বল প্রতিরোধ করে দেয়ালের ভিতর 0.025 m চুকে যাবে? [উৎপন্ন ক্ষমতা : 4 ms⁻¹]
- (১৬) 1 kg ভরের একটি হাতুড়ি অনুভূমিক কাঠের উপর উল্লম্বভাবে রাখিত একটি পেরেককে খাড়া নিচের দিকে 0.8 m/s বেগে আঘাত করায় পেরেকটি কাঠের মধ্যে 0.02 m চুকে যায়। গড় বাধা বল নির্ণয় কর। [$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$] [উৎপন্ন ক্ষমতা : 25.8 N]
- $F = m(g + a) = 1(9.8 + \frac{0.8}{0.02}) = 15.8$ [উৎপন্ন ক্ষমতা : 12.5 m]
- (১৭) 40 kg ভরের একটি ট্রলি 180J গতিশক্তিসহ একটি মসৃণ অনুভূমিক রাস্তায় চলাকালে এর মধ্যে 20 kg ভরের একটি বস্তু খাড়াভাবে নামিয়ে দিলে মোট গতি শক্তি কত হবে? [উৎপন্ন ক্ষমতা : 120 J]
- (১৮) 900 kg ভরের একটি লিফট 350 kg ভরের বোঝাসহ 100 s-এ নিচতলা হতে 18 তলায় 75 m উপরে উঠে। কৃত কাজ ও প্রযুক্ত ক্ষমতা নির্ণয় কর। [উৎপন্ন ক্ষমতা : $9.18 \times 10^5 \text{ J}$]
- (১৯) 80% দক্ষতাসম্পন্ন একটি ঘটর একটি ক্রেন নিয়ন্ত্রণ করে যার দক্ষতা 50%। ঘটরটি 3.73 kW ক্ষমতা প্রয়োগ করলে ক্রেনে 746 N ওজনের একটি বস্তুর উর্ধমুখী গড়বেগ কত হবে? $F = \frac{P}{V} = \frac{3.73}{0.5} = 7.46$ [উৎপন্ন ক্ষমতা : 2 ms⁻¹]
- (২০) একটি কৃপ হতে প্রতি 9.8 মিনিটে 7460 kg পানি 21 m গড় উচ্চতায় উপরে উঠানোর জন্য একটি ইঞ্জিন ব্যবহৃত হল। ইঞ্জিনের দক্ষতা 70% কার্যকর হলে প্রযুক্ত ক্ষমতা নির্ণয় কর। [উৎপন্ন ক্ষমতা : 3.73 kW]
- (২১) 144 kg ভরের এক ব্যক্তি 65 kg ভরের একটি বোঝা নিয়ে 2 m দীর্ঘ একটি সিডি বেয়ে 2 min-এ উপরে উঠে। যদি সিডিটি অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে আনত থাকে, তবে ঐ ব্যক্তির ক্ষমতা নির্ণয় কর। [উৎপন্ন ক্ষমতা : 1633 Watt]
- (২২) 150 kg ভরের এক ব্যক্তি 50 kg ভরের একটি বোঝা নিয়ে 4 m দীর্ঘ একটি সিডি বেয়ে 20 s-এ নিচে নামল। যদি সিডিটি দেওয়ালের সাথে 60° কোণে থাকে, তবে লোকটির ক্ষমতা নির্ণয় কর। $P = \frac{W}{t} = \frac{150 \times 9.8 \times 4}{20} = 294 \text{ W}$ [উৎপন্ন ক্ষমতা : 196 Watt]
- (২৩) কোন একটি স্থান হতে এক মিনিটে একটি ইঞ্জিনে 100kg ভরের একটি বস্তুকে 20m উপরে তুলতে পারে। যদি ইঞ্জিনের ক্ষমতা 30% নষ্ট হয়, তবে ইঞ্জিনটির ক্ষমতা নির্ণয় কর। [উৎপন্ন ক্ষমতা : 466.67 Watt]
- (২৪) 100 m গভীর একটি কুয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000kg পানি উঠানো হয়। যদি ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 42% নষ্ট হয়। তাহলে এর অশুরুক্ষমতা নির্ণয় কর। [সি. বো. 2006; কু. বো. 2001] [উৎপন্ন ক্ষমতা : 37.75 H.P.]
- (২৫) কোন কম্বা থেকে 20m উপরে পানি তোলার জন্য 6kW এর একটি পাম্প ব্যবহার করা হচ্ছে। পাম্পের দক্ষতা 82.2% হলে প্রতি মিনিটে কত লিটার পানি তোলা যাবে? [ব. বো. 2006] [উৎপন্ন ক্ষমতা : 1620 লিটার]
- (২৬) একটি পানিপর্ণ কুয়ার গভীরতা 7.2m ও ব্যাস 4m। 31.4 মিনিটে কুয়াটিকে পানিশূল্য করতে পারে এরপ একটি বৈদ্যুতিক পাম্পের ক্ষমতা নির্ণয় কর। [পাম্প ক্ষমতা : 1693.44 W]

মহাকর্ষ

GRAVITATION

৭.১ সূচনা

Introduction

গ্রহ-নক্ষত্রের প্রকৃতি, ঘৰুপ, গতিবিধি ইত্যাদি সম্পর্কে প্রাচীনকাল থেকেই বিজ্ঞানীদের অপরিসীম কৌতুহল ছিল। বিখ্যাত জ্যোতির্বিদ টাইকো ব্রে (Tycho Brahe), জোহান্স কেপলার (Johannes Kepler) গ্রহ, নক্ষত্রের গতিবিধি সম্পর্কে উল্লেখযোগ্য অবদান রাখেন। কেপলার প্রথম উপলব্ধি করেন যে গ্রহগুলো কোন এক বলের প্রভাবে সূর্যকে কেন্দ্র করে অবিরত ঘূরছে। কিন্তু কি ধরনের বল ক্রিয়াশীল তা সঠিকভাবে বোঝাতে সমর্থ হননি। 1681 খ্রিস্টাব্দে মহাবিজ্ঞানী স্যার আইজাক নিউটন (Sir Isaac Newton) প্রথম “মহাকর্ষ সূত্র” আবিষ্কার করে এ সমস্যার সমাধান করেন। কথিত আছে, নিউটন তাঁর গৃহ-সংলগ্ন বাগানে একটি আপেল গাছের নিচে বসে বই পড়ছিলেন। এমন সময় একটি আপেল তাঁর নিকটে মাটিতে পড়ে। তিনি তাবলেন গাছের উপরে ফাঁকা, নিচে ফাঁকা, ডানে ফাঁকা এবং বামেও ফাঁকা। আপেল ফল মাটিতে পড়ল কেন? এই ‘কেন?’ এর উদ্ঘাটন করতে গিয়ে তিনি **মহাকর্ষ (Gravitation)** এবং **অভিকর্ষ (Gravity)** আবিষ্কার করেন এবং সূর্যের চারদিকে গ্রহ-উপগ্রহের আবর্তনের কারণ ব্যাখ্যা করেন। এ অধ্যায়ে আমরা মহাকর্ষ, অভিকর্ষ, নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র, অভিকর্ষজ ত্বরণ, মুক্তি বেগ, কেপলারের সূত্র, গ্রহের গতি ইত্যাদি আলোচনা করব।

৭.২ মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

Gravitation and gravity

বিখ্যাত বিজ্ঞানী স্যার আইজাক নিউটন আবিষ্কার করেন’যে এ মহাবিশ্বের যে কোন দুটি বস্তু বা বস্তু কণার মধ্যে একটি পারস্পরিক আকর্ষণ রয়েছে। দুটি বস্তু বা বস্তুকণার মধ্যকার এই পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে কখনও মহাকর্ষ আবার কখনও অভিকর্ষ বলা হয়। এ দুটি বলের মধ্যে পার্থক্য রয়েছে। তাহলে প্রশ্ন জাগে মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ কি? এদের সংজ্ঞা নিম্নে দেয়া হল:

মহাকর্ষ : “নভোমউলে অবস্থিত দুটি বস্তু বা বস্তুকণার মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে।”

অভিকর্ষ : “পৃথিবী এবং অন্য একটি বস্তু বা বস্তুকণার মধ্যকার আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ বা মাধ্যাকর্ষণ বলে।”

উদাহরণ : সর্য এবং চন্দ্রের মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলের নাম মহাকর্ষ, অপর পক্ষে পৃথিবী ও চন্দ্রের মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলটি অভিকর্ষ। আরও সোজা ভাষায় বলা যায় পৃথিবী এবং আম গাছের একটি আমের মধ্যকার যে আকর্ষণ বল তা অভিকর্ষ। কিন্তু একই আম গাছের দুটি আমের মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলের নাম মহাকর্ষ।

৭.৩ নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র

Newton's law of gravitation

1687 খ্রিস্টাব্দে বিখ্যাত বিজ্ঞানী স্যার আইজাক নিউটন আপেল পতন এবং গ্রহ-উপগ্রহের গতি পর্যবেক্ষণ করে মহাকর্ষের যে সূত্র আবিষ্কার করেন তা নিম্নোক্তভাবে সংজ্ঞায়িত করা যায়:

“মহাবিশ্বের যে কোন দুটি বস্তুকণা পরস্পরকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বল বস্তু দুটির ভরের গুণকলের সমান্তরালিক, তাদের দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক এবং বস্তু দুটির সংযোগকারী সরলরেখা বরাবর ক্রিয়াশীল।”

ব্যাখ্যা : নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বিশ্লেষণ করলে দেখা যাবে এই সূত্রে তিনটি অংশ রয়েছে। দুটি অংশ বলের পরিমাণ নির্দেশ করে আর একটি অংশ বলের প্রকৃতি সম্পর্কীয়।

বলের পরিমাপ : মনে করি দুটি বস্তুকণার ভর যথাক্রমে m_1 ও m_2 এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব d [চিত্র ৭'১]। যদি তাদের মধ্যে আকর্ষণ বল F হয়, তবে মহাকর্ষ সূত্র অনুসারে

$$(i) F \propto m_1 \times m_2$$

[যখন $d =$ ধ্রুক]

$$(ii) F \propto \frac{1}{d^2}$$

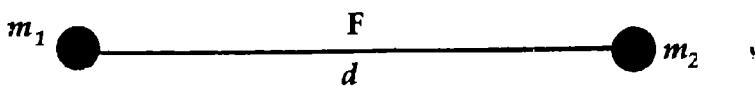
[যখন m_1 ও m_2 ধ্রুক]

(i) ও (ii)-কে যুক্ত করে পাই,

$$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

[যখন m_1 , m_2 ও d সকল রাশিই পরিবর্তনশীল]

$$\text{বা, } F = \text{ধ্রুক } \frac{m_1 m_2}{d^2}$$



চিত্র ৭'১

$$\text{বা, } F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

(1)

এখানে, G একটি সমানুপাতিক ধ্রুক। এই ধ্রুককে মহাকর্ষীয় ধ্রুক (Gravitational constant) বা বিশ্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুক (Universal gravitational constant) বলা হয়। G -কে বিশ্বজনীন ধ্রুক বলা হয় কারণ G -এর মান বস্তুকণা দুটির মধ্যবর্তী মাধ্যমের প্রকৃতির উপর যেমন—প্রবেশ্যতা (permeability), প্রবণতা (susceptibility), দিকদর্শিতা (directivity) এবং বস্তুকণা দুটির ভৌত অবস্থার উপর নির্ভর করে না।

বলের প্রকৃতি : মহাকর্ষ বল দুটি বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বল। দুটি চার্জিত বস্তু কিংবা দুটি চুম্বক পরস্পরকে আকর্ষণ করে যখন চার্জ দুটি বিপরীতধর্মী অর্ধাং একটি ধনাত্মক ও অপরটি ঋণাত্মক হয় এবং বিকর্ষণ করে যখন চার্জ দুটি সমধর্মী হয়। চুম্বকের ক্ষেত্রে আকর্ষণ হয় যখন চুম্বকদ্বয়ের বিপরীত মেরু কাছাকাছি আসে এবং বিকর্ষণ করে যখন মেরুদ্বয় সমধর্মী হয়। কিন্তু মহাকর্ষ শুধুমাত্র আকর্ষণ বল। মহাকর্ষ বল বস্তু দুটির সংযোগ সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে। এছাড়া মহাকর্ষ বল মাধ্যমের উপর নির্ভর করে না। মাধ্যম যাই হোক না এই বলের কোন পরিবর্তন হয় না।

মহাকর্ষ সূত্রের ভেট্টার রূপ :

মহাকর্ষ সূত্রকে ভেট্টার রাশির দ্বারা নিম্নলিখিতভাবে লেখা যায় :

$$\vec{F}_{21} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^3} \vec{r}_{12}$$

এখানে \vec{F}_{21} হচ্ছে দ্বিতীয় বস্তুর উপর প্রথম বস্তুর সদিক বল (আকর্ষণ), \vec{r}_{12} হচ্ছে প্রথম বস্তু হতে দ্বিতীয় বস্তুর সদিক দূরত্ব।

যেহেতু প্রথম বস্তু আকর্ষণ করে দ্বিতীয় বস্তুকে নিজের দিকে টানছে অর্ধাং \vec{F}_{21} এবং দিক \vec{r}_{12} এর বিপরীত, সূতরাং উপরোক্ত সমীকরণে ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে। কিন্তু মহাকর্ষ বলের মান সূচক। সূতরাং ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহৃত হয়নি।

৭.৩ মহাকর্ষীয় শ্রবকের সংজ্ঞা, একক এবং মাত্রা

Definition, unit and dimension of gravitational constant

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$G = \frac{F \times d^2}{m_1 m_2}$$

মনে করি দুটি বস্তুকণার প্রত্যেকটির ভৱ এক একক এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্বও এক একক অর্থাৎ $m_1 = 1$ একক, $m_2 = 1$ একক এবং $d = 1$ একক।

$$G = \frac{F \times 1^2}{1 \times 1} = F \quad (2)$$

সুতরাং, মহাকর্ষীয় শ্রবকের সংজ্ঞা হিসেবে বলা যায়— “একক ভৱবিশিষ্ট দুটি বস্তুকণা একক দূরত্বে থেকে যে পরিমাণ বল হারা পরস্পরকে আকর্ষণ করে তার সংখ্যাগত মানকে মহাকর্ষীয় শ্রবক বলে।”

যদি বলা হয় “ $G = 6.67 \times 10^{-11}$ এস. আই. একক”— এর অর্থ এই যে, দুটি বস্তুকণার প্রত্যেকটির ভৱ 1 কিলোগ্রাম এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1 মিটার হলে তারা পরস্পরকে 6.67×10^{-11} নিউটন বল হারা আকর্ষণ করবে।

একক : এস. আই. পদ্ধতিতে F -এর একক নিউটন, d -এর একক মিটার এবং m -এর একক কিলোগ্রাম। তা হলে উপরের সমীকরণ (2)-এ বিভিন্ন রাশির একক বসালে, এম. কে. এস. ও এস. আই. পদ্ধতিতে G -এর একক নিউটন-মিটার²/কিলোগ্রাম² ($N \cdot m^2 / kg^2$)।

মাত্রা সমীকরণ :

সমীকরণ (1) অনুসারে G -এর মাত্রা সমীকরণ,

$$[G] = \frac{[F \times d^2]}{[m_1 \times m_2]} = \frac{[MLT^{-2} \times L^2]}{[M \times M]} = \left[\frac{ML^3 T^{-2}}{M^2} \right] = [M^{-1} T^{-2} L^3]$$

৭.৪ মহাকর্ষীয় শ্রবক কি বিশ্বজনীন?

Is gravitational constant universal?

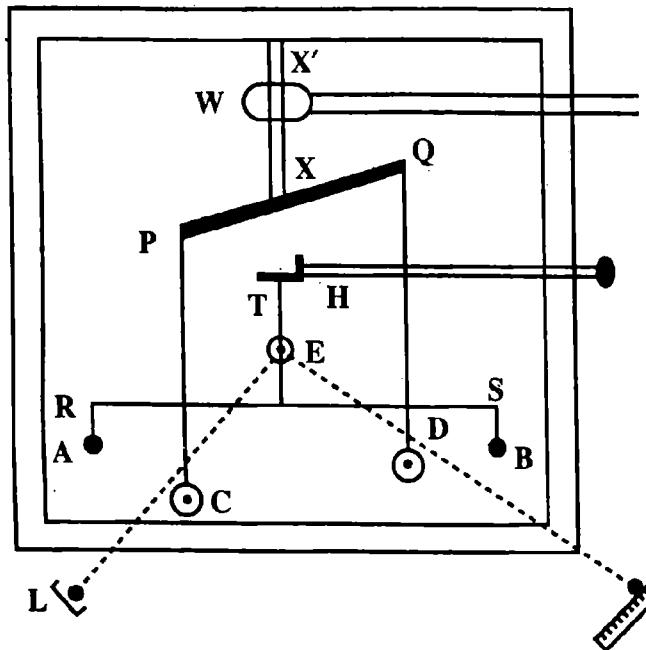
G -কে বিশ্বজনীন বা সর্বজনীন শ্রবক বলা হয়। কারণ G -এর মান বস্তুকণা দুটির মধ্যবর্তী মাধ্যমের উপর কিংবা বস্তুকণা দুটির ভৌত অবস্থার উপর নির্ভর করে না। পদাৰ্থবিজ্ঞানে অনেক শ্রবক রয়েছে যাদের কোনটি মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে, বস্তুর অবস্থার উপর (যেমন তাপমাত্রা, চাপ ইত্যাদি) নির্ভর করে, বস্তুর প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। কিন্তু মহাকর্ষীয় শ্রবক এমন একটি শ্রবক যার মান সর্বত্র এবং সব অবস্থায় একই থাকে, কোন পরিবর্তন হয় না। এই কারণেই এই শ্রবককে বিশ্বজনীন শ্রবক বলে।

৭.৫ মহাকর্ষীয় শ্রবক G -এর মান নির্ণয়

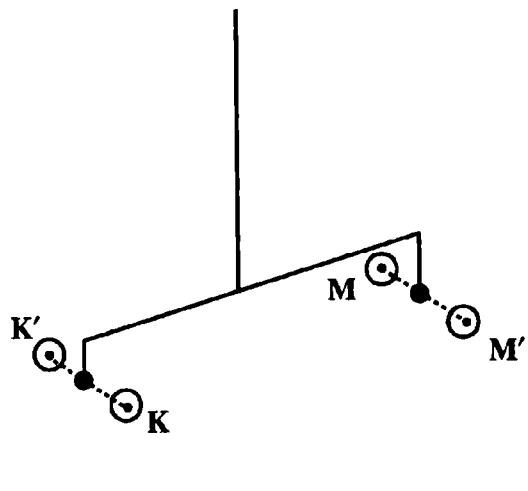
Determination of gravitational constant, G

মহাকর্ষীয় শ্রবকের মান নির্ণয়ের জন্য অনেকগুলো পদ্ধতি আছে। তবে এখানে আমরা ক্যানেক্সের পদ্ধতি আলোচনা করব।

ক্যাবেন্ডিসের পদ্ধতি (Cavendish's method) : 1798 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী ক্যাবেন্ডিস মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মান নির্ণয়ের জন্য একটি ব্যবর্ত তুলা পদ্ধতি উজ্জ্বাল করেন। তাঁর নাম অনুসারে এই পদ্ধতিকে ক্যাবেন্ডিসের পদ্ধতি বলা হয়।



চিত্র ৭.২



চিত্র ৭.৩

যন্ত্রের বর্ণনা : এই যন্ত্রে সীসার তৈরি চারটি গোলক (A, B, C ও D) আছে। এদের মধ্যে A ও B ছোট এবং C ও D দুটি বড় গোলক [চিত্র ৭.২]। C এবং D একটি অনুভূমিক দণ্ড PQ-এর দু'প্রান্ত হতে ঝুলান হয়েছে। দণ্ডটি একটি উল্লম্ব অক্ষ XX'-এর সাথে যুক্ত থাকে। এই অক্ষ একটি চাকা W-এর সঙ্গে যুক্ত থাকে। চাকাটি বাহির হতে ঘূরানোর ব্যবস্থা থাকে। এর কিছুটা নিচে একই অক্ষে একটি ব্যবর্তন শীর্ষ (torsion head) H হতে ব্যবর্তন তারের (T) সাহায্যে একটি হাঙ্গা দণ্ড RS ঝুলান আছে। RS-এর দু'প্রান্ত হতে দুটি ছোট সমান ভরের গোলক A ও B ঝুলান আছে। A, B এবং C, D একই অনুভূমিক তলে থাকে। T ব্যবর্তন তারের সাথে একটি দর্পণ (E) লাগানো থাকে। একটি আলোক উৎস (L) হতে দর্পণের উপর আলোক রশ্মি আপত্তি করানো হয় এবং প্রতিফলিত রশ্মি একটি স্কেলের (S') উপর নিক্ষেপ করানো হয়। স্কেলের উপর প্রতিফলিত আলোক রশ্মির সরণ পরিমাপ করে ব্যবর্তন তারের মোচড় কোণ পরিমাপ করা হয়।

কার্যপদ্ধতি : প্রথমে চাকা W-এর সাহায্যে PQ দণ্ডকে ঘূরিয়ে বড় গোলক দুটিকে দূরে সরিয়ে নেয়া হয় যাতে ছোট গোলকের উপরে প্রভাব না পড়ে। এই অবস্থায় স্কেলে দর্পণ E হতে প্রতিফলিত রশ্মির অবস্থানের পাঠ নেয়া হয়। এরপর বড় গোলক দুটিকে ছোট গোলক দুটির কাছাকাছি অবস্থানে আনা হয়। প্রত্যেক বড় গোলক (C বা D) তার নিকটে অবস্থিত ছোট গোলকের (A বা B) উপর একটি আকর্ষণ বল প্রয়োগ করে। সমান ও বিপরীতমূল্যী এই দুটি বল একটি বিক্ষেপী দলন্তের (deflecting couple) সৃষ্টি করে যার ফলে RS দণ্ডটি একটি ক্ষুদ্র কোণে ঘূরতে বাধ্য হয়। সুতরাং ব্যবর্তন তারে পাক পড়ে। তারটি এর স্থিতিস্থাপকতা ধর্মের জন্য বিপরীতমূল্যী প্রত্যায়নী দলন্তের (restoring couple) সৃষ্টি করে দণ্ডটিকে পূর্বের অবস্থানে ফিরিয়ে নিতে সচেষ্ট হয়। দুটি পরস্পর বিপরীতমূল্যী দলন্তের ক্রিয়ায় দণ্ডটি একটি সাম্য অবস্থানে আসে। এই অবস্থায় স্কেলে দর্পণ হতে প্রতিফলিত রশ্মির নতুন অবস্থানের পাঠ নেয়া হয়। প্রথম পাঠ ও দ্বিতীয় পাঠের পার্শ্বক্য হতে দণ্ডের কৌণিক বিক্ষেপ θ নির্ণয় পদার্থবিজ্ঞান (১ম)-২৮

কৰা হয়। এৱপৰ বড় গোলক দুটিৰ অবস্থান [চিত্ৰ ৭.৩] পূৰ্ব অবস্থান (K, m)-এৱ বিপৰীত পার্শ্বে কৰা হয় [চিত্ৰে K', m' অবস্থান]। এভাবে ঘূৱিয়ে দণ্ডেৰ কৌণিক বিক্ষেপেৰ মান বেৱ কৰা হয়। পৰিশেষে এই দুটি বিক্ষেপেৰ গড় মান নিৰ্ণয় কৰা যায়।

হিসাব বা গণনা :

$$\text{মনে কৱি, প্ৰত্যেকটি বড় গোলকেৰ ভৱ = } M$$

$$\text{প্ৰত্যেকটি ছোট গোলকেৰ ভৱ = } m$$

$$\text{RS দণ্ডেৰ দৈৰ্ঘ্য = } 2l$$

$$\text{দণ্ডটিৰ সাম্যাবস্থায় বড় ও ছোট গোলকেৰ কেন্দ্ৰবিন্দুৰ মধ্যবৰ্তী দূৰত্ব = } d$$

A ও C গোলকেৰ মধ্যকাৰ আকৰ্ষণ বল,

$$F = G \frac{Mm}{d^2} \quad (3)$$

B এবং D গোলক দুটিৰ মধ্যে অনুৱৃপ্ত আকৰ্ষণ বল বিদ্যমান আছে। এই দুটি সমান ও বিপৰীতমুখী বল একটি দলেৰ সূচিটি কৱে।

অতএব, ব্যৰ্তন শীৰ্ষ H সাপেক্ষে বিক্ষেপী দলেৰ মোমেন্ট

$$= F \times 2l = \frac{G Mm}{d^2} \times 2l \quad (4)$$

দণ্ডটি যদি ' θ ' কোণে বিচুত হয় তাহলে মোচড়েৰ জন্য ব্যৰ্তন তাৱে (T)

$$\text{প্ৰত্যায়নী দলেৰ মোমেন্ট} = \tau \theta \quad (5)$$

এখানে τ = প্ৰতি ডিগ্ৰী বিক্ষেপেৰ জন্য প্ৰত্যায়নী দলেৰ মোমেন্ট।

সাম্যাবস্থায়, বিক্ষেপী দলেৰ মোমেন্ট = প্ৰত্যায়নী দলেৰ মোমেন্ট।

$$\text{বা, } \frac{G Mm}{d^2} \times 2l = \tau \theta$$

$$\therefore G = \frac{\tau \theta d^2}{2l Mm} \quad (6)$$

এখন $\theta, d, 2l, M$ এবং m পৰীক্ষা হতে জানা যায়। τ -এৱ মান জানা থাকলেই G-এৱ মান পাওয়া যাবে।

τ -এৱ মান নিৰ্ণয় কৱাৰ জন্য বড় দুটি গোলককে সৱিয়ে ফেলি। তাৱপৰ ছোট দুটি গোলকসহ RS দণ্ডকে ব্যৰ্তন তাৱে T-এৱ সাপেক্ষে ব্যৰ্তন দোলনে দোলাই এবং দোলনকাল নিৰ্ণয় কৱি। যদি দোলনকাল T হয়, তবে,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\tau}} \quad [I = \text{জড়তাৱ মোমেন্ট}]$$

$$\text{বা, } T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{\tau}$$

$$\tau = \frac{4\pi^2 I}{T^2}$$

সমীকৰণ (6) হতে পাই,

$$G = \frac{4\pi^2 I \theta d^2}{T^2 \times 2l \times Mm} = \frac{2\pi^2 I \theta d^2}{T^2 \times l \times Mm} \quad (7)$$

সমীকৰণ (7)-এৱ ডান পাশেৰ সকল রাশিৰ মান জানা থাকায় G-এৱ মান বেৱ কৰা যায়। বিজ্ঞানী ক্যানেভেলিস এ পৰীক্ষা বাবেৰ পুনৱাবৃত্তি কৱেন এবং G-এৱ গড় মান বেৱ কৱেন। এৱ সকল মান হল

$$G = (6.754 \pm 0.41) \times 10^{-11} \text{ N-m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

৭.৬ অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g'

Acceleration due to gravity, 'g'

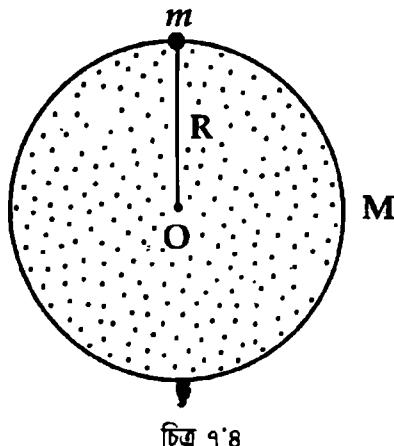
নিউটনের গতির সূত্র অনুসারে বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে ত্বরণ সৃষ্টি হয়। অভিকর্ষও একটি বল। এই বল কোন একটি বস্তুর উপর ক্রিয়া করে ত্বরণ সৃষ্টি করবে। অতএব, বস্তুতে অভিকর্ষ বল কর্তৃক যে ত্বরণ উৎপন্ন হয় তাকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে। অথবা কোন স্থানে অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে পড়স্ত বস্তুর বেগ যে হারে বৃদ্ধি পায় তাকে ঐ স্থানের অভিকর্ষজ বা অভিকর্ষীয় ত্বরণ বলে। একে 'g' দ্বারা প্রকাশ করা হয়। পরীক্ষার সাহায্যে জানা গেছে, বাধাইন পথে ও একই স্থান হতে সকল বস্তু সমত্বে পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে পতিত হয়। স্থানভেদে এই ত্বরণের মান বিভিন্ন। সূতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তু নিরপেক্ষ, স্থান নিরপেক্ষ নয়।

এর একক এম. কে. এস. ও আন্তর্জাতিক SI পদ্ধতিতে মিটার/সে?। এর মাত্রা সমীকরণ = [LT⁻²]।

অভিকর্ষজ ত্বরণের সমীকরণ (Equation of acceleration due to gravity)

মনে করি 'm' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকণা পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থিত এবং পৃথিবী একটি গোলাকার বস্তু চিত্র ৭.৪।। যদি পৃথিবীর ভর 'M' এবং ব্যাসার্ধ 'R' হয়, তবে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র হতে আমরা পাই,

$$F = G \frac{Mm}{R^2} \quad (8)$$



পুনরায়, নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র হতে আমরা পাই,

$$\text{বল} = \text{ভর} \times \text{ত্বরণ}$$

অভিকর্ষীয় বল = বস্তুর ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ। অর্থাৎ,

$$F = mg \quad (9)$$

সমীকরণ (8) এবং সমীকরণ (9) হতে আমরা পাই,

$$mg = G \frac{Mm}{R^2}$$

$$\text{বা, } g = \frac{GM}{R^2} \quad (10)$$

এটিই হল ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের সমীকরণ। সমীকরণ অনুসারে অভিকর্ষজ ত্বরণ g বস্তুর ভর m -এর উপর নির্ভর করে না। আবার, আমরা জানি G এবং M ধৰ্ম রাশি। অতএব ভূ-পৃষ্ঠের কোন স্থানে ' g '-এর মান ভূ-কেন্দ্র হতে ঐ স্থানের দূরত্বের উপর নির্ভর করে। এটি হতে এই সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় যে, ভূ-পৃষ্ঠের কোন একটি স্থানে g -এর মান নির্দিষ্ট, কিন্তু স্থানভেদে এর পরিবর্তন ঘটে। পৃথিবীর ভর $M = 5.983 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $R = 6.36 \times 10^6 \text{ m}$ ধরে উপরের সমীকরণ অনুসারে ভূ-পৃষ্ঠের g -এর মান হয়,

$$g = \frac{6.657 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \times 5.983 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.36 \times 10^6 \text{ m})^2} = 9.8465 \text{ ms}^{-2}$$

৭.৭ অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g'-এর তারতম্য

Variation of acceleration due to gravity, 'g'

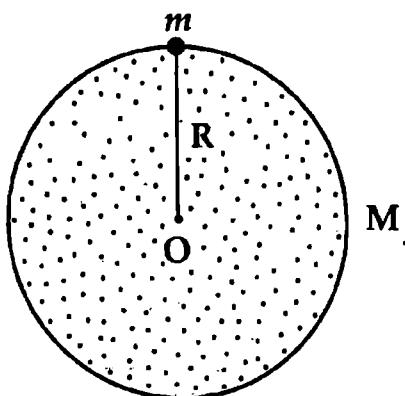
অভিকর্ষজ ত্বরণ ধৰ্ম নয়। তিনটি কারণে এর তারতম্য ঘটে :

১) উচ্চতার ক্রিয়া (Altitude effect),

২) অক্ষাংশ ক্রিয়া (Latitude effect) এবং

৩) পৃথিবীর শূরুন ক্রিয়া (Rotational effect of the earth)।

নিম্নে এই বিষয়গুলো আলোচনা কৰা হল :



চিত্র ৭.৫

(১) উচ্চতার ক্রিয়া : পৃথিবীর কেন্দ্র হতে কোন স্থানের দূরত্বের তারতম্য তেদে অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g'-এর মানের পরিবর্তন ঘটে। এটি আলোচনা কৰতে হলে তিনটি বিষয় আলোচনা কৰতে হয়; যথা—

(ক) কোন বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থিত : কোন বস্তু যদি 'M' ভৱ এবং 'R' ব্যাসার্ধবিশিষ্ট পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থান কৰে [চিত্র ৭.৫] তবে ঐ বস্তুর উপর তথা ভূ-পৃষ্ঠে,

$$g = G \frac{M}{R^2} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{G \times \frac{4}{3} \pi R^3 \times \rho}{R^2} \\ &= \frac{4}{3} \pi G R \rho \\ g &= \frac{4}{3} \pi G R \rho \end{aligned} \quad (12)$$

এখানে, ρ = পৃথিবীর উপাদানের গড় ঘনত্ব ও $\frac{4}{3} \pi R^3$ = পৃথিবীর আয়তন।

(খ) কোন বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে উপরে অবস্থিত : মনে কৰি M পৃথিবীর ভৱ এবং R তার ব্যাসার্ধ। যদি বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় উপরে অবস্থান কৰে [চিত্র ৭.৬] তবে ঐ বস্তুর উপর তথা ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ,

$$g_h = G \frac{M}{(R + h)^2} \quad (13)$$

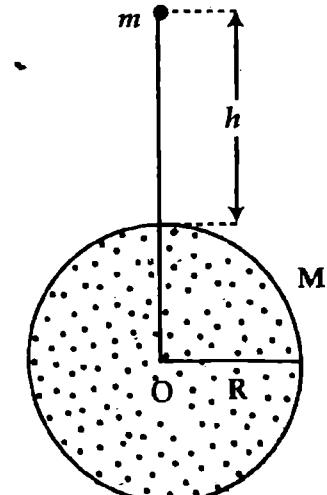
• সমীকরণ (11) অপেক্ষা সমীকরণ (13)-এ হরের মান বেশি।

কম্জেই ভাগফল অর্থাৎ অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান কম হবে। অতএব পৃথিবী পৃষ্ঠ অপেক্ষা উপরে অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান কম হবে এবং দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হবে। সুতরাং দূরত্ব বাড়লে অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান কমবে এবং দূরত্ব কমলে অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান বাঢ়বে। এই কারণে পাহাড়ের উপর অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান অপেক্ষা কম হয়।

সমীকরণ (13)-কে সমীকরণ (10) দ্বারা ভাগ কৰে পাওয়া যায়,

$$\frac{g_h}{g} = \frac{R^2}{(R + h)^2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2} = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2}$$

$$h \ll R \text{ হলে, } \frac{g_h}{g} = 1 - \frac{2h}{R}$$



চিত্র ৭.৬

$$\text{বা, } g_h = g \left(1 - \frac{2h}{R} \right) \quad (14)$$

$$\text{অর্থাৎ, } g_h < g$$

(গ) কোন বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নিচে অবস্থিত : মনে করি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে h দূরত্ব নিচে B বিন্দুতে কোন বস্তু আছে এবং এই স্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণ g_d [চিত্র ৭.৭]। B বিন্দুতে অবস্থিত যে কোন বস্তুর উপর ভূ-কেন্দ্র O-এর দিকে পৃথিবীর আকর্ষণ $(R-h)$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট AB গোলকের আকর্ষণের সমান। এই গোলকের বাইরের অংশ বস্তুর উপর কার্যকর কোন আকর্ষণ প্রয়োগ করে না।

$$\text{এখন AB গোলকের আয়তন} = \frac{4}{3}\pi(R-h)^3$$

AB গোলকের ভর M' ধরলে,

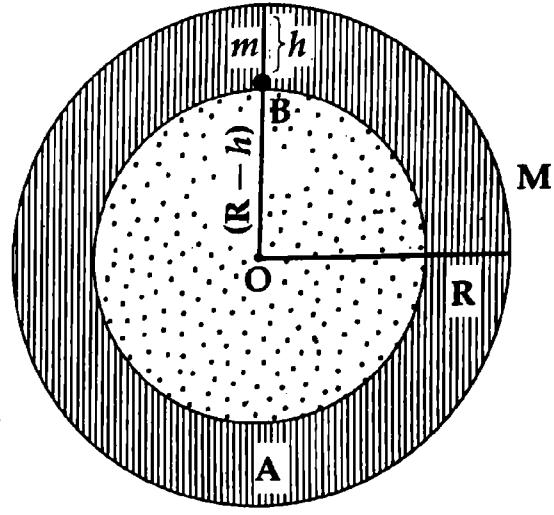
$$M' = \text{আয়তন} \times \text{ঘনত্ব} = \frac{4}{3}\pi(R-h)^3 \times \rho$$

$$g_d = \frac{GM'}{(R-h)^2} = G \times \frac{4}{3}\pi \frac{(R-h)^3 \rho}{(R-h)^2}$$

$$\text{বা, } g_d = \frac{4}{3}\pi G(R-h)\rho \quad (15)$$

$$\text{বা, } g_d = k(R-h) \quad (16)$$

$$\text{এখানে, } k = \frac{4}{3}\pi G\rho = \text{একটি ধ্রুব রাশি।}$$



চিত্র ৭.৭

উপরের সমীকরণ অনুসারে h -এর মান যত বাড়বে, $(R-h)$ -এর মান তত কমবে। অতএব, যত পৃথিবীর ভেতরের দিক যাওয়া যাবে, অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান ততই কমবে অর্থাৎ ভূ-গর্ভে অভিকর্ষীয় ত্বরণ ভূ-কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমান্বাতিক। এভাবে যেতে যেতে যদি ভূ-কেন্দ্রে পৌছা যায় তবে h -এর মান R-এর সমান হবে।

$$\text{অতএব ভূ-কেন্দ্রে, } g_d = k(R-R)$$

$$\text{বা, } g_d = 0 \quad (17)$$

সুতরাং পৃথিবীর অভ্যন্তরে, যেমন কোন খনির ভেতরে g-এর মান ভূ-পৃষ্ঠে g-এর মান অপেক্ষা কম হয়।

সিদ্ধান্ত : ভূ-পৃষ্ঠের উপরে গেলে 'g'-এর মান কমে, আবার পৃথিবীর অভ্যন্তরে গেলে 'g'-এর মান কমে। পৃথিবীর কেন্দ্রে কোন আকর্ষণ নেই। সুতরাং পৃথিবীর কেন্দ্রে 'g'-এর মান শূন্য এবং ভূ-পৃষ্ঠেই 'g'-এর মান সরাপেক্ষা বেশি।

উল্লেখ্য : (i) সমীকরণ (11) হতে সরাসরি সমীকরণ (15) পাওয়া যায়।

(ii) সমীকরণ (15)-কে সমীকরণ (12) দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়।

$$\begin{aligned} \frac{g_d}{g} &= \frac{R-h}{R} = \left(1 - \frac{h}{R} \right) \\ g_d &= g \left(1 - \frac{h}{R} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

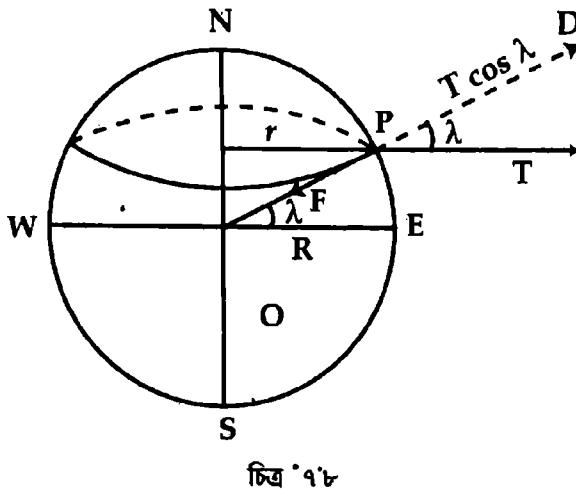
$$\text{অর্থাৎ, } g_d < g$$

(২) অক্ষাংশ ক্রিয়া—অক্ষাংশ পরিবর্তনে g-এর পরিবর্তন : আমরা জানি পৃথিবী সম্পূর্ণ গোলাকার নয়। এর আকৃতি উপগোলকীয় (spheroidal)। উভয় ও দক্ষিণ মেরু কিছুটা চাপা এবং বিশুব-ব্যাস মেরু-ব্যাস অপেক্ষা

প্রায় 43 km বৃহস্পতি। সুতরাং বিশুব রেখায় অবস্থিত কোন বস্তু মেরু অঞ্চলে অবস্থিত বস্তু অপেক্ষা পৃথিবীর কেন্দ্র হতে অধিক দূরে অবস্থিত। অতএব বিশুব রেখায় অবস্থিত কোন বস্তুর উপর অভিকর্ষীয় আকর্ষণ বল মেরুতে অবস্থিত ঐ বস্তুর উপর অভিকর্ষীয় আকর্ষণ বল অপেক্ষা কম। সুতরাং বিশুব রেখায় ' g' -এর মান কম এবং মেরু অঞ্চলে ' g' -এর মান বেশি।

অতএব, বিশুব রেখা হতে ক্রমাগত মেরু অঞ্চলের দিকে অগ্রসর হলে ' g '-এর মান বাড়তে থাকবে এবং মেরুতে এর মান সর্বাপেক্ষা বেশি হবে।

(৩) পৃথিবীর ঘূর্ণনের ক্রিয়া—পৃথিবীর আহিক গতির জন্য ' g '-এর মানের পরিবর্তন : পৃথিবীর আহিক বা দৈনিক গতির সাথে সাথে ভূ-পৃষ্ঠের যে কোন একটি বস্তু পৃথিবীর সাথে তার অক্ষের চতুর্দিকে সমান কৌণিক



বেগে প্রদক্ষিণ করবে। এতে বস্তুটির উপর একটি কেন্দ্রবিমুখী বল প্রযুক্ত হবে এবং বস্তুটি তার বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ বরাবর ছিটকে বাইরের দিকে চলে যাবার চেষ্টা করবে। বস্তুর ওজনের কিছু অংশ এই কেন্দ্রবিমুখী বল প্রশামিত করতে ব্যয় হবে। ফলে অভিকর্ষীয় ত্বরণ ' g ' ক্রস পাবে। আবার মেরু অঞ্চল অপেক্ষা বিশুব অঞ্চলে বস্তু অপেক্ষাকৃত বড় ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘূরবে বলে কেন্দ্রবিমুখী বলও বৃদ্ধি পাবে। কাজেই g -এর মান মেরু অঞ্চলে সবচেয়ে বেশি এবং বিশুব অঞ্চলে সবচেয়ে কম হবে।

ধরা যাক m ভরের একটি বস্তু ভূ-পৃষ্ঠে λ (উত্তর) অক্ষাংশে P বিন্দুতে অবস্থান করে পৃথিবীর ঘূর্ণনে তার অক্ষ NS-এর চতুর্দিকে ω সমকৌণিক বেগে r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তাকার পথে ঘূরছে [চিত্র ৭.৮]। তা হলে বস্তুটির উপর তার বৃত্তাকার পথের সর্শক PT বরাবর সূচিত কেন্দ্রবিমুখী বল, $T = m\omega^2 r$

$$\left[v = \omega r \text{ এবং } F = \frac{mv^2}{r} \right]$$

$$PO \text{ বা ভূ-কেন্দ্র বরাবর বস্তুটির উপর পৃথিবীর আকর্ষণ, } F = \frac{GMm}{R^2} \mid$$

OPD বরাবর বা ভূ-কেন্দ্র হতে বাইরের দিকে কেন্দ্রবিমুখী বলের অংশক

$$T \cos \lambda = m\omega^2 r \cos \lambda = m\omega^2 R \cos^2 \lambda \quad [\because r = R \cos \lambda]$$

$$\text{বল দুটির লক্ষ্য, } F_\lambda = \frac{GMm}{R^2} - m\omega^2 R \cos^2 \lambda \quad (19)$$

P বিন্দুতে ভূ-কেন্দ্র অভিমুখে অভিকর্ষজ ত্বরণ g_λ হলে,

$$F_\lambda = mg_\lambda = \frac{GMm}{R^2} - m\omega^2 R \cos^2 \lambda$$

$$g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \lambda \quad (20)$$

$$\text{বিশুব অঞ্চলে, } \lambda = 0^\circ: \quad g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \quad [\because \cos \lambda = 1]$$

$$\text{আবার মেরু অঞ্চলে, } \lambda = 90^\circ \quad g_\lambda = \frac{GM}{R^2}$$

কাজেই, g -এর মান মেরু অঞ্চলে সবচেয়ে বেশি এবং বিশুব অঞ্চলে সবচেয়ে কম হবে।

এ সমস্ত আলোচনা এবং পরীক্ষালব্ধ ফলাফল হতে g -এর মান সম্পর্কে আমরা নিম্নলিখিত সিদ্ধান্তে উপনীত হতে পারি :

১৪) পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে উপর দিকে উঠলে এর মান কমে।

১৫) পৃথিবীর অভ্যন্তরে নামলে এর মান কমে।

১৬) বিশ্ববীয় অঞ্চল হতে মের অঞ্চলে অগ্রসর হলে এর মান বাড়ে।

১৭) ঘূর্ণনজনিত কারণে মের অঞ্চলে এর মান অগ্র কমে, কিন্তু বিশ্ববীয় অঞ্চলে বেশি কমে।

১৮) ঘূর্ণনে মের অঞ্চলে এর মান অগ্র কমে, $g = 9.832 \text{ ms}^{-2}$; বিশ্ব অঞ্চলে g -এর মান $= 9.780 \text{ ms}^{-2}$ ।

১৯) ঢাকায় g -এর মান $= 9.7835 \text{ ms}^{-2}$; রাজশাহীতে g -এর মান $= 9.790 \text{ ms}^{-2}$ ।

২০) তৃ-পৃষ্ঠে g -এর মান বিভিন্ন স্থানে বিভিন্ন বলে সমুদ্র পৃষ্ঠে এবং 45° অক্ষাংশের g -এর মানকে আদর্শ মান ধরা হয়। g -এর আদর্শ বা ব্যবহারিক মান $= 9.81 \text{ ms}^{-2}$ ।

২১) g -এর মান জেনে পৃথিবীর গড় ঘনত্ব সমন্বে একটি ধারণা লাভ করা যায়।

৭.৮ পৃথিবীর ভর ও ঘনত্ব

Mass and density of the earth

মনে করি পৃথিবীর ভর $= M$, ব্যাসার্ধ $= R$ এবং তৃ-পৃষ্ঠে অবস্থিত কোন বস্তুর ভর $= m$ [চিত্র ৭.৯]। উক্ত বস্তুকে পৃথিবী যে বল দ্বারা আকর্ষণ করে তার মান,

$$F = G \frac{Mm}{R^2} \quad (21)$$

পর্যবেক্ষণ স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান g হলে বস্তুর ওজন,

$$W = F = mg \quad (22)$$

এখন সমীকরণ (21) ও (22) হতে পাই,

$$mg = G \frac{Mm}{R^2} \quad \text{বা, } g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{gR^2}{G}. \quad (23)$$

সমীকরণ (23)-এ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$, $R = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^{-2} \text{ kg}^{-2}$ বসিয়ে,

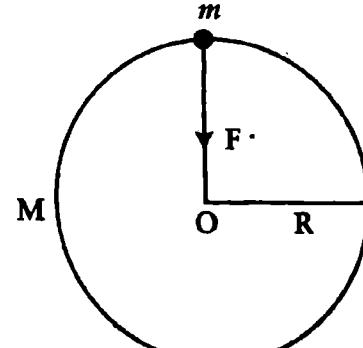
$$M = \frac{9.8 \times (6.37 \times 10^6)^2}{6.673 \times 10^{-11}} \\ = 5.96 \times 10^{24} \text{ kg}$$

ঘনত্ব : মনে করি পৃথিবীর গড় ঘনত্ব $= \rho$

$$\boxed{\rho = \frac{\text{ভর}}{\text{আয়তন}}} = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4\pi}{3}R^3} \quad [\because V = \frac{4\pi}{3}R^3]$$

$$= \frac{gR^2}{G} \times \frac{3}{4\pi R^3} = \frac{3g}{4\pi GR} \quad (24)$$

$$\boxed{\frac{3 \times 9.8}{4 \times 3.14 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6.37 \times 10^6}} \\ = 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}.$$



চিত্র ৭.৯

৭.৯ ভৱ এবং ওজন বা ভার Mass and weight

ভৱ : কোন একটি বস্তুতে মোট যে পরিমাণ পদাৰ্থ আছে, তাকে তাৰ ভৱ বলে। একে সাধাৰণত ' M ' বা ' m ' দ্বাৰা প্ৰকাশ কৰা হয়। এটি একটি স্কেলাৰ রাশি। বস্তুৰ ভৱ স্থান নিৱেশক অৰ্থাৎ যে কোন স্থানে নেয়া হোক না কেন এৱে মান সৰ্বত্র স্থিৰ থাকবে। বস্তুৰ ভৱ তাৰ স্থিতি, গতি, তাপমাত্ৰা, চুম্বকত্ব বা তড়িতাৰস্থা দ্বাৰা প্ৰভাৱিত হয় না। সেজন্য ভৱ বস্তুৰ একটি স্বাভাৱিক ধৰ্ম। এক্ষেত্ৰে উল্লেখ কৰা যেতে পাৰে যে কোন বস্তুৰ বেগ যদি আলোৰ বেগেৰ কাছাকাছি হয় তা হলে বস্তুৰ ভৱেৰ পৱিত্ৰতন দেখা যায়। বেগেৰ সঙ্গে বস্তুৰ ভৱ পৱিত্ৰতনেৰ তত্ত্ব আইনস্টাইন (Einstein)-এৰ আপেক্ষিক তত্ত্বে (Theory of relativity) বিশদভাৱে আলোচিত হয়েছে।

ওজন : কোন একটি বস্তু যে পৱিত্ৰতন বল দ্বাৰা পৃথিবীৰ কেন্দ্ৰেৰ দিকে আকৃষ্ট হয় তাকে তাৰ ওজন বা ভার বলে। একে W দ্বাৰা প্ৰকাশ কৰা হয়। যেহেতু ওজন একটি বল ছাড়া আৱ কিছুই নয়, সূতৰাং এটি একটি তেক্ষেত্ৰ রাশি এবং এৱে এৱে মান, $W = \text{ভৱ} \times \text{অভিকৰ্ষজ তুৱণ}$

$$\text{বা, } W = mg \quad (25)$$

বিভিন্ন স্থানে g -এৱে মান বিভিন্ন বলে স্থানভেদে বস্তুৰ ওজন পৱিত্ৰতিত হয়। অতএব বস্তুৰ ওজন স্থান নিৱেশক নয়। এই প্ৰসংগে আৱে বলা যায় যে, বস্তুৰ ওজন তাৰ একটি মৌলিক বৈশিষ্ট্য নয়। বস্তুৰ ওজন থাকতে পাৰে, নাও থাকতে পাৰে। যেমন পৃথিবীৰ কেন্দ্ৰে বস্তুৰ কোন ওজন নেই।

৭.১০ বস্তুৰ ওজনেৰ তাৱতম্য

Variation of weight of a body

আমৰা জানি ওজন $W = mg$; এখানে m = বস্তুৰ ভৱ এবং g = অভিকৰ্ষজ তুৱণ। বস্তুৰ ভৱ একটি শুব রাশি; সূতৰাং কোন বস্তুৰ ওজন অভিকৰ্ষজ তুৱণেৰ উপৰ নিৰ্ভৰশীল। যে স্থানে অভিকৰ্ষজ তুৱণ বেশি, সে স্থানে বস্তুৰ ওজনও বেশি। আৱ অভিকৰ্ষজ তুৱণ যে স্থানে কম বস্তুৰ ওজনও সে স্থানে কম। উদাহৰণস্বৰূপ বলা যায়, মেৰু অঞ্চলে অভিকৰ্ষজ তুৱণ বেশি। সূতৰাং মেৰু অঞ্চলে বস্তুৰ ওজন বেশি। বিষব অঞ্চলে অভিকৰ্ষজ তুৱণ কম। অতএব বিশুব অঞ্চলে বস্তুৰ ওজনও কম। পৃথিবীৰ কেন্দ্ৰে অভিকৰ্ষজ তুৱণ শূন্য। অতএব পৃথিবীৰ কেন্দ্ৰে বস্তুৰ কোন ওজন নেই।

৭.১১ মহাকৰ্ষীয় শুবক এবং অভিকৰ্ষজ তুৱণেৰ মধ্যে পাৰ্থক্য

Distinction between gravitational constant and acceleration due to gravity

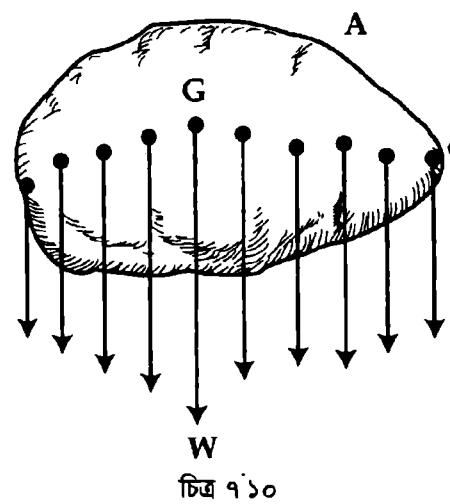
মহাকৰ্ষীয় শুবক এবং অভিকৰ্ষজ তুৱণেৰ মধ্যে নিম্নলিখিত পাৰ্থক্য আছে :

মহাকৰ্ষীয় শুবক	অভিকৰ্ষজ তুৱণ
১। একক ভৱিশিষ্ট দূটি বস্তুৰ মধ্যবৰ্তী দূৰত্ব এক একক হলে তাৰেৰ পারস্পৰিক আকৰ্ষণ বলকে মহাকৰ্ষীয় শুবক বলে।	১। অভিকৰ্ষ বলেৰ জন্য বস্তুতে যে তুৱণ সৃষ্টি হয় তাকে অভিকৰ্ষজ তুৱণ বলে।
২। <u>এৱে মাত্ৰা সমীকৰণ $[M^3 M^{-1} T^{-2}] \quad [M^{-1} T^{-2}/3]$</u>	২। <u>এৱে মাত্ৰা সমীকৰণ $[LT^{-2}]$</u>
৩। <u>এটি একটি বিশুজনীন শুবক।</u>	৩। <u>এটি একটি পৱিত্ৰনশীল রাশি।</u>
৪। <u>এস. আই. পদ্ধতিতে এৱে মান $6.657 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{kg}^{-2}$</u>	৪। <u>এস.আই.পদ্ধতিতে এৱে মান ভূ-পৃষ্ঠে 9.81 ms^{-2}</u>
৫। এৱে মান বস্তুৰ ভৱেৰ উপৰ বা ভূ-কেন্দ্ৰ হতে বস্তুৰ দূৰত্বেৰ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে না।	৫। এৱে মান বস্তুৰ ভৱেৰ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে না; কিন্তু ভূ-কেন্দ্ৰ হতে বস্তুৰ দূৰত্বেৰ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে।
৬। <u>এটি একটি স্কেলাৰ রাশি।</u>	৬। <u>এটি একটি তেক্ষেত্ৰ রাশি।</u>

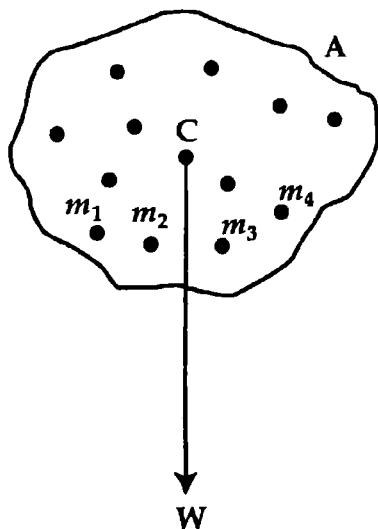
৭.১২ অভিকর্ষ কেন্দ্র এবং ভরকেন্দ্র Centre of gravity and centre of mass

অভিকর্ষ কেন্দ্র : আমরা জানি, কোন একটি বস্তু যে পরিমাণ বল দ্বারা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকৃষ্ট হয়, তাকে বস্তুর ওজন বা ভার বলে। বস্তুকে যেতাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন যে বিশেষ বিন্দুর মধ্য দিয়ে বস্তুর উপর সর্বদা ক্রিয়া করে ঐ বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে। অভিকর্ষ কেন্দ্রের অপর নাম ভারকেন্দ্র।

মনে করি A একটি দৃঢ় বস্তু। তা কতকগুলো বস্তুকণার সমষ্টি। প্রতিটি কণাই অভিকর্ষ বল দ্বারা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকর্ষিত হবে। এই সব বল মিলিত হয়ে একটি লম্বি বল সৃষ্টি করবে। বস্তুটিকে ঘুরে ফিরে যেতাবেই রাখা হোক না কেন কণাগুলোর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলের পরিমাণ, অভিমুখ ও ক্রিয়াবিন্দুর এবং সেই সঙ্গে ঐ বলগুলোর লম্বির পরিমাণ, অভিমুখ ও ক্রিয়াবিন্দুর কোন পরিবর্তন হবে না। এই লম্বি বলই বস্তুর ওজন। চিত্র ৭.১০-এ ওজন বা বল বস্তুর 'G' বিন্দুর মধ্য দিয়ে ক্রিয়া করছে। এই বিন্দুই বস্তুটির অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র।



চিত্র ৭.১০



চিত্র ৭.১১

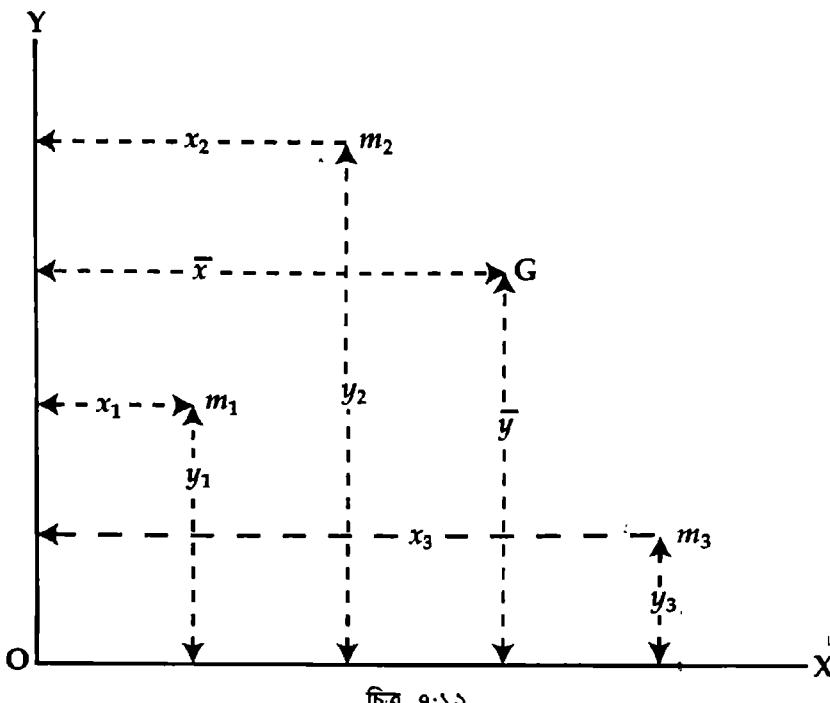
ভরকেন্দ্র : আমরা জানি একটি বস্তু অনেকগুলো বস্তুকণার সমষ্টি। বস্তুর কণাগুলোর সমস্ত ভরকে একটি যাত্র বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত মনে করলে ঐ বিন্দুর মধ্য দিয়েই সমস্ত কণার উপর তাদের ভরের সমানুপাতিক ক্রিয়ার সমান্তরাল বলসমূহের লম্বি ক্রিয়া করে বলে বিবেচিত হয়। ঐ বিন্দুকে বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে।

মনে করি A একটি বস্তু। তা অনেকগুলো বস্তুকণার সমষ্টি। ধরি বস্তুকণাগুলোর ভর যথাক্রমে $m_1, m_2, m_3 \dots, m_n$ ইত্যাদি [চিত্র ৭.১১]। সমস্ত ভরকে C বিন্দুতে সমবেত ধরা হলে ঐ ভরগুলোর উপর ক্রিয়ার কণার ভরের সমানুপাতিক সমান্তরাল বলের লম্বি C বিন্দুর মধ্য দিয়েই ক্রিয়া করবে। এই বিন্দুর নামই ভরকেন্দ্র।

৭.১৩ গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে কোনও তলে অবস্থিত বস্তুকণাসমূহের অভিকর্ষ কেন্দ্র নির্ণয় Determination of centre of gravity of particles in a plane by mathematical analysis

মনে করি A একটি বস্তু। এতে $m_1, m_2, m_3 \dots, m_n$ ভরবিশিষ্ট বস্তুকণা আছে। ধরি OX এবং OY সমকোণে অবস্থিত দুটি অক্ষ। এই অক্ষ দুটির সাপেক্ষে ধরি তাদের স্থানাংক যথাক্রমে $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$ ইত্যাদি। মনে করি এদের ভারকেন্দ্র G বিন্দুতে অবস্থিত এবং এর স্থানাংক (\bar{x}, \bar{y}) [চিত্র ৭.১২]।

যেহেতু অবস্থিতিৰ সঙ্গে ভাৱকেন্দ্ৰৰ রদ-বদল হয় না, সেহেতু তলটি অনুভূমিক ধৰা যেতে পাৰে। অতএব বস্তুকণাগুলোৰ ভাৱ সময়ৰ সমান্তৰাল বল হবে এবং তাৰা উল্লম্বভাৱে নিচেৰ দিকে ক্রিয়া কৰিব। সংজ্ঞানুসাৰে G বিন্দুৰ মধ্য দিয়ে মোট ভাৱ বা ওজন নিচেৰ দিকে ক্রিয়া কৰিব। এখন Y-অক্ষ বৰাবৰ ভাৱগুলোৰ মোমেন্টেৰ গাণিতিক যোগফল ও অক্ষ বৰাবৰ লম্বিৰ মোমেন্টেৰ সমান হবে।



$$(m_1 g + m_2 g + m_3 g + \dots + m_n g) \bar{x} = m_1 g x_1 + m_2 g x_2 + m_3 g x_3 + \dots + m_n g x_n \\ \text{বা, } \bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n} \quad (26)$$

একইভাৱে X-অক্ষ বৰাবৰ মোমেন্ট নিলে আমৰা পাই,

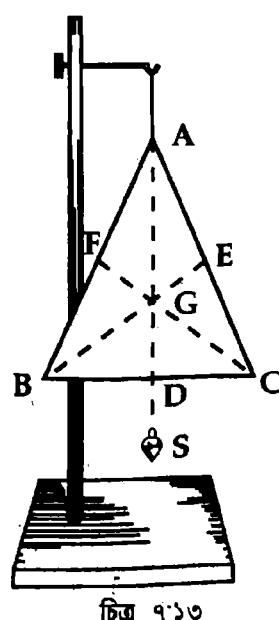
$$\bar{y} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + \dots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n} \quad (27)$$

৭.১৪ ভাৱকেন্দ্ৰ নিৰ্ণয়

Determination of centre of mass

অসম অথবা সুষম বস্তুৰ ভাৱকেন্দ্ৰ নিম্ন উপায়ে নিৰ্ণয় কৰা যায় :

মনে কৰি একটি অসম ত্ৰিভুজাকৃতি পাতলা পাত ABC-এর ভাৱকেন্দ্ৰ নিৰ্ণয় কৰতে হবে। প্ৰথমে পাতটিৰ যে কোন এক প্ৰান্ত, ধৰা যাক, A-এ সূতা বৈধে পাতটিকে ঝুলিয়ে আৱ একটি সূতায় একটি পাথৱৰ্ষণ S বৈধে ও একই প্ৰান্ত A হতে পাথৱৰ্ষণটিকে ঝুলিয়ে দেয়া হয় [চিত্ৰ ৭.১৩]। পাত ও পাথৱৰ্ষণটিৰ স্থিৱাবস্থায় A হতে সূতা বৰাবৰ পাতেৰ উপৰ দিয়ে একটি সৱলৱেখা AD টানা হয়। অনুৱৃপ্তভাৱে পাতটিকে পৱ পৱ B ও C হতে ঝুলিয়ে পাতটিৰ উপৰ দিয়ে সূতা বৰাবৰ যথাক্রমে সৱলৱেখা BE ও CF টানা হয়। তাহলে, অঞ্জিত AD, BE ও CF-এৰ ছেদবিন্দু G-ই পাতটিৰ ভাৱকেন্দ্ৰ। কাৰণ স্থিৱাবস্থায় সূতাৱ টানেৰ বিপৰীতে বস্তুৰ ওজন ক্রিয়া কৰে এবং



বইঘর কম

সূতাটি বস্তুর ভারকেন্দ্র দিয়ে যাবে। এখানে পাথরখণ্ডটি যে সূতায় ঝুলে থাকে তাকে ওলন সূতা এবং অঙ্কিত সরলরেখাগুলোকে ওলন রেখা বলা হয়।

৭.১৫ মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র ও প্রাবল্য Gravitational field and intensity

কোন বস্তুর চারদিকে যে স্থান জুড়ে তার আকর্ষণ বল অনুভূত হয়, সে স্থানকে উক্ত বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে একক ভরের কোন বস্তু স্থাপন করলে তার উপর যে বল প্রযুক্ত হয়, তাকে ঐ ক্ষেত্রের দরুন ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বলে। এটা সাধারণত মহাকর্ষীয় প্রাবল্য (Intensity) নামে পরিচিত।

মনে করি M ভরের একটি বস্তু আছে। এই বস্তুর ভরকেন্দ্র হতে r দূরে অবস্থিত কোন বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় করতে হবে।

নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্র হতে আমরা জানি M ও m ভরের দুটি বস্তুর ভরকেন্দ্র পরস্পর হতে, r দূরে থাকলে তাদের মধ্যে আকর্ষণ বলের পরিমাণ = $G \frac{Mm}{r^2}$

এখন যদি $m = 1$ একক হয়, তবে

$$\text{বল} = \frac{GM}{r^2} = M \text{ ভর কর্তৃক একক ভরের উপর } M \text{ ভর অভিমুখী প্রযুক্ত বল। এটাই মহাকর্ষীয় প্রাবল্য } E, \text{ অর্থাৎ মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, } E = \frac{GM}{r^2} \quad (28)$$

উক্ত সমীকরণ হতে সহজেই বুঝা যায় যে, M যত বেশি হবে, প্রাবল্যও তত বাঢ়বে। আবার r যত বেশি হবে, প্রাবল্য তত কমবে। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের বিন্দুতে প্রাবল্য বিন্দুতে প্রাবল্য বিভিন্ন হবে।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে m ভরের একটি বস্তু রাখলে তার উপর ক্রিয়াশীল বল হবে,

$$F = mE = \frac{GmM}{r^2}$$

যেহেতু বল \vec{F} একটি ভেটার রাশি, তাই মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, \vec{E} একটি ভেটার রাশি। \vec{E} -এর দিক হবে \vec{F} -এর দিক বরাবর। অন্যভাবে বলা যায়, একক ভরের বস্তু যেদিকে বল দাত করে \vec{E} -এর দিক সেদিকে হবে।

এম. কে. এস. ও আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে প্রাবল্যের একক নিউটন/কিলোগ্রাম ($N\text{kg}^{-1}$)।

৭.১৬. মহাকর্ষীয় বিভূতি

Gravitational potential

সংজ্ঞা : অসীম দূর হতে একক ভরের কোন বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভূতি বলে। একে সাধারণত V দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

উল্লেখ্য, দুটি বস্তুর মধ্যে আকর্ষণ বলই কাজ করে থাকে। বাইরের কোন বল বা শক্তির প্রয়োজন হয় না। সুতরাং মহাকর্ষীয় বিভূতিকে ঝণ রাশি দ্বারা প্রকাশ করা হয় অর্থাৎ মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে বিভূতি ঝণাত্মক। এটা একটি ক্ষেত্রালীর রাশি।

এম. কে. এস. বা এস. আই. পদ্ধতিতে এর একক জুল/কিলোগ্রাম ($J\text{kg}^{-1}$)।

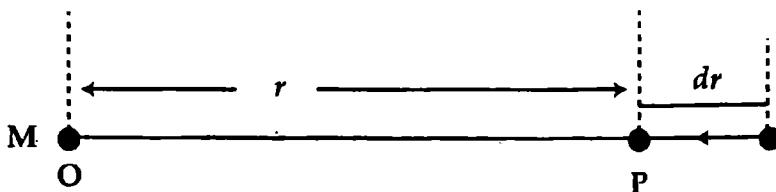
বিভূতি পার্দক্ষ্য (Potential difference) : একক ভরের কোন বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের এক বিন্দু হতে অন্য বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মধ্যে মহাকর্ষীয় বিভূতি পার্দক্ষ্য বলে।

আকর্ষণ বলের অভিমুখে সরণ হলে বিভূতি পার্দক্ষ্য ঝণাত্মক এবং আকর্ষণ বলের বিমুখে সরণ হলে বিভূতি পার্দক্ষ্য ধনাত্মক হবে।

৭.১৭ বিন্দু ভৱের দূরুন মহাকর্ষীয় বিভব

Gravitational potential due to a point mass

আমরা জানি, অসীম দূরত্ব হতে একক ভৱের কোন বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্ৰের কোন বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে উক্ত বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে। এখন বিন্দু ভৱের দূরুন মহাকর্ষীয় বিভবের সাধারণ সমীকৰণ বের করা যাক।



চিত্র ৭.১৪

মনে করি, O বিন্দুতে M ভৱের একটি বিন্দু ভৱ বস্তু অবস্থিত [চিত্র ৭.১৪]। O হতে r দূরে P একটি বিন্দু। P বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব বের করতে হবে।

P বিন্দুতে একক ভৱের উপর O বিন্দু অভিমুখী প্রযুক্ত বল অর্থাৎ মহাকর্ষীয় প্রাবল্য $= \frac{GM}{r^2}$ । এখন একক ভৱকে সামান্য দূরত্ব dr নিয়ে যেতে কাজের পরিমাণ অর্থাৎ বিভব,

$$dV = বল \times সরণ = প্রাবল্য \times সরণ = \frac{GM}{r^2} dr$$

একক ভৱকে অসীম দূরত্ব হতে P বিন্দুতে আনতে কাজের পরিমাণ অর্থাৎ P বিন্দুতে বিভব

$$V = \int dV = \int_{r=\infty}^{r=r} \frac{GM}{r^2} \times dr$$

$$\text{বা, } V = GM \int_{r=\infty}^{r=r} \frac{1}{r^2} dr \quad \text{বা, } V = GM \left[-\frac{1}{r} \right]_{\infty}^r$$

$$\text{বা, } V = -\frac{GM}{r}$$

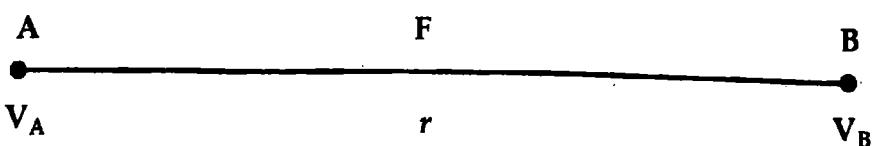
(29)

এখানে ঝণচিহ্ন এই অর্থ প্রকাশ করে যে, বাহ্যিক কোন বল বা শক্তি দ্বারা কাজ সম্পন্ন হয়নি, মহাকর্ষীয় বলই কাজ সম্পন্ন করেছে।

৭.১৮ প্রাবল্য ও বিভব পার্থক্যের মধ্যে সম্পর্ক

Relation between intensity and potential

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য এবং মহাকর্ষীয় বিভবের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে গিয়ে ধরি, A ও B মহাকর্ষীয় ক্ষেত্ৰে অবস্থিত কাছাকাছি দুটি বিন্দু [চিত্র ৭.১৫]। মনে করি এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব r । A বিন্দুর বিভব $= V_A$ এবং B বিন্দুর বিভব $= V_B$ । যেহেতু A ও B বিন্দু দুটি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্ৰে কাছাকাছি অবস্থিত, সেহেতু বিন্দু দুটির মহাকর্ষীয় প্রাবল্য সমান ধরে নেয়া হয়। মনে করি এই প্রাবল্য $= F$



চিত্র ৭.১৫

এখন, একক ভৱের কোন বস্তুকে B বিন্দু হতে A বিন্দুতে আনতে কাজের পরিমাণ $=$ প্রাবল্য \times দূরত্ব
 $= F \times AB = F \times r$

বইঘর কম

এটাই হল A বিন্দু এবং B বিন্দুর বিভিন্ন পার্শ্বক্য অর্থাৎ ($V_A - V_B$)

$$F \times AB = V_A - V_B$$

$$\text{বা, } F = \frac{V_A - V_B}{AB} = \frac{V_A - V_B}{r} \quad (30)$$

অর্থাৎ, দূরত্ব সাপেক্ষে বিভিন্ন পরিবর্তনের হারকে প্রাবল্য বলে। ক্ষেত্রের অভিমুখে সরণ $AB = dr$ হলে এবং A বিন্দুর বিভিন্ন V ও B বিন্দুর বিভিন্ন ($V + dV$) হলে, $V_A - V_B = -dV$

$$F = -\frac{dV}{dr} \quad (31)$$

এটাই প্রাবল্য এবং বিভিন্ন মধ্যে সম্পর্ক।

৭.১৯ কেপলার-এর সূত্র

Kepler's law

অতি প্রাচীনকাল হতে গ্রহ-নক্ষত্রের গতিবিধি সম্পর্কে বিজ্ঞানীদের যথেষ্ট আগ্রহ ছিল। ষোড়শ শতাব্দীতে ডেনমার্কের জ্যোতির্বিদ টাইকোব্রে (Tycho-Brahe) মংগল গ্রহের গতিবিধি সক্ষ করেন এবং কিছু তথ্য সংগ্রহ করেন। তাঁর এ গবেষণা লক্ষ্য এবং অন্যান্য পর্যবেক্ষণের সাহায্যে 1618 খ্রিস্টাব্দে ডেনমার্কের অপর জ্যোতির্বিদ জন কেপলার (John Kepler) সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, প্রহস্তো কোন এক বলের প্রভাবে সূর্যকে কেন্দ্র করে অবিরাম ঘূরছে। এই সম্পর্কে তিনি তিনটি সূত্র প্রদান করেন। তাঁর নাম অনুসারে এই তিনটি সূত্রকে কেপলার-এর গ্রহ সম্পর্কীয় গতিসূত্র (Kepler's laws of planetary motion) বলা হয়। সূত্র তিনটি নিম্নে আলোচিত হল :

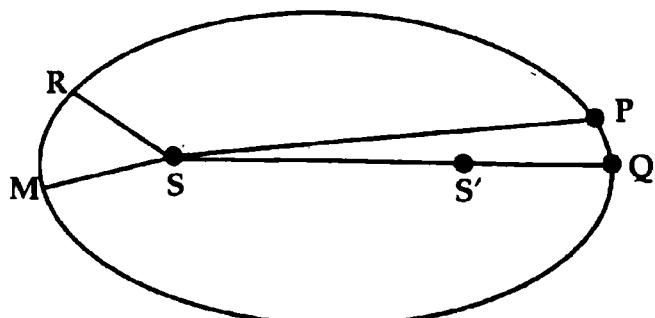
(১) উপবৃত্ত সূত্র (Law of ellipse) : প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে উপবৃত্তের নাভিতে বা কোকাসে রেখে একটি উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে।

(২) ক্ষেত্রফল সূত্র (Law of area) : গ্রহ এবং সূর্যের সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

(৩) সময়ের সূত্র (Law of time) : প্রতিটি

গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনকলের সমানুপাতিক।

ব্যাখ্যা : ১ম সূত্র : এই সূত্র' সূর্যের চারদিকে গ্রহের কক্ষপথের আকৃতি প্রকাশ করে। মনে করি S এবং S' একটি উপবৃত্তের দুটি নাভি। ধরি S নাভিটি সূর্যের অবস্থিতি [চিত্র ৭.১৬]। কেপলারের প্রথম সূত্র অনুসারে যে কোন গ্রহ সূর্যকে S বিন্দুতে রেখে একটি উপবৃত্তাকার পথে ঘূরছে।



চিত্র ৭.১৬

২য় সূত্র : এই সূত্র কক্ষীয় বেগ এবং সূর্য ও গ্রহের মধ্যবর্তী দূরত্বের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে। মনে করি কোন গ্রহ ; সময়ে P অবস্থান হতে Q অবস্থানে আসে। যদি একই সময়ে ঐ গ্রহ M অবস্থান হতে R অবস্থানে আসে, তবে কেপলারের দ্বিতীয় সূত্র হতে পাই, PQS -এর ক্ষেত্রফল এবং MSR -এর ক্ষেত্রফল সমান হবে।

৩য় সূত্র : এই সূত্র'গ্রহের কক্ষপথের আকার এবং অতিক্রান্ত সময়ের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে। মনে করি T গ্রহের পর্যায়কাল অর্থাৎ সূর্যকে একবার প্রদক্ষিণ করতে যে সময় লাগে তার মান T। যদি $2a$ পরাক্রে দৈর্ঘ্য হয়, তবে কেপলারের তৃতীয় সূত্র হতে আমরা পাই, $T^2 \propto 8a^3$

যেহেতু 8 একটি ধ্রুব সংখ্যা, সেহেতু, $T^2 \propto a^3$

উক্ত সমীকরণ হতে কেপলারের তৃতীয় সূত্রটিকে সামান্য পরিবর্তন করে নিম্নরূপে লিখা যায়—

প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ গ্রহের কক্ষপথের পরাক্রে অর্ধেকের ঘন-এর সমানুপাতিক।

৭.২০ কেপলারের সূত্র হতে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র প্রতিপাদন Derivation of newton's law of gravitation from Kepler's law

মহাবিজ্ঞানী নিউটন কেপলারের সূত্রগুলো ব্যাখ্যা করতে গিয়ে এই সিদ্ধান্তে উপনীত হলেন যে মহাবিশ্বে যে কোন দুটি বস্তু পরস্পরকে আকর্ষণ করে। সূর্যের চতুর্দিকে প্রহৃষ্টগুলোর কক্ষপথ বৃত্তাকার গণ্য করে নিম্নলিখিত উপায়ে সহজে কেপলারের সূত্রগুলো হতে নিউটনের এই সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায়।

ধরা যাক m ভৱের একটি গ্রহ সূর্যের চতুর্দিকে, r ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে v সমগতিতে ঘূরছে। কিন্তু ঘূরের উপর সূর্যের দিকে কেন্দ্ৰমুখী বল প্রয়োগ ব্যৱীত ঘূরের এই বৃত্তাকার গতি সম্ভব নয়।

$$\text{প্রয়োজনীয় কেন্দ্ৰমুখী বল}, F = \frac{mv^2}{r}$$

সূর্যের চতুর্দিকে গ্রহটির আবৰ্তন কাল T হলে,

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad \left[v = \omega r \text{ এবং } \omega = \frac{2\pi}{T} \right]$$

$$F = \frac{m}{r} \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

কিন্তু কেপলারের তৃতীয় সূত্রানুসারে, $T^2 \propto r^3$

অর্থাৎ $T^2 = kr^3$, এখানে k একটি ধ্রুবক।

$$F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2} = \frac{4\pi^2 m}{kr^2} \quad (32)$$

সূতৰাং ঘূরের উপর সূর্যের আকর্ষণ বল, ঘূরের ভৱের সমানুপাতিক এবং সূর্য হতে ঘূরের দূরত্বের বৰ্গের ব্যস্তানুপাতিক। কিন্তু প্রত্যেক ক্রিয়ার একটি সমান ও বিপৰীত প্রতিক্রিয়া থাকে। কাজেই সমীকৰণটিতে F -এর সাথে যেমন ঘূরের ভৱ m -এর সম্পর্ক আছে তদুপনীয় F -এ সূর্যের ভৱেরও একই সম্পর্ক থাকবে। এজন্য $\left(\frac{4\pi^2}{k}\right)$ -কে GM ধরা যায় ; এখানে G একটি ধ্রুবক এবং M সূর্যের ভৱ।

$$\text{সূর্য ও ঘূরের মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বল}, F = \frac{GmM}{r^2} \quad (33)$$

এটাই নিউটনের মহাকর্ষীয় সমীকৰণ। সূতৰাং কেপলারের সূত্র হতে নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্র প্রতিষ্ঠিত হল।

৭.২১ মহাকর্ষীয় ভৱ এবং জড় ভৱ Gravitational mass and inertial mass

পৃথিবী যে বল দ্বারা কোন বস্তুকে টানে তা বস্তুর ভৱের সমানুপাতিক। এই ভৱ মহাকর্ষীয় ভৱ। তুলাদণ্ডের সাহায্যে এই ভৱ নির্ণয় করা হয়। অন্য কথায় বলা যায়—তুলাদণ্ডে মেপে আমরা যে ভৱ নির্ণয় করি, তাই মহাকর্ষীয় ভৱ।

কোন বস্তুতে ধ্রুবমানের F বল প্রয়োগ করলে যদি তার ত্বরণ a হয়, তা হলে $\frac{F}{m} = m$ -কে তার জড় ভৱ বলে। পরীক্ষায় দেখা যায় উভয় ভৱ একই।

৭.২২ মুক্তি বেগ Escape velocity

আমরা জানি মহাকর্ষীয় বল কেন্দ্ৰগ বলে সংৰক্ষণশীল। তাই কোন একটি বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ কৰলে তা আবার মাটিতে এসে পড়ে। কিন্তু কোন বস্তুকে যদি এমন বেগে উৰ্ধে উৎক্ষেপ কৰা হয় যে তা পৃথিবীৰ

অভিকর্ষীয় ক্ষেত্র অভিক্রম করে যায় তবে বস্তুটি আর কখনই পৃথিবীর পৃষ্ঠে ফিরে আসবে না। ন্যূনতম এই বেগকে মুক্তি বেগ বলে। অতএব কোন বস্তুকে ন্যূনতম যে বেগে উর্ধ্বে উৎক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবী পৃষ্ঠে ফিরে আসে না তাকে মুক্তি বেগ বা গ্লায়ন বেগ বা নিষ্ক্রমণ বেগ বলে। একে V_E হারা সূচিত করা হয়।

মুক্তি বেগের সমীকরণ বের করতে গিয়ে ধরি উৎক্ষিপ্ত বস্তুর ভর m , পৃথিবীর ভর M , পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R , পৃথিবীর কেন্দ্র হতে বস্তুর দূরত্ব r , [চিত্র ৭.১৭] অতএব বস্তুর উপর অভিকর্ষ বল,

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

এখন বস্তুটি যদি অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে dr পরিমাণ উপরে উঠে, তবে কাজের পরিমাণ, $dW = F \cdot dr$

$$= \frac{G \cdot Mm}{r} dr$$

সুতরাং অভিকর্ষীয় বল ছাড়াতে বস্তুটিকে মোট যে পরিমাণ কাজ করতে হবে, তার মান

$$W = \int dW = \int_R^\infty \frac{GMm}{r^2} dr, \text{ এখানে, } R = \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ।}$$

$$\text{বা, } W = GMm \int_R^\infty \frac{1}{r^2} dr = GMm \left[-\frac{1}{r} \right]_R^\infty$$

$$\text{অর্থাৎ, } W = m \times \frac{GM}{R} \quad (34)$$

মনে করি, বস্তুর উৎক্ষিপ্ত বেগ = v_E । তা হলে তার প্রাথমিক গতিশক্তি $E_k = \frac{1}{2} mv_E^2$

এই শক্তি যায় করেই বস্তুটি অভিকর্ষীয় ক্ষেত্রের সীমানা ছাড়িয়ে যায় অর্থাৎ উপরোক্ত কাজ করবে।

আমরা পাই,

$$\frac{1}{2} mv_E^2 = m \frac{GM}{R}$$

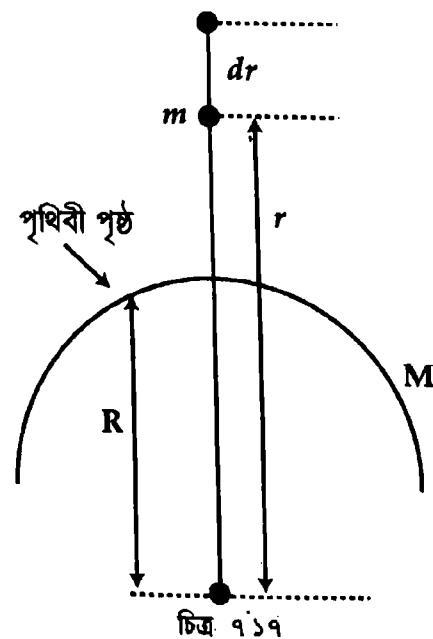
$$\text{বা, } v_E^2 = \frac{2GM}{R} \quad (35)$$

$$\text{পুনঃ, অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = \frac{GM}{R^2} = \frac{GM}{R \times R}$$

$$\frac{GM}{R} = gR$$

এখন সমীকরণ (35) হতে পাই, $v_E^2 = 2gR$

$$\therefore v_E = \sqrt{2gR} \quad (36)$$



এটাই হল মুক্তি বেগের সমীকরণ। উপরোক্ত সমীকরণে m না ধাকায় আমরা বলতে পারি যে, মুক্তি বেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না। বস্তু ছোট বা বড় যাই হোক না কেন, মুক্তি বেগ একই হবে।

উদাহৰণস্বৰূপ ধৰা যায়, পৃথিবীৰ ব্যাসাধাৰ,

$$R = 64 \times 10^5 \text{ m} \text{ ও } g = 9.80 \text{ ms}^{-2}$$

অতএব এক্ষেত্ৰে মুক্তি বেগ,

$$v_E = \sqrt{2 \times 9.80 \times 64 \times 10^5}$$

$$= 11.20 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 11.20 \text{ kms}^{-1} = 7 \text{ মাইল/সে. (প্ৰায়)}$$

[1 মাইল = 1.6093 km]

$$= 25000 \text{ মাইল/ঘণ্টা (প্ৰায়)}$$

সুতৰাং কোন বস্তুকে যদি প্ৰতি ঘণ্টায় 25000 মাইল বেগে বা এৱং অপেক্ষা অধিক বেগে উৎক্ষেপ কৰা হয়, তবে তা আৱ ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসে না।

বিশেষ দ্রষ্টব্য : পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কোন বস্তুকে v বেগে উপৰ দিকে নিক্ষেপ কৰলে পৃথিবীৰ আকৰ্ষণ বলেৱ দ্বাৱা বস্তুটিৰ বিভিন্ন পৱিণ্ডি হতে পাৱে। যথা :

(১) যদি $v^2 < \frac{v_E^2}{2}$ হয়, অৰ্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 7.88 kms^{-1} অপেক্ষা কম হয়, তবে তা উপবৃত্তাকাৰ পথে পৃথিবী প্ৰদক্ষিণ কৰবে এবং অবশেষে পৃথিবীতে ফিরে আসবে [চিত্ৰ ৭.১৮-এ (ক)]।

(২) যদি $v^2 = \frac{v_E^2}{2}$ হয় অৰ্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 7.88 kms^{-1} হয়, তবে বস্তুটি বৃত্তাকাৰ পথে পৃথিবীকে প্ৰদক্ষিণ কৰবে এবং টাদেৱ মত উপগ্ৰহে পৱিণ্ডি হবে [চিত্ৰ ৭.১৮-এ (খ)]।

(৩) যদি $v^2 > \frac{v_E^2}{2}$ কিন্তু $< v_E^2$ হয়, অৰ্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 7.88 kms^{-1} হতে 11.2 kms^{-1} এৰ মধ্যে থাকে, তবে পৃথিবীকে একটি ফোকাসে রেখে তা উপবৃত্তাকাৰ পথে পৃথিবী প্ৰদক্ষিণ কৰতে থাকবে [চিত্ৰ ৭.১৮-এ (গ)]।

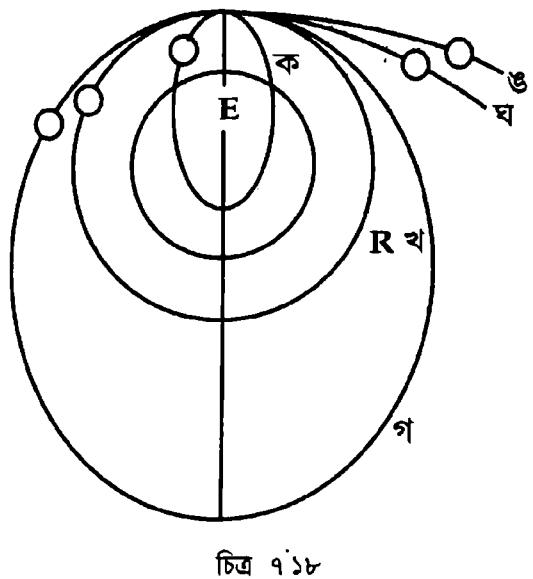
(৪) যদি $v = v_E$ হয়, অৰ্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 11.2 kms^{-1} অৰ্থাৎ মুক্তি বেগেৰ সমান হয়, তবে বস্তুটি একটি অধিবৃত্ত পথে পৃথিবী পৃষ্ঠ ছেড়ে যায় এবং তা পৃথিবীৰ আকৰ্ষণ ক্ষেত্ৰ অতিক্ৰম কৰে বাইৱে চলে যাবে [চিত্ৰ ৭.১৮-এ (ঘ)]।

(৫) যদি $v > v_E$ হয়, অৰ্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ মুক্তি বেগ অপেক্ষা বেশি হয়, তবে বস্তু পৱাবৃত্ত পথে পৃথিবী-পৃষ্ঠ ছেড়ে যায় এবং তা আৱ পৃথিবীতে ফিরে আসে না [চিত্ৰ ৭.১৮-এ (ঙ)]।

৭.২৩ স্বাভাৱিক ও কৃত্ৰিম উপগ্ৰহ Natural and artificial satellites

সূচনা : আমৱা জানি সূৰ্য ও তাৱ চাৱদিকেৰ গ্ৰহ, উপগ্ৰহ, উঞ্চা, নীহারিকা ইত্যাদি নিয়ে যে জগৎ তাৱ নাম সৌৱজ্ঞগৎ। সৌৱজ্ঞগতেৱ কেন্দ্ৰে থাকে সূৰ্য। আৱ গ্ৰহগুলো সূৰ্যকে কেন্দ্ৰ কৰে তাৱ চাৱদিক প্ৰদক্ষিণ কৰছে। গ্ৰহগুলোকে কেন্দ্ৰ কৰে উপগ্ৰহগুলো তাদেৱ চাৱদিকে ঘূৱছে। যেমন পৃথিবী একটি গ্ৰহ। এটি সূৰ্যেৰ চাৱদিকে ঘূৱছে। চন্দ্ৰ পৃথিবীৰ একটি উপগ্ৰহ। চন্দ্ৰ পৃথিবীৰ চাৱদিক প্ৰদক্ষিণ কৰছে।

স্বাভাৱিক উপগ্ৰহ : যে সব বস্তু বা জ্যোতিক্ষণ গ্ৰহেৰ চাৱদিকে ঘোৱে, তাদেৱকে উপগ্ৰহ বলে। যে সব উপগ্ৰহ প্ৰাকৃতিক কাৱণে সৃষ্টি তাদেৱকে স্বাভাৱিক উপগ্ৰহ বলে। যেমন চন্দ্ৰ প্ৰাকৃতিক কাৱণে সৃষ্টি হয়েছে। এটি



চিত্ৰ ৭.১৮

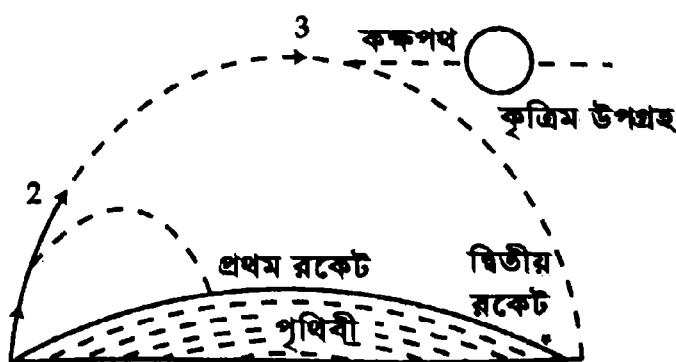
পৃথিবীর চারদিকে ঘূরছে। অতএব চন্দ্র বা চাঁদ পৃথিবীর একটি স্বাভাবিক উপগ্রহ। তেমনি অন্যান্য গ্রহগুলোরও স্বাভাবিক উপগ্রহ রয়েছে।

কৃত্রিম উপগ্রহ : আমরা জানি সৌরজগৎ নামে একটি জগৎ রয়েছে যার কেন্দ্রে থাকে সূর্য। সূর্য হতে ছিটকে আসা কতকগুলো জ্যোতিশক্তি সূর্যকে প্রদক্ষিণ করছে। এদের নাম গ্রহ (planet)। পৃথিবী সূর্যের একটি গ্রহ। পুনঃ, গ্রহ হতে ছিটকে আসা কতকগুলো জ্যোতিশক্তি গ্রহগুলোকে প্রদক্ষিণ করছে। এদের নাম উপগ্রহ (satellite)। চাঁদ পৃথিবীর একটি উপগ্রহ যা প্রায় ৩০ দিনে পৃথিবীকে একবার প্রদক্ষিণ করে। সৃষ্টির আদিকাল থেকেই মানুষের মনে কৌতুহল জাগছে কি করে চাঁদ পৃথিবীর চারদিকে ঘূরছে। এই প্রশ্নের জবাবে বিজ্ঞানীরা বলেছেন অভিকর্ষের দরুন চাঁদের উপর পৃথিবীর কেন্দ্রমুখী বল এর কারণ। এই কেন্দ্রমুখী বল যদি না থাকত, তাহলে চাঁদ মহাশূন্যে মিলিয়ে যেত। পৃথিবীর চারদিকে চাঁদের প্রদক্ষিণের দরুন সূক্ষ্ম কেন্দ্রমুখী বল পৃথিবী কর্তৃক প্রযুক্ত কেন্দ্রমুখী বলের সমান ও বিপরীত হওয়ায় চাঁদ সোজা না গিয়ে পৃথিবীর চারদিকে বৃত্তাকার পথে ঘূরছে। এই তত্ত্বের উপর ভিত্তি করে মানুষ মহাশূন্যে পাড়ি দেয়ার জন্যে যে উপগ্রহ তৈরি করেছে, তার নাম কৃত্রিম উপগ্রহ।

1957 সালের 4th অক্টোবর রাশিয়ার বিজ্ঞানীরা সর্বপ্রথম মহাশূন্যে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পাঠান। এর নাম স্পুটনিক-১। সে বছরেই আরো একটি কৃত্রিম উপগ্রহ মহাশূন্যে পাঠান হয়। এর নাম স্পুটনিক-২। এই সময় আমেরিকার বিজ্ঞানীরা পেছনে ছিলেন না। তাঁরাও 1958 সালে মহাশূন্যে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ উৎক্ষেপণ করেন। এর নাম এক্সপ্লোরার-১। এমনিভাবে মহাশূন্যে কৃত্রিম উপগ্রহ পাঠিয়ে পৃথিবী তথা সৌরজগতের নানা রকম রহস্য উদঘাটনের কাজ চলছে। রাশিয়ার বিখ্যাত বিজ্ঞানী ইউরি গ্যাগারিন ভস্টক-১ কৃত্রিম উপগ্রহের সাহায্যে সর্বপ্রথম মহাশূন্যে বিচরণ করেন।

পরীক্ষার সাহায্য দেখা গেছে যে কোন একটি বস্তুকে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে প্রায় ৯৩০ km উপরে তুলে ৪.০৫ km s^{-1} হতে ১১.১ km s^{-1} বেগে মহাশূন্যে উৎক্ষেপণ করলে তা পৃথিবীর একটি কৃত্রিম উপগ্রহ হিসেবে চাঁদের মত পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে। কিন্তু কোন বস্তুকে এত উপরে তুলে এত বেশি বেগ দেয়া সম্ভব নয়। কারণ বাযুমন্তরের সাথে এর ঘর্ষণে এত অধিক তাপ উৎপন্ন হবে যে কৃত্রিম উপগ্রহটি পুড়ে ভঙ্গিভূত হবে। তাই বাযুতে এত বেশি বেগ না দিয়ে বাযুমন্তর অতিক্রম করার পর কৃত্রিম উপগ্রহে এত বেশি বেগ প্রদান করা হয় এবং তা প্রদান করা হয় একটি রকেটের সাহায্যে তিনটি ধাপে। কৃত্রিম উপগ্রহটি বসানো হয় রকেটের নাকের ডগায় এবং জ্বালানি ও অন্যান্য যন্ত্রপাতি বসানো হয় রকেটের ভেতরে। ধাপগুলো নিম্নরূপ :

সবচেয়ে নিচু স্তুরের রকেটটি সর্বপ্রথমে
কাজ শুরু করে। এটি উপগ্রহ ও অপর দুটি স্তরের
রকেটসহ খালিকটা খাড়া উপরে উঠে আস্তে
আস্তে বাঁক নিতে থাকে। এই ধাপ প্রয়োজনীয়
বেগের $\frac{1}{6}$ অংশ যোগানের পর থেকে পড়ে। এই সময়
দ্বিতীয় ধাপ কাজ শুরু করে এবং এই ধাপটি
উপগ্রহটির বেগের প্রায় $\frac{1}{3}$ অংশ যোগানোর পর থেকে
পড়ে। তার পর শুরু হয় তৃতীয় ধাপের কাজ। এই
ধাপটি উপগ্রহটিতে প্রয়োজনীয় বেগ প্রদান করে
নিজে থেকে পড়ে। উপগ্রহটি তখন পৃথিবী প্রদক্ষিণ
করতে শুরু করে।



চিত্র ৭.১৯

৭.২৪ বৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ কালে কৃত্রিম উপগ্রহের কক্ষীয় বেগ, আবর্তন কাল এবং উচ্চতার রাশিমালা

Expression for orbital velocity, time period and height of an artificial satellite rotating around the earth in a circular path

(ক) বেগ : মনে করি m ভৱের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃষ্ঠা হতে h উচ্চতায় অবস্থান করে v বেগে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। এখানে উপগ্রহটির উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল = উপগ্রহটির ঘূর্ণনের জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল। মনে করি পৃথিবীর ভর M এবং এর ব্যাসার্ধ R ।

$$\text{উপগ্রহটির উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল } F = \frac{GMm}{(R+h)^2} \quad (37)$$

এটি পৃথিবীর কেন্দ্রাভিমুখী ক্ষিয়া করছে। পুনঃ, উপগ্রহটির ঘূর্ণনের জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল

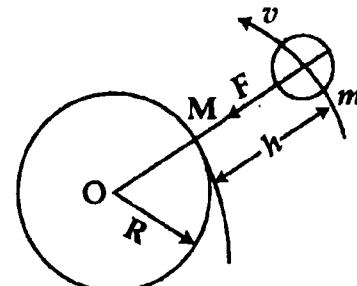
$$F' = \frac{mv^2}{(R+h)} \quad (38)$$

গতির সাম্যাবস্থা হতে পাই $F = F'$

$$\frac{mv^2}{(R+h)} = \frac{GMm}{(R+h)^2}$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{GM}{(R+h)}$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}} \dots \quad (39)$$



চিত্র ৭.২০

এটিই হল h উচ্চতায় উপগ্রহটির প্রদক্ষিণ বেগ।

উল্লেখ্য কক্ষপথের ব্যাসার্ধ কম হলে বেগ কম হবে। শুধু তাই নয় সমীকরণে m না থাকায় উপগ্রহটির বেগ এর ভৱের উপর নির্ভর করে না।

(খ) আবর্তনকাল বা পর্যায়কাল :

মনে করি কৃত্রিম উপগ্রহটির আবর্তন বা পর্যায়কাল = T , যদি উপগ্রহটির কৌণিক বেগ ω হয়, তবে

$$v = \omega \times \text{বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ}$$

$$\text{বা, } v = \omega (R+h)$$

$$\text{বা, } v = \frac{2\pi}{T} (R+h)$$

$$\text{বা, } T = \frac{2\pi}{v} (R+h)$$

উক্ত সমীকরণে v এর মান বসিয়ে পাই

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{\sqrt{\frac{GM}{(R+h)}}}$$

$$\text{বা, } T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

(40)

এটিই হল কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তন কালের রাশিমালা।

(গ) কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা :

মনে করি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা = h

সমীকরণ (40)-এর উভয় পার্শ্বকে বর্গ করে পাই

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{(R + h)^3}{GM}$$

$$\text{বা, } (R + h)^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

$$\text{বা, } R + h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R \quad (41)$$

এটিই হল কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতার মাপিয়ালা এবং আবর্তনকাল ও উচ্চতার মধ্যে সম্পর্ক।

৭.২৫. ভূ-স্থির উপগ্রহ

Geostationary satellite

আমরা জানি পৃথিবী 24 ঘণ্টায় তার অক্ষের চারদিকে একবার ঘুরে আসে। এর নাম আঙ্কিক গতি যার ফলে দিবা-রাত্রি হয়। কোন কৃত্রিম গ্রহের আবর্তন কাল এবং নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান পৃথিবীর আবর্তন কাল সমান হলে পৃথিবী পৃষ্ঠের একজন পর্যবেক্ষকের কাছে একে সব সময়ই স্থিতিশীল মনে হবে। পৃথিবীর যে স্থানের থাড়া উপর থেকে একে বৃত্তাকার কক্ষপথে স্থাপন করা হয় এটি পৃথিবীর ঐ স্থানের উপরই সব সময় স্থিতিশীল আছে বলে মনে হবে। এর নামই ভূ-স্থির উপগ্রহ এবং যে কক্ষপথে কৃত্রিম উপগ্রহ স্থিতিশীল থাকে তাকে পার্কিং (parking) কক্ষপথ বলে।

সংজ্ঞা : কোন কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান পৃথিবীর আবর্তনকালের সমান হলে পৃথিবী সাপেক্ষে এটি স্থির থাকবে। এই ধরনের উপগ্রহকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে। ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

মনে করি পৃথিবীর কেন্দ্রের সাথে এককেন্দ্রিক ভাবে নিরক্ষতলে (In the plane of equator) m ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিকে ঘুরছে। উপগ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ r এবং কক্ষপথে উপগ্রহের গতিবেগ এর উপর কেন্দ্রমুখী বা কেন্দ্রবিমুখী বল $F = \frac{mv^2}{r}$ (42)

পুনঃ, পৃথিবীর ভর M হলে মহাকর্ষীয় বল

$$F' = \frac{GMm}{r^2} \quad (43)$$

$$F = F'$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$$

$$\text{বা } v^2 = \frac{GM}{r}$$

(44)

কিন্তু অভিকর্ষীয় ভূরণ

$$g = \frac{GM}{R^2}, \text{ এখানে } R = \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ এবং } g = \text{ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ভূরণ}$$

$$\text{বা, } GM = gR^2$$

$$v^2 = \frac{gR^2}{r}$$

$$\text{বা, } v = R \sqrt{\frac{g}{r}} \quad (45)$$

যদি কৃত্রিম উপগ্রহের কক্ষপথ বরাবর আবর্তন কাল T হয়, তবে

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{R \sqrt{\frac{g}{r}}} = \frac{2\pi r^{3/2}}{R \sqrt{g}}$$

অর্থাৎ আবর্তন কাল

$$T = \frac{2\pi r^{3/2}}{R \sqrt{g}} \quad (46)$$

এখন কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তন কাল এবং পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারদিকের আবর্তন কাল সমান হলে পৃথিবী থেকে উপগ্রহটিকে একই স্থানে স্থির দেখা যায়। এর নাম ভূ-স্থির উপগ্রহ এবং এই কক্ষপথের নাম পার্কিং কক্ষপথ। উল্লেখ্য, পার্কিং কক্ষপথে রিলে উপগ্রহ স্থাপন করে পৃথিবীর এক স্থানের সংবাদ, খেলাধূলা, বিভিন্ন অনুষ্ঠান ইত্যাদি পৃথিবীর অন্য স্থানে ধারাবাহিকভাবে দেখানো যায়।

৭.২৬ কৃত্রিম উপগ্রহের ব্যবহার Uses of artificial satellite

আধুনিক বিজ্ঞানের যুগে কৃত্রিম উপগ্রহের বহুল ব্যবহার রয়েছে। ব্যবহারগুলো নিচে উল্লেখ করা হল :

- (১) পৃথিবীর আকার ও আকৃতি সম্পর্কিত ভূ-জরিপ করা যায়।
- (২) এর সাহায্যে ভূ-পৃষ্ঠের এলাকা সম্পর্কে বেতার ও টেলিভিশনের মাধ্যমে তথ্য প্রদান করা যায়।
- (৩) উচ্চ বায়ুমণ্ডলের চাপ, তাপমাত্রা বা গঠন নির্ণয় করা যায়।
- (৪) উর্ধ্বাকাশের আয়নমণ্ডল, কসমিক বিকিরণ, চার্জিত কণিকার ভ্যান আসেল বেষ্টনী, সৌর বিকিরণের প্রভাব ইত্যাদি সম্পর্কে তথ্য সংগ্রহ করা যায়।
- (৫) আবহাওয়া সম্পর্কীয় নিরীক্ষণ ও পূর্বাভাস পাওয়া যায়।
- (৬) বহির্বিশ্বে রন্ধনে রশ্মি, গামারশ্মি ইত্যাদির উৎস সংক্রান্ত ও জ্যোতির্বিজ্ঞানের অন্যান্য গবেষণা চালানো যায়।
- (৭) প্রতিরক্ষামূলক পাহারা ও বিভিন্ন সামরিক ব্যবস্থায় এটি ব্যবহৃত হয়।
- (৮) আন্তর্মহাদেশীয় যোগাযোগে এটি ব্যবহার করা হয়।
- (৯) পৃথিবীর যে-কোন দেশে অনুষ্ঠিত খেলাধূলা বা যে-কোন অনুষ্ঠান ধারাবাহিকভাবে টেলিভিশনের মাধ্যমে দেখানো হয়।
- (১০) কৃত্রিম উপগ্রহের সাহায্যে সমুদ্রের গভীরতা নির্ণয় করা যায়।

মহাশূন্যচারীর ওজনহীনতা :

আমরা জানি, ওজন, $W = mg$ । অর্থাৎ, ভর \times অভিকর্ষ ভূরণের গুণফল হল ওজন। বস্তুর ভর নির্দিষ্ট। মানুষের ভরও নির্দিষ্ট। কিন্তু g-এর মান তারতম্য হলে ওজন কম-বেশি হয়।

মহাশূন্যচারীরা খেয়ায়ানে পৃথিবী থেকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করে। এই বৃত্তাকার গতির জন্য পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে ঐ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ভূরণের মানের সমান মানের একটি ভূরণ সৃষ্টি হয়। ফলে এই মহাশূন্য যানের দেওয়াল বা পাটাতনের সাপেক্ষে মহাশূন্যচারীর ভূরণ ($g - g$) = 0 হয়। তাই মহাশূন্যচারীর ওজন $W = m \times 0 = 0$ ।

৭.২৭ গ্রহের গতি

Motion of planets

গ্রহেক গ্রহ সূর্যকে কেন্দ্র করে মোটামুটি বৃত্তাকার কক্ষপথে সূর্যের চতুর্দিকে পরিভ্রমণ করছে। গ্রহের উপর সূর্যের মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল হতে প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বলের উভয় হয়।

ধরা যাক m ভরের একটি গ্রহ সূর্যকে কেন্দ্র করে, r ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে v সমন্বিতে পরিভ্রমণ করছে এবং সূর্যের ভর M ; তা হলে তাদের মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ = $\frac{GMm}{r^2}$

$$\text{গ্রহের বৃত্তাকার গতির জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল} = \frac{mv^2}{r}$$

$$\therefore \frac{GmM}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad \text{বা, } M = \frac{v^2 r}{G}$$

$$\text{গ্রহটি সূর্যের চতুর্দিকে } T \text{ সময়ে একবার পরিভ্রমণ করলে, } v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\left[v = \omega r = \frac{2\pi r}{T} \right]$$

$$M = \frac{v^2 r}{G} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

$$M = \frac{\sqrt{v^2 r}}{G} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

(47)

T এবং r জানা থাকলে সূর্যের ভর M নির্ণয় করা যায়।

সূর্যের ভর : পৃথিবী সূর্যের চারদিকে পরিভ্রমণ করছে। পৃথিবীর পর্যায়কাল T প্রায় 365 দিন = $365 \times 24 \times 60 \times 60$ সেকেন্ড এবং পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে সূর্যের দূরত্ব = $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ ।

সমীকরণ (47)-এ মানগুলো বসিয়ে আমরা পাই

$$\text{সূর্যের ভর, } M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4 \times 9.87 \times (1.5 \times 10^{11})^3}{6.673 \times 10^{-11} \times (365 \times 24 \times 60 \times 60)^2} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$$

স্মরণিকা

মহাকর্ষ : নভোমণ্ডলে অবস্থিত দুটি বস্তু বা বস্তুকণার মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে।

অভিকর্ষ বা মাধ্যাকর্ষণ : পৃথিবী এবং অন্য একটি বস্তু বা বস্তুকণার মধ্যকার আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষণ বা মাধ্যাকর্ষণ বলে।

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র : মহাবিশ্বের যে কোন দুটি বস্তুকণা পরস্পরকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বল বস্তু দুটির ভরের গুণফলের সমানুপাতিক, তাদের দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক এবং বস্তু দুটির সংযোগকারী সরলরেখা বরাবর ক্রিয়াশীল।

মহাকর্ষীয় শ্রবক, G : একক ভরবিশিষ্ট দুটি বস্তুকণা একক দূরত্বে থেকে যে পরিমাণ বল দ্বারা পরস্পরকে আকর্ষণ করে তার সংখ্যাগত মানকে মহাকর্ষীয় শ্রবক বলে। একে G দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

অভিকর্ষজ বা অভিকর্ষীয় ত্বরণ : কোন স্থানে অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে পড়স্তু বস্তুর বেগ যে হারে বৃদ্ধি পায় তাকে এই স্থানের অভিকর্ষজ বা অভিকর্ষীয় ত্বরণ বলে। অধিবা, বস্তুতে অভিকর্ষ বল কর্তৃক যে ত্বরণ উৎপন্ন হয় তাকে অভিকর্ষজ/ত্বরণ বলে।

ভর : কোন একটি বস্তুতে যে পরিমাণ পদার্থ আছে, তাকে তার ভর বলে।

ওজন : কোন একটি বস্তু যে পরিমাণ বল দ্বারা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকৃষ্ট হয় তাকে তার ওজন বলে।

অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র : বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন যে বিশেষ বিন্দুর মধ্য দিয়ে বস্তুর ওপর সর্বদা ক্রিয়া করে ঐ বিন্দুকে অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র বলে।

ভরকেন্দ্র : বস্তুর কণাগুলোর সমস্ত ভরকে একটি মাত্র বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত মনে করলে ঐ বিন্দুর মধ্য দিয়ে সমস্ত কণার ওপর তাদের ভরের সমানুপাতিক ক্রিয়ারত সমান্তরাল বলসমূহের লক্ষ্য ক্রিয়া করে বলে বিবেচিত হয়। ঐ বিন্দুকে বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে।

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য : মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে একক ভরের কোন বস্তু স্থাপন করলে তার উপর যে বল প্রযুক্ত হয় তাকে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য বলে।

মহাকর্ষীয় বিভব : অসীম দূর থেকে একক ভৱের কোন বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্ৰের কোন বিশ্বতে আনতে যে পল্লিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ বিশ্বের মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

কেপলার-এর সূত্র :

- (১) **উপবৃষ্টি সূত্র :** প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে উপবৃষ্টের নাভিতে রেখে একটি উপবৃষ্টাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে।
- (২) **ক্ষেত্ৰফল সূত্র :** গ্রহ এবং সূর্যের সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা সমান সময়ে সমান সমান ক্ষেত্ৰফল অতিক্রম কৰে।
- (৩) **সময়ের সূত্র :** প্রতিটি গ্রহের পর্যায় কালের বৰ্গ সূর্য হতে তার গড় দূৰত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

মুক্তি বেগ : কোন বস্তুকে ন্যূনতম যে বেগে উৎক্ষেপ কৰলে তা আৰু পৃথিবী পৃষ্ঠে ফিরে আসে না তাকে মুক্তি বেগ বলে।

ডু-স্থিৰ উপগ্রহ : কোন কৃত্রিম উপগ্রহের আবৰ্তনকাল নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূৰ্ণায়মান পৃথিবীৰ আবৰ্তনকালেৰ সমান হলে পৃথিবী সাপেক্ষে এটি স্থিৰ থাকবে। এ ধৰনেৰ উপগ্রহকে ডু-স্থিৰ উপগ্রহ বলে।

পাৰ্কিং কক্ষপথ : ডু-স্থিৰ উপগ্রহেৰ কক্ষপথকে পাৰ্কিং কক্ষপথ বলে।

প্রয়োজনীয় সমীকৰণ

$$\text{মহাকর্ষ বলেৰ মৰ্মন}, F = G \frac{m_1 \times m_2}{d^2} \quad (1)$$

$$\text{মহাকর্ষীয় প্ৰকক}, G = \frac{F \times d^2}{m_1 m_2} \quad (2)$$

$$\text{ডু-গৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ তুৱণ}, g = \frac{GM}{R^2} \quad (3)$$

$$g = \frac{4}{3} \pi G R \rho \quad (4)$$

$$\text{ডু-গৃষ্ঠ হতে } h \text{ উচ্চতায় অভিকৰ্ষজ তুৱণ}, g_h = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad (5)$$

$$g_h = g \left(1 - \frac{2h}{R} \right), \text{ যখন } h \ll R \quad (6)$$

$$\text{ডু-গৃষ্ঠেৰ অভ্যন্তৰে অভিকৰ্ষজ তুৱণ}, g_d = \frac{4}{3} \pi G (R-h) \rho \quad (7)$$

$$g_d = g \left(1 - \frac{h}{R} \right) \quad (8)$$

$$\text{পৃথিবীৰ ভৱ}, M = \frac{g R^2}{G} \quad (9)$$

$$\text{পৃথিবীৰ ঘনত্ব}, \rho = \frac{3g}{4\pi G R} \quad (10)$$

$$\text{বস্তুৰ ওজন}, W = mg \quad (11)$$

$$\text{মহাকর্ষীয় প্ৰাবল্য}, E = \frac{GM}{r^2} \quad (12)$$

$$\checkmark \text{মহাকর্ষীয় বিভব}, V = -\frac{GM}{r} \quad (13)$$

$$\text{মহাকর্ষীয় প্ৰাবল্য ও বিভবেৰ সম্পর্ক}: E = -\frac{dV}{dr} \quad (14)$$

$$\text{মুক্তি বেগ}, v_E = \sqrt{2g} \quad (15)$$

$$\checkmark \text{উপগ্রহেৰ কক্ষীয় বেগ}, v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \quad (16)$$

$$\checkmark \text{কৃত্রিম উপগ্রহেৰ আবৰ্তন কাল}, T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}} \quad (17)$$

$$\checkmark \text{কৃত্রিম উপগ্রহেৰ উচ্চতা}, h = \left(\frac{GM T^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} - R \quad (18)$$

সমাধানকৃত উদাহরণ

১) ০.১ kg এবং ০.২ kg ভরের দুটি বস্তু ১ m দূরে অবস্থিত। বস্তু দুটি একে অপরকে কত বলে আকর্ষণ করবে? [$G = 6.66 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$]

$$\text{মনে করি } \text{বল} = F$$

$$\text{আমরা পাই, } F = G \frac{m_1 \times m_2}{d^2} \quad (1)$$

মানগুলো সমীকরণ (1)-এ বসিয়ে পাই,

$$F = 6.66 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times \frac{0.1 \text{ kg} \times 0.2 \text{ kg}}{(1 \text{ m})^2}$$

$$= 13.32 \times 10^{-13} \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } \\ m_1 &= 0.1 \text{ kg} \\ m_2 &= 0.2 \text{ kg} \\ d &= 1 \text{ m} \\ G &= 6.66 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \end{aligned}$$

২) পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্ত্বণ 9.8 ms^{-2} । তৃ-পৃষ্ঠ থেকে $6.4 \times 10^5 \text{ m}$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্ত্বণের মান বের কর। [ঘ. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$\text{পৃথিবী পৃষ্ঠে, } g = \frac{GM}{R^2} \quad (1)$$

এবং পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায়,

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad (2)$$

সমীকরণ (2) ও (1) থেকে পাই,

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{GM}{(R+h)^2}}{\frac{GM}{R^2}} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$\text{বা, } g' = \frac{R^2}{(R+h)^2} g$$

$$\therefore g' = \frac{(6.4 \times 10^6)^2}{(6.4 \times 10^6 + 6.4 \times 10^5)^2} \times 9.8$$

$$= 8.099 \text{ ms}^{-2}$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } \\ R &= 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ h &= 6.4 \times 10^5 \text{ m} \\ g &= 9.8 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

৩) পৃথিবীকে $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধের এবং 5.5 gm/cc ঘনত্বের গোলক মনে করে এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্ত্বণ নির্ণয় কর। [$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2/\text{kg}^2$]

[ব. বো. ২০০৩]

মনে করি, অভিকর্ষজ ত্ত্বণ = g

$$\text{আমরা জানি, } \rho = \frac{3g}{4\pi GR}$$

$$\text{বা, } g = \frac{4\pi\rho GR}{3}$$

$$= \frac{4 \times 3.141 \times 5.5 \times 10^3 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 6.4 \times 10^6}{3}$$

$$= 9.83 \text{ ms}^{-2}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} R &= 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ \rho &= 5.5 \text{ gm/cc} \\ &= 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \\ G &= 6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2/\text{kg}^2 \end{aligned}$$

৪) পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$ ও মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2 \text{ kg}^{-2}$ থেকে এর গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর। [ঢ. বো. ২০০১]

$$\text{আমরা জানি, } \rho = \frac{3g}{4\pi GR}$$

$$\rho = \frac{3 \times 9.8}{4 \times 3.14 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 6.4 \times 10^6}$$

$$= 5.48 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} R &= 6.4 \times 10^3 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ G &= 6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2 \text{ kg}^{-2} \\ g &= 9.8 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

(৫) পৃথিবীকে 6400 km ব্যাসার্ধের একটি গোলক ধরলে তৃ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের শান্ত তৃ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মানের $\frac{1}{64}$ অংশ হবে।

[সি. বো. ২০০৬ (মান তিনি)]

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad (1)$$

$$h \text{ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ}, g' = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$\frac{g'}{g} = \frac{GM}{(R+h)^2} \times \frac{R^2}{GM} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

$$\text{বা, } \frac{g/64}{g} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \quad \text{বা, } \frac{1}{64} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

$$\text{বা, } \left(\frac{R+h}{R}\right)^2 = 64 = 8^2 \quad \text{বা, } \frac{R+h}{R} = 8$$

$$1 + \frac{h}{R} = 8$$

$$\frac{h}{R} = 8 - 1 = 7$$

$$h = 7R = 7 \times 6.4 \times 10^6 = 44.8 \times 10^6 \text{ m}$$

$$= 4.48 \times 10^4 \text{ km}$$

এখানে,

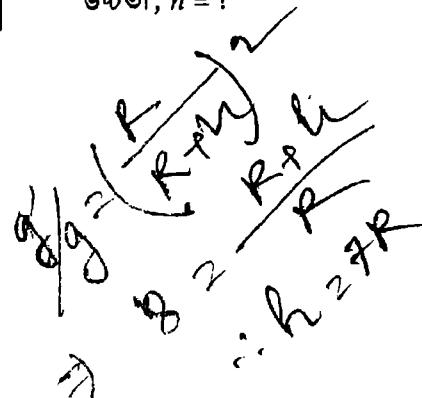
$$\begin{aligned} \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ}, R &= 6400 \text{ km} \\ &= 6400 \times 10^3 \text{ m} \\ &= 6.4 \times 10^6 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{তৃ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ} = g$$

$$h \text{ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ}, g' = \frac{g}{64}$$

$$\text{পৃথিবীর ভর} = M$$

$$\text{উচ্চতা}, h = ?$$



(৬) বৃহস্পতির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $1.9 \times 10^{27} \text{ kg}$ এবং $7 \times 10^7 \text{ m}$ হলে এর মুক্তি বেগ নির্ণয় কর।

[ব. বো. ২০০৪]

আমরা জানি, মুক্তি বেগ

$$v_E = \sqrt{2gR} \quad (1)$$

$$\text{আবার, } g = \frac{GM}{R^2} \quad (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

এখানে,

$$\text{বৃহস্পতির ভর}, M = 1.9 \times 10^{27} \text{ kg}$$

$$\text{বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ}, R = 7 \times 10^7 \text{ m}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রবক}, G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$v_E = \sqrt{\frac{2 \times GM}{R^2}} \times R = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$v_E = \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 1.9 \times 10^{27}}{7 \times 10^7}}$$

$$= 6.02 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$$

(৭) একটি বস্তুর ভর 12 মিলিগ্রাম। পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে বস্তুটি কত বলে আকর্ষিত হবে? অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$.

[চ. বো ২০০৪]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} F &= mg \\ &= 12 \times 10^{-6} \times 9.8 \\ &= 117.6 \times 10^{-6} \text{ N} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} m &= 12 \text{ মিলিগ্রাম} = 12 \times 10^{-6} \text{ kg} \\ g &= 9.8 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

(৮) একটি বস্তুর ওজন পৃথিবীতে 56.84 N ও চন্দ্রে 9.8 N । চন্দ্র অপেক্ষা পৃথিবীতে অভিকর্ষীয় ত্বরণ কত গুণ?

ধরি অভিকর্ষীয় ত্বরণ পৃথিবীতে g_e ও চন্দ্রে g_m এবং বস্তুর ভর M ।

তাহলে, বস্তুটির ওজন, পৃথিবীতে, $F_e = Mg_e$ ও চন্দ্রে, $F_m = Mg_m$

$$\frac{Mg_e}{Mg_m} = \frac{56.84 \text{ N}}{9.8 \text{ N}} = 5.8$$

$$\text{কাজেই, } \frac{g_e}{g_m} = 5.8$$

এখানে,

$$F_e = 56.84 \text{ N}$$

$$F_m = 9.8 \text{ N}$$

মহাকর্ষ

বইয়ের কথা

১) চন্দ্রের তর m পৃথিবীর তর M -এর $\frac{1}{80}$ ভাগ ও চন্দ্রের ব্যাসার্ধ r পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R -এর $\frac{1}{4}$ ভাগ। চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

মনে করি পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $= g_e$ এবং চন্দ্র পৃষ্ঠে $= g_m$

$$\text{আমরা পাই, } g_e = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{ও } g_m = \frac{Gm}{r^2}$$

$$\therefore \frac{g_m}{g_e} = \frac{m}{M} \times \left(\frac{R}{r}\right)^2$$

প্রশ্নানুসারে, $M = 80m$ ও $R = 4r$

$$\frac{g_m}{g_e} = \frac{1}{80} \times (4)^2 = \frac{1}{5}$$

$$\text{বা, } g_m = \frac{1}{5} g_e$$

২) পৃথিবীর তর চন্দ্রের তরের 81 গুণ এবং তাদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব $R = 38.6 \times 10^4$ km। চন্দ্র ও পৃথিবীর সংযোগকারী রেখার কোথায় কোন বস্তুর উপর উভয়ের টান সমান হবে?

$$\text{আমরা পাই, } F = \frac{Gm_1 m_2}{d^2}$$

ধরি পৃথিবী ও চন্দ্রের তর যথাক্রমে M_e ও M_m এবং পৃথিবীর কেন্দ্র হতে নির্ণেয় দূরত্ব $= r$ । তাহলে এই স্থানে m_0 তরের যে-কোন বস্তুর উপর টান,

$$F = \frac{GM_e}{r^2} \times m_0 = \frac{GM_m}{(R-r)^2} \times m_0$$

$$\text{বা, } \frac{R-r}{r} = \left(\frac{R}{r}-1\right) = \sqrt{\frac{M_m}{M_e}} = \sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9}$$

$$\text{বা, } \frac{R}{r} = \frac{1}{9} + 1 = \frac{10}{9}$$

$$r = \frac{9}{10} \times R = \frac{9}{10} \times 38.6 \times 10^4 \text{ km} \\ = 34.74 \times 10^4 \text{ km}$$

$$\text{এখানে, } \frac{M_e}{M_m} = 81$$

$$R = 38.6 \times 10^4 \text{ km}$$

৩) পৃথিবীকে 6.4×10^6 m ব্যাসার্ধের এবং $5.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ঘনত্বের একটি গোলক বিবেচনা করে এর পৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$V = -\frac{GM}{R}$$

$$\text{আবার পৃথিবীর তর, } M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$$

$$V = -\frac{G \cdot 4\pi R^3 \rho}{3R}$$

$$= -\frac{4}{3} \pi G R^2 \rho$$

$$= -\frac{4}{3} \times 3.14 \times 6.67 \times 10^{-11} \times (6.4 \times 10^6)^2 \times 5.5 \times 10^3$$

$$= -6.32 \times 10^7 \text{ N m kg}^{-1} = -6.32 \times 10^7 \text{ J kg}^{-1}$$

এখানে,

$$\text{ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{ঘনত্ব, } \rho = 5.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় বিভব, } V = ?$$

$$P = ?$$

=

৪) পৃথিবীর অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ এবং ব্যাসার্ধ $R = 6400 \text{ km}$ । একটি বস্তুর মুক্তিবেগ নির্ণয় কর।

য. বো. ২০০২; চ. বো. ২০০৩; কু. বো. ২০০১; ব. বো. ২০০১

মনে করি মুক্তিবেগ $= v_e$

$$\text{আমরা পাই, } v_e = \sqrt{2gR}$$

$$\text{নির্ণয় বেগ, } v_e = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 64 \times 10^5 \text{ m}}$$

$$= 11.2 \times 10^3 \text{ ms}^{-1} = 11.2 \text{ kms}^{-1}$$

$$\text{এখানে, } R = 6400 \text{ km} \\ = 64 \times 10^5 \text{ m}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

(৩) মঙ্গল গ্রহের ব্যাস 6000 km এবং এর পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণ 3.8 ms^{-2} । মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠ হতে একটি বস্তুর মুক্তিবেগ নির্ণয় কর। [ঢ. বো. ২০০৬]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v_e &= \sqrt{2gR} \\ &= \sqrt{2 \times 3.8 \times 3 \times 10^6} \\ &= 4.77 \times 10^3 \text{ ms}^{-1} \\ &= 4.77 \text{ kms}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{ব্যাস}, d = 6000 \text{ km} = 6 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ}, R = \frac{d}{2} = 3 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{ত্বরণ}, g = 3.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{মুক্তিবেগ}, v_e = ?$$

(৪) পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 700 km উর্ধে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ নির্ণয় কর। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং পৃথিবী পৃষ্ঠে $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$] [ঘ. বো. ২০০৬ (মান তিনি)]

মনে করি পৃথিবীর ভর = M , উপগ্রহের ভর = m , উপগ্রহের অনুভূমিক বেগ = v ও ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপগ্রহের উচ্চতা = h

$$\text{উপগ্রহের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল} = \frac{GMm}{(R+h)^2}$$

উপগ্রহের ঘূর্ণনের জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল = $\frac{mv^2}{(R+h)}$ । উপগ্রহের ঘূর্ণনের জন্য এই আকর্ষণ বলই প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল জোগায়।

$$\frac{GMm}{(R+h)^2} = \frac{mv^2}{R+h}$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{GM}{(R+h)}$$

$$\text{পুনরায়, পৃথিবী পৃষ্ঠে, } g = \frac{GM}{R^2}$$

$$v^2 = \frac{gR^2}{(R+h)} \quad (1)$$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{gR^2}{(R+h)}} \\ &= \sqrt{\frac{9.8 \text{ ms}^{-2} \times (64 \times 10^6 \text{ m})^2}{(64+7) \times 10^5 \text{ m}}} \\ &= 7519 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

(৫) পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ স্থাপন করলে, পৃথিবীর কোন একস্থান হতে এটি সর্বদা একই জায়গায় দেখা যাবে? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$)

উপগ্রহটি ভূ-স্থিত উপগ্রহ। সূতরাং উপগ্রহের আবর্তনকাল এবং পৃথিবীর আবর্তনকাল সমান।

$$\text{আমরা জানি, আবর্তনকাল } T = \frac{2\pi r^{3/2}}{R\sqrt{g}}$$

$$\text{বা, } T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{R^2 g}$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{T^2 R^2 g}{4\pi^2}$$

$$\text{বা, } r = \left(\frac{T^2 R^2 g}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\begin{aligned} r &= \left\{ \frac{(24 \times 60 \times 60)^2 \times (6.4 \times 10^6)^2 \times 9.8}{4 \times (3.142)^2} \right\}^{1/3} \\ &= 42,335 \text{ km} \end{aligned}$$

এখানে,

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$R = 6400 \text{ km} = 64 \times 10^6 \text{ m}$$

$$h = 700 \text{ km} = 7 \times 10^5 \text{ m}$$

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে উপগ্রহের উচ্চতা বা দূরত্ব, } r = ?$$

$$\text{পৃথিবীর আবর্তনকাল, } T = 24 \text{ hr} = 24 \times 60 \times 60 \text{ s}$$

~~Newton~~ ১৬১ একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর সাথে সমকেন্দ্রিকভাবে পৃথিবীর চতুর্দিক পরিভ্রমণ করছে। প্রমাণ কর যে, উপগ্রহটির মূল্য বেগ এর গতিবেগের 1.414 গুণ।

ধরা যাক, উপগ্রহটির ভর = m এবং এটি r_0 বেগে r_0 ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে পৃথিবীর চতুর্দিক পরিভ্রমণ করছে। এই অবস্থায় উপগ্রহের কেন্দ্রমুখী বল = উপগ্রহের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল।

$$\text{অর্থাৎ } \frac{mv_0^2}{r_0} = \frac{GMm}{r_0^2} \quad \text{এখানে } M = \text{পৃথিবীর ভর।}$$

$$\text{বা, } v_0^2 = \frac{GM}{r_0} \quad (1)$$

আবার, আমরা জানি, পৃথিবীর কেন্দ্র হতে r_0 দূরে অবস্থিত কোন বস্তুর মূল্যবেগ

$$v_e^2 = \frac{2GM}{r_0} \quad (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$\begin{aligned} v_e^2 &= 2v_0^2 \\ v_e &= \sqrt{2} v_0 = 1.414 v_0 \quad (\text{প্রমাণিত}) \end{aligned}$$

১৭। প্রমাণ কর যে,

(ক) অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের সংখ্যাগত মান সমান।

(খ) একটি ভারী বস্তু হতে অসীম দূরত্বে অবস্থিত কোন বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্য উভয়ের মান শূন্য।

(ক) মনে করি $M = \text{পৃথিবীর ভর}$ এবং $R = \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ}$ । অতএব পৃথিবী গৃহে অবস্থিত কোন বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = \frac{GM}{R^2}$ (1) এখানে $G = \text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক।}$

উক্ত বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য

$$E = \frac{GM}{R^2} \quad (2)$$

সমীকরণ (1) এবং (2) হতে পাই,

$$g = E \quad (3) \quad (\text{প্রমাণিত})$$

(খ) মনে করি ভারী বস্তুটির ভর = M

$$\text{বস্তু হতে } r \text{ দূরে অবস্থিত কোন বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব } V = -\frac{GM}{r} \dots \quad (1)$$

যদি বিন্দুটি অসীম দূরত্বে অবস্থিত হয়, তবে $r = \infty$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$V = -\frac{GM}{\infty} = -0 = 0 \quad (\text{শূন্য}) \quad (2)$$

পুনঃ, মহাকর্ষীয় প্রাবল্য

$$E = \frac{GM}{r^2} = \frac{GM}{(\infty)^2} = 0 \quad (3)$$

সমীকরণ (2) এবং (3) হতে আমরা পাই,

$$V = E = 0 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

(ঠ) পৃথিবী গৃহে 'g'-এর মান 9.8 ms^{-2} , পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ হলে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর।

[ঢ. বো. ২০০৫; কু. বো. ২০০৫; সি. বো. ২০০২; রা. বো. ২০০০

$$\text{আমরা জানি, } M = \frac{R^2 g}{G}$$

$$= \frac{(6.4 \times 10^6)^2 \times 9.8}{6.67 \times 10^{-11}}$$

$$= 6.018 \times 10^{24} \text{ kg}$$

দেয়া আছে,

$$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$M = ?$$

১৭। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় g -এর মান 4.9 ms^{-2} ? পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$. অভিকৰ্ষজ তুলণ
পৃথিবী পৃষ্ঠে 9.8 ms^{-2} ।

[চ. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০৫]

$$\text{আমৰা জানি, } g = \frac{GM}{R^2}$$

এবং h , উচ্চতায় অভিকৰ্ষজ তুলণ

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$\boxed{\frac{g}{g'} = \frac{GM/R^2}{GM/(R+h)^2} = \left(\frac{R+h}{R}\right)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{R+h}{R} = \sqrt{g/g'} = \sqrt{\frac{9.8}{4.9}} = 1.414$$

$$1 + \frac{h}{R} = 1.414 ; \frac{h}{R} = 1.414 - 1 = 0.414$$

$$h = 0.414 \times 6.4 \times 10^6$$

$$= 2.65 \times 10^6 \text{ m}$$

এখনে,

$$\text{তৃ-পৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ তুলণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{উচ্চতায় অভিকৰ্ষজ তুলণ, } g' = 4.9 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, } R_E = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{উচ্চতা, } h = ?$$

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন :

১। মহাকর্ষ সূত্রটি বিবৃত কৰ।

[চ. বো. ২০০০]

২। উদাহৰণসহ মহাকর্ষ ও অভিকৰ্ষেৰ সংজ্ঞা দাও।

৩। মহাকৰ্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকৰ্ষীয় তুলণেৰ মধ্যে পাৰ্থক্য কৰ।

৪। মহাকৰ্ষীয় ধ্রুবকেৰ একক ও মাত্ৰা সমীকৰণ লিখ।

[চ. বো. ২০০৬ ; ব. বো. ২০০৬]

৫। বস্তুৰ ভৱ ও ওজন বলতে কি বুঝ ?

৬। ভৱ ও ওজনেৰ সংজ্ঞা দাও। কিভাবে এদেৱকে মাপা যায় ?

৭। ভৱ ও ওজনেৰ মধ্যে সম্পৰ্ক লিখ।

৮। সংজ্ঞা দাও : মহাকৰ্ষীয় ক্ষেত্ৰ, মহাকৰ্ষীয় প্রাবল্য [চ. বো. ২০০৪ ; সি. বো. ২০০২], মহাকৰ্ষীয় বিভব [চ. বো. ২০০৮ ; সি. বো. ২০০২], মুক্তি বেগ, অভিকৰ্ষজ তুলণ, পাৰ্কিং কক্ষপথ, অভিকৰ্ষ কেন্দ্ৰ, মহাকৰ্ষীয় ধ্রুবক।
বিভব [চ. বো. ২০০৬ ; দা. বো. ২০০৩ ; চ. বো. ২০০৩ ; কু. বো. ২০০০]

৯। মহাকৰ্ষীয় বিভব ও মহাকৰ্ষীয় প্রাবল্যেৰ একক ও মাত্ৰা সমীকৰণ লিখ।

১০। কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৰ ব্যবহাৰ উল্লেখ কৰ।

১১। স্বাভাৱিক উপগ্ৰহ ও কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৰ সংজ্ঞা দাও।

১২। পৃথিবীতে মুক্তিবেগ 11.20 kms^{-1} বলতে কি বুঝ ? G-কে বিশ্বজনীন ধ্রুবক বলা হয় কেন ?

১৩। পৃথিবীৰ আহিক গতিৰ জন্য g -এৰ মানেৰ পৱিবৰ্তন আলোচনা কৰ।

[কু. বো. ২০০৩]

১৪। বস্তুৰ ওজন কোথায় বেশি হবে ? বিষুব অঞ্চলে না মেৰু প্ৰদেশে ? ব্যাখ্যা কৰ।

১৫। কাৰণ ব্যাখ্যা কৰ—মহাকাশ্যাত্মী পৃথিবীৰ চাৱদিকে আৰ্বতনকালে ওজনহীনতা অনুভব কৰে কেন ?

১৬। পৃথিবীৰ কেন্দ্ৰে বস্তুৰ ওজন শূন্য হয় কেন ব্যাখ্যা কৰ।

[চ. বো. ২০০২]

১৭। ভৃ-স্থিৱ উপগ্ৰহেৰ সংজ্ঞা দাও।

[চ. বো. ২০০৬, ২০০০ ; চ. বো. ২০০২]

১৮। মুক্তি বেগ কাকে বলে ?

[সি. বো. ২০০৬, ২০০৩ ; চ. বো. ২০০০, ২০০৩ ; রা. বো. ২০০৩ ;
য. বো. ২০০০, ২০০৩ ; কু. বো. ২০০৫, ২০০০ ; ব. বো. ২০০১]

১৯। ভৃ-স্থিৱ উপগ্ৰহেৰ আৰ্বতনকাল ও পৃথিবীৰ নিজ অক্ষেৰ চাৱদিকেৰ আৰ্বতনকাল কিৰুগ ?

২০। অভিকৰ্ষজ তুলণ কাকে বলে ?

[সি. বো. ২০০৬, ২০০১ ; রা. বো. ২০০৮]

২১। অভিকৰ্ষ কেন্দ্ৰ বলতে কি বুঝ ?

[কু. বো. ২০০৩]

ৱচনাঘূলক প্রশ্ন :

১। নিউটনেৰ মহাকৰ্ষ সূত্র বিবৃত কৰ এবং ব্যাখ্যা দাও।

[কু. বো. ২০০৩ ; ব. বো. ২০০৩ ; চ. বো. ২০০২, ২০০০ ; য. বো. ২০০২ ; চ. বো. ২০০১]

২। মহাকৰ্ষীয় ধ্রুবক কাকে বলে ? প্ৰমাণ কৰ যে, তৃ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় কোন স্থানে অভিকৰ্ষজ তুলণ $g' = g \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$, এখনে প্ৰতীকগুলো প্ৰচলিত অৰ্থ বহন কৰে।

[চ. বো. ২০০৫]

৩। মহাকৰ্ষীয় ধ্রুবকেৰ সংজ্ঞা দাও। [চ. বো. ২০০২ ; য. বো. ২০০০] এৰ মাত্ৰা সমীকৰণ বেৱ কৰ। একে বিশ্বজনীন ধ্রুবক বলা হয় কেন ?

[কু. বো. ২০০২]

৪। মহাকৰ্ষীয় ধ্রুবক 'G'-এৰ মান নিৰ্ণয়েৰ একটি পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰ।

[কু. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০৫]

- ৫। মহাকর্ষীয় ধ্রুকের সংজ্ঞা দাও। এর মান নির্ণয়ের জন্য ক্যালেনডিস-এর পদ্ধতি বর্ণনা কর। [চ. বো. ২০০৬ ;
সি. বো. ২০০৪ ; কু. বো. ২০০৪ , ২০০০ ; ঢ. বো. ২০০৩ ; রা. বো. ২০০৩ ; ব. বো. ২০০২]
- ৬। মহাকর্ষীয় ধ্রুক, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণের মান হতে কিভাবে পৃথিবীর গড় ঘনত্ব বের করা যায় বর্ণনা কর।
- ৭। দেখাও কিভাবে অভিকর্ষীয় ত্বরণকে পৃথিবীর ভর, ব্যাসার্ধ ও মহাকর্ষীয় ধ্রুকের দ্বারা প্রকাশ করা যায়।
[ব. বো. ২০০৪ ; কু. বো. ২০০২ ; ঢ. বো. ২০০২ ; য. বো. ২০০১]
- ৮। অভিকর্ষীয় ত্বরণ কাকে বলে ? ভৃ-পৃষ্ঠের বিভিন্ন স্থানে g -এর মান বিভিন্ন হওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর।
- ৯। দেখাও যে, অভিকর্ষীয় ত্বরণ g -এর মান ভৃ-পৃষ্ঠে সর্বাপেক্ষা বেশি এবং ভৃ-পৃষ্ঠ হতে যতই উপরে কিংবা ভৃ-কেন্দ্রের দিকে যাওয়া যায় তা ততই ছাস্থাপ্ত হয়।
- ১০। মহাকর্ষীয় বিভবের সংজ্ঞা দাও। একটি বিন্দু-ভর বস্তুর জন্য কোন বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের মান বের কর।
প্রমাণ কর যে, মহাকর্ষীয় বিভব সর্বদা ঋণাত্মক।
[চ. বো. ২০০৫ ; ঢ. বো. ২০০৪]
- ১১। মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও মহাকর্ষীয় বিভবের মধ্যে সম্পর্ক প্রতিপাদন কর।
- ১২। ভৃ-পৃষ্ঠ হতে h , উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের রাশিমালা নির্ণয় কর।
অথবা, দেখাও যে উচ্চতা বৃদ্ধির সাথে সাথে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান কমতে থাকে।
[চ. বো. ২০০২]
- ১৩। ভৃ-পৃষ্ঠ হতে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ১৪। সূর্যের ভরের জন্য রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ১৫। পৃথিবীর ভর ও ঘনত্বের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ১৬। কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল ও উচ্চতার মধ্যে সম্পর্ক প্রতিপাদন কর।
- ১৭। মুক্তি বেগ কাকে বলে ? ভৃ-পৃষ্ঠ হতে কোন বস্তুর মুক্তি বেগের সমীকরণ বের কর।
[য. বো. ২০০৪ ; ঢ. বো. ২০০৩ ; রা. বো. ২০০১ , ২০০৩ ; চ. বো. ২০০৩ ; কু. বো. ২০০২]
- অথবা, মুক্তি বেগ কি ? এর রাশিমালা প্রতিপাদন কর। [সি. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০৫ ; চ. বো. ২০০৫]
- ১৮। কেপলারের সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর। কেপলারের সূত্র হতে নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্র প্রতিপাদন কর।
- ১৯। বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলতে কি বুঝ ? ত্রিভুজাকৃতি পাতের অভিকর্ষ কেন্দ্র নির্ণয়ের পদ্ধতি বর্ণনা কর।
- ২০। গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্রসমূহ বর্ণনা কর। [সি. বো. ২০০৩ ; কু. বো. ২০০১ ; রা. বো. ২০০০]
- ২১। কি কি কারণে g -এর মান পরিবর্তিত হয় ?
[ব. বো. ২০০২]
- দেখাও যে ভৃ-কেন্দ্রে g -এর মান শূন্য। [ঢ. বো. ২০০৬ , ২০০১ ; রা. বো. ২০০৬ , ২০০৮ ; কু. বো. ২০০৮ ;
চ. বো. ২০০৮ ; সি. বো. ২০০১]
- ২২। কৃত্রিম উপগ্রহে প্রদক্ষিণরত মহাকাশচারী নিজেকে ওজনহীন বলে মনে করে কেন ? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০০২]
- গাণিতিক সমস্যাবলি :**
- ১। দুটি গোলকের ভর যথাক্রমে 40 kg ও 15 kg । তাদের কেন্দ্রবর্তী দূরত্ব 0.1 m হলে, পারস্পরিক আকর্ষণ বল কত হবে ? [$G = 6.66 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^2$] [উৎ : $39.96 \times 10^{-7} \text{ N}$]
- ২। $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ স্থানে একটি স্প্রিং নিষ্ঠিতে কোন একটি বস্তুর ওজন 9.4 N হল। বস্তুটির ভর কত ? কোন স্থানে ঐ স্প্রিং নিষ্ঠিতে বস্তুটির ওজন 9.4 N হলে ঐ স্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণ নির্ণয় কর। [উৎ : $1 \text{ kg} ; 9.4 \text{ ms}^{-2}$]
- ৩। ভৃ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় গেলে স্থানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভৃ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের এক শতাংশ হবে ? পৃথিবীকে $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধের গোলক মনে কর। [উত্তর : $57.6 \times 10^6 \text{ m}$]
- ৪। মঙ্গলগ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ এবং ভর 0.11 গুণ। ভৃ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 ms^{-2} মঙ্গলের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। [উত্তর : 3.8 ms^{-2}]
- ৫। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 200 km ভিতরে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান নির্ণয় কর। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$,
 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ এবং পৃথিবীর গড় ঘনত্ব $5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ । [উত্তর : 9.52 ms^{-2}]
- ৬। একটি গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ উভয়ই যথাক্রমে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। ভৃ-পৃষ্ঠে $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ হলে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠে g নির্ণয় কর। [উৎ : 4.9 ms^{-2}]
- ৭। পৃথিবীর একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভৃ-পৃষ্ঠ হতে 900 km উর্ধে থেকে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির ন্যূনতম দ্রুতি ও আবর্তনকাল নির্ণয় কর। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6400 \text{ km}$ এবং $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$]
[উৎ : 7.4 km s^{-1} ও ১ ঘণ্টা 43 মিনিট 15 সেকেন্ড]
- ৮। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে সর্বদা 620 km উর্ধে থেকে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিক কত অনুভূমিক বেগে প্রদক্ষিণ করে ? [ভৃ-পৃষ্ঠে $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ ও পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6380 \text{ km}$]
[উৎ : 7.548 kms^{-1}]
- ৯। পৃথিবী সূর্যের চারদিকে $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ দূর থেকে এক বছরে একবার ঘরে আসছে। সূর্যের ভর $1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$ হলে,
কক্ষপথে পৃথিবীর দ্রুতি কত ?
[উত্তর : 30 kms^{-1}]

১০। একজন লোকের ওজন ভৃ-পৃষ্ঠে 648 N হলে চন্দ্রপৃষ্ঠে তার ওজন কত হবে ?

[পৃথিবীৰ ভৱ = $81 \times$ চন্দ্ৰেৰ ভৱ ও পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ = $4 \times$ চন্দ্ৰেৰ ব্যাসাৰ্ধ] [উৎ : 128 N]

১১। চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৰ মান ভৃ-পৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ মানেৰ $\frac{1}{5}$ । পৃথিবীৰ ভৱ টাঁদেৰ ভৱেৰ প্ৰায় 81 গুণ হলে পৃথিবীৰ ব্যাস টাঁদেৰ ব্যাসেৰ কত গুণ ? [উত্তৰ : 4.02]

১২। ~~যুর্ণ~~ ঘূৰনেৰ জন্য বিশ্বৰ অঞ্চলে অভিকৰ্ষীয় ত্বরণ কত কম হবে ? [ধৰ $R = 6.4 \times 10^3\text{ km}$] [উৎ : 0.034 ms^{-2}]

১৩। তৃতীয় দেখাও যে, পৃথিবীৰ সমান ও দ্বিগুণ ব্যাসাৰ্ধবিশিষ্ট একটি কাল্পনিক গ্ৰহ হতে মুক্তি বেগ-পৃথিবী হতে মুক্তি বেগেৰ 1.41 গুণ।

১৪। 2 kg ভৱেৰ একটি বস্তু সুতায় ঝুলানো আছে। সুতার টান 27.6 N হলে বস্তুটিৰ ত্বরণ কত ? [উৎ : 4 ms^{-2}]

১৫। 2 kg ভৱেৰ একটি বস্তুকে সুতায় ঝুলায়ে 2.2 ms^{-2} সমত্বত্বরণে (i) উপৱে উঠালে, (ii) নিচে নামালে সুতার টান কত হবে ? [উৎ : 24 N ও 15.2 N]

১৬। ~~যুর্ণ~~ পৃথিবীৰ নিজ অক্ষেৰ উপৱ আৰ্বতনকাল 24 hrs ; মহাকৰ্ষীয় ধৰুক $6.7 \times 10^{-11}\text{ Nm}^2\text{ kg}^{-2}$, পৃথিবীৰ ভৱ $6 \times 10^{24}\text{ kg}$ এবং পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ $6.4 \times 10^6\text{ m}$ হলে একটি ভৃ-স্থিৰ উপগ্ৰহেৰ উচ্চতা এবং বেগ নিৰ্ণয় কৰ। [উৎ : $3.6 \times 10^4\text{ km}$; 3.1 kms^{-1}]

১৭। ভৃ-পৃষ্ঠেৰ একজন লোকেৰ ওজন 600N তিনি টাঁদে গিয়ে কতটুকু ওজন হারাবেন ? পৃথিবীৰ ভৱ ও ব্যাসাৰ্ধ যথাক্রমে টাঁদেৰ ভৱ ও ব্যাসাৰ্ধেৰ 81 এবং 4 গুণ। [উত্তৰ : 481.5 N]

১৮। ~~যুর্ণ~~ ভৃ-পৃষ্ঠ হতে অন্ন উচ্চতায় এবং ভৃ-পৃষ্ঠেৰ সমান্তৱালে একটি নভোষান কি দ্রুতিতে চললে একজন যাত্ৰী ওজনহীনতা অনুভব কৰবে ? (পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ $6.4 \times 10^6\text{ m}$ এবং $g = 9.8\text{ ms}^{-2}$) [উত্তৰ : 7.9 kms^{-1}]

১৯। মজলগ্রহেৰ ভৱ $6.6 \times 10^{23}\text{ kg}$ এবং ব্যাসাৰ্ধ $3.4 \times 10^6\text{ m}$ হলে মজলগ্রহে মুক্তি বেগ কত ? [উত্তৰ : 5.1 kms^{-1}]

২০। ভৃ-পৃষ্ঠ হতে কত গতীয়ে অভিকৰ্ষীয় ত্বরণেৰ মান ভৃ-পৃষ্ঠেৰ মানেৰ এক পঞ্চমাংশ হবে ? (পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ $R = 6.4 \times 10^3\text{ km}$) [উত্তৰ : $5.12 \times 10^3\text{ km}$]

২১। ~~যুর্ণ~~ পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৰ মান পৃথিবীৰ ত্বরণেৰ মান শতকৰা চল্লিশ ভাগ হবে ? (পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.38 \times 10^6\text{ m}$) [সি. বো. ২০০৬] [উত্তৰ : $1.9 \times 10^6\text{ m}$]

২২। ~~যুর্ণ~~ পৃথিবীৰ মহাকৰ্ষীয় ক্ষেত্ৰ হতে একটি বস্তু নিষ্ক্ৰয়নেৰ জন্য এৰ প্ৰক্ষেপণেৰ ন্যূনতম বেগ নিৰ্ণয় কৰ। [য. বো. ২০০৪] [উত্তৰ : 11.2 kms^{-1}]

২৩। সূৰ্যৰ চাৱদিকে শুক্ৰ ও পৃথিবীৰ কক্ষপথেৰ ব্যাসাৰ্ধেৰ অনুপাত $54:75$ । পৃথিবীতে ৩৬৫ দিনে এক বছৰ হলে শুক্ৰতে কত দিনে এক বছৰ হবে ? [উত্তৰ : ২২৩ দিন]

২৪। ~~যুর্ণ~~ পৃথিবীৰ কৌণিক বেগ বৰ্তমানেৰ কত গুণ হলে ভৃ-পৃষ্ঠেৰ একটি বস্তু মহাশূন্যেৰ দিকে উধাও হবাৰ উপকৰণ কৰবে ? [উৎ : 17 গুণ]

২৫। সূৰ্যৰ চাৱদিকে ঘূৰ্ণায়মান পৃথিবী ও মজল গ্ৰহেৰ কক্ষপথেৰ গড় ব্যাসাৰ্ধেৰ অনুপাত $3:4$ । পৃথিবীতে ৩৬৫ দিনে ১ বছৰ হলে মজলগ্রহ কত দিনে ১ বছৰ হবে ? [উৎ : 561.9 দিন]

২৬। ~~যুর্ণ~~ পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকৰ্ষীয় ত্বরণেৰ মান পৃথিবী পৃষ্ঠেৰ ত্বরণেৰ মানেৰ শতকৰা একশি ভাগ হবে ? (পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ = $6.38 \times 10^6\text{ m}$) [উত্তৰ : $7.1 \times 10^5\text{ m}$]

২৭। সূৰ্যৰ চাৱদিকে পৃথিবীৰ কক্ষপথেৰ ব্যাসাৰ্ধ $1.5 \times 10^{11}\text{ m}$ এবং আৰ্বতনকাল $\frac{R}{T} = 3.156 \times 10^7\text{ sec}$ । সূৰ্যৰ ভৱ নিৰ্ণয় কৰ। [$G = 6.7 \times 10^{-11}\text{ Nm}^2\text{ kg}^{-2}$] [উত্তৰ : $2.2 \times 10^{30}\text{ kg}$]

২৮। মজল গ্ৰহেৰ ব্যাসাৰ্ধ পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধেৰ 0.532 গুণ এবং ভৱ 0.11 গুণ। ভৃ-পৃষ্ঠেৰ অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৰ মান 9.8 ms^{-2} । মজল গ্ৰহেৰ পৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৰ মান বেৰ কৰ। [উত্তৰ : 3.8 ms^{-2}]

২৯। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 200 km ভিতৰে অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৰ মান নিৰ্ণয় কৰ। (পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ $6.4 \times 10^3\text{ km}$, $G = 6.7 \times 10^{-11}\text{ Nm}^2\text{ kg}^{-2}$ এবং পৃথিবীৰ গড় ঘনত্ব $5.5 \times 10^3\text{ kg m}^{-3}$) [$\frac{G}{R} = 1 - \frac{v^2}{R}$] [উত্তৰ : 9.565 ms^{-2}]

৩০। ভৃ-পৃষ্ঠে কোন লোকেৰ ওজন 588 N হলে তিনি টাঁদে গিয়ে কতটুকু ওজন হারাবেন ? পৃথিবীৰ ভৱ ও ব্যাসাৰ্ধ যথাক্রমে টাঁদেৰ ভৱ ও ব্যাসাৰ্ধেৰ 81 এবং 4 গুণ। [উত্তৰ : 472 N]

৩১। পৃথিবী পৃষ্ঠে একজন লোকেৰ ওজন 81 কিলোগ্ৰাম-ওজন হলে চন্দ্ৰ পৃষ্ঠে তাৰ ওজন কত হবে ? (পৃথিবীৰ ভৃ-চন্দ্ৰেৰ ভৱেৰ 81 গুণ এবং পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ চন্দ্ৰেৰ ব্যাসাৰ্ধেৰ 4 গুণ) [উত্তৰ : 16 কিলোগ্ৰাম]



সরল ছন্দিত স্পন্দন SIMPLE HARMONIC OSCILLATION

৮.১ সূচনা

Introduction

আমরা জানি, সময়ের পরিপ্রেক্ষিতে এবং পারিপার্শ্বিকের সাপেক্ষে যখন কোন বস্তু সীয় অবস্থানের পরিবর্তন করে, তখন তার অবস্থাকে গতি বলে। যেমন চলন্ত গাড়ি, চলন্ত মানুষ প্রভৃতি আশেপাশের গাছপালা ও ঘর বাড়ির সাপেক্ষে গতিশীল বস্তু। পূর্বের অধ্যায়গুলোতে বস্তুর চলনগতি, বৃত্তাকার গতি আলোচনা করা হয়েছে। এখন আমাদের অতি পরিচিত নতুন এক ধরনের গতি আলোচনা করা হবে। এ গতি পর্যাবৃত্ত গতি নামে পরিচিত। (স্প্রিং হতে ঝুলন্ত কোন বস্তুকে নীচের দিকে সামান্য টেনে ছেড়ে দিলে এটি পর্যায়ক্রমে উপরে-নিচে উঠানামা করতে থাকে। স্প্রিং-এর এ গতি পর্যাবৃত্ত গতি।) স্প্রিং-এর গতি, সুরশলাকার স্পন্দন, গ্রহ-উপগ্রহের গতি ইত্যাদি পর্যাবৃত্ত গতি। পর্যাবৃত্ত গতিরই বিশেষ রূপ হল দোলন, কম্পন বা স্পন্দন। দোলন, কম্পন বা স্পন্দন সমার্থবোধক শব্দ।

পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন শাখায় সরল দোল গতি (Simple harmonic motion) বা সংক্ষেপে (S. H. M) নামক এক বিশেষ ধরনের দোল গতির গুরুত্বপূর্ণ ব্যবহার রয়েছে। এ অধ্যায়ে আমরা পর্যাবৃত্ত গতি তথা সরল ছন্দিত গতির বিভিন্ন রূপ আলোচনা করব।

৮.২ পর্যাবৃত্ত গতি ও স্পন্দন

Periodic motion and oscillation

কোন বস্তুর গতি যদি এমন হয় যে একটি নির্দিষ্ট সময় পর পর বস্তুটির গতির পুনরাবৃত্তি ঘটে তবে ঐ গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

ঘড়ির কাঁটার গতি, পৃথিবীর সূর্য প্রদক্ষিণ, গ্রহ-উপগ্রহের গতি—এগুলো পর্যাবৃত্ত গতির উদাহরণ।

পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোন বস্তুর গতি যদি এমন হয় যে, পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোন নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় বিপরীত দিকে চলে তবে বস্তুর ঐ গতিকে স্পন্দন বলে। যেমন দেওয়াল ঘড়ির দোলকের গতি, কম্পনশীল সুর শলাকা, স্প্রিং-এর গতি ইত্যাদি। → স্পন্দন কৃতি

৮.৩ সরল ছন্দিত স্পন্দন

Simple harmonic oscillation

সরল ছন্দিত স্পন্দন-এর নিম্নোক্তভাবে সংজ্ঞা দেয়া যেতে পারে—

কোন পর্যায় গতিসম্পন্ন বস্তুর উপর কার্যকর ত্বরণ যদি তার গতিপথের একটি নির্দিষ্ট বিলু অতিমুখ্যে এমনভাবে ক্রিয়া করে যে তার মান ঐ বিলু হতে বস্তুর সরণের মানের সমানুপাতিক হয়, তবে বস্তুর উক্ত গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে।

যেমন খুব কম বিস্তারের সরল দোলকের গতি, সুরশলাকার বাতুর কম্পন, স্প্রিং-এর উল্লম্ব কম্পন সবই সরল ছন্দিত স্পন্দন বা সরল দোলন গতি।

সরল ছন্দিত স্পন্দনের বিকল্প সংজ্ঞা : যদি কোন বস্তুকণা সমান কৌণিক বেগে বৃত্তাকার পথে শুরুতে থাকে এবং সেই অবস্থায় বৃত্তের পরিধির উপর কণাটির বিভিন্ন অবস্থান বিন্দু হতে বৃত্তের যে কোন ব্যাসের উপর লম্ব টোনা হয়, তবে লম্বপাদ (Foot of the perpendicular) বিন্দুগুলোর গতি হবে সরল ছন্দিত স্পন্দন বা গতি।

সরল ছন্দিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে বস্তুর ত্বরণ 'a' এবং সরণ x হলে এদের মধ্যে সম্পর্ক হল,

$$a \propto -x$$

$$\text{বা}, \quad a = -k'x$$

এখানে k' সমানুপাতিক ধ্রুবক। এর মান ধনাত্মক। ত্বরণের দিক সরণের বিপরীত দিকে হওয়ায় ঝণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

সরল ছন্দিত স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of simple harmonic oscillation)

একটি সরল ছন্দিত স্পন্দনের নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য রয়েছে :

- (১) এর গতি পর্যায় গতি।
- (২) একটি নির্দিষ্ট সময় অন্তর অন্তর এই গতি বিপরীতমুখী হয়।
- (৩) এর গতি একটি সরলরেখায় ঘটে।
- (৪) ত্বরণ বস্তুর সরণের সমানুপাতিক। $a \propto -S$
- (৫) ত্বরণ বস্তুর সরণের বিপরীতমুখী। $S = -a$
- (৬) ত্বরণ বস্তুর কণাটির মধ্যে অবস্থান অভিমুখী।

কয়েকটি সংজ্ঞা

(ক) পূর্ণ দোলন (Complete oscillation) : কোন একটি কম্পমান বস্তু একটি বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে পুনরায় একই দিকে ঐ বিন্দুতে ফিরে আসলে যে কম্পন সম্পন্ন হয়, তাকে পূর্ণ দোলন বা কম্পন বলে।

(খ) পর্যায়কাল বা দোলনকাল (Time period) : একটি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করতে কোন একটি কম্পমান বস্তুর যে সময় লাগে তাকে তার দোলনকাল বলে। একে 'T' দ্বারা ব্যক্ত করা হয়। Nটি কম্পনে ব্যয়িত সময় t হলে, $T = \frac{t}{N}$ ।

(গ) কম্পাঙ্ক (Frequency) : কোন একটি কম্পমান বস্তু এক সেকেন্ডে যতবার পূর্ণ দোলন দেয় তাকে তার কম্পাঙ্ক বলে। একে 'n' দ্বারা সূচিত করা হয়। Nটি কম্পনে ব্যয়িত সময় t হলে, $n = \frac{N}{t}$ $T = \frac{1}{n}$,

কম্পাঙ্কের একক হার্জ (Hertz)। হার্জকে সংক্ষেপে Hz দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

(ঘ) বিস্তার (Amplitude) : কোন একটি কম্পমান বস্তু এর মধ্য অবস্থান হতে ডানে-বামে যে সর্বাধিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে এর বিস্তার বলে।

বিস্তার দুই প্রকার : (i) রৈখিক বিস্তার— একে 'A' দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

(ii) কৌণিক বিস্তার— একে 'θ' দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

(ঙ) দশা (Phase) : কোন একটি কম্পমান বস্তুর যে কোন মুহূর্তের দোলনের অবস্থা অর্থাৎ বস্তুটির অবস্থান, বেগ, ত্বরণ এবং গতির অভিমুখ যা দ্বারা বুঝা যায় তাকে দশা বলে।

(চ) ইপক বা আদি দশা (Epoch) : যাত্রা শুরু করার মুহূর্তে অর্থাৎ $t = 0$ সময়ে সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোন বস্তুর যে দশা থাকে তাকে এর ইপক বলে। সময়ের সংগে সংগে দশার পরিবর্তন ঘটে ; কিন্তু ইপক বা আদি দশা একই থাকে।

৮.৪ সরল ছবিত সম্পন্ন বস্তুকণার সরণ, বেগ এবং ত্বরণের রাশিমালা

Expression for displacement, velocity and acceleration executing Simple Harmonic Motion (S. H. M.)

(১) সরণ : মনে করি একটি বস্তুকণ O বিন্দুকে কেন্দ্র করে A ব্যাসার্ধের ABCD বৃত্তপথে তীর চিহ্নিত দিকে ω কৌণিক বেগে ঘূরছে এবং t সময়ে A বিন্দু হতে P বিন্দুতে আসছে। P বিন্দু হতে বৃত্তের ব্যাস DB-এর উপর PN লম্ব টানি। এখানে লম্ব পাদ বিন্দুর সরণ

$$x = ON$$

চিত্র হতে $\angle AOP = \angle OPN = \theta$, এখানে $\theta =$ কৌণিক সরণ।

আমরা পাই,

$$\frac{ON}{OP} = \sin \theta$$

$$\text{বা, } ON = OP \times \sin \theta$$

$x = A \sin \theta$, এখানে $x =$ মূলবিন্দু থেকে সরণ এবং $OP = A =$ নির্দেশক বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

$$\text{বা } x = A \sin \omega t \quad (1) \quad (\text{এখানে } \theta = \omega t)$$

পাদবিন্দুর দোলনকাল T হলে, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$, এখানে পাদবিন্দুর কম্পাঙ্ক, $n = \frac{1}{T}$.

$$\therefore x = A \sin 2\pi nt \quad (2)$$

সমীকরণ (1) এবং (2) হল সরল ছবিত সম্পন্ন একটি কণার সরণের রাশিমালা।

(২) বেগ (Velocity) : আমরা জানি সময় সাপেক্ষে সরণের পরিবর্তনের হারকে বেগ বলেন একে সাধারণত v দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$\text{বেগ, } v = \frac{d}{dt} (x) = \frac{d}{dt} (A \sin \omega t) = A \omega \cos \omega t$$

বেগ ও সরণের সম্পর্ক :

$$\text{এখন, } x = A \sin \omega t$$

$$\sin \omega t = \frac{x}{A} \text{ এবং } \cos \omega t = \sqrt{1 - \sin^2 \omega t}$$

$$\text{বেগ, } v = A \omega \sqrt{1 - \sin^2 \omega t} = A \omega \sqrt{1 - x^2/A^2}$$

$$\text{বা, } v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} \quad (3)$$

(ক) যখন $x = A$, তখন $v = 0$ এবং (খ) যখন $x = 0$, তখন $v = A\omega$

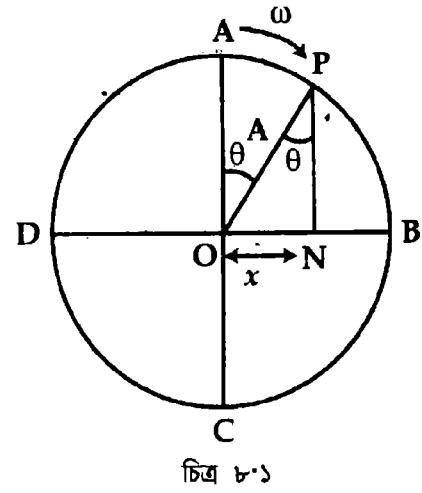
N বিন্দুর গতিপথের মধ্য-অবস্থানে তার বেগ সর্বাধিক এবং সরণ বৃদ্ধির সাথে সাথে বেগ কমতে থাকে এবং চরম অবস্থানে B বা D বিন্দুতে এর বেগ শূন্য হবে অর্থাৎ বিস্তারের প্রান্তে বেগ শূন্য হবে।

বিঃ দ্রঃ ৮.২ নং চিত্রে সম্পন্ন অক্ষ হচ্ছে BOD বা X-অক্ষ বরাবর। সম্পন্ন

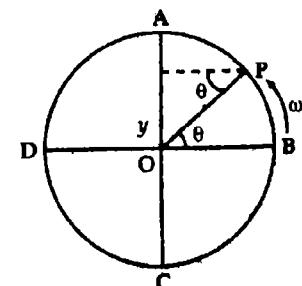
অক্ষ AO বা Y-অক্ষ বরাবর হলে [চিত্র ৮.২] সরণের সমীকরণ হবে

$$y = A \sin \omega t$$

সেক্ষেত্রে বেগ ও ত্বরণের সমীকরণে x-এর স্থলে y হবে।]



চিত্র ৮.১



(৩) ত্বরণ (Acceleration) : আমৰা জানি সময় সাপেক্ষে বেগের পরিবৰ্তনের হারকে ত্বরণ বলে। একে a দ্বাৰা ব্যক্ত কৰা হয়।

সমীকৰণ (2)-কে সময়ের সাপেক্ষে ব্যবকলন কৰে ত্বরণ পাওয়া যায়।

$$\text{ত্বরণ}, a = \frac{d}{dt} (v) = \frac{d}{dt} (A\omega \cos \omega t) = - A\omega^2 \sin \omega t$$

বা, $a = -\omega^2 x$

(4) $\because x = A \sin \omega t$

সমীকৰণ (4) ত্বরণ ও সরণের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ কৰে।

খণ্ড চিহ্ন বুৰায় যে, ত্বরণ ও সরণ পৰস্পৰ বিপৰীতমুখী।

(ক) যখন $x = 0$, তখন $a = 0$ এবং (খ) যখন $x = A$, তখন $a = -\omega^2 A$

N বিন্দুৰ গতিপথেৰ চৰম অবস্থানে ত্বরণ সর্বাধিক এবং মধ্য অবস্থানে ত্বরণ শূন্য হবে।

৮.৫ সৱল ছন্দিত স্পন্দনেৰ ব্যবকলনীয় সমীকৰণ ও সমাধান Differential equation of simple harmonic oscillation

মনে কৰি m ভৱিষ্যট একটি বস্তুকণ সৱল দোলন গতিতে আছে। t সময়ে এৰ সরণ x হলে

$$\text{বেগ}, v = \frac{dx}{dt} \text{ এবং } \text{ত্বরণ}, a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

কণাটিৰ উপৰ ক্রিয়াশীল বলেৰ মান,

$$F = \text{ভৱ} \times \text{ত্বরণ} = ma = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

যেহেতু বল বা ত্বরণ সৱণেৰ সমানুপাতিক এবং বিপৰীতমুখী, অতএব

$$m \frac{d^2x}{dt^2} \propto -x$$

বা, $m \frac{d^2x}{dt^2} = -Kx$, এখানে K একটি ধৰ্ব সংখ্যা। একে বল ধৰ্বক বলে।

$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{-K}{m} x \quad (5)$$

পুনঃ, কণাটিৰ কৌণিক বেগ ω হলে, আমৰা পাই

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \quad (6)$$

এখন সমীকৰণ (5) এবং (6) হতে পাই, $-\frac{K}{m} x = -\omega^2 x$

$$\text{বা, } \frac{K}{m} = \omega^2$$

সমীকৰণ (5)-এ $\frac{K}{m}$ -এৰ মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

সমীকৰণ (7) হল সৱল ছন্দিত স্পন্দনৰ কণার ব্যবকলনীয় সমীকৰণ। এই সমীকৰণটি সমাধান কৰলে সময়েৰ সাপেক্ষে সৱণ, বেগ ইত্যাদি জানা যায়।

সমীকৰণ (7)-কে সমাধান কৰার জন্য এৰ উভয় পাৰ্শ্বকে $\frac{2dx}{dt}$ দ্বাৰা গুণ কৰি।

$$2 \frac{dx}{dt} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x \cdot 2 \frac{dx}{dt} = 0$$

উপৰোক্ত সমীকৰণকে সমাকলন কৰে পাই,

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \omega^2 x^2 = c \quad (8)$$

এখানে, $c = \text{সমাকলন ধূবক}$ । এর মান বের করতে হবে।

$$\text{যখন } x = A, \text{ তখন } \frac{dx}{dt} = 0$$

এই শর্ত সমীকরণ (8)-এ প্রয়োগ করে পাই,

$$c = \omega^2 A^2$$

এখন সমীকরণ (8)-এ c -এর মান বসিয়ে পাই,

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \omega^2 x^2 = \omega^2 A^2$$

$$\text{বা, } \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$$

$$\text{বা, } \frac{dx}{dt} = \omega \sqrt{(A^2 - x^2)}$$

$$\text{বা, } \frac{dx}{\sqrt{(A^2 - x^2)}} = \omega dt$$

একে সমাকলন করে পাই,

$$\sin^{-1} \frac{x}{A} = \omega t + \delta, \text{ এখানে } \delta = \text{সমাকলন ধূবক}$$

$$\text{বা, } x = A \sin(\omega t + \delta) \quad (9)$$

এটিই হল সরল ছবিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণের সাধারণ সমাধান।

যখন $t = 0$, তখন $x = A \sin \delta$

কাজেই ' δ ' হচ্ছে বস্তুকণাটির ইপকু বা আদি দশা।

$\delta = 0$ হলে, সমীকরণ (9) হতে পাই,

$$x = A \sin(\omega t + 0) = A \sin \omega t$$

এক্ষেত্রে, $t = 0$ হলে $x = 0$ । অর্থাৎ তখন বস্তু কণাটির গতি শুরু হয় মধ্য অবস্থান বা সাম্যাবস্থান হতে।

আবার, $\delta = 90^\circ$ হলে, সমীকরণ (9)-কে লেখা যায়

$$x = A \sin(\omega t + 90^\circ) = A \cos \omega t$$

(10)

এক্ষেত্রে, $t = 0$ হলে $x = A$ । অর্থাৎ, সেক্ষেত্রে বস্তুকণাটির গতি শুরু হয় চরম অবস্থান বা এক প্রান্ত হতে।

অন্য দশার জন্য আদি সরণ ভিন্নতর হবে।

সরল ছবিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমাধান হতে এর সংজ্ঞা প্রতিপাদন :

সরল ছবিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণের সমাধান হল,

$$x = A \sin(\omega t + \delta)$$

$$\text{বেগ, } v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} \{A \sin(\omega t + \delta)\} = \omega A \cos(\omega t + \delta)$$

$$\text{এবং ত্বরণ, } a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \{\omega A \cos(\omega t + \delta)\} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \delta) \\ = -\omega^2 x$$

$$\therefore a = -\omega^2 x = \frac{-K}{m} x \quad \left[\because \omega^2 = \frac{K}{m} \right]$$

$$\text{বা, } ma = -Kx$$

$$\text{বা, } F = -Kx$$

$$\text{বা, } F \propto -x$$

অর্থাৎ প্রত্যাখনী বল কণার সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী, এটিই সরল ছবিত স্পন্দনের সংজ্ঞা

৮.৬ সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পর্কিত কয়েকটি রাশি Some terms relating Simple Harmonic Motion

(ক) পর্যায়কাল : সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কোন কণার একটি পূর্ণ স্পন্দন সম্পন্ন করতে যে সময় ব্যয় হয় তাকে তার পর্যায়কাল বলে। একে T দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণের সমাধান হচ্ছে,

$$x = A \sin(\omega t + \delta) \quad (11)$$

সমীকরণ (11)-এ সময় t -এর মান $\frac{2\pi}{\omega}$ বৃদ্ধি করা হলে আমরা পাই,

$$x = A \sin \left[\omega \left(t + \frac{2t}{\omega} \right) + \delta \right]$$

$$= A \sin (\omega t + 2\pi + \delta)$$

$$= A \sin (\omega t + \delta)$$

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে যে, $\frac{2\pi}{\omega}$ সময় অন্তর কণার সরণ একই হচ্ছে। কাজেই, $\frac{2\pi}{\omega}$ হচ্ছে সরল ছন্দিত স্পন্দনের পর্যায়কাল।

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} \quad \left[\because \frac{K}{m} = \omega^2 \right]$$

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}}$$

(12)

সমীকরণ (12) হল সরল ছন্দিত স্পন্দনের পর্যায়কালের সমীকরণ। এটি ভর, পর্যায়কাল ও বল ধ্রুবক্রের মধ্যে সম্পর্কজনিত সমীকরণও বটে।

আবার, সমীকরণ (5) অনুযায়ী পাই,

$$\frac{m}{K} = \sqrt{\frac{-x}{d^2x/dt^2}}$$

$$T = 2\pi \frac{m}{K} = 2\pi \sqrt{\frac{-x}{d^2x/dt^2}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{-\text{সরণ}}{\text{ত্ত্বণ}}}$$

(13)

সমীকরণ (13) পর্যায়কাল, সরণ ও ত্ত্বণের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।

(খ) কম্পাঙ্ক : কোন কম্পমান বস্তু বা স্পন্দক একক সময়ে যতগুলো পূর্ণ দোলন দেয় তাকে কম্পাঙ্ক বলে। একে f দ্বারা সূচিত করা হয়।

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} *$$

$$= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (14)$$

[সমীকরণ (12) ব্যবহার করে]

এটিই হল সরল ছন্দিত স্পন্দনের কম্পাঙ্কের সমীকরণ।

বইঘর কম

(গ) কৌণিক কম্পাঙ্গক : সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কোন কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কৌণিক কম্পাঙ্গক বলে। একে (১) দ্বারা সূচিত করা হয়।

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$= 2 \times \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \quad [\text{সমীকরণ (13) ব্যবহার করে}]$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}}$$

(15)

১)-এর একক রেডিয়ান / সেকেন্ড (rad s^{-1})।

(ঘ) দশা : সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোন বস্তু বা কণার দশা বলতে যে কোন মুহূর্তের দোলনের অবস্থা বুঝায় ; অর্থাৎ বস্তু বা কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ এবং গতির অভিমুখ ইত্যাদি বুঝায়। সমীকরণ (11)-এ ($\omega t + \delta$) রাশিটি গতির দশা নির্দেশ করছে। ধ্রুবক δ গতির আদি অবস্থা বুঝায়। যেমন—

$$\delta = 0^\circ \text{ হলে}$$

$$x = A \sin(\omega t + \delta) = A \sin(\omega t + 0^\circ) \\ = A \sin \omega t$$

কণা বা বস্তুটির গতি সাম্যাবস্থান হতে শুরু হয়েছে বুঝায়।

$$\text{আবার, } \delta = \frac{\pi}{2} \text{ হলে,}$$

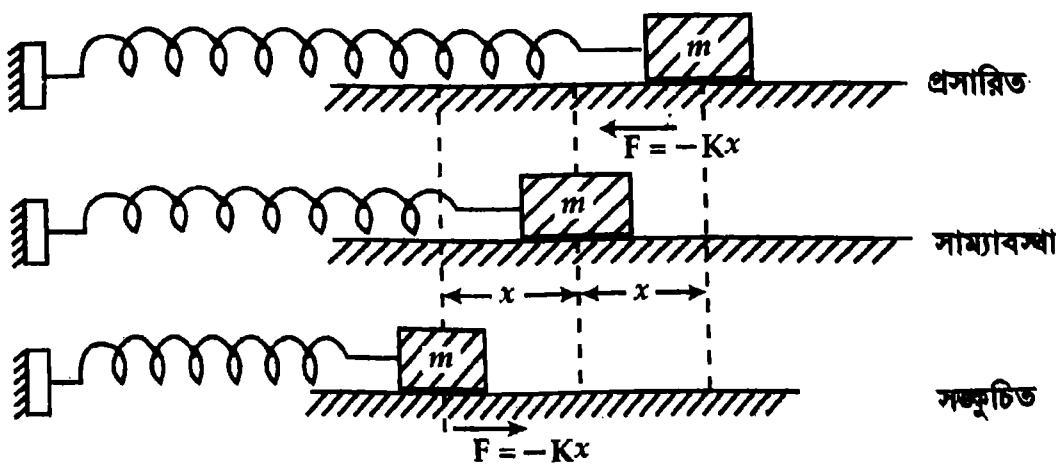
$$x = A \sin(\omega t + \delta) = A \sin(\omega t + \pi/2) \\ = A \cos \omega t$$

এক্ষেত্রে কণাটির গতি শুরু হয় সরণের সর্বোচ্চ অবস্থান থেকে। ১)-এর বিভিন্ন মানের জন্য ডিন্ল ডিন্ল আদি সরণ নির্দেশ করে।

৮.৭ সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন বস্তুকণার স্থিতিশক্তি, গতিশক্তি এবং গড় স্থিতি ও গতিশক্তি

Potential energy, kinetic energy and average potential and kinetic energy of a particle executing S. H. M.

ধরি একটি অনুভূমিক আদর্শ স্প্রিং-এর এক প্রান্ত দেয়ালের সাথে আটকানো এবং অপর প্রান্তে m ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু যুক্ত আছে। বস্তুটি অনুভূমিক ও ঘর্ষণবিহীন তলের উপর দিয়ে অবাধে চলতে সক্ষম। এখন বস্তুটিকে অনুভূমিক বরাবর সরিয়ে স্প্রিংটিকে সামান্য বিকৃত করলে স্থিতিস্থাপক ধর্মের দরুন প্রযুক্ত বলের বিপরীতে স্প্রিং-এ প্রত্যায়নী বলের উভয় হয়। স্প্রিং-এর x পরিমাণ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির জন্য প্রত্যায়নী বল F হলে হুকের স্তুরানুযায়ী,



$$\mathbf{F} \propto -x \\ \mathbf{F} = -Kx \quad (16)$$

এখানে, K = স্প্রিং শ্রবক বা বল শ্রবক।

ফলে স্প্রিংটিকে সামান্য বিকৃত কৰে ছেড়ে দিলে তা সরল ছন্দিত গতিতে দুলতে থাকবে। x সরণে তাৎক্ষণিক ত্বরণ $\frac{d^2x}{dt^2}$ হলে,

$$\mathbf{F} = m \frac{d^2x}{dt^2} = -Kx \quad (17)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{K}{m}x \quad (18)$$

ধৰি, $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$ বা, $K = m\omega^2$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x \quad (19)$$

$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0 \quad (20)$$

এটি সরল ছন্দিত গতিৰ সমীকৰণ (7)-এৰ অনুৰূপ। অতএব, স্পন্দিত স্প্রিং-এৰ গতি সরল ছন্দিত গতি।

এৰ সাধাৰণ সমাধান,

$$x = A \sin(\omega t + \delta) \quad (21)$$

বস্তুটিৰ তাৎক্ষণিক বেগ,

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \delta) = A\omega \sqrt{1 - \sin^2(\omega t + \delta)} \quad (22)$$

$$= A\omega \sqrt{1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2}$$

$$\text{বা, } v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} \quad (23)$$

$$\text{গতিশক্তি, K. E.} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \quad (24)$$

$$= \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \cos^2(\omega t + \delta) \quad (24)$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) \quad (25)$$

পুনৰায়, x সরণেৰ জন্য প্ৰত্যায়নী বলেৰ বিৱুল্প্যে যে পৱিমাণ কাজ সম্পন্ন হবে তাই বস্তুতে স্থিতিশক্তিৰূপে সঞ্চিত থাকবে।

অতি অৱ dx সরণেৰ জন্য বলেৰ বিৱুল্প্যে কৃত কাজ = $-F dx$

x সরণেৰ জন্য বলেৰ বিৱুল্প্যে মোট কৃত কাজ,

$$W = - \int_0^x F dx = \int_0^x Kx dx = \frac{K}{2}x^2 = \text{বস্তুৰ অৰ্জিত স্থিতিশক্তি}$$

$$\text{স্থিতিশক্তি, P. E.} = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 \quad (26)$$

$$= \frac{1}{2}KA^2 \sin^2(\omega t + \delta) = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \sin^2(\omega t + \delta) \quad (27)$$

$$\text{মোট শক্তি} = \text{K. E.} + \text{P. E.} = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \cos^2(\omega t + \delta) + \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \sin^2(\omega t + \delta)$$

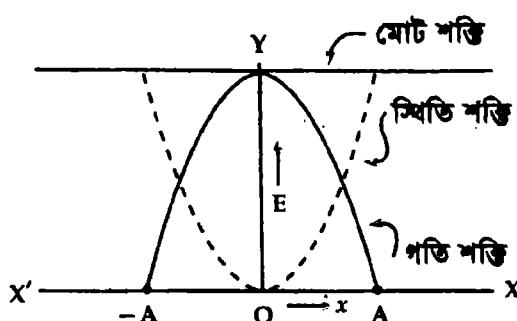
$$= \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}KA^2 \quad (28)$$

কাজেই সময় সাপেক্ষে এক পর্যায়কাল পরিমাণে—

(ক) গড় পতিশক্তি :

$$K.E_a. = \frac{\int_0^T (K.E.).dt}{\int_0^T dt} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \delta).dt \quad [\text{সমীকরণ (24) অনুসারে}]$$

$$= \frac{m\omega^2 A^2}{2T} \int_0^T \frac{1}{2} [1 + \cos 2(\omega t + \delta)].dt$$



চিত্র ৮.৪

$$\begin{aligned} &= \frac{m\omega^2 A^2}{4T} \left[\int_0^T dt + \int_0^T \cos 2(\omega t + \delta).dt \right] = \frac{m\omega^2 A^2}{4T} [t]_0^T + \frac{m\omega^2 A^2}{4T} \left[\frac{\sin 2(\omega t + \delta)}{2\omega} \right]_0^T \\ &= \frac{m\omega^2 A^2}{4} + \frac{m\omega^2 A^2}{8\omega T} [\sin 2(\omega T + \delta) - \sin 2\delta] = \frac{m\omega^2 A^2}{4} \end{aligned} \quad (29)$$

$$[\sin 2(\omega T + \delta) = \sin 2\delta]$$

$$K.E_a. = \frac{KA^2}{4} \quad (30)$$

(খ) গড় বিতৰ বা স্থিতিশক্তি :

$$P.E_a. = \frac{\int_0^T (P.E.).dt}{\int_0^T dt} = \frac{KA^2}{2T} \int_0^T \sin^2(\omega t + \delta).dt \quad [\text{সমীকরণ (27) অনুসারে}]$$

$$= \frac{KA^2}{2T} \int_0^T \frac{1}{2} [1 - \cos 2(\omega t + \delta)].dt = \frac{KA^2}{4T} \left[\int_0^T dt - \int_0^T \cos 2(\omega t + \delta).dt \right]$$

$$= \frac{KA^2}{4T} \left\{ [t]_0^T - \left[\frac{\sin 2(\omega t + \delta)}{2\omega} \right]_0^T \right\} = \frac{KA^2}{4} \quad (31)$$

$$P.E_a. = \frac{m\omega^2 A^2}{4} \quad (32)$$

সময় সাপেক্ষে এক পর্যায়কাল পরিমাণে—

$$\text{গড় বিতৰ শক্তি} = \text{গড় গতিশক্তি} = \frac{KA^2}{4} = \frac{m\omega^2 A^2}{4}$$

আবার, অবস্থান সাপেক্ষে এক চক্র পরিমাণে—

(গ) গড় গতিশক্তি :

$$\begin{aligned} K.E_{a.} &= \frac{\int_{-A}^A (K.E.) dx}{\int_{-A}^A dx} = \frac{1}{2A} \times \int_{-A}^A \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2). dx \quad [\text{সমীকৰণ (25) অনুসারে}] \\ &= \frac{m\omega^2}{4A} \left\{ \int_{-A}^A A^2 dx - \int_{-A}^A x^2 dx \right\} = \frac{m\omega^2}{4A} \left\{ A^2 [x]_{-A}^A - \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-A}^A \right\} \\ &= \frac{m\omega^2}{4A} \left[2A^3 - \frac{2}{3} A^3 \right] = \frac{m\omega^2 A^2}{3} \end{aligned} \quad (33)$$

$$= \frac{KA^2}{3} \quad (34)$$

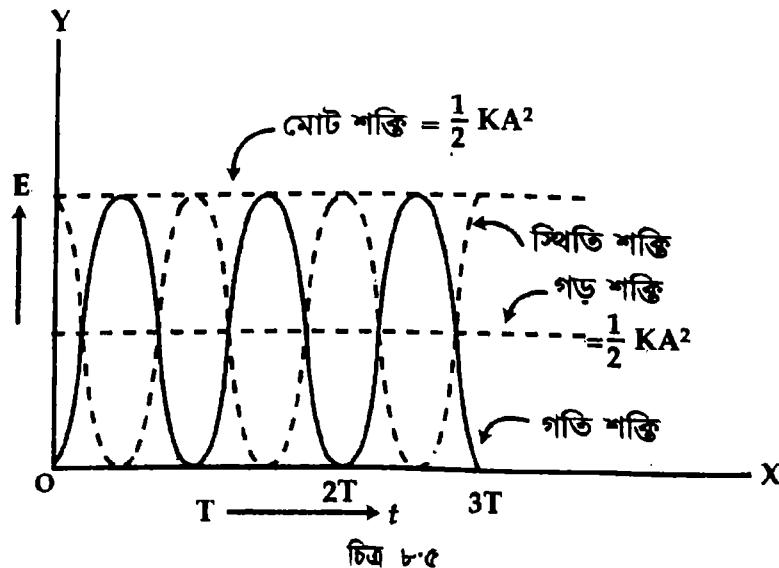
$$K.E_{a.} = \frac{2}{3} (\text{মোট শক্তি})$$

(ঘ) গড় বিতৰ বা স্থিতিশক্তি :

$$\begin{aligned} P.E_{a.} &= \frac{\int_{-A}^A (P.E.) dx}{\int_{-A}^A dx} = \frac{1}{2A} \times \int_{-A}^A \left(\frac{1}{2} Kx^2 \right) dx \quad [\text{সমীকৰণ (26) অনুসারে}] \\ &= \frac{K}{4A} \int_{-A}^A x^2 dx = \frac{K}{4A} \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-A}^A = \frac{KA^2}{6} \end{aligned} \quad (35)$$

$$= \frac{m\omega^2 A^2}{6} \quad (36)$$

$$P.E_{a.} = \frac{1}{3} (\text{মোট শক্তি})$$



সমীকৰণ (34) ও (35) বা (33) ও (36) অনুসারে অবস্থান সাপেক্ষে একচক্র পরিমাণে

গড় গতিশক্তি = $2 \times$ গড় বিতৰ শক্তি।

৮.৮ যাংকের শক্তির নিয়ন্ত্রণ সূত্র

Principle of conservation of mechanical energy

এই সূত্র অনুসারে শক্তি অবিনষ্ট। এর সূত্র নেই, বিনাশ নেই। এটি একরূপ হতে অন্যরূপে রূপান্তরিত হতে পারে। তবে শক্তির মোট পরিমাণ স্থির থাকে। অতএব যে কোন মুহূর্তে বস্তুকণাটির মোট শক্তি,

$$E = \text{স্থিতিশক্তি} + \text{গতিশক্তি} \quad [\text{চিত্র } 8.5]$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 + \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 + \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 - \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \\ &= \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \end{aligned}$$

কণাটির গতিপথের মধ্য অবস্থানে ($x = 0$) তার মোট শক্তি

$$= \text{স্থিতিশক্তি} + \text{গতিশক্তি} = 0 + \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

পুনঃ, কণাটির গতিপথের চরম অবস্থানে ($x = A$) তার মোট শক্তি = স্থিতিশক্তি + গতিশক্তি

$$= \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 + 0 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

$$\text{মোট শক্তি}, E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

(37)

সিদ্ধান্ত : বস্তুকণাটির মোট শক্তি তার সরণের উপর নির্ভর করে না এবং গতিপথের সর্বত্র তার মান স্থির থাকে। এটা শক্তির নিয়ন্ত্রণ সূত্র প্রমাণ করে।

৮.৯ সরল ছৰ্দিত স্পন্দন ও বৃক্ষাকার গতির সম্পর্ক

মনে করি একটি বস্তুকণা A বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে ABCD বৃক্ষাকার পথে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে সমকোণিক বেগ ω -এ ঘূরছে [চিত্র ৮.৬ (ক)]। ধরি O বৃক্ষের কেন্দ্র এবং A বৃক্ষের ব্যাসার্ধ। মনে করি t সময় পর বস্তুকণাটি P অবস্থানে আসল। এখন P বিন্দু হতে বৃক্ষের BOD ব্যাসের উপর PN লম্ব অঙ্কন করি। N হবে লম্বটির পাদ বিন্দু।

মনে করি $ON = y$ । চিত্রে OPN ত্রিভুজ থেকে পাওয়া যায়,

$$y = OP \sin \theta$$

$$= A \sin \theta$$

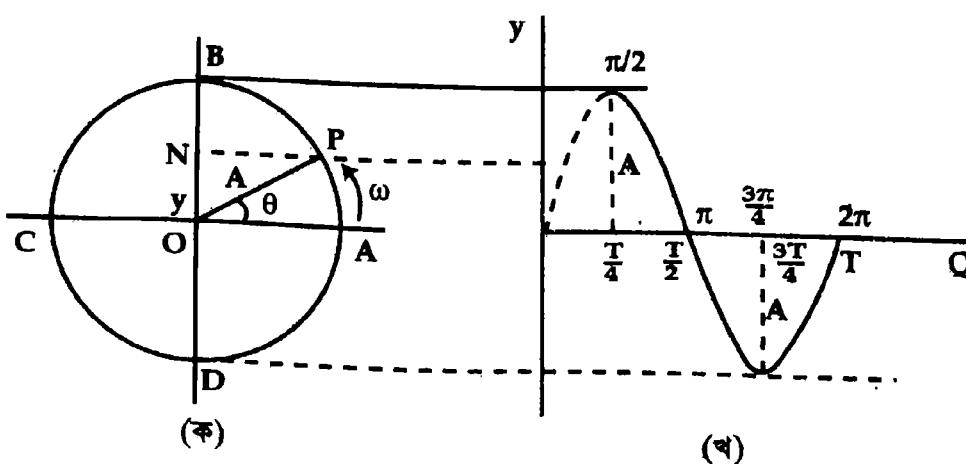
যেহেতু কণাটি সমকোণিক বেগে ঘূরছে, সূতরাং $\angle POA = \theta = \omega t$

(38)

θ -কে কণাটির দশা কোণ (phase angle) বা সংক্ষেপে দশা বলে।

$$\text{এখন } y = A \sin \theta = A \sin \omega t$$

(39)



P কণাটি যখন বৃত্তাকার পথে ঘূরতে থাকে তখন ব্যাস BOD-এর উপর কণার পাদবিন্দু N ব্যাস BOD বৰাবৰ স্পন্দিত হতে থাকে।

সুতৰাং কণাটির বেগ,

$$v = \frac{dy}{dt} = A \omega \cos \omega t$$

$$\text{এবং তুরণ, } a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = -A\omega^2 \sin \omega t$$

$$= -\omega^2 y$$
(40)

অর্ধাং কণাটির তুরণ এর সরণের সমানুপাতিক। সুতৰাং N বিন্দুর গতি সরল ছলিত গতি। O হচ্ছে এই ছলিত গতির মধ্যবিন্দু বা সাম্যাবস্থান, B ও D ছলিত গতির প্রান্তীয় অবস্থান এবং P উৎপাদনকারী বিন্দু (generating point)। বৃত্তটির নাম নির্দেশক বৃত্ত (reference circle) এবং কণাটির নাম নির্দেশক কণা (reference particle) [চিত্ৰ ৮.৬ (ক)]। লক্ষ কৰলে দেখা যাবে যে কণাটি বৃত্তাকার পথে যখন ABCDA পথে একবার ঘূৰে আসে সেই সময় পাদবিন্দুটি OBODO ব্যাস বৰাবৰ যান্ত্রিক বিন্দু থেকে শুৱু কৰে একবার পথ অতিক্রম শেষ কৰে আদি বিন্দুতে ফিরে আসে। কণাটির বৃত্তাকার পথে একবার ঘূৰতে যে সময় লাগে তাই দোলন বা পর্যায়কাল T। ঐ একই পাদবিন্দুত একবার পথ পরিক্রমা শেষ কৰে। সুতৰাং

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad [\because \theta = \omega t \text{ এবং যখন } \theta = 2\pi, t = T \text{ সুতৰাং } 2\pi = \omega T]$$

সমীকৰণ (39)-এ θ বা ωt -এর কয়েকটি মান বসিয়ে কণাটির সরণ y -এর সংশ্লিষ্ট মান সারণি ৮.১-এ দেখান হল। কণাটির পর্যায়কাল T। এখন কণাটির বৃত্তাকার পথে B, C, D ও A বিন্দুতে পৌছার সময় T-তে প্রকাশ কৰলে যথোক্তমে $\frac{T}{4}$, $\frac{T}{2}$, $\frac{3T}{4}$ ও T পাওয়া যাবে।

সারণি ৮.১

θ -এর মান	কণার সরণ y -এর মান	সময় t
0	0	0
$\frac{\pi}{2} = 90^\circ$	A	$\frac{T}{4}$
$\pi = 180^\circ$	0	$\frac{2T}{4} = \frac{T}{2}$
$\frac{3\pi}{4} = 170^\circ$	A	$\frac{3T}{4}$
$2\pi = 360^\circ$	0	T

P কণাটি যখন সমকোণিক বেগে ঘূৰতে থাকে তখন পাদবিন্দু N-এর পরিবর্তন, যা কণাটির সরণ নির্দেশ কৰে ৮.৬ (খ) চিত্ৰের অনুরূপ হয়।

৮.১০ সরল দোলক

Simple pendulum

একটি চুম্ব তাৰী বস্তুকে একটি উজ্জনবিহীন অপ্রসাৱণীয় এবং নমনীয় সূতাৱ সাহায্যে একটি দৃঢ় অবস্থাবল হতে বুলিয়ে দিলে বস্তুটি যদি বিনা বাধায় অৱ বিস্তারে এদিক-ওদিক দোলে তবে সূতাসহ এই বস্তুটিকে সরল দোলক বলে। বস্তুটিকে দোলট বা দোলক পিণ্ড (bob) বলে।

এটি একটি আদৰ্শ সরল দোলকের সংজ্ঞা। কিন্তু বাস্তব ক্ষেত্ৰে একটি আদৰ্শ সরল দোলক প্রস্তুত কৰা সম্ভবপৰ নয়। কাৰণ সূতা উজ্জনবিহীন হতে পাৱে না, সূতা অপ্রসাৱণীয় হতে পাৱে না এবং বস্তুটি বিনা বাধায় এদিক-ওদিক দুগতে পাৱে না। অতএব পৱৰিক্ষাগারে আমৱা যে সরল দোলক প্রস্তুত কৰি তা একটি আপাত সরল

দোলক হবে। এই কারণে একটি পারবিহীন সমুদ্র সূতার একপাশে একটি কুন্দ্রাকৃতি ধাতব গোলক বুলিয়ে সূতাসহ গোলকটিকে একটি সরল দোলক গণ্য করা হয় [চিত্র ৮.৭]। এই ক্ষেত্রে সূতার ওজন ধাতব গোলকের তুলনায় খুব কম হয় এবং গোলকের সমস্ত ভর তার ভারকেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত থাকে ধরা যায়।

উপরোক্ত সংজ্ঞা হতে সরল দোলকের পাঁচটি বৈশিষ্ট্য পাওয়া যায়—

১) সূতা ওজনবিহীন হবে।

২) সূতা অপ্রসারণীয় হবে।

৩) সূতা নমনীয় হবে।

৪) দোলক পিণ্ড বিনা বাধায় দুলবে।

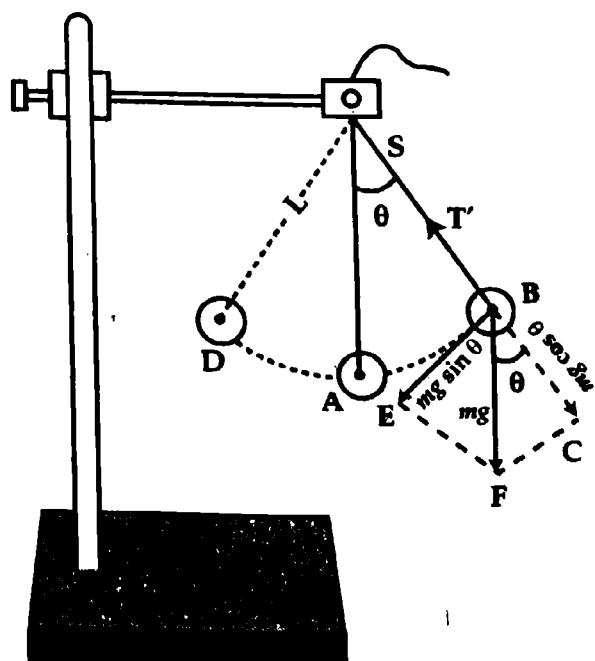
৫) দোলক পিণ্ড ক্ষুদ্র ও ভারী হবে।

এ ছাড়া সরল দোলকের গতি সরল দোলগতি ও দুলবার কালে সরল দোলক চারটি সূত্র মেনে চলে [অনুচ্ছেদ ৮.১৪ দ্রষ্টব্য]।

দোলন বা পর্যায় কাল (Period of oscillation) : একটি পূর্ণ দোলনের জন্য একটি সরল দোলকের যে সময়ের প্রয়োজন হয় তাকে তার দোলন কাল বলে। একে T দ্বারা প্রকাশ করা হয়। একটি সরল দোলক ; সে.-এ Nটি পূর্ণ দোলন দিলে, $T = \frac{t}{N}$ ।

৮.১১ সরল দোলকের গতি সরল ছলিত গতি Motion of a simple pendulum is S. H. M.

প্রমাণ (Proof) : একটি সরল দোলক নই [চিত্র ৮.৭]। S তার বুলন বিন্দু এবং A গোলাকার দোলকটি পিণ্ডের ভারকেন্দ্র। SA তার সাম্যাবস্থান। মনে করি $SA = L$ । যদি পিণ্ডের ভর ‘m’ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ ‘g’ হয় তবে তার ওজন mg খাড়াভাবে SA বরাবর নিচের দিকে ক্রিয়া করবে। কিন্তু সূতার টান ক্রিয়া করবে তার বিপরীত দিকে। ধরি দোলকটি দুলতে দেওয়ায় তা কোন এক মুহূর্তে সাম্যাবস্থান হতে θ কোণে সরে SB অবস্থানে আসল। এই স্থানান্তরিত অবস্থানে SA-এর সমান্তরালে তারকেন্দ্র B দিয়ে BF বরাবর ক্রিয়াশীল পিণ্ডের ওজন mg দুটি অংশে বিভাজিত হবে। একটি SB বরাবর BC-এর দিকে ; এর মান $= mg \cos \theta$ । অপরটি BC-এর সমকোণে BE-এর দিকে ; এর মান $= mg \sin \theta$ । কিন্তু $mg \cos \theta$ বিপরীত দিকে ক্রিয়ারত সূতার টান T' দ্বারা নিষ্ক্রিয় হবে, অর্থাৎ $T' = mg \cos \theta$ । সূতরাং $mg \sin \theta$ বলই শুধু পিণ্ডটিকে তার সাম্যাবস্থায় আনার চেষ্টা করবে।



চিত্র ৮.৭

কার্যকর বল $= mg \sin \theta$

(41)

কিন্তু θ -এর মান যদি অন্ন হয় (4° -এর বেশি না হলে), তবে $\sin \theta = \theta$ লেখা যায় এবং দোলক পিণ্ড মোটামুটি সরলরেখায় চলে গণ্য করা যায়।

$$\text{কার্যকর বল} = mg\theta \quad (42)$$

$$\text{কিন্তু বল} = ma \quad (43)$$

সমীকরণ (42) ও সমীকরণ (43) হতে আমরা পাই, $ma = -mg\theta$ [\because খণ্ড চিহ্ন ত্বরণ ও সরণ পরস্পর বিপরীত নির্দেশ করে।]

$$\text{বা, } a = -g\theta \quad \text{বা, } a = -g \times \frac{\text{চাপ, AB}}{\text{দৈর্ঘ্য, SA}} = -g \times \frac{\text{সরণ, AB}}{\text{দৈর্ঘ্য, L}} \quad (44)$$

$$\text{বা, } a = -\frac{g}{L} \times \text{সরণ, AB}$$

উপরোক্ত সমীকরণে g এবং L খুব সংখ্যা।

$$a = -\text{খুব সংখ্যা} \times \text{সরণ, AB} \quad (45)$$

সমীকরণ (45) হতে দেখা যায় যে, ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক এবং দোলক পিণ্ড A, মোটামুটি সরলরেখায় চলে; শুধু তাই নয়, চিত্র হতে আরও বুঝা যায় ত্বরণের বিপরীত দিকে সরণ ঘটছে।

এরূপ গতিসম্পন্ন কোন একটি বস্তুর দোলন কাল T হলে, প্রমাণ করা যায় যে, ত্বরণ

$$a = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times \text{সরণ, AB} \quad (46)$$

$$[F = ma = -kx, \text{ বা } a = -\frac{K}{m}x = -\omega^2 x = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x]$$

$$\text{সূতরাং সমীকরণ (46) ও সমীকরণ (44) হতে লেখা যায়, } \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{g}{L}$$

$$\therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (47)$$

এটিই সরল দোলকের দোলন কালের সমীকরণ।

অতএব সমীকরণ (47) হতে প্রমাণিত হয় যে, অন্ত বিস্তারে সরল দোলকের গতি সরল ছবিতে গতি।

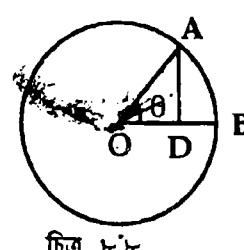
> চিত্র ৮.৮-এ $\angle AOB = \theta$

θ কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ করলে

আমরা পাই,

$$\theta = \frac{\text{চাপ, AB}}{\text{ব্যাসার্ধ, OA}}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{AD}{OA}$$



যেহেতু চাপ AB এবং লম্ব AD সমান নয়, সূতরাং $\sin \theta$ -কে রেডিয়ান ধরা যায় না। কিন্তু θ খুব ছোট হলে, AB এবং AD প্রায় সমান হয়। এই অবস্থায় D বিন্দু B বিন্দুর খুব নিকটস্থ হয়। সেক্ষেত্রে, $\sin \theta \approx \theta$ ধরা যায়।

সারণী ৮.২-এ $\sin \theta$ এবং θ -এর মানের তুলনামূলক হিসাব দেখানো হল।

সারণি ৮.২

θ (ডিগ্রীতে)	θ (রেডিয়ানে)	$\sin \theta$	গৱেষক (%)
0	0	0	0
2	0.0349	0.0349	0
4	0.0698	0.0698	0
5	0.0873	0.0872	0.11
10	0.1745	0.1736	0.52

৮.১২ সরল দোলকের সূত্রাবলী

বাইজ্ঞানিক
Laws of simple pendulum

কোন একটি সরল দোলক দুলবার সময় তার দোলনকাল চারাটি সূত্র মেনে চলে। এদেরকে সরল দোলকের সূত্র বলা হয়। বিখ্যাত বিজ্ঞানী গ্যালিলিও এই সূত্রগুলো আবিষ্কার করেন। সূত্রগুলো নিম্নে প্রদত্ত হল :

(১) ১ম সূত্র—সম-কাল সূত্র (Law of Isochronism) : ‘সম’ অর্থ সমান এবং ‘কাল’ অর্থ সময়। কোন এক স্থানে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট কোন একটি সরল দোলকের বিস্তার 4° ডিগ্রির মধ্যে থাকলে তার প্রতিটি দোলনের জন্য সমান সময় লাগবে। কাজেই কার্যকর দৈর্ঘ্য L ও অভিকর্ষজ ত্বরণ g স্থির থাকলে এবং $0 \leq 4^{\circ}$ হলে, দোলনকাল, $T = \text{ধ্রুব}$ । 1582 খ্রিস্টাব্দে গ্যালিলিও এই সূত্রটি আবিষ্কার করেন।

(২) ২য় সূত্র—দৈর্ঘ্যের সূত্র : বিস্তার 4° -এর মধ্যে থাকলে কোন নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলন কাল তার কার্যকর দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক। যদি T দোলন কাল এবং L কার্যকর দৈর্ঘ্য হয়, তবে সূত্রানুযায়ী একই স্থানে $T \propto \sqrt{L}$ অর্থাৎ কার্যকর দৈর্ঘ্য চার গুণ বাড়লে দোলন কাল দুই গুণ বাড়বে বা কার্যকর দৈর্ঘ্য চার গুণ কমলে দোলন কাল দুই গুণ কমবে ইত্যাদি।

L_1 ও L_2 কার্যকর দৈর্ঘ্যের জন্য দোলনকাল যথাক্রমে T_1 ও T_2 হলে, $T_1^2 / L_1 = T_2^2 / L_2$ ।

(৩) ৩য় সূত্র—ত্বরণের সূত্র : বিস্তার 4° -এর মধ্যে থাকলে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট কোন একটি সরল দোলকের দোলন কাল এই স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক। দোলনকাল T এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে সূত্রানুসারে একই কার্যকর দৈর্ঘ্য $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$

অর্থাৎ g বাড়লে T কমবে এবং g কমলে T বাড়বে।

g_1 ও g_2 অভিকর্ষজ ত্বরণবিশিষ্ট স্থানে দোলন কাল যথাক্রমে T_1 ও T_2 হলে $T_1^2 \times g_1 = T_2^2 \times g_2$ ।

(৪) ৪র্থ সূত্র—ভরের সূত্র : বিস্তার 4° -এর মধ্যে এবং কার্যকর দৈর্ঘ্য স্থির থাকলে কোন স্থানে সরল দোলকের দোলন কাল দোলক পিণ্ডের ভর, আকৃতি বা উপাদানের উপর নির্ভর করে না। অর্থাৎ দোলকপিণ্ড বড় কি ছোট হোক, তামা কিংবা সীসার হোক, ফাঁপা বা নিরেট হোক কার্যকর দৈর্ঘ্য স্থির থাকলে, একই স্থানে দোলকের দোলন কালের কোন পরিবর্তন ঘটে না।

সরল দোলকের সূত্র হতে দোলনকালের সমীকরণ প্রতিপাদন (Deduction of the equation of time period from the laws of simple pendulum)

সরল দোলকের দ্বিতীয় ও তৃতীয় সূত্র হতে আমরা পাই,

$$T \propto \sqrt{L}, \text{ যখন } g \text{ ধ্রুবক ও } 0 \leq 4^{\circ} \text{ এবং } T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}, \text{ যখন } L \text{ ধ্রুবক ও } 0 \leq 4^{\circ}।$$

সূত্র দুটি একত্র করে আমরা পাই $T \propto \sqrt{\frac{L}{g}}$, যখন L এবং g উভয়েই পরিবর্তনশীল ও $0 \leq 4^{\circ}$

$$\text{বা, } T = k \sqrt{\frac{L}{g}}$$

এখানে k একটি ধ্রুবক।

কোন স্থানে g -এর মান জানা থাকলে এবং পরীক্ষার সাহায্যে L এবং T নির্ণয় করে উপরের সমীকরণে বসালে k -এর মান 2π -এর সমান হতে দেখা যাবে।

উপরের সমীকরণে k -এর মান বসিয়ে আমরা পাই,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

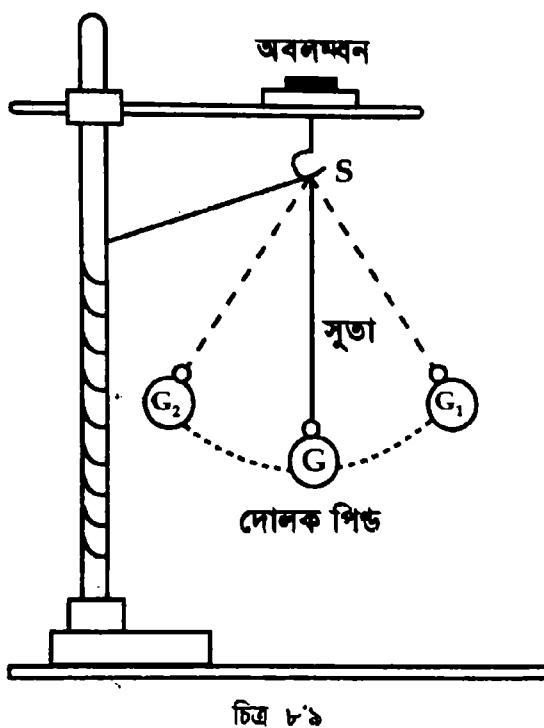
(48)

এটিই সরল দোলকের দোলনকালের সমীকরণ। উক্ত সমীকরণের সাহায্যে অভিকর্ষজ ত্বরণ g -এর মান নির্ণয়

করা হয়।

৮.১৩ সরল দোলকের সূত্রগুলোর সত্যতা নির্ণয় Determination of laws of simple pendulum

১ম সূত্র : একটি সরল দোলক তৈরি করে তাকে দুলতে দেয়া হল যেন বিস্তার 4 ডিগ্রীর বেশি না হয় [চিত্র ৮.৯]। এখন একটি স্টপ-ওয়াচ নিয়ে 20 বা 25টি পূর্ণ দোলনের সময় বের করি। মোট সময়কে দোলন সংখ্যা দ্বারা ভাগ করে দোলন কাল T নির্ণয় করি। দোলকের বিস্তার 4 ডিগ্রীর মধ্যে রেখে বিভিন্ন বিস্তারে অনুরূপভাবে দোলন কাল নির্ণয় করলে দেখা যায় যে, দোলন কাল সর্বদা সমান হচ্ছে। অতএব প্রথম সূত্রটি প্রমাণিত হল।



চিত্র ৮.৯

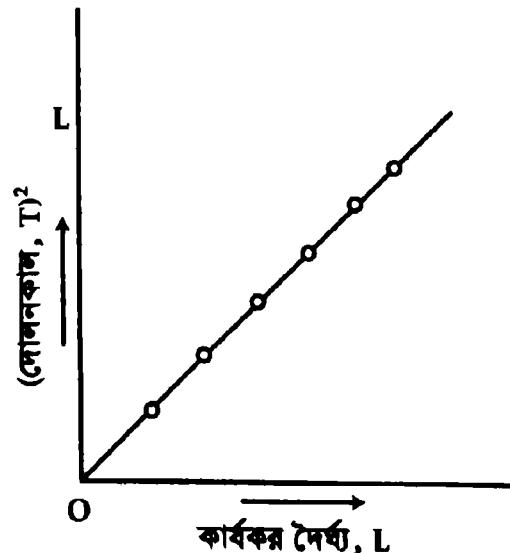
২য় সূত্র : গোলাকার দোলক পিঙ্কবিশিষ্ট একটি সরল দোলক লই। স্লাইড ক্যালিপার্সের সাহায্যে দোলক পিঙ্কের ব্যাসার্ধ r , বের করে তার সাথে সূতার দৈর্ঘ্য L যোগ করে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = l + r$ নির্ণয় করি। এখন সরল দোলকটিকে 4° অপেক্ষা কম বিস্তারে দুলতে দিয়ে একটি স্টপ-ওয়াচের সাহায্যে অনেকগুলো পূর্ণ দোলনের সময় বের করি। মোট সময়কে দোলন সংখ্যা দ্বারা ভাগ করে দোলন কাল বের করি এবং তার বর্গ লই। বিভিন্ন কার্যকর দৈর্ঘ্যের জন্য অনুরূপভাবে দোলন কাল নির্ণয় করে প্রত্যেক কার্যকর দৈর্ঘ্যের জন্য দোলন কালের বর্গ লই।

L_1, L_2, L_3, \dots ও L_n কার্যকর দৈর্ঘ্যের
সরল দোলকের দোলনকাল যথাক্রমে, T_1, T_2, T_3, \dots
ও T_n হলে পরীক্ষায় দেখা যায় যে—

$$\frac{T_1^2}{L_1} = \frac{T_2^2}{L_2} = \dots \dots = \frac{T_n^2}{L_n} = \text{ধ্রুবক বা, } \frac{T^2}{L} = \text{ধ্রুবক}$$

$$\text{বা, } T^2 = \text{ধ্রুবক} \times L \text{ বা, } T \propto \sqrt{L}$$

দ্বিতীয় সূত্রটি প্রমাণিত হল।



চিত্র ৮.১০

অধিবা,

কার্যকর দৈর্ঘ্য L -কে X -অক্ষে এবং দোলন কালের বর্গ T^2 -কে Y অক্ষে স্থাপন করে একটি লেখচিত্র অঙ্কন করলে [চিত্র ৮.১০] তা একটি সরলরেখা হবে। এ হতেও প্রমাণিত হয় যে, $\frac{T^2}{L} = \text{ধ্রুবক অর্থাৎ } T \propto \sqrt{L}$.

৩য় সূত্র : পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে গোলাকার দোলক পিণ্ডবিশিষ্ট একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের সরল দোলককে দুলতে দিয়ে পূর্বের নিয়মে তার দোলন কাল নির্ণয় করি। মনে করি কোন স্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণ g_1 এবং প্রাপ্ত দোলন কাল T_1 । অপর কোন স্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণ g_2 এবং প্রাপ্ত দোলন কাল T_2 । গণনায় দেখা যায়,

$$T_1^2 \times g_1 = T_2^2 \times g_2 \text{ অর্থাৎ } T^2 \times g = \text{শুরুক।}$$

$$\text{বা, } T^2 = \text{শুরুক} \times \frac{1}{g} \text{ বা, } T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$$

তৃতীয় সূত্র প্রমাণিত হল।

কাজেই দ্বিতীয় সূত্রের সত্যতা প্রমাণিত হল।

অথবা,

একটি ছক কাগজের X-ক্ষেত্রে অভিকর্ষীয় ত্বরণ g এবং Y-ক্ষেত্রে দোলন কালের বর্গ T^2 নির্দেশ করে g বনাম T^2 লেখচিত্র অঙ্কন করলে লেখচিত্রটি একটি অধিবৃত্ত (Parabola) হয় [চিত্র ৮.১১]। এ দ্বারাও তৃতীয় সূত্রটি প্রমাণিত হয়।



চিত্র ৮.১১

৪র্থ সূত্র : বিভিন্ন উপাদান, আকৃতি এবং ভরের কয়েকটি দোলক পিণ্ড নিয়ে সরল দোলক তৈরি করি [চিত্র ৮.১২] এবং 4° অপেক্ষা কম বিস্তারে দুলতে দিয়ে প্রত্যেক দোলকের ক্ষেত্রে পূর্বের ন্যায় দোলন কাল বের করি। পরীক্ষায় প্রতি ক্ষেত্রেই দোলন কাল সমান হতে দেখা যায়। অতএব চতুর্থ সূত্র প্রমাণিত হল।

৮.১৪ দোলকের ব্যবহার

Uses of pendulum

দোলকের কয়েকটি ব্যবহার নিম্নে আলোচিত হল।

- ✓(১) অভিকর্ষজ ত্বরণ g -এর মান নির্ণয়।
- ✓(২) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়।
- ✓(৩) সময় নির্ণয়।

(১) সরল দোলকের সাহায্যে g -এর মান নির্ণয় :

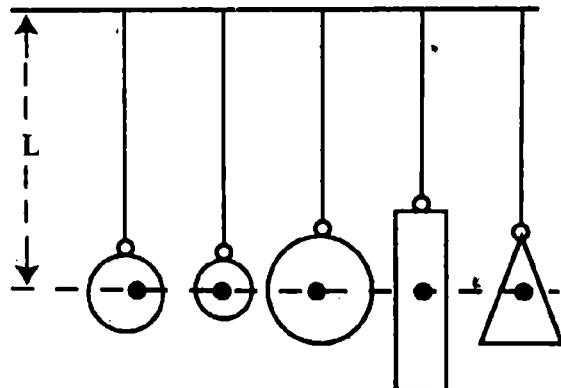
মূলতত্ত্ব (Theory) : সরল দোলকের সাহায্যে কোন স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় করা যায়। এর জন্য ব্যবহৃত সমীকরণটি হল,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

এখানে, T = দোলন কাল, L = কার্যকর দৈর্ঘ্য, এবং g = অভিকর্ষজ ত্বরণ।

$$\text{উপরের সমীকরণের উভয় পার্শ্বকে বর্গ করে পাই, } T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}.$$

$$\text{বা, } g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

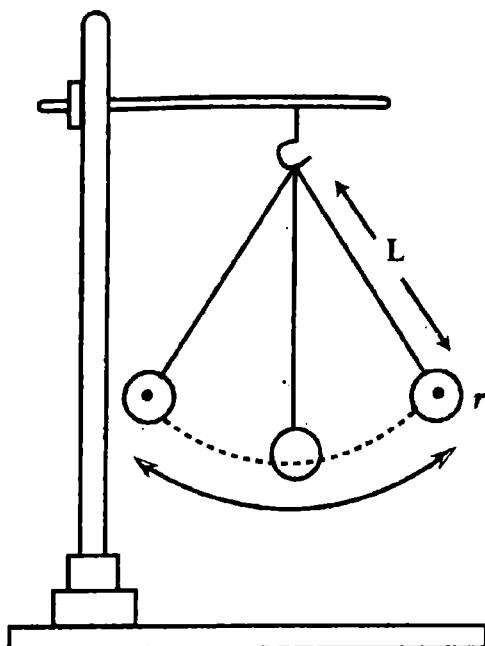


চিত্র ৮.১২

(49)

π একটি শ্রব রাশি ও একটি নির্দিষ্ট স্থানে g শ্রব। কাজেই ঐ স্থানে L/T^2 -এর একটি নির্দিষ্ট মান পাওয়া যাবে এবং গড় L/T^2 -এর মান সমীকৰণে বসিয়ে g -এর মান নির্ণয় করা যাবে।

পৱীকা : প্রথমে মিটার ক্ষেলের সাহায্যে একটি সরল দোলকের। [চিত্র ৮.১৩] সুতাৰ দৈর্ঘ্য। এবং স্লাইড ক্যালিপার্সের সাহায্যে দোলকের গোলাকার পিণ্ডের ব্যাস হতে ব্যাসার্ধ r জনে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = l + r$ নির্ণয় করা হয়। এর পৰ পর্যবেক্ষণ স্থানে দোলকটিকে 4° অপেক্ষা কম কৌণিক বিস্তারে দুলতে দিয়ে একটি স্টপ-ওয়াচের সাহায্যে তার 20টি পূর্ণ দোলনের সময় কাল t নির্ণয় করে 20 দ্বাৰা ভাগ কৰে দোলন কাল, $T = \frac{t}{20}$ বেৰ কৰা হয় এবং দোলনকালের বৰ্গ T^2 নির্ণয় কৰা হয়। সুতৰাং দৈর্ঘ্য। পরিবৰ্তন কৰে অনুপভাবে বিভিন্ন কার্যকর দৈর্ঘ্যে দোলকের দোলনকাল নির্ণয় কৰা হয় এবং প্রত্যেক ক্ষেত্ৰে দোলনকালের বৰ্গ বেৰ কৰা হয়।

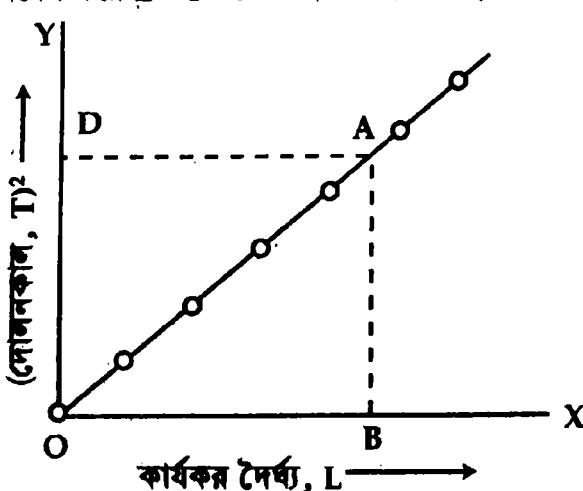


চিত্র ৮.১৩

হিসাব : প্রাপ্ত ফলাফল হতে প্রত্যেক ক্ষেত্ৰে $\frac{L}{T^2}$ নির্ণয় কৰে গড় $\frac{L}{T^2}$ -এর মান উপরের সমীকৰণে বসিয়ে g -এর মান নির্ণয় কৰা যায়, কেননা $4\pi^2$ একটি শ্রব রাশি যার মান জানা আছে।

বিকল্প পদ্ধতি : একটি ছক কাগজের অনুভূমিক অক্ষে কার্যকর দৈর্ঘ্য L এবং উল্লম্ব অক্ষে দোলন কালের বৰ্গ, T^2 নির্দেশ কৰে $L-T^2$ লেখচিত্ৰ অঙ্কন কৰা হয়। অঙ্কনে $L-T^2$ লেখচিত্ৰটি মূল বিন্দু O-গামী একটি সরলরেখা

হবে [চিত্র ৮.১৪]। এই সরলরেখার যে কোন বিন্দু A হতে X-অক্ষের উপর AB এবং Y-অক্ষের উপর AD লম্ব টেনে অঙ্কন অনুসারে AB ও AD-এর অধীৎ T^2 ও L -এর মান বেৰ কৰা হয়। এখন L ও T^2 -এর মান উপরের সমীকৰণে বসিয়ে g -এর মান নির্ণয় কৰা যায়।



চিত্র ৮.১৪

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } g &= 4\pi^2 \frac{AD}{AB} = 4\pi^2 \frac{AD}{AB} \\ &= 4\pi^2 \frac{OB}{AB} \\ &= 4\pi^2 \cot \angle BOA \end{aligned}$$

বইঘর.কম

সতর্কতা :

- \(1)\) বিস্তার 4° -এর মধ্যে হওয়া উচিত।
 \(\checkmark 2)\) পিণ্ডের ব্যাস বেশ কয়েকবার নির্ধারণ করে তাদের গড় নেয়া উচিত।
 \(\checkmark 3)\) T-এর মান নির্ভুল হওয়া উচিত এবং এর জন্য অধিক সংখ্যক পূর্ণ দোলনে ব্যয়িত সময় নির্ণয় করা উচিত।
 \(\checkmark 4)\) পিণ্ডটির উল্লম্ব তলে পাক খেতে না দিয়ে মুক্তভাবে দুলবার ব্যবস্থা করা উচিত।

(২) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়

(ক) সরল দোলকের সাহায্যে : সরল দোলকের সাহায্যে কোন পাহাড়ের উচ্চতা অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠ হতে পাহাড়ের চূড়া বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করা যায় [চিত্র ৮.১৫]। প্রথমে পাহাড়ের পাদদেশে অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠে সরল দোলকের সাহায্যে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান উপরের নিয়মে নির্ণয় করা হয়। মনে করি এই মান = g

এর পর পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান অনুরূপভাবে নির্ণয় করা যায়।

ধরি এই মান = g_1

হিসাব ও গণনা : তা হলে নিউটনের মহাকর্ষজ সূত্রানুসারে পাহাড়ের পাদদেশে,

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad (50)$$

এবং পাহাড়ের চূড়ায়,

$$g_1 = \frac{GM}{(R + h)^2} \quad (51)$$

এখানে, M = পৃথিবীর ভর, G = মহাকর্ষীয় ধ্রবক, R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ এবং h = পাহাড়ের উচ্চতা। সমীকরণ (50)-কে সমীকরণ (51) দ্বারা ভাগ করে আমরা পাই,

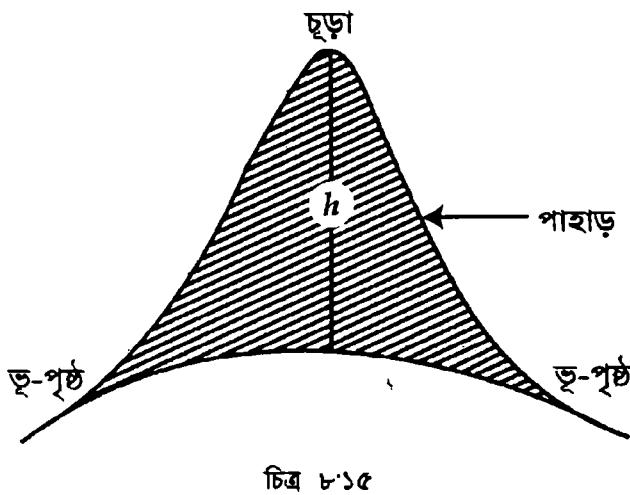
$$\frac{g}{g_1} = \frac{(R + h)^2}{R^2} = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2 \quad (52)$$

$$h = \left(\sqrt{\frac{g_1}{g}} - 1 \right) R \quad (53)$$

সূতরাং R , g এবং g_1 -এর মান জেনে h -এর মান নির্ণয় করা যায়।

(৩) সময় নির্ণয়

দোলক ঘড়িতে দোলকের সাহায্যে সময় মাপা হয়। এ সব দোলক সাধারণত ধাতুর দ্বারা নির্মিত। শীতকালে শৈত্যে তাদের দৈর্ঘ্য কমে যায় এবং শীতকালে তাপে দৈর্ঘ্য বেড়ে যায়। সূতরাং শীতকালে ঘড়ির দোলন কাল কমে যায় এবং ঘড়ি দ্রুত চলে। শীতকালে ঘড়ির দোলন কাল বেড়ে যায় এবং ঘড়ি ধীরে চলে। সাধারণ দোলক ঘড়ির পিণ্ডের নিচের একটি স্কুকে প্রয়োজনমত ঘুরিয়ে পিণ্ডকে উঠা-নামা করিয়ে দোলন কাল নিয়ন্ত্রণ করা হয়।



মাটিৰ নিচে বা উচু পাহাড়ের উপৰ g-এৰ মান কম। কাজেই উচু পাহাড়ে বা মাটিৰ নিচে দোলকেৱ দোলন কাল বেশি হয়। এৰ অৰ্থ ঘড়ি ধীৱে চলে। বিশুব অঞ্চলে g-এৰ মান কম এবং মেৰু অঞ্চলে g-এৰ মান বেশি। অতএব একটি দোলক ঘড়িকে বিশুব অঞ্চল হতে মেৰু অঞ্চলে নিলে ঘড়িটি দ্রুত চলে।

৮.১৫ সেকেণ্ড দোলক

Second pendulum

যে সৱল দোলকেৱ দোলন কাল 2 সেকেণ্ড তাকে সেকেণ্ড দোলক বলে। অৰ্থাৎ সেকেণ্ড দোলকেৱ $T = 2$ সে। কোন একটি সেকেণ্ড দোলকেৱ কাৰ্যকৰ দৈৰ্ঘ্য L হলে, $T = 2 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{1}{n}$

$$\text{অৰ্থাৎ } 2 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \text{ বা, } 1 = \pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } 1 = \pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\therefore L = \frac{g}{\pi^2}$$

V.V.I

150°

(54)

সুতৰাং, দেখা যায়, সেকেণ্ড দোলক অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৱ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে। সেকেণ্ড দোলকেৱ দৈৰ্ঘ্য অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৱ সমানুপাতিক।

৮.১৬ স্প্রিং-জনিত স্পন্দন

Oscillation due to spring

অনুভূমিক দিকে স্পন্দন :

অনুভূমিক স্প্রিং-এৰ সৱল ছন্দিত গতিৰ সমীকৰণ অনুচ্ছেদ ৮.৮-এ প্ৰতিপাদন কৰা হয়েছে। সমীকৰণ নিম্নৱৃপু :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

এটি একটি সৱল ছন্দিত গতিৰ সমীকৰণ

এই ছন্দিত গতিৰ পৰ্যায়কাল,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \quad \left[\because \omega^2 = \frac{K}{m} \right] \quad (55)$$

উল্লম্ব দিকে স্পন্দন :

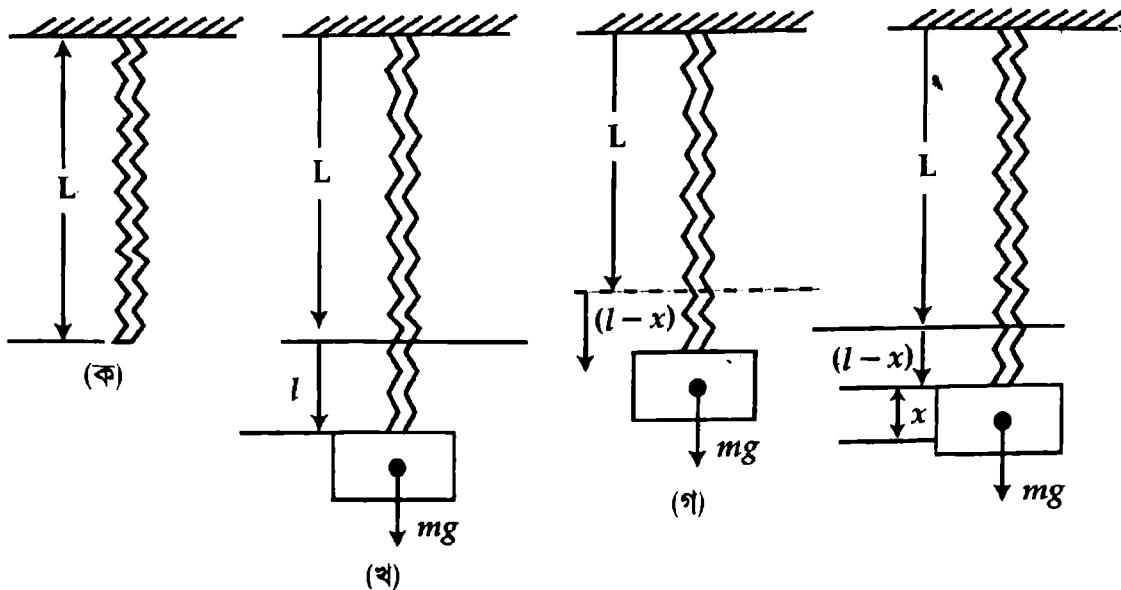
মনে কৰি ৮.১৬ (ক) চিত্ৰে ভাৱমুক্ত অবস্থায় একটি ঝুলন্ত স্প্রিং। ধৰি এই অবস্থায় এৰ দৈৰ্ঘ্য L এবং স্প্রিং ধূৰকেৱ মান K ।

এখন (খ) চিত্ৰে স্প্রিং-এৰ নিম্ন প্ৰাণ্টে m ভৱ যুক্ত কৰায় স্প্রিং-এৰ দৈৰ্ঘ্য। পৱিমাণ প্ৰসাৰিত হয়ে সাম্য অবস্থায় ঝুলতে থাকল। এমতাৰস্থায় স্প্রিং দারা প্ৰযুক্ত উৰ্ধমুখী বল F বস্তুৰ ওজনেৱ সমান হবে। কিন্তু, $F = KI$

সুতৰাং, $KI = mg$

$$K = \frac{mg}{I}$$

মনে করি (গ) চিত্রে বস্তু সাম্য অবস্থানের উপরে x দূরত্বে রয়েছে। এখন স্প্রিং-এর প্রসারণ $(l - x)$ । স্প্রিং-এর দ্বারা প্রযুক্ত উর্ধমুখী বলের মান = $K(l - x)$



চিত্র ৮.১৬

$$\text{এবং বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের লক্ষি } F = K(l - x) - mg = -Kx \quad (56)$$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে এই অবস্থায় প্রযুক্ত লক্ষি বল সাম্যাবস্থান হতে এর সরণের সমানুপাতিক। সুতরাং স্প্রিং দ্বারা ঝুলানো বস্তুকে উল্লম্ব দিকে গতিশীল করলে সেদিকে সরল ছবিত গতি হব।

এখন সমীকরণ (56)-এ

$$F = ma \text{ বসিয়ে পাওয়া যায়} \quad [\text{নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রানুসারে}]$$

$$ma = -Kx$$

$$\text{বা, } ma + Kx = 0$$

$$\text{বা, } a + \frac{K}{m}x = 0$$

$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0 \quad [\quad a = \frac{d^2x}{dt^2} \quad]$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0 \quad [\because \omega^2 = K/m] \quad (57)$$

এটি সমীকরণ (7)-এর অনুরূপ বিধায় সরল ছবিত গতির সমীকরণ।

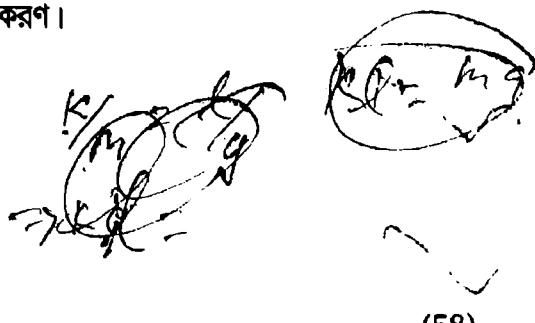
অতএব, উল্লম্বভাবে সন্দিত স্প্রিং-এর গতি সরল ছবিত গতি।

এই গতির পর্যায়কাল,

$$T \triangleq \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{K/m}}$$

$$\text{বা, } T = 2\pi\sqrt{m/K} \quad (58)$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad [\quad Kl = mg \quad]$$



BC & JEEL

স্মরণিকা

পর্যাবৃত্ত গতি : কোন বস্তুৰ গতি যদি এমন হয় যে একটি নির্দিষ্ট সময় পৱনপৰ বস্তুটিৰ গতিৰ পুনৱাবৃত্তি ঘটে তবে ঐ গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

স্পন্দন : পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোন বস্তুৰ গতি যদি এমন হয় যে, পৰ্যায়কালেৱ অৰ্ধেক সময় কোন নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অৰ্ধেক সময় বিপৰীত দিকে চলে তবে বস্তুৰ ঐ গতিকে স্পন্দন বলে।

সৱল ছন্দিত স্পন্দন : কোন পৰ্যায় গতিসম্পন্ন বস্তুৰ উপৱ কাৰ্যকৰ তুৱণ যদি তাৱ গতিপথেৱ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখে এমনভাৱে ক্ৰিয়া কৰে যে তাৱ মান ঐ বিন্দু হতে বস্তুৰ সৱণেৱ মানেৱ সমানুপাতিক হয়, তবে বস্তুৰ উক্ত গতিকে সৱল ছন্দিত স্পন্দন বলে।

সৱল দোলক : একটি ছেট ভাৱী বস্তু পিণ্ডকে একটি ওজনবিহীন, অপসাৱণীয় এবং নমনীয় সুতাৱ সাহায্যে একটি দৃঢ় অবলম্বনে বুলিয়ে দেওয়ায় তা যদি বিনা বাধায় এদিক-গুদিক দোলে, তবে সুতা সমেত পিণ্ডটিকে সৱল দোলক বলে।

পূৰ্ণ দোলন (Complete oscillation) : কোন একটি সৱল দোলকেৱ দোলক পিণ্ড তাৱ গতিপথেৱ যে কোন বিন্দু হতে যাত্রা শুৱ কৰে দুই পাঞ্চ অবধি যেয়ে পুনৱায় সেই বিন্দুতে ফিৰে এলে একটি পূৰ্ণ দোলন হয়।

দোলন বা পৰ্যায় কাল (Time period) : কোন একটি সৱল দোলকেৱ দোলক পিণ্ডেৱ একটি পূৰ্ণ দোলন দিতে যে পৰিমাণ সময় লাগে তাকে দোলন কাল বলে।

কম্পাঙ্ক (Frequency) : কোন একটি সৱল দোলকেৱ দোলক পিণ্ড এক সেকেন্ডে যতবাৱ পূৰ্ণ দোলন দেয়, তাকে কম্পাঙ্ক বা কম্পনি বলে।

বিস্তার (Amplitude) : দূলবাৱ সময় কোন একটি সৱল দোলকেৱ দোলক পিণ্ড সাম্যাবস্থা হতে সৰ্বাপেক্ষা যতটা বেশি দূৱে যায় তাকে তাৱ বিস্তার বলে।

দশা : কোন একটি কম্পমান বস্তুৰ যে কোন মূহূৰ্তেৰ দোসনেৱ অবস্থা অৰ্থাৎ বস্তুটিৰ অবস্থান, বেগ, তুৱণ এবং গতিৰ অভিমুখ যা দ্বাৱা বুৰো যায় তাকে দশা বলে।

সেকেন্ড দোলক (Second's pendulum) : যে সৱল দোলকেৱ দোলনকাল 2 সেকেন্ড, তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

প্রয়োজনীয় সমীকৰণ

$$\checkmark \text{সৱণ}, x = a \sin \omega t \quad ; \quad (1)$$

$$\checkmark \text{সৱণ}, x = a \sin (\omega t + \delta) \quad (2)$$

$$\checkmark \text{বেগ}, v = A \omega \cos \omega t \quad (3)$$

$$\quad \quad \quad = \omega \sqrt{A^2 - x^2} \quad (4)$$

$$\checkmark \text{বেগ (সৰ্বোচ্চ)}, v_{max} = \omega A \quad (5)$$

$$\checkmark \text{তুৱণ}, a = -\omega^2 x \quad (6)$$

$$\checkmark \text{তুৱণ (সৰ্বোচ্চ)}, = -\omega^2 A \quad (7)$$

$$\text{প্রত্যায়নী বল}, F = -Kx \quad (8)$$

$$\checkmark \text{কৌণিক বেগ}, \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (9)$$

$$\text{দোলনকাল}, T = 2\pi \sqrt{\frac{-\text{সৱণ}}{\text{তুৱণ}}} \quad (10)$$

$$\checkmark \text{স্প্ৰিং-এৱ দোলনকাল}, T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (11)$$

$$\checkmark \text{স্থিতিশক্তি}, P. E. = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \quad (12)$$

$$\text{গতিশক্তি}, K. E. = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2) \quad (13)$$

$$\checkmark \text{মোট শক্তি}, = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \quad (14)$$

$$\checkmark \text{সৱল দোলকেৱ দোলন কাল}, T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (15)$$

$$\text{কাৰ্যকৰ দৈৰ্ঘ্য}, L = \frac{T^2 \times g}{4\pi^2} \quad (16)$$

$$\text{কম্পাঙ্ক ও দোলন কালেৱ মধ্যে সম্পর্ক}, nT = 1 \quad (17)$$

বাইরের ক্ষেত্রে সমাধানকৃত উদাহরণ

✓ । $y = 0.9 \sin \pi \left(\frac{x}{15} + \frac{2t}{0.3} \right)$; একটি অঞ্চগামী তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ। এখানে x ও y সেটিমিটারে প্রকাশিত হলে তরঙ্গটির কৌণিক কম্পাঙ্ক, পর্যায়কাল ও বেগ নির্ণয় কর। [সি. বো. ২০০৬]

প্রদত্ত তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = 0.9 \sin \pi \left(\frac{x}{15} + \frac{2t}{0.3} \right) \quad (1)$$

আমরা জানি, অঞ্চগামী তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt + x) \quad (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) তুলনা করে পাই,

বিস্তার, $A = 0.9$

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi x}{15} \quad \lambda = 30 \text{ cm}$$

কৌণিক কম্পাঙ্ক,

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{30} = \frac{\pi}{15} = 0.209 \text{ rads}^{-1}$$

$$\text{বেগ}, \frac{2\pi}{\lambda} vt = \pi \frac{2t}{0.3}$$

$$\text{বা}, v = \frac{\lambda}{0.3} = \frac{30}{0.3} = 300 \text{ cms}^{-1}$$

$$\text{কম্পাঙ্ক}, n = \frac{v}{\lambda} = \frac{300}{30} = 10 \text{ Hz}$$

$$\text{পর্যায়কাল}, T = \frac{1}{n} = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ sec}$$

উত্তর : 0.209 rads^{-1} ; 0.1 s ; 300 cms^{-1}

✓ । একটি বস্তুকণা তার দোলন সীমার শেষ প্রান্ত হতে দোলন শুরু করে 0.1 m বিস্তার ও 1 Hz কম্পাঙ্কযুক্ত সরল ছন্দিত গতি সম্ভব করে। 4.5 s পর কণাটির সরণ কত হবে?

মনে করি সরণ $= x$

আমরা পাই, $x = A \sin \omega t$

$$= A \sin \left(\frac{2\pi}{T} \times t \right) \quad (1)$$

এখানে, $n = 1 \text{ Hz}$

$$A = 0.1 \text{ m}$$

$$T = \frac{1}{n} = \frac{1}{1 \text{ s}^{-1}} = 1 \text{ s}$$

দোলন সীমার শেষ প্রান্ত হতে মধ্য অবস্থানে যেতে $\frac{1}{4} \text{ s} = 0.25 \text{ s}$ সময় দাগে হেতু 4.25 s -এ কণাটির ৪টি পূর্ণ কম্প দিয়ে মধ্য অবস্থানে আসবে। কাজেই মধ্য অবস্থানে অতিক্রম করার 0.25 s পরের সরণই হবে নির্ণেয় 4.5 s পর কণাটির সরণ।

$$\begin{aligned} \text{সমীকরণ (1) হতে পাই, } x &= 0.1 \text{ m} \times \sin \frac{2\pi}{1} \times 0.25 \\ &= 0.1 \text{ m} \times \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) \\ &= 0.1 \text{ m} \end{aligned}$$

৩। একটি বস্তুকণা সরল ছন্দিত গতির পর্যায়কাল 0.001 s এবং বিস্তার 0.005 m । কণাটির গরিষ্ঠ বেগ এবং পতিপথের মধ্য অবস্থান হতে 0.002 m দূরের ত্বরণ নির্ণয় কর।

মনে করি ত্বরণ $= a$

$$\text{আমরা পাই, } |a| = \omega^2 |x| = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 |x| \quad (1)$$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$|a| = \frac{4 \times 9.87}{(0.001)^2} \times 0.002 \text{ m} = 7.9 \times 10^4 \text{ ms}^{-2}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} T &= 0.001 \text{ s} \\ |x| &= 0.002 \text{ m} \\ \pi^2 &= 9.87 \end{aligned}$$

পুনরায় ধৰি, গৱেষিত বেগ = v_{max}

$$v_{max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} \times A$$

এখনে, $A = 0.005 \text{ m}$

$$v_{max} = \frac{2 \times 3.14}{0.001 \text{ s}} \times 0.005 \text{ m} = 31.4 \text{ ms}^{-1}$$

৪। একটি হাঙ্গা স্প্রিং-এর এক প্রান্তে 0.1 kg ভৱের একটি ক্ষুদ্র বস্তু যুক্ত করে একটি দৃঢ় বস্তুতে অপর প্রান্তিকে বেধে তাকে ঝুলানো হল। এতে স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য 0.02 m বৃদ্ধি পেল। যদি ক্ষুদ্র বস্তুটিকে নিচের দিকে একটু টেনে ছেড়ে দেওয়া হয় তবে তার উল্লম্ব কম্পনের পর্যায়কাল কত হবে? স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় কর।

মনে কৰি পর্যায়কাল = T

$$\text{আমৰা পাই}, T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{সৱণ}}{\text{ভৱণ}}} \quad (\text{মান বিবেচনায়}) \quad (1)$$

$$\text{সমীকৰণ (1) হতে পাই}, T = 2 \times 3.14 \times \sqrt{\frac{0.02 \text{ m}}{9.8 \text{ ms}^{-2}}} = 0.284 \text{ s}$$

$$\text{আবাব}, \frac{\text{সৱণ}}{\text{ভৱণ}} = \frac{m}{K}$$

$$\text{এখনে}, m = 0.1 \text{ kg}$$

$$K = \frac{\text{ভৱণ}}{\text{সৱণ}} \times m = \frac{9.8 \text{ ms}^{-2} \times 0.1 \text{ kg}}{0.02 \text{ m}} = 49 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\text{এখনে}, \text{সৱণ} = 0.02 \text{ m}$$

$$\text{ভৱণ} = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

৫। কোন স্প্রিং-এর এক প্রান্তে একটি বস্তু ঝুলালে এটি 20 cm প্রসারিত হয়। বস্তুটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে কম্পাঙ্গক কত হবে? [য. বো. ২০০১]

আমৰা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0.2}{9.8}}$$

$$\text{অতএব, কম্পাঙ্গক } f = \frac{1}{T} = \frac{0.89 \text{ s}}{0.89} = 1$$

$$f = \frac{1}{0.89} \text{ Hz} = 1.11 \text{ Hz}$$

এখনে,

$$\text{স্প্রিং-এর প্রসারণ}, l = 20 \text{ cm}$$

$$= 0.2 \text{ m}$$

$$\text{অতির্কৰ্মজ ভৱণ}, g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{কম্পাঙ্গক } f = ?$$

৬। একটি সৱল ছদ্মিত গতিতে চলমান বস্তুর বিস্তার 0.01 m ও কম্পাঙ্গক 12 Hz । বস্তুটির 0.005 m সৱণে বেগ কত হবে? বস্তুটির সর্বোচ্চ বেগ কত হবে?

মনে কৰি বেগ = v

$$\text{আমৰা পাই}, v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} \quad (1)$$

সমীকৰণ (1) হতে পাই,

$$\text{এখনে}, \omega = 2\pi n = 2 \times 3.14 \times 12 \text{ rad s}^{-1}$$

$$A = 0.01 \text{ m}$$

$$x = 0.005 \text{ m}$$

$$n = 12 \text{ Hz}$$

$$v = 2 \times 3.14 \times 12 \text{ rad s}^{-1} \sqrt{(0.01 \text{ m})^2 - (0.005 \text{ m})^2} \\ = 0.653 \text{ ms}^{-1}$$

পুনরায়, সর্বোচ্চ বেগ v_{max} -এর ক্ষেত্ৰে, $x = 0$

সমীকৰণ (1) অনুযায়ী,

$$v_{max} = \omega A \\ = 2 \times 3.14 \times 12 \text{ rad s}^{-1} \times 0.01 \text{ m} \\ = 0.7536 \text{ ms}^{-1}$$

প্র৷ ১) 0.05 kg ভরের বস্তু 20 cm বিস্তার এবং $\frac{2\text{s}}{A}$ পর্যায়কালের সরল ছন্দিত গতি প্রাপ্ত হলে বস্তুটির সর্বোচ্চ দৃতি নির্ণয় কর। [য. বো. ২০০৮]

আমরা জানি,

সর্বোচ্চ দৃতি,

$$v_{\max} = \omega A$$

$$\therefore v_{\max} = 0.20 \times 3.14 = 0.628 \text{ ms}^{-1}.$$

$$\text{এখানে, } A = 20 \text{ cm} = 0.20 \text{ m}$$

$$T = 2s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi = 3.14 \text{ rad s}^{-1}$$

প্র৷ ২) একটি জায়গায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.81 ms^{-2} । ঐ স্থানে একটি সরল দোলক প্রতি সেকেন্ডে একটি অর্ধদোলন সম্পন্ন করে। দোলকটির সূতার দৈর্ঘ্য 0.99 m হলে, দোলক পিণ্ডের ব্যাস নির্ণয় কর।

মনে করি দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য = L

$$\text{আমরা পাই, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$L = \frac{T^2 \times g}{4\pi^2} \quad (1)$$

$$\text{সমীকরণ (1) অনুযায়ী, } L = \frac{(2 \times 1s)^2 \times 9.81 \text{ ms}^{-2}}{4 \times 9.87} = 0.994 \text{ m}$$

কাজেই দোলক পিণ্ডের ব্যাসার্ধ r হলে, $L = l + r$ অনুযায়ী,

$$r = L - l = (0.994 - 0.990) \text{ m} = 0.004 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{নির্ণেয় ব্যাস} &= 2r = 2 \times 0.004 \text{ m} \\ &= 0.008 \text{ m} \end{aligned}$$

প্র৷ ৩) কোন একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 25.6% বাঢ়ালে এর দোলনকাল কত হবে বের কর।

আমরা জানি,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}} \quad (1)$$

$$\text{এবং } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L_2}{g}} \quad (2)$$

সমীকরণ (2)-কে (1) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad \text{বা, } T_2 = T_1 \sqrt{\frac{1.256 L_1}{L_1}}$$

$$\text{বা, } T_2 = 2 \times \sqrt{1.256}$$

$$\therefore T_2 = 2.24 \text{ s}$$

কোন স্থানে দুটি সরলদোলকের দোলনকালের অনুপাত $4 : 5$ হলে এদের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত বের কর। [চ. বো. ২০০৫]

$$\text{আমরা জানি, } \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

$$\text{বা, } \frac{L_1}{L_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$$

$$\therefore L_1 : L_2 = 16 : 25$$

প্র৷ ৪) একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য কত গুণ বাঢ়াতে হবে?

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \\ \text{বা, } T^2 &= 4\pi^2 \frac{L}{g} \end{aligned} \quad (1)$$

আবার,

$$\begin{aligned} T_1 &= 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}} \\ \text{বা, } T_1^2 &= 4\pi^2 \frac{L_1}{g} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{কার্যকরী দৈর্ঘ্য} = L_1$$

25.6% বৃদ্ধিতে কার্যকরী দৈর্ঘ্য

$$L_2 = L_1 \text{ এর } \frac{25.6}{100} + L_1$$

$$= 0.256 L_1 + L_1 = 1.256 L_1$$

এখানে,

$$T_1 = 2 \text{ s}$$

$$T_2 = ?$$

$$T_2 = (\sqrt{1.256})$$

$$L_2 = (1.256)$$

এখানে,

$$T_1 / T_2 = \frac{4}{5}$$

এখানে,

$$\text{আদি দোলনকাল} = Ts$$

$$\text{শেষ দোলনকাল, } T_1 = \left(T + \frac{T 50}{100} \right) s = \left(T + \frac{T}{2} \right) s$$

$$\text{আদি দৈর্ঘ্য} = L$$

$$\text{শেষ দৈর্ঘ্য} = L_1$$

[চ. বো. ২০০৩; ঢ. বো. ২০০৩]

$$\text{বা, } \left(T + \frac{T}{2}\right)^2 = 4\pi^2 \frac{L_1}{g} \quad \text{বা, } \left(\frac{3T}{2}\right)^2 = 4\pi^2 \frac{L_1}{g}$$

$$\text{বা, } T^2 = 4\pi^2 \frac{L_1}{g} \times \frac{4}{9} \quad (2)$$

$$\text{সমীকৰণ (1) ও (2) হতে পাই, } \frac{4\pi^2 L}{g} = \frac{4\pi^2 L_1}{g} \times \frac{4}{9}$$

$$\text{বা, } \frac{L}{L_1} = \frac{4}{9} \quad \text{বা, } L_1 = \frac{9}{4} L = 2.25L$$

$$\begin{aligned} \text{দৈর্ঘ্য বৃন্দি} &= 2.25L - L \\ &= 1.25L \end{aligned}$$

কার্যকর দৈর্ঘ্য 1.25 গুণ বাড়াতে হবে।

~~১৫২।~~ কোন সরল ছবিত স্পন্দন গতিসম্পন্ন কণার বিস্তার 3 cm এবং সর্বোচ্চ বেগ 6.24 cms^{-1} হলে কণাটির পর্যায়কাল কত ? [য. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{সর্বোচ্চ বেগ, } v &= \omega A \\ \therefore \omega &= \frac{v}{A} \\ &= \frac{0.0624}{0.03} = 2.08 \text{ rad s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{আবার, } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{বা, } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3.14}{2.08} = 3.02 \text{ sec}$$

~~১৫৩।~~ সরল ছবিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকৰণ $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$, পর্যায়কাল 30s এবং আদি সরণ 0.05m হলে কণাটির (ক) কৌণিক কম্পাঙ্ক ; (খ) আদি দশা নির্ণয় কর। [ঢ. বো. ২০০২]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{T} \\ \omega &= \frac{2 \times 3.14}{30} = 0.209 \text{ rad s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{আবার, } y = 10 \sin(\omega t + \delta)$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } 0.05 &= 10 \sin(\omega t + \delta) = 10 \sin(\omega \times 0 + \delta) \\ &= 10 \sin \delta \\ \sin \delta &= \frac{0.05}{10} = 0.005 \\ \delta &= \sin^{-1}(0.005) \\ &= 0.286^\circ \end{aligned}$$

~~১৪।~~ একটি বস্তুকণা সরল ছবিত স্পন্দনে দুলছে যার গতির সমীকৰণ $x = 10 \cos(6\pi t + \pi/3)$ মিটার। $t = 3$ সেকেন্ড সময় পরে বস্তুটির সরণ, বেগ ও ত্বরণ কত হবে ?

এখানে,

$$\text{সরণ, } x = 10 \cos(6\pi t + \pi/3)$$

$$3 \text{ সেকেন্ড পরে সরণ, } x = 10 \cos(6\pi \times 3 + \pi/3) = 10 \cos(18\pi + \pi/3)$$

$$= 10 \cos \pi/3 = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \text{ m}$$

$$\text{বেগ, } v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} (10 \cos(6\pi t + \pi/3)) = -60\pi \sin(6\pi t + \pi/3)$$

$$\begin{aligned} 3 \text{ সেকেন্ড পরে, } v &= -60\pi \sin(6\pi \times 3 + \pi/3) = -60\pi \sin(18\pi + \pi/3) \\ &= -60\pi \sin \pi/3 = -60 \times 3.14 \times 0.866 \\ &= -163.15 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{ত্বরণ, } a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (-60\pi \sin(6\pi t + \pi/3)) = -360\pi^2 \cos(6\pi t + \pi/3)$$

$$\begin{aligned} 3 \text{ সেকেন্ড পরে, } a &= -360\pi^2 \cos(6\pi \times 3 + \pi/3) = -360\pi^2 \cos(18\pi + \pi/3) \\ &= -360\pi^2 \cos \pi/3 = -360 \times 9.87 \times \frac{1}{2} = -1776.6 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} A &= 3 \text{ cm} \\ &= 0.03 \text{ m} \\ v &= 6.24 \text{ cm s}^{-1} \\ &= 0.0624 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{পর্যায়কাল, } T &= 30 \text{ s} \\ \text{কৌণিক কম্পাঙ্ক, } \omega &=? \\ \text{আদি সময়, } t &= 0 \\ \text{সরণ, } y &= 0.05 \text{ m} \\ \text{আদি দশা, } \delta &=? \end{aligned}$$

১৫। মেখাও যে, সরল ছবিত গতিসম্পন্ন কোন বস্তুকণার স্পন্দনের পর্যায়কাল, $T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{সরণ}}{\text{ত্বরণ}}}$

$$T = 2\pi \sqrt{m/K}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{m}{\omega^2 m}} \quad [\sqrt{K/m} = \omega, \text{ বা, } K = \omega^2 m]$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{1}{\omega^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{x}{\omega^2 x}}$$

$$\checkmark = 2\pi \sqrt{\frac{\text{সরণ}}{\text{ত্বরণ}}} \quad [\text{মান বিবেচনায় প্রমাণিত}]$$

১৬। সরল ছবিত গতি সম্পন্নকারী কোন কণার সর্বোচ্চ বেগ 0.02 ms^{-1} । কণাটির বিস্তার 0.004 m হলে কণাটির পর্যায়কাল কত ? [ঢ. বো. ২০০২]

আমরা জানি,

$$\text{সর্বোচ্চ বেগ}, v_{max} = \omega A$$

$$\text{বা, } \omega = \frac{v_{max}}{A} = \frac{0.02}{0.004} \\ = 5 \text{ sec}^{-1}$$

$$\text{আবার, পর্যায়কাল}, T = \frac{2\pi}{\omega} \\ = \frac{2 \times 3.14}{5} \\ = 1.256 \text{ s}$$

এখানে,

$$v_{max} = 0.2 \text{ ms}^{-1}$$

$$A = 0.004 \text{ m}$$

$$T = ?$$

১৭। 100 cm কার্যকরী দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি দোলক প্রতি মিনিটে 30টি দোল সম্পন্ন করে। পরীক্ষনীয় স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর মান নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০২]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{l/g} \\ \text{বা, } T^2 &= 4\pi^2 l/g \\ g &= \frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{4 \times (3.142)^2}{(2)^2} \\ &= 9.87 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{কার্যকরী দৈর্ঘ্য}, l = 100 \text{ cm}$$

$$30 \text{টি দোল দিতে সময় লাগে} = 1 \text{ মিনিট}$$

$$1 \text{টি} \quad " = \frac{60}{30} = 2 \text{ সেকেন্ড}$$

$$T = 2 \text{ s}$$

১৮। একটি সরল দোলক A-এর দৈর্ঘ্য অপর একটি সরল দোলক B-এর দৈর্ঘ্যের 2 গুণ। দোলক B-এর দোলন কাল 2 sec হলে দোলক A-এর দোলন কাল কত ?

আমরা জানি,

$$T_A = 2\pi \sqrt{\frac{L_A}{g}}$$

$$\text{এবং } T_B = 2\pi \sqrt{\frac{L_B}{g}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} = \sqrt{\frac{2 L_B}{L_B}} = \sqrt{2}$$

$$T_A = \sqrt{2} \times T_B = \sqrt{2} \times 2 \\ = 2.838 \text{ sec}$$

এখানে,

$$T_B = 2 \text{ sec}$$

$$L_A = 2L_B$$

$$T_A = ?$$

$$T = \sqrt{g/L}$$

১৯। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য চারগুণ করা হলে এর দোলনকাল কত হবে ?

[রা. বো. ২০০৮]

মনে করি, দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পর দোলনকাল = T_2

এখানে, আদি দোলনকাল, $T_1 = 2 \text{ sec}$

ধরি, আদি দৈর্ঘ্য, $L_1 = L$

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পর দৈর্ঘ্য, $L_2 = 4L$

উভয় ক্ষেত্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ = g

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}} \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L_2}{g}}$$

সমীকরণ (2) কে (1) দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$

বা, $T_2 = T_1 \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = 2 \times \sqrt{\frac{4L}{L}} = 2 \times \sqrt{4} = 2 \times 2 = 4 \text{ sec}$

পুঁজি ১০। একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য বের কর। ($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$) [ক. বো. ২০০৩; চ. বো. ২০০৮]
মনে করি কার্যকর দৈর্ঘ্য = L

আমরা পাই, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

$$L = \frac{T^2 \times g}{4\pi^2}$$

সমীকরণ (1) হতে আমরা পাই, $L = \frac{2 \times 2 \times 9.8}{4 \times 9.87} = 0.993 \text{ m.}$

পুঁজি ১১। একটি সরল দোলক $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ স্থানে $\frac{3}{4} \text{ s}$ -এ একবার টিক শব্দ করে বা অর্ধ-দোলনকাল $\frac{3}{4} \text{ s}$ ।
দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

মনে করি কার্যকর দৈর্ঘ্য = L

আমরা পাই, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

$$L = \frac{T^2 \times g}{4\pi^2}$$

(1)

এখানে, $\frac{3}{4} = 2 \times \text{টিকের সময়} = 2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2} \text{ s}$
 $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
 $\pi^2 = 9.87$

সমীকরণ (1) হতে আমরা পাই, $L = \frac{3 \times 3 \times 9.8}{2 \times 2 \times 4 \times 9.87} = 0.5585 \text{ m}$

পুঁজি ১২। একটি সেকেন্ড দোলক পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। চন্দ্রে নিয়ে গেলে এর দোলনকাল কত হবে? পৃথিবীর
ব্যাসার্ধ চন্দ্রের ব্যাসার্ধের 4 গুণ এবং পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 81 গুণ। [চ. বো. ২০০৫; রা. বো. ২০০৩;
ব. বো. ২০০১; সি. বো. ২০০১]

অথবা, পৃথিবী পৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের দোলনকাল 2s । একে চন্দ্র পৃষ্ঠে নেয়া হল। চন্দ্র পৃষ্ঠে এর
দোলনকাল কত হবে? পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 81 গুণ এবং ব্যাসার্ধ চন্দ্রের ব্যাসার্ধের 4 গুণ গণ্য কর।

ধরি দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য L এবং পৃথিবী ও চন্দ্র পৃষ্ঠে

অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g_e এবং g_m ।

আমরা জানি,

$$T_e = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_e}} \quad (1)$$

$$\text{এবং } T_m = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_m}} \quad (2)$$

সমীকরণ (2)-কে (1) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}}$$

$$\text{কিন্তু } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$$

$$g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

সমীকরণ (3) হতে পাই, $\frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{M_e R_m^2}{M_m R_e^2}}$

$$= \sqrt{\frac{81m \times (R)^2}{m \times (4R)^2}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4} = 2.25$$

$$T_m = 2.25 \times T_e = 2.25 \times 2 = 4.5 \text{ s}$$

এখানে,

পৃথিবীর পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_e = 2 \text{ sec}$

চন্দ্রের ব্যাসার্ধ, $R_m = R$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 4R$

চন্দ্রের ভর, $M_m = m$

পৃথিবীর ভর, $M_e = 81m$

চন্দ্রে দোলনকাল, $T_m = ?$

পৃথিবীর পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_e = 2 \text{ sec}$
চন্দ্রের ব্যাসার্ধ, $R_m = R$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 4R$
চন্দ্রের ভর, $M_m = m$
পৃথিবীর ভর, $M_e = 81m$
চন্দ্রে দোলনকাল, $T_m = ?$

$T_m = \frac{81m \times (R)^2}{m \times (4R)^2} = \frac{81}{16} = 5.0625 \text{ sec}$

বৃক্ষস্থান ক্রীড়া

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন :

- ১। পর্যাবৃত্ত গতি [কু. বো. ২০০৬] ও সরল ছন্দিত গতির সংজ্ঞা দাও। [য. বো. ২০০৩; চ. বো. ২০০৩]
 ২। সরল ছন্দিত গতির বৈশিষ্ট্য উল্লেখ কর।
 ৩। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোন কণার সরণের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।
 ৪। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোন কণার বেগ ও ত্বরণের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।
 ৫। সরল ছন্দিত গতির সংজ্ঞা দাও। [রা. বো. ২০০৬] এর দুটি উদাহরণ দাও। [চ. বো. ২০০০; কু. বো. ২০০০]
 ৬। সংজ্ঞা দাও : (ক) সরল দোলক [রা. বো. ২০০৪], (খ) দোলন কাল, (গ) কম্পাঙ্ক, (ঘ) বিস্তার এবং (ঙ) দশা।
 ৭। সরল দোলকের সংজ্ঞা দাও। সরল দোলকের গতি কি ধরনের গতি ?
 ৮। সরল দোলকের বৈশিষ্ট্য কি কি ?
 ৯। সরল দোলকের সূত্রগুলোর নাম লিখ।
 ১০। $L - T^2$ লেখচিটিতে আকৃতি করুপ হবে ? এর তাৎপর্য কি ? [রা. বো. ২০০৩; ঢ. বো. ২০০০]
 ১১। সরল দোলকের ব্যবহার উল্লেখ কর।
 ১২। সেকেন্ড দোলক কাকে বলে ? [রা. বো. ২০০৫; চ. বো. ২০০৪; ব. বো. ২০০৪]
 ১৩। সরল দোলকের সাহায্যে কিভাবে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা যায় ?
 ১৪। সরল দোলকের দোলনকাল পৃথিবীর কেন্দ্রে কত ?
 ১৫। একটি দোলক ঘড়ি গ্রীষ্মকালে ধীরে এবং শীতকালে দ্রুত চলে কেন ?
 ১৬। সব সরল ছন্দিত গতি পর্যাবৃত্ত গতি কিন্তু সব পর্যাবৃত্ত গতি সরল ছন্দিত গতি নয়—উক্তিটি ব্যাখ্যা কর।
 ১৭। সরল ছন্দিত গতিযুক্ত পথের কোন কোন বিন্দুতে গতিবেগ এবং ত্বরণ সর্বাধিক ? আবার কোন কোন বিন্দুতে সর্বনিম্ন ?
 ১৮। সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য বাড়ালে দোলনকাল বাড়ে না কমে ?
 ১৯। সরল দোলকের কৌণিক সরণ 4° -এর বেশি হলে অসুবিধা কি ?

রচনামূলক প্রশ্ন :

- ১। সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির সংজ্ঞা দাও। [ঢ. বো. ২০০৩; রা. বো. ২০০৩] এর বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কর। [কু. বো. ২০০৩; রা. বো. ২০০২]
 ২। সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির সংজ্ঞা দাও। ট্রিপ গতির দুটি উদাহরণ দাও। [ঢ. বো. ২০০০; কু. বো. ২০০০]
 ৩। সরল ছন্দিত গতি সম্পন্নকারী কোন একটি কণার বিস্তার, কম্পাঙ্ক, দশা এবং আদি দশার সংজ্ঞা দাও।
 ৪। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন বস্তুর কণার সরণ, বেগ এবং ত্বরণের সমীকরণ বের কর।
 ৫। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন বস্তুকণার স্থিতি শক্তির সমীকরণ বের কর।
 ৬। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন বস্তুকণার গতি শক্তির সমীকরণ বের কর।
 ৭। শক্তির নিয়ন্তা সূত্র বিবৃত কর এবং সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার ক্ষেত্রে প্রমাণ কর।
 ৮। সরল ছন্দিত গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণ নির্ণয় কর এবং তার সাধারণ সমাধান বের কর। [কু. বো. ২০০৬ ;
 সি. বো. ২০০৬, ২০০৪, ২০০১; চ. বো. ২০০৪, ২০০১; ব. বো. ২০০৫, ২০০৩; ঢ. বো. ২০০৩, ২০০১;
 য. বো. ২০০৫, ২০০০ ; রা. বো. ২০০৫, ২০০০]
 ৯। দেখাও যে $x = A \sin(\omega t + \phi)$ সরল দোলন গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণের সাধারণ সমাধান। [কু. বো. ২০০১]
 ১০। প্রমাণ কর যে, ভারযুক্ত একটি স্প্রিং-এর উল্লম্বতলে দোলন সরল ছন্দিত গতি পর্যায়ের। এ গতির পর্যায়কাল নির্ণয় কর।
 ১১। দেখাও যে, সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোন কণার মোট শক্তি তার দোলনের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক।
 ১২। লেখচিত্রের সাহায্যে সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন বস্তুকণার গতিপথের বিভিন্ন বিন্দুতে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির ভিন্নতা ব্যাখ্যা কর। দেখাও যে গতিপথের সর্বত্র স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির সমষ্টি সর্বদা শুধু থাকে। [কু. বা. ২০০৪]
 ১৩। সরল ছন্দিত গতির পর্যায়কালের সাথে বল শ্রবক ও ভরের সম্পর্ক প্রতিপাদন কর।
 ১৪। সরল দোলক কাকে বলে ? সরল দোলকের সূত্রগুলো বিবৃত কর।
 ১৫। সরল দোলকের সূত্রগুলো কিভাবে প্রমাণ করা যায় আলোচনা কর।
 ১৬। সরল দোলকের দৈর্ঘ্যের ও ত্বরণের সূত্র প্রমাণ করার পদ্ধতি পর্ণনা কর। [ব. বো. ২০০১]
 ১৭। প্রমাণ কর যে, অন্ধ বিস্তারে একটি সরল দোলকের গতি সরল ছন্দিত গতি বা স্পন্দন। [ঢ. বো. ২০০৬ ;
 রা. বো. ২০০৬, ২০০৪; কু. বো. ২০০৩; ব. বো. ২০০৬, ২০০৩, '০১; চ. বো. ২০০৬, ২০০২, ২০০০;
 য. বো. ২০০৬, ২০০১]
 ১৮। সরল দোলকের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ । [চ. বো. ২০০২]
 ১৯। অভিকর্ষজ ত্বরণ কাকে বলে ? পরীক্ষাগারে এর মান কিভাবে নির্ণয় করা যায় ? [রা. বো. ২০০১]
 ২০। সেকেন্ড দোলক অবস্থাই সরল দোলক কিন্তু সরল দোলক সেকেন্ড দোলক হতেও পারে নাও হতে পারে—ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০০৫]
 ২১। সরল দোলকের সাহায্যে কিভাবে কোন স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় করে বর্ণনা কর। [রা. বো. ২০০৩, ২০০১; ব. বো. ২০০১; ঢ. বো. ২০০১]
 ২২। স্প্রিঞ্জিনিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, এক্ষেত্রে l = প্রসারণ। [য. বো. ২০০৪]

গাণিতিক সমস্যাবলি :

- ১। একটি বস্তুকণা $0'03$ m দীর্ঘ একটি সরলরেখায় সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন করছে। মধ্য অবস্থান অতিক্রমকালে বেগ $0'09$ $m s^{-1}$ হলে এর পর্যায়কাল নির্ণয় কর। [উ: $1'05$ s]
 ✓ ২। একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার $0'02$ m সরণে ত্বরণ $5 \times 10^{-3} ms^{-2}$ হলে এর পর্যায়কাল নির্ণয় কর। [উ: $12'56$ s]

৬) সরল ছনিত গতি রচনাকাৰী একটি কণার বিস্তার 0.025 m ও পৰ্যায়কাল 1.05 s , হলে মধ্য অবস্থান দিয়ে যাওয়াৰ কালে কণাটিৰ বেগ কত হবে ? [উৎপন্ন 0.15 ms^{-1}]

৭) সরল ছনিত গতিসম্পন্ন কোন একটি বস্তুকণার সৰ্বোচ্চ বেগ 0.1 ms^{-1} । এই গতিৰ বিস্তার 0.03 m হলে পৰ্যায়কাল নিৰ্ণয় কৰ। [উৎপন্ন 1.88 s]

৮) কোন স্থানে একটি সরল দোলকেৰ ক্ষেত্ৰে $\frac{L}{T^2}$ এৰ মান পৱীক্ষায় 0.25 ms^{-2} পাওয়া গেল। তাৰ স্থানে g -এৰ মান নিৰ্ণয় কৰ। [উৎপন্ন 9.87 ms^{-2}]

৯) একটি অগ্রগামী তৰঙ্গোৱ সমীকৰণ $y = 0.5 \sin \pi \left(100t - \frac{x}{3.4} \right)$, এখানে সব কয়টি রাখি S. I. এককে প্ৰদত্ত।

তৰঙ্গটিৰ বিস্তার, কম্পাঙ্ক, পৰ্যায়কাল ও বেগ নিৰ্ণয় কৰ। [জ. ৰো. ২০০৬]

১০) একটি সরল দোলকেৰ দোলনকাল 3 s । এৰ কাৰ্যকৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰ। [$g = 9.8\text{ ms}^{-2}$] [উৎপন্ন 2.234 m]

১১) একটি সরল দোলকেৰ দোলন কাল 2 s । কোন স্থানে অভিকৰ্ষজ তুৱণেৰ মান 9.8 ms^{-2} হলে কাৰ্যকৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰ। $L = 0.992 = \frac{15.7\pi}{9.8}$ [উৎপন্ন 0.992 m]

অথবা, একটি সরল দোলকেৰ কম্পাঙ্ক প্ৰতি মিনিটে 30 বাৰ। দোলকটিৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰ।

১২) একটি সরল দোলক 1 s -এ একবাৰ টিক শব্দ কৰে। যদি অভিকৰ্ষজ তুৱণ 9.8 Nkg^{-1} হয়, তবে তাৰ কাৰ্যকৰ দৈৰ্ঘ্য বেৰ কৰ। [উৎপন্ন 0.992 m]

১৩) একটি সরল দোলক অৰ্ধসেকেণ্ডে একবাৰ টিক শব্দ কৰে। অভিকৰ্ষজ তুৱণেৰ মান 9.8 Nkg^{-1} হলে কাৰ্যকৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰ। $L = \frac{9.8}{2}$ [উৎপন্ন 0.248 m]

১৪) 125 Nm^{-1} বল ধৰক সম্পন্ন একটি স্প্ৰিং-কে দৈৰ্ঘ্যে 0.04 m প্ৰসাৱিত কৰতে কি পৰিমাণ বল দৈৰ্ঘ্য বৰাবৰ প্ৰয়োগ কৰতে হবে ? [উৎপন্ন 5 N]

১৫) একটি সরল দোলক 1 min -এ 30 বাৰ দোলন দেয় অভিকৰ্ষজ তুৱণ 9.8 ms^{-2} হলে দোলকটিৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰ। [উৎপন্ন 0.992 m]

১৬) একটি সরল দোলকেৰ দৈৰ্ঘ্য 1 m । কোন স্থানে g এৰ মান 9.8 Nkg^{-1} হলে তাৰ স্থানে দোলকটিৰ দোলনকাল নিৰ্ণয় কৰ। [উৎপন্ন 2 s]

১৭) একটি সরল দোলকেৰ সূতাৰ দৈৰ্ঘ্য 0.99 m এবং দোলন কাল 2 s । অভিকৰ্ষজ তুৱণ 9.8 Nkg^{-1} হলে দোলক পিণ্ডেৰ ব্যাসাৰ্ধ নিৰ্ণয় কৰ। [উৎপন্ন $2.9 \times 10^{-4}\text{ m}$]

১৮) যে স্থানে $g = 9.8\text{ ms}^{-2}$, সে স্থানে একটি সরল দোলকেৰ কম্পাঙ্ক প্ৰতি মিনিটে 30 হয়, তবে দোলকটিৰ সূতাৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰ। (বৰেৱ ব্যাস = 0.006 m) [উৎপন্ন 0.989 m]

১৯) A ও B দুটি সরল দোলক। এদেৱ মধ্যে A-এৰ দৈৰ্ঘ্য B-এৰ দৈৰ্ঘ্যেৰ দিগুণ। B-এৰ দোলনকাল 3 s হলে A-এৰ দোলনকাল নিৰ্ণয় কৰ। [উৎপন্ন 4.23 s]

২০) একটি সরল দোলকেৰ সূতাৰ দৈৰ্ঘ্য 98 cm এবং এৰ দোলনকাল 2 s হলে দোলক পিণ্ডেৰ ব্যাসাৰ্ধ নিৰ্ণয় কৰ। ($g = 9.8\text{ ms}^{-2}$) [উৎপন্ন 1.29 cm]

২১) কোন স্প্ৰিং এৰ এক পাণ্ডে m ভৱেৱ একটি বস্তু ঝুলালে এটি 10cm প্ৰসাৱিত হয়। বস্তুটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে এৰ পৰ্যায়কাল কত হবে ? [উৎপন্ন 0.63 s]

২২) যদি অভিকৰ্ষজ তুৱণ 9.8 ms^{-2} হয়, তবে 150 cm দৈৰ্ঘ্য বিশিষ্ট একটি সরল দোলকেৰ দোলনকাল ও কম্পাঙ্ক বেৰ কৰ। [উৎপন্ন 2.46 s ; 0.41 Hz]

২৩) একটি সরল দোলকেৰ দোলনকাল ভৃ-পৃষ্ঠে 2 সেকেণ্ড। চন্দ্ৰপৃষ্ঠে নিয়ে গেলে এৰ বৰেৱ ওজন 80% ছাই পায়। চন্দ্ৰপৃষ্ঠে এৰ দোলনকাল নিৰ্ণয় কৰ। [উৎপন্ন 4.47 সেকেণ্ড]

২৪) 250gm ভৱেৱ একটি বস্তু সরল ছনিত গতিতে গতিশীল। মধ্যাবস্থান হতে বস্তুটিৰ যথন 0.15 m সৱণ হয় তখন এৰ উপৰ ক্রিয়াৰত প্ৰত্যায়নী বলেৱ মান 0.4N । গতিৰ দোলন কাল কত ? [উৎপন্ন 1.923 s]

২৫) তাপমাত্ৰা বৃদ্ধিৰ ফলে একটি সেকেণ্ড দোলকেৰ দৈৰ্ঘ্য এমনভাৱে বৃদ্ধি পেল যে দোলনকাল পৱিবিত্তি হয়ে 2.04 সেকেণ্ড হৈল। পৱিবিত্তি অবস্থায় দোলকটি ঘণ্টায় কত সেকেণ্ড ধীৱে চলবে ? [উৎপন্ন 71 s]

২৬) একটি সেকেণ্ড দোলকেৰ দৈৰ্ঘ্য শৈত্যেৰ ফলে ছাই পেল। এৰ ফলে দোলনকাল এমন হৈল যে, দোলকটি দিলে 10 sec ফাস্ট যায়। পৱিবিত্তি দোলন কাল কত ? [কু. ৰো. ২০০৬] [উৎপন্ন 1.9977 s]

২৭) দুটি সরল দোলকেৰ কাৰ্যকৰ দৈৰ্ঘ্যেৰ অনুপাত $25 : 16$ তাৰেৱ দোলনকালেৰ অনুপাত $5 : 4$ । [উৎপন্ন $5 : 4$]

২৮) দুটি সরল দোলকেৰ কাৰ্যকৰ দৈৰ্ঘ্যেৰ অনুপাত $25 : 16$ । বড় দৈৰ্ঘ্যেৰ দোলকটিৰ দোলনকাল 2 s হলে, ছোটটিৰ দোলনকাল নিৰ্ণয় কৰ। $T_1/T_2 = \sqrt{L_1/L_2} = 5/4 \Rightarrow T_2 = 8/5$ [উৎপন্ন 1.6 s]

২৯) ভৃ-পৃষ্ঠে ও চন্দ্ৰপৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ তুৱণেৰ মানেৰ অনুপাত $81 : 16$ হলে একটি সেকেণ্ড দোলককে ভৃ-পৃষ্ঠ হতে চন্দ্ৰপৃষ্ঠ নেয়া হলে দোলন কাল কত হবে ? [উৎপন্ন 4.5 s]

৩০) একটি সেকেণ্ড দোলকেৰ দৈৰ্ঘ্য 2.5 g বৃদ্ধি কৰলে এৰ দোলনকাল কত হবে ? $T_1/T_2 = \sqrt{L_1/L_2} = 2.5$ [উৎপন্ন 3.16 s]

৩১) একই স্থানে কোন একটি সরল দোলকেৰ দৈৰ্ঘ্য 3 g বৃদ্ধি কৰা হলে, তাৰ দোলন কাল কত হবে ? [উৎপন্ন 1.73 g]

৩২) একটি সেকেণ্ড দোলকেৰ দৈৰ্ঘ্য 225% বাঢ়ান হলে তাৰ দোলনকাল কত হবে নিৰ্ণয় কৰ। [উৎপন্ন 1.75 s]

৩৩) A স্থানে সেকেণ্ড দোলকেৰ দৈৰ্ঘ্য 100 s এবং B স্থানে 80 s । দোলকটিকে B স্থান হতে A স্থানে নিয়ে আসলে তাৰ ওজন কত বৃদ্ধি পাবে ? [উৎপন্ন $\frac{1}{4}$]

৩৪) একটি সেকেণ্ড দোলকেৰ দৈৰ্ঘ্য দিগুণ কৰা হলে তাৰ দোলনকাল কত হবে ? [উৎপন্ন 2.5 s]

৩৫) সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার গতিৰ সমীকৰণ $x = 20 \sin \left(31 + \frac{\pi}{6} \right)$, এখানে সংকেতগুলো প্ৰচলিত অৰ্থ বহন কৰে। কণাটিৰ (ক) বিস্তার, (খ) কম্পাঙ্ক, (গ) পৰ্যায়কাল ও (ঘ) সৰ্বোচ্চ বেগ নিৰ্ণয় কৰ। [ক) 20 m , (খ) 4.93 Hz . (গ) 0.2 s এবং (ঘ) 620 ms^{-1}]

১০/১
৪৬৫৮+৮
৪৬৫৮+৮



স্থিতিস্থাপকতা

ELASTICITY

৯.১ সূচনা

Introduction

কঠিন, তরল ও বায়বীয় এই তিনটি শ্রেণীতে পদার্থ সাধারণত বিভক্ত। পদার্থ ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অণু দিয়ে গঠিত। অণুর মধ্যে ক্রিয়াশীল আন্তঃআণবিক বলের বিভিন্নতার কারণে পদার্থ উপরোক্ত শ্রেণীতে বিভক্ত। কঠিন পদার্থে আন্তঃআণবিক বল অনেক বেশি। কঠিন পদার্থকে বাহ্যিক বল প্রয়োগে বিকৃত করা কষ্টকর। বল প্রয়োগে আন্তঃআণবিক স্থানের পরিবর্তনে বস্তুর আকার, আকৃতির পরিবর্তন ঘটে যা তরল বা বায়বীয় পদার্থে ঘটে না। সকল কঠিন পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা নামে একটি সাধারণ ধর্ম রয়েছে। এই অধ্যায়ে আন্তঃআণবিক বল এবং এই বলের সাহায্যে স্থিতিস্থাপকতার ব্যাখ্যা, হুকের সূত্র, স্থিতিস্থাপকতার বিভিন্ন গুণাঙ্ক ব্যাখ্যা, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয়, স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তি ইত্যাদি আলোচনা করব।

৯.২ পদার্থের গঠন

Constitution of matter

স্থিতিস্থাপকতা আলোচনা করার আগে পদার্থের গঠন এবং কেন পদার্থে এই ধর্মের সৃষ্টি হয় তা জানা অত্যাবশ্যক।

আমরা জানি সব পদার্থই কতকগুলো অতি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কণা দিয়ে গঠিত যা পদার্থের সব গুণ বজায় রাখে। এসব ক্ষুদ্র কণাকে অণু (molecule) বলে। অণুগুলো ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র স্থিতিস্থাপক গোলক বিশেষ এবং এদেরকে পদার্থের ভিত্তি প্রস্তর (Building block) বলা হয়। পদার্থ গঠনের সময় অণুগুলো পরস্পরের পাশাপাশি থাকে এবং তাদের মধ্যে অতি ক্ষুদ্র পরিমাণের ফাঁকা স্থান রয়েছে। এই ফাঁকা স্থানকে আন্তঃআণবিক স্থান (Intermolecular space) বলা হয়। আন্তঃআণবিক দূরত্বের পরিমাণ প্রায় 10^{-9} m থেকে 10^{-10} m অণুগুলো এই পরিমাণ দূরত্বে থেকে পরস্পরকে একটি বলে আকর্ষণ করে। এই বলের নাম আন্তঃআণবিক বল (Intermolecular force)। এই আন্তঃআণবিক বল যা কঠিন পদার্থের অণুগুলোকে পরস্পরের সঙ্গে আবন্ধ রাখে তা মূলত তাড়িত (Electrical) বল। অণুগুলো যে সমস্ত আহিত (charged) মৌলিক কণার সমন্বয়ে সৃষ্টি তাদের মিথস্ক্রিয়ার ফলে এই তাড়িত বলের উভ্যে হয়।

বল প্রয়োগ করে কোন একটি পদার্থকে প্রসারিত করতে চাইলে, আন্তঃআণবিক স্থানের পরিসর বেড়ে যায় এবং নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র অনুসারে কিংবা জড়তার দরুন অণুগুলো তাদের পূর্বাবস্থায় ফিরে আসার চেষ্টা করে। অনুরূপভাবে বল প্রয়োগে কোন বস্তুকে সংকুচিত করতে চাইলে আন্তঃআণবিক স্থানের পরিসর কমে যায় এবং পদার্থ সংকুচিত হয়। জড়তা কিংবা নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র অনুসারে অণুগুলো তাদের আদি স্থানে ফিরে যাবার চেষ্টা করে। এর ফলেই পদার্থে স্থিতিস্থাপকতা ধর্মের সৃষ্টি হয়।

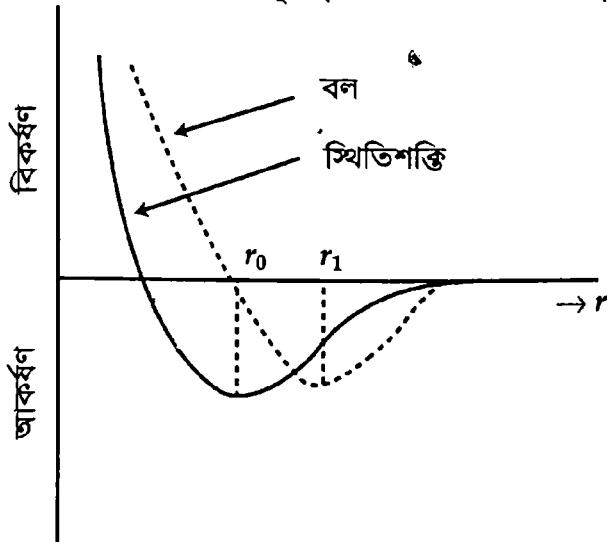
আন্তঃআণবিক স্থানের উপর ভিত্তি করে পদার্থকে দুই ভাগে ভাগ করা হয়েছে, যথা : (১) কঠিন (solid) এবং (২) প্রবাহী (fluid)। প্রবাহীকে আবার দুই ভাগে ভাগ করা হয়েছে, যথা— অসংকোচনীয় প্রবাহী, যেমন তরল (liquid) এবং সংকোচনীয় প্রবাহী, যেমন গ্যাস (Gas)।

উপরন্তু অত্যধিক তাপমাত্রায় বায়বীয় পদার্থ আয়নিত হয়। এক্ষেত্রে সমান সংখ্যক ধন ও ঋণ আয়ন সৃষ্টি হয়। পদার্থের এই অবস্থাকে প্লাজমা অবস্থা (plasma state) বলা হয়।

৯৩ আন্তঃআণবিক বলের প্রকৃতি Nature of intermolecular forces

দুটি অণুর মধ্যে দূরত্বের পরিবর্তনের সঙ্গে আন্তঃআণবিক বল এবং স্থিতিশক্তির পরিবর্তন ক্রিয় হয় তা নিম্নে আলোচনা করা হল।

ধরা যাক, দুটি অণুর মধ্যে আন্তঃআণবিক বল F এবং আন্তঃআণবিক দূরত্ব r । F এবং r -এর মধ্যে গভীর সম্পর্ক রয়েছে। ৯'১নং চিত্রে আন্তঃআণবিক বল এবং দূরত্বের ও স্থিতিশক্তি বনাম দূরত্বের রেখিক্রম দেখান হয়েছে।



চিত্র ৯'১

যখন অণুগুলোর আন্তঃআণবিক দূরত্ব অনেক বেশি হয় (যেমন গ্যাস অণুগুলোর ক্ষেত্রে) তখন এদের মধ্যে ধনাত্মক প্রকৃতির খুব সামান্য পরিমাণ বল ক্রিয়াশীল থাকে। অণুগুলো যত কাছাকাছি আসে অর্থাৎ এদের মাঝে দূরত্ব কমতে থাকে আকর্ষণ বলের মানও বাড়তে বাড়তে সর্বোচ্চ মানে পৌছায়। এর পর দূরত্ব আরও কমলে আকর্ষণ বলের মান কমতে থাকে, অর্থাৎ তখন আন্তঃআণবিক বিকর্ষণ বলও ক্রিয়াশীল হয়। r -এর মান কমে যখন r_0 মানে পৌছায় তখন বলের মান শূন্য হয়। এই অবস্থায় আন্তঃআণবিক আকর্ষণ এবং বিকর্ষণ বল সমান হয়। স্থিতিশক্তির রেখিক্রম লক্ষ্য করলে দেখা যাবে আন্তঃআণবিক দূরত্ব কমার সঙ্গে সঙ্গে স্থিতিশক্তিও কমতে থাকে এবং $r = r_0$ হয় তখন স্থিতিশক্তি সর্বনিম্ন হয়। প্রকৃতির স্বাভাবিক নিয়ম হল যে কোন ব্যবস্থা (system) তখনই সাম্য বা সুস্থির হবে যখন এর স্থিতিশক্তি সর্বনিম্ন হবে। সুতরাং $r = r_0$ অবস্থানকে সাম্যাবস্থান বলে এবং r_0 দূরত্বকে সাম্যাবস্থা বা সুস্থিতি দূরত্ব বলা হয়। বিভিন্ন বস্তুর অণুগুলোর মাঝে r_0 -এর মান ভিন্নতর হয়।

আন্তঃআণবিক বলের আলোকে স্থিতিস্থাপকতার ব্যাখ্যা (Explanation of elasticity in the light of intermolecular forces)

কোন কেলাসিত জড় পদার্থের উপর বল প্রয়োগ করা হলে সে বল বস্তুর অণুগুলোকে সাম্য দূরত্ব r_0 থেকে খানিকটা সরিয়ে দেয়। কিন্তু অণুগুলো সর্বদাই সাম্য বা স্বাভাবিক দূরত্বে ফিরে যেতে চায়। ফলে সরণের বিপরীত দিকে একটি প্রত্যায়নক বল (restoring force) সৃষ্টি হয়। প্রযুক্ত বল বস্তুটিকে টেনে প্রসারিত করতে চাইলে অণুসমূহের পারস্পরিক দূরত্ব বেড়ে যায় এবং প্রত্যায়নক বল হয় আকর্ষিক (attractive); অপরপক্ষে প্রযুক্ত বল বস্তুটিকে সঞ্চুচিত করতে চাইলে প্রত্যায়নক বল হবে বিকর্ষিক (repulsive)। বস্তুর সাম্যাবস্থানের জন্য প্রযুক্ত বল এবং প্রত্যায়নক বল পরস্পর বিরোধী এবং পরিমাণে সমান হতে হবে। এই প্রত্যায়নক বলকে স্থিতিস্থাপক বল (elastic force) বলা হয়। সমপরিমাণ সরণের জন্য বিভিন্ন বস্তুর স্থিতিস্থাপক বল সমান হয় না। সে কারণে বিভিন্ন বস্তুর স্থিতিস্থাপকতাও ভিন্ন ভিন্ন হয়।

বইঘর কম

বস্তুকে সঙ্গোচন বা প্রসারণের জন্য প্রযুক্তি বলের মান যদি খুব বেশি না হয় তবে এই বলের জন্য সরণ রৈখিক (linear) হয়। l_1 টিত্রে r_0 অবস্থানের সামান্য উপরে বা নিচের কিছু অংশকে আমরা রৈখিক ধরতে পারি। এই অবস্থায় স্থিতিস্থাপক বল সরণের সমানুপাতিক। প্রযুক্তি বল তুলে নিলে বস্তুটি স্থিতিস্থাপক বলের কারণে সাম্যাবস্থানে ফিরে যাবে।

চিত্র ৯.১ হতে দেখা যায় যে আন্তঃআণবিক দূরত্ব r_1 এর বেশি হলে বলের মান কমতে থাকে অর্থাৎ আকর্ষণ বল লোপ পেতে থাকে। এই অবস্থায় প্রযুক্তি বল তুলে নিলে বস্তুটি আর পূর্বের সাম্যাবস্থানে ফিরে যায় না। বস্তুর মাঝে তখন স্থায়ী বিকৃতি ঘটেছে বলা হয়। অর্থাৎ বস্তুটির স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম লোপ পেয়েছে। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে প্রযুক্তি বলের একটা সর্বোচ্চ সীমা আছে। সে সীমা পর্যন্ত বল প্রয়োগ করলে বস্তুটি স্থিতিস্থাপক থাকে অর্থাৎ প্রযুক্তি বল সরিয়ে নিলে বস্তুটি পূর্বের অবস্থায় ফিরে যায়; কিন্তু সীমা অতিক্রম করলে বস্তুটি আর স্থিতিস্থাপক থাকে না। এই সীমাকেই বলা হয় স্থিতিস্থাপক সীমা (elastic limit)।

৯.৪ স্থিতিস্থাপকতা

Elasticity

আমরা জানি কোন একটি বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে তার কায়িক পরিবর্তন ঘটে অর্থাৎ বস্তু বিকৃত হয় এবং প্রযুক্তি বল অপসারণ করলে বস্তু পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে। এক খণ্ড রাবার বা সিপ্রস্কে দুই পাশ হতে টানলে তার দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় এবং টান ছেড়ে দিলে তা পূর্বের অবস্থায় চলে যায়। ফুটবলের ব্লাডারকে বায়ুপূর্ণ করে বাইরে থেকে চাপ প্রয়োগ করলে তা আয়তনে ছ্রাস পায়। আর চাপ সরিয়ে নিলে তা পূর্বের অবস্থায় ফিরে যায়। তা হলে দেখা যায় যে, বল প্রযুক্তি হওয়ার ফলে নিউটনের তৃতীয় গতি সূত্র অনুসারে বস্তুর মধ্যে একটি প্রতিক্রিয়া বলের সৃষ্টি হয়। প্রযুক্তি বল অপসারিত হলে এই প্রতিক্রিয়া বল বিকৃত বস্তুকে তার পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসতে সাহায্য করে। আর এই বিকৃতির মান বলের পরিমাণ, বলের প্রয়োগ-বিন্দু এবং বস্তুর ধর্মের উপর নির্ভর করে। বস্তুর এই ধর্মকে স্থিতিস্থাপকতা বলে।

সংজ্ঞা : বস্তুর উপর প্রযুক্তি বলের ক্রিয়ায় তার আকার বা আয়তন বা উভয়েরই পরিবর্তনের প্রচেষ্টাকে পদার্থের যে ধর্ম বাধা দেয় এবং প্রযুক্তি বল অপসারিত হলে পূর্বের আকার বা আয়তন ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে।

৯.৫ স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কে কয়েকটি রাশি

Some terms relating to elasticity

স্থিতিস্থাপকতার সাথে কয়েকটি রাশি বিশেষভাবে সংশ্লিষ্ট। নিম্নে তাদের আলোচনা করা হল :

(ক) পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু (Perfectly elastic body) : কোন বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করার পর ঐ বল অপসারণ করলে যদি বস্তুটি পূর্ণভাবে পূর্বাবস্থা ফিরে পায় তবে ঐ বস্তুকে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু বলে। বাস্তবে কোন বস্তুই পূর্ণ স্থিতিস্থাপক নয়।

(খ) নমনীয় বস্তু (Plastic body) : আমরা জানি, বল প্রয়োগে বস্তুর বিকার (deformation) ঘটে, অর্থাৎ বস্তু বিকৃত হয়।

বিকৃতিকারী বল অপসারণের পর যদি বস্তুর অবস্থার পুনঃ প্রাপ্তি না ঘটে তবে তাকে নমনীয় বস্তু (Plastic body) বলে এবং বস্তুর এই ধর্মকে নমনীয়তা বলে। এই বস্তুকে অস্থিতিস্থাপক বস্তুও বলা হয়।

(গ) পূর্ণ দৃঢ় বস্তু (Perfectly rigid body) : কোন বস্তুর উপর যে কোন পরিমাণ বল প্রয়োগ করে যদি তার বিকৃতি বা কায়িক পরিবর্তন ঘটানো না যায়, তবে ঐ বস্তুকে পূর্ণ দৃঢ় বস্তু বলে। কিন্তু প্রকৃতিতে কোন বস্তুই পূর্ণ দৃঢ় নয়। কারণ বল প্রযুক্তি হলে তার কিছু না কিছু বিকৃতি ঘটবেই। তবে কোন কোন ব্যবহারিক কাজের জন্য কাচ, ইস্পাত প্রভৃতি বস্তুকে সাধারণত পূর্ণ দৃঢ় বস্তু হিসেবে গ্রহণ করা হয়।

(ঘ) স্থিতিস্থাপক সীমা (Elastic limit) : আমরা জানি বল প্রয়োগে প্রত্যেক বস্তুরই অন্নবিস্তর বিকৃতি ঘটে। বল অপসারণ করলে স্থিতিস্থাপকতার দরুন বস্তু পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে, প্রযুক্ত বলের পরিমাণ বেশি হলে বিকৃতিও বেশি হয়। তবে প্রত্যেক বস্তুই বলের একটি নির্দিষ্ট সীমা পর্যন্ত পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে। অতএব, প্রযুক্ত বাহ্যিক বলের যে সর্বোচ্চ বা উর্ধসীমা পর্যন্ত কোন বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে তাকে ঐ বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা বলে। বিভিন্ন বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা বিভিন্ন। ইস্পাত ও ইরীরার স্থিতিস্থাপক সীমা খুব বেশি আবার দস্তার স্থিতিস্থাপক সীমা খুব কম।

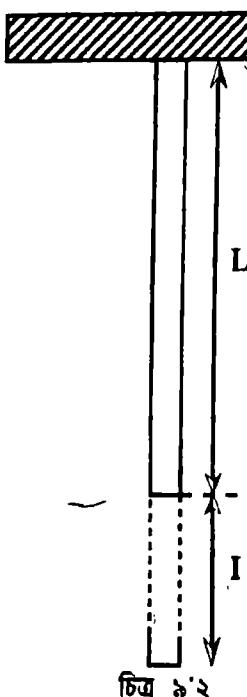
(ঙ) অসহ ভার এবং অসহ পীড়ন (Breaking weight and breaking stress) : স্থিতিস্থাপক সীমা পর্যন্ত কোন একটি বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে। প্রযুক্ত বল ঐ সীমা অতিক্রম করলে বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকবে না। বল অপসারিত হলে কিছু বিকৃতি থেকে যাবে। যদি প্রযুক্ত বলের মান ক্রমশ বৃদ্ধি করা যায় তবে বস্তুটির এমন এক অবস্থা আসবে যখন ভার সহ করতে না পেরে ভেঙ্গে বা ছিঁড়ে যাবে। অতএব ন্যূনতম যে নির্দিষ্ট ভারের ক্রিয়ায় কোন বস্তু ভেঙ্গে বা ছিঁড়ে যায় তাকে অসহ ভার বা অসহ ওজন বলে। একে ভঙ্গক-ভারও বলা হয়।

আর কোন একটি বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত অসহ ভারকে অসহ পীড়ন বলে।

$$\text{অসহ পীড়ন} = \frac{\text{অসহ ভার}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$$

(চ) স্থিতিস্থাপক ক্লাস্টি (Elastic fatigue) : পরীক্ষার সাহায্যে দেখা গেছে যে, কোন বস্তু বা তারের উপর ক্রমাগত পীড়নের হ্রাস-বৃদ্ধি করলে পীড়নের সাথে সাথে বিকৃতি হয় না; বিকৃতি ধীর গতিতে সংঘটিত হয় এবং বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্মের অবনতি ঘটে। এই অবস্থায় বস্তু যেন খানিকটা ক্লাস্টিতে ভোগে। এমতাবস্থায় অসহ ভার অপেক্ষা কম ভারে তারটি ছিঁড়ে যেতে পারে। বিখ্যাত বিজ্ঞানী কেলভিন (Kelvin) পদার্থের এই ধর্মকে স্থিতিস্থাপক ক্লাস্টি আখ্যা দিয়েছেন।

(ছ) বিকৃতি (Strain) : আমরা জানি, কোন একটি বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে বস্তুর দৈহিক বা কায়িক পরিবর্তন ঘটে। এই পরিবর্তনকে বিজ্ঞানের ভাষায় বিকৃতি বলে। এই বিকৃতি দৈর্ঘ্য হতে পারে, আকারে হতে পারে বা আয়তনেও হতে পারে। কোন একটি বস্তুর একক মাত্রায় যে পরিবর্তন ঘটে তা দ্বারা বিকৃতি পরিমাপ করা যায়।



মনে করি, কোন একটি বস্তুর আদি মাত্রা = x

বল প্রযুক্ত হ্বার পর মাত্রা = y

মাত্রার পরিবর্তন = $x - y$

একক মাত্রায় পরিবর্তন অর্ধাং বিকৃতি = $\frac{x - y}{x}$

✓ বিকৃতির প্রকারভেদ : বিকৃতি মূলত তিন প্রকার, যথা—

(ক) দৈর্ঘ্য বিকৃতি বা অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি (Longitudinal strain),

✓ (খ) আকার বিকৃতি বা ক্ষতন বিকৃতি (Shearing strain) এবং

✓ (গ) আয়তন বিকৃতি (Volume strain)

দৈর্ঘ্য বিকৃতি : বল প্রয়োগের ফলে যদি বস্তুর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ঘটে, তবে তাকে দৈর্ঘ্য বিকৃতি বলে। একক দৈর্ঘ্যের দৈর্ঘ্য পরিবর্তন দ্বারা বস্তুর দৈর্ঘ্য বিকৃতি পরিমাপ করা যায়।

বইঘর কম

মনে করি কোন একটি বস্তুর আদি দৈর্ঘ্য = L ; বল প্রয়োগে এর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন = l [চিত্র ৯.২]

$$\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = l/L$$

(1)

কৃষ্ণন বা মোচড় বিকৃতি (Shearing strain) : যদি প্রযুক্ত বাহ্যিক বলের ক্রিয়ায় বস্তুর আয়তন অপরিবর্তিত থেকে কেবলমাত্র এর আকৃতির পরিবর্তন হয় বা বস্তুটি মোচড় যায় তবে ঐ ধরনের বিকৃতিকে কৃষ্ণন বা মোচড় বিকৃতি বলা হয়। ফলে বস্তুর অভ্যন্তরে যে পীড়ন সৃষ্টি হয় তাকে কৃষ্ণন পীড়ন (shearing stress) বলে। এ ধরনের বিকৃতিকে ব্যবর্তন বিকৃতিও বলে।

উদাহরণ : একটি মোটা বইকে টেবিলের উপরে চেপে ধরে উপরের মণ্ডাটের স্পর্শক বরাবর হাত দিয়ে অনুভূমিকভাবে ঠেললে দেখা যাবে যে বইটির আকৃতি পরিবর্তিত হয়েছে [চিত্র ৯.৩]। প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ায় বইটির প্রত্যেক পাতা ঠিক নিচের পাতার সাপেক্ষে অন্ন পরিমাণে সরে যায়।



চিত্র ৯.৩

এটাই কৃষ্ণন বিকৃতি। চিত্রে বইটির পার্শ্বতলে একটি আয়তক্ষেত্র আঁকলে এই বিকৃতির ফলে তা একটি সামান্তরিকে পরিণত হবে [চিত্রের ভিতরের অংশে দেখান হয়েছে।]

আকার পরিবর্তনে সৃষ্টি কৌণিক বিকৃতি দ্বারা কৃষ্ণন বা মোচড় বিকৃতি পরিমাপ করা যায়।

ব্যাখ্যা : মনে করি ABCE একটি বর্গক্ষেত্র [চিত্র ৯.৪]। এর CE বাহু স্থির রেখে AB বাহুর উপর F পরিমাণ স্পর্শনী বল প্রয়োগ করায় A বিন্দু A' এবং B বিন্দু B'-এ স্থানান্তরিত হল এবং বস্তু A'B'CE আকার ধারণ করল। কিন্তু A'B'CE একটি রুম্বস। তা হলে দেখা যায় যে, বল প্রযুক্ত হওয়ায় বস্তুর আকারের পরিবর্তন ঘটেছে। এর নাম কৃষ্ণন বিকৃতি।

এই কৃষ্ণন বিকৃতি বস্তুর কৌণিক বিচ্ছুতি দ্বারা পরিমাপ করা হয়। মনে করি কৌণিক বিচ্ছুতি = θ এবং θ খুবই ছোট।

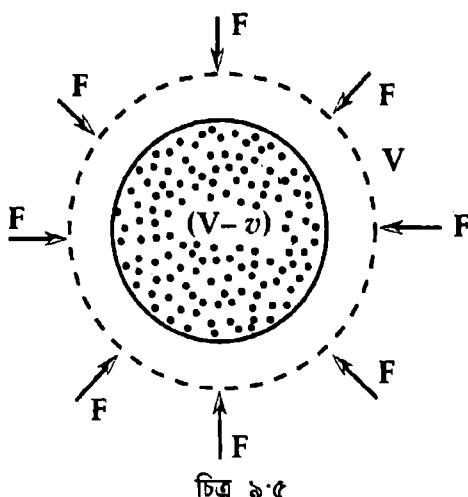
$$\text{কৃষ্ণন বিকৃতি} = \theta = \frac{d}{D}$$

এখানে, $AA' = BB' = d$ এবং $BC = AE = D$

$$\text{কাজেই, কৃষ্ণন বিকৃতি} = \frac{\text{আপেক্ষিক সরণ}}{\text{অবধান দূরত্ব}}$$

(2)

আয়তন বিকৃতি : বল প্রয়োগের ফলে যদি বস্তুর আয়তনের পরিবর্তন ঘটে তবে তাকে আয়তন বিকৃতি বলে এবং একক আয়তনের আয়তন পরিবর্তন দ্বারা আয়তন বিকৃতি পরিমাপ করা হয়।



মনে করি কোন একটি বস্তুর আদি আয়তন = V
[চিত্র ৯.৫] এবং বল প্রয়োগের ফলে আয়তনের পরিবর্তন = v

$$\text{আয়তন বিকৃতি} = \frac{\text{আয়তনের পরিবর্তন}}{\text{আদি আয়তন}} = \frac{v}{V} \quad (3)$$

বিকৃতির একক এবং মাত্রা সমীকরণ (Unit and dimension of strain) : বিকৃতি একই জাতীয় দুটি রাশির অনুপাত। সূতরাং এর একক এবং মাত্রা সমীকরণ নেই।

(জ) পীড়ন (Stress) : বাহ্যিক বল প্রয়োগে কোন একটি বস্তুকে বিকৃত করলে নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র অনুসারে স্থিতিস্থাপকতার দ্রুন বস্তুর মধ্যে একটি প্রতিক্রিয়ামূলক বলের সূচি হয়। এই ক্রিয়ামূলক ও প্রতিক্রিয়ামূলক বলের মান সমান ও বিপরীতমুখী। অতএব, কোন একটি বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর ক্রিয়ামূলক বা প্রতিক্রিয়ামূলক বলের মানকে পীড়ন বলে। আরও সহজভাবে বলা যায় যে, কোন একটি বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বলকে পীড়ন বলে।

মনে করি কোন একটি বস্তুর ক্ষেত্রফল = A এবং প্রযুক্ত বল = F

$$\boxed{\text{পীড়ন} = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{F}{A}} \quad (4)$$

পীড়নের প্রকারভেদ (Kinds of stress) : পীড়ন তিনি প্রকার, যথা :

- (১) দৈর্ঘ্য পীড়ন (Longitudinal stress); (২) আকার বা কৃষ্ণন পীড়ন (Shearing stress) এবং
- (৩) আয়তন পীড়ন (Volume stress)।

দৈর্ঘ্য পীড়ন : দৈর্ঘ্য বিকৃতি ঘটাবার জন্য প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর দৈর্ঘ্য বরাবর প্রযুক্ত বলকে দৈর্ঘ্য পীড়ন বলে। মনে করি কোন একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A । যদি তার দৈর্ঘ্য বরাবর F পরিমাণ বল প্রয়োগ করা হয়, তবে দৈর্ঘ্য পীড়ন = $\frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{F}{A}$

কৃষ্ণন বা মোচড় পীড়ন : আকার বিকৃতি ঘটাবার জন্য যে পীড়ন প্রয়োগ করতে হয় তাকে কৃষ্ণন বা মোচড় পীড়ন বলে। যদি কোন একটি বস্তুর A ক্ষেত্রফলের উপর F পরিমাণ স্পর্শক বল প্রয়োগ করে আকার বিকৃতি ঘটানো হয়ে তবে,

$$\text{কৃষ্ণন পীড়ন} = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = F/A$$

আয়তন পীড়ন : আয়তন বিকৃতি ঘটাবার জন্য যে পীড়ন প্রয়োগ করতে হয় তাকে আয়তন পীড়ন বলে। মনে করি কোন একটি বস্তুর চারদিক হতে F পরিমাণ বল অভিশম্ভবভাবে প্রয়োগ করে আয়তন বিকৃতি ঘটানো হয়েছে। যদি তার তলের ক্ষেত্রফল A হয়, তবে

$$\text{আয়তন পীড়ন} = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = F/A$$

পীড়নের একক (Unit of stress) : এম. কে. এস. একক ও এস. আই. পদ্ধতিতে পীড়নের পরম বা নিরপেক্ষ একক নিউটন/বর্গমিটার সংক্ষেপে Nm^{-2} ।

পীড়নের মাত্রা সমীকরণ (Dimension of stress)

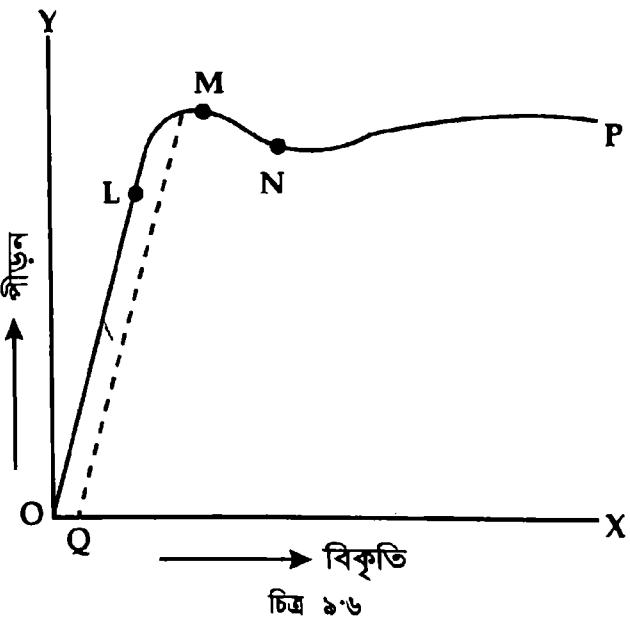
$$\text{পীড়ন} = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{\text{তর} \times \text{ত্বরণ}}{(\text{দৈর্ঘ্য})^2} = \left[\frac{\text{MLT}^{-2}}{\text{L}^{-2}} \right] = [\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}]$$

৯.৬ কঠিন বস্তুর স্থিতিস্থাপক ব্যবহার এবং পীড়ন বনাম বিকৃতি লেখচিত্র

Elastic behaviour of a solid and stress-strain graph

কোন একটি তারের এক প্রান্ত কোথাও বেঁধে অপর প্রান্তে ক্রমবর্ধমান কয়েকটি তার পর পর ঝুলাই এবং প্রত্যেক তারের জন্য দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পরিমাণ বের করি। তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল এবং আদি দৈর্ঘ্য হতে ভিন্ন ভিন্ন পীড়নের জন্য ভিন্ন ভিন্ন বিকৃতি বের করি এবং পীড়ন ও বিকৃতির একটি লেখচিত্র অঙ্কন করি। পীড়নের সাথে বিকৃতি কিভাবে পরিবর্তিত হয় তা লেখচিত্র হতে পরিষ্কার বুঝতে পারা যায়। এই লেখচিত্রে পীড়নকে Y-অক্ষে এবং বিকৃতিকে X-অক্ষে স্থাপন করি [চিত্রে ৯.৬]।

O বিন্দুতে পীড়ন শূন্য, সুতরাং বিকৃতিও শূন্য। O বিন্দু হতে L বিন্দু পর্যন্ত লেখাটি একটি সরলরেখা হওয়ায় এই বিন্দু পর্যন্ত পীড়ন ও বিকৃতি পরস্পরের সমানুপাতিক অর্থাৎ পীড়ন যত বাড়বে বিকৃতিও ততই বাড়বে। পীড়নের LQ মান পর্যন্ত তারটি পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তুর ন্যায় আচরণ করবে অর্থাৎ পীড়ন তুলে নিলে তারটি পুনরায় পূর্বাবস্থায় ফিরে আসবে। অতএব এই পীড়নের জন্য প্রযুক্ত বলই তারটির স্থিতিস্থাপক সীমা। পীড়ন LQ অপেক্ষা একটু বাড়ালে তারটি আর পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকবে না।



এখন পীড়ন আরও বাড়াতে থাকলে পীড়ন বৃদ্ধির হার অপেক্ষা বিকৃতি বৃদ্ধির হার বেশি হবে অর্থাৎ বিকৃতি দ্রুত তালে সংঘটিত হবে। এমতাবস্থায় পীড়ন তুলে নিলেও তারটি আর পূর্বাবস্থায় ফিরে আসবে না এবং তারে একটি স্থায়ী বিকৃতি দেখা দিবে। [চিত্রে OQ বস্তুর স্থায়ী বিকৃতি নির্দেশ করছে।] এই অবস্থা M বিন্দু পর্যন্ত চলতে থাকবে। এই M বিন্দুকে নতি বিন্দু (yield point) বলে। এর পর পীড়ন আর না বাড়ালেও তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি চলতে থাকবে এবং এই ঘটনা N বিন্দু পর্যন্ত চলবে। N বিন্দুর পর পীড়ন আরও বাড়াতে থাকলে তারের বিভিন্ন স্থান সু হতে থাকবে এবং পরিশেষে কোন এক স্থান হতে ছিঁড়ে যাবে। যে বিন্দুতে তারটি ছিঁড়ে যাবে তাকে সহন সীমা (breaking point) বলে। লেখচিত্রে P হচ্ছে সেই সহন সীমা। P বিন্দুতে পীড়নের মানকে অসহ পীড়ন (breaking stress) বলে।

সুতরাং, অসহ পীড়নের সংজ্ঞা লেখা যায় : প্রতি একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলে ন্যূনতম যে বলের ক্রিয়ায় তারটি ছিঁড়ে যায়, তাকে ঐ তারের অসহ পীড়ন বলে। অসহ পীড়নকে তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল দিয়ে গুণ

করে অসহ তার (breaking weight) বা অসহ বল পাওয়া যায়। উল্লেখ্য পীড়ন স্থিতিস্থাপক সীমা অপেক্ষা কম হলেও তা যদি বস্তুর উপর দীর্ঘক্ষণ যাবত ক্রিয়াশীল থাকে তবে সেক্ষেত্রে বস্তুর বিকৃতি স্থায়ী হবে।

৯.৭ হুকের সূত্র

Hooke's law

বিখ্যাত বিজ্ঞানী রবার্ট হুক পীড়ন ও বিকৃতির মধ্যে একটি নিবিড় সম্পর্ক লক্ষ করেন। এই সম্পর্ককে তিনি 1678 খ্রিস্টাব্দে একটি সূত্রের আকারে প্রকাশ করেন। এর নাম হুকের সূত্র। সূত্রটি নিম্নে বিবৃত হল :

“স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর উপর প্রযুক্ত পীড়ন তার বিকৃতির সমানুপাতিক।” গাণিতিকভাবে লেখা যায়, $\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \text{ধ্রুবক}$

বা, $\text{পীড়ন} = \text{ধ্রুবক} \times \text{বিকৃতি}$

পীড়ন

বা, $\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \text{ধ্রুবক}$ (constant)

এই ধ্রুবককে স্থিতিস্থাপক গুণাংক বা স্থিতিস্থাপক মানাংক (Co-efficient of elasticity) বলে। একে স্থিতিস্থাপক ধ্রুবকও (Elastic constant) বলা হয়।

৯.৮ স্থিতিস্থাপক গুণাংকের প্রকারভেদ

Kinds of elastic constants

বিভিন্ন প্রকার পীড়নের জন্য বিভিন্ন প্রকার বিকৃতি পাওয়া যায়। বিভিন্ন প্রকার বিকৃতির জন্য বিভিন্ন প্রকার স্থিতিস্থাপক গুণাংক আছে। স্থিতিস্থাপক গুণাংক মূলত তিনি প্রকার ; যথ—

(১) ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাংক (Young's modulus of elasticity)

(২) কাঠিন্যের বা দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপক গুণাংক (Rigidity modulus of elasticity)

(৩) আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাংক (Volume or Bulk modulus of elasticity)

ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাংক : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে ইয়ং-এর গুণাংক বলে। একে 'Y' দ্বারা সূচিত করা হয়। একে দৈর্ঘ্যের স্থিতিস্থাপক গুণাংকও বলা হয়।

$$Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} \quad (5)$$

যদি দৈর্ঘ্য বিকৃতি = 1 হয় তবে, $Y = \text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}$ ।

কাজেই, স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে একক দৈর্ঘ্য বিকৃতির জন্য প্রয়োজনীয় দৈর্ঘ্য পীড়নকে ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাংক বলে।

তাঙ্গের : “লোহার ইয়ং-এর গুণাংক $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ ”—বলতে বুঝায় যে, এক বর্গমিটার প্রস্থচ্ছেদ-এর ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি লোহার তারে একক দৈর্ঘ্য বিকৃতির জন্য দৈর্ঘ্য বরাবর 2×10^{11} নিউটন বল প্রয়োগের প্রয়োজন হবে।

দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপক গুণাংক : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে আকার পীড়ন ও আকার বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপক গুণাংক বলে। একে কাঠিন্যের বা আকারের স্থিতিস্থাপক গুণাংক বলে।

একে 'n' দ্বারা সূচিত করা হয়।

$$n = \frac{\text{আকার পীড়ন}}{\text{আকার বিকৃতি}} = \frac{\text{মোচড় বা কৃষ্ণন পীড়ন}}{\text{মোচড় বা কৃষ্ণন বিকৃতি}} \quad (6)$$

একে আকারের স্থিতিস্থাপক গুণাংকও বলে।

যদি আকার বিকৃতি = 1 হয়, তবে

• ১ = আকার পীড়ন।

কাজেই, স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে একক আকার বিকৃতি উৎপন্ন করতে প্রয়োজনীয় আকার পীড়নকে দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।

তাৎপর্য : “পিতলের দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপক গুণাংক $9 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ ”— বলতে বুঝায় যে, এক ঘনমিটার আয়তনের পিতলের একটি ঘনকের এক বর্গ মিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট এক তল দৃঢ়ভাবে আটকিয়ে আয়তনের কোন পরিবর্তন না ঘটিয়ে একক আকার বিকৃতির জন্য বিপরীত তলের উপর সর্বকভাবে 9×10^{10} নিউটন বল প্রয়োগের প্রয়োজন হবে।

আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাত একটি খুব রাশি। এই খুব রাশিকে আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে। একে 'K' দ্বারা সূচিত করা হয়।

$$K = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}}$$

(7)

যদি আয়তন বিকৃতি = 1 হয়, তবে

K = আয়তন পীড়ন।

কাজেই, স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে একক আয়তন বিকৃতি উৎপন্ন করতে প্রয়োজনীয় আয়তন পীড়নকে আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।

ব্যাখ্যা : মনে করি কোন একটি বস্তুর আদি আয়তন = V। এর প্রতি একক ক্ষেত্রফলে চতুর্দিক হতে লক্ষভাবে p পরিমাণ বল প্রয়োগ করি। যদি বস্তুর আয়তন হাসের পরিমাণ = v হয়, তবে আয়তন বিকৃতি = v/V এবং আয়তন পীড়ন = p

$$K = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}} = \frac{p}{v/V} = \frac{pV}{v}$$

7(a)

চাপ যত বেশি হোক না কেন কঠিন ও তরল বস্তুর ক্ষেত্রে আয়তন বিকৃতি খুব কম হয়। কিন্তু গ্যাসের ক্ষেত্রে কম চাপ প্রয়োগ করলেও যথেষ্ট পরিমাণ আয়তন বিকৃতি ঘটে।

সমীকরণ 7 (a) অনুযায়ী আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের ব্যবকলনীয় সমীকরণ হবে,

$$K = -\frac{Vdp}{dV} \cdot p \quad \text{বৃদ্ধিতে } V \text{ হাস পায় হেতু } \text{ খণ্ড চিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে।}$$

তাৎপর্য : পানির আয়তন গুণাঙ্ক $2 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$ বলতে বুঝায় যে পানির একক আয়তন বিকৃতি উৎপন্ন করতে এর প্রতি 1 m^2 ক্ষেত্রফলের উপর $2 \times 10^9 \text{ N}$ বল প্রয়োগ করতে হয়।

সংম্যতা (Compressibility) : সংম্যতা হল আয়তন গুণাঙ্কের বিপরীত রাশি। সূতরাং বলা যায়, স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে আয়তন বিকৃতি ও আয়তন পীড়নের অনুপাতই সংম্যতা।

$$\text{সংম্যতা} = \frac{\text{আয়তন বিকৃতি}}{\text{আয়তন পীড়ন}} = \frac{1}{\beta}$$

আয়তন গুণাঙ্ককে অনেক সময় অসংম্যতা (Incompressibility) নামেও অভিহিত করা হয়।

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের একক (Units of elastic constant)

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের সংজ্ঞায় দুটি রাশি আছে। একটি পীড়ন, অপরটি বিকৃতি। বিকৃতির কোন একক নেই। অতএব পীড়নের এককই স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের একক। আমরা জানি,

$$\text{পীড়ন} = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$$

সূতরাং বল ও ক্ষেত্রফলের একক হতে স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের একক পাওয়া যাবে।

এম. কে. এস. ও এস. আই. পন্থতিতে স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের একক হল নিউটন/বর্গমিটাৰ সংকেপে Nm⁻²।

ব্যাখ্যা : যদি বলা হয় ইস্পাতের ইয়ৎ-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $Y = 2 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$, তবে উক্ত উক্তি দ্বারা বুঝা যায় 1 m^2 বা এক বর্গমিটাৰ প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারে একক দৈর্ঘ্য বিকৃতিৰ জন্যে তাৰ বৰাবৰ 2×10^8 (নিউটন) বল প্ৰয়োগেৰ প্ৰয়োজন হবে।

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মাত্ৰা সমীকৰণ (Dimension of elastic constants)

বিকৃতিৰ কোন মাত্ৰা সমীকৰণ নেই। অতএব পীড়নেৰ মাত্ৰা সমীকৰণই স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কেৰ মাত্ৰা সমীকৰণ।

$$\boxed{\text{স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কেৰ মাত্ৰা সমীকৰণ}} = \frac{[\text{বল}]}{[\text{ক্ষেত্ৰফল}]} = \frac{[\text{MLT}^{-2}]}{[\text{L}^2]} = [\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}] \quad \checkmark$$

৯.৯ পয়সন-এৱ অনুপাত

Poisson's ratio

উপৰোক্ত তিনিটি স্থিতিস্থাপক ধূবক ছাড়া আৱে একটি বিশেষ ধৰনেৰ স্থিতিস্থাপক ধূবক আছে। একে আবিষ্কাৰ কৱেন বিজ্ঞানী পয়সন। তাৰ নামানুসাৱে এই ধূবকেৰ নাম দেওয়া হয়েছে পয়সন-এৱ অনুপাত।

কোন একটি তাৰেৰ এক প্ৰান্ত দৃঢ় অবলম্বনেৰ সাথে আটকিয়ে অন্য প্ৰান্তে বল প্ৰয়োগ কৱে টানলে দৈৰ্ঘ্য বিকৃতিৰ সঙ্গে সঙ্গে পাৰ্শ্ব বিকৃতি ঘটে অৰ্থাৎ তাৰেৰ ব্যাস বা ব্যাসাৰ্ধ কমে যায়। পয়সন-এৱ পৱৰিক্ষা এবং প্ৰাপ্ত ফলাফল অনুসাৱে স্থিতিস্থাপক সীমাৱ মধ্যে বস্তুৰ পাৰ্শ্ব বিকৃতি ও দৈৰ্ঘ্য বিকৃতিৰ অনুপাত একটি ধূব রাশি।

অৰ্থাৎ, $\frac{\text{পাৰ্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈৰ্ঘ্য বিকৃতি}} = \text{ধূবক}$ । এই ধূবককে 'ৰ' দ্বাৰা সূচিত কৱা হয়। এৱ নাম পয়সন-এৱ অনুপাত।

$$\therefore r = \frac{\text{পাৰ্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈৰ্ঘ্য বিকৃতি}}$$

ব্যাখ্যা : মনে কৱি, একটি তাৰেৰ আদি দৈৰ্ঘ্য 'L' এবং ব্যাসাৰ্ধ 'r' [চিত্ৰ ৯.৭]। তাৱতিৰ এক প্ৰান্ত দৃঢ় অবলম্বনেৰ সাথে আটকিয়ে নিম্ন প্ৰান্তে বল প্ৰয়োগ কৱে টানলে দৈৰ্ঘ্য বৃদ্ধি পাবে এবং পাৰ্শ্ব হ্ৰাস পাবে। মনে কৱি দৈৰ্ঘ্য বৃদ্ধি পেয়ে L' হল এবং ব্যাসাৰ্ধ হ্ৰাস পেয়ে r' হল।

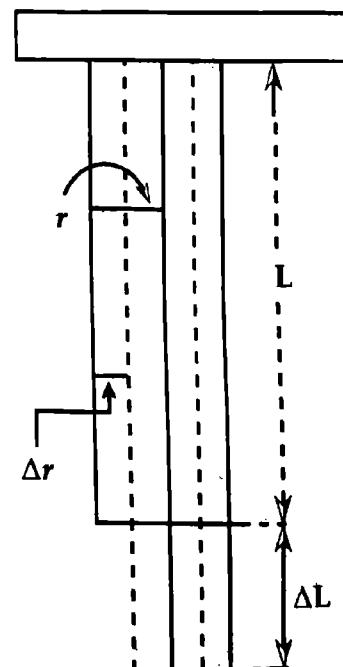
$$\text{অতএব, দৈৰ্ঘ্য বৃদ্ধি} = L' - L = \Delta L$$

$$\text{এবং ব্যাসাৰ্ধ হ্ৰাস} = r - r' = \Delta r$$

$$\text{সুতৰাং, পাৰ্শ্ব বিকৃতি} = \frac{\Delta r}{r} \text{ এবং দৈৰ্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{\Delta L}{L}$$

$$\text{পয়সন-এৱ অনুপাত, } r = \frac{\text{পাৰ্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈৰ্ঘ্য বিকৃতি}}$$

$$= \frac{\Delta r / r}{\Delta L / L} = \frac{L \Delta r}{r \Delta L}$$



চিত্ৰ ৯.৭

ΔL ধনাত্মক হলে Δr ঋণাত্মক হয়। আবাৱ ΔL ঋণাত্মক হলে Δr ধনাত্মক হয়।

$$\boxed{r = - \frac{L \Delta r}{r \Delta L}}$$

(8)

পয়সন-এৱ অনুপাত কেবলমাত্ৰ কঠিন পদাৰ্থেই বৈশিষ্ট্য।

ৰ-এৱ মান : কোন পদাৰ্থেৰ পয়সন-এৱ অনুপাত $-1 < r < \frac{1}{2}$ ।

বইয়ের কম

মাত্রা ও একক : পয়সনের অনুপাত দুটি বিকৃতির অনুপাত, তাই এর কোন মাত্রা ও একক নেই।

তাংগের : তামার পয়সনের অনুপাত 0.33 বলতে বুঝায় যে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করলে পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত 0.33 হয়।

৯.১০ বিকৃতির দ্রুণ কৃত কাজ বা সঞ্চিত বা বিভব শক্তি Work done in deforming a body or potential energy

বল প্রয়োগ করে যখন কোন বস্তুকে বিকৃত করা হয়, তখন বস্তুর উপর যে কাজ সম্পন্ন করা হয়, তা স্থিতিশক্তিরূপে বস্তুতে সঞ্চিত থাকে। বস্তুর বিভিন্ন বিকৃতি সৃষ্টি করতে যে কাজ সাধিত হয়ে থাকে নিম্নে তা আলোচিত হল।

(ক) দৈর্ঘ্য বিকৃতি : মনে করি L দৈর্ঘ্য এবং A প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট একটি তারে দৈর্ঘ্য বরাবর F বল প্রয়োগ করায় দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হল $=l$; ধরি এই দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি / অসংখ্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি dl -এর সমষ্টির সমান।

$$dl \text{ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধিতে কাজের পরিমাণ}, \quad dW = \text{বল} \times \text{সরণ} = F \times dl$$

$$\text{সূতরাং } l \quad \int dW = \int_0^l F \cdot dl \quad (9)$$

$$\text{বা, } W = \int_0^l F \cdot dl$$

$$\text{কিন্তু আমরা জানি, } Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{F/A}{l/L}$$

$$\text{বা, } F = \frac{Y \cdot A}{L}$$

উপরোক্ত সমীকরণে F -এর মান বসিয়ে পাই,

$$W = \int_0^l \frac{Y \cdot A}{L} dl = \frac{Y \cdot A}{L} \int_0^l l \cdot dl = \frac{YA l^2}{2L}$$

$$W = \frac{YA l^2}{2L} \quad (10)$$

এই কাজই তারের মধ্যে স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি হিসেবে সঞ্চিত থাকে।

পুনঃ, আয়তন, $V = ক্ষেত্রফল \times দৈর্ঘ্য = AL$

$$\text{দৈর্ঘ্য-পীড়ন} = \frac{F}{A} = \frac{Y \cdot A}{LA} = \frac{Yl}{L}$$

$$\text{এবং দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{l}{L}$$

একক আয়তনে কৃত কাজ

= একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি

$$= \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \frac{YA l^2}{L \times LA} \quad [\quad V = LA]$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{Y \cdot l \cdot l}{L \cdot L} = \frac{1}{2} \left(\frac{Yl}{L} \right) \times \left(\frac{l}{L} \right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{F}{A} \right) \times \left(\frac{l}{L} \right) \quad (11)$$

$$\text{একক আয়তনে কৃত কাজ বা বিভব শক্তি} = \frac{1}{2} \times \text{দৈর্ঘ্য-পীড়ন} \times \text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}$$

অনুরূপভাবে প্রমাণ কৰা যায় যে, (খ) কৃত্তন বিকৃতিৰ ক্ষেত্ৰে একক আয়তনে কৃত কাজ

$$= \frac{1}{2} \times \text{কৃত্তন পীড়ন} \times \text{কৃত্তন বিকৃতি}, \text{ এবং}$$

(গ) আয়তন বিকৃতিৰ ক্ষেত্ৰে একক আয়তনে কৃত কাজ

$$= \frac{1}{2} \times \text{আয়তন পীড়ন} \times \text{আয়তন বিকৃতি}।$$

সাধাৰণভাবে বলা যায়, যে কোন বিকৃতিৰ ক্ষেত্ৰে প্ৰতি একক আয়তনে কৃত কাজ

$$= \frac{1}{2} (\text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি})$$

৯.১১ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নিৰ্ণয় Determination of elastic constants

ভূমিকা : আমৰা জানি সৰমোট চাৱটি স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক রয়েছে, যথা Y, K, n এবং σ । এখানে আমৰা শুধুমাত্ৰ ইয়ং-এৰ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নিৰ্ণয়েৰ বিষয়টি আলোচনা কৰিব। ইয়ং-এৰ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নিৰ্ণয়েৰ অনেক পদ্ধতি রয়েছে। এই অধ্যায়ে ইয়ং-এৰ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নিৰ্ণয়েৰ জন্যে দুটি পদ্ধতি আলোচনা কৰা হবে। পদ্ধতি দুটি হল :

ভাৰ্নিয়াৰ পদ্ধতি এবং

সার্লিৰ পদ্ধতি

(১) ভাৰ্নিয়াৰ পদ্ধতিতে ইয়ং-এৰ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নিৰ্ণয় (Determination of Young's modulus by Vernier method)

তত্ত্ব : স্থিতিস্থাপক সীমাৰ মধ্যে দৈৰ্ঘ্য পীড়ন এবং দৈৰ্ঘ্য বিকৃতিৰ অনুপাত একটি ধূৰ সংখ্যা। এৰ নাম ইয়ং-এৰ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক। একে Y দ্বাৰা সূচিত কৰা হয়।

$$Y = \frac{\text{দৈৰ্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈৰ্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{F/A}{l/L} = \frac{F \times L}{A l}$$

$$= \frac{mgL}{\pi r^2 l}$$

m, g, L, r এবং A . আই. এককে পৱিমাপ কৰা হলো,

$$Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l} \text{ নিউটন/বৰ্গমিটাৰ (Nm}^{-2}\text{)} \quad (12)$$

এখানে m = প্ৰযুক্ত ভৱ, g = অভিকৰ্ষীয় তুলণ, L = পৱৰিক্ষাধীন তাৱেৰ আদি দৈৰ্ঘ্য, l = দৈৰ্ঘ্য বৃদ্ধি এবং r = তাৱেৰ ব্যাসাৰ্ধ।

এখন, m, g, L, l এবং r -এৰ মান জ্ঞেনে Y -এৰ মান বেৱ কৰা হয়।

ভাৰ্নিয়াৰ পদ্ধতি (যন্ত্ৰেৰ বৰ্ণনা) : এই পদ্ধতিতে পৱৰিক্ষাধীন পদাৰ্থেৰ সমদৈৰ্ঘ্যবিশিষ্ট দুটি তাৱ নিই। মনে কৰি এৰ AB ও CD তাৱ দুটিকে একই দৃঢ় অবলম্বন E হতে ঝুলাই [চিত্ৰ ৯.৮]। এদেৱ মধ্যে CD হল পৱৰিক্ষাধীন তাৱ, AB হল সাহায্যকাৰী তাৱ। সাহায্যকাৰী তাৱেৰ সাথে মিলিমিটাৰে দাগাঙ্কিত একটি সৱল স্কেল S যুক্ত আছে। তাৱ যাতে থাঁজ ও মোচড়হীন অবস্থায় সম্পূৰ্ণ সোজা থাকে তাৱ জন্য এৰ নিম্ন প্ৰাণ্টে একটি নিৰ্দিষ্ট ভৱেৰ বস্তু ঝুলানো হল।

পৱৰিক্ষাধীন তাৱেৰ নিম্ন প্ৰাণ্টে একটি হুক এবং এই হুকেৰ সাথে একটি ধাৱক (hanger) থাকে। এই ধাৱকে পীড়ন সৃষ্টিকাৰী প্ৰয়োজনীয় ভৱ স্থাপন কৰা হয়। এই তাৱেৰ সাথে একটি ভাৰ্নিয়াৰ স্কেল V লাগানো থাকে, এই স্কেলটি সাধাৰণ স্কেল S-এৰ পাশ দিয়ে উঠা-নামা কৰে।

কার্যপদ্ধতি ৩

নির্ণয় : প্রথম স্কু গজের সাহায্যে পরীক্ষাধীন তারের ব্যাস বিভিন্ন জায়গায় সতর্কভাবে বের করি এবং গড় ব্যাস নির্ণয় করি। একে ২ দ্বারা ভাগ করে তারের ব্যাসার্ধ, গ্রহণ করি এবং তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি।

এখন পরীক্ষাধীন তারের অসহ ভার (Breaking weight) বের করতে হয়। ভৌত বিষয়াদি সংক্রান্ত বিবিধ ধূবকের মান যে পুস্তকে পাওয়া যায় (Physical constant table) তা হতে তারের অসহ পীড়ন দেখে নিয়ে তাকে তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল দিয়ে গুণ করে অসহ ভার নির্ণয় করা হয়। পীড়ন মাত্রা এর অর্ধেকের বেশি না হলে তারটি স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে থাকবে। এজন্য পরীক্ষাধীন তারে অসহ ভারের অর্ধেকের বেশি ভার কখনও অর্পণ করা হয় না। পীড়নকারী সর্বোচ্চ ভরের মান এভাবেই নির্ণীত হয়।

পরীক্ষাধীন তারের ধারকের উপর পূর্বের বর্ণিত সর্বোচ্চ ভর চাপিয়ে কিছুক্ষণ পর ভরের কিছুটা রেখে বাকি ভর অপসারণ করা হয়, যাতে তার সোজা থাকে এবং এতে কোন খাঁজ থাকে না। এই ভরকে প্রারম্ভিক ভর (Dead load) বলে। এই ভরের জন্য ভার্নিয়ারের শূন্য বরাবর প্রধান স্কেল ও ভার্নিয়ারের পাঠ গ্রহণ করা হয়।

L নির্ণয় : এর পর একটি স্কেলের সাহায্যে পরীক্ষাধীন তারটিকে যে বিন্দু হতে ঝুলানো হয়েছে, সেই বিন্দু হতে ভার্নিয়ারের শূন্য দাগ পর্যন্ত দৈর্ঘ্য মেপে তার আদি দৈর্ঘ্য L বের করি।

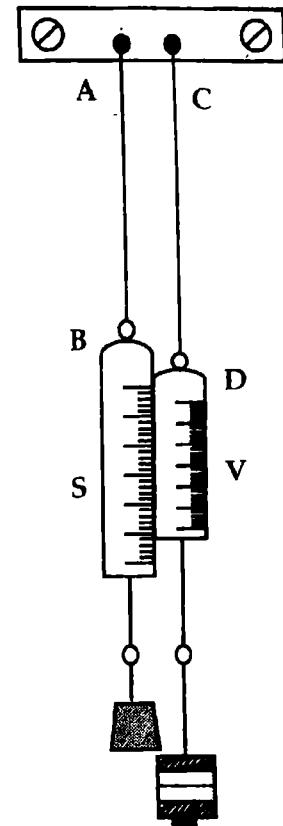
। নির্ণয় : এখন পরীক্ষাধীন তারে অর্ধ কিলোগ্রাম পরিমাণের ভার পর পর চাপাই এবং প্রতিবার প্রধান স্কেল এবং ভার্নিয়ার স্কেলের মান নিয়ে তারের প্রসারণ বের করি। এখনে লক্ষ রাখতে হবে যে, মোট ভার যেন অসহ ভার-এর অর্ধেকের বেশি না হয়।

$\frac{1}{m}$ নির্ণয় : অতঃপর প্রতি ধাপে এক একটি করে অর্ধ কিলোগ্রাম ভার নামিয়ে পূর্বের ন্যায় প্রধান স্কেল ও ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ হতে তারের সঙ্কেচন বের করি। অতএব প্রতিটি ভারের জন্য $\frac{1}{m}$ -এর দুটি করে পাঠ নেয়া

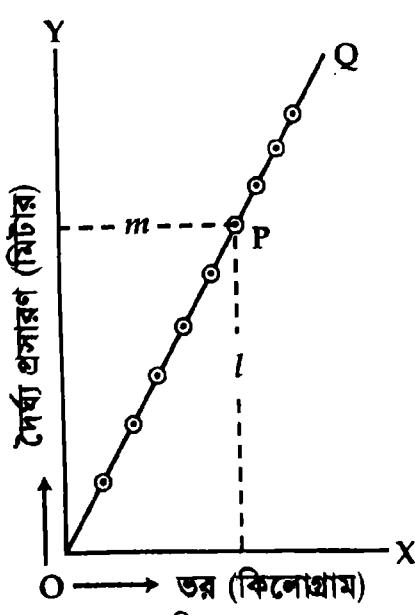
যাবে—একটি ভার বৃদ্ধির জন্য, অপরটি ভার হ্রাসের জন্য। এদের গড় মান বের করে বিভিন্ন ভারের আনুষঙ্গিক দৈর্ঘ্য প্রসারণ পাওয়া যায়।

এখন ভরকে X-অক্ষে এবং আনুষঙ্গিক দৈর্ঘ্য প্রসারণকে Y-অক্ষে স্থাপন করে একটি লেখ (Graph) অঙ্কন করি [চিত্র ১৯]। লেখটি একটি সরলরেখা হবে এবং অক্ষ দুটির মূল বিন্দু দিয়ে যাবে। এটা হতে প্রমাণিত হয় যে, পীড়ন ও বিকৃতি প্রস্থপরের সমানপূর্ণ। এটা হুকের সূত্রের পরীক্ষামূলক প্রমাণ দেয়। লেখ হতে সুবিধাজনক ভার m -এর জন্য আনুষঙ্গিক দৈর্ঘ্য পরিবর্তন $\frac{1}{m}$ -এর মান বের করি।

হিসাব ও গণনা : ধরি পরীক্ষালক্ষ্য ফলাফল অনুসারে তারের আদি দৈর্ঘ্য L মিটার, ব্যাসার্ধ, মিটার ও m কিলোগ্রাম ভরের জন্য দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি / মিটার। তাহলে,



চিত্র ১৮



চিত্র ১৯ :

$$\text{ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক}, Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l} \text{ নিউটন/বর্গমিটার।}$$

সতর্কতা : (১) পরীক্ষণীয় তারটিকে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে রেখে বিকৃতি নিরূপণ করা উচিত।

(২) ব্যাস নিরূপণ সর্বাপেক্ষা বেশি ত্রুটিমুক্ত হওয়া উচিত ও প্রত্যেক বারে পরস্পর লম্বিক পাঠ নেওয়া উচিত।

(৩) তার দুটিকে দৃঢ় অবলম্বন হতে ঝুলানো উচিত ও তার দুটি একই পদার্থের হওয়া উচিত।

৯.১২ ইস্পাত রবার অপেক্ষা অধিক স্থিতিস্থাপক

Steel is more elastic than rubber

আমরা জানি, **স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক** = $\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$

উপরের সমীকরণ হতে বলা যায়—যে সব বস্তুর ক্ষেত্রে পীড়ন এবং বিকৃতির অনুপাত বেশি অর্থাৎ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মান বেশি সে সব বস্তু বেশি স্থিতিস্থাপক। আর যেসব বস্তুর ক্ষেত্রে পীড়ন এবং বিকৃতির অনুপাত কম, অর্থাৎ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মান কম সেসব বস্তু কম স্থিতিস্থাপক।

ইস্পাতের ক্ষেত্রে অধিক পীড়ন দেয়া সম্ভ্রেও বিকৃতির মান যৎসামান্য হয়। সুতরাং পীড়ন এবং বিকৃতির অনুপাত অনেক বেশি। কিন্তু রবারের ক্ষেত্রে অন্ত পীড়ন দিলেই বিকৃতির মান অনেক বেশি হয়। সুতরাং রবারের ক্ষেত্রে পীড়ন এবং বিকৃতির অনুপাত অনেক কম। অতএব, **সিদ্ধান্ত এই যে, ইস্পাত রবার অপেক্ষা অধিক স্থিতিস্থাপক।**

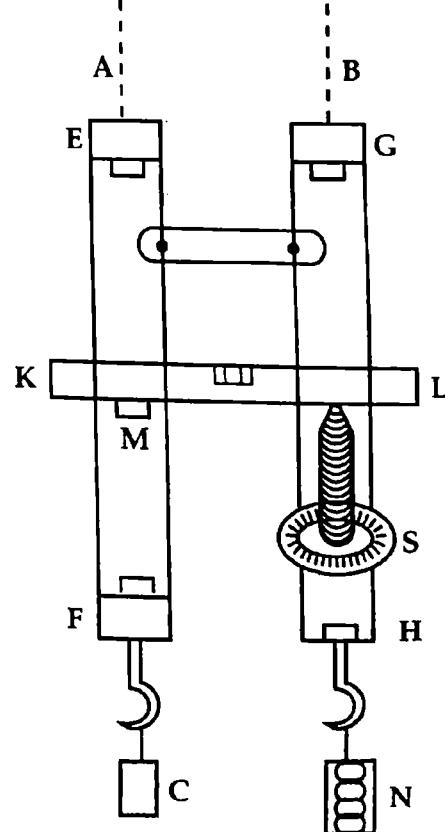
৯.১৩ সার্লির পদ্ধতিতে ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয়

Determination of Young's modulus by Searle's method

বিজ্ঞানী সি. জি. এস. সার্লি এই পদ্ধতি উদ্ভাবন করেন বলে এই পদ্ধতিকে সার্লির পদ্ধতি বলা হয়।

যন্ত্রের বর্ণনা : এই যন্ত্রে A এবং B পরীক্ষাধীন পদার্থের সমদৈর্ঘ্য এবং সমব্যাসের দুটি তার থাকে। [চিত্র ৯.১০]। A সাহায্যকারী তার এবং B পরীক্ষাধীন তার। এগুলোকে একই দৃঢ় অবলম্বন হতে পাশাপাশি ঝুলিয়ে তাদের নিম্ন প্রান্তে যথাক্রমে EF এবং GH দুটি ধাতব কাঠামো যুক্ত করা হয়। কাঠামো দুটির নিম্ন প্রান্তে দুটি ধাতব হুকের সাথে দুটি ওজন ধারক সংযুক্ত থাকে। A-কে সোজা ও খীজমুক্ত করার জন্য এর ওজন ধারকের উপর প্রয়োজনীয় ওজন স্থাপন করা হয়। B-এর ওজন ধারকের উপর প্রয়োজনীয় ওজন স্থাপন করে এটাকেও প্রসারিত করা হয়। GH কাঠামোতে একটি মাইক্রোমিটার স্কুল S যুক্ত থাকে। KL একটি স্পিরিট লেভেল। এর এক প্রান্ত মাইক্রোমিটার স্কুল উপরে এবং অপর প্রান্ত EF কাঠামোর সাথে দৃঢ়ভাবে সংযুক্ত একটি ধাতব দণ্ড M-এর উপরে স্থাপিত থাকে। মাইক্রোমিটার স্কুল এবং স্পিরিট লেভেলের সাহায্যে পরীক্ষাধীন তারের দৈর্ঘ্যের ত্রাস-বৃদ্ধি পরিমাপ করা হয়।

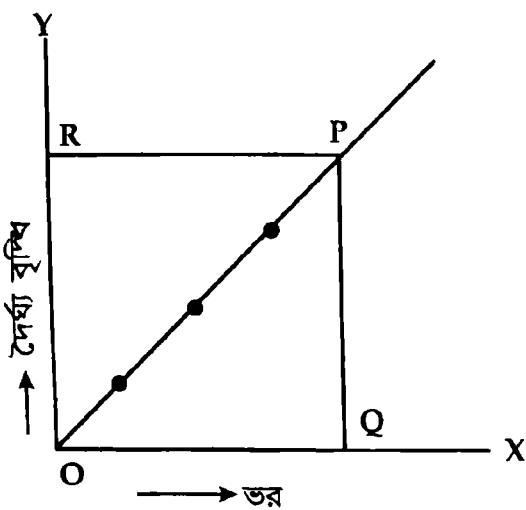
কার্যপদ্ধতি : মিটার স্কেল ও স্কুল-গজের সাহায্যে পরীক্ষাধীন তারের আদি দৈর্ঘ্য এবং ব্যাস নির্ণয় করি। ব্যাসকে দুই দ্বারা ভাগ করে ব্যাসার্ধ বের করি। অতঃপর প্রস্থচ্ছেদ ও তারের উপাদানের অসহ পীড়নের মান হতে অসহ ওজন বের করি। পরীক্ষাকালে তারে সর্বোচ্চ অসহ ওজনের অর্ধেক ওজন ব্যবহার করা হয়। পরীক্ষাধীন ও সাহায্যকারী তারের নিম্ন প্রান্তের ওজন ধারকের উপর কিছু ভর চাপিয়ে তারদ্বয়কে টান টান রাখি। অতঃপর মাইক্রোমিটার স্কুল ঘূরিয়ে স্পিরিট লেভেলের বায়ু বৃদ্ধবৃদ্ধ মধ্যস্থলে আনি ও স্কেলের পাঠ নিই। অতঃপর অর্ধ কিলোগ্রাম ভর চাপালে স্পিরিট লেভেলের বায়ু



চিত্র ৯.১০

বইঘর কম

বুদ্বুদ এক পাতে সরে যায়। মাইক্রোমিটার স্কুল ঘূরিয়ে লেভেলটিকে পূর্বাবস্থায় ফিরিয়ে আনি এবং প্রথম ও দ্বিতীয় পাঠের পার্থক্য হতে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয় করি। এভাবে পরপর কয়েক বার অর্ধ কিলোগ্রাম ভর প্রয়োগ করে মাইক্রোমিটার স্কুল সাহায্যে প্রত্যেক ওজনের জন্য দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পরিমাপ করি। অতঃপর এক একটি করে ভর নামিয়ে প্রত্যেক বার পাঠ নিই। এভাবে ভর বৃদ্ধি ও ভর হ্রাসের জন্য দুটি করে পাঠ পাওয়া যাবে। পাঠদ্বয়ের গড় নির্ণয় করি। অতঃপর X-অক্ষ বরাবর বিভিন্ন ভর এবং Y-অক্ষ বরাবর আনুষঙ্গিক দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির মান বসিয়ে একটি লেখচিত্র অঙ্কন করলে এটা মূল বিন্দুগামী একটি সরলরেখা হবে [চিত্র ৯.১১]। সরলরেখার উপর সুবিধামত P



চিত্র ৯.১১

একটি বিন্দু নিই। P বিন্দু হতে X-অক্ষের উপর PQ
একটি লম্ব টানি। তা হলে OQ ভরের মান m এবং PQ
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির মান। নির্দেশ করবে।

হিসাব ও গণনা :

মনে করি পরীক্ষাধীন তারের

আদি দৈর্ঘ্য = L মি.

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি = l "

ব্যাসার্ধ = r "

অভিকর্ষজ ত্বরণ = g মি./সে.^২

ভর = m কিলোগ্রাম

$$Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l} \text{ নিউটন/বর্গমিটার (Nm}^{-2}\text{)}$$

সতর্কতা :

- ১। তার দুটি একই পদার্থের ও সমান দৈর্ঘ্যের হওয়া উচিত। সুষম ব্যাসের তার নেয়া উচিত।
- ২। তার দুটিতে কোন ভাঁজ যাতে না থাকে তাই কিছু ওজন চাপিয়ে তার দুটিকে টান টান রাখতে হয়।
- ৩। Y-এর মান নির্ণয়ে ব্যাসার্ধ r-এর বর্গ ব্যবহৃত হয়, তাই r এর ত্রুটি পরিহার করার জন্য একই অবস্থানে সোজা ও আড়াআড়িভাবে পাঠ নিতে হয়।
- ৪। পরীক্ষণীয় তারে ওজন অসহ ওজনের অর্ধেকের কম নিতে হয়।
- ৫। পাঠ নেয়ার সময় স্কুগজ সব সময় একই দিকে ঘুরাতে হয়। এতে স্কুগজের পিছট ত্রুটি দূর হয়।

৯.১৪ স্থিতিস্থাপকতা কোনু কোনু শর্তের উপর নির্ভর করে

Factors affecting elasticity

পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা বিভিন্ন শর্তের উপর নির্ভর করে, যার একটি সংক্ষিপ্ত বিবরণ নিম্নে বর্ণনা করা হল :

- ১। আঘাত (Hammering) : কোন একটি পদার্থকে আঘাতের ফলে তাঙ্গাতে চাইলে তার স্থিতিস্থাপকতা বৃদ্ধি পায়।
- ২। খাদ (Impurity) : কোন পদার্থে খাদের উপস্থিতি এর স্থিতিস্থাপকতাকে বিশেষভাবে প্রভাবিত করে। কখনও কখনও খাদের উপস্থিতি পদার্থের বিভিন্ন কণার মধ্যকার আকর্ষণ ধর্ম বৃদ্ধি করে। ফলে খাদের উপস্থিতি পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা বৃদ্ধি করে।
- ৩। তাপমাত্রা (Temperature) : স্থিতিস্থাপকতার উপর তাপমাত্রার প্রভাব সমধিক উল্লেখযোগ্য। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে কঠিন পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা হ্রাস পায় অর্থাৎ তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে পদার্থ স্থিতিস্থাপকতা হতে ত্রুটাগত অস্থিতিস্থাপক হতে থাকে। কিন্তু ইস্পাত, ইনভার এবং কোয়ার্টজ-এর ক্ষেত্রে ব্যতিক্রম পরিলক্ষিত হয়।

পুনঃ, তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে তরল পদার্থের আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক হ্রাস পায়। তবে পানির ক্ষেত্রে এর ব্যতিক্রম পরিলক্ষিত হয়। 50°C তাপমাত্রায় পানির আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক সর্বাধিক।

উচ্চ মাধ্যমিক পদাৰ্থবিজ্ঞন
BG & JEWEL
স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক তালিকা

বস্তু	ইয়েৎ গুণাঙ্ক $Y (\text{Nm}^{-2})$	দৃঢ়তা গুণাঙ্ক $n (\text{Nm}^{-2})$	আয়তন গুণাঙ্ক $K (\text{Nm}^{-2})$	পয়সনের অনুপাত ০
অ্যালুমিনিয়াম	7×10^{10}	2.5×10^{10}	7.5×10^{10}	0.34
তামা	12.3×10^{10}	4.2×10^{10}	13.1×10^{10}	0.33
লোহা (তার)	20×10^{10}	5.1×10^{10}	9.6×10^{10}	0.26
ইস্পাত	22×10^{10}	8.9×10^{10}	16×10^{10}	0.28
ব্রুপা	7.8×10^{10}	2.8×10^{10}	10.9×10^{10}	0.37
পানি	—	—	0.2×10^{10}	—
পারদ	—	—	2.6×10^{10}	—
বাতাস (সাধারণ চাপে)	—	—	1.015×10^5	—

স্মরণিকা

স্থিতিস্থাপকতা : যে ধর্মের ফলে বাইরে থেকে প্রযুক্ত বল অপসারিত হলে বিকৃত বস্তু তার পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে, তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে।

বিকৃতি : বল প্রয়োগে কোন একটি বস্তুর প্রতি একক মাত্রায় যে পরিবর্তন সাধিত হয় তাকে বিকৃতি বলে।

পীড়ন : কোন একটি বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বতাবে ক্রিয়ারত (ক্রিয়ামূলক বা প্রতিক্রিয়ামূলক) বিকৃতি সৃষ্টিকারী বলের মানকে পীড়ন বলে।

স্থিতিস্থাপক সীমা : বাহ্যিক বলের যে নির্দিষ্ট সীমা পর্যন্ত বস্তু স্থিতিস্থাপক বস্তুর ন্যায় আচরণ করে এবং ঐ প্রযুক্ত বল অপসারণ করলে বস্তু পূর্বাবস্থায় ফিরে যায়, তাকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

হুকের সূত্র : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর উপর প্রযুক্ত পীড়ন তার বিকৃতির সমানুপাতিক।

অসহ পীড়ন : প্রতি একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলে ন্যূনতম যে বলের ক্রিয়া তারটি ছিড়ে যায়, তাকে ঐ তারের অসহ পীড়ন বলে।

অসহ ভার বা অসহ ওজন : ন্যূনতম যে নির্দিষ্ট তারের ক্রিয়া কোন বস্তু ভেঙ্গে বা ছিড়ে যায় তাকে অসহ ভার বা অসহ ওজন বলে।

কৃত্তন বা মোচড় বিকৃতি : যদি প্রযুক্ত বাহ্যিক বলের ক্রিয়ায় বস্তুর আয়তন অপরিবর্তিত থেকে কেবলমাত্র এর আকৃতির পরিবর্তন হয় বা বস্তুটি মোচড় খায় তবে ঐ ধরনের বিকৃতিকে কৃত্তন বা মোচড় বিকৃতি বলে।

সংনম্যতা : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে আয়তন বিকৃতি ও আয়তন পীড়নের অনুপাতকে সংনম্যতা বলে। সংনম্যতা হল আয়তন গুণাঙ্কের বিপরীত রাশি।

ইয়েৎ-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে ইয়েৎ-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।

দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে আকার বা কৃত্তন পীড়ন এবং আকার বিকৃতির অনুপাতকে দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।

আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে আয়তন পীড়ন এবং আয়তন বিকৃতির অনুপাতকে আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।

পয়সন-এর অনুপাত : পীড়ন দৈর্ঘ্য বরাবর হলে, পার্শ্ব বিকৃতি এবং দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে পয়সন-এর অনুপাত বলে।

প্রয়োজনীয় সমীকরণ

$$\text{স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক} = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} \quad (1)$$

$$\text{পীড়ন} = \frac{F}{A} \quad (2)$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{l}{L} \quad (3)$$

$$\text{কৃতন বিকৃতি}, \theta = \frac{d}{D} \quad (4)$$

$$\text{আয়তন বিকৃতি} = \frac{v}{V} \quad (5)$$

$$\text{হুকের সূত্র} = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \text{ধ্রবক} \quad (6)$$

$$\text{ইয়ৎ এর গুণাঙ্ক}, Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} \\ = \frac{F/A}{l/L} = \frac{F \times L}{A l} = \frac{MgL}{\pi r^2 l} \quad (7)$$

$$\text{কৃতন গুণাঙ্ক}, \eta = \frac{\text{কৃতন পীড়ন}}{\text{কৃতন বিকৃতি}} = \frac{F}{A} \times \frac{y}{x} \quad (8)$$

$$\text{আয়তন গুণাঙ্ক}, K = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}} = \frac{F}{A} \times \frac{V}{v} \quad (9)$$

$$\text{পয়সন এর অনুপাত}, \sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{r \times L}{R \times l} \quad (10)$$

$$\text{সংম্যতা} = \frac{1}{K} \quad (11)$$

$$\text{মোট কৃত কাজ}, W = \frac{1}{2} \times F \times l \quad (12)$$

$$\text{একক আয়তনে স্থিতিশক্তি বা কাজ}, E = \frac{W}{V} \quad (13)$$

- (ক) দৈর্ঘ্য বিকৃতির ক্ষেত্রে $= \frac{1}{2} \times \text{দৈর্ঘ্য পীড়ন} \times \text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}$
 (খ) কৃতন বিকৃতির ক্ষেত্রে $= \frac{1}{2} \times \text{কৃতন পীড়ন} \times \text{কৃতন বিকৃতি}$
 (গ) আয়তন বিকৃতির ক্ষেত্রে $= \frac{1}{2} \times \text{আয়তন পীড়ন} \times \text{আয়তন বিকৃতি}$

।

সমাধানকৃত উদাহরণ

১। একটি বস্তুর দৈর্ঘ্য বিকৃতি 2×10^{-4} এবং দৈর্ঘ্য পীড়ন $20 \times 10^6 \text{ Nm}^{-2}$ । বস্তুটির ইয়ৎ-এর গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

মনে করি ইয়ৎ-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $= Y$

$$\text{আমরা পাই}, Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{20 \times 10^6 \text{ Nm}^{-2}}{2 \times 10^{-4}} \\ = 10 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2} = 1 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2} \\ = 10 \times 10^{10} \text{ Pa} = 1 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

২। ৪m দৈর্ঘ্য একটি তারের তারের এক প্রাণ্টে 20kg ভর চাপানো হলে তারটির দৈর্ঘ্য 6mm বৃদ্ধি পায়। তারের ব্যাসার্ধ 0.58 mm হলে তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

$$Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l}$$

$$\begin{aligned} Y &= \frac{20 \times 9.8 \times 4}{3.14 \times (5.8 \times 10^{-4})^2 \times 6 \times 10^{-3}} \\ &= \frac{20 \times 9.8 \times 4 \times 10^{11}}{3.14 \times 5.8 \times 5.8 \times 6} \\ &= 1.24 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{আদি দৈর্ঘ্য}, L = 4 \text{ m}$$

$$\text{ভর}, m = 20 \text{ kg}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}, l = 6 \text{ mm} = 6 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ}, r = 0.58 \text{ mm} = 5.8 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$Y = ?$$

৩। $2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারে কত বল প্রয়োগ করলে এর দৈর্ঘ্য দিগুণ হবে? [$Y = 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$] [চ. বো. ২০০৮]

$$\text{মনে করি, প্রযুক্ত বল} = F$$

আমরা জানি,

$$Y = \frac{F}{A} \times \frac{L}{l}$$

$$\text{বা, } F = YA/l$$

$$\begin{aligned} &= 2 \times 10^{11} \text{ Pa} \times 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times \frac{L}{l} \\ &= 4 \times 10^7 \text{ N} \quad [1 \text{ Pa} = 1 \text{ Nm}^{-2}] \end{aligned}$$

এখানে,

$$Y = 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

$$A = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\text{আদি দৈর্ঘ্য } L \text{ হলো,}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}, l = 2L - L = L$$

৪। ২ m দৈর্ঘ্যের ও $6 \times 10^{-4} \text{ m}$ ব্যাসের একটি ইস্পাতের তারের এক প্রাণ্টে ছাদে বেঁধে অপর প্রাণ্টে 10 kg ভর বুলালে তারটির দৈর্ঘ্য কতটুকু বৃদ্ধি পাবে? [$Y = 2.2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$] [রা. বো. ২০০৮]

আমরা জানি,

$$Y = \frac{F}{A} \times \frac{L}{l}$$

$$\text{বা, } l = \frac{FL}{YA} = \frac{FL}{Y\pi r^2}$$

$$\begin{aligned} l &= \frac{10 \times 9.8 \times 2}{2.2 \times 10^{11} \times 3.14 \times (3 \times 10^{-4})^2} \\ &= \frac{20 \times 9.8 \times 10^{-3}}{2.2 \times 3.14 \times 9} \\ &= 3.15 \times 10^{-3} \text{ m} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{তারের দৈর্ঘ্য}, L = 2 \text{ m}$$

$$\text{তারের ব্যাস}, d = 6 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{তারের ব্যাসার্ধ}, r = \frac{d}{2} = 3 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক}, Y = 2.2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{বুলানো ভর } m = 10 \text{ kg}$$

$$g = 9.8$$

$$F = mg = 10 \times 9.8$$

$$l = ?$$

৫। একটি তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ । তারটির দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি করতে প্রযুক্ত পীড়ন নির্ণয় কর। [কু. বো. ২০০২]

আমরা জানি,

$$Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{F/A}{l/L}$$

$$\begin{aligned} \text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}, \frac{F}{A} &= Y \times \text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} \\ &= Y \times l/L \end{aligned}$$

$$F/A = 2 \times 10^{11} \times \frac{15}{100}$$

$$= 3 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$$

এখানে,

$$Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

$$\frac{l}{L} = 15\% = \frac{15}{100}$$

$$\text{পীড়ন} = F/A = ?$$

৬। ২ m দীর্ঘ এবং 0.02 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের একটি তারের এক প্রান্তে 10 kg ওজন দিলে তারটির দৈর্ঘ্য আদি দৈর্ঘ্যের ০.০০৫% বৃশ্চিম পায়। তারটির বিকৃতি কত? [চ. বো. ২০০২]

$$\text{তারটির দৈর্ঘ্য বৃশ্চিম}, I = 0.005\% L = \frac{0.005}{100} \times L = 5 \times 10^{-5} L$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}, \frac{1}{L} = \frac{5 \times 10^{-5}}{L} = 5 \times 10^{-5}$$

৭। ১০ m লম্বা এবং ১ mm ব্যাসবিশিষ্ট একটি তারকে 100 N বল দ্বারা টানা হল। তারটির দৈর্ঘ্য কতটুকু বৃশ্চিম পাবে বের কর। [$Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$] [সি. বো. ২০০২]

আমরা জানি,

$$Y = \frac{F/A}{l/L} = \frac{FL}{Al}$$

$$\text{বা, } l = \frac{FL}{AY} = \frac{FL}{\pi r^2 Y}$$

$$l = \frac{100 \times 10}{3.14 \times (0.5 \times 10^{-3})^2 \times 2 \times 10^{11}}$$

$$= 6.4 \times 10^{-3} \text{ m}$$

৮। ১ mm^2 প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট একটি ইস্পাত তারের দৈর্ঘ্য ৫% বৃশ্চিম করলে কত বল প্রয়োগ করতে হবে? [ইস্পাতের $Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$] [রা. বো. ২০০৩; ব. বো. ২০০২; ঢা. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$Y = \frac{F}{A} \times \frac{L}{l}$$

$$\text{বা, } F = \frac{YAl}{L}$$

$$= \frac{2 \times 10^{11} \times 1 \times 10^{-6} \times 0.05 L}{L}$$

$$= 1 \times 10^4 \text{ N}$$

৯। ২ m লম্বা ও ১ mm ব্যাস বিশিষ্ট একটি তারের দৈর্ঘ্য বৃশ্চিম ০.০৫ cm হলে তারটির ব্যাস কতটুকু হ্রাস পাবে? (পয়সনের অনুপাত, $\sigma = 0.25$)।

আমরা জানি,

$$\sigma = \frac{\text{পর্যবেক্ষণ বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

$$= \frac{d/D}{l/L} = \frac{dL}{DL}$$

$$d = \frac{\sigma D l}{L}$$

$$= \frac{0.25 \times 1 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-4}}{2}$$

$$= 6.25 \times 10^{-8} \text{ m}$$

১০। একটি তারের দৈর্ঘ্য 3m ; প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 2 mm^2 এবং অসহ পীড়ন $2.45 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$ । তারটির অসহ ওজন ও অসহ ভর নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$\checkmark \text{অসহ ওজন} = \text{অসহ পীড়ন} \times \text{প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল}$$

$$= 2.45 \times 10^8 \times 2 \times 10^{-6}$$

$$= 4.90 \times 10^2 \text{ N}$$

$$\checkmark \text{অসহ ভর} = \frac{\text{অসহ ওজন}}{\text{অভিকর্ষয় ত্বরণ}}$$

$$= \frac{4.90 \times 10^2}{9.8} = 50 \text{ kg}$$

এখানে,

তারের দৈর্ঘ্য, $L = 10 \text{ m}$

$$\text{তারের ব্যাসার্ধ}, r = \frac{d}{2} = \frac{1}{2} \text{ mm} = 0.5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

প্রযুক্ত বল, $F = 100 \text{ N}$

তারটির দৈর্ঘ্য বৃশ্চিম, $I = ?$

$$Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

ধরি,

$$\text{আদি দৈর্ঘ্য} = L$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বৃশ্চিম}, I = \frac{5 L}{100} = 0.05 L$$

$$\text{ক্ষেত্রফল}, A = 1 \text{ mm}^2$$

$$= 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$Y = 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$$

$$\text{বল, } F = ?$$

এখানে,

তারের দৈর্ঘ্য, $L = 2 \text{ m}$

ব্যাস, $D = 1 \text{ mm} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$

দৈর্ঘ্য বৃশ্চিম, $I = 0.05 \text{ cm} = 5 \times 10^{-4} \text{ m}$

পয়সনের অনুপাত, $\sigma = 0.25$

তারের ব্যাস হ্রাস, $d = ?$



এখানে,

দৈর্ঘ্য, $L = 3 \text{ m}$

$$\text{প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল}, A = 2 \text{ mm}^2$$

$$= 2 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\text{অসহ পীড়ন} = 2.45 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{অসহ ওজন} = ?$$

$$\text{অসহ ভর} = ?$$

Q. ১১। ০' 1 m বাহুবিশিষ্ট অ্যালুমিনিয়ামের তৈরি একটি ঘনকের কোন তলে $89.67 \times 10^5 \text{ N}$ আকার পীড়ন সৃষ্টিকারী স্থিতি বল প্রয়োগ করলে বিপরীত স্থিত তলের সাপেক্ষে তলটির $3.05 \times 10^{-3} \text{ m}$ সরণ ঘটে। আকার পীড়ন, আকার বিকৃতি ও দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

$$\text{প্রশ্নানুসারে, আকার পীড়ন} = \frac{F}{A} = \frac{89.67 \times 10^5 \text{ N}}{0.1 \text{ m} \times 0.1 \text{ m}} = 89.67 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{আকার বিকৃতি} = \frac{x}{y} = \frac{3.05 \times 10^{-3} \text{ m}}{0.1 \text{ m}} = 3.05 \times 10^{-2}$$

$$\text{এবং দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক}, \eta = \frac{\text{আকার পীড়ন}}{\text{আকার বিকৃতি}}$$

$$= \frac{89.67 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}}{3.05 \times 10^{-2}} = 2.94 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$$

১২। স্থির তাপমাত্রায় 20 বায়ুমণ্ডলীয় চাপের পরিবর্তনে একটি বস্তুর আয়তনের পরিবর্তন 0.01% হল। এর আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপ = $1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$]

ধরি নির্ণেয় গুণাঙ্ক = K

$$\text{আমরা পাই, } K = \frac{F}{A} \times \frac{V}{v} \quad (1)$$

সমীকরণ (1)-এ মানগুলো বসিয়ে পাওয়া যায়,

$$K = \frac{20 \times 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}}{\frac{1}{10000}} \\ = 2.026 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{এখানে, } F/A = 20 \text{ বায়ুমণ্ডলীয় চাপ} \\ = 20 \times 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\frac{v}{V} = 0.01\% = \frac{1}{10000}$$

Q. ১৩। কত চাপে 500 ঘন সেন্টিমিটার পারদের 1 ঘন সেন্টিমিটার সংকোচন হবে? (পারদের আয়তন গুণাঙ্ক = $2.6 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$)

আমরা জানি,

$$K = \frac{pV}{v}$$

$$\text{বা, } p = \frac{KV}{V}$$

$$p = \frac{2.6 \times 10^{10} \times 1 \times 10^{-6}}{500 \times 10^{-6}} = \frac{2600}{500} \times 10^7 \\ = 5.2 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}$$

এখানে,

$$\text{আয়তন গুণাঙ্ক, } K = 2.6 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{আদি আয়তন, } V = 500 \text{ cm}^3$$

$$= 500 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\text{আয়তন পরিবর্তন, } v = 1 \text{ cm}^3 = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\text{আয়তন পীড়ন = প্রযুক্ত চাপ, } p = ?$$

Q. ১৪। একটি তারে 0.01 m দৈর্ঘ্য বিকৃতিতে পার্শ্ব বিকৃতি 0.0024 m হলে তারের উপাদানের পয়সনের অনুপাত নির্ণয় কর।

আমরা পাই,

$$\text{পয়সনের অনুপাত, } \sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

$$\text{এখানে, } \text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = 0.01 \text{ m}$$

$$\text{পার্শ্ব বিকৃতি} = 0.0024 \text{ m}$$

$$\text{তারটির উপাদানের পয়সনের অনুপাত, } \sigma = \frac{0.0024 \text{ m}}{0.01 \text{ m}} = 0.24$$

Q. ১৫। 1m দীর্ঘ কোন তারের ব্যাস 5mm তারের দীর্ঘ্য বরাবর একটি বল প্রয়োগ করায় এর ব্যাস 0.01mm হ্রাস পায় এবং দীর্ঘ 2 cm বৃদ্ধি পায়। পয়সনের অনুপাত নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০৫]

আমরা জানি,

$$\text{পয়সনের অনুপাত, } \sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} \\ = \frac{d/D}{l/L} \\ = \frac{d \times L}{D \times l} \\ = \frac{0.001 \text{ cm} \times 100 \text{ cm}}{0.5 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}} \\ = 0.1 \\ \sigma = 0.1$$

এখানে,

$$L = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$l = 2 \text{ cm}$$

$$D = 5 \text{ mm} = 0.5 \text{ cm}$$

$$d = 0.01 \text{ mm} = 0.001 \text{ cm}$$

$$\sigma = ?$$

বইয়ের কম

১৬। কোন ধাতুর ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $1 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ এবং অসহ পীড়ন $1.96 \times 10^6 \text{ Nm}^{-2}$ । ধাতুটির দৈর্ঘ্য বিকৃতি ষষ্ঠিমে ধাতুটির প্রতি ঘনমিটারে সর্বোচ্চ কি পরিমাণ স্থিতিশক্তি সঞ্চিত হতে পারে?

প্রতি একক আয়তনে কৃত কাজ = প্রতি একক আয়তনে সঞ্চিত স্থিতিশক্তি

$$= \frac{1}{2} \times \text{দৈর্ঘ্য পীড়ন} \times \text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}$$

(1)

$$\text{এখানে দৈর্ঘ্য পীড়ন} = 1.96 \times 10^6 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{Y}$$

$$= \frac{1.96 \times 10^6 \text{ Nm}^{-2}}{1 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}}$$

$$= 1.96 \times 10^{-5}$$

সমীকরণ (1) অনুযায়ী সঞ্চিত স্থিতিশক্তির সর্বোচ্চ মান হতে পারে

$$= \frac{1}{2} \times 1.96 \times 10^6 \text{ Nm}^{-2} \times 1.96 \times 10^{-5}$$

$$= 19.208 (\text{Nm}) \text{ m}^{-3}$$

$$= 19.208 \text{ Jm}^{-3}$$

১৭। 2 m লম্বা ও $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য $1 \times 10^{-3} \text{ m}$ বৃদ্ধিতে কাজের পরিমাণ বা অর্জিত স্থিতিশক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর। [Y = $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$]

মনে করি, কাজের পরিমাণ = W

$$\text{আমরা পাই, } W = \frac{1}{2} \frac{YA l^2}{L}$$

$$\text{এখানে, } Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

মানগুলো সমীকরণ (1)-এ বসিয়ে পাই,

$$A = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$l = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$L = 2 \text{ m}$$

$$W = \frac{1}{2} \times \frac{2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2} \times 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \times (1 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{2 \text{ m}}$$

$$= 0.05 \text{ J}$$

এখানে,

$$L = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$$

$$A = 1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$l = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$W = 0.05 \text{ J}$$

$$Y = ?$$

১৮। 200 cm লম্বা এবং 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাত তারের দৈর্ঘ্য $1 \times 10^{-3} \text{ m}$ বৃদ্ধি করতে প্রয়োজনীয় কাজের পরিমাণ 0.05 J । তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০৫, ২০০৩]

আমরা জানি,

$$W = \frac{YA l^2}{2L}$$

$$\text{বা, } Y = \frac{W \times 2L}{A l^2}$$

$$= \frac{0.05 \times 2 \times 2}{10^{-6} \times (10^{-3})^2}$$

$$= 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

প্রশ্নাবলী

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন

১। ঝুকের সূত্র বিবৃত কর।

[চ. বো. ২০০৫ ; রা. বো. ২০০৮ ; ব. বো. ২০০৫ ; য. বো. ২০০২]

২। পয়সনের অনুপাত কি?

[রা. বো. ২০০৬, ২০০৩, ২০০১ ; ব. বো. ২০০৬, ২০০৪ য. বো. ২০০৫ ;

কু. বো. ২০০৮ ; চ. বো. ২০০২ ; চ. বো. ২০০৫]

[কু. বো. ২০০৪]

[ব. বো. ২০০৪]

[কু. বো. ২০০৩]

[চ. বো. ২০০৫]

৩। অসহ পীড়ন কাকে বলে?

৪। পয়সনের অনুপাতের একক নেই কেন?

৫। ইস্পাত ও রাবারের মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক এবং কেন?

৬। “ইস্পাত রাবারের চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক”—ব্যাখ্যা কর।

৭। সংজ্ঞা লিখ :

পীড়ন

[চ. বো. ২০০৩]

আয়তন গুণাঙ্ক

[চ. বো. ২০০৪]

কাঠিন্যের গুণাঙ্ক

[চ. বো. ২০০৪]

আকার বিকৃতি

[চ. বো. ২০০৪]

পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু

[চ. বো. ২০০৪]

স্থিতিস্থাপক সীমা:

[চ. বো. ২০০৪]

৮। স্থিতিস্থাপকতা কি ?	[ব. বো. ২০০৩]
৯। স্থিতিস্থাপক সীমার সংজ্ঞা দাও।	[রা. বো. ২০০২ ; ঢ. বো. ২০০১]
১০। হুকের সূত্র বৰ্ণনা কৰ।	[কু. বো ২০০১]
১১। পীড়ন কাকে বলে ?	[চ. বো. ২০০১]
১২। আণবিক দুৱত্তেৰ পৰিবৰ্তনে আন্তঃআণবিক বলেৰ কিৰূপ পৰিবৰ্তন ঘটে ?	[য. বো. ২০০৪]
১৩। ইস্পাতেৰ ইয়ং-এৰ গুণাঙ্কেৰ মান $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ বলতে কি বুঝা ?	[য. বো. ২০০২ ; ঢ. বো. ২০০০]
১৪। স্থিতিস্থাপকতা কোন্ কোন্ শর্তেৰ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে ?	
১৫। পয়সনেৰ অনুপাত ০'৩ বলতে কি বুঝা ?	
১৬। স্থিতিস্থাপকতাৰ উপৰ তাপমাত্ৰাৰ প্ৰভাৱ কি ?	
১৭। স্থিতিস্থাপক বিভৱ শক্তি কি ?	[সি. বো. ২০০৬]

ৱচনামূলক প্ৰশ্ন :

১। স্থিতিস্থাপকতাৰ সংজ্ঞা দাও। স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কে হুকেৰ সূত্র বিবৃত কৰ ও ব্যাখ্যা কৰ এবং তা থেকে স্থিতিস্থাপকতা গুণাঙ্কেৰ সংজ্ঞা দাও।	[সি. বো. ২০০৫]
২। পদাৰ্থ কাকে বলে ? পদাৰ্থৰ কয়টি অবস্থা ও কি কি ?	
৩। আন্তঃআণবিক বল কাকে বলে ? [কু. বো. ২০০৬] এৰ প্ৰকৃতি আলোচনা কৰ।	
৪। আন্তঃআণবিক বলেৰ আলোকে স্থিতিস্থাপকতাৰ ব্যাখ্যা দাও।	
৫। পদাৰ্থৰ গঠন বৰ্ণনা কৰ। পূৰ্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু বলতে কি বুঝা ?	
৬। হুকেৰ সূত্র কি ? স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক কাকে বলে ?	
৭। হুকেৰ স্থিতিস্থাপকতাৰ সূত্র বিবৃত কৰ এবং ব্যাখ্যা কৰ।	[রা. বো. ২০০১]
৮। হুকেৰ সূত্র বৰ্ণনা কৰ। স্থিতিস্থাপকতাৰ বিভিন্ন গুণাঙ্কেৰ সংজ্ঞা দাও।	
৯। হুকেৰ সূত্র প্ৰমাণেৰ একটি পৰীক্ষা বৰ্ণনা কৰ।	
১০। ব্যাখ্যা কৰ : বিকৃতি পীড়ন, স্থিতিস্থাপক সীমা, দৃততাৰ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক ও পয়সন-এৰ অনুপাত।	
১১। বিভিন্ন প্ৰকাৰ বিকৃতি ও পীড়নেৰ নাম কৰ এবং সৰ্থগ্ৰহণ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কেৰ নাম লিখ।	
১২। বিভিন্ন প্ৰকাৰ বিকৃতি, পীড়ন ও স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কেৰ রাশিমালা নিৰ্ণয় কৰ।	
১৩। পীড়ন বনাম বিকৃতি লেখচিত্ৰ হতে স্থিতিস্থাপক সীমা, স্থায়ী বিকৃতি, অসহ-পীড়ন ব্যাখ্যা কৰ।	
১৪। ইয়ং গুণাঙ্ক, কাঠিন্য গুণাঙ্ক এবং আয়তন গুণাঙ্কেৰ একক ও মাত্ৰা সমীকৰণ বেৰ কৰ।	
১৫। পয়সন-এৰ অনুপাতেৰ সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে, পয়সন-এৰ অনুপাতেৰ কোন একক ও মাত্ৰা নেই।	
১৬। পয়সনেৰ অনুপাত, $\sigma = -\frac{\Delta r}{r \Delta L}$ এ সম্পৰ্কটি প্ৰতিপাদন কৰ এবং এৰ একক ও মাত্ৰা সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰ।	

[ব. বো. ২০০৬; ঢ. বো. ২০০৫ ; চ. বো. ২০০২ ; রা. বো. ২০০১ ; য. বো. ২০০৫]

১৭। একটি তাৱকে বল প্ৰয়োগে সম্প্ৰসাৱিত কৱলে এৰ একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তিৰ বা স্থিতিস্থাপক বিভৱ শক্তিৰ রাশিমালা প্ৰতিপাদন কৰ।	[য. বো. ২০০১]
১৮। একটি ইস্পাতেৰ তাৱেৰ ইয়ং-এৰ গুণাঙ্ক নিৰ্ণয়েৰ পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰ।	[চ. বো. ২০০৬, ২০০৩ ; কু. বো. ২০০৬, ২০০১, ২০০৩ ; ঢ. বো. ২০০৮ ; সি. বো. ২০০৩, ২০০১ ; য. বো. ২০০১ ; রা. বো. ২০০৫, ২০০৩]
১৯। ইয়ং-এৰ গুণাঙ্ক নিৰ্ণয়েৰ পৰীক্ষার ভাৱ সম্প্ৰসাৱণ লেখচিত্ৰেৰ প্ৰকৃতি কিৰূপ হৰে ?	[ব. বো. ২০০৪]
২০। কোন তাৱেৰ উপাদানেৰ ইয়ং-এৰ গুণাঙ্ক নিৰ্ণয় পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰ।	

[ঢ. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০৩ ; ব. বো. ২০০১]

২১। দেখাও যে, কোন বস্তু একক আয়তনেৰ স্থিতিস্থাপক বিভৱ শক্তি পীড়ন ও বিকৃতিৰ গুণফলেৰ অৰ্দেক।	[সি. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৫ ; ব. বো. ২০০৩ ; ঢ. বো. ২০০১]
---	--

গাণিতিক সমস্যাবলি :

১। কোন বস্তুৰ দৈৰ্ঘ্য বিকৃতি 15×10^5 এবং দৈৰ্ঘ্য পীড়ন $30 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ । বস্তুটিৰ ইয়ং-এৰ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নিৰ্ণয় কৰ।	[উৎ: $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$]
২। একটি তাৱেৰ অসহ পীড়ন $4.9 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$ এবং প্ৰস্থচ্ছেদ ক্ষেত্ৰফল $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ হলে এৰ অসহ ওজন কত ?	[উৎ: 490N]
৩। পিতলেৰ একটি তাৱে $4.51 \times 10^6 \text{ Nm}^{-2}$ দৈৰ্ঘ্য পীড়নে দৈৰ্ঘ্য বিকৃতি 5×10^{-5} হল। পিতলেৰ ইয়ং-এৰ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নিৰ্ণয় কৰ।	[উৎ: $9.02 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$]
৪। $3 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}$ আয়তন পীড়নে একটি পদাৰ্থেৰ আয়তন বিকৃতি 1.5×10^{-4} হলে, পদাৰ্থটিৰ আয়তনেৰ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নিৰ্ণয় কৰ।	[উৎ: $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$]
৫। এক মিটাৰ দীৰ্ঘ একটি তাৱেৰ ব্যাস 0.01 m । এৰ দৈৰ্ঘ্য বৰাবৰ একটি বল প্ৰয়োগ কৱায় ব্যাস $1 \times 10^{-5} \text{ m}$ হাস পায় ও দৈৰ্ঘ্য $1 \times 10^{-4} \text{ m}$ বৃদ্ধি পায়। তাৱেৰ উপাদানেৰ পয়সনেৰ অনুপাত নিৰ্ণয় কৰ।	[উৎ: 0.1]
৬। একটি ইস্পাতেৰ তাৱেৰ প্ৰস্থচ্ছেদ ক্ষেত্ৰফল $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ ও অসহ বিকৃতি 4.9×10^{-3} । তাৱেটিতে দৈৰ্ঘ্য বৰাবৰ সৰ্বোচ্চ কত বল প্ৰয়োগ কৱা যাবে ? [ইস্পাতেৰ ইয়ং-এৰ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক = $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$]	[উৎ: 980 N]
৭। 1 m দীৰ্ঘ এবং $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ প্ৰস্থচ্ছেদ ক্ষেত্ৰফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাতেৰ তাৱেৰ দৈৰ্ঘ্য বৰাবৰ 19.6 N বলে দোনা হল। তাৱেৰ দৈৰ্ঘ্য বৃদ্ধি নিৰ্ণয় কৰ। [$Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$]	[উৎ: $9.8 \times 10^{-5} \text{ m}$]
৮। 2 m লম্বা ও $2.1 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ প্ৰস্থচ্ছেদ ক্ষেত্ৰফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাতেৰ তাৱে একটি ছাদ হতে যুক্তিযোগী অপৰ প্ৰাপ্তে 2.5 kg ভৰ যুক্ত কৱলে তাৱেৰ দৈৰ্ঘ্য $1.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ বৃদ্ধি পায়। তাৱেৰ উপাদানেৰ ইয়ং-এৰ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নিৰ্ণয় কৰ।	[উৎ: $1.555 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$]

১৫। 5 m দীর্ঘ ও $1 \times 10^{-6} m^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি অনুভূমিক ইস্পাতের তারের দু প্রান্তকে পরস্পর বিপরীত দিকে 20 কিলোগ্রাম-গুজনের সমান বলে টানলে তারের উভয় প্রান্তের দিকে দৈর্ঘ্য $25 \times 10^{-4} m$ বৃদ্ধি পায়। ইস্পাতের ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [উৎপন্ন: $1.96 \times 10^{11} Nm^{-2}$]

১৬। দুটি সমান দৈর্ঘ্যের তার A ও B-এর ব্যাস যথাক্রমে $1 \times 10^{-3} m$ ও $4 \times 10^{-3} m$ । উভয়কে সমান বল দ্বারা টানলে A-এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির 4 গুণ হয়। A ও B-এর উপাদানের ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের ভুলনা কর। [উৎপন্ন: 4.481]

১৭। 1 লিটার আয়তনের গ্লিসারিন $98 \times 10^4 Nm^{-2}$ চাপে $0.245 \times 10^{-6} m^3$ সংকুচিত হয়। গ্লিসারিনের আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। ($1 \text{ lit} = 10^{-3} m^3$) [উৎপন্ন: $4 \times 10^9 Nm^{-2}$]

১৮। এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপে কোন বস্তুর আয়তন $3.5 \times 10^{-3} m^3$ । এই চাপ বৃদ্ধি করে 25 বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সমান করা হলে আয়তন $8.5 \times 10^{-8} m^3$ হ্রাস পায়। বস্তুর উপাদানের আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপ = $1.013 \times 10^5 Pa$] [উৎপন্ন: $1.0428 \times 10^{11} Pa$]

১৯। 4 m দীর্ঘ ও 2 mm প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি তারকে টেনে 2 mm প্রসারিত করা হল। যদি তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $7 \times 10^{11} Nm^{-2}$ হয়, তবে তারটি প্রসারিত করতে কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [উৎপন্ন: $0.7 J$]

২০। 3 m দীর্ঘ ও $0.3 mm$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি তারকে 90 N বল দ্বারা টানা হলে, তারটি কতটুকু বৃদ্ধি পাবে? [$Y = 2 \times 10^{11} Nm^{-2}$] [উৎপন্ন: $4.77 \times 10^{-3} m$]

২১। অ্যাক্রুমিনিয়ামের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $7 \times 10^{11} Nm^{-2}$ হলে 5 m দীর্ঘ ও $0.6 mm$ ব্যাসযুক্ত একটি তারের দৈর্ঘ্য $1.5 cm$ বৃদ্ধি করতে কত বলের প্রয়োজন হবে? [উৎপন্ন: $593.5 N$]

২২। একটি তারের উপাদানের গুণাঙ্ক $1.6 \times 10^{11} Nm^{-2}$ এবং তারটির ব্যাসার্ধ 1 mm। তারটির দৈর্ঘ্য 0.05% বৃদ্ধি করতে কত বলের প্রয়োজন হবে? [উৎপন্ন: $2.512 \times 10^3 J$]

২৩। 1 m দীর্ঘ ও $2.5 \times 10^{-4} m^2$ প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট কোন তারকে 40 N বল প্রয়োগ করলে এটি বৃদ্ধি পেয়ে $1.01 m$ হয়। তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [উৎপন্ন: $2.04 \times 10^{10} Nm^{-2}$]

২৪। একটি 3 m দীর্ঘ ও $1 mm^2$ প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট কোন তারকে 2 kg ওজন দ্বারা সম্প্রসারিত করা হল। তারের সম্প্রসারণ নির্ণয় কর। [$Y = 2 \times 10^{11} Nm^{-2}$] [উৎপন্ন: $2.94 \times 10^{-4} m$]

২৫। একটি তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করায় যদি দৈর্ঘ্যে 6% বৃদ্ধি পায়, তাহলে ব্যাস 4% হ্রাস পাওয়া কি সম্ভব? [উৎপন্ন: এক্ষেত্রে $\delta = 0.67$; কিন্তু δ -এর মান 0.5 এর বেশ হতে পারে না। তাই এটি সম্ভব নয়।]

২৬। $1 \times 10^{-4} m^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারে কত বল প্রয়োগ করলে দৈর্ঘ্য দিগুন হবে? [$Y = 2 \times 10^{11} Pa$] [রা. বো. ২০০১] [উৎপন্ন: $2 \times 10^7 N$]

২৭। 6 m দীর্ঘ এবং $1mm^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি খাড়া তারের প্রান্তে $20 kg$ -এর একটি ভর বুলিয়ে দেয়া হল। তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $2.35 \times 10^{11} Nm^{-2}$ হলে তারটি কতটুকু বৃদ্ধি পাবে?

[য. বো. ২০০১] [উৎপন্ন: $5 \times 10^{-3} m$]

২৮। 10 cm বাহুবিশিষ্ট একটি ধাতব ঘনকের উপর $8.82 \times 10^5 N$ কৃত্তন বল প্রয়োগ করায় ঘনকটির উপরের তল নিচের তল সাপেক্ষে $0.3 mm$ সরে গেল। কৃত্তন পীড়ন, কৃত্তন বিকৃতি ও ধাতুর দৃঢ়তা গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

[উৎপন্ন: $8.82 \times 10^7 Nm^{-2}$; 3×10^{-3} ; $2.94 \times 10^{10} Nm^{-2}$]

২৯। 1.5m দীর্ঘ ও $1 mm$ ব্যাসবিশিষ্ট একটি ধাতব তারের এক ধাতব আবস্থ রেখে অপর প্রান্তে ভার চাপালে $2mm$ দৈর্ঘ্য প্রসারণ এবং $3.2 \times 10^{-4} mm$ ব্যাস সংকোচন হয়। তারের উপাদানের পয়সন-এর অনুপাত নির্ণয় কর। [উৎপন্ন: 0.24]

৩০। একটি পিতলের তারের ব্যাস $1mm$ । তারটির আদি দৈর্ঘ্যের শতকরা 0.1 ভাগ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করতে কত বল প্রয়োগ করতে হবে? (পিতলের $Y = 9 \times 10^{10} Nm^{-2}$) [উৎপন্ন: $7.85 N$]

৩১। 3m দীর্ঘ এবং $0.5mm$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বুলন্ত তারের নিচের প্রান্তে $4 kg$ ওজন চাপানো হল। তারটির কত দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হবে? প্রসারিত তারটিতে সঞ্চিত বিভ্বত শক্তির মান বের কর। (ইস্পাতের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক = $2 \times 10^{11} Nm^{-2}$) [উৎপন্ন: $0.749 mm$; $1.47 \times 10^{-2} J$]

৩২। একটি ইস্পাত তারের দৈর্ঘ্য $2m$ এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $1mm^2$ । তারটির প্রান্তে $20N$ বল প্রয়োগ করলে এর বৃদ্ধি নির্ণয় কর। ($Y = 2 \times 10^{11} Nm^{-2}$) [কু. বো. ২০০০] [উৎপন্ন: $2 \times 10^{-4} m$]

৩৩। 1.5m দীর্ঘ একটি তারের একপ্রান্ত দৃঢ়ভাবে আটকিয়ে অপর প্রান্তে ভার চাপালে $2mm$ দৈর্ঘ্য প্রসারণ হয়। তারের ব্যাস $1mm$ এবং তারের উপাদানের পয়সন-এর অনুপাত 0.24 হলে প্রসারিত অবস্থায় তারটির ব্যাসের পরিবর্তন নির্ণয় কর।

[উৎপন্ন: $3 \times 10^{-4} mm$]

৩৪। 1m লম্বা ও $1mm$ ব্যাসের একটি তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $0.025 cm$ হলে তারটির ব্যাস কতটুকু হ্রাস পাবে?

[রা. বো. ২০০৬] [উৎপন্ন: $2 \times 10^{-5} cm$]

৩৫। 1 m দৈর্ঘ্য এবং $0.004 m$ ব্যাসবিশিষ্ট একটি বুলন্ত তারের নিম্নপ্রান্ত হতে $5 kg$ ভরের একটি বস্তু বুলিয়ে দেওয়া হল। যদি তারটির দৈর্ঘ্য $0.002 m$ বৃদ্ধি পায়, তবে এর ইয়ং-এর গুণাঙ্ক বের কর। [উৎপন্ন: $1.96 \times 10^9 Nm^{-2}$]

৩৬। $1 \times 10^{-6} m^2$ প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট এবং $2 m$ দৈর্ঘ্যের একটি সূব্য তারকে $2 \times 10^5 N$ বল দ্বারা $1 \times 10^{-3} m$ প্রসারিত করতে কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, $Y = 2 \times 10^{11} Nm^{-2}$] [উৎপন্ন: $100 J$]

৩৭। $1 \times 10^{-6} m^3$ আয়তনের একটি তামার ঘনকের চার পাশের উপর ভিত্তির মূল্য গড় চাপ বৃদ্ধি $2.4 \times 10^6 Pa$ ধরে তার আয়তন সংজ্ঞোচন নির্ণয় কর। [তামার আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক = $1.2 \times 10^{11} Pa$] [উৎপন্ন: $2 \times 10^{-11} m^3$]

প্রবাহী পদাৰ্থ FLUID

১০.১ সূচনা

Introduction

পদাৰ্থকে আমুৱা সাধাৱণত তিনভাগে ভাগ কৰে থাকি। যথা—কঠিন, তরল ও গ্যাস। তরল এবং গ্যাসকে মিলিতভাৱে প্রবাহী (Fluid) বলে। এদেৱকে কোন পাত্ৰে আবন্ধ না রাখলে চিৰকাল ধৰে প্রবাহিত হতে থাকবে। এই ধৰ্মেৱ জন্যে এদেৱকে প্রবাহী বলা হয়। প্রবাহীকে আবাৱ দুই ভাগে ভাগ কৱা হয়েছে—একটি অসঞ্জোচনীয় প্রবাহী (Incompressible fluid) এবং অপৱটি সঞ্জোচনীয় প্রবাহী (Compressible fluid)। তরল পদাৰ্থেৱ উপৱ চাপ দিলে এৱ আয়তনেৱ কোন পৱিবৰ্তন ঘটে না। কাজেই তরল অসঞ্জোচনীয় প্রবাহী। আৱ গ্যাসেৱ উপৱ চাপ প্ৰয়োগ কৱলে এৱ আয়তনেৱ পৱিবৰ্তন ঘটে। অতএব গ্যাস সঞ্জোচনীয় প্রবাহী।

প্রবাহীৱ কয়েকটি বৈশিষ্ট্যমূলক বিশেষ ধৰ্ম রয়েছে। তবে সব ধৰ্মই তরল এবং গ্যাসেৱ মধ্যে বিদ্যমান থাকে না। যেমন পৃষ্ঠটান তরলেৱ একটি বিশেষ ধৰ্ম ; কিন্তু এ ধৰ্ম গ্যাসেৱ মধ্যে নেই। আবাৱ সান্দৰ্ভ অপৱ একটি ধৰ্ম যা তরল এবং গ্যাস উভয় প্রবাহীতেই বিদ্যমান। এ অধ্যায়ে প্রবাহীৱ পৃষ্ঠটান এবং সান্দৰ্ভ আলোচনা কৱব।

১০.২ পৃষ্ঠটান

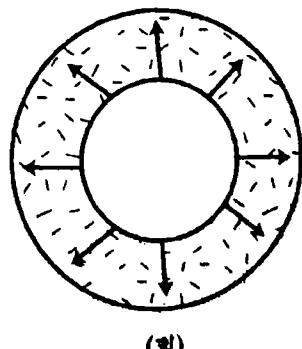
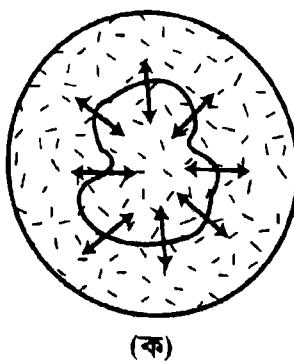
Surface tension

তরল মাত্ৰাই একটি ধৰ্ম আছে—তরল পৃষ্ঠ সৰ্বদাই সজুচিত হয়ে সৰ্বনিম্ন ক্ষেত্ৰফলে আসতে চায়। তরলেৱ মধ্যে যে বলেৱ প্ৰভাৱে এই বিশেষ ধৰ্ম প্ৰকাশ পায় সেই বলকেই পৃষ্ঠটান বলে।

আমুৱা সকলেই লক্ষ্য কৱেছি যে মশা, মাকড়সা ইত্যাদি কৌটপতঙ্গ পানিৱ উপৱে হেঁটে চলতে পাৱে। একটু পৰ্যবেক্ষণ কৱলেই দেখা যাবে যে, যেখানে এদেৱ পা পড়ে তৱলেৱ সেই স্থানটুকু একটু নীচু বা অবনমিত (depressed) হয়—কিছুটা যেনে রবাৱেৱ পৰ্দাকে চাপ দিলে যেৱুপ হয়। এ ছাড়া কোন সিৱিঙ্গেৱ সূচৰে মাথা দিয়ে খুব আস্তে আস্তে তরল ওষুধ বা পানি নিৰ্গত কৱলে দেখা যায় যে তরল বা পানি নিৱৰচ্ছিন্নভাৱে বেৱ না হয়ে ফোটায় ফোটায় বেৱ হচ্ছে এবং ফোটাগুলো সম্পূৰ্ণ গোলাকাৱ। আমুৱা জানি একই আয়তনেৱ সৰ্বনিম্ন ক্ষেত্ৰফল হল গোলাকাৱ আকৃতিৰ। তরলেৱ মুক্ত পৃষ্ঠে নিশ্চয়ই কোন বল ক্ৰিয়াশীল রয়েছে যা ফোটাগুলো গোলাকাৱ রাখছে। কাজেই তরলেৱ মুক্ত পৃষ্ঠে স্থিতিস্থাপক পৰ্দাৱ টানেৱ ন্যায় একটা টান ক্ৰিয়া কৱে। উক্ত টান তরল পৃষ্ঠেৱ সৰ্বক অভিমুখী। তরল পৃষ্ঠ যেখানে এসে শেষ হয় সেখানেই পৃষ্ঠেৱ সীমাবেঞ্চায় পৃষ্ঠটান ক্ৰিয়া কৱে।

নিচে বৰ্ণিত একটি পৰীক্ষাৱ সাহায্যে সহজেই পৃষ্ঠটান ক্ৰিয়া প্ৰদৰ্শন কৱা যায়।

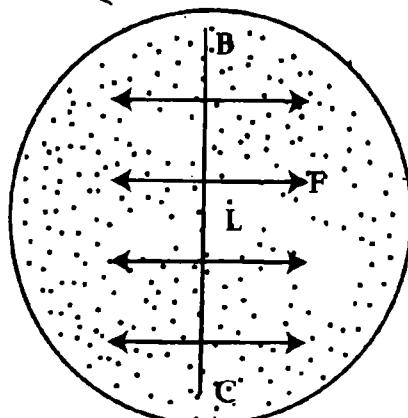
ধাতব তাৱেৱ একটি গোল আঁটা সাবান
পানিতে ডুবিয়ে তুলে আনলে আঁটাৱ ভেতৱে
সাবান পানিৱ একটি পাতলা সৱ (Thin film)
আটকে থাকে। এবাৱ একটি সুতা দিয়ে ছোট
ফাঁস (loop) তৈৱি কৱে সাবান পানিতে
ভিজিয়ে আঁটাৱ সৱেৱ উপৱ বসালে দেখা যাবে
ফাঁসটি এলোমেলোভাৱে অবস্থান কৱছে
(চিত্ৰ ১০.১(ক))।



এবার একটি সুচ বা আলপিন দিয়ে ফাঁসের ভেতরের বইয়ের অংশ ছিদ্র করে দিলে দেখা যাবে ফাঁসটি এলোমেলো অবস্থা ত্যাগ করে বৃত্তাকার হয়েছে [চিত্র ১০.১(খ)]।

উপরের ঘটনা দুটো ব্যাখ্যায় বলা যায়, যখন ফাঁসের ভেতরে সর ছিল তখন ফাঁসের প্রতিটি বিন্দুতে পৃষ্ঠের স্পর্শক বয়াবর সমান ও বিপরীতমুখী বল ক্রিয়া করে। ফলে প্রতিটি বিন্দুতে বলদ্বয় পরস্পরকে প্রশমিত করে। তাই ফাঁসটি এলোমেলো থাকে। পরবর্তীতে ফাঁসটি ছিদ্র করায় ফাঁসের ভেতরের দিকের বল না থাকায় প্রতিটি বিন্দুতে শুধু সরের বাইরের দিকে বল ক্রিয়া করে, ফলে বাইরের দিকে টান অনুভূত হয় এবং বাইরের দিকের সর সংকুচিত হয়ে টান টান হয়ে যায়। উপরের পরীক্ষা থেকে স্পষ্ট যে তরল পদার্থের মুক্ত পৃষ্ঠে এক ধরনের টান ক্রিয়াশীল। এই টানই পৃষ্ট টান। অতএব পৃষ্টটানের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেওয়া যায়।

সংজ্ঞা : কোন তরলের পৃষ্টে একটি সরলরেখা কলনা করলে উক্ত রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে ঐ রেখার দু'পার্শে তরলের পৃষ্ট তলে এক অংশ অন্য অংশের উপরে যে স্পর্শক বল (tangential force) প্রয়োগ করে তাকেই পৃষ্ট টান বলে।



চিত্র ১০.২

ব্যাখ্যা : মনে করি কোন একটি তরল তলের মুক্ত পৃষ্টের উপর অঙ্কিত একটি রেখার (BC) দৈর্ঘ্য L [চিত্র ১০.২]। ঐ সরলরেখার উভয় পার্শ্বের তরলপৃষ্ট সংকুচিত হতে চাইবে এবং পরস্পর হতে দূরে সরে যাওয়ার প্রবণতা পরিলক্ষিত হবে। কাজেই BC রেখার উপর প্রতি একক দৈর্ঘ্যে একটা টান পড়বে। মনে করি ঐ রেখার অভিলম্বভাবে ও পৃষ্টের স্পর্শকরূপে রেখার উভয় পার্শ্বে বিদ্যমান বল F ।

$$\text{পৃষ্টটান} = \frac{\text{বল}}{\text{দৈর্ঘ্য}}$$

বা, $T = \frac{F}{L}$ (1)

পৃষ্ট টানের আরো একটি সংজ্ঞা দেয়া যেতে পারে :

কোন একটি তরল তলের ক্ষেত্রফল এক একক বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করতে হয় তাকে ঐ তরলের পৃষ্ট টান বলে এবং $T = \frac{W}{A}$

এখানে তরল তলের ক্ষেত্রফল A , একক বৃদ্ধিতে কাজের পরিমাণ $= W$.

পৃষ্ট টানের একক (Unit of surface tension)

পৃষ্ট টান একটি প্রাকৃতিক রাশি। অতএব এর একক আছে।

এম. কে. এস. ও এস. আই. বা আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে পৃষ্ট টানের নিরপেক্ষ একক নিউটন/মিটার (Nm^{-1})।

পৃষ্ট টানের মাত্রা সমীকরণ (Dimension of surface tension)

$$\text{পৃষ্ট টান} = \frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{দৈর্ঘ্য}}$$

এর মাত্রা সমীকরণ,

$$[\text{পৃষ্ট টান}] = \frac{[\text{বল}]}{[\text{দৈর্ঘ্য}]} = \frac{[MLT^{-2}]}{[L]} = [MT^{-2}] \quad (2)$$

পৃষ্ট টানের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of surface tension)

তরলের পৃষ্ট টানের নিম্নলিখিত দুটি উল্লেখযোগ্য বৈশিষ্ট্য রয়েছে, যথা :

(ক) পৃষ্ট টান তরল তলকে সংকুচিত করার চেষ্টা করে।

(খ) তরল তলের ক্ষেত্রফল বাড়াবাবে চেষ্টা করলে পৃষ্ট টান তা প্রতিরোধ করার চেষ্টা করে।

১০.৩ পৃষ্ঠা শক্তি বা তল শক্তি Surface energy

আমরা জানি কোন একটি তরল তলে একটি টান বা বল সর্বদা ক্ষিয়া করে এবং এই বল তরল তলের ক্ষেত্রফল হ্রাস করতে চেষ্টা করে। সুতরাং এ অবস্থায় তরল তলের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি করতে হলে ঐ বলের বিরুদ্ধে কিছু কাজ করতে হবে। এ কাজ স্থিতিশক্তি হিসেবে তরল তলে সঞ্চিত থাকবে। তরল পৃষ্ঠের এই স্থিতিশক্তিকে আপাতভাবে পৃষ্ঠা শক্তি বা তল শক্তি বলে। তবে সঠিকভাবে বলা যায়— কোন একটি তরল তলের ক্ষেত্রফল এক একক বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ তলের পৃষ্ঠা শক্তি বলে। একে সাধারণত E দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

এখন তরলের পৃষ্ঠা টান এবং পৃষ্ঠা শক্তির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে মনে করি $ABCD$ একটি হাঙ্গা আয়তকার ফ্রেম যার AB , AD এবং DC বাহু স্থির [চিত্র ১০.৩]। কেবল BC বাহু AB এবং DC বরাবর বাধাহীনভাবে চলাচল করতে পারে। তরলের একটি পর্দা এই ফ্রেমের উপর স্থাপন করি। পৃষ্ঠা টানের দরুন এই পর্দা BC বাহু ছাড়া অন্য সকল বাহু আটকানো থাকায় তারা স্থির থাকবে, কিন্তু BC বাহুটি ভিতরের দিকে যেতে চাইবে।

যদি তরলের পৃষ্ঠা টান T হয় এবং BC বাহুর দৈর্ঘ্য l হয়, তবে পৃষ্ঠা টানের দরুন BC বাহুর উপর ভিতরমুখী বল

$$F = l \times T \quad (3)$$

যেহেতু পর্দার দুটি তল আছে, একটি উপরের দিকে এবং অপরটি নিচের দিকে, সেহেতু BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= 2l$ । BC -কে স্থির রাখতে হলে তার উপর পৃষ্ঠা টানের বিপরীতমুখী সম পরিমাণের একটি বল প্রয়োগ করতে হবে।

এবার BC বাহুকে ধীরে ধীরে x দূরত্ব বাইরের দিকে সরিয়ে $B'C'$ অবস্থানে আনতে ঐ বলের বিরুদ্ধে কিছু কাজ করতে হবে। এর ফলে $ABCD$ পর্দাটির মোট ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $= 2l \times x$, যেহেতু পর্দার দুটি তল আছে। এই পদ্ধতিতে কৃত কাজের পরিমাণ—

$$W = বল \times সরণ = F \times x = 2lTx.$$

একক ক্ষেত্রফল বৃদ্ধিতে কাজের পরিমাণ

$$= \frac{\text{কাজ}}{\text{ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি}} = \frac{W}{2lx} = \frac{2lTx}{2lx} = T$$

কিন্তু একক ক্ষেত্রফল বৃদ্ধিতে কাজের পরিমাণ = একক ক্ষেত্রফলে সঞ্চিত স্থিতি শক্তি। পুনঃ একক ক্ষেত্রফলে সঞ্চিত স্থিতি শক্তি = পৃষ্ঠা শক্তি। অতএব আমরা এই সিদ্ধান্ত করতে পারি যে, কোন তরলের পৃষ্ঠা শক্তি সংরক্ষণভাবে তরলের পৃষ্ঠা টানের সমান।

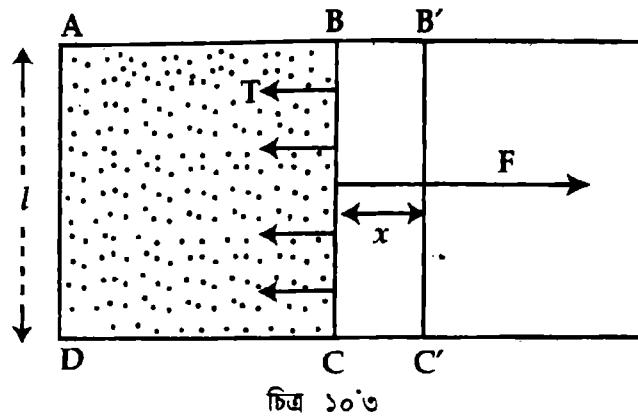
যদি পৃষ্ঠা শক্তিকে E এবং পৃষ্ঠা টানকে T দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তবে

$$\boxed{E = T} \quad (4)$$

পৃষ্ঠা শক্তির একক (Unit of surface energy)

পৃষ্ঠা শক্তির এম. কে. এস. বা এস. আই. একক হল $\text{জুল}/\text{মিটার}^2 (\text{J}/\text{m}^2)$ । কিন্তু J/m^2 হচ্ছে Nmm^{-2} বা Nm^{-1} । কাজেই কোন তরলের পৃষ্ঠা শক্তির একক এবং পৃষ্ঠা টানের একক অভিন্ন।

প্রকৃত পক্ষে, কোন তরলের পৃষ্ঠা শক্তি আর পৃষ্ঠা টান একই।



চিত্র ১০.৩

পৃষ্ঠ শক্তিৰ মাত্ৰা সমীকৰণ (Dimension of surface energy)

$$\begin{aligned} \text{[পৃষ্ঠ শক্তি]} &= \left[\frac{\text{কাজ}}{\text{ক্ষেত্ৰফল}} \right] = \left[\frac{\text{বল} \times \text{সৱণ}}{\text{ক্ষেত্ৰফল}} \right] \\ &= \left[\frac{\text{MLT}^{-2} \times \text{L}}{\text{L}^2} \right] \\ &= [\text{MT}^{-2}] \end{aligned}$$

উল্লেখ্য, সাধাৰণ তাপমাত্ৰায় পানিৰ পৃষ্ঠ শক্তি বা তল শক্তি, $E = 72 \times 10^{-3}$ জুল/মিটাৰ² (Jm^{-2})

১০.৪ পৃষ্ঠ টান সংক্রান্ত কয়েকটি প্ৰয়োজনীয় রাশি

Some terms relating surface tension

পৃষ্ঠ টানেৰ তত্ত্ব ব্যাখ্যা কৰাৰ পূৰ্বে কয়েকটি রাশি জানা দৱকাৰ। রাশিগুলো হল—

১) সংস্কৃতি বা সংযুক্তি বল (Cohesive force),

২) আসঞ্জন বল (Adhesive force) এবং

৩) আণবিক পাণ্ডা (Molecular range)

সংস্কৃতি বা সংযুক্তি বল : আমৰা জানি কোন একটি পদাৰ্থ কতকগুলো অণুৰ সমষ্টি। একই পদাৰ্থৰ বিভিন্ন অণুৰ মধ্যে পারস্পৰিক আকৰ্ষণ বলকে সংস্কৃতি বা সংযুক্তি বল বলে। যেমন লোহার বিভিন্ন অণুৰ মধ্যে যে পারস্পৰিক আকৰ্ষণ বল আছে, তাৰ নাম সংস্কৃতি বল। এই বল দুৱত্তেৰ বৰ্গেৰ ব্যস্তানুপাতিক সূত্ৰ মেনে চলে।

আসঞ্জন বল : একটি পদাৰ্থকে অন্য একটি পদাৰ্থৰ সংস্পৰ্শে রেখে দিলে পদাৰ্থ দুটিৰ অণুগুলোৰ মধ্যে একটি পারস্পৰিক আকৰ্ষণ বল কৰিয়া কৰে। বিভিন্ন পদাৰ্থৰ অণুগুলোৰ মধ্যে এই পারস্পৰিক আকৰ্ষণ বলকে আসঞ্জন বল বলে। একটি পাত্ৰে পানি বাখলে পাত্ৰৰ অণু ও পানিৰ অণুৰ মধ্যে যে আকৰ্ষণ বল কৰিয়া কৰে তাই আসঞ্জন বল।

আণবিক পাণ্ডা : আমৰা জানি সংস্কৃতি বল অণু দুটিৰ মধ্যবৰ্তী দুৱত্তেৰ বৰ্গেৰ ব্যস্তানুপাতিক। দুৱত্ত বৰ্দ্ধি পেতে থাকলে বল দ্রুত হ্ৰাস পেতে থাকে। দুটি অণুৰ মধ্যে কৰিয়াৱত সংস্কৃতি বল সৰ্বাধিক যতটুকু দুৱত্ত পৰ্যন্ত অনুভূত হয়, তাকে আন্তঃআণবিক পাণ্ডা বলে। এই দুৱত্তেৰ মান প্ৰায় 10^{-9} m। কোন একটি অণুকে কেন্দ্ৰ কৰে আণবিক পাণ্ডাৰ সমান ব্যাসাৰ্ধ নিয়ে একটি গোলক কৰনা কৰলে তাকে ঐ অণুৰ প্ৰভাৱ গোলক (sphere of attraction) বলে। ঐ অণুটি কেবল প্ৰভাৱ গোলকেৰ ভিতৱেৰ অণুগুলোৰ দ্বাৰা প্ৰভাৱিত হবে। প্ৰভাৱ গোলকেৰ বাইৱেৰ কোন অণু এই অণুটিৰ উপৰ কোন সংস্কৃতি বল প্ৰয়োগ কৰে না ধৰে নেয়া হয়।

১০.৫ ল্যাপ্লাসেৰ পৃষ্ঠ টানেৰ আণবিক তত্ত্ব

Laplace's molecular theory of surface tension

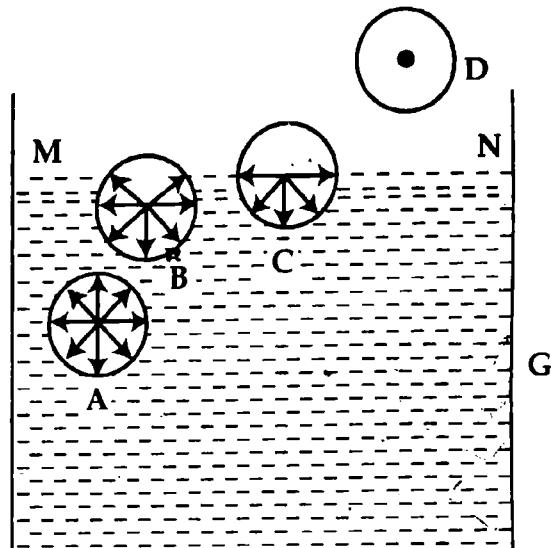
তৱলেৰ পৃষ্ঠ টানকে ব্যাখ্যা কৰাৰ জন্য বিভিন্ন সময়ে বিভিন্ন বিজ্ঞানী বিভিন্ন তত্ত্ব প্ৰদান কৰেন। সৰ্বাপেক্ষা নিৰ্ভৰযোগ্য তত্ত্ব প্ৰদান কৰেন বিজ্ঞানী ল্যাপ্লাস। ল্যাপ্লাস-এৰ নামানুসাৱে শ্ৰেণীকৰণ কৰে আসে ল্যাপ্লাসেৰ আণবিক তত্ত্ব বলে। ল্যাপ্লাস আণবিক তত্ত্বেৰ সাহায্যে পৃষ্ঠ টানেৰ ব্যাখ্যা কৰেন বলে তত্ত্বেৰ এৰূপ নামকৰণ হয়েছে।

মনে কৰি, A, B, C এবং D তৱলেৰ চাৰটি অণু [চিত্ৰ ১০.৪]। এদেৱ মধ্যে A তৱলেৰ গভীৰ অভ্যন্তৰে, B তৱল তলেৰ একটু নিচে, C ঠিক তৱল তলে এবং D তৱলেৰ বাইৱে অবস্থিত। তাদেৱ চাৰদিকে প্ৰভাৱ গোলক অঞ্চল কৰি।

'A' অণুটিৰ প্ৰভাৱ গোলক তৱলেৰ অভ্যন্তৰে সম্পূৰ্ণভাৱে নিমজ্জিত থাকায় তা অন্যান্য অণু দ্বাৰা চাৰদিকে সমভাৱে আকৃষ্ণ হবে এবং তাৰ উপৰ সৰি সংস্কৃতি বলেৰ মান শূন্য হবে। ফলে তা যে অবস্থায় আছে সেই অবস্থায় থাকবে।

'B' অণুৰ প্ৰভাৱ গোলকেৱ কিছু অংশ তৱলেৱ বাইৱে থাকায় এই গোলকেৱ নিচেৱ অংশেৱ অণুৰ সংখ্যা উপৱেৱ অংশেৱ অণুৰ সংখ্যা অপেক্ষা অধিক হওয়ায় 'B' অণুৰ উপৱ একটি নিম্নমুখী লব্ধি সংস্কৃতি বল ক্ৰিয়া কৱবে।

পুনঃ 'C' অণু ঠিক তৱল পৃষ্ঠেৱ উপৱেৱ থাকায় এৱ প্ৰভাৱ গোলকেৱ অৰ্ধেক ভাগ তৱলেৱ ভিতৱে এবং অৰ্ধেক ভাগ তৱলেৱ বাইৱে থাকবে। অতএব এটি কেবল গোলকেৱ নিচেৱ অংশেৱ অণুৰ দ্বাৰা আকৃষ্ট হবে এবং এটি সম্পূৰ্ণভাৱে একটি নিম্নমুখী সৰ্বাধিক লব্ধি সংস্কৃতি বল অনুভব কৱবে। তৱল তলে অবস্থিত সকল অণুৰ ক্ষেত্ৰে এই ঘটনা পৱিলক্ষিত হবে। তৱল তলেৱ ঠিক উপৱেৱ D অণুৰ প্ৰভাৱ গোলক সম্পূৰ্ণ রূপে তৱলেৱ উপৱেৱ থাকায় তাৰ উপৱ তৱলেৱ টান "শূন্য"। ফলে অণুটি গ্যাস অণুৰ ন্যায় মুক্তভাৱে বিচৰণ কৱবে। অতএব MN তৱল তল একটি নিম্নমুখী বল বা টান অনুভব কৱে এবং সজুচিত হতে প্ৰয়াস পায়। অৰ্ধাত MN তলেৱ ক্ষেত্ৰফল কমাতে চায়, যাব ফলে স্থিতিশক্তি কমে। সকল বস্তুই সুস্থিৱ বা সাম্যাবস্থায় থাকাৱ জন্য সৰ্বনিম্ন স্থিতিশক্তিতে আসতে চায়। যেমন একটি রাবাৱেৱ টান দেয়া পৰ্দা নিজ পৃষ্ঠেৱ ক্ষেত্ৰফল হ্ৰাস কৱতে চায়। এই সজোচনেৱ প্ৰবণতা হতেই তৱলেৱ পৃষ্ঠ টানেৱ উৎপন্নি হয়। এই টান তৱল তলেৱ সৰ্বশক বৱাবৰ ক্ৰিয়া কৱে।



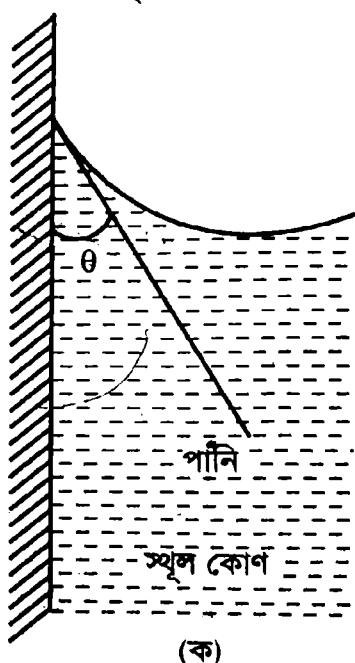
চিত্ৰ ১০.৪

এটিই হল ল্যাপ্লাস কৰ্তৃক তৱলেৱ পৃষ্ঠ টানেৱ সৱল আণবিক ব্যাখ্যা।

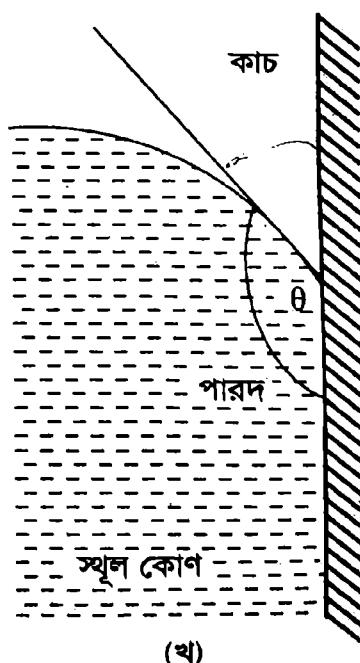
১০.৬ স্পৰ্শ কোণ

Angle of contact

তৱল পদাৰ্থ যখন কোন কঠিন পদাৰ্থেৱ সংস্পর্শে আসে, তখন তাদেৱ মধ্যে একটি কোণ উৎপন্ন হয়। একেই আপাতভাৱে স্পৰ্শ কোণ বলে। প্ৰকৃতভাৱে স্পৰ্শ কোণ কি তা-ই এখন ব্যাখ্যা কৱব।



চিত্ৰ ১০.৫



কোন একটি কঠিন বস্তু খাড়াভাৱে পানিতে বা অন্য কোন তৱলে আৰ্থিকভাৱে ঢুবাবে তাদেৱ সহযোগ স্থানে তৱল তল কিছুটা বেঁকে যায়। তৱলেৱ বিভিন্ন অণুৰ মধ্যে সংস্কৃতি বল ছাড়াও কঠিন ও তৱলেৱ অণুৰ আসঞ্জন বল

আছে। সংস্কৃতি বল তরল তলকে অনুভূমিকভাবে রাখার চেষ্টা করে। পক্ষান্তরে আসঞ্জন বল তরল তলকে উপরে উঠাতে চেষ্টা করে। এই দুটি বলের সম্মিলিত ক্রিয়ায় তরল তল কঠিন পদাৰ্থের গা বেয়ে উপরে উঠে কিংবা নিচে নেমে আসে এবং কঠিন পদাৰ্থের দেয়ালের সাথে একটি কোণ উৎপন্ন করে। এই কোণকে স্পৰ্শ কোণ বলে। একে সাধারণত ‘θ’ বা ‘α’ দ্বারা ব্যক্ত কৰা হয়।

সংজ্ঞা : কঠিন ও তরলের স্পৰ্শ বিন্দু হতে বক্র তরল তলে অঙ্গিকত স্পৰ্শক কঠিন বস্তুৰ সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন কৰে, তাকে উক্ত কঠিন ও তরলের মধ্যকাৰ স্পৰ্শ কোণ বলে।

।।। চিত্ৰে θ হল স্পৰ্শ কোণ।

স্পৰ্শ কোণ দুই প্ৰকাৰ, যথা—

১। সূক্ষ্ম স্পৰ্শ কোণ (Acute angle of contact) এবং

২। স্ফূল স্পৰ্শ কোণ (Obtuse angle of contact)।

স্পৰ্শ কোণ 90° অপেক্ষা কম হলে সূক্ষ্ম স্পৰ্শ কোণ হবে। যে সব তরলের ঘনত্ব কঠিনের ঘনত্ব অপেক্ষা কম সে সব তরল সাধারণত কঠিনকে ভিজায়। এসব ক্ষেত্ৰে স্পৰ্শ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হবে [চিত্ৰ ১০.৫ (ক)]। যেমন পানিৰ ঘনত্ব কাচের ঘনত্ব অপেক্ষা কম। পানি কাচকে ভিজায়। এক্ষেত্ৰে স্পৰ্শ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হবে। সাধারণ পানি এবং কাচেৰ ভিতৱ্বকাৰ স্পৰ্শ কোণ প্ৰায় 8° । বিশুদ্ধ পানি ও পৱিষ্ঠকাৰ কাচেৰ ভিতৱ্বকাৰ স্পৰ্শ কোণ প্ৰায় শূন্য এবং বৃত্তা ও পানিৰ ভিতৱ্বকাৰ স্পৰ্শ কোণ প্ৰায় 90° ।

আৱ স্পৰ্শ কোণ 90° অপেক্ষা বড় হলে স্ফূল স্পৰ্শ কোণ হয়। যে সব তরলের ঘনত্ব কঠিনের ঘনত্ব অপেক্ষা বেশি, সেসব তরল সাধারণত কঠিনকে ভিজায় না। এক্ষেত্ৰে স্পৰ্শ কোণ স্ফূলকোণ হবে [চিত্ৰ ১০.৫ (খ)]। যেমন পারদেৱ ঘনত্ব কাচেৰ ঘনত্ব অপেক্ষা বেশি। পারদ কাচকে ভিজায় না। এক্ষেত্ৰে স্পৰ্শ কোণ স্ফূল কোণ হবে। পারদ এবং কাচেৰ ভিতৱ্বকাৰ স্পৰ্শ কোণ প্ৰায় 140° ।

স্পৰ্শ কোণ যে যে বিবয়েৱ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে (Factors affecting angle of contact)

নিম্নলিখিত বিষয়গুলোৱ উপৰ স্পৰ্শ কোণ নিৰ্ভৰ কৰে—

।।। (ক) কঠিন ও তরলেৰ প্ৰকৃতি।

(খ) তৰলেৰ উপৰিস্থিত মাধ্যম। যেমন পারদেৱ উপৰ বায়ু থাকলে কাচ ও পারদেৱ স্পৰ্শ কোণ যা হবে, পারদেৱ উপৰ পানি থাকলে কাচ ও পারদেৱ স্পৰ্শ কোণ ভিন্নত হবে।

(গ) কঠিন ও তরলেৰ বিশুদ্ধতা। যদি তরল বিশুদ্ধ না হয় এবং কঠিন পৱিষ্ঠকাৰ না হয় তবে স্পৰ্শ কোণ পৱিবৰ্তিত হয়। বিশুদ্ধ পানি ও পৱিষ্ঠকাৰ কাচেৰ ভিতৱ্বকাৰ স্পৰ্শ কোণ প্ৰায় শূন্য। কিন্তু কাচ সামান্য তৈলাঙ্গ হলে স্পৰ্শ কোণ বৃদ্ধি পায়; এমন কি 90° -এৰ বেশি হতেও দেখা যায়।

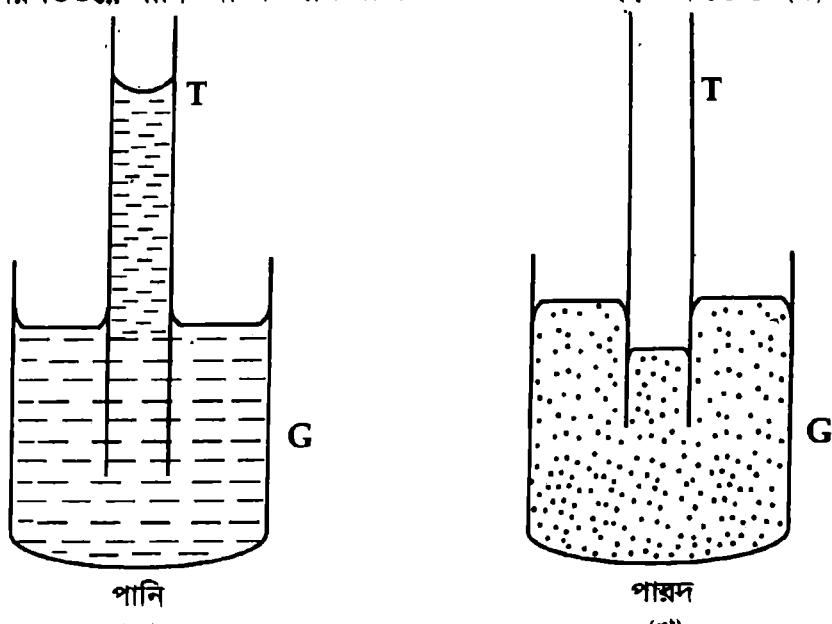
১০.৭ কৈশিকতা বা কৈশিকত্ব

Capillarity

‘Capillus’ একটি ল্যাটিন শব্দ। এৱ বাংলা অৰ্থ ‘কেশ’। কেশেৰ মত সুবু ছিদ্ৰবিশিষ্ট নলকে কৈশিক নল কৈশিক।

দুই মুখ খোলা কাচের একটি সরু নলকে খাড়াভাবে পানিতে বা কাচ ভিজায় এমন একটি তরলে আণশিক ডুবালে দেখা যাবে যে, নলের ভিতরে পানি বা এই তরল খানিকটা উপরে উঠেছে। [চিত্র ১০.৬ (ক)] অর্ধাংশ নলের ভিতরের পানির তল এবং বাইরের পানির তল একই অনুভূমিক তলে নেই। শুধু তাই নয়, নলের ভিতরের পানির তল অবতল আকার ধারণ করেছে।

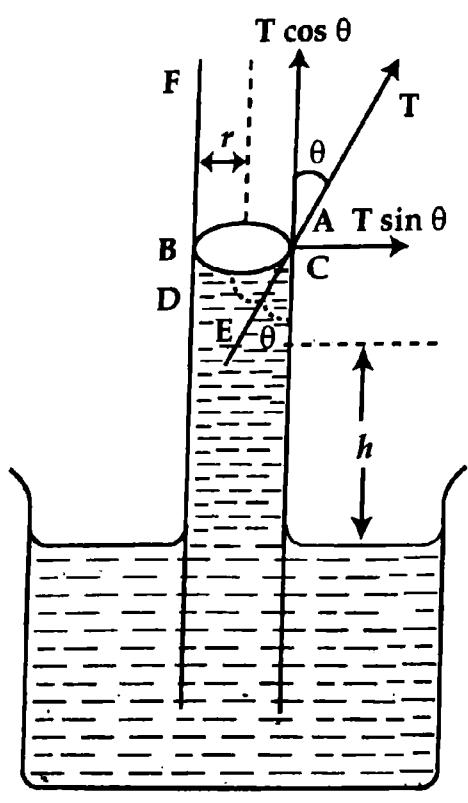
আবার কৈশিক নলটিকে পারদ বা কাচ ভিজায় না এমন একটি তরলে ডুবালে দেখা যাবে নলের ভিতরে পারদ বা এই তরল খানিকটা নিচের দিকে নেমে গেছে। [চিত্র ১০.৬ (খ)]। অধিকস্তু নলের ভিতরের পারদ তল উন্মূল আকার ধারণ করেছে। কৈশিক



চিত্র ১০.৬

নলের মধ্যে তরলের উথান বা পতনকে (rise or fall) কৈশিকত্ব বলে। আরও সহজ ভাষায় বলা যায় যে, কৈশিকতা বলতে কৈশিক নলে তরলের উঠা বা নামা সংক্রান্ত ব্যাপার বুঝায়। তরলের পৃষ্ঠ টানের জন্য এটি ঘটে।

১০.৮ কৈশিকতা তত্ত্ব Theory of capillarity



চিত্র ১০.৭

দুই মুখ খোলা এবং আগা-গোড়া সমান প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট কাচের একটি কৈশিক নল নিই। নলটিকে খাড়াভাবে পানিতে আণশিক ডুবালে দেখা যাবে পানি নলের মধ্যে খানিকটা উপরে উঠেছে এবং নলের মধ্যে পানির তল বেঁকে অবতল আকার ধারণ করেছে।

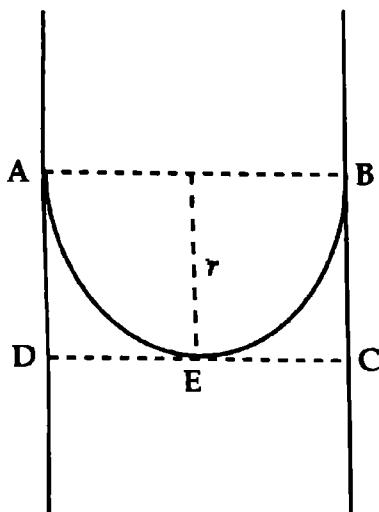
মনে করি পানির অবতল পৃষ্ঠে সর্বনিম্ন তল পর্যন্ত নলের মধ্যে পানির উচ্চতা = h । [চিত্র ১০.৭]। ধরি নলের ব্যাসার্ধ = r , পানি ও কাচের মধ্যকার স্পর্শকোণ = θ এবং পানির পৃষ্ঠাটান = T । এই পৃষ্ঠাটান পানি ও কাচের স্পর্শ বিন্দু A-তে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর অন্তর্মুখী ক্রিয়া করে। নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র অনুযায়ী কাচ তরলের উপর একটি সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল T (চিত্রে এটি নির্দেশ করা হয়েছে) প্রয়োগ করবে। বল বিভাজন পদ্ধতি দ্বারা উক্ত বলকে পারস্পরিক অভিস্ফৱ দিকে দুটি উপাংশে ভাগ করা যেতে পারে। একটি খাড়া উর্ধমুখী উপাংশ $T \cos \theta$ এবং অপরটি এর অভিস্ফৱ দিকে বহিমুখী উপাংশ $T \sin \theta$ । কাচের সাথে তরলের সমগ্র স্পর্শ রেখা

AB বিবেচনা করলে দেখা যায় যে, এদের মধ্যে বহুমুখী অনুভূমিক উপাংশগুলো পরস্পরকে নিষ্ক্রিয় বা নাকচ করে দেয়, ফলে শুধু খাড়া উর্ধমুখী উপাংশ কার্যকর হয়। সুতরাং তরলের সাথে সর্প রেখা বরাবর মোট উর্ধমুখী কার্যকর বল

$$= T \cos \theta \times \text{দৈর্ঘ্য} = T \cos \theta \times 2\pi r = 2\pi r T \cos \theta$$

এই উর্ধমুখী বল নলের মধ্যে পানিস্তম্ভের ওজনকে ধারণ করে। যদি নলের মধ্যে পানিস্তম্ভের ভর m হয় এবং এ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ g হয়, তবে নলের মধ্যে পানির ওজন, $W = mg$

$$\text{আমরা পাই, } 2\pi r T \cos \theta = mg \quad (5)$$



চিত্র. ১০.৮

এখন বাইরের পানির তল হতে নলের ভিতরের পানির তলের নিম্ন প্রান্ত DEC পর্যন্ত h উচ্চতাবিশিষ্ট পানি স্তম্ভের আয়তন V এবং পানির তলের বক্র অংশে পানির আয়তন v হলে নলের মধ্যে পানির মোট আয়তন $= (V + v)$ । পানির ঘনত্ব ρ হলে ভর $m = (V + v) \rho$.

$$2\pi r T \cos \theta = (V + v) \rho g \quad (6)$$

$$\text{কিন্তু } V = \pi r^2 h, \text{ এবং}$$

$v = \text{ABCD চোঙের আয়তন} - \text{AEB অর্ধগোলকের আয়তন} [\text{চিত্র } 10.8]$

$$v = \pi r^2 \cdot r - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \pi r^3 - \frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \pi r^3$$

সমীকরণ (6) হতে পাই,

$$2\pi r T \cos \theta = \left(\pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r^3 \right) \rho g$$

$$\text{বা, } 2\pi r T \cos \theta = \pi r^2 \rho g \left(h + \frac{1}{3} r \right)$$

$$\text{বা, } 2T \cos \theta = r \rho g \left(h + \frac{1}{3} r \right)$$

$$T = \frac{r \rho g \left(h + \frac{1}{3} r \right)}{2 \cos \theta} \quad (7)$$

যদি r -এর মান খুবই ছোট হয়, তবে $\frac{1}{3} r$ -কে সহজেই উপেক্ষা করা যেতে পারে।

$$T = \frac{hr \rho g}{2 \cos \theta} \quad (8)$$

কাচ এবং পানির ক্ষেত্রে, $\theta = 0^\circ$; কাজেই সমীকরণ (7) অনুসারে,

$$T = \frac{r \rho g}{2} \left(h + \frac{1}{3} r \right) \quad (9)$$

অবশ্য পানির ক্ষেত্রে r -এর মান ক্ষুদ্র হলে,

$$T = \frac{hr \rho g}{2} \quad (10)$$

প্রয়োজনবোধে (7), (8), (9) এবং (10) সমীকরণের যে কোন একটির সাহায্যে পানি কিংবা অন্য কোন তরলের পৃষ্ঠা টান নির্ণয় করা যায়।

কৈশিক নলে তরলের ওঠানামার কারণ

পরীক্ষায় দেখা যায় যে কৈশিক নল পানিতে ডুবালে খানিকটা উপরে ওঠে যায়। আবার কৈশিক নলটিকে পারদে ডুবালে নলের ভেতরে পারদ খানিকটা নিচে নেমে যায়। এর কারণ নিম্নরূপ :

চিত্র ১০.৭ হতে কাচ ও পানির ক্ষেত্রে প্রতিক্রিয়া বল T -এর খাড়া উর্ধ্মুখী উপাংশ $= T \cos \theta$ । স্পর্শ কোণ θ সূক্ষ্মকোণ ($0 < \theta < 90^\circ$) হওয়ায় $T \cos \theta$ -এর মান ধনাত্মক। এই উর্ধ্মুখী বলের ক্রিয়ায় পানি কৈশিক নলের ভেতর দিয়ে উপরে ওঠে।

চিত্র ১০.৯-এ কৈশিক নল পারদে ডুবানো দেখান হয়েছে। এক্ষেত্রে স্পর্শকোণ স্থূলকোণ ($90^\circ < \theta < 180^\circ$)। পৃষ্ঠটান ও প্রতিক্রিয়া বলের অভিমুখ থেকে দেখা যায়, যে প্রতিক্রিয়া বলের খাড়া উর্ধ্মুখী কোন উপাংশ নেই। খাড়া নিম্নমুখী উপাংশ রয়েছে। এই নিম্নমুখী বলের ক্রিয়ায় কাচনলে পারদ নিচের দিকে খানিকটা নেমে যায়। পারদ নিচে নামার কারণ নিম্নোক্তভাবেও ব্যাখ্যা করা যায়। যেহেতু θ স্থূলকোণ, সূতরাং $\cos \theta$ ঋণাত্মক। এখন পৃষ্ঠ টানের

সমীকরণ (৪) হতে দেখা যায় যে, $\cos \theta$ ঋণাত্মক হলে সমীকরণের ডানপক্ষ ঋণাত্মক হয়; কিন্তু বামপক্ষের পৃষ্ঠ টান T ধনাত্মক। তাই $\cos \theta$ ঋণাত্মক হলে F ঋণাত্মক হয়। এর অর্থ হল পারদ কাচনলের মধ্যে নিচে নেমে যায়।

১০.৯ সাবান বুদ্বুদের অভ্যন্তরস্থ অতিরিক্ত চাপ Excess pressure inside a soap bubble

সাবান পানির পাতলা ছিলা দ্বারা পরিবেষ্টিত বায়ুকে সাবান বুদ্বুদ বলা হয়। এই ধরনের বুদ্বুদের বাইরের দিকে এবং ভেতরের দিকে দুটি পৃষ্ঠ থাকে। এই পৃষ্ঠাদ্বয়ের মধ্যবর্তী স্থানে তরলের খুবই পাতলা সরের চলাচল লক্ষ করা যায়। বুদ্বুদের ভেতরের দিকের চাপ বাইরের চাপের তুলনায় অধিক হয়, না হলে বুদ্বুদ চুপসে যেত। অভ্যন্তরীণ চাপ বেশি হওয়ায় বুদ্বুদের আয়তন বৃদ্ধি পেতে চেষ্টা করে; কিন্তু পৃষ্ঠ টানের কারণে এই আয়তন বৃদ্ধি বাধাপ্রাপ্ত হয়। যখন এই দুটি বিপরীতমুখী বল সমান হয় তখন বুদ্বুদের সাম্যাবস্থা সৃষ্টি হয়।

চিত্র ১০.১০-এ একটি গোলাকার বুদ্বুদকে ব্যাস বরাবর একটি কান্নানিক তল দ্বারা বিভক্ত দেখান হয়েছে। ধরা যাক, বুদ্বুদের ব্যাসার্ধ এর সাবান পানির পৃষ্ঠ টান T এবং সরের অভ্যন্তরে বাইরের তুলনায় অতিরিক্ত p ।

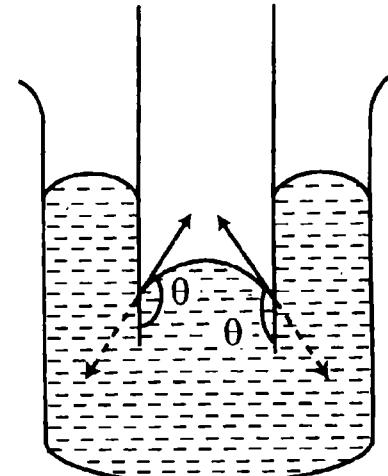
এখন ABCD তরলের উপর উর্ধ্মুখী ক্রিয়াশীল বল,

$$\begin{aligned}\vec{OF}_1 &= \text{চাপের পার্থক্য} \times \text{প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল} \\ &= p \times \pi r^2\end{aligned}$$

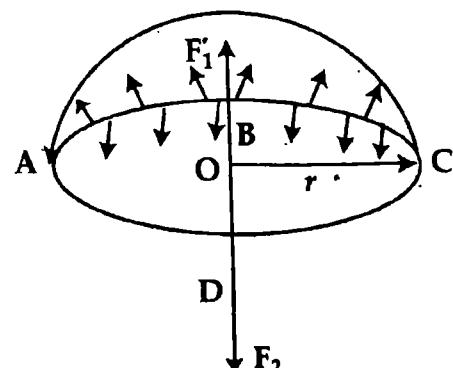
আবার, পৃষ্ঠ টানের দরুন ABCD-এর পরিধি বরাবর পৃষ্ঠ টানজনিত নিম্নমুখী বল ক্রিয়া করে। এই বল O বিন্দু বরাবর নিম্নমুখী। বুদ্বুদের দুটি তল থাকায় পৃষ্ঠ টানজনিত বল,

$$\vec{OF}_2 = 2 \times T \times (2\pi r)$$

সাম্যাবস্থায়, $\vec{OF}_1 = \vec{OF}_2$ হবে;



চিত্র ১০.৯



চিত্র ১০.১০

$$\text{অৰ্থাৎ, } \pi r^2 p = 4\pi r T \\ \text{বা, } p = \frac{4T}{r}$$

(11)

স্থিৰ তাপমাত্ৰায় T -এর মান নিৰ্দিষ্ট।

সুতৰাং, সমীকৰণ (11) অনুসৰে বলা যায়,

নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্ৰায় বৃদ্ধবুদ্ধের অভ্যন্তরস্থ অতিৱিক্ষণ চাপ এৰ ব্যাসাৰ্ধেৰ ব্যস্তানুপাতিক।

বৃদ্ধবুদ্ধেৰ বাইৱে বায়ুমণ্ডলীয় চাপ যদি P হয় তবে বৃদ্ধবুদ্ধেৰ অভ্যন্তরস্থ মোট চাপ হবে $P + p$

$$\text{অতএব, মোট চাপ} = P + p = P + \frac{4T}{r}$$

[বিঃ দ্রঃ তৱল ফোটা বা তৱলবেষ্টিত বায়ু বৃদ্ধবুদ্ধেৰ ক্ষেত্ৰে একটিমাত্ৰ তল থাকে। ফলে অতিৱিক্ষণ চাপ $P = \frac{2T}{r}$ হয়]

১০.১০ তৱলেৰ পৃষ্ঠ টান নিৰ্ণয়

Determination of surface tension of liquid

তৱলেৰ পৃষ্ঠ টান নিৰ্ণয়েৰ জন্য অনেকগুলো পদ্ধতি রয়েছে। এদেৱ মধ্যে উল্লেখযোগ্য হল :

✓ ১. কৈশিক নল পদ্ধতি (Capillary tube method)

✓ ২. জ্যাগারেৰ পদ্ধতি (Jaeger's method)

✓ ৩. কুইঞ্জেক পদ্ধতি (Quincke's method)

✓ ৪. বৃদ্ধবুদ্ধ পদ্ধতি (Bubble method)

যেহেতু এই অধ্যায়ে আমৰা কৈশিকতা নিয়ে আলোচনা কৰছি, সুতৰাং কৈশিক নলেৰ সাহায্যে পানিৰ পৃষ্ঠ টান নিৰ্ণয়েৰ পদ্ধতি আলোচনা কৰব।

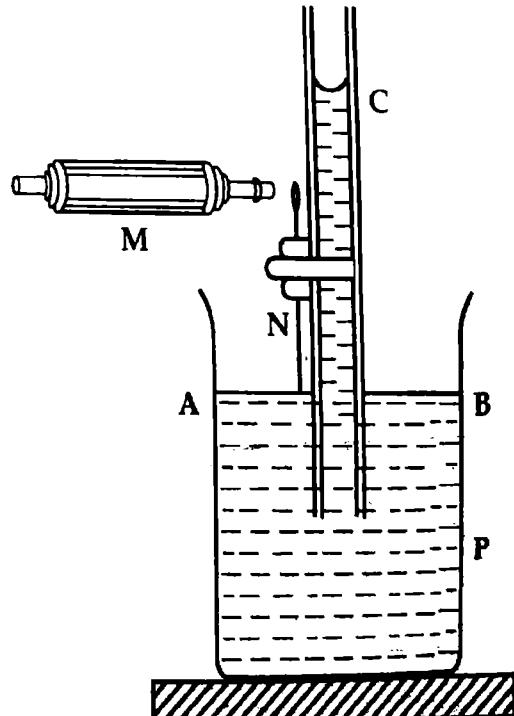
কৈশিক নল পদ্ধতিতে পানিৰ পৃষ্ঠ টান নিৰ্ণয় (Determination of surface tension of water by capillary tube method)

তত্ত্ব (Theory) : ধৰি ' r '-ব্যাসাৰ্ধবিশিষ্ট কাচেৰ তৈৱি একটি নলকে খাড়াভাৱে পানিতে আংশিক নিমজ্জিত কৰায় কৈশিকতাৰ দৱুন নলেৰ মধ্যে পানি স্তম্ভেৰ উচ্চতা h হল। পানিৰ ঘনত্ব ρ এবং পৱীক্ষাধীন স্থানে অভিকৰ্মজ তুলনেৰ মান g হলে, তাৱে পৃষ্ঠ টান,

$$T = \frac{\rho g}{2} \left(h + \frac{1}{3} r \right) \quad (12)$$

পৱীক্ষা এবং কাৰ্যপদ্ধতি : কাচেৰ তৈৱি একটি কৈশিক নল C লই। একে প্ৰথমে নাইট্ৰিক এসিড ও কস্টিক সোডা দ্রবণে ধুয়ে পৰিষ্কাৰ কৰি। পৱে নলকূপেৰ পানিতে ভালভাৱে ধুই এবং শুকিয়ে নিই। এবাৱ একটি কাচ পাত্ৰ P-এ খানিকটা পানি লই এবং নলটিকে পানিৰ মধ্যে আংশিক ডুবিয়ে একটি দণ্ডেৰ সাহায্যে খাড়াভাৱে আটকিয়ে রাখি [চিত্ৰ ১০.১১]।

কৈশিক ক্ৰিয়াৰ দৱুন নলেৰ তিতৰ পানি উপৱে উঠবে। পাত্ৰটিকে একটু উচু কৰে ধৰি এবং পৱে নামিয়ে পূৰ্বেৰ অবস্থানে আনি। এতে নলেৰ অভ্যন্তৱীণ দেয়াল পানিতে ভালভাৱে ভিজিব। এখন একটি চলমান অণুবীক্ষণ যন্ত্ৰ M-এৰ সাহায্যে নলেৰ তিতৰ পানিস্তম্ভেৰ উচ্চতা বেৱ কৰি। কিন্তু পাত্ৰেৰ মধ্যে পানিৰ তল ফোকাস কৰা অসুবিধাজনক হওয়ায় নিৰ্দিষ্ট দৈৰ্ঘ্যেৰ একটি সূচক N-কে ঐ নলেৰ গায়ে খাড়া কৰে এমনভাৱে স্থাপন কৰি যাতে সূচকেৰ নিম্ন প্ৰান্ত পাত্ৰস্থিত পানিৰ তল স্পৰ্শ কৰে। পানিস্তম্ভেৰ স্থিৰ অবস্থানে



চিত্ৰ ১০.১১

পানিস্তম্ভের শীর্ষদেশে নলের গায়ে একটি কালির দাগ দিই। এখন অণুবীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে ঐ স্থির অবস্থান এবং সূচকের শীর্ষ বিন্দুর পাঠ লই। এই দুই পাঠের পার্থক্যের সাথে সূচকের দৈর্ঘ্য যোগ করে নলের মধ্যে পানি স্তম্ভের উচ্চতা বের করি। এবার কালির দাগ দেয়া জায়গাটি খুব সাবধানে কাটি এবং অণুবীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে নলের কর্তিত অংশের ব্যাস বের করি। ব্যাসকে দুই দ্বারা ভাগ করে ব্যাসার্ধ নির্ণয় করি। পরিশেষে কক্ষ তাপমাত্রায় পানির ঘনত্ব জেনে নিই।

হিসাব ও গণনা :

ধরি,

সূচকের দৈর্ঘ্য	=	$l \text{ m}$
অণুবীক্ষণ যন্ত্রের দুই পাঠের পার্থক্য	=	$x \text{ m}$
নলের ব্যাসার্ধ	=	$r \text{ m}$
কক্ষ তাপমাত্রায় পানির ঘনত্ব	=	$\rho \text{ kg m}^{-3}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ	=	$g \text{ ms}^{-2}$
পানিস্তম্ভের উচ্চতা	$h =$	$(l + x) \text{ m}$
নির্ণেয় পৃষ্ঠ টান,		
$T = \frac{\rho r g}{2} \left(h + \frac{1}{3} r \right) = \frac{\rho r g}{2} \left(h + \frac{1}{3} r \right) \text{ N m}^{-1}$		

১০.১১ তরলের পৃষ্ঠ টানের উপর প্রভাবকারী বিষয়

Factors affecting surface tension of a liquid

তরলের পৃষ্ঠ টান মোটামুটিভাবে নিম্নলিখিত বিষয়গুলো দ্বারা প্রভাবিত হয়।

(i) **দূষিতকরণ (Contamination)** : তরল যদি চৰি, তেল প্রভৃতি দ্বারা দূষিত হয়, তবে তরলের পৃষ্ঠ টান হ্রাস পায়।

(ii) **দ্রবীভূত বস্তুর উপস্থিতি (Presence of dissolved substances)** : তরলে কোন বস্তু দ্রবীভূত থাকলে তরলের পৃষ্ঠ টান পরিবর্তিত হয়। তরলে অজৈব পদাৰ্থ দ্রবীভূত থাকলে পৃষ্ঠ টান বৃদ্ধি পায়, কিন্তু জৈব পদাৰ্থ দ্রবীভূত থাকলে পৃষ্ঠ টান হ্রাস পায়।

(iii) **তাপমাত্রা (Temperature)** : তরলের পৃষ্ঠ টান প্রভৃতভাবে তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীল। সাধারণভাবে তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে তরলের পৃষ্ঠ টান হ্রাস পায় এবং তাপমাত্রা হ্রাস পেলে তরলের পৃষ্ঠ টান বৃদ্ধি পায়। শুধু গলিত তামা ও ক্যাডমিয়ামের ক্ষেত্ৰে ব্যতিক্রম পরিলক্ষিত হয়। তাপমাত্রা পরিবর্তনের পাল্লা কম হলে পৃষ্ঠ টান এবং তাপমাত্রার মধ্যকার সম্পর্ক নিম্নলিখিত সমীকৰণে ব্যক্ত কৰা যায়।

$$T_t = T_0 (1 - \alpha t) \quad (13)$$

এখানে $T_t = t^\circ\text{C}$ তাপমাত্রায় তরলের পৃষ্ঠ টান, $T_0 = 0^\circ\text{C}$ তাপমাত্রায় তরলের পৃষ্ঠ টান এবং α = তরলের পৃষ্ঠ টানের তাপমাত্রা গুণাঙ্ক।

উল্লেখ্য, যে তাপমাত্রায় কোন একটি তরলের পৃষ্ঠ টান শূন্য হয়, তাকে সজ্জট তাপমাত্রা (Critical temperature) বলে।

(iv) **তরলের উপর অবস্থিত মাধ্যম (Medium above the liquid)** : তরলের উপর অবস্থিত মাধ্যমের প্রভৃতির উপর তরলের পৃষ্ঠ টান নির্ভর কৰে। পানির সাথে জলীয় বাষ্পের সংস্পর্শ থাকলে পানির পৃষ্ঠ টান প্রায় $70 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ হয়, আৱ পানির সাথে বায়ুৰ সংস্পর্শ থাকলে, পানির পৃষ্ঠ টান প্রায় $72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ হয়।

(v) তরলের মুক্ত তলের সাথে অন্য কোন বস্তুর উপস্থিতি (Presence of other bodies in contact with the free surface of the liquid) : তরলের মুক্ত তলের সাথে অন্য কোন বস্তুর সংযুক্তি হলে পৃষ্ঠ টান হ্রাস পায়।

(vi) তড়িতাহিতকরণ (Electrification) : তরল তড়িতাহিত হলে পৃষ্ঠ টান হ্রাস পায়। কেননা তড়িতাহিত হবার ফলে তরল পৃষ্ঠে বহির্মুখী চাপ ক্রিয়া করে। এর ফলে তরল পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় যা পৃষ্ঠ টান জনিত সংজ্ঞোচন প্রবণতার বিপরীতে ক্রিয়া করে। কাজেই পৃষ্ঠ টান হ্রাস পায়।

১০.১২ পৃষ্ঠ টান সম্পর্কিত কয়েকটি ঘটনা

Some phenomena regarding surface tension

দৈনন্দিন জীবনের কতকগুলো বাস্তব ঘটনা তরলের পৃষ্ঠ টানের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়।

(ক) সূচ পানিতে ভাসা (Floating of needle on water) : পানির উপরিতলে একটি পাতলা কাগজ রেখে তার উপর গ্রীজ মাঝানো একটি সূচ স্থাপন করলে দেখা যাবে কাগজ পানিতে ডুবে গেছে, কিন্তু সূচ পানিতে ভাসছে, তবে পানির তল নিচের দিকে কিছু বেঁকে গেছে। মনে হয় তরল তলের যেন একটি স্থিতিস্থাপক চামড়া আছে। তরলের T-এর দরুন সূচের উপর মোট উর্ধমুখী বল F সূচের ওজন W-এর সমান অর্থাৎ, $F = W$

(খ) তেল ঢেলে সমুদ্রের পানিকে শান্ত করা (Calming of sea water by oil) : অনেক সময় সমুদ্রের উভাল তরঙ্গকে শান্ত করার জন্য সমুদ্রের পানিতে তেল ঢেলে দেয়া হয়। বাতাস দ্রুত প্রবাহিত হওয়ায় তেল সামনের দিকে অগ্রসর হতে থাকে আর পরিষ্কার পানি পিছনের দিকে থেকে যায়। সামনের দিকে পানি দূষিত হওয়ায় পৃষ্ঠ টান হ্রাস পায়, পক্ষান্তরে পিছনের দিকের বিশুদ্ধ পানির পৃষ্ঠ টান অধিক হেতু ঢেউ অধিক উঠতে উঠতে পারে না।

(গ) কর্পুরের পানিতে নাচা (Dancing of camphor on water) : এক টুকরা কর্পুরকে পানির উপরে রাখলে একে ইতঃস্তত বিক্ষিপ্তভাবে নড়াচড়া করতে দেখা যায়। কারণমূলে বলা যেতে পারে কর্পুরের টুকরা সর্বত্র সমানভাবে দ্রবীভূত হয় না, কোথাও বেশি আবার কোথাও কম। কর্পুর পানিকে দূষিত করে। যে স্থানে কর্পুর বেশি পরিমাণে দ্রবীভূত হয়, সেই স্থানের পানি বেশি দূষিত হয় ; ফলে পৃষ্ঠ টান অধিক কমে। আর যে স্থানে কর্পুর কম পরিমাণে দ্রবীভূত হয়, সে স্থানে পানি অপেক্ষাকৃত কম দূষিত। ফলে পৃষ্ঠ টান কম হ্রাস পায়। পৃষ্ঠ টানের এই তারতম্য ভেদে কর্পুরের উপর অসম বল ক্রিয়া করায় তা সম্বৰ্ধে বলের দিকে নড়াচড়া করতে থাকে।

(ঘ) পানির উপর তেল ছড়িয়ে পড়া (Spreading of oil on water surface) : পানির উপর অল্প পরিমাণ তেল ঢাললে তা পানির উপরিতলে ছড়িয়ে পড়ে। কারণমূলে বলা যায় বিশুদ্ধ পানির পৃষ্ঠ টান তেলের পৃষ্ঠ টান অপেক্ষা বেশি। ফলে তেলের উপরে একটি টান পড়ে। ফলে তেল পানির উপর ছড়িয়ে পড়ে।

(ঙ) কলমের নিবে কালি প্রবাহ (Flow of ink through the nib of a pen) : আমরা জানি প্রত্যেক কলমের নিবে একটি গর্ত থাকে এবং এই গর্ত হতে নিবের মুখ পর্যন্ত একটি চেরা দাগ আছে। চেরা দাগের মাঝখানটা কৈশিক নলের মত আচরণ করে। নিবের মধ্যে কালি জমা হলে সেই কালি ঐ চেরা দাগ বেয়ে নিচের মুখ ও ডগা পর্যন্ত প্রবাহিত হয়।

(চ) ছাতার কাপড় (Cloth of umbrella) : ছাতা বা তাঁবুর কাপড় বিশেষ প্রক্রিয়ায় প্রস্তুত। এতে ছিদ্র আছে। এই ছিদ্রগুলো খুবই ছোট। এদের মধ্যে দিয়ে বায়ু চলাচল করতে পারে কিন্তু পানি ঢুকতে পারে না। পানির পৃষ্ঠ টানই এর কারণ। পৃষ্ঠ টানের দরুন পানি গোলাকার বিন্দুতে পরিণত হয় এবং কাপড়ের উপর দিয়ে গড়িয়ে চলে। উল্লেখ্য বৃক্ষিতে ভিজা ছাতার ভিতরের পৃষ্ঠ স্পর্শ করলে ঐ স্থানের পৃষ্ঠ টান হ্রাস পাবে এবং পানি ছাতার ভিতরে ঢুকবে।

১০.১৩ প্ৰবাহী ও প্ৰবাহীৰ প্ৰবাহ

Fluid and fluid motion

তৱল এবং গ্যাসকে মিলিতভাবে প্ৰবাহী বলে। প্ৰবাহীৰ প্ৰবাহ মূলত দুভাগে বিভক্ত, যথা—

(ক) শাস্ত প্ৰবাহ বা অব্যাহত প্ৰবাহ বা ধাৰারেখ বা সমৱেৰ প্ৰবাহ (Stream line motion) এবং

(খ) অশাস্ত প্ৰবাহ বা ব্যাহত প্ৰবাহ বা বিক্ৰিক্ত প্ৰবাহ (Turbulent motion)।

প্ৰবাহীৰ বিভিন্ন অণুগুলো যদি তাৰ গতিপথেৰ সাথে সমান্তৱালভাবে চলে, তবে সেই প্ৰবাহকে শাস্ত প্ৰবাহ বলে চিত্ৰ ১০.১২ ক।

প্ৰবাহীৰ বিভিন্ন অণুগুলো যদি তাৰ গতিপথেৰ সাথে সমান্তৱালভাবে না চলে, তবে সেই প্ৰবাহকে অশাস্ত প্ৰবাহ বলে [চিত্ৰ ১০.১২ খ।] অশাস্ত প্ৰবাহেৰ ক্ষেত্ৰে প্ৰবাহীৰ গতিপথে ঘূৰ্ণি (eddies) এবং আবর্তেৱ (vortices) সৃষ্টি হয়।



শাস্ত প্ৰবাহ



অশাস্ত প্ৰবাহ

(ক)

চিত্ৰ ১০.১২

প্ৰবাহীৰ বেগ একটি নিৰ্দিষ্ট সীমা অতিক্ৰম না কৱলে তাৰ শাস্ত বা ধাৰারেখ প্ৰবাহ বজায় থাকে। গতিবেগ ঐ নিৰ্দিষ্ট সীমা অতিক্ৰম কৱলে প্ৰবাহ আৱ ধাৰারেখ থাকবে না। গতিবেগেৰ এই নিৰ্দিষ্ট সীমাকে সজূলট বেগ বলে।

প্ৰবাহীৰ সেই সৰ্বাধিক বেগ বা অতিক্ৰম কৱলে ধাৰারেখ প্ৰবাহ বিক্ৰিক্ত প্ৰবাহে পৱিণত হয়, তাকে সজূলট বেগ বা প্ৰাস্তিক বেগ বা সম্মিক্ষিক বেগ (critical velocity) বলে।

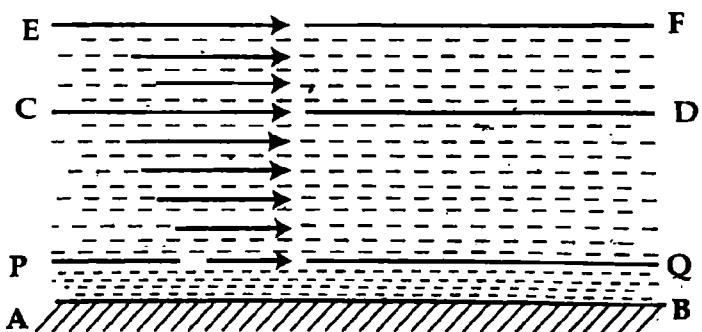
একে সাধাৱণত ' v_c ' দ্বাৰা সূচিত কৱা হয়।

১০.১৪ সান্দৰ্ভতা

Viscosity

সান্দৰ্ভতা পদাৰ্থেৰ একটি বিশেষ ধৰ্ম। কেবল তৱল ও বায়বীয় পদাৰ্থেৱই এই ধৰ্ম আছে। অতএব এটি তৱল ও বায়বীয় পদাৰ্থেৰ সাধাৱণ ধৰ্ম। তবে এটি কি রকমেৰ ধৰ্ম তাই আলোচ্য বিষয়।

কোন একটি স্থিৱ অনুভূমিক তলেৰ উপৱ দিয়ে কোন একটি প্ৰবাহী ধাৰারেখ প্ৰবাহে চলতে থাকলে প্ৰবাহীৰ যে স্তৱ স্থিৱ তল হতে অধিক দূৱে অবস্থিত এৱে বেগ বেশি, যে স্তৱ স্থিৱ তলেৰ সাথে সম্পৰ্ক এৱে বেগ শূন্য। মনে কৱি AB একটি স্থিৱ তল। এৱে উপৱ দিয়ে একটি প্ৰবাহী ধাৰারেখ প্ৰবাহে চলছে। PQ, CD এবং EF প্ৰবাহীৰ তিনটি স্তৱ [চিত্ৰ ১০.১৩]। PQ স্থিৱ তল সম্পৰ্ক, CD একটু দূৱে এবং EF অধিক দূৱে অবস্থিত। তাদেৱ মধ্যে EF স্তৱেৰ বেগ বেশি, CD স্তৱেৰ বেগ এটি



চিত্ৰ ১০.১৩

অপেক্ষা কম এবং PQ স্তৱেৰ বেগ শূন্য। এৱে কাৱণ উপৱেৰ স্তৱ নিচেৰ স্তৱগুলোকে তাদেৱ সাথে সমৰ্বেগে টেনে নিয়ে যাবাৱ চেষ্টা কৱে। অৰ্থাৎ গতিশীল প্ৰবাহীৰ পাশাপাশি দুটি স্তৱেৰ মধ্যে এক ধৰনেৰ অভ্যন্তৱীণ বল সৃষ্টি হয়। এই বল পাশাপাশি দুটি স্তৱেৰ মধ্যে বেশি বেগসম্পন্ন স্তৱেৰ বেগ কমিয়ে এবং কম বেগসম্পন্ন স্তৱেৰ বেগ বাড়িয়ে স্তৱ দুটিৰ মধ্যে আপেক্ষিক বেগ কমাতে চেষ্টা কৱে। স্তৱ দুটিৰ পৃষ্ঠদেশেৰ সমান্তৱালে ক্রিয়াশীল এই বলকে সান্দৰ্ভতা বল (Viscous force) বলা হয় এবং প্ৰবাহীৰ এই ধৰ্মকে সান্দৰ্ভতা (Viscosity) বলে।

সংজ্ঞা : যে ধৰ্মেৰ দৱুন প্ৰবাহী তাৰ অভ্যন্তৱস্থ বিভিন্ন স্তৱেৰ আপেক্ষিক বেগ রোধ কৱাৱ চেষ্টা কৱে তাকে ঐ প্ৰবাহীৰ সান্দৰ্ভতা বলে।

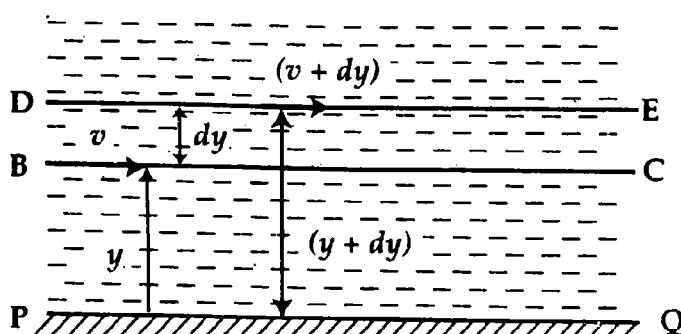
অথবা, যে ধৰ্মেৰ ফলে তৱল তাৰ বিভিন্ন স্তৱেৰ আপেক্ষিক গতিৰ বিৱোধিতা কৱে তাকে তৱলেৰ সান্দৰ্ভতা বলে।

বিভিন্ন প্ৰবাহীৰ সান্দৰ্ভতা বিভিন্ন। যেমন দুধ, তেল এবং আলকাতৱার সান্দৰ্ভতা এক নয়। এদেৱ মধ্যে আলকাতৱার সান্দৰ্ভতা সৰ্বাপেক্ষা বেশি, তাৱপৱ তেল এবং সৰ্বাপেক্ষা কম দুধেৰ।

সান্দুতাকে কখনও কখনও প্রবাহীর আঠাতৃতা বলা হয়। আবার কেউ কেউ সান্দুতাকে প্রবাহীর অস্তৱীণ ঘৰণ বলে। কাৰণ সান্দুতা বলেৱ ঘৰূপ অনেকটা ঘৰণেৱ ন্যায়। ঘৰণ দুটি কঠিন বস্তুৰ আপেক্ষিক গতিকে বাধা দেয় আৱ সান্দুতা প্রবাহীৰ বিভিন্ন স্তৱেৱ আপেক্ষিক গতিকে বাধা দেয়। স্থিৱ প্রবাহীৰ ক্ষেত্ৰে এটি কীয়া কৱে না। ঘৰণ স্পৰ্শ-তলেৱ ক্ষেত্ৰফলেৱ উপৱ নিৰ্ভৱ কৱে না, তবে সান্দুতা প্রবাহীৰ তলদ্বয়েৱ ক্ষেত্ৰফলেৱ উপৱ নিৰ্ভৱ কৱে। অধিকস্তু সান্দুতা প্রবাহীৰ স্তৱেৱ বেগ এবং স্থিৱ তল হতে তাৱ দূৰত্বেৱ উপৱ নিৰ্ভৱ কৱে।

১০.১৫ সান্দুতা গুণাঙ্ক বা সান্দুতাঙ্ক বা সান্দুতা সহগ Co-efficient of viscosity

মনে কৱি, PQ একটি স্থিৱ তল। এৱ উপৱ দিয়ে একটি প্রবাহী ধাৰারেখ প্রবাহে চলছে। এই প্রবাহীৰ দুটি



চিত্ৰ ১০.১৪

স্তৱ বিবেচনা কৱি। একটি BC এবং অপৱটি DE। মনে কৱি স্থিৱ তল হতে BC স্তৱ y এবং DE স্তৱ (y + dy) দূৰে অবস্থিত। ধাৱ BC স্তৱেৱ বেগ v এবং DE স্তৱেৱ বেগ (v + dv) [চিত্ৰ ১০.১৪]।

দুই স্তৱেৱ বেগেৱ পাৰ্থক্য

$= v + dv - v = dv$ এবং দূৰত্বেৱ পাৰ্থক্য $= y + dy - y = dy$ । তা হলে দেখা যাচ্ছে যে, dy দূৰত্ব পাৰ্থক্যেৱ জন্য বেগেৱ পাৰ্থক্য dv ।

- দূৰত্ব সাপেক্ষে বেগেৱ পরিবৰ্তনেৱ হাৱ $= \frac{dv}{dy}$ । একে বেগ অবক্রম বা গতিবেগেৱ নতিমাত্ৰা (velocity gradient) বলে। বিজ্ঞানী নিউটনেৱ অভিমত অনুসাৱে ধাৰারেখ প্রবাহেৱ ক্ষেত্ৰে,

(i) সান্দুতা বল ক্ষেত্ৰফলেৱ সমানুপাতিক।

$$\text{অৰ্থাৎ } F \propto A$$

(ii) সান্দুতা বল বেগ অবক্রমেৱ সমানুপাতিক।

$$\text{অৰ্থাৎ } F \propto \frac{dv}{dy}$$

আমোৱা পাই,

$$F \propto A \times \frac{dv}{dy}$$

$$\text{বা, } F = \text{ধূৰক} \times A \frac{dv}{dy}$$

$$\text{বা, } F = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dy}$$

(14)

এখানে η (eta) একটি সমানুপাতিক ধূৰক। একে সান্দুতা গুণাঙ্ক বলে। এখন, ভাৱায় এৱ সংজ্ঞা দিতে,

ধাৱ, $A = 1$ (একক) এবং বেগ অবক্রম, $\frac{dv}{dy} = 1$

সমীকৰণ (14) হতে পাই, $F = \eta$

সংজ্ঞা ১: একক বেগ অবক্রমে কোন একটি প্রবাহীৰ একক ক্ষেত্ৰফলেৱ উপৱ যে পরিমাণ সান্দুতা বল কীয়া কৱে, তাকে ঐ প্রবাহীৰ সান্দুতা গুণাঙ্ক বলে। এই বল প্রবাহীৰ স্তৱেৱ স্পৰ্শক বৱাবৱ কীয়া কৱে।

অথবা, তৱলৈ গতিবেগেৱ একক নতিমাত্ৰা বজায় রাখতে প্ৰতি একক ক্ষেত্ৰফলে যে স্পৰ্শনী বল থায়েজন তাকে ঐ তৱলৈৱ সান্দুতা গুণাঙ্ক বা সান্দুতাঙ্ক বা সান্দুতা সহগ বলে।

সান্দুতা গুণাঙ্কের মাত্রা সমীকরণ (Dimension of co-efficient of viscosity)

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dy}$$

$$\text{বা, } \eta = \frac{F}{A} \frac{dy}{dv}$$

মাত্রা সমীকরণ

$$[\eta] = \left[\frac{\text{বল} \times \text{দূরত্ব}}{\text{ক্ষেত্রফল} \times \text{বেগ}} \right] = \left[\frac{MLT^{-2} \times L}{L^2 \times L/T} \right] = \left[\frac{MLT^{-2} \times L \times T}{L^3} \right] = [ML^{-1} T^{-1}]$$

সান্দুতা গুণাঙ্কের একক (Unit of co-efficient of viscosity)

এম. কে. এস. এবং এস. আই. (S.I.) পদ্ধতিতে সান্দুতা গুণাঙ্কের একক নিউটন-সে./মিটার² (Nsm⁻²)।

অনেক ক্ষেত্রে সান্দুতাৰ একক হিসেবে পয়েজ (Poise) ব্যবহার কৰা হয়। 10 poise = 1 নিউটন-সে./মিটার²।

সান্দুতা গুণাঙ্ক 1 Nsm⁻² বলতে বুঝা যায় যে, 1 m² ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দৃটি প্রবাহী স্তর পৰস্পৰ হতে 1 m দূৰে অবস্থিত হলে তাদেৱ মধ্যে 1 ms⁻¹ আপেক্ষিক বেগ বজায় রাখতে 1 N বল প্রযুক্ত হয়।

সান্দুতাঙ্ককে অনেক সময় গতীয় সান্দুতাঙ্ক (dynamic viscosity) বলা হয়।

গতীয় সান্দুতাঙ্ককে তরলেৱ ঘনত্ব ρ দিয়ে ভাগ কৰলে কাইনেমেটিক সান্দুতাৰ (kinematic viscosity) সংজ্ঞা পাওয়া যায়। অর্থাৎ, কাইনেমেটিক সান্দুতা = $\frac{\eta}{\rho}$ । এস. আই (S. I.) একক হবে মিটার²/সে. ($m^2 s^{-1}$)।
15°C তাপমাত্ৰায় নিম্নলিখিত কয়েকটি নিউটনীয় তরলেৱ সান্দুতা গুণাঙ্কেৰ মান দেয়া হল—

তরল	সান্দুতা গুণাঙ্ক (Nsm ⁻²)
পানি	1.1×10^{-3}
ইথার	0.2×10^{-3}
গ্লিসেরিন	1.5×10^{-3}
বেন্জিন	0.7×10^{-3}
পারদ	1.5×10^{-3}

ক্ষণস্থায়ী স্থিতিস্থাপকতা (Fugitive Elasticity) (কৃষ্ণন গুণাঙ্ক এবং সান্দুতাঙ্কেৰ সাদৃশ্য) :

আমৰা জানি,

$$\text{সান্দুতা গুণাঙ্ক}, \eta = \frac{F/A}{dv/dy} = \frac{\text{স্পন্সীয় পীড়ন}}{\text{বেগ অবক্রম}}$$

$$\text{পুনঃ, দৃঢ়তা গুণাঙ্ক}, n = \frac{F/A}{d/D} = \frac{\text{স্পন্সীয় পীড়ন}}{\text{সৱণ অবক্রম}}$$

উক্ত দৃটি রাশিমালাৰ মধ্যে একটি সাদৃশ্য পৰিলক্ষিত হয়। এই সাদৃশ্য লক্ষ কৰে বিজ্ঞানী ম্যাক্সওয়েল (Maxwell) বলেন কঠিন বস্তুৰ ন্যায় প্রবাহীও কিছুটা দৃঢ়তাৰ অধিকাৰী। কিন্তু কৃষ্ণন পীড়নেৰ অভাৱে প্রবাহীৰ এই দৃঢ়তা পৱ পৱ ভেঙ্গে যায়। খুব অল্প সময়েৱ জন্য এই দৃঢ়তা দেখা যায় ; এৱ পৱই অদৃশ্য হয়।

প্রবাহীৰ এই ক্ষণস্থায়ী দৃঢ়তাকে ক্ষণস্থায়ী স্থিতিস্থাপকতা বলে।

বইয়ের কম

১০.১৬ ঘৰণেৱ সাথে সান্দুতাৱ সান্দুশ্য

Similarity of viscosity with friction

আমৰা জানি একটি বস্তু যখন অন্য একটি বস্তুৰ উপৰ দিয়ে গতিশীল হয় বা গতিশীল হতে চেষ্টা কৰে তখন বস্তু দুটিৰ মিলন তলে বস্তুৰ গতিৰ বিপৰীত দিকে একটি বাধাদানকাৰী বল ক্ৰিয়া কৰে। এই বলেৱ নাম ঘৰণ বা ঘৰণ বল। তেমনি কোন একটি প্ৰবাহী তাৱ বিভিন্ন স্তৱেৱ আপেক্ষিক গতিৰ বিৱোধিতা কৰে যে বল প্ৰয়োগ কৰে তাকে ঐ প্ৰবাহীৰ সান্দুতা বলে। ঘৰণেৱ ক্ষেত্ৰে একটি গুণাঙ্ক রয়েছে তাৱ নাম ঘৰণ গুণাঙ্ক বা ঘৰণ এবং অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়াৰ অনুপাত অৰ্থাৎ,

$$\mu = \frac{F}{R}, \text{ এখানে } F = \text{ঘৰণ বল} \text{ এবং } R = \text{অভিলম্ব প্ৰতিক্ৰিয়া}। \text{ তেমনি সান্দুতাৱ ক্ষেত্ৰে একটি গুণাঙ্ক রয়েছে।}$$

তাৱ নাম সান্দুতা গুণাঙ্ক বা প্ৰবাহীৰ একক ক্ষেত্ৰেৱ উপৰ সান্দুতা বল এবং বেগ অবক্ষমেৱ অনুপাত অৰ্থাৎ,

$$\eta = \frac{F/A}{dv/dy}$$

১০.১৭ পতনশীল বস্তুৰ উপৰ তৱল বা গ্যাসেৱ সান্দুতাৱ প্ৰভাৱ স্টোক্স-এৱ সূত্ৰ এবং সমীকৰণ

Effect of viscosity of liquid or gas on falling bodies : Stokes' law and Stokes' equation

সূচনা : আমৰা জানি পড়ন্ত বস্তু অভিকৰ্ষ বলেৱ প্ৰভাৱে নিচেৰ দিকে পড়ে। সুতৰাং যখন কোন বস্তু তৱল বা গ্যাসেৱ মধ্য দিয়ে নিচে পড়তে থাকে, তখন তৱল বা গ্যাসেৱ যে স্তৱগুলো বস্তুৰ সংস্পৰ্শে আসে, তাদেৱকেও তা নিজেৱ সাথে টেনে নিয়ে চলে। ফলে তৱল বা গ্যাসেৱ বিভিন্ন স্তৱেৱ মধ্যে আপেক্ষিক বেগ সৃষ্টি হয়। কিন্তু তৱল বা গ্যাসেৱ সান্দুতা ঐ আপেক্ষিক গতিকে মন্দীভূত কৰাৱ চেষ্টা কৰে। পড়ন্ত বস্তুৰ আকাৱ যদি ছোট হয় তাহলে পড়াৰ স্বল্প সময়েৱ মধ্যে অভিকৰ্ষ বল এবং সান্দুতাজনিত বিপৰীতমুখী বলেৱ মান সমান হবে। তখন আৱ বস্তুৰ কোন তুৱণ থাকবে না। কিন্তু গতি জড়তাৰ দৰুন বস্তু স্থিৱ বেগে পড়তে থাকবে। এই বেগকে প্ৰাণ্তিক বেগ (Terminal velocity) বলে।

স্টোক্স এৱ সূত্ৰ (Stokes' Law) : বিজ্ঞানী স্টোক্স প্ৰমাণ কৰেন যে, r ব্যাসাৰ্ধেৱ ক্ষুদ্ৰাকাৱ গোলক η সান্দুতা গুণাঙ্কেৱ কোন তৱল বা গ্যাসেৱ মধ্য দিয়ে v প্ৰাণ্তিক বেগে পড়তে থাকলে বস্তুৰ উপৰ সান্দুতাজনিত উৰ্ধমুখী বল ক্ৰিয়া কৰে। ধৰি এই বল F । এই বল

$$F \propto \text{সান্দুতা গুণাঙ্ক}, \eta$$

$$F \propto \text{বস্তুৰ ব্যাসাৰ্ধ } r,$$

$$\text{এবং } F \propto \text{প্ৰাণ্তিক বেগ}, v$$

$$F \propto \eta rv$$

$$\text{বা, } F = K \eta rv$$

(15)

এখানে K একটি সমানুপাতিক ধৰক। তৱল গতিবিজ্ঞানেৱ সাহায্যে স্টোক্স প্ৰমাণ কৰেন যে $K = 6\pi$

\therefore সমীকৰণ (15) হতে পাই

$$F = 6\pi\eta rv \quad (16)$$

এই সমীকৰণটি স্টোক্স-এৱ সূত্ৰ নামে ব্যাপ্ত।

স্টোক্সেৱ প্ৰাণ্তিক বেগেৱ সমীকৰণ : মনে কৰি, গোলকটিৰ উপাদানেৱ ঘনত্ব ρ এবং মাধ্যমেৱ ঘনত্ব γ তাহলে গোলকেৱ উপৰ অভিকৰ্ষ বল,

$$F = \text{বস্তুৰ ওজন} = \text{তৱল} \times \text{অভিকৰ্ষজ তুৱণ}$$

$$= \text{আয়তন} \times \text{ঘনত্ব} \times \text{অভিকৰ্ষজ তুৱণ}$$

$$= V \times \rho \times g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g; \quad (\text{এখানে } V = \text{গোলকেৱ আয়তন})$$

BG & JEWEL

আর্কিমিডিস-এর সূত্রানুসারে গোলক কৃত্তুক হারানো ওজন

$$= \text{মাধ্যম কৃত্তুক প্রযুক্তি } \text{ উর্ধমুখী বল} = \frac{4}{3} \pi r^3 \sigma g$$

গোলকের উপর কার্যকৰী নিম্নমুখী বল অর্থাৎ কার্যকৰী ওজন,

$$F = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g - \frac{4}{3} \pi r^3 \sigma g = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \sigma) g \quad (17)$$

যখন সান্তুতাজনিত উর্ধমুখী বল এবং গোলকের কার্যকৰী ওজন সমান হবে তখনই বস্তু প্রাণ্তিক বেগে পড়তে থাকবে।

$$\text{আমরা পাই, } 6\pi \eta r v = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \sigma) g$$

$$\text{বা, } v = \frac{2r^2 (\rho - \sigma) \times g}{9 \eta} \quad (18)$$

একেই স্টোক্সের প্রাণ্তিক বেগের সমীকরণ বলা হয়।

১০.১৮ মাত্রিক পদ্ধতিতে স্টোক্স-এর সূত্র প্রতিপাদন Derivation of Stokes' law by dimensional analysis

ধরি, r ব্যাসার্ধের একটি ক্ষুদ্র গোলাকার বস্তু η সান্তুতা গুণাঙ্কবিশিষ্ট একটি সান্তুতা মাধ্যমের মধ্যে ছেড়ে দেয়ায় বস্তুটি কোন এক মুহূর্তে v প্রাণ্তিক বেগ লাভ করলে সান্তুতার জন্য পচার্ঘুখী বল বা ঘর্ষণ বল F হবে

$$F = K \eta^x r^y v^z \quad (19)$$

এখানে K = একটি মাত্রিক ধূব। x, y ও z -এর মান বের করতে হবে।সমীকরণ (19)-এ F, η, r ও v -এর মাত্রিক মান বসিয়ে পাওয়া যায়

$$[MLT^{-2}] = K [ML^{-1}T^{-1}]^x, [L]^y [LT^{-1}]^z$$

$$\text{বা, } [M^1][L^1][T^{-2}] = K [M]^x [L]^y [T]^{-(x+z)}$$

উভয় পক্ষের $[M], [L]$ ও $[T]$ -এর ঘাত সমান হবে হেতু তুলনা করে লেখা যায়,

$$x = 1, y + z - x = 1 \text{ ও } x + z = 2$$

সমীকরণ তিনটি সমাধান করে পাওয়া যায়, $x = 1, y = 1$ ও $z = 1$.সমীকরণ (19)-এ x, y ও z -এর মান বসিয়ে লেখা যায়, $F = K \eta r v$ স্টোক্স গাণিতিকভাবে প্রমাণ করেন যে, $K = 6\pi$

$$F = 6\pi \eta r v \quad (20)$$

এটিই হল মাত্রিক পদ্ধতিতে স্টোক্স সূত্রের প্রতিপাদন।

১০.১৯ স্টোক্স-এর পদ্ধতিতে তরলের সান্তুতা গুণাঙ্ক নির্ণয় Determination of co-efficient of viscosity of a liquid by Stokes' method

গ্লিসারিন, সরিষার তেল, বেড়ির তেল প্রভৃতি সান্তুতা গুণাঙ্ক নির্ণয়ের জন্য স্টোক্স পদ্ধতি
শেয়। পদ্ধতিটির তত্ত্ব ও কার্যপদ্ধতি নিম্নে বর্ণিত হল।

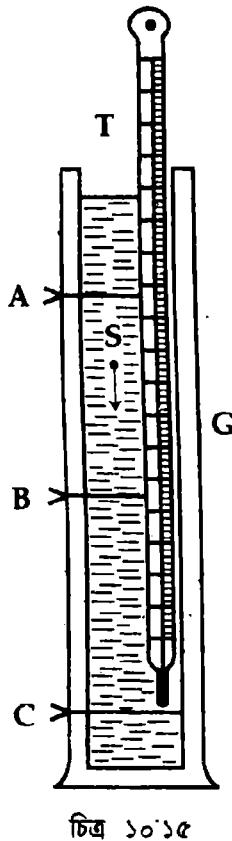
তত্ত্ব (Theory) : 'r' ব্যাসার্ধ এবং ρ ঘনত্বের একটি ক্ষুদ্র গোলক η সান্তুতাঙ্ক ও σ ঘনত্বের একটি মাধ্যমের মধ্য দিয়ে v প্রাণ্তিক বেগে পড়তে থাকলে স্টোক্স-এর সমীকরণ হতে আমরা পাই,

$$v = \frac{2}{9} \frac{r^2 (\rho - \sigma) g}{\eta}$$

$$\text{বা, } \eta = \frac{2 r^2 (\rho - \sigma) g}{9 v} \quad (21)$$

উক্ত সমীকরণ হতে r, ρ, σ, g -এবং v -এর মান জ্ঞেনে η -এর মান বের করা যায়।

পরীক্ষা : এই পরীক্ষায় G কাচের তৈরি একটি লম্বা পাত্র [চিত্র ১০.১৫]। এর দৈর্ঘ্য প্রায় 70 cm এবং



ব্যাস 10 cm। পাত্রটিকে পরীক্ষাধীন তরলে ভর্তি করি। এখন পাত্রের উপর মুখ হতে 10 cm নিচে এবং নিচের মুখ হতে 10 cm উপরে পাত্রের গায়ে যথাক্রমে A ও C দুটি দাগ দেই এবং AC-এর মধ্যবর্তী দূরত্বকে B দাগ কেটে সমান দূরাগে ভাগ করি যাতে AB = BC হয়। 2 cm-এর কম ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের গোলক নিয়ে পরীক্ষাধীন তরলে ভিজাই এবং পাত্রের অক্ষ বরাবর তরলের মধ্যে ছেড়ে দেই। একটি স্টপ ঘড়ির সাহায্যে AB এবং BC দূরত্ব অতিক্রম করতে গোলকটির প্রয়োজনীয় সময় বের করি। পরীক্ষার সাহায্যে দেখা গেছে যে, গোলকটি উভয় দূরত্ব সমান সময়ে অতিক্রম করবে।

অর্ধাং গোলকটি প্রাণ্তিক বা সীমান্ত বেগ প্রাপ্ত হয়েছে। যদি $AC = l$ হয় এবং ঐ দূরত্ব অতিক্রম করতে t সময় লাগে তবে প্রাণ্তিক বেগ,

$$v = \frac{l}{t} \quad (22)$$

এখন v -এর মান সমীকরণ (21)-এ স্থাপন করে পাই,

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2 (\rho - \sigma) \times g}{l/t}$$

$$\text{বা, } \eta = \frac{2 r^2 g t (\rho - \sigma)}{l} \quad (23)$$

এখন r, g, t, l, ρ এবং σ -এর মান জ্ঞেনে η -এর মান পাওয়া যায়।

১০.২০ সান্দুতার উপর তাপমাত্রার প্রভাব

Effect of temperature on co-efficient of viscosity

(১) তরল পদার্থ :

সান্দুতার উপর তাপমাত্রার প্রভাব রয়েছে। তরল পদার্থের ক্ষেত্রে পরীক্ষালক্ষ্য ফলাফলে দেখা যায় যে তাপমাত্রা বাড়লে সান্দুতা হ্রাস পায়। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় 80°C তাপমাত্রায় পানির সান্দুতা গুণাঙ্ক 0°C তাপমাত্রার পানির সান্দুতার গুণাঙ্কের এক-তৃতীয়াংশ মাত্র।

আণবিক তরলের সাহায্যে ব্যাখ্যা : আমরা জানি যে তরলে বিভিন্ন বেগে প্রবহমান পাশাপাশি দুটি স্তরের মধ্যে এক ধরনের বিপরীতমুখ্য বা পচাসর্তী (dragging) স্পর্শক (tangential) বল ত্রিয়া করে। এ বলকে সান্দু বল বলা হয়। দুটি স্তরের অণুর মধ্যে আন্তঃআণবিক বলের কারণে এই সান্দু বলের সূচিত হয়। সান্দু বল আন্তঃআণবিক দূরত্বের উপর নির্ভরশীল। তরলের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে আন্তঃআণবিক দূরত্ব বাড়ে, ফলে আন্তঃআণবিক বলের মান কমে [চিত্র ৯.১ দ্রষ্টব্য]। এর ফলে সান্দু বল কমে। সান্দু বল কম হলে সমীকরণ (14) অনুসারে সান্দুতার গুণাঙ্কও কম হবে। তাপমাত্রার এবং সান্দুতার গুণাঙ্কের মধ্যে নিম্নরূপ সম্পর্ক রয়েছে:

$$\log \eta = A + \frac{B}{T} \quad (24)$$

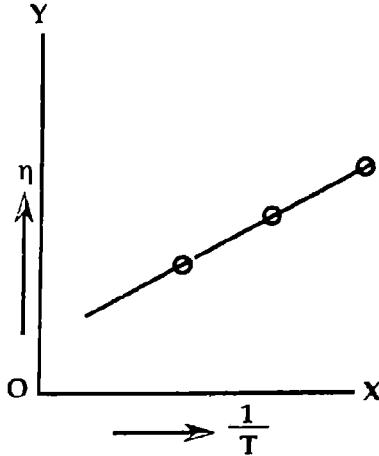
এখানে A ও B ধ্রুক এবং T কেলভিন তাপমাত্রা। এখন $\log \eta$ বনাম $\frac{1}{T}$ -এর লেখচিত্র অঙ্কন করলে একটি সরলরেখা হবে [চিত্র ১০.১৬]।

(২) গ্যাস : তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে তরলের সান্দুতার উপর যে প্রভাব পরিলক্ষিত হয়, গ্যাসের ক্ষেত্ৰে তাৰ বিপৰীত প্রভাব দেখা যায়। গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে সান্দুতা বৃদ্ধি পায়। পৱীক্ষার সাহায্যে দেখা গেছে যে গ্যাসের সান্দুতা গুণাঙ্ক তাৰ পৱম তাপমাত্রার বৰ্গমূলের সমানুপাতিক। অৰ্থাৎ $\eta \propto \sqrt{T}$

গতিতত্ত্বের সাহায্যে ব্যাখ্যা : গ্যাসের গতিতত্ত্ব (Kinetic theory of gases) থেকে এৱে ব্যাখ্যা দেওয়া যায়। আমৱা জানি যে, গ্যাসের অণুগুলো সবদিকেই এলোমেলোভাবে চলাচল কৰতে পাৱে এবং এদেৱ মধ্যে সংঘৰ্ষ ঘটে। গ্যাসু অণুগুলোৰ মধ্যে দূৰত্ব তরলেৰ তুলনায় অনেক বেশি হওয়ায় আন্তঃআণবিক বল নেই বললেই চলে। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে অণুসমূহেৰ গড় বেগ বৃদ্ধি পায়, ফলে সংঘৰ্ষও বাড়ে। সংঘৰ্ষ বাঢ়াৰ কাৱণে বিভিন্ন স্তৱেৱ প্ৰবাহে বাধাৰ পৱিমাণ বৃদ্ধি পায়। অৰ্থাৎ সান্দুতা বৃদ্ধি পায়। গড়বেগ ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পৰ্ক নিম্নলুপ :

$$\eta \propto \sqrt{T}$$

(25)



চিত্ৰ ১০.১৬

গ্যাসেৰ গতিতত্ত্ব অনুসাৱে গ্যাসেৰ সান্দুতা গ্যাস অণুগুলোৰ গড় বেগেৰ সমানুপাতিক। অৰ্থাৎ

$$\eta \propto c$$

(26)

সমীকৰণ (25) ও সমীকৰণ (26) থেকে আমৱা পাই,

$$\eta \propto c \propto \sqrt{T}$$

সুতৰাং ,

$$\eta \propto \sqrt{T}$$

$$\text{বা, } \eta = K\sqrt{T}$$

(27)

এখানে T , ক্ষেত্ৰিক তাপমাত্রা এবং K ধৰক।

১০.২১ সান্দুতাৰ উপৱ চাপেৰ প্ৰভাৱ,

Effect of pressure on viscosity

তরলেৰ সান্দুতাৰ উপৱ চাপেৰ প্ৰভাৱ দেখা যায়। চাপ বৃদ্ধি পেলে সান্দুতা বাড়ে।

ব্যাখ্যা : চাপ বৃদ্ধি পেলে আন্তঃআণবিক দূৰত্ব কমে ফলে আন্তঃআণবিক বল বৃদ্ধি পায়। এৱে ফলে তরলেৰ পাশাপাশি দুটি স্তৱেৱ আপেক্ষিক বেগ কমে যায়। অৰ্থাৎ সান্দুতা বেড়ে যায়।

কিন্তু গ্যাসেৰ সান্দুতাৰ উপৱ চাপেৰ কোন প্ৰভাৱ নেই।

১০.২২ সান্দুতাৰ প্ৰয়োজনীয়তা

Necessity of viscosity

(১) গতিশীল লৌকা, স্টীমার, লক্ষ, জাহাজেৰ উপৱ পানিৰ এবং গতিশীল মোটৱ গাড়ি ও বিমানেৰ উপৱ বায়ুৰ সান্দুতাজনিত বাধা লক্ষ কৰেই এ সমস্ত যন্ত্ৰেৰ নক্ষা তৈৱি হয়।

(২) ফাউন্টেন পেন কালিৰ সান্দুতা ধৰ্মেৰ উপৱ ভিস্তি কৰেই প্ৰস্তুত কৰা হয়।

(৩) শিৰা-উপশিৱা দিয়ে রক্তেৱ চলাচল এই ধৰ্মেৰ উপৱ হয়ে থাকে।

স্মৰণিকা

পৃষ্ঠ টান : তরলেৰ পৃষ্ঠে একটি সৱলৱেখা কৱনা কৰলে উক্ত রেখাৰ প্ৰতি একক দৈৰ্ঘ্যে ঐ রেখাৰ দুই পাৰ্শ্বে তরলেৰ পৃষ্ঠাতলে এক অংশ অন্য অংশেৰ উপৱে যে স্থৰক বল প্ৰয়োগ কৰে তাকেই পৃষ্ঠটান বলে।

পৃষ্ঠ শক্তি : কোন একটি তরল তলেৱ ক্ষেত্ৰফল এক একক বৃদ্ধি কৰতে যে পৱিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে ঐ তরলেৱ পৃষ্ঠ শক্তি বলে।

সংস্কৃতি বল : একই পদাৰ্থেৰ বিভিন্ন অণুৰ মধ্যে পাৱস্পৰিক আকৰ্ষণ বলকে সংস্কৃতি বা সংযুক্তি বল বলে।

আসঙ্গন বল : বিভিন্ন পদাৰ্থেৰ অণুগুলোৰ মধ্যে পাৱস্পৰিক আকৰ্ষণ বলকে আসঙ্গন বল বলে।

আণবিক পান্তা : দুই অণুৰ ভিতৱ সংস্কৃতি বল সৰ্বাপেক্ষা বেশি যতদূৰ পৰ্যন্ত অনুভূত হয়, তাকে আণবিক পান্তা বলে।

সৰ্ব কোণ : কঠিন ও তৱলের সৰ্ব বিলু হতে বকু তৱল তলে অক্ষিক সৰ্বক কঠিন বস্তুৰ সাথে তৱলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন কৱে তাকে সৰ্ব কোণ বলে।

কৈশিকতা : কৈশিক নলেৰ মধ্যে তৱলেৰ উখান বা পতনকে কৈশিকতা বলে।

পৃষ্ঠ টানেৰ উপৰ তাপমাত্ৰার প্ৰভাৱ : তাপমাত্ৰা বৃদ্ধিতে তৱলেৰ পৃষ্ঠ টান হ্ৰাস গায়। শুধু গলিত তামা ও ক্যাডমিয়ামেৰ ক্ষেত্ৰে অতিক্ৰম পৱিলক্ষিত হয়।

শাস্ত প্ৰবাহ : প্ৰবাহীৰ বিভিন্ন অণুগুলো যদি তাৰ গতিপথেৰ সাথে সমান্তৱালভাবে চলে তবে সে প্ৰবাহকে শাস্ত বা ধাৰারেখ প্ৰবাহ বলে।

অশাস্ত প্ৰবাহ : প্ৰবাহীৰ বিভিন্ন অণুগুলো যদি তাৰ গতিপথেৰ সাথে সমান্তৱালভাবে না চলে, তবে সে প্ৰবাহকে অশাস্ত প্ৰবাহ বলে।

সংকট বেগ : প্ৰবাহীৰ যে সৰ্বাধিক বেগ যা অতিক্ৰম কৱলে শাস্ত প্ৰবাহে পৱিণত হয়, তাকে সংকট বেগ বলে।

সান্দৰ্ভতা : যে ধৰ্মেৰ দৰুন প্ৰবাহী তাৰ অভ্যন্তৱস্থ বিভিন্ন স্তৱেৰ আপেক্ষিক বেগ বোধ কৱাৰ চেষ্টা কৱে তাকে ঐ প্ৰবাহীৰ সান্দৰ্ভতা বলে।

সান্দৰ্ভতাৰ্জন : একক বেগ অবকৰ্মে কোন প্ৰবাহীৰ একক ক্ষেত্ৰফলেৰ উপৰ যে পৱিমাণ সান্দৰ্ভতাৰ্জন বল কৱিয়া কৱে তাকে ঐ প্ৰবাহীৰ সান্দৰ্ভতাৰ্জন বা সান্দৰ্ভতা গুণাঙ্ক বলে।

প্ৰাণ্টিক বেগ : তৱলেৰ মধ্য দিয়ে পড়ত বস্তুৰ ক্ষেত্ৰে অভিকৰ্ষ বল ও সান্দৰ্ভতাৰ্জনিত বলেৰ মান সমান হলে পড়ত বস্তু স্থিৰ বেগে পড়তে থাকে। এই বেগকে প্ৰাণ্টিক বেগ বলে।

সান্দৰ্ভতাৰ উপৰ তাপমাত্ৰার প্ৰভাৱ : তাপমাত্ৰা বৃদ্ধি পেলে তৱলেৰ সান্দৰ্ভতা হ্ৰাস পায়। পক্ষান্তৱে তাপমাত্ৰা বৃদ্ধি পেলে গ্যাসেৰ সান্দৰ্ভতা বৃদ্ধি পায়। গ্যাসেৰ সান্দৰ্ভতা গুণাঙ্ক তাৰ পৰম তাপমাত্ৰার বৰ্গমূলেৰ সমানুপাতিক অৰ্ধাৎ $\eta \propto \sqrt{T}$

সান্দৰ্ভতাৰ উপৰ চাপেৰ প্ৰভাৱ : চাপ বৃদ্ধি পেলে তৱলেৰ সান্দৰ্ভতা বৃদ্ধি পায়। তবে গ্যাসেৰ সান্দৰ্ভতাৰ উপৰ চাপেৰ কোন প্ৰভাৱ নেই।

প্ৰয়োজনীয় সমীকৰণ

$$\text{পৃষ্ঠটান, } T = \frac{F}{L}$$

$$\text{পৃষ্ঠশক্তি, } E = T$$

$$\text{পৃষ্ঠ টান, } T = \frac{\rho r g}{2 \cos \theta} \left(h + \frac{1}{3} r \right)$$

$$\text{পৃষ্ঠ টান, } T = \frac{\rho r g}{2} \left(h + \frac{1}{3} r \right), \text{ এখানে } \theta = 0^\circ \text{ (কাচ ও পানিৰ ক্ষেত্ৰে)}$$

$$* * * \text{ পৃষ্ঠ টান, } T = \frac{hrpg}{2}, \text{ এখানে } \theta = 0^\circ \text{ এবং } r \text{ খুবই ক্ষুদ্ৰ}$$

$$* \text{ সান্দৰ্ভতা বল, } F = \eta A \frac{dv}{dy}$$

$$* \text{ স্টোকস এৰ সূত্ৰ, } F = 6\pi\eta rv$$

$$* \text{ প্ৰাণ্টিক বেগ, } v = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta}$$

সমাধানকৃত উদাহৰণ

১। পানিৰ উপৰিতল হতে 0.05 m লম্বা একটি অনুভূমিক তাৱকে টেনে তুলতে তাৱেৰ ওজনসহ সৰ্বাধিক $7.28 \times 10^{-3} \text{ N}$ বলেৰ প্ৰয়োজন হয়। পানিৰ পৃষ্ঠ টান নিৰ্ণয় কৱ। [ব. বো. ২০০৬, ২০০৮; রা. বো. ২০০১]

$$\text{মনে কৱি } \text{পৃষ্ঠ টান} = T$$

$$\text{আমৱা পাই, } T = \frac{F}{L}$$

সমীকৰণ (1) হতে মানগুলোৰ সাপেক্ষে পাই,

(1)

$$\text{এখানে, } F = 7.28 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$L = 2 \times 0.05 \text{ m}$$

যেহেতু তাৱেৰ উভয় দিকে পানি আছে।

$$T = \frac{7.28 \times 10^{-3} \text{ N}}{2 \times 0.05 \text{ m}}$$

$$= 7.28 \times 10^{-2} \text{ N m}^{-1}$$

২। একটি কৈশিক নলেৰ ব্যাস 0.2 mm । একে $72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ পৃষ্ঠটান এবং 10^3 kg m^{-3} ঘনত্বেৰ পানিতে ছুবালে মলেৰ কত উচ্চতায় পানি উঠবে? [চ. বো. ২০০৬; চ. বো. ২০০০; কু. বো. ২০০৮; য. বো. ২০০৩]

আমৱা জানি,

$$\text{পৃষ্ঠ টান, } T = \frac{rhpg}{2}$$

$$h = \frac{2T}{rpg}$$

$$= \frac{2 \times 72 \times 10^{-3}}{10^{-4} \times 10^3 \times 9.8}$$

$$= 0.1469 \text{ m}$$

$$\text{এখানে,}$$

$$r = \frac{0.2}{2}$$

$$= 0.1 \text{ mm}$$

$$= 10^{-4} \text{ m}$$

$$T = 72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$$

$$\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

৩। একটি কৈশিক নলের ব্যাস 0.04×10^{-4} m। এর এক প্রাপ্ত পানিতে ডুবালে পানি নলের ভিতর 0.082 m উপরে ওঠে। পানির তল টান কত? [সৰ্প কোণ = 0° , পানির ঘনত্ব = 1.0×10^3 kgm $^{-3}$] [কু. বো. ২০০৬]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} T &= \frac{rhp\alpha}{2} \\ T &= \frac{0.02 \times 10^{-4} \times 0.082 \times 1000 \times 9.8}{2} \\ &= \frac{0.02 \times 10^{-4} \times 82 \times 9.8}{2} \\ &= 80.36 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1} \end{aligned}$$

২.

৪। 10^{-4} m ব্যাসবিশিষ্ট 1000টি পানির ক্ষুদ্র ফোটা মিলে একটি বড় ফোটা তৈরি কৰল। এতে নির্গত শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কৰ। [পানির পৃষ্ঠ টান = 72×10^{-3} Nm $^{-1}$]

আমরা জানি, ক্ষেত্ৰফলের পরিবৰ্তন ΔA হলে,

$$\begin{aligned} W &= \Delta A \times T = (\Delta A_1 - \Delta A_2) \times T \\ &= 4\pi (Nr^2 - R^2) T \end{aligned}$$

$$\text{এখন, } 1000 \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{বা, } R^3 = 10^3 r^3$$

$$\text{বা, } R = 10r$$

$$= 10 \times 0.5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$= 5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} W &= 4 \times 3.14 [10^3 \times (0.5 \times 10^{-4} \text{ m})^2 - (5 \times 10^{-4} \text{ m})^2] \times 72 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1} \\ &= 2.035 \times 10^{-6} \text{ J} \end{aligned}$$

$$W = 2.035 \times 10^{-6} \text{ J}$$

৫। 2×10^{-4} m ব্যাসার্ধের একটি কাঁচের নলে কোন তরলের সৰ্প কোণ 135° এবং তরলের পৃষ্ঠ টান 0.547 N m $^{-1}$ হলে নলে তরলের অবনমন নির্ণয় কৰ। [তরলের ঘনত্ব = 13.6×10^3 kg m $^{-3}$ ও অভিকৰ্ষজ ত্বরণ = 9.81 ms^{-2}]

মনে কৰি তরলের অবনমন = h

$$\text{আমরা পাই, } T = \frac{rpg}{2 \cos \theta} \left(h + \frac{1}{3} r \right)$$

সমীকৰণ (1) অনুসারে,

$$h + \frac{1}{3} r = \frac{2T \cos \theta}{rpg}$$

$$\text{বা, } h + \frac{1}{3} \times 2 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$= \frac{2 \times 0.547 \text{ Nm}^{-1} \times -0.7071}{2 \times 10^{-4} \text{ m} \times 13.6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}}$$

$$\text{বা, } h + 0.666 \times 10^{-4} = 0.029$$

$$\text{বা, } h = 0.029 - 0.666 \times 10^{-4} \approx 0.029 \text{ m}$$

$$\text{অবনমন, } h \approx 0.029 \text{ m}$$

৬। পারদের পৃষ্ঠাটান 4.7×10^{-1} N.m $^{-1}$ এবং ঘনত্ব 13.6×10^3 kgm $^{-3}$ । 0.8×10^{-3} m ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক কাঁচনল পারদে ডুবালে নলের মধ্যে পারদের 6.75×10^{-3} m অবনমন হয়। কাঁচের সাথে পারদের সৰ্প কোণ নির্ণয় কৰ। [সি. বো. ২০০৩]

আমরা জানি, নলের ব্যাসার্ধ ক্ষুদ্র হলে,

$$\begin{aligned} T &= \frac{hrpg}{2 \cos \theta} \\ \text{বা, } \cos \theta &= \frac{hrpg}{2T} \\ &= \frac{-6.75 \times 10^{-3} \times 0.8 \times 10^{-3} \times 13.6 \times 10^3 \times 9.8}{2 \times 4.7 \times 10^{-1}} \\ &= \frac{-6.75 \times 0.8 \times 13.6 \times 9.8 \times 10^{-2}}{2 \times 4.7} \\ &= -0.766 \\ \theta &= \cos^{-1} (-0.766) \\ &= 140^\circ \end{aligned}$$

এখনে,

$$\text{কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ} = \frac{0.04 \times 10^{-4}}{2} \text{ m} = 0.02 \times 10^{-4} \text{ m}$$

কৈশিক নলে পানির উচ্চতা, $h = 0.082$ m

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000$ kgm $^{-3}$

পানির তলটান, $T = ?$

এখনে,

$$\text{ক্ষুদ্র ফোটার ব্যাসার্ধ, } r = \frac{1 \times 10^{-4}}{2} \text{ m} = 0.5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3}$ Nm $^{-1}$

ফোটার সংখ্যা, $N = 1000$

N সংখ্যকে ফোটার ক্ষেত্ৰফল = $\Delta A_1 = N \times 4\pi r^2$

বৃহৎ ফোটার ব্যাসার্ধ, $R = ?$

বৃহৎ ফোটার ক্ষেত্ৰফল, $\Delta A_2 = 4\pi R^2$

নির্গত শক্তি, $W = ?$

(1)

$$\text{এখনে } T = 0.547 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\rho = 13.6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$$

$$r = 2 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\theta = 135^\circ$$

$$\cos 135^\circ = \cos (90^\circ + 45^\circ)$$

$$= -\cos 45^\circ = -0.7071$$

এখনে,

$$\text{পারদের পৃষ্ঠাটান, } T = 4.7 \times 10^{-1} \text{ Nm}^{-1}$$

$$\text{কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ, } r = 0.8 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{পারদের ঘনত্ব, } \rho = 13.6 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$$

$$\text{অবনমন, } h = -6.75 \times 10^{-3} \text{ m}$$

[h সাম্যাবস্থার নিচের দিকে তাই খণ্ড চিহ্ন]

$$\text{অভিকৰ্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{সৰ্প কোণ, } \theta = ?$$

৭। 2 mm ব্যাসের একটি পানির গোলককে 10 লক্ষ ছেট হোট পানির বিস্তৃতে স্থে করা হল। ব্যয়িত শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর। [পানির পৃষ্ঠা টান = $72 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$] [য. বো. ২০০৩; চ. বো. ২০০৩]

বড় ফোটার আয়তন,

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{ছেট ফোটার ব্যাসার্ধ } r \text{ হলে, আয়তন } V_2 = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$10^6 \text{ টি ছেট ফোটার মোট আয়তন} = \frac{4}{3} \pi r^3 \times 10^6$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi r^3 \times 10^6$$

$$\text{বা, } (10^{-3})^3 = r^3 \times 10^6$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{10^{-9}}{10^6}$$

$$\text{বা, } r^3 = 10^{-15} \quad r = 10^{-5} \text{ m}$$

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = সকল ছেট ফোটার ক্ষেত্রফল - বড় ফোটার ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned} \Delta A &= 10^6 \times 4 \pi r^2 - 4 \pi R^2 \\ &= 4\pi (10^6 \times r^2 - R^2) \\ &= 4\pi \{10^6 \times (10^{-5})^2 - (10^{-3})^2\} \\ &= 4\pi \times 9.9 \times 10^{-5} \\ &= 1.24 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রযোজনীয় শক্তি, } W &= \Delta A \times T \\ &= 1.24 \times 10^{-3} \times 72 \times 10^{-3} \\ &= 8.928 \times 10^{-5} \text{ J} \end{aligned}$$

৮। 30 mm ব্যাসের একটি গোলাকার সাবান বুদবুদের অভ্যন্তরীণ অতিরিক্ত চাপ নির্ণয় কর। সাবান পানির পৃষ্ঠাটান = $25 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$

আমরা জানি,

$$P = \frac{4T}{r}$$

$$P = \frac{4 \times 25 \times 10^{-3}}{1.5 \times 10^{-2}} \\ = 6.67 \text{ Nm}^{-2}$$

Q.V ৯। 2 mm ব্যাসের কোন পানি বিলুর ডিত্তের ও বাইরের চাপের পার্থক্য কত হবে? (পানির পৃষ্ঠাটান = $72 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$)

আমরা জানি,

$$P = \frac{4T}{r}$$

$$P = \frac{4 \times 72 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-3}} \\ = 288 \text{ Nm}^{-2}$$

R.V ১০। একটি সাবানের বুদবুদকে 1 cm ব্যাস হতে ধীরে ধীরে আকৃতি বৃদ্ধি করে 10 cm ব্যাসে পরিণত করা হল। কৃতকার্যের পরিমাণ নির্ণয় কর। (সাবান পানির পৃষ্ঠাটান = $25 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$)

ধৰা যাক, ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন ΔA ।

আমরা জানি,

সম্পাদিত কাজ, $W = \Delta AT = 4\pi (r_2^2 - r_1^2)$

কিন্তু বুদবুদের ২টি পৃষ্ঠা থাকে, তাই

$$\begin{aligned} \Delta A &= 2 \times 4\pi (r_2^2 - r_1^2) \\ &= 2 \times 4 \times 3.14 ((0.05)^2 - (0.005)^2) \\ &= 621.72 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W &= \Delta AT = 621.7 \times 10^{-4} \times 25 \times 10^{-3} \\ &= 1.55 \times 10^{-3} \text{ J} \end{aligned}$$

এখানে,

$$R = \frac{2}{2} = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$$

$$T = 25 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$$

এখানে,

$$\text{বুদবুদের ব্যাস} = 30 \text{ mm} = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{বুদবুদের ব্যাসার্ধ}, r = 1.5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{সাবান পানির পৃষ্ঠাটান}, T = 25 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$$

$$\text{অভ্যন্তরীণ অতিরিক্ত চাপ, } P = ?$$

এখানে,

$$\text{পানি বিলুর ব্যাস} = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{পানি বিলুর ব্যাসার্ধ}, r_1 = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{পৃষ্ঠাটান}, T = 25 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$$

$$\text{চাপের পার্থক্য, } P = ?$$

এখানে,

$$\text{আদি ব্যাস, } 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$$

$$\text{আদি ব্যাসার্ধ}, r_1 = 0.005 \text{ m}$$

$$\text{বৃদ্ধিত ব্যাস} = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$\text{বৃদ্ধিত ব্যাসার্ধ}, r_2 = 0.05 \text{ m}$$

$$\text{সাবান পানির পৃষ্ঠাটান}, T = 25 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$$

$$\text{সম্পাদিত কাজ, } W = ?$$

১১। $1 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ক্ষেত্ৰফলবিশিষ্ট একটি প্লেট 1.55 Nsm^{-2} সান্তুতাজ্জ্বলের রেডীৰ ভেদের $2 \times 10^{-3} \text{ m}$ পূৰুষ একটি স্তৱের উপৰ স্থাপিত। প্লেটকে 0.05 ms^{-1} বেগে চালনা কৰতে অনুভূমিক বৰাবৰ প্ৰয়োজনীয় বলেৱ মান নিৰ্ণয় কৰ।

$$\text{মনে কৰি সান্তুতা বল} = F$$

$$\text{আমৰা পাই}, F = \eta A \frac{dv}{dy}$$

সমীকৰণ (1) হতে পাই,

$$F = \frac{1.55 \text{ Nsm}^{-2} \times 10 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \times 0.05 \text{ ms}^{-1}}{2 \times 10^{-3}}$$

$$= 0.3875 \text{ N}$$

$$\text{প্ৰয়োজনীয় অনুভূমিক বল} = 0.3875 \text{ N}$$

১২। $1 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ক্ষেত্ৰফলেৱ একটি চ্যাপ্টা প্লেট অপৰ একটি বড় প্লেট হতে 0.1 cm পূৰুষ গ্ৰিসারিন স্তৱেৱ ঘাৱা পৃথক কৰা আছে। এই প্লেটকে $1 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$ বেগে চালনা কৰতে $1.5 \times 10^{-5} \text{ N}$ বলেৱ প্ৰয়োজন হলে গ্ৰিসারিনেৱ সান্তুতাজ্জ্বল নিৰ্ণয় কৰ।

$$\text{আমৰা জানি}, F = \eta A \frac{dv}{dy}$$

$$\text{বা}, \eta = \frac{Fd y}{A dv}$$

$$\eta = \frac{1.5 \times 10^{-5} \times 1 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-3} \times 1 \times 10^{-2}}$$

$$= 1.5 \times 10^{-3} \text{ Nsm}^{-2}$$

এখানে,	$A = 10 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
η	$= 1.55 \text{ Nsm}^{-2}$
dv	$= 0.05 \text{ ms}^{-1}$
dy	$= 2 \times 10^{-3} \text{ m}$

এখানে,

$$A = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$F = 1.5 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$dv = 1 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$$

$$dy = 0.1 \text{ cm} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

১৩। $3 \times 10^{-3} \text{ m}$ ব্যাসাৰ্দেৱ একটি গোলক কোন তৱলেৱ ভেতৱ দিয়ে $3 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$ প্ৰাণ্ত বেগ নিয়ে পড়ছে। তৱলেৱ সান্তুতাজ্জ্বল $1.5 \times 10^{-3} \text{ Nsm}^{-2}$ হলে সান্তুতা বল নিৰ্ণয় কৰ।

$$\text{মনে কৰি সান্তুতা বল} = F$$

$$\text{আমৰা জানি}, F = 6\pi\eta rv$$

$$= 6 \times 3.14 \times 1.5 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{-2}$$

$$= 2.54 \times 10^{-6} \text{ N}$$

এখানে,	$r = 3 \times 10^{-3} \text{ m}$
v	$= 3 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$
η	$= 1.5 \times 10^{-3} \text{ Nsm}^{-2}$
F	$= ?$

১৪। $2 \times 10^{-4} \text{ m}$ ব্যাসাৰ্দেৱ একটি লোহার বল তাৰ্পিন তেলেৱ ভেতৱ দিয়ে $4 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$ প্ৰাণ্ত বেগ নিয়ে পড়ছে। যদি লোহা ও তাৰ্পিন তেলেৱ ঘনত্ব যথাকৰমে 7.8×10^3 এবং $0.87 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ হয় তবে তাৰ্পিন তেলেৱ সান্তুতাজ্জ্বল বেৱ কৰ।

$$\text{মনে কৰি তাৰ্পিন তেলেৱ সান্তুতাজ্জ্বল} = \eta$$

$$\text{আমৰা জানি}, \eta = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9v}$$

$$= \frac{2 \times (2 \times 10^{-4})^2 (7.8 \times 10^3 - 0.87 \times 10^3) \times 9.8}{9 \times 4 \times 10^{-2}}$$

$$= \frac{2 \times 4 \times 10^{-8} \times 6.93 \times 10^3 \times 9.8}{9 \times 4 \times 10^{-2}}$$

$$= \frac{8 \times 6.93 \times 9.8 \times 10^{-3}}{36}$$

$$= 1.5 \times 10^{-2} \text{ kgm}^{-1}s^{-1}$$

$$= 1.5 \times 10^{-2} \text{ Nsm}^{-2}$$

এখানে, ব্যাসাৰ্দেৱ, $r = 2 \times 10^{-4} \text{ m}$	\checkmark
v	$= 4 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$
লোহার ঘনত্ব, ρ	$= 7.8 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$
তাৰ্পিন তেলেৱ ঘনত্ব,	

$$\sigma = 0.87 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$F = \eta r^2 \frac{dv}{dy}$$

১৫। $9.5 \times 10^2 \text{ kgm}^{-3}$ ঘনত্ব ও $1 \times 10^{-6} \text{ m}$ ব্যাসাৰ্দেৱিষিষ্ট একটি তেল বিলু বায়ুৰ মধ্য দিয়ে পড়ছে। বায়ুৰ ঘনত্ব 1.3 kgm^{-3} এবং সান্তুতাজ্জ্বল $1.81 \times 10^{-5} \text{ Nsm}^{-2}$ হলে তেল বিলুৰ প্ৰাণ্তিক বেগ নিৰ্ণয় কৰ। [$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$]

$$\text{মনে কৰি প্ৰাণ্তিক বেগ} = v$$

$$\text{আমৰা পাই}, v = \frac{2}{9} \cdot \frac{r^2(\rho - \sigma)g}{\eta}$$

$$\text{এখানে}, r = 1 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\rho = \text{তেলেৱ ঘনত্ব} = 9.5 \times 10^2 \text{ kgm}^{-3}$$

$$\sigma = \text{বায়ুৰ ঘনত্ব} = 1.3 \text{ kgm}^{-3}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\eta = 1.81 \times 10^{-5} \text{ Nsm}^{-2}$$

$$\text{সমীকৰণ (1) হতে পাই},$$

$$v = \frac{2 \times (1 \times 10^{-6})^2 \times (9.5 \times 10^2 - 1.3) \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}}{9 \times 1.81 \times 10^{-5} \text{ Nsm}^{-2}} = 1.14 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$$

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্ৰশ্ন :

- ১। তৱলেৰ পৃষ্ঠা টান কি ? [ৱা. বো. ২০০৪, ২০০২; য. বো., চ. বো. ২০০০; সি. বো. ২০০৪; ব. বো. ২০০২]
- ২। সৰ্প কোণ কাকে বলে ? [কু. বো. ২০০৪ ; সি. বো. ২০০৩]
- ৩। তৱলেৰ পৃষ্ঠা টানেৰ উপৰ তাপমাত্ৰাৰ প্ৰভাৱ কি ? [য. বো. ২০০৪ ; চ. বো. ২০০৩]
- ৪। সংজ্ঞা লিখ :
 সৰ্প কোণ
 পৃষ্ঠা টান
 সান্তুতা
 সান্তুতা সহগ
 কৈশিকতা
- ৫। সান্তুতা সহগ বলতে কি বুঝ ? [ৱা. বো. ২০০৬, ২০০০ ; কু. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০৩ ; চ. বো. ২০০০]
- ৬। সান্তুতাৰ একক ও মাত্ৰা সমীকৰণ দেখাও। [কু. বো. ২০০৩]
- ৭। তৱলেৰ পৃষ্ঠা টান বলতে কি বুঝ ? [য. বো. ২০০৩]
- ৮। আসজন বল কাকে বলে ? [সি. বো. ২০০৩]
- ৯। তৱলেৰ সান্তুতা বলতে কি বুঝ ? [সি. বো. ২০০২ ; ৱা. বো. ২০০১ ; কু. বো. ২০০১]
- ১০। তৱলেৰ কৈশিকতা কি ? [সি. বো. ২০০৬ ; ঢা. বো. ২০০১]
- ১১। সান্তুতা কি ? [য. বো. ২০০১ ; ঢা. বো. ২০০০ ; চ. বো. ২০০০]
- ১২। সান্তুতাৰ উপৰ চাপেৰ প্ৰভাৱ দেখাও। [ঢা. বো. ২০০০]
- ১৩। গ্যাসেৰ সান্তুতাৰ উপৰ তাপমাত্ৰাৰ প্ৰভাৱ দেখাও। [কু. বো. ২০০২]
- ১৪। সান্তুতাৰ গুণাঙ্কেৰ সংজ্ঞা দাও। [ঢা. বো. ২০০৬, ২০০৩ ; কু. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০৬ ; সি. বো. ২০০৬]
- ১৫। পাৰদ ও কাঁচেৰ মধ্যকাৰ সৰ্প কোণ 140° -এৰ অৰ্থ কি ?
- ১৬। পানিৰ পৃষ্ঠা টান 0.072 Nm^{-1} বলতে কি বুঝায় ?
- ১৭। পৃষ্ঠা টান ও পৃষ্ঠা শক্তিৰ মধ্যে পাৰ্শ্বক্য লিখ।
- ১৮। সূচ পানিতে ভাসে কেন ?
- ১৯। ছাতাৰ কাপড়ে ছোট ছোট ছিদ্ৰ থাকে কেন ?

ৱচনামূলক প্ৰশ্ন :

- ১। পৃষ্ঠা টানেৰ আণবিক তত্ত্ব ব্যাখ্যা কৰ। [য. বো. ২০০৫ ; ৱা. বো. ২০০০ ; চ. বো. ২০০০ ; সি. বো. ২০০৪ ; ব. বো. ২০০২ ; কু. বো. ২০০২]
- ২। মাত্ৰা সমীকৰণেৰ সাহায্যে স্টোক্সেৰ সূত্ৰ প্ৰতিপাদন কৰ। [কু. বো. ২০০৪ ; ঢা. বো. ২০০৩]
- ৩। পৃষ্ঠা টান ও পৃষ্ঠা শক্তিৰ মধ্যে সম্পৰ্ক স্থাপন কৰ। [ব. বো. ২০০৬ ; সি. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৩ ; ৱা. বো. ২০০৪, ২০০২]
- ৪। কৈশিক নলেৰ সাহায্যে পানিৰ পৃষ্ঠা টান নিৰ্ণয়েৰ পৰীক্ষা পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰ। [য. বো. ২০০৪ ; ব. বো. ২০০৪ ; ঢা. বো. ২০০২ ; চ. বো. ২০০১, ২০০৪ ; কু. বো. ২০০০ ; সি. বো. ২০০২]
- ৫। কৈশিক নলে তৱল উথানেৰ গাণিতিক রাশি নিৰ্ণয় কৰ। [কু. বো. ২০০৫]
- ৬। তৱল পদাৰ্থেৰ পৃষ্ঠা টান নিৰ্ণয়েৰ তত্ত্ব প্ৰতিপাদন কৰ। [ৱা. বো. ২০০৩ ; ব. বো. ২০০২]
- ৭। অন্ত বেগ নিৰ্ণয়েৰ রাশিমালা বেৱ কৰ। [কু. বো. ২০০৩]
- ৮। কৈশিক নল পদ্ধতিতে তৱল পদাৰ্থেৰ পৃষ্ঠা টান নিৰ্ণয়েৰ সাধাৱণ সূত্ৰ প্ৰতিপাদন কৰ। [ব. বো. ২০০৬ ; সি. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০২]
- ৯। স্টোক্সেৰ সূত্ৰটি বৰ্ণনা কৰ। এই সূত্ৰ ইতে প্ৰমাণ কৰ, ব্যাসাৰ্ধেৰ এবং ঘনত্বেৰ একটি গোলক η সান্তুতাঙ্কেৰ এবং ρ ঘনত্বেৰ একটি প্ৰবাহীৰ মধ্য দিয়ে $\eta = \frac{2r^2(\rho - \rho_0)}{9\pi}$ [চ. বো. ২০০২]
- ১০। স্টোক্সেৰ সূত্ৰটি প্ৰতিপাদন কৰ। [ঢা. বো. ২০০৫]
- ১১। স্টোক্স-এৰ সূত্ৰ বৰ্ণনা কৰ। মাত্ৰা সমীকৰণেৰ সাহায্যে এ সূত্ৰটি প্ৰতিপাদন কৰ। [কু. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৫]
- ১২। সান্তুতাৰেৰ মধ্য দিয়ে পড়ত বস্তুৰ প্ৰাণ্টিক বেগেৰ স্টোক্সেৰ সমীকৰণ বেৱ কৰ। [ঢা. বো. ২০০১]

১৩। দেখাও যে, তরল বুদ্বুদের অভ্যন্তরস্থ অতিৱিক্ত চাপ এৰ ব্যাসাৰ্ধেৰ ব্যস্তানুপাতিক।

[কু. ৰো. ২০০২]

১৪। দেখাও যে, কোন তরলেৰ পৃষ্ঠ শক্তি সংখ্যাগতভাৱে তরলেৰ পৃষ্ঠ টানেৰ সমান।

১৫। সৰ্ব কোণ কোনু কোনু বিষয়েৰ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে ?

গাণিতিক সমস্যাবলি :

১। পানিৰ উপৰিতল হতে 7.5×10^{-2} m লম্বা একটি ফ্ৰেমকে টেনে তুলতে ফ্ৰেমেৰ ওজনসহ সৰ্বোচ্চ যে বলেৰ প্ৰয়োজন হবে তা নিৰ্ণয় কৰ। [পানিৰ পৃষ্ঠ টান = 72.5×10^{-3} Nm⁻¹] [উৎ: 10.875×10^{-3} N]

২। 1×10^{-4} m ব্যাসবিশিষ্ট কাচ নলেৰ পানিৰ আৱোহণ নিৰ্ণয় কৰ। [পানিৰ পৃষ্ঠ টান = 0.07 Nm⁻¹] [উৎ: 0.2857 m]

৩। 2×10^{-3} m ব্যাসেৰ একটি পানি বিন্দুকে ভেজো সমান আকাৰেৰ 10^9 টি ক্ষুদ্ৰ ক্ষুদ্ৰ পানি বিন্দুতে পৱিণত কৰতে কি পৱিমাণ শক্তি প্ৰয়োজন হবে ? [পানিৰ পৃষ্ঠ টান = 73×10^{-3} Nm⁻¹] [উৎ: 9.1×10^{-4} J]

৪। 2×10^{-7} m ব্যাসাৰ্ধেৰ দুটি পানি বিন্দুকে একত্ৰিত কৰে একটি পানি বিন্দুতে পৱিণত কৰলে তাপমাত্ৰা কত বৃদ্ধি পাবে ? [পানিৰ পৃষ্ঠ টান = 0.074 Nm⁻¹] [উৎ: 0.054 K]

৫। 200 mm ব্যাসাৰ্ধেৰ একটি ধাতব গোলক একটি তরলেৰ মধ্য দিয়ে 2.1×10^{-2} ms⁻¹ প্ৰাপ্ত বেগে পড়ছে। তরলেৰ সান্দ্ৰতাৰ্জু 0.003 kgm⁻¹s⁻¹ একক। তরলেৰ সান্দ্ৰ বল নিৰ্ণয় কৰ। [সি. ৰো. ২০০২] [উৎ: 23.74×10^{-5} N]

৬। 10^{-2} kg ভৱেৰ একটি আয়তাকাৰ পাতেৰ দৈৰ্ঘ্য 0.1 m, প্ৰস্থ 2×10^{-2} m ও পুৱুত্ত 1.5×10^{-3} m। একে উলুম্ব তলে অৰ্ধাংশ পানিতে এমনভাৱে নিমজ্জিত কৰা হল যাতে বড় বাহুটি অনুভূমিকভাৱে অবস্থান কৰে। এৰ আপাত ওজন কত হবে ? [পানিৰ পৃষ্ঠ টান = 0.07 Nm⁻¹] [উৎ: 6.63×10^{-2} N]

৭। বাযুতে সৃষ্টি একটি সাবান বুদ্বুদেৰ ব্যাসাৰ্ধ 1×10^{-2} m হতে 4×10^{-2} m-এ পৱিণত কৰতে ব্যয়িত শক্তিৰ পৱিমাণ নিৰ্ণয় কৰ। [সাবান পানিৰ পৃষ্ঠ টান = 0.05 Nm⁻¹] [উৎ: 0.188×10^{-2} J]

৮। 6×10^{-4} m ব্যাসবুক্ত একটি কৈশিক নলে তাৰ্পিন তলেৰ আৱোহণ নিৰ্ণয় কৰ। [তাৰ্পিন তলেৰ পৃষ্ঠ টান = 0.027 Nm⁻¹, সৰ্ব কোণ 17° এবং তাৰ্পিন তলেৰ ঘনত্ব = 8.7×10^2 kg m⁻³] [উৎ: 0.0201 m]

৯। 4 cm ব্যাসেৰ একটি গোলাকাৰ সাবান বুদ্বুদেৰ অভ্যন্তৰীণ অতিৱিক্ত চাপ নিৰ্ণয় কৰ। (সাবান পানিৰ পৃষ্ঠটান 25×10^{-3} Nm⁻¹) [উত্তৰ: 8.5 Nm⁻²]

১০। একটি সাবান বুদ্বুদেৰ ব্যাসাৰ্ধ 2 cm হতে বৃদ্ধি কৰে 4 cm কৰতে কৃতকাজ কত হবে ? (সাবান পানিৰ পৃষ্ঠটান 25×10^{-3} Nm⁻¹) [উত্তৰ: 75×10^{-3} J]

১১। 4mm ব্যাসেৰ কোন পানি বিন্দুৰ ভিতৱেৰ ও বাইৱেৰ চাপেৰ পাৰ্থক্য কত হবে ? (পানিৰ পৃষ্ঠটান = 72×10^{-3} Nm⁻¹) [উত্তৰ: 144 Nm⁻²]

১২। 1.5mm গভীৰতাৰ স্থিৰ তরল পৃষ্ঠেৰ উপৰ 2×10^{-2} m² ক্ষেত্ৰফলেৰ একটি ধাতব প্ৰেট রাখিত আছে। এই ধাতব প্ৰেটকে তরলেৰ উপৰ 4.5 cms⁻¹ বেগে সৱাতে অনুভূমিকভাৱে কত বল প্ৰয়োগ কৰতে হবে ? তরলেৰ সান্দ্ৰতাৰ্জু 2 Nsm⁻²।

[উত্তৰ: 8.12 N]

১৩। 5×10^{-3} m² ক্ষেত্ৰফলেৰ একটি চ্যাপ্টা প্ৰেট অপৰ একটি বড় প্ৰেট হতে 0.2 cm পুৱু ছিসারিনেৰ স্তৰ দ্বাৰা পৃথক কৰা আছে। এ প্ৰেটকে 0.02 ms⁻¹ বেগে চালনা কৰতে কত বলেৰ প্ৰয়োজন হবে ? (ছিসারিনেৰ সান্দ্ৰতাৰ্জু 1.5×10^{-3} Nsm⁻²) [উত্তৰ: 8.75×10^{-5} N]

১৪। পাৱদেৰ পৃষ্ঠটান 4.7×10^{-1} Nm⁻¹ এবং ঘনত্ব 13.6×10^3 kgm⁻³, কাঁচেৰ সাথে পাৱদেৰ সৰ্ব কোণ 140° । 1.8×10^{-3} m ব্যাসেৰ একটি কৈশিক কাঁচনল পাৱদে ডুবালে নলেৰ মধ্যেৰ পাৱদেৰ অবনমন নিৰ্ণয় কৰ।

[উত্তৰ: $— 6 \times 10^{-3}$ m]

১৫। 10^{-2} m² প্ৰস্থছেদেৰ ক্ষেত্ৰফলবিশিষ্ট একটি পাত 2 $\times 10^{-3}$ m পুৱু একটি তরলেৰ উপৰ স্থাপিত। এ প্ৰেটকে 0.03 ms⁻¹ বেগে চালনা কৰতে 0.235 N অনুভূমিক বলেৰ প্ৰয়োজন হলে তরলেৰ সান্দ্ৰতাৰ্জু নিৰ্ণয় কৰ। [উৎ: 1.57 kg s⁻¹m⁻¹]

১৬। 1×10^{-2} m ব্যাসবিশিষ্ট একটি গ্যাসেৰ বুদ্বুদ 1.5×10^3 kg m⁻³ ঘনত্ববিশিষ্ট কোন তরলেৰ মধ্য দিয়ে 4.5×10^{-3} ms⁻¹ স্থিৰ বেগে উপৰে উঠছে। তরলেৰ সান্দ্ৰতাৰ্জু নিৰ্ণয় কৰ। গ্যাসেৰ ঘনত্ব উপেক্ষা কৰ। [উৎ: 18.15 kg m⁻¹s⁻¹]

১৭। একটি গোলাকাৰ তেলেৰ ফোটাৰ ঘনত্ব 800 kg m⁻³ ও ব্যাসাৰ্ধ 1×10^{-4} m। তেলেৰ ফোটাটি 1.72×10^{-5} kg m⁻¹s⁻¹ সান্দ্ৰতা গুণাঙ্কবিশিষ্ট বাযুৰ ভিতৱে পড়তে ধাকলে চূড়ান্ত গতিবেগ কত হবে ? (বাযুৰ ঘনত্ব 1.3 kg m⁻³)

[উৎ: 1.01127 ms⁻¹]

১৮। সয়াবিন তেলেৰ সান্দ্ৰতা গুণাঙ্ক 5.2×10^{-2} Nsm⁻²। সয়াবিন তেলেৰ মধ্য দিয়ে 0.2 mm ব্যাসেৰ একটি ধাতব গোলক 1 ms⁻¹ প্ৰাপ্তিৰ বেগে পড়ছে। সয়াবিনেৰ সান্দ্ৰতাৰ্জুনিত বল নিৰ্ণয় কৰ।

[উৎ: 0.98×10^{-5} N]

তাপ ও গ্যাস

HEAT AND GAS

১১.১ সূচনা

Introduction

দৈনন্দিন অভিজ্ঞতা থেকে আমরা জানি যে, তাপ প্রয়োগ করলে সাধারণত পদার্থের প্রসারণ ঘটে এবং তাপ অপসারণে বা শীতলীকরণে পদার্থের সংকোচন ঘটে। চাপ, আয়তন এবং উষ্ণতা দ্বারা কোন পদার্থের অবস্থা নির্দিষ্ট করা যায়। কঠিন এবং তরল পদার্থের ক্ষেত্রে চাপের প্রভাব খুবই নগণ্য। কিন্তু গ্যাসের ক্ষেত্রে চাপের প্রভাব খুবই প্রবল। তাই গ্যাসের প্রসারণ আলোচনায় চাপের উল্লেখ করা হয়। তাপমাত্রা স্থির রেখে কোন গ্যাসের চাপ পরিবর্তন করলে এর আয়তনের পরিবর্তন ঘটে। আবার চাপ স্থির রেখে কোন গ্যাসের তাপমাত্রা পরিবর্তন করলে এর আয়তনের পরিবর্তন ঘটে। এ কারণে গ্যাসের দু'ধরনের প্রসারণ গুণাঙ্ক রয়েছে।

এ অধ্যায়ে তাপ কি, তাপের আধুনিক মতবাদ, তাপ প্রয়োগে গ্যাসের প্রসারণ জনিত বিভিন্ন সূত্র, প্রসারাঙ্ক, গ্যাসের গতিতত্ত্ব, গতিতত্ত্বের প্রয়োগ, সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাস্তীয় চাপ, আর্দ্রতামিতি, আর্দ্র ও শুক্র বায়ুর বিভিন্ন ঘটনা আলোচনা করা হবে।

১১.২ তাপ

Heat

আমরা দৈনন্দিন জীবনে বিভিন্ন প্রকার শক্তির সঙ্গে পরিচিত। যেমন যান্ত্রিক শক্তি, তড়িৎ শক্তি, রাসায়নিক শক্তি ইত্যাদি। বিভিন্ন প্রকার শক্তির ন্যায় তাপও এক প্রকার শক্তি। শক্তির নিয়তা সূত্র তাপের বেলায়ও প্রযোজ্য। যেমন অন্য রকম শক্তি থেকে সম্ভুল্য তাপ পাওয়া যায়, আবার তাপকেও অন্য প্রকার শক্তিতে রূপান্তরিত করা যায়।

তাপ হল এক প্রকার শক্তি যা কোন বস্তুতে প্রয়োগ বা গমন করলে বস্তুটির তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায় এবং বর্জন করলে তাপমাত্রা হ্রাস পায়। অবশ্য মনে রাখতে হবে যে বস্তুর অবস্থার পরিবর্তনের সময় তাপ দিলেও তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায় না। দুটি ভিন্ন তাপমাত্রার বস্তুর মধ্যে পরিবাহক দ্বারা সংযোগ দিলে দেখা যায় তাপ উচ্চ তাপমাত্রার বস্তু হতে নিম্ন তাপমাত্রার বস্তুতে গমন করছে। এটাই তাপের স্বাভাবিক ধর্ম। উপরের আলোচনা থেকে আমরা তাদের নিম্নরূপ সংজ্ঞা দিতে পারি।

সংজ্ঞা : তাপ এক প্রকার শক্তি যা উচ্চ তাপমাত্রার বস্তু হতে নিম্ন তাপমাত্রার বস্তুতে তাপমাত্রার পার্থক্যের কারণে পরিবহণ, পরিচলন এবং বিকিরণ পদ্ধতিতে গমন করে।

১১.৩ তাপের বিভিন্ন মতবাদ

Different theories of heat

গোড়া হতে উনবিংশ শতাব্দী পর্যন্ত বিজ্ঞানের ইতিহাস আলোচনা করলে দেখা যায় যে, তাপের প্রকৃতি ব্যাখ্যা করার জন্য দুটি প্রতিদ্বন্দ্বী মতবাদ প্রচলিত আছে, যথা—

১। ক্যালরিক মতবাদ (Caloric theory) এবং

২। যান্ত্রিক বা গতি মতবাদ বা আধুনিক মতবাদ (Mechanical or Dynamical or Modern theory)।

ক্যালরিক মতবাদের বিভিন্ন ত্রুটি থাকায় এই মতবাদ প্রত্যাখ্যাত হয়েছে। এখানে তাপের আধুনিক মতবাদ আলোচিত হল।

যান্ত্রিক বা গতি মতবাদ বা আধুনিক মতবাদ :

1849 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী ড. জুল (Joule) তাপের এই মতবাদ প্রতিষ্ঠা করেন। তিনি পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ করেন যে, তাপ এক প্রকার শক্তি এবং তাপ ও যান্ত্রিক শক্তির মধ্যে একটি ঘনিষ্ঠ সম্পর্ক আছে। তাপের গতি

মতবাদ অনুসারে প্রত্যেক বস্তুৰ কণাগুলো কম-বেশি গতিশীল। অতএব কণাগুলো গতিশক্তিৰ অধিকাৰী। কণাসমূহেৰ এই গতিশক্তি তাপ শক্তিতে পরিণত হয় অৰ্থাৎ তাপ গতিৱৰই বৃপ্তান্তৰ মাত্ৰ। উদাহৰণস্বৰূপ বলা যায়, দুটি বস্তুকে একত্ৰে ঘষলে এদেৱ অণুগুলো সজোৱে কম্পিত হয়। কম্পমান অণুগুলোৰ গতিশক্তি তাপ শক্তিতে পরিণত হয়। অতএব উৎপন্ন তাপেৱ মূল উৎস কাজ বা যান্ত্ৰিক শক্তি। সুতৰাং সিদ্ধান্ত কৱা যায় যে, তাপ প্ৰবাহী নয়, এটি বস্তুৰ গতিশীল কণাসমূহ কৰ্তৃক প্ৰাপ্ত এক প্ৰকাৱ শক্তি। যেহেতু তাপেৱ উৎসই হল কাজ, অতএব কাজ, W ও তাপ, H পৱন্সপৱেৱ সমানুপাতিক অৰ্থাৎ $W \propto H$ ।

১১.৪ গ্যাসীয় সূত্ৰ

Gas laws

গ্যাসেৱ [আয়তন], [তাপমাত্ৰা] এবং [চাপ] এই তিনটিকে গ্যাসেৱ [চল রাশি] (Variable) বলে। তাদেৱ যে কোন দুটিৰ মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কৱতে হলে, অপৱ একটিকে অপৱিৰভিত্তি রাখতে হবে। এ অনুযায়ী হিসাব কৱলে আমৱা তিনটি সম্পর্ক পাই। তিনটি সূত্ৰ দ্বাৱা এই তিনটি সম্পর্ক নিয়ন্ত্ৰিত হয়। এই তিনটি সূত্ৰকে গ্যাসীয় সূত্ৰ (Gas Laws) বলা হয়। গ্যাসীয় সূত্ৰ আলোচনাৰ পূৰ্বে গ্যাস কি জানা দৱকাৱ। গ্যাসেৱ নিম্নলিখিত যে কোন একটি সংজ্ঞা দেয়া যেতে পাৱে :

সংজ্ঞা (i) সাধাৱণ তাপমাত্ৰা ও চাপে যে সব পদাৰ্থ বায়বীয় অবস্থায় থাকে, তাদেৱকে গ্যাস বলে। যেমন হাইড্ৰোজেন, অক্সিজেন, নাইট্ৰোজেন ইত্যাদি গ্যাস।

(ii) বৰ্তমান প্ৰচলিত মত অনুসারে সংকট তাপমাত্ৰার উপৱে কোন পদাৰ্থেৱ বায়বীয় অবস্থাৰ নাম গ্যাস।

নিম্নে গ্যাসেৱ তিনটি সূত্ৰ বৰ্ণনা কৱা হল —

১। বয়েল-এৱ সূত্ৰ : 1662 খ্ৰিস্টাব্দে রবাৰ্ট বয়েল নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্ৰায় কোন গ্যাসেৱ চাপ ও আয়তনেৰ মধ্যে সম্পৰ্ক নিৰ্দেশ কৱে একটি সূত্ৰ আবিষ্কাৱ কৱেন। এৱ নাম বয়েল-এৱ সূত্ৰ। সূত্ৰটি নিম্নে বিবৃত হল :

‘তাপমাত্ৰা স্থিৱ থাকলে, কোন নিৰ্দিষ্ট ভৱেৱ গ্যাসেৱ আয়তন তাৱে চাপেৱ ব্যৱহাৰনুপাতিক।’

মনে কৱি স্থিৱ তাপমাত্ৰায় কোন নিৰ্দিষ্ট ভৱেৱ গ্যাসেৱ চাপ এবং আয়তন যথাক্রমে P এবং V।

অতএব আমৱা পাই, $V \propto \frac{1}{P}$

বা, $V = \text{ধৰ্বক} \times \frac{1}{P}$

বা, $PV = \text{ধৰ্বক} = K$

বা, $PV = K$

(1)

এই সমীকৱণকে সমোক্ষ সমীকৱণ (Isothermal equation) বলে।

যদি স্থিৱ তাপমাত্ৰায় কোন নিৰ্দিষ্ট ভৱেৱ গ্যাসেৱ P_1, P_2, P_3, \dots ও P_n চাপে আয়তন যথাক্রমে V_1, V_2, V_3, \dots ও V_n হয়, তবে আমৱা পাই, $P_1V_1 = P_2V_2 = P_3V_3 = \dots = P_nV_n = \text{ধৰ্বক}$ ।

২। চাৰ্লস-এৱ সূত্ৰ : 1787 খ্ৰিস্টাব্দে ফৱাসি বিজ্ঞানী চাৰ্লস এই সূত্ৰ আবিষ্কাৱ কৱেন। তাৱে নামানুসারে এই সূত্ৰকে চাৰ্লস-এৱ সূত্ৰ বলে। এটি নিৰ্দিষ্ট চাপে তাপমাত্ৰা এবং আয়তনেৰ সম্পৰ্ক নিৰ্দেশ কৱে। এই সূত্ৰ অনুসারে স্থিৱ চাপে কোন নিৰ্দিষ্ট ভৱেৱ গ্যাসেৱ আয়তন 0°C হতে প্ৰতি ডিগ্ৰী সেলসিয়াস তাপমাত্ৰা পৱিবৰ্তনেৱ অন্ত্য 0°C -এৱ আয়তনেৱ নিৰ্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ বা 0.00366 অংশ পৱিবৰ্তিত হয়।

মনে কৱি 0°C তাপমাত্ৰায় কোন নিৰ্দিষ্ট ভৱেৱ গ্যাসেৱ আয়তন = V_0

চাৰ্লস-এৱ সূত্ৰানুযায়ী স্থিৱ চাপে,

$$1^{\circ}\text{C} \text{, তাপমাত্ৰায় ঐ গ্যাসেৱ আয়তন} = V_0 + \frac{V_0}{273}$$

$$0^{\circ}\text{C} \quad " \quad " \quad " \quad = V_0 + \frac{V_0 \times \theta}{273}$$

মনে করি স্থির চাপে ঐ গ্যাসের 0°C তাপমাত্রায় আয়তন = V

$$\text{আমরা পাই}, V = V_0 + \frac{V_0\theta}{273} = V_0 \left(1 + \frac{\theta}{273}\right) \quad (2)$$

পরম ক্ষেলে চার্লস-এর সূত্র :

সমীকরণ (2) অনুসারে,

$$V = V_0 \left(\frac{273 + \theta}{273}\right) = \frac{V_0 T}{273}$$

এখানে T হচ্ছে পরম ক্ষেলে তাপমাত্রা। $T = \theta + 273$

$$\text{ধরা যাক}, \frac{V_0}{273} = K = \text{শ্বেত}$$

$$\text{অতএব}, V = KT$$

$$\text{বা}, V \propto T \quad (2a)$$

অর্থাৎ, নির্দিষ্ট চাপে একটি নির্দিষ্ট তরের কোন গ্যাসের প্রাথমিক আয়তন তার পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। এটিই পরম ক্ষেলে চার্লসের সূত্র।

ব্যাখ্যা : মনে করি নির্দিষ্ট চাপ ও তরের কোন গ্যাসের প্রাথমিক আয়তন V_1 ও প্রাথমিক তাপমাত্রা T_1 । এর চূড়ান্ত আয়তন V_2 ও চূড়ান্ত তাপমাত্রা T_2 হলে চার্লসের সূত্রানুসারে,

$$V_1 = KT_1 \text{ এবং } V_2 = KT_2$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\text{বা}, \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (3)$$

৩। চাপীয় সূত্র : 1842 খ্রিস্টাব্দে রিখ্যাত বিজ্ঞানী রেনো (Regnault) এই সূত্র আবিষ্কার করেন। এজন এই সূত্রকে রেনোর চাপীয় সূত্র বলা হয়। এটি স্থির আয়তনে চাপ এবং তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে। এই সূত্র অনুসারে, স্থির আয়তনে কোন নির্দিষ্ট তরের গ্যাসের চাপ 0°C হতে প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য তার 0°C -এর চাপের একটি নির্দিষ্ট শগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ বা, 0.00366 অংশ পরিবর্তিত হয়।

মনে করি 0°C তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট তরের গ্যাসের চাপ = P_0

রেনোর চাপীয় স্ত্রানুযায়ী স্থির আয়তনে,

$$1^{\circ}\text{C} \text{ তাপমাত্রায় ঐ গ্যাসের চাপ} = P_0 + \frac{P_0}{273}$$

$$0^{\circ}\text{C} \quad " \quad " \quad " = P_0 + \frac{P_0 \times \theta}{273}$$

মনে করি স্থির আয়তনে $t_1^{\circ}\text{C}$ তাপমাত্রায় ঐ গ্যাসের চাপ = P_1

$$\text{আমরা পাই}, P = P_0 + \frac{P_0 \times \theta}{273} = P_0 \left(1 + \frac{\theta}{273}\right) = P_0 \left(\frac{273 + \theta}{273}\right) \dots \quad (4)$$

পরম ক্ষেলে চাপের সূত্র :

সমীকরণ (4) অনুসারে,

$$P = P_0 \left(\frac{273 + \theta}{273}\right) = \frac{P_0 T}{273}$$

এখানে T হচ্ছে পরম ক্ষেলে তাপমাত্রা। $T = \theta + 273$

$$\text{ধরা যাক}, \frac{P_0}{273} = K = \text{শ্বেত}$$

$$\text{অতএব}, P = KT$$

$$\text{বা}, P \propto T \quad (4a)$$

অর্থাৎ, নির্দিষ্ট আয়তনে একটি নির্দিষ্ট ভৱের কোন গ্যাসের চাপ তার পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। এটিই পরম ক্ষেত্রে চাপের সূত্র।

ব্যাখ্যা : মনে করি, একটি গ্যাসের প্রাথমিক চাপ P_1 , প্রাথমিক তাপমাত্রা T_1 , চূড়ান্ত চাপ P_2 ও চূড়ান্ত তাপমাত্রা T_2 ।

চাপীয় সূত্রানুসারে,

$$P_1 = KT_1 \text{ এবং } P_2 = KT_2$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\text{বা, } \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

(5)

১১.৫ পরম শূন্য তাপমাত্রা বা পরম শীতলতা

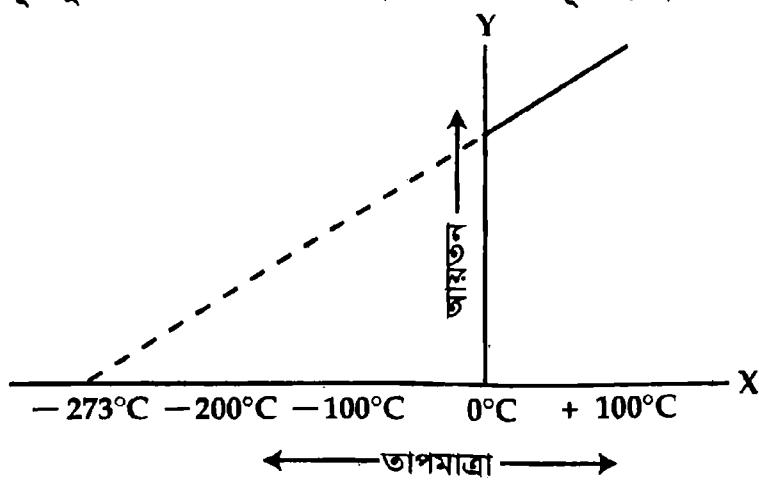
Absolute zero temperature

চার্লসের সূত্র হতে আমরা দেখতে পাই যে, স্থির চাপে যদি 0°C তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট ভৱের একটি গ্যাসের আয়তন V_0 হয় এবং 0°C তাপমাত্রায় তার আয়তন V হয়, তবে

$$V = V_0 \left(1 + \frac{\theta}{273} \right)$$

$$- 273^{\circ}\text{C} \text{ তাপমাত্রায় উক্ত গ্যাসের আয়তন, } V_{-273} = V_0 \left(1 - \frac{273}{273} \right) = 0$$

অর্থাৎ স্থির চাপে গ্যাসকে ঠাণ্ডা করে তার তাপমাত্রা $- 273^{\circ}\text{C}$ করলে আয়তন শূন্য হবে। তাপমাত্রা আরও কমালে গ্যাসের আয়তন ঘণ্টাক হবে। কিন্তু ঘণ্টাক আয়তন অর্থহীন। অতএব সর্বনিম্ন তাপমাত্রা $- 273^{\circ}\text{C}$ । প্রকৃতপক্ষে এই তাপমাত্রা $- 273.16^{\circ}\text{C}$ । কোন কিছুরই তাপমাত্রা এর অপেক্ষা কম হতে পারে না। শুধু পৃথিবীতে নয়, সৌরজগৎ তথা মহাবিশ্বে এর কম তাপমাত্রা কোথাও থাকতে পারে না। এজন্য $- 273^{\circ}\text{C}$ তাপমাত্রাকে সর্বনিম্ন তাপমাত্রা বা পরম বা চরম শূন্য তাপমাত্রা বা চরম শীতলতা (Absolute zero temperature) বলা হয়। কাজেই, স্থির চাপে একটি নির্দিষ্ট ভৱের কোন গ্যাসের তাপমাত্রা ক্রমশ কমাতে থাকলে, চার্লসের সূত্রানুযায়ী যে তাপমাত্রায় পৌছে তার আয়তন শূন্য হয় ও গ্যাসের গতিশক্তি সম্পূর্ণরূপে লোপ পায় তাকে পরম শূন্য তাপমাত্রা বলে।



চিত্র : ১১.১

গ্যাসের চাপীয় সূত্র হতেও আমরা পাই যে, $- 273^{\circ}\text{C}$ তাপমাত্রায় যে কোন গ্যাসের চাপ শূন্য হবে।

$$\text{কারণ } P_{-273} = P_0 \left(1 - \frac{273}{273} \right) = 0$$

পরম শূন্য তাপমাত্রা একটি গাণিতিক হিসাব মাত্র। মূলত এই তাপমাত্রা কোন গ্যাস থার্মেটিয়ারে পাওয়া যায়নি।। কারণ প্রত্যেক গ্যাস এই তাপমাত্রায় পৌছার পূর্বে তরল বা কঠিনে পরিণত হয়। যেমন বায়ু $- 184^{\circ}\text{C}$ এবং হাইড্রোজেন $- 269^{\circ}\text{C}$ তাপমাত্রায় তরল হয়।

যদি স্থির চাপে কোন গ্যাসের বিভিন্ন তাপমাত্রার আয়তন জ্ঞেন একটি লেখচিত্র অঙ্কন করা যায়, তা হলে লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা হবে [চিত্র ১১.১]। ঐ সরলরেখাকে বর্ধিত করলে তা তাপমাত্রা অক্ষকে $- 273^{\circ}\text{C}$ -এ হেদ করবে অর্থাৎ $- 273^{\circ}\text{C}$ তাপমাত্রায় কোন গ্যাসেরই কোন আয়তন থাকে না।

১১.৬ তাপমাত্রার পরম স্কেল Absolute scale of temperature

পরম শূন্য তাপমাত্রাকে শূন্য ধরে তাপমাত্রার একটি স্কেল তৈরি হয়েছে, এর নাম তাপমাত্রার পরম বা চরম স্কেল। এই স্কেলে প্রতি ডিগ্রী তাপমাত্রার ব্যবধান সেলসিয়াস বা ফারেনহাইট যে কোন একটিতে হতে পারে।

পরম শূন্য তাপমাত্রাকে শূন্য ধরে তাপমাত্রার যে স্কেলে প্রতি ডিগ্রী তাপমাত্রার ব্যবধান এক ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডের সমান করা হয়, তার নাম পরম সেলসিয়াস স্কেল। সর্ড কেলভিনের নামানুসারে এই স্কেলের তাপমাত্রাকে K (কেলভিন) দ্বারা সূচিত করা হয়।

$$\text{এ ক্ষেত্রে } 0^{\circ}\text{C} = 273\text{K} ; 1^{\circ}\text{C} = (273 + 1)\text{K} ; 100^{\circ}\text{C} = (273 + 100)\text{K}$$

$$0^{\circ}\text{C} = (273 + 0)\text{K}$$

$$(273 + \theta) \text{ K কে } TK \text{ দ্বারা নির্দেশ করে পাওয়া যায়, } T = (273 + \theta)$$

কেলভিনের স্কেল অনুযায়ী বরফের গলনাঙ্ক 273K এবং পানির মুটনাঙ্ক 373K। আরও সোজাভাবে বলা যায়,

$$\text{পরম সেলসিয়াস স্কেলের পাঠ} = \text{সেলসিয়াস পাঠ} + 273$$

১১.৭ স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারাঙ্ক

Co-efficient of volume expansion of a gas at constant pressure

সংজ্ঞা : স্থির চাপে 0°C তাপমাত্রার নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস বৃদ্ধির কলে ঐ গ্যাসের প্রতি একক আয়তনে যে প্রসারণ ঘটে তাকে স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারাঙ্ক বা আয়তন প্রসারণ সহগ (γ_p) বলে।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, 0°C তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের আয়তন V_0 এবং 0°C তাপমাত্রায় ঐ গ্যাসের আয়তন V । অতএব সংজ্ঞানুসারে গ্যাসের আয়তন প্রসারাঙ্ক (γ_p),

$$\gamma_p = \frac{V - V_0}{V_0 (\theta - 0)} = \frac{V - V_0}{V_0 \theta} \quad (6)$$

বায়ুর জন্য γ_p -এর মান $0.00366^{\circ}\text{C}^{-1}$ বলতে বুঝায় যে চাপ স্থির রেখে 0°C তাপমাত্রার 1 m^3 বায়ুর তাপমাত্রা 1°C বাড়ালে এর আয়তন 0.00366 m^3 বাড়ে।

১১.৮ স্থির আয়তনে গ্যাসের চাপ প্রসারাঙ্ক

Co-efficient of pressure expansion of a gas at constant volume

সংজ্ঞা : স্থির আয়তনে 0°C তাপমাত্রার নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস বৃদ্ধির কলে ঐ গ্যাসের প্রতি একক চাপের যে বৃদ্ধি ঘটে তাকে স্থির আয়তনে গ্যাসের চাপ প্রসারাঙ্ক বা গ্যাসের চাপ প্রসারণ সহগ (γ_v) বলে,

ব্যাখ্যা : ধরা যাক 0°C তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের চাপ P_0 এবং 0°C তাপমাত্রায় ঐ গ্যাসের চাপ P। অতএব সংজ্ঞানুসারে গ্যাসের চাপ প্রসারাঙ্ক γ_v ,

$$\gamma_v = \frac{P - P_0}{P_0 (\theta - 0)} = \frac{P - P_0}{P_0 \theta} \quad (7)$$

স্থির আয়তনে বায়ুর চাপ প্রসারাঙ্ক $0.003666^{\circ}\text{C}^{-1}$ বলতে বুঝায় যে আয়তন স্থির রেখে 0°C তাপমাত্রায় একক চাপের (1 Pa) বায়ুর তাপমাত্রা 1°C বাড়ালে এর চাপ 0.003666 Pa বাড়ে।

১১.৯ গ্যাস সূত্রের সমন্বয় এবং আদর্শ গ্যাস সমীকৰণ প্রতিপাদন Combination of the laws of gases and deduction of ideal gas equation

সূচনা : আদর্শ গ্যাসের চাপ, আয়তন এবং পরম তাপমাত্রার মধ্যে একটি সম্পর্ক আছে যা একটি সমীকৰণের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়। এই সমীকৰণটির নাম আদর্শ গ্যাস সমীকৰণ (Ideal Gas Equation)। সমীকৰণটি নিম্নে প্রতিপাদন করা হল।

মনে করি কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ, আয়তন এবং পরম তাপমাত্রা যথাক্রমে P , V এবং T । তাপমাত্রা স্থির থাকলে বয়েল-এর সূত্রানুসারে আমরা পাই,

$$V \propto \frac{1}{P} \quad (A)$$

আবার চাপ স্থির থাকলে চার্লস-এর সূত্রানুসারে আমরা পাই,

$$V \propto T \quad (B)$$

সূত্রাং সমীকৰণ (A) এবং সমীকৰণ (B) হতে P এবং T উভয়েই এক সঙ্গে পরিবর্তিত হলে যুগ্মভেদের উপপাদ্য হতে আমরা পাই,

$$V \propto \frac{T}{P}$$

$$\text{বা, } V = \text{ধ্রুবক} \times \frac{T}{P}$$

$$\text{বা, } V = K \cdot \frac{T}{P}$$

$$\text{বা, } PV = KT$$

$$\text{বা, } \frac{PV}{T} = K \text{ (ধ্রুবক)} \quad (8)$$

এখন, T_1, T_2, \dots, T_n তাপমাত্রায় এই একই ভর গ্যাসের আয়তন এবং চাপ যথাক্রমে $V_1, P_1, V_2, P_2, \dots$ এবং V_n, P_n হলে সমীকৰণ (8) অনুসারে আমরা পাই,

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \dots = \frac{P_n V_n}{T_n} = K \text{ (ধ্রুবক)} \quad (9)$$

অর্থাৎ সমীকৰণ (8) হতে পাই,

$$PV = KT \quad (10)$$

উক্ত সমীকৰণে K -কে গ্যাস ধ্রুবক এবং PV ও T -কে গ্যাসের অবস্থার উপাদান বলে। K -এর মান গ্যাসের পরিমাণের উপর নির্ভর করে। একই চাপ এবং তাপমাত্রায় এক মোল (1 mole) অর্ধাং এক গ্রাম অণু ভরের সকল গ্যাসের আয়তন সমান এবং এর মান $22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ । ফলে K -এর মান এক মোল ভরের সকল গ্যাসের ক্ষেত্রে সমান হয়। এই কারণে এক গ্রাম অণু গ্যাসের জন্য তার অবস্থার সমীকৰণে K -এর পরিবর্তে R লেখা হয়। R এর মান সকল গ্যাসের ক্ষেত্রে সমান, গ্যাসের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না। এজন্য R -এর নাম সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক (Universal gas constant) বা মোলার গ্যাস ধ্রুবক (Molar gas constant)। অতএব এক গ্রাম অণু গ্যাসের ক্ষেত্রে আমরা পাই,

$$PV = RT \quad (11)$$

এখানে R একটি ধ্রুবক। এখন P, V এবং T এর মধ্যে দুটি রাশি জানা থাকলে তৃতীয়টির মান বের করে গ্যাসের অবস্থা সম্পূর্ণ জানা যায়।

এক মোল গ্যাসের পরিবর্তে n মোল গ্যাসের কথা বিবেচনা করা হলে R -এর পরিবর্তে nR লিখতে হবে।

আমরা পাই

$$PV = nRT \quad (12)$$

এটিই হল আদর্শ গ্যাসের সাধারণ সমীকৰণ। একে বয়েল এবং চার্লস এবং সূত্রের সমন্বয় সমীকৰণও বলা হয়।

বইঘর কম

পুনঃ, কোন গ্যাসের ভর = m এবং আণবিক ভর = M হলে,

গ্রামে গ্যাসের ভর

$$\cdot n = \frac{\text{মোল সংখ্যা}}{\text{গ্রামে তার আণবিক ভর}}$$

সমীকরণ (9) হতে পাই:

$$\checkmark \quad PV = \frac{m}{M} \times RT$$

(13)

যে সকল গ্যাস সমীকরণ (12) মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে। সুতরাং, আদর্শ গ্যাসের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যেতে পারে।

সংজ্ঞা : যে সকল গ্যাস সকল তাপমাত্রা এবং চাপে বয়েল ও চার্লস-এর সূত্র মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে। তবে বাস্তবে নিম্নচাপ ও উচ্চ তাপমাত্রা ছাড়া কোন প্রকৃত গ্যাসই আদর্শ গ্যাস সমীকরণ মেনে চলে না। তবে কিছু গ্যাস যেমন হাইড্রোজেন, অক্সিজেন ইত্যাদি বিশেষ অবস্থায় আদর্শ গ্যাসের ন্যায় আচরণ করে।

১১.১০ প্রমাণ বা স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপ

Standard or normal temperature and pressure (STP or NTP)

প্রমাণ বা স্বাভাবিক তাপমাত্রা : প্রমাণ বা স্বাভাবিক চাপে (760 mm পারদ স্তম্ভ চাপ) যে তাপমাত্রায় বরফ গলে পানিতে পরিণত হয় বা পানি জলে বরফে পরিণত হয় সেই তাপমাত্রাকে প্রমাণ বা স্বাভাবিক তাপমাত্রা বলে। সেলসিয়াস ক্রেতে এটি 0°C এবং পরম বা এস. আই. এককে 273.16 K ।

প্রমাণ বা স্বাভাবিক চাপ : সমৃদ্ধ পৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে 0°C বা 273.16 K তাপমাত্রায় উল্লম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতাবিশিষ্ট শুরু ও বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভ যে চাপ দেয় তাকে প্রমাণ বা স্বাভাবিক চাপ বলে।

$$\therefore \text{প্রমাণ চাপ} = 760 \text{ mm পারদ স্তম্ভ চাপ}$$

$$= 0.76 \text{ m} \times 13596 \text{ kgm}^{-3} \times 9.806 \text{ ms}^{-2}$$

$$= 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2} \quad [P = h\rho g]$$

$$= 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{ca}} = \sqrt{\text{N m}^{-2}}$$

১১.১১ R-এর অর্থ, একক এবং মান

Meaning, unit and value of R

যে কোন গ্যাসের ভর এক গ্রাম মোল হলে, সকল গ্যাসের ক্ষেত্রে K-এর মান সমান হয় এবং ধ্রুবক K-কে R দ্বারা প্রকাশ করা হয়। সে জন্য R-কে সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলা হয়।

(ক) R-এর অর্থ : n মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে আমরা পাই,

$$PV = nRT$$

$$R = \frac{PV}{nT} = \frac{\text{কাজ বা শক্তি}}{\text{মোল সংখ্যা} \times \text{ডিগ্রী তাপমাত্রা}}$$

(14)

উক্ত সমীকরণ হতে R-এর নিম্নলিখিত সংজ্ঞা দেয়া যায়—

সংজ্ঞা : এক মোল আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী বাড়ালে তা যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তাকে সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলে। এটিই হল R-এর অর্থ বা তাৎপর্য।

(খ) R-এর একক : আমরা জানি,

এস. আই. পদ্ধতিতে কাজ বা শক্তির একক = জুল, n-এর একক মোলসংখ্যা এবং তাপমাত্রার একক = কেলভিন (K)।

এস. আই. পদ্ধতিতে R -এর একক হল $\text{জুল কেলভিন}^{-1} \text{ মোল}^{-1}$ ($\text{JK}^{-1} \text{ mole}^{-1}$)। এককের বিভিন্ন পদ্ধতিতে R -এর একক বিভিন্ন হবে।

(গ) R -এর মান : এস. আই. পদ্ধতিতে স্বাভাবিক তাপমাত্রা এবং চাপে (N. T. P)

$$P = 1 \text{ বায়ুমণ্ডলীয় চাপ} = 1.013 \times 10^5 \text{ নিউটন/বর্গমিটার} (\text{Nm}^{-2}).$$

$$1 \text{ মোল গ্যাসের আয়তন } V = 22.4 \times 10^{-3} \text{ ঘনমিটার} (\text{m}^3) \text{ এবং তাপমাত্রা } T = 273.16\text{K}$$

$$R = \frac{PV}{nT} = \frac{1.013 \times 10^5 \times 22.4 \times 10^{-3}}{1 \times 273.16} = 8.314 \text{ JK}^{-1} \text{ mole}^{-1} (\text{জুল কেলভিন}^{-1} \text{ মোল}^{-1})$$

১১.১২ গ্যাসের ঘনত্বের সমীকরণ

Equation of density of a gas

ধৰা যাক $T_1\text{K}$ পরম তাপমাত্রায় m ভৱের কোন গ্যাসের আয়তন V_1 , চাপ P_1 ও ঘনত্ব ρ_1 এবং $T_2\text{K}$ পরম তাপমাত্রায় তার আয়তন V_2 , চাপ P_2 ও ঘনত্ব ρ_2 । গ্যাসটি তার অবস্থার সমীকরণ মেনে চললে,

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\therefore \text{অর্থাৎ, } \frac{P_1}{T_1} \cdot \frac{m}{\rho_1} = \frac{P_2}{T_2} \cdot \frac{m}{\rho_2} \quad \left[\rho_1 = \frac{m}{V_1} \text{ এবং } \rho_2 = \frac{m}{V_2} \right]$$

$$\therefore \frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2} \quad \text{একটি ধ্রুবক}$$

(15)

এটিও (আদর্শ) গ্যাসের অবস্থার সমীকরণ নির্দেশ করে। এ সমীকরণ অনুসারে,

(ক) $P_1 = P_2$ হলে, $\rho_1 T_1 = \rho_2 T_2$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

(16)

সূতরাং স্থির চাপে একটি নির্দিষ্ট ভৱের কোন গ্যাসের ঘনত্ব তার পরম তাপমাত্রার ব্যুত্তানুপাতিক।

(খ) $T_1 = T_2$ হলে, $\frac{P_1}{\rho_1} = \frac{P_2}{\rho_2}$

(17)

কাজেই, স্থির তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট ভৱের কোন গ্যাসের চাপ তার ঘনত্বের সমানুপাতিক।

১১.১৩ গ্যাসের গতিতত্ত্ব

Kinetic theory of gases

সকল গ্যাসই মোটামুটি বয়েল, চার্লস এবং চাপের সূত্র মেনে চলে। এজন্য সকল গ্যাসের একটি সাধারণ গঠন আছে বলে ধরে নেয়া যায়। সকল গ্যাসই তথা সকল বস্তুই অসংখ্য অণুর সমষ্টি। এ অণুগুলো অবিরাম গতিশীল অবস্থায় থাকে। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে তাদের গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। কঠিন পদাৰ্থের অণুগুলো খুবই ঘন সন্নিবিষ্ট থাকায় সংস্কৃতি বল অধিক। এর ফলে কঠিন পদাৰ্থের নির্দিষ্ট আকার ও আয়তন থাকে। তরল পদাৰ্থের অণুগুলোর পাইল্পারিক সংস্কৃতি বল অপেক্ষাকৃত কম। ফলে এদের নির্দিষ্ট আকার থাকে না, কিন্তু আয়তন থাকে। গ্যাসের অণুগুলোর মধ্যে সংস্কৃতি বল একেবারে নেই বললেই চলে। ফলে গ্যাসের অণুগুলো স্বাধীনভাবে চলাচল করতে পারে। তাই গ্যাসীয় পদাৰ্থের নির্দিষ্ট কোন আকার বা আয়তন নেই।

বইয়ের কথা

ডেভি, জুল, রামফোর্ড প্রমুখ বিজ্ঞানী বিভিন্ন পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণ করেছেন যে, তাপ এক প্রকার শক্তি এবং পদার্থ কণার গতির ফলেই তাপ সৃষ্টি হয়। তা হলে দেখা যাচ্ছে, তাপ হল গতির একটি বিশেষ রূপ। অতএব গ্যাসের গতিশীলতার জন্য তাপ উৎপন্ন হয়। এটি হল গ্যাসের গতিতত্ত্ব। গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে গ্যাসের গতির প্রকৃতি এবং উচ্চত তাপের মধ্যে সম্পর্ক জানা যায়।

1730 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী বার্নোলি (Bernoulli) সর্বপ্রথম গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে গ্যাসের সূত্রাবলি ব্যাখ্যা করেন। এ কারণে বিজ্ঞানী বার্নোলিকে গ্যাসের গতিতত্ত্বের জনক বলা হয়। কিন্তু 1860 খ্রিস্টাব্দে ক্লিসিয়াস, ম্যাজ্জাওয়েল, বোল্জম্যান, জিন, ভ্যান-ডার ওয়াল্স প্রমুখ বিজ্ঞানী গ্যাসের গতিতত্ত্বের প্রভৃতি উন্নতি সাধন করেন এবং এই তত্ত্বের সাহায্যে গ্যাসের নানারূপ আচরণের সম্মোহনক ব্যাখ্যা প্রদান করেন।

১১.১৩.১ গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্যসমূহ

Fundamental Postulates of Kinetic theory of gases

গ্যাসের গতিতত্ত্ব সূপ্রতিষ্ঠিত করার জন্য কতগুলো পূর্বশর্ত গ্রহণ করা হয়েছিল। এগুলোকে মৌলিক স্বীকার্য বলা হয়। ক্লিসিয়াস সর্বপ্রথম এই স্বীকার্যগুলো লিপিবদ্ধ করেন। স্বীকার্যসমূহ নিম্নে উল্লেখ করা হল :

১। সকল গ্যাসই ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অণু দ্বারা গঠিত। একটি গ্যাসের সকল অণু সমান তরের এবং সদৃশ, কিন্তু বিভিন্ন গ্যাসের অণুগুলো ভিন্ন ভিন্ন। অণুগুলো নিউটনের গতিসূত্র মেনে চলে। উদাহরণস্বরূপ বলা যায়, হাইড্রোজেন গ্যাসের সকল অণু সদৃশ, অঙ্গীজেন গ্যাসের সকল অণু সদৃশ। কিন্তু হাইড্রোজেন গ্যাসের অণু এবং অঙ্গীজেন গ্যাসের অণু সদৃশ নয়।

২। গ্যাসের অণুগুলো বিন্দু ভর (point mass) আদর্শ স্থিতিস্থাপক গোলক। অণুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্বের তুলনায় এদের আয়তন উপেক্ষণীয়।

৩। অণুগুলো সতত সম্পর্ণশীল, এদের মধ্যে কোন আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল নেই। অণুগুলোর গতিবেগ সব দিকে প্রসারিত এবং এই বেগ শূন্য হতে অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত হতে পারে।

৪। অণুগুলো পরস্পরের সাথে ও আধারের দেওয়ালের সাথে ধাক্কা খাচ্ছে। দুটি ধাক্কার মধ্যবর্তী সময়ে অণুগুলো সম্প্রেক্ষে সরলরেখা বরাবর চলে। পরপর দুটি ধাক্কার মধ্যবর্তী দূরত্বকে মুক্ত পথ (free path) বলে।

৫। একটি ধাক্কা সংঘটিত হতে যে সময় লাগে তা মুক্ত পথ অতিক্রম করার সময়ের তুলনায় অতি নগ্য, তাই ধাক্কাগুলো তাৎক্ষণিক। যেহেতু অণুগুলো সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক গোলক, তাই ধাক্কার পূর্বে ও পরে এদের ভরবেগ ও গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে।

৬। গ্যাসের অণুগুলো আধারের সময় আয়তনে মুক্তভাবে বিচরণকরে। গ্যাসের অণুগুলো অনবরত ধাক্কা খেলেও স্থিতাবস্থায় (steady state) এক ঘন আয়তনে অণুর সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকে। অর্থাৎ আদর্শ গ্যাসের আণবিক ঘনত্ব সরবরাহ স্থির থাকে।

এখানে উল্লেখ থাকে যে, গ্যাসের মৌলিক স্বীকার্যগুলো যেসব গ্যাস সর্বতোভাবে মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে। কিন্তু বাস্তব গ্যাস (Real gas) সকল স্বীকার্য মেনে চলে না।

১১.১৪ গড় বেগ, গড় বর্গবেগ এবং গড় বর্গবেগের বর্গমূল

Mean velocity, mean square velocity and root mean square velocity

কোন একটি বস্তু অসম বেগে গমন করলে মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব এবং মোট সময়ের ভাগফলকে গড় বেগ বলে। আবার, দুই বা ততোধিক বেগের গড় মানকে গড় বেগ বলে। মনে করি গ্যাসের n সংখ্যক অণুর বেগ যথাক্রমে $c_1, c_2, \dots, c_3, \dots, c_n$ । অতএব তাদের

$$\text{গড় বেগ}, \quad c_a = \frac{c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n}{n} \quad (18)$$

$$\text{গড় বর্গবেগ}, \quad c_a^2 = \frac{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_n^2}{n} \quad (19)$$

পুনঃ দুই বা ততোধিক বেগের বর্গের গড় মানের বর্গমূলকে গড় বর্গবেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ বলে। অতএব গড় বর্গবেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ

$$c = \sqrt{c_n^2} = \sqrt{\frac{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_n^2}{n}} \quad (20)$$

সাধারণত মূল গড় বর্গবেগ গড় বেগ অপেক্ষা বেশি মানের হয়। নিচের উদাহরণ থেকে বিষয়টি স্পষ্ট হবে। ধরা যাক চারটি অণুর বেগ যথাক্রমে 3, 4, 5 এবং 6 একক।

সূতরাং, এদের গড় বেগ, $\bar{c} = \frac{3+4+5+6}{4} = 4.5$

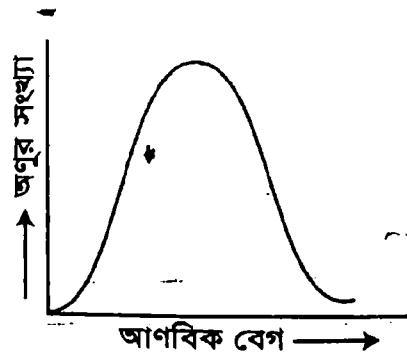
এবং মূল গড় বর্গবেগ $\sqrt{\bar{c}^2} = \sqrt{\frac{3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2}{4}} = 4.64$

১১.১৫ আণবিক বেগের বণ্টন

Distribution of Molecular Velocities

যে কোন পরিমাণ গ্যাসে অসংখ্য অণু থাকে। অবিরাম সংঘর্ষের ফলে অণুগুলোর গতিবেগের তারতম্য হয় এবং অণুগুলো বিভিন্ন বেগে বিভিন্ন দিকে গতিশীল। সংঘর্ষের কারণে প্রতিনিয়ত প্রতিটি অণুর শক্তি ও বেগের পরিবর্তন ঘটে। ফলে অণুগুলোর শক্তি ও বেগের অবিরাম পুনর্বর্ণন ঘটে। গ্যাসের গতিতত্ত্বে হিসেবের সুবিধার্থে একটি স্থির তাপমাত্রায় অণুগুলো মূল গড় বর্গ বেগে ছুটছে ধরা হয়।

ম্যাক্সওয়েল 1860 সালে তাত্ত্বিক শক্তির সাহায্যে গাণিতিক নিয়মে প্রমাণ করেন যে স্থিতাবস্থায় (steady state) একটি গ্যাসের শূন্য হতে অসীম বেগের ক্ষেত্রে অণু ধাককে তার সংখ্যা নির্দিষ্ট সম্ভব। অণুগুলোর সংখ্যা ও এদের বেগের লেখচিত্র অঙ্কন করলে চিত্র ১১.২-এর অনুরূপ হবে। লেখচিত্র পর্যালোচনা করলে দেখা যায় যে স্থির অণুর ($c = 0$) সংখ্যা যে কোন মুহূর্তে অত্যন্ত কম। আবার অধিক গভিসম্ভাব্য অণুর সংখ্যাও খুবই কম।



✓ চিত্র : ১১.২

অত্যন্ত কম বেগ হতে শুরু করে বেগ ক্রমশ বাঢ়তে থাকলে ঐ বেগে গতিশীল কণার সংখ্যাও বাঢ়তে থাকে। নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট বেগের অণুর সংখ্যা সর্বাধিক হয় এবং এরপর অণুর সংখ্যা বেগ বৃদ্ধির সাথে কমতে থাকে। বৃহত্তম অংশের এই গতিবেগকে ঐ তাপমাত্রায় সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগ (most probable velocity) c_m বলা হয়। c_m -এর মান তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে বৃদ্ধি পায়।

সূতরাং, অণুর তিনি ধরনের বেগের সংগে আমরা পরিচিত। এগুলো হচ্ছে গড় বেগ (c_{av}), মূল গড় বর্গবেগ (c_{rms}) এবং সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগ (c_m), এদের অনুপাত নিম্নরূপ :

$$c_{rms} : c_{av} : c_m = 1.22 : 1.12 : 1.0$$

উদাহরণ : ধরা যাক একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় 16টি অণুর বেগ ms^{-1} -এ যথাক্রমে 0, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 8। এদের গড়বেগ

$$c_{av} = \frac{0 + 1 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 4 + 4 + 5 + 5 + 5 + 6 + 6 + 7 + 8}{16}$$

$$= 4.19 \text{ ms}^{-1}$$

মূল গড় বেগ বেগ

$$c_{rms} = c = \sqrt{\frac{0 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 4^2 + 4^2 + 4^2 + 5^2 + 5^2 + 6^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2}{16}} \\ = 4.64 \text{ ms}^{-1}$$

অণুগুলোর মধ্যে 4 ms^{-1} বেগের অণুর সংখ্যা সর্বাধিক। সুতরাং সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগ $C_m = 4 \text{ ms}^{-1}$

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে $c_{rms} > c_{av} > c_m$ *

১১.১৬ গতিতত্ত্ব অনুসারে গ্যাসের চাপের সমীকরণ

Expression for pressure exerted by a gas on the basis of kinetic theory of gases

হয় তলবিশিষ্ট আদর্শ স্থিতিস্থাপক পদার্থের একটি ঘনাকৃতি ফাঁপা পাত্র নিই। মনে করি এটি ABCDEFOH [চিত্র ১১.৩]। পাত্রটির প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য l । অতএব এর আয়তন $V = l^3$ ।

ধরি পাত্রটি M তরের একটি আদর্শ গ্যাস দ্বারা পূর্ণ এবং গ্যাসের ঘনত্ব p । মনে করি গ্যাসের অণুর সংখ্যা n এবং প্রত্যেকটি অণুর ভর m । উক্ত অণুগুলোর মধ্য হতে একটি অণু বিবেচনা করি যার বেগ c_1 [চিত্র ১১.৩]। এই বেগকে OX, OY এবং OZ অক্ষ বরাবর যথাক্রমে u_1, v_1 এবং w_1 উপাখনে বিভাজন করি। অতএব আমরা লিখতে পারি,

$$c_1^2 = u_1^2 + v_1^2 + w_1^2$$

মনে করি অণুটি OX বরাবর u_1 বেগে গিয়ে ABCD তলকে আঘাত করল। অণুর ভর m হলে OX অক্ষ বরাবর তার ভরবেগ $= mu_1$ । দেয়ালটির সাথে অণুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ঘটে। ফলে অণুটি একই বেগে পচার্দিকে প্রতিক্রিয় (rebound) বা ফেরত আসে। অতএব সংঘর্ষের পর এর ভরবেগ $= -mu_1$

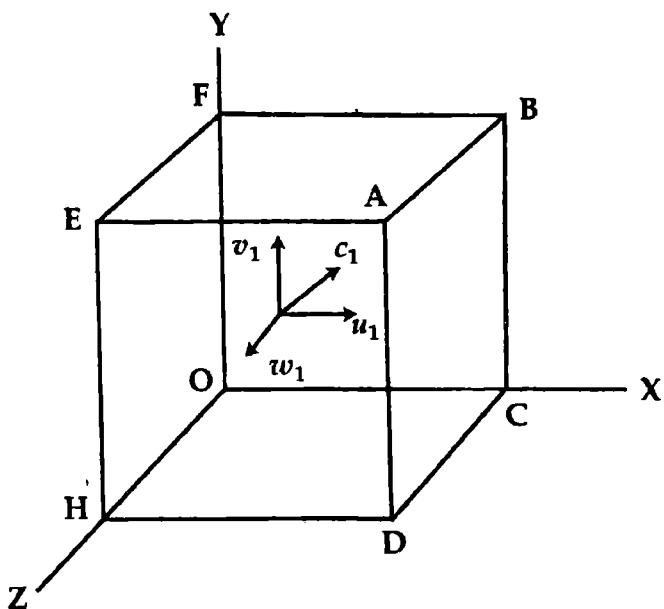
$$\begin{aligned} \text{অণুটির বেগের } u_1 \text{ উপাখনের দরুন ভরবেগের পরিবর্তন} &= mu_1 - (-mu_1) \\ &= mu_1 + mu_1 = 2mu_1 \end{aligned}$$

আবার ABCD তলে একবার ধাক্কা খাবার পর EFOH তলে আর একবার ধাক্কা খাবে। OX অক্ষ বরাবর অণুটির বেগ u_1 হওয়ায় ABCD তল হতে EFOH তলে আসতে এর সময় লাগে $\frac{l}{u_1}$ অর্ধাং $\frac{l}{u_1}$ সময় পর অণুটির বেগের u_1 উপাখনের দরুন ভরবেগের পরিবর্তন $= 2mu_1$

$$\begin{aligned} \text{অণুটির বেগের } u_1 \text{ উপাখনের জন্য ভরবেগের পরিবর্তনের হার} &= \frac{\text{ভরবেগের পরিবর্তন}}{\text{সময়}} \\ &= \frac{2mu_1}{l/u_1} = \frac{2mu_1^2}{l} \end{aligned}$$

অনুরূপভাবে গ্যাস অণুটির বেগের v_1 উপাখনের জন্য ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \frac{2mv_1^2}{l}$ এবং বেগের w_1

$$\text{উপাখনের জন্য ভরবেগের পরিবর্তনের হার} = \frac{2mw_1^2}{l}$$



চিত্র : ১১.৩

ঐ অণুর মোট ভৱেগের পরিবর্তনের হার

$$\begin{aligned} &= \frac{2m u_1^2}{l} + \frac{2m v_1^2}{l} + \frac{2m w_1^2}{l} \\ &= \frac{2m}{l} (u_1^2 + v_1^2 + w_1^2) = \frac{2mc_1^2}{l} \end{aligned}$$

দ্বিতীয় অণুর বেগ c_2 হলে একইভাবে দেখান যায় যে, তার মোট ভৱেগের পরিবর্তনের হার

$$= \frac{2mc_2^2}{l}$$

$$n\text{-তম অণুর বেগ } C_n \text{ হলে, এর মোট ভৱেগের পরিবর্তনের হার} = \frac{2mc_n^2}{l}$$

পাত্রস্থিত n সংখ্যক অণুর মোট ভৱেগের পরিবর্তনের হার

$$= \frac{2m}{l} (c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_n^2)$$

$$= \frac{2mn}{l} \left(\frac{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_n^2}{n} \right)$$

$$= \frac{2mn}{l} c^2$$

$$\left[\text{এখানে } c = \text{গড় বর্গবেগের বর্গমূল} = \sqrt{\frac{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_n^2}{n}} \right]$$

(21)

কিন্তু নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রানুযায়ী এই ভৱেগের পরিবর্তনের হার অণুগুলোর উপর বিভিন্ন দেয়াল কর্তৃক প্রযুক্ত রশের সমান। ঘনকটির দেয়ালের উপর ধাক্কাজনিত চাপ P হলে ঘনকের ছয়টি দেয়ালের উপর মোট বল

$$= \text{ক্ষেত্রফল} \times \text{চাপ} = 6l^2 \times P \quad (22)$$

সমীকরণ (21) এবং সমীকরণ (22) হতে পাই,

$$6l^2 \times P = \frac{2mnc^2}{l}$$

$$\text{বা, } = \frac{2mnc^2}{6l^2 \times l} = \frac{mnc^2}{3l^3} = \frac{1}{3} \frac{mnc^2}{l^3}$$

$$\text{বা, } \boxed{P = \frac{1}{3} \frac{mnc^2}{V}}$$

(24) [∵ $l^3 = V$]

এখানে $mn = M = \text{মোট ভর}$

$$\text{অতএব, } \boxed{P = \frac{1}{3} \frac{M}{V} c^2}$$

$$\text{আবার } \frac{M}{V} = \rho = \text{ঘনত্ব}$$

$$\therefore P = \frac{1}{3} \rho c^2$$

(25)

একক আয়তনে অণুগুলোর গড় গতিশক্তি,

$$E = \frac{1}{2} \rho c^2$$

সমীকরণ (25)-কে লেখা যায়,

$$\boxed{P = \frac{1}{3} \rho c^2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \rho c^2 = \boxed{\frac{2}{3} E}}$$

(26)

বইয়ের কম

অর্থাৎ, গ্যাসের চাপ এর একক আয়তনের অণুগুলোর গতিশক্তির দুই-ভৃত্তিয়াণ।

অতএব সমীকরণ (24) হতে সমীকরণ (26) পর্যন্ত প্রতিটি সমীকরণই গ্যাসের চাপের সমীকরণ বা রাশিমালা প্রকাশ করে।

১১.১৭ গ্যাসের গতিতত্ত্বের প্রয়োগ

Application of kinetic theory of gases

পদাৰ্থবিজ্ঞানে গ্যাসের গতিতত্ত্বের বহুল প্রয়োগ পরিলক্ষিত হয়। প্রয়োগসমূহ নিম্নে আলোচনা কৰা হল—

১। বয়েল-এর সূত্র (Boyle's law) : গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে বয়েল-এর সূত্র প্রতিপাদন কৰা যায়। বয়েল-এর সূত্র অনুযায়ী সুবচ্ছ তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট ভৱের গ্যাসের আয়তন এবং চাপ P.

মনে কৰি T পরম তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট ভৱের গ্যাসের আয়তন V এবং চাপ P.

বয়েল-এর সূত্র হতে পাই,

$$P \propto \frac{1}{V}, \text{ যখন } T \text{ স্থির থাকে}$$

$$\text{বা, } P = \text{ধূব সংখ্যা} \times \frac{1}{V}$$

$$\text{বা, } PV = \text{ধূব সংখ্যা}$$

পুনরায় গতিতত্ত্ব অনুসারে গ্যাসের চাপ,

$$P = \frac{1}{3} \frac{mnc^2}{V}$$

$$\text{বা, } PV = \frac{1}{3} mnc^2 = \frac{1}{3} M.c^2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} Mc^2 = \frac{2}{3} E$$

(27)

এখানে, E = গ্যাস অণুসমূহের মোট গতিশক্তি

অণুসমূহের গতিশীলতার দরুন কোন বস্তু তাপ প্রাপ্ত হয় অর্থাৎ তাপ গতিরই একটি ভিন্ন রূপ। তাপমাত্রা স্থির থাকলে নির্দিষ্ট ভৱের গ্যাসের তাপের পরিমাণ স্থির থাকে। ফলে মোট গতিশক্তি ও স্থির থাকে। অতএব স্থির তাপমাত্রায় মোট গতিশক্তি K. E. = $\frac{1}{2} mnc^2$ = ধূব সংখ্যা।

পুনঃ, তাপমাত্রা স্থির থাকলে PV = ধূব সংখ্যা। এটিই হল বয়েল-এর সূত্র। গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে এটি প্রমাণিত হল।

২। আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ (Perfect gas equation) : গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে আদর্শ গ্যাস সমীকরণ প্রতিপাদন কৰা যায়।

গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুযায়ী, কোন গ্যাসের তাপশক্তি তার অণুগুলোর গতিশক্তির ফলশুতি। পরম শূন্য তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের অণুগুলোর তাপশক্তি শূন্য হয়। ফলে গ্যাসের অণুগুলোর গতিশক্তি এবং গড় বর্গবেগের বর্গমূল-এর মানও শূন্য হয়। কোন গ্যাসে তাপ প্রয়োগ কৰলে, এটি গ্যাসের অণুসমূহের গতিশক্তি হিসেবে প্রকাশ পায়।

$$K.E. = \frac{1}{2} mnc^2 = \frac{1}{2} Mc^2 \quad (28)$$

এখানে, m = প্রতিটি অণুর ভর, n = অণুর সংখ্যা, c = গড় বর্গবেগের বর্গমূল এবং M = mn = গ্যাসের ভর।

আমরা পূর্বেই দেখেছি যে, কোন গ্যাসের ক্ষেত্রে অণুর গড় গতিশক্তি পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

আমরা পাই,

$$\frac{1}{2} mnc^2 \propto T; \text{ বা, } \frac{1}{2} Mc^2 \propto T; \quad \text{বা, } \frac{1}{2} Mc^2 = KT$$

এখানে K = সমানুপাতিক ধূবক।

কিন্তু গ্যাসের চাপের রাশিমালা হতে আমরা পাই,

$$P = \frac{1}{3} \frac{mnc^2}{V} = \frac{1}{3} \frac{Mc^2}{V}$$

$$\text{বা, } PV = \frac{1}{3} Mc^2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} Mc^2 = \frac{2}{3} KT$$

$$\text{বা, } PV = RT$$

(29)

$$\text{এখানে, } R = \frac{2}{3} K = \text{একটি ধূব সংখ্যা।}$$

$PV = RT$ সমীকরণকে আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ বলে।

এখানে উল্লেখ ধাকে যে, V = এক গ্রাম অণু গ্যাসের আয়তন। যদি n গ্রাম অণু গ্যাস বিবেচনা করা হয়, তবে আদর্শ গ্যাস সমীকরণ হয় $PV = nRT$ । গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে এটি প্রমাণিত হল।

বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাসের অবস্থার সমীকরণ $PV = RT$ সর্বদা মেনে চলে না। শুধুমাত্র উচ্চ তাপমাত্রা এবং নিম্ন চাপে বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাস সমীকরণ অনুসরণ করে।

স্থানীয় তাপমাত্রা ও চাপে বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাস সমীকরণ অনুসরণ না করার মূল কারণ নিম্নরূপ :

গতিতত্ত্ব থেকে আদর্শ গ্যাস সমীকরণ প্রতিপাদন করার সময় গ্যাস অণুগুলিকে শুধুমাত্র ভর বিন্দু (mass point) ধরা হয়। অর্থাৎ অণুগুলোর আয়তন বিবেচনা করা হয়নি। এছাড়া গ্যাস অণুগুলোর মধ্যকার আকর্ষণ বল বিবেচনা করা হয়নি। বিখ্যাত ওলন্দাজ পদাৰ্থবিদ ভ্যানডার ওয়ালস (Van der Waals) গ্যাস অণুগুলোর সীমিত আকার এবং এদের মধ্যকার মধ্যে আন্তঃআণবিক বল বিবেচনা করে আদর্শ গ্যাস সমীকরণটি নিম্নরূপ সংশোধন করেন :

$$\left(P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT \quad (30)$$

এখানে a ও b রাশিদ্বয় যে কোন নির্দিষ্ট গ্যাসের জন্য ধূব, তবে সব গ্যাসের জন্য একই মানের নয়।

৩। চার্লস-এর সূত্র (Charles's law) : $P = \text{চাপ}, V = \text{আয়তন}, R = \text{গ্যাস ধূবক}$ এবং $T = \text{গ্যাসের পরম তাপমাত্রা}$ হলে আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ হতে পাই,

$$PV = RT.$$

এখন চাপ স্থির ধাকলে,

$$\frac{V}{T} = \frac{R}{P} = \text{ধূব সংখ্যা বা, } V = \text{ধূব সংখ্যা} \times T$$

$$V \propto T$$

অর্ধাং চাপ স্থির ধাকলে নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন এর পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। এটিই চার্লস-এর সূত্র। অতএব গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে চার্লস-এর সূত্র প্রমাণিত হল।

৪। চাপের সূত্র (Law of pressure) : আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ হতে আমরা পাই,

$$PV = RT$$

আমরা আরও জানি,

$$PV = \frac{1}{3} Nmc^2, \text{ এখানে } N = \text{এক গ্রাম-অণু গ্যাসের অণুর সংখ্যা যাকে অ্যাডোগ্যাডো সংখ্যা বলে।$$

$$N = 6.0222 \times 10^{26} \text{ অণু/কিলোমোল। } m = \text{একটি অণুর ভর} = \frac{M}{N}।$$

$$\frac{1}{3} Nmc^2 = RT$$

$$\text{বা, } mc^2 = 3 \frac{R}{N} T = 3KT, \text{ এখানে } K = \text{বোল্ডজন্যান ধূবক} = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}।$$

বর্ণনা অনুযায়ী 2 kg হাইড্রোজেনে, 32 kg অক্সিজেনে, 28 kg নাইট্রোজেন, 12 kg কার্বনে প্রত্যেক ক্ষেত্রে 6.0222×10^{26} অণু থাকবে।

$$PV = \frac{1}{3} Nmc^2 \text{ সমীকরণ হতে পাই}$$

$$PV = \frac{1}{3} N \times 3KT = NKT \quad (31)$$

উপরের সমীকরণে N ও K ধূর সংখ্যা। অতএব স্থির আয়তনে, $P \propto T$.

আয়তন স্থির থাকলে নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ পরম তাপমাত্রার সমানুগাতিক। এটিই হল চাপের সূত্র। অতএব গতিতত্ত্ব হতে চাপের সূত্র প্রমাণিত হল।

৫। অ্যাভোগ্যাড্রোর সূত্র (Avogadro's law) : ‘একই তাপমাত্রা ও চাপে সম আয়তনের সকল গ্যাসে সমান সংখ্যক অণু থাকে।’ এটিই অ্যাভোগ্যাড্রোর সূত্র।

একই পরম তাপমাত্রা T , আয়তন V ও চাপ P -এ দুটি গ্যাস বিবেচনা করি। প্রথম গ্যাসের অণুর সংখ্যা n_1 এবং প্রতিটি অণুর ভর m_1 । যদি এর গড় বর্গবেগের বর্গমূল c_1 হয়, তবে এর গতিশক্তি,

$$E_1 = \frac{1}{2} m_1 c_1^2$$

ধরি দ্বিতীয় গ্যাসের অণুর সংখ্যা n_2 এবং প্রতিটি অণুর ভর m_2 । c_2 এর গড় বর্গবেগের বর্গমূল হলে গতিশক্তি,

$$E_2 = \frac{1}{2} m_2 c_2^2$$

কিন্তু গ্যাস দুটি একই তাপমাত্রায় থাকায় এদের গতিশক্তি সমান।

আমরা পাই,

$$E_1 = E_2$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} m_1 c_1^2 = \frac{1}{2} m_2 c_2^2 \quad (32)$$

গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে প্রথম গ্যাসের জন্য পাই,

$$PV = \frac{1}{3} m_1 n_1 c_1^2$$

এবং

দ্বিতীয় গ্যাসের জন্য পাই,

$$PV = \frac{1}{3} m_2 n_2 c_2^2$$

$$\frac{1}{3} m_1 n_1 c_1^2 = \frac{1}{3} m_2 n_2 c_2^2 \quad (33)$$

উপরের দুটি সমীকরণ হতে পাই,

$$\frac{\frac{1}{3} m_1 n_1 c_1^2}{\frac{1}{2} m_1 c_1^2} = \frac{\frac{1}{3} m_2 n_2 c_2^2}{\frac{1}{2} m_2 c_2^2}$$

$$\text{বা, } n_1 = n_2 \quad (34)$$

অতএব প্রমাণিত হল যে, একই তাপমাত্রায় এবং চাপে সমান আয়তনের সকল গ্যাসে সমান সংখ্যক অণু থাকে। এটিই হল অ্যাভোগ্যাড্রোর সূত্র।

১১.১৮ এক গ্রাম অণু গ্যাসের গতিশক্তি

Kinetic energy per gram-molecule of a gas

আণবিক ওজন থামে, প্রকাশিত হলে একে গ্রাম-অণু বলে। এখন আমরা এক গ্রাম-অণু গ্যাসের গতিশক্তির সমীকরণ বের করব।

আমরা জানি,

$$PV = \frac{1}{3} Mc^2 \quad (35)$$

এখনে M = এক গ্রাম-অণু গ্যাসের ভৱ।
আদৰ্শ গ্যাসের বেশায় আমৰা জানি,

$$PV = RT$$

এখনে V = এক গ্রাম-অণু গ্যাসের আয়তন এবং R = সৰ্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক।

সমীকৰণ (29) হতে পাই,

$$\frac{1}{3} Mc^2 = RT$$

$$\therefore c = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

এখনে c হচ্ছে গড় বৰ্গবেগের বৰ্গমূল।

যেহেতু R ও M ধ্রুবক, অতএব গ্যাস অণুর গড় বৰ্গবেগ গ্যাসের পৱন তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

আবার, সমীকৰণ (37)-এর উভয় পাৰ্শ্বকে $\frac{3}{2}$ দ্বাৰা গুণ কৰলে পাই,

$$\frac{1}{2} Mc^2 = \frac{3}{2} RT = K. E.$$

T-পৱন তাপমাত্রায় এক গ্রাম-অণু গ্যাসের রৈখিক গতিশক্তি $\frac{3}{2} RT$ -এর সমান।

১১.১৯ গতিতত্ত্ব হতে তাপমাত্রার ব্যাখ্যা

Interpretation of temperature from kinetic theory of gases

আমৰা জানি,

$$c = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

এখনে, $\frac{3R}{M}$ = ধ্রুব সংখ্যা।

$$\therefore c \propto \sqrt{T}$$

(40)

এবং

$$c^2 \propto T$$

(41)

সমীকৰণ (40) এবং (41) হতে বলা যায়— গড় বৰ্গবেগের বৰ্গমূল পৱন তাপমাত্রার বৰ্গমূলের সমানুপাতিক এবং গড় বৰ্গবেগ পৱন তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

যখন $T = 0$, তখন $c^2 = 0$ এবং $c = 0$

সুতৰাং পৱন তাপমাত্রা হল এমন এক তাপমাত্রা যে তাপমাত্রায় গ্যাস অণুগুলোর রৈখিক বেগ শূন্য হবে অর্থাৎ অণুগুলো স্থির হয়ে যাবে।

এখন সমীকৰণ (39) হতে পাই,

$$\frac{1}{2} Mc^2 = \frac{3}{2} RT$$

উভয় পাৰ্শ্বকে N দ্বাৰা ভাগ কৰে পাই, $\frac{1}{2} \frac{M}{N} c^2 = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T$

(42)

এখনে N হল অ্যাভোগ্যাড্রো সংখ্যা (Avogadro's number)। অ্যাভোগ্যাড্রো সংখ্যা বলতে এক গ্রাম-অণু গ্যাসে অণুর সংখ্যাকে বুলায়।

$$\text{কিন্তু } \frac{M}{N} = m \text{ এবং } \frac{R}{N} = K$$

এখনে K হচ্ছে বোল্টজম্যান ধ্রুবক (Boltzmann's constant)। এর মান = $1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

\therefore সমীকৰণ (42) হতে আমৰা পাই,

$$\frac{1}{2} mc^2 = \frac{3}{2} KT$$

(43)

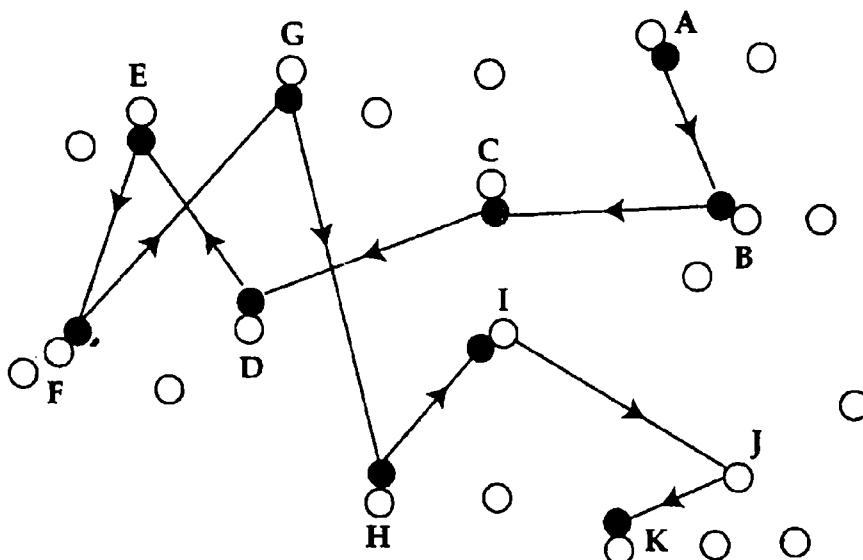
অর্থাৎ একটি অণুর গতিশক্তি = $\frac{3}{2} \times$ বোল্টজম্যান ধ্রুবক \times পৱন তাপমাত্রা।

সুতরাং কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের ক্ষেত্রে একটি অণুর গতিশক্তি পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক অর্ধাং গ্যাসের সুষম তাপমাত্রার মূল কারণ এর অণুগুলোর মধ্যে গতিশক্তির সুষম বট্টন। গড় গতিশক্তি বৃদ্ধি পেলে তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে। আবার গড় গতিশক্তি হ্রাস পেলে তাপমাত্রা হ্রাস পাবে। অতএব পরম শূন্য তাপমাত্রায় অণুর গতিশক্তি শূন্য হবে। এটিই হল গতিতত্ত্ব অনুযায়ী তাপমাত্রার ব্যাখ্যা।

১১.২০ গড় মূল্য পথ

Mean free path

গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে আমরা জানি যে, গ্যাসের অণুগুলো অবিরত বিক্ষিপ্ত গতিতে চারদিকে ছুটাছুটি করছে এবং পরস্পরের সাথে ও আধারে দেয়ালের সাথে ধাক্কা খাচ্ছে। অণুগুলোর পরস্পরের মধ্যে কোন আকর্ষণ বল নেই।



চিত্র ১১.৪

তাই তাদের বেগ অপরিবর্তিত থাকে। পর পর দুটি ধাক্কার ডিতর অণুগুলো সরলরেখায় যতটুকু পথ গমন করে তাকে মূল্য পথ (free path) বলে। চিত্রে A একটি অণু। এটি অপর একটি অণু B-কে ধাক্কা দিয়ে BC পথে চলে গেল এবং C স্থানে গিয়ে অপর একটি অণুর সাথে ধাক্কা খেল। অণুটি যদি D স্থানে গিয়ে অপর একটি অণুর সাথে, E স্থানে গিয়ে আর একটি অণুর সাথে ধাক্কা খায় ইত্যাদি [চিত্র ১১.৪] তাহলে BC, CD, DE হল এক একটি মূল্য পথ। এই মূল্য পথের দৈর্ঘ্য সকল সময় সমান হয় না। সেজন্য গড় মূল্য পথ নেয়া হয়। পর পর ধাক্কাগুলোর ডিতর একটি অণু যে গড় দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে গড় মূল্য পথ বলে।

$$\text{ধরি, } A \text{ হতে } B\text{-এর দূরত্ব} = S_1$$

$$B \text{ হতে } C\text{-এর দূরত্ব} = S_2$$

$$C \text{ হতে } D\text{-এর দূরত্ব} = S_3$$

যদি মোট S দূরত্ব অতিক্রান্তে N সংখ্যক ধাক্কা সংঘটিত হয়, তবে ঐ গ্যাস অণুর গড় মূল্য পথ,

$$\lambda = \frac{S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n}{N} = \frac{S}{N} \quad (44)$$

$$= \frac{\text{মোট অতিক্রান্ত পথ}}{\text{ধাক্কার সংখ্যা}}$$

বিজ্ঞানী ক্লাউসিয়াস (Clausius) গড় মূল্য পথের গাণিতিক রাশিমালা বের করেন। উক্ত রাশিমালা নির্ণয় করতে গিয়ে তিনি এই স্বীকার্য গ্রহণ করেন যে, একটি মাত্র অণু ছুটছে এবং বাকি অণুসমূহ স্থিরাবস্থায় আছে।

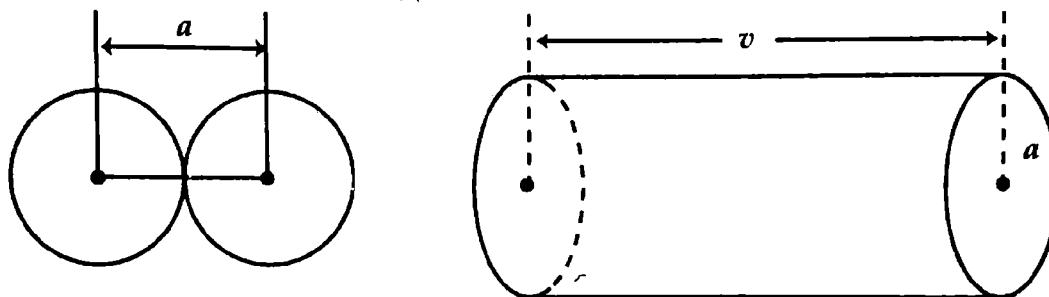
১১.২১ অণুৱ ব্যাস এবং গড় মুক্ত পথের মধ্যে সম্পর্ক

Relation between the diameter of a molecule and mean free path

গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে আমরা জানি যে, গ্যাসের অণুগুলো সর্বদা পরস্পরের সাথে এবং আধারের দেয়ালের সাথে ধাক্কা খায়। অণুগুলোর পরস্পরের মধ্যে আকর্ষণ বল না থাকায়, তাদের বেগের কোন পরিবর্তন ঘটে না। সংঘর্ষের ফলে অণুগুলো সমবেগে সরলরেখায় গমন করে। পর পর ধাক্কাগুলোর ভিত্তির অণু যে গড় দূরত্ব অতিক্রম করে, তাকে গড় মুক্ত পথ বলে। যদি কোন গ্যাস অণু N সংখ্যক ধাক্কার পর S দূরত্ব অতিক্রম করে, তবে তার গড় মুক্ত পথ

$$\lambda = \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট ধাক্কার সংখ্যা}} = \frac{S}{N}$$

গ্যাস অণুর সংখ্যা এবং অণুগুলোর ব্যাসের সাপেক্ষে গড় মুক্ত পথের রাশিমালা বের করা যায়। বিজ্ঞানী ক্লসিয়াস গড় মুক্ত পথের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন করেন। এই রাশিমালা প্রতিপাদন করতে গিয়ে তিনি একটি মাত্র অণুৱ গতি বিবেচনা করেন এবং অন্য অণুগুলোকে স্থির মনে করেন।



চিত্র ১১.৫

মনে করি প্রতি একক আয়তনে n সংখ্যক অণু আছে এবং প্রতিটি অণুৱ ব্যাস a । আরও মনে করি একটি অণু v বেগে ছুটছে। আলোচ্য অণুটির কেন্দ্রবিন্দুকে কেন্দ্র করে 'a' ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত অংকন করি। এই বৃত্তের উপর v দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি চোঙ বিবেচনা করি [চিত্র ১১.৫]। চোঙটির আয়তন = $\pi a^2 v$ । এই চোঙের মধ্যে যে সব অণুৱ কেন্দ্র থাকবে আলোচ্য অণুটি এক সেকেন্ডে তাদের সাথে ধাক্কা খাবে।

প্রতি একক আয়তনে অণুৱ সংখ্যা n হলে চোঙটির মধ্যে অণুৱ সংখ্যা = $\pi a^2 v n$ । আলোচ্য অণুটি যদি প্রতি সেকেন্ডে N সংখ্যক অণুৱ সাথে ধাক্কা খায়, তবে আমরা বলতে পারি অণুৱ ধাক্কার সংখ্যা = N

$$N = \pi a^2 v n \quad | \text{ অণুৱ বেগ } v \text{ হওয়ায়, অণুৱ কর্তৃক } 1 \text{ সেকেন্ডের অতিক্রান্ত দূরত্ব}$$

$$S = v \times 1 = v$$

$$\text{গড় মুক্ত পথ, } \lambda = \frac{S}{N} = \frac{v}{\pi a^2 v n}$$

$$\text{বা, } \lambda = \frac{1}{\pi a^2 n}$$

(45)

বিজ্ঞানী ক্লসিয়াস এই রাশিমালাটি প্রতিষ্ঠা করেন। উক্ত রাশিমালা হতে জানা যায় যে, গড় মুক্ত পথ একক আয়তনে অণুৱ সংখ্যার এবং আণবিক ব্যাসের বেগের ব্যস্তানুপাতিক।

সমীকরণ (45)-এর ডানপক্ষের হর ও লবকে m দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\lambda = \frac{m}{\pi a^2 m n} = \frac{m}{\pi a^2 \rho} \quad [\because mn = \text{একক আয়তনের গ্যাস অণুগুলোর ভর} = \text{গ্যাসের ঘনত্ব} = \rho]$$

m , π ও a ধৰ্মী,

$$\lambda \propto \frac{1}{\rho}$$

অর্থাৎ, গড় মুক্ত পথ গ্যাসের ঘনত্বের ব্যস্তানুপাতিক।

বইয়ের কম

পুনঃ গ্যাসের ঘনত্ব '০' গ্যাসের চাপের সমানুপাতিক। যেহেতু $\lambda \propto \frac{1}{\rho}$
অতএব গড় মূক্ত পথ গ্যাসের চাপের ব্যস্তানুপাতিক এবং তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

বিজ্ঞানী ক্লিয়াস গড় মুক্ত পথের রাশিমালা প্রতিষ্ঠা করতে স্বীকার্য গ্রহণ করেন যে একটি মাত্র অণু গতিশীল
 এবং অন্য অণুগুলো স্থির। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে সকল অণুই গতিশীল। পরে ম্যাক্সওয়েল তার বেগ বণ্টন সূত্রের
 অবলম্বনে গড় মুক্ত পথের নিম্নোক্ত রাশিমালা নির্ণয় করেন,

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi a^2 n}$$

(46)

গড় মুক্ত পথ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে সাধারণত সমীকরণ (46) ব্যবহার করা হয়।

গড় মুক্ত পথের নির্ভরশীলতা (Dependence of mean free path)

গড় মুক্ত পথের সমীকরণ, $\lambda = \frac{1}{\pi a^2 n}$ হতে দেখা যাচ্ছে-

(i) $\lambda \propto \frac{1}{n}$ অর্থাৎ গড় মুক্ত পথ একক আয়তনে অণুর সংখ্যার ব্যস্তানুপাতিক।

(ii) $\lambda \propto \frac{1}{a^2}$ অর্থাৎ গড় মুক্ত পথ অণুর ব্যাসের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। আবার, গ্যাসের ঘনত্ব '০' একক
 আয়তনে অণুর সংখ্যা n -এর সমানুপাতিক। কিন্তু গ্যাসের ঘনত্ব গ্যাসের চাপের সমানুপাতিক এবং তাপমাত্রার
 ব্যস্তানুপাতিক। যেহেতু মুক্ত গড় পথ, $\lambda \propto \frac{1}{n}$, অতএব মুক্ত গড় পথ গ্যাসের চাপের ব্যস্তানুপাতিক এবং
 তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

১১.২২ সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাষ্পীয় চাপ

Saturated and unsaturated vapour pressure

কোন তরলকে একটি আবন্ধ পাত্রে রেখে দিলে তরল পদার্থের মুক্ত তল থেকে অনবরত তরলের অণু বাষ্পীভূত
 হয়ে তরল তলের উপরে পাত্রের মধ্যে ইতস্তত ছুটাছুটি করতে থাকে। এই ছুটাছুটি করার সময় অণুগুলো পরস্পরের
 সঙ্গে এবং পাত্রের গায়ে ধাক্কা খায়। এতে পাত্রের দেওয়ালের উপরে একটি চাপের সূচিত হয়। এই চাপকেই বাষ্প
 চাপ বলে। বাষ্পীভূত অণুগুলো ইতস্তত ছুটাছুটির সময় তরল পৃষ্ঠেও আঘাত হানে এবং তরলের মধ্যে আটকে যায়।
 তরলের মুক্ত তল হতে নির্গত বাষ্পীভূত অণুর সংখ্যা যত বাড়ে তরলে ফিরে আসা অণুর সংখ্যাও বাড়তে থাকে। ক্রমে
 এমন একটা অবস্থার সূচি হয় যখন বাষ্পে রূপান্তরিত অণুর সংখ্যা এবং তরলে ফিরে আসা অণুর সংখ্যা সমান হয়।
 অর্থাৎ ঐ আবন্ধ স্থানে যতটুকু বাষ্প কণা থাকা সম্ভব তা পূর্ণ হয়েছে এবং অতিরিক্ত বাষ্প কণা ঐ স্থানে থাকতে
 পারে না। এ অবস্থায় ঐ স্থান বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়েছে বলা হয়। তাপমাত্রার কমবেশি হলে ঐ স্থানের বাষ্পকণার
 ধারণ ক্ষমতাও কমবেশি হবে। তবে নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি আবন্ধ স্থানের বাষ্পধারণ ক্ষমতা নির্দিষ্ট থাকে;
 অতিরিক্ত বাষ্প ধারণ করতে পারে না। এ অবস্থায় বাষ্প যে চাপ দেয় তাকে সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে। নিম্নে বাষ্প চাপ
 সম্পর্কিত কয়েকটি সংজ্ঞা দেয়া হল।

✓ **সম্পৃক্ত বাষ্প :** কোন নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোন আবন্ধ স্থান যখন সর্বাধিক পরিমাণ বাষ্প ধারণ করে
 তখন ঐ বাষ্পকে সম্পৃক্ত বাষ্প বলে।

✓ **সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ :** কোন নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোন আবন্ধ স্থানের বাষ্প যে সর্বাধিক চাপ প্রয়োগ
 করে তাকে সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে। সংক্ষেপে বলা যায় সম্পৃক্ত বাষ্প যে চাপ প্রয়োগ করে তাকে সম্পৃক্ত বাষ্প
 চাপ বলে।

তাপের্য : “কোন স্থানের সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ 1.336 mm পারদ” এই উত্তি দ্বারা বুঝি সংশ্লিষ্ট স্থানে
 বাষ্পে সর্বাধিক 1.336 mm পারদ চাপ প্রয়োগ করবে।

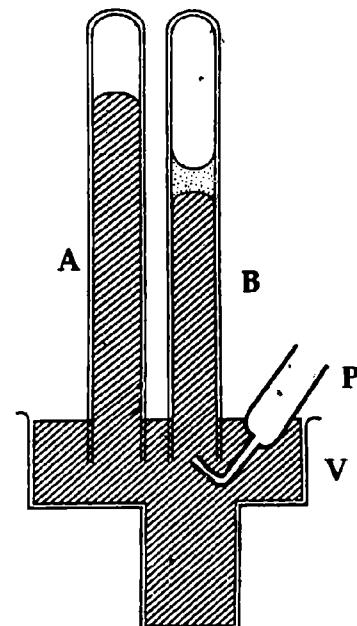
অসম্পৃক্ত বাষ্প : একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোন স্থানে বাষ্পের পরিমাণ যদি এমন হয় যে তা আরও
 অতিরিক্ত বাষ্প ধারণ করতে পারে, তবে ঐ বাষ্পকে অসম্পৃক্ত বাষ্প বলে।

অসম্পৃক্ত বাষ্প চাপ : কোন নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোন আবন্ধ স্থানের বাষ্প যদি সর্বাধিক বাষ্প চাপ
 অপেক্ষা কম চাপ প্রয়োগ করে, তবে তাকে অসম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে। সংক্ষেপে বলা যায়—অসম্পৃক্ত বাষ্প যে
 চাপ প্রয়োগ করে তাকে অসম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে।

তাৎপৰ্য : “কোন স্থানের অসম্পৃক্ত বাল্প চাপ 1.033 mm পারদ” এই উক্তি দ্বারা বৃঞ্চি সংশ্লিষ্ট স্থানের বাল্প 1.033 mm পারদ চাপ অপেক্ষা অধিক চাপ প্রয়োগ কৰাৰ ক্ষমতা রাখে।

নিম্নেৰ পৱীক্ষা থেকে সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাল্প চাপেৰ স্ফৰ্ট ধাৰণা পাওয়া যেতে পাৰে।

পৱীক্ষা : 1 m লম্বা এবং 3 mm² ব্যাসবিশিষ্ট দুটি ব্যারোমিটাৰ নল (A, B) পারদপূৰ্ণ কৰে একটি পারদ পাত্ৰে খাড়াভাবে উপড়ুক কৰে রাখা হল [চিত্ৰ ১১.৬]। এ অবস্থায় উভয় নলেৰ পারদ স্তম্ভেৰ উচ্চতা সমান হবে, কেননা উভয় নলই পৱীক্ষাগারে বায়ুমণ্ডলেৰ চাপ নিৰ্দেশ কৰাৰে। পারদ-স্তম্ভেৰ উপৱেৰ ফাঁকা স্থানকে ট্ৰিসেলীৰ শূন্য স্থান বলে। এখন একটি বাঁকা পিপেটেৰ সাহায্যে B নলে ফৌটা ফৌটা কৰে পানি প্ৰবেশ কৰালো হল। পারদেৰ চেয়ে হাঙ্কা বলে পানি পারদ স্তম্ভেৰ উপৱেৰ ট্ৰিসেলীৰ শূন্যস্থানে উঠে আসবে। এ স্থানে চাপ খুব কম হওয়ায় পানি বাল্পে পৱিণ্ট হবে; ফলে বাল্পচাপে পারদস্তম্ভ নিচে নেমে যাবে। এ থেকে বোৰা যায় যে বাল্প পারদ স্তম্ভেৰ উপৱেৰ কিছুটা চাপ প্রয়োগ কৰেছে। এভাৱে পিপেটেৰ স্বাহায্যে ফৌটা ফৌটা কৰে পানি B নলে প্ৰবেশ কৰতে থাকলে দেখা যাবে যে পারদ স্তম্ভ ধীৱে ধীৱে নিচে নামছে। কিন্তু একসময় দেখা যাবে যে পানি আৱ বাল্পীভূত না হয়ে পারদেৰ উপৱেৰ জমা হচ্ছে এবং পারদস্তম্ভ একটি নিৰ্দিষ্ট অবস্থানে স্থিৰ থাকছে। এ অবস্থায় বোৰা যায় যে ট্ৰিসেলীৰ শূন্যস্থান বাল্প দ্বাৰা সম্পৃক্ত হয়েছে। এতে প্ৰমাণিত হয় যে, একটি নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্ৰায় একটি আবন্ধ স্থানেৰ বাল্প ধাৰণা ক্ষমতা সীমিত। এ অবস্থায় বাল্প তৱলেৰ সংসৰ্ষে সাম্য অবস্থায় থাকতে পাৰে এবং বাল্প চাপ সৰ্বোচ্চ হয়। এই চাপই হল সম্পৃক্ত বাল্প চাপ। এই পৱীক্ষায় নল দুটিৰ পারদ স্তম্ভেৰ পাৰ্থক্য থেকে সম্পৃক্ত বাল্প চাপ নিৰ্ণয় কৰা যায়। সম্পৃক্ত অবস্থায় আসাৱ পূৰ্ব পৰ্যন্ত নলেৰ মধ্যে যে বাল্প থাকে, তাকে অসম্পৃক্ত বাল্প এবং সংশ্লিষ্ট চাপকে অসম্পৃক্ত বাল্প চাপ বলা হয়। অসম্পৃক্ত বাল্প কখনও তৱলেৰ সংসৰ্ষে সাম্য অবস্থায় থাকতে পাৰে না।



চিত্ৰ ১১.৬

সম্পৃক্ত চাপেৰ উপৱেৰ তাপমাত্ৰা, আয়তন এবং তৱলেৰ প্ৰকৃতিৰ প্ৰভাৱ :

(ক) **তাপমাত্ৰার প্ৰভাৱ :** বাল্প দ্বাৰা সম্পৃক্ত হওয়াৰ পৰ যদি ট্ৰিসেলীৰ শূন্যস্থানেৰ তাপমাত্ৰা বৃঞ্চি কৰা হয়, তবে দেখা যাবে পারদস্তম্ভ আৱে নিচে নেমে গেছে। এৱ অৰ্থ হল, পানি আৱে বাল্পীভূত হচ্ছে অৰ্ধেক ট্ৰিসেলীৰ শূন্যস্থানেৰ বাল্প ধাৰণ ক্ষমতা বেড়ে গেছে। এ থেকে সিদ্ধান্ত নেয়া যায়, তাপমাত্ৰা বৃঞ্চি পেলে সম্পৃক্ত বাল্প চাপ বৃঞ্চি পায়।

(খ) **আয়তনেৰ প্ৰভাৱ :** পৱীক্ষালভ ফলাফলে দেখা যায় যে সম্পৃক্ত বাল্প চাপ বাল্পেৰ আয়তনেৰ উপৱেৰ নিৰ্ভৱ কৰে না।

(গ) **তৱলেৰ প্ৰকৃতিৰ প্ৰভাৱ :** বিভিন্ন তৱলেৰ জন্য সম্পৃক্ত বাল্প চাপ তিনি হয়। উপৱেৰ পৱীক্ষায় তিনি তৱল নিলে দেখা যাবে যে সম্পৃক্ত অবস্থায় এক একটি তৱলেৰ জন্য বায়ুস্তম্ভেৰ উচ্চতা এক এক রকম হবে। এ থেকে বুৰা যায়, সম্পৃক্ত বাল্পচাপ তৱলেৰ প্ৰকৃতিৰ উপৱেৰ নিৰ্ভৱ কৰে।

১১.২৩ সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাল্পেৰ বিশেষজ্ঞ

Characteristics of saturated and unsaturated vapour

(১) **সম্পৃক্ত বাল্প বয়েল-এৰ সূত্ৰ মানে না :** এটা নিম্নলিখিতভাৱে প্ৰমাণ কৰা যায় :

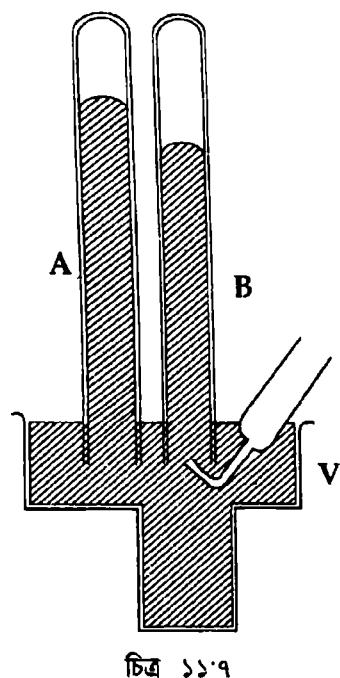
প্ৰথমে একই প্ৰকাৰ দুটি ব্যারোমিটাৰেৰ নল A ও B [চিত্ৰ ১১.৬] শুক্ৰ ও বিশুদ্ধ পারদে পূৰ্ণ কৰে পারদপূৰ্ণ কাচেৰ পাত্ৰ V-এ উপড়ুক কৰে পাশাপাশি দড়ায়মান অবস্থায় রাখা হয়। অতঃপৰ একটি পিপেট P-এৰ সাহায্যে B নলে কিছু পানি ঢুকানো হয় যাতে পারদেৰ উপৱিস্থিত স্থান সম্পৃক্ত বাল্প দ্বাৰা পূৰ্ণ থাকে এবং পারদেৰ উপৱেৰ কিছু পানি জমা থাকে। এ অবস্থায় দুই নলেৰ পারদ স্তম্ভেৰ উচ্চতাৰ পাৰ্থক্যই ঘৱেৱ তাপমাত্ৰায় সম্পৃক্ত বাল্প চাপ

বইঘর কম

নির্দেশ করবে। এখন B নলটিকে ত্রুমশ পাত্রের পারদের ভিতর ঠেলে দেয়া হয়। এতে দেখা যাবে যে, সম্পৃক্ত বাষ্পের আয়তন কমে যাচ্ছে এবং একটু একটু করে জলীয় বাষ্প পানিতে পরিণত হয়ে পারদের উপর জমা হচ্ছে, কিন্তু পারদ স্তম্ভের উচ্চতা একই আছে। এবার B নলের পারদের উপরিতলের উপর যতক্ষণ কিছু না কিছু পানি থাকে ততক্ষণ নলটিকে আস্তে আস্তে উপরে উঠানো হয়। এতে দেখা যাবে যে, নলের পানি একটু একটু করে বাষ্পে পরিণত হচ্ছে, কিন্তু পারদ স্তম্ভের উচ্চতা একই আছে। সুতরাং প্রমাণিত হল যে, একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রার (ঘরের তাপমাত্রা) সম্পৃক্ত বাষ্পের আয়তনের পরিবর্তনে চাপের কোন পরিবর্তন হয় না। অর্থাৎ সম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল-এর সূত্র মানে না।

২। অসম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল-এর সূত্র মানে : এটা নিম্নলিখিত পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণ করা যায়।

প্রথমে একই প্রকার দুটি পারদপূর্ণ ব্যারোমিটারের নল A ও B [চিত্র ১১.৭] নিয়ে একটি পারদ পূর্ণ লম্বা পাত্র V-এর মধ্যে উপড় করে পাশাপাশি দণ্ডযামান অবস্থায় রাখা হয়। অতঃপর একটি পিপেট-এর সাহায্যে নলে কয়েক ফোটা পানি ঢুকানো হয় যাতে পারদের উপর সামান্য পানিও না থাকে এবং সম্পূর্ণ পানি বাষ্পীভূত হয়ে যায়। এতে নলের পারদ খানিকটা নিচে নেমে যাবে এবং পারদের উপরিস্থিত স্থান অসম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পে পূর্ণ হবে। এবার নলটিকে খানিকটা উপরে তুলে পারদের উপরিস্থিত স্থান যাতে জলীয় বাষ্পে অসম্পৃক্ত থাকে তা নিশ্চিত করা হয়। এখন B-নলটিকে আস্তে আস্তে V পাত্রের পারদের ভিতর তুকিয়ে বাষ্পের আয়তন কমানো হয় এবং B নলের বিভিন্ন অবস্থানে দুই নলের পারদ স্তম্ভের উচ্চতা বিয়োগ করে অসম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ ও নলের উপরিস্থিত স্থানের আয়তন (নলের প্রস্থচ্ছেদ × উপরিস্থিত স্থানের দৈর্ঘ্য) হতে অসম্পৃক্ত বাষ্পের আয়তন লক্ষ করা হয়। এর পর B নলটিকে আস্তে আস্তে উপরে উঠিয়ে জলীয় বাষ্পের আয়তন বাড়ানো হয় এবং নলের বিভিন্ন অবস্থানে জলীয় বাষ্পের চাপ ও আয়তন একইভাবে জ্ঞেনে নেয়া হয়। পরীক্ষায় দেখা যায় যে, জলীয় বাষ্পের আয়তন কমার সাথে সাথে পারদ স্তম্ভদ্বয়ের উচ্চতার পার্থক্য বাড়ছে অর্থাৎ জলীয় বাষ্পের চাপ বাড়ছে এবং জলীয় বাষ্পের আয়তন বাড়ার সাথে সাথে পারদ স্তম্ভদ্বয়ের উচ্চতার পার্থক্য কমছে অর্থাৎ জলীয় বাষ্পের চাপ কমছে। প্রত্যেক ক্ষেত্রেই আয়তন ও চাপের গুণফল প্রায় একই হচ্ছে। সুতরাং প্রমাণিত হল যে, অসম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল-এর সূত্র মেনে চলে।



চিত্র ১১.৭

১১.২৪/সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাষ্পের মধ্যে পার্থক্য
— Distinction between saturated and unsaturated vapour

✓ সম্পৃক্ত বাষ্প	✗ অসম্পৃক্ত বাষ্প
১। কোন নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোন আবশ্য স্থানে যখন সর্বাধিক পরিমাণ বাষ্প ধারণ করে তখন ঐ বাষ্পকে সম্পৃক্ত বাষ্প বলে। সম্পৃক্ত বাষ্প সর্বাধিক চাপ প্রয়োগ করে।	১। একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোন স্থানে বাষ্পের পরিমাণ যদি এমন হয় যে তা আরও অতিরিক্ত বাষ্প ধারণ করতে পারে, তবে ঐ বাষ্পকে অসম্পৃক্ত বাষ্প বলে। এই চাপ সম্পৃক্ত চাপের চেয়ে কম হয়।
(২) এটি একটি আবশ্য স্থানে তৈরি করা যায়।	(২) এটি আবশ্য বা খোলা যে কোন স্থানে তৈরি হতে পারে।

সম্পৃক্ত বাষ্প	অসম্পৃক্ত বাষ্প
৩। যদি কোন আবদ্ধ স্থানে তরল পদাৰ্থের সংসর্ণে কিছু বাষ্প থাকে তবে বুৰাতে হবে যে, ঐ বাষ্প সম্পৃক্ত বাষ্প।	৩। কোন আবদ্ধ স্থানে যদি কিছু বাষ্প থাকে কিন্তু কোন তরল পদাৰ্থ না থাকে তবে ঐ বাষ্প অসম্পৃক্ত বা সদ্য সম্পৃক্ত হতে পাৰে। এই স্থানের আয়তন সামান্য কমালে যদি কিছু বাষ্প তরলে পরিণত হয় তবে ঐ বাষ্প সদ্য সম্পৃক্ত—অন্যথায় অসম্পৃক্ত।
৪। <u>সম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল এবং চাৰ্লস-এর সূত্ৰ মানে না।</u>	৪। <u>অসম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল এবং চাৰ্লস-এর সূত্ৰ মেনে চলে।</u>
৫। সম্পৃক্ত বাষ্পের সংসর্ণে যথেষ্ট তরল পদাৰ্থ না থাকলে স্থিৰ তাপমাত্ৰায় ঐ বাষ্পের আয়তন বৃদ্ধি কৰলে, তরল পদাৰ্থ বাস্তীভূত হবাৰ পৱ ঐ স্থান বাষ্পে অসম্পৃক্ত হবে।	৫। একটি নিৰ্দিষ্ট পৱিমাণ অসম্পৃক্ত বাষ্পের তাপমাত্ৰা স্থিৰ রেখে তাৰ আয়তন ক্ৰমাগত কমাতে থাকলে এক সময় ঐ স্থান বাষ্পে সম্পৃক্ত হবে।
৬। <u>তাপমাত্ৰা বৃদ্ধি কৰে একটি নিৰ্দিষ্ট পৱিমাণ সম্পৃক্ত বাষ্পকে অসম্পৃক্ত বাষ্পে পৱিণত কৰা যায়।</u>	৬। <u>তাপমাত্ৰা কমিয়ে একটি নিৰ্দিষ্ট পৱিমাণ অসম্পৃক্ত বাষ্পকে সম্পৃক্ত বাষ্পে পৱিণত কৰা যায়।</u>

১১.২৫ গ্যাস ও বাষ্পের মধ্যে পৰ্যাপ্তক্য

Distinction between gases and vapours

সাধাৰণভাৱে, পদাৰ্থের গ্যাসীয় অবস্থা বুৰাতে আমৱা ‘বাষ্প’ এবং ‘গ্যাস’ উভয় শব্দই বাবহাৰ কৰে থাকি। কিন্তু এদেৱ মধ্যে একটি বিশেষ পৰ্যাপ্তক্য রয়েছে। পৱীক্ষালক্ষ্য ফলাফলে দেখা গেছে যে প্ৰত্যেক গ্যাসীয় পদাৰ্থকে একটি নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্ৰার নিচে রেখে উপযুক্ত চাপ প্ৰয়োগ কৰলে তরলে পৱিণত হয়। কিন্তু গ্যাসীয় পদাৰ্থটি ঐ নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্ৰার উপৱে থাকলে যত চাপই প্ৰয়োগ কৰা হোক না কেন গ্যাসটি তরলে পৱিণত হয় না। এই নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্ৰাকে গ্যাসটিৰ ক্রান্তি তাপমাত্ৰা (critical temperature) বলে। বিভিন্ন গ্যাসীয় পদাৰ্থের জন্য ক্রান্তি তাপমাত্ৰা ভিন্ন ভিন্ন। যেমন জলীয় বাষ্পের ক্রান্তি তাপমাত্ৰা 361°C অঞ্জিজেনেৰ -119°C , হাইড্ৰোজেনেৰ -240°C ইত্যাদি। উপৱেৱ আলোচনা হতে আমৱা গ্যাস ও বাষ্পের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দিতে পাৰিব।

বাষ্প : কোন গ্যাসীয় পদাৰ্থের তাপমাত্ৰা এৱং ক্রান্তি তাপমাত্ৰা অপেক্ষা কম হলে তাকে বাষ্প বলে। এই অবস্থায় গ্যাসীয় পদাৰ্থকে চাপ প্ৰয়োগ কৰে তরলে পৱিণত কৰা যায়।

গ্যাস : কোন পদাৰ্থ এৱং ক্রান্তি তাপমাত্ৰা অপেক্ষা অধিক তাপমাত্ৰায় থাকলে তাকে গ্যাস বলে। গ্যাসকে শুধুমাত্ৰ চাপ প্ৰয়োগে তরলে পৱিণত কৰা যায় না।

সাধাৰণ তাপমাত্ৰায় যে সকল গ্যাসকে কেবল চাপ প্ৰয়োগে তরলে পৱিণত কৰা যায় না, সেগুলোকে স্থায়ী গ্যাস (permanent gas) বলে। যেমন অঞ্জিজেন, হাইড্ৰোজেন, হিলিয়াম ইত্যাদি।

১১.২৬ আৰ্দ্রতামিতি

Hygrometry

বায়ুমণ্ডলে সৰ্বদা কিছু না কিছু জলীয় বাষ্প বিদ্যমান থাকে। বাষ্পায়ন প্ৰক্ৰিয়ায় খাল-বিল, পুকুৰ, নদী, সমুদ্ৰ প্ৰভৃতি হতে প্ৰতিনিয়ত প্ৰচুৰ পৱিমাণ পালি বাষ্প হয়ে বায়ুমণ্ডলে মিশে যাচ্ছে। মেঘ, বৃক্ষ, কুয়াশা, শিশিৰ প্ৰভৃতি নৈসৰ্গিক ঘটনা হতে প্ৰমাণিত হয় যে, বায়ুতে প্ৰচুৰ পৱিমাণ জলীয় বাষ্প আছে।

বিভিন্ন স্থানে বায়ুমণ্ডলেৰ জলীয় বাষ্পের পৱিমাণ বিভিন্ন। আবাৰ কোন কোন দিন বায়ুতে জলীয় বাষ্প বেশি থাকে এবং কোন কোন দিন বায়ুতে জলীয় বাষ্প কম থাকে। কোন কোন স্থানে পানিৰ উৎসেৰ অৰমিথতি, অক্ষাংশ, সমুদ্ৰ গৃষ্ঠ হতে তাৰ উন্নতি প্ৰভৃতিৰ উপৱে বায়ুমণ্ডলেৰ জলীয় বাষ্পেৰ পৱিমাণ নিৰ্ভৰ কৰে।

বইয়ের কথা

কোন স্থানের আবহাওয়ার উপর বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের গুরুত্ব অপরিসীম। কোন কোন দ্রব্যের সুষ্ঠু উৎপাদন ও গুদামজাতকরণে বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের পরিমাণ ও তাপমাত্রা একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে থাকা প্রয়োজন। এই কারণে বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের পরিমাণ নির্ণয়ের গুরুত্বও অনেক।

পদাৰ্থবিজ্ঞানের যে শাখায় কোন নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ নির্ণয় সম্বলে আলোচনা কৱা হয় তাকে আর্দ্রতামিতি বা হাইড্রোমিতি বলে। এক কথায় বলা যাব—পদাৰ্থবিজ্ঞানের যে শাখায় জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কৱা হয়, তার নাম আর্দ্রতামিতি।

১১.২৭ শিশিরাংক

Dew point

একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ জলীয় বাষ্প ধারণ করতে পারে। বায়ুর জলীয় বাষ্প ধারণের ক্ষমতা তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে বেড়ে যায় এবং তাপমাত্রা হ্রাস পেলে কমে যায়। বায়ু যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প ধরে রাখতে পারে সাধারণ বায়ুতে তার চেয়ে কম জলীয় বাষ্প থাকে বলে সাধারণ বায়ু জলীয় বাষ্পে অসম্ভৃত থাকে এবং অসম্ভৃত বায়ুর জলীয় বাষ্পের চাপ অপেক্ষা সম্ভৃত বায়ুর জলীয় বাষ্পের চাপ বেশি হয়। কিন্তু বায়ুর তাপমাত্রা যদি ক্রমশ কমতে থাকে তবে তার জলীয় বাষ্প ধারণের ক্ষমতা কমে যায় এবং একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বায়ুর মধ্যে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তা দ্বারা উক্ত বায়ু সম্ভৃত অবস্থা ধারণ করে। এ অবস্থায় তাপমাত্রা আর একটু কমলে কিছু জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র পানি বিলুপ্ত হয়। এই নির্দিষ্ট তাপমাত্রাকে শিশিরাংক বলে।

শিশিরাংকের সংজ্ঞা : যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু তার ডিতরের জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্ভৃত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাংক বলে। অথবা, যে তাপমাত্রায় শিশির জমতে বা অদৃশ্য হতে শুরু করে তাকে শিশিরাংক বলে।

“কোন স্থানের বায়ুর শিশিরাংক 15°C ”—এটি দ্বারা বুঝা যায় যে, 15°C তাপমাত্রায় ঐ স্থানের বায়ু তার মধ্যস্থ জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্ভৃত হবে। অথবা 15°C তাপমাত্রায় ঐ স্থানে শিশির গঠিত বা অদৃশ্য হতে শুরু করবে।

বায়ুর তাপমাত্রায় কোন একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প উপস্থিত থাকে শিশিরাংকে ঐ একই পরিমাণ জলীয় বাষ্প সম্ভৃত অবস্থা ধারণ করে। ডালটন-এর সূত্র অনুসারে এই সম্ভৃত বাষ্পের চাপ বায়ুর উপর নির্ভর করে না। সুতরাং বায়ুর তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের অসম্ভৃত জলীয় বাষ্পের চাপ শিশিরাংকে সম্ভৃত জলীয় বাষ্পের চাপের সমান হবে।

১১.২৮ বায়ুর আর্দ্রতা

Humidity of air

বায়ু কতখানি শুক্ষ বা ডিজা তা নির্দেশ করতে ‘আর্দ্রতা’ শব্দটি ব্যবহৃত হয়। অনেক সময় শীতকালের বায়ু শুক্ষ ও গ্রীষ্মকালের বায়ু আর্দ্র বলা হয়। এটি দ্বারা শীতকালের তুলনায় গ্রীষ্মকালের বায়ুতে অধিক পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে এটিই বুঝানো হয়। বায়ুর আর্দ্রতা দৃঢ়াবে প্রকাশ করা হয়। যথা—

(১) পরম আর্দ্রতা (Absolute humidity) : কোন সময় কোন স্থানের একক আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তাকে ঐ বায়ুর পরম আর্দ্রতা বলে। সাধারণত এক ঘন মিটার আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তা বায়ুর পরম আর্দ্রতা নির্দেশ করে।

“বায়ুর পরম আর্দ্রতা $10^{-2} \text{ kg. m}^{-3}$ ”—এটি দ্বারা বুঝা যায় যে, এক ঘন মিটার আয়তনের বায়ুতে 10^{-2} kg জলীয় বাষ্প বিদ্যমান আছে।

(২) আপেক্ষিক আর্দ্রতা (Relative humidity) : কোন নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে ঐ তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পূর্ণ করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন হয় তাদের অনুপাতকে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে। এই অনুপাত দ্বারা বায়ু কতখানি ডিজা বা শুক্র তা নির্দেশ করা হয়। একে সাধারণত R দ্বারা ব্যক্ত করা হয়।

আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর}}{\text{ঐ তাপমাত্রায় উক্ত আয়তনের ঐ বায়ুকে সম্পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর}}$$

তাপমাত্রা $t^{\circ}\text{C}$ এবং আয়তন V হলে,

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{t^{\circ}\text{C তাপমাত্রায় } V \text{ আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর}}{t^{\circ}\text{C তাপমাত্রায় } V \text{ আয়তনের বায়ুকে সম্পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর}$$

কিন্তু স্থির তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর তার বাষ্পচাপের সমানুপাতিক।

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{t^{\circ}\text{C তাপমাত্রায় } V \text{ আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{t^{\circ}\text{C-এ } V \text{ আয়তনের বায়ুকে সম্পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের চাপ}$$

আবার যে কোন তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ = শিশিরাঙ্কে উক্ত বায়ুর সম্পূর্ণ জলীয় বাষ্পের চাপ।

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সম্পূর্ণ জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পূর্ণ জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

সাধারণত আপেক্ষিক আর্দ্রতা শতকরা হিসেবে প্রকাশ করা হয়। সুতরাং আপেক্ষিক আর্দ্রতা R দ্বারা, শিশিরাঙ্কে সম্পূর্ণ জলীয় বাষ্পের চাপ f দ্বারা এবং বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পূর্ণ জলীয় বাষ্পের চাপ F দ্বারা নির্দেশ করলে,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

(47)

“বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%”—এর দ্বারা বুঝা যায় যে, (i) বায়ুর তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের ঐ বায়ুকে সম্পূর্ণ করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন তার শতকরা 60 ভাগ জলীয় বাষ্প বায়ুতে আছে।

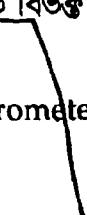
(ii) বায়ুর তাপমাত্রায় ঐ বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ একই তাপমাত্রায় সম্পূর্ণ জলীয় বাষ্পের চাপের 100 ভাগের 60 ভাগ অর্থাৎ $\frac{3}{5}$ অংশ।

(iii) ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্কে সম্পূর্ণ জলীয় বাষ্পের চাপ বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পূর্ণ জলীয় বাষ্পের চাপের 100 ভাগের 60 ভাগ।

১১.২৯ শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়

Determination of dewpoint and relative humidity

বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়ের জন্য যে যন্ত্র ব্যবহৃত হয় তাকে আর্দ্রতামান যন্ত্র বা হাইগ্রোমিটার (hygros—আর্দ্র, metron—পরিমাপ) বলে। আর্দ্রতামান যন্ত্রগুলোকে নিম্নলিখিত শ্ৰেণীতে বিভক্ত করা যায়।

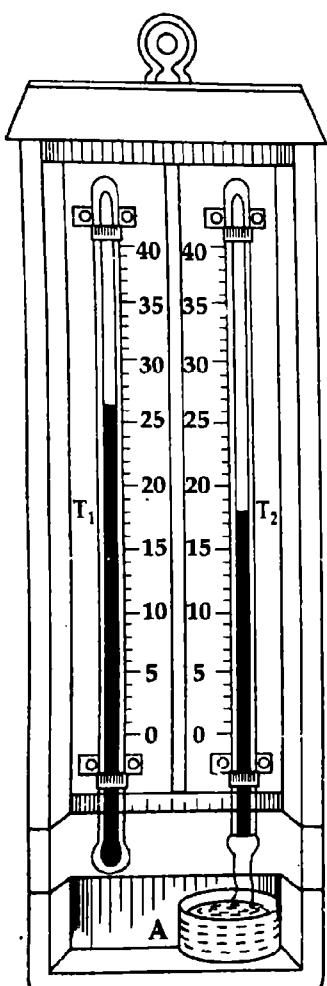
- | | |
|--|---|
| (১) শিশিরাঙ্ক হাইগ্রোমিটার (Dewpoint hygrometer) |  |
| (২) আর্দ্র বা সিক্ত ও শুক্র বাল হাইগ্রোমিটার (Wet and dry bulb hygrometer) | |
| (৩) ৱাসায়নিক হাইগ্রোমিটার (Chemical hygrometer) | |
| (৪) কেশ হাইগ্রোমিটার (Hair hygrometer) | |

বইয়র কুমাৰ

এই অধ্যায়ে আমরা আর্দ্র বা সিন্ত ও শুক্র বাল্ব হাইগ্রোমিটার-এর গঠন ও কার্যপদ্ধতি আলোচনা করব।

আর্দ্র বা সিন্ত ও শুক্র বাল্ব হাইগ্রোমিটার : এটি সরল হাইগ্রোমিটার। সাধারণত আবহাওয়া অফিস ও শিল্প প্রতিষ্ঠানে এই প্রকার যন্ত্র ব্যবহৃত হয়। এর সাহায্যে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা সমষ্টিতে দ্রুত মোটামুটি ধারণা পাওয়া যায়। এছাড়া এই যন্ত্রে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ভুলভাবে পরিমাপও করা যায়।

পানির বাস্তীভবনের হার বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাস্তোর উপর নির্ভরশীল—এই তথ্যের উপর এই হাইগ্রোমিটারের কার্যপনালী প্রতিষ্ঠিত। ১১৮ নং চিত্রে একটি আর্দ্র ও শুক্র বাল্ব হাইগ্রোমিটারের প্রয়োজনীয় ব্যবস্থাপনা দেখানো হয়েছে।



চিত্র ১১৮

যন্ত্রের বর্ণনা : এই যন্ত্রে দুটি একই প্রকার সাধারণ থার্মোমিটার T_1 ও T_2 একটি ফ্রেমে পাশাপাশি খাড়াভাবে আবস্থ থাকে। T_1 থার্মোমিটারের বাল্ব স্বাভাবিক অবস্থায় এবং T_2 থার্মোমিটারের বাল্ব এক টুকরা পরিষ্কার মসলিন কাপড়ে জড়িয়ে কাপড়ের অপর প্রান্ত সলিতার মত পাকানো অবস্থায় নিচের পাত্র A-এর পানিতে ডুবিয়ে রাখা হয়। কাপড় পাত্রের পানি শোষণ করে T_2 থার্মোমিটারের বাল্বকে সিন্ত রাখে। এই কারণে T_1 বাল্বকে শুক্র বাল্ব এবং T_2 বাল্বকে আর্দ্র বাল্ব বলা যায়।

ক্রিয়া : T_2 থার্মোমিটারের বাল্ব সিন্ত মসলিন কাপড়ে আবৃত থাকায় ঐ বাল্ব হতে প্রয়োজনীয় তাপ সঞ্চাহ করে পানি বাস্তীভূত হবে এবং বাল্বের তাপমাত্রা ক্রমশ হ্রাস পাবে। ফলে বায়ুর তাপমাত্রা নির্দেশক T_1 থার্মোমিটারের পাঠ হতে T_2 থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্য ক্রমশ বৃদ্ধি পাবে। বায়ু যত বেশি শুক্র হবে অর্থাৎ বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা যত কম হবে বাস্তায়ন তত দ্রুত হবে এবং T_1 ও T_2 থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্যও তত বেশি হবে। আবার বায়ুতে যত বেশি জলীয় বাস্ত থাকবে অর্থাৎ বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা যত বেশি হবে, বাস্তায়নের হার এবং সাথে সাথে দুই থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্যও তত কম হবে।

সূতরাং দুই থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্য হতে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা সমষ্টিতে একটি মোটামুটি ধারণা পাওয়া যাবে। কোন সময় শুক্র বাল্বের তাপমাত্রা $t_1^{\circ}\text{C}$ ও আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রা $t_2^{\circ}\text{C}$ হলে নিম্নলিখিত উপায়ে ঐ সময়ের বায়ুর শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় করা যাবে।

(ক) গ্রেইসার-এর সমীকরণের সাহায্যে : গ্রেইসার-এর সমীকরণ অনুসারে,

$$t_1 = t + G(t_1 - t_2) \dots \quad (48)$$

এখানে, G = শুক্র বাল্বের তাপমাত্রায় গ্রেইসার-এর রাশি এবং $t^{\circ}\text{C}$ = বায়ুর শিশিরাঙ্ক।

শিশিরাঙ্ক নির্ণয় : শুক্র বাল্বের তাপমাত্রায় গ্রেইসার-এর রাশি G -এর মান জেনে উপরের সমীকরণের সাহায্যে বায়ুর শিশিরাঙ্ক $t^{\circ}\text{C}$ জানা যাবে।

আপেক্ষিক আর্দ্রতা : ধৰা যাক রেনোর বাস্ত চাপের তালিকায় $t^{\circ}\text{C}$ ও $t_1^{\circ}\text{C}$ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাস্তোর চাপ যথাক্রমে f ও F mm পারদ।

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা}, R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

শুল্ক বাল্বের তাপমাত্রা ($^{\circ}\text{C}$)	গ্লেইসারের রাশি G	শুল্ক বাল্বের তাপমাত্রা ($^{\circ}\text{C}$)	গ্লেইসারের রাশি G	শুল্ক বাল্বের তাপমাত্রা ($^{\circ}\text{C}$)	গ্লেইসারের রাশি G
4	7.82	16	1.87	28	1.67
5	7.28	17	1.85	29	1.66
6	6.62	18	1.83	30	1.65
7	5.77	19	1.81	31	1.64
8	4.92	20	1.79	32	1.63
9	4.04	21	1.77	33	1.62
10	2.06	22	1.75	34	1.61
11	2.02	23	1.74	35	1.60
12	1.99	24	1.72	36	1.59
13	1.95	25	1.70	37	1.58
14	1.92	26	1.69		
15	1.90	27	1.68		

রেনোৱ সম্পৃক্ষ জলীয় বাল্ব চাপের তালিকা

t_1 $^{\circ}\text{C}$	$(t_1 - t_2)$ $^{\circ}\text{C}$										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	4.6	3.7	2.9	2.1	1.3						
1	4.9	4.1	3.2	2.4	1.6	0.8					
2	5.3	4.4	3.6	2.7	1.9	1.1	0.3				
3	5.7	4.8	3.9	3.1	2.2	1.4	0.6				
4	6.1	5.2	4.3	3.4	2.6	1.7	0.9	0.1			
5	6.5	5.6	4.7	3.8	2.9	2.1	1.2	0.4			
6	7.0	6.0	5.1	4.2	3.3	2.4	1.6	0.7			
7	7.5	6.5	5.5	4.6	3.7	2.8	1.9	1.1	0.2		
8	8.1	7.0	6.0	5.0	4.1	3.2	2.3	1.4	0.6		
9	8.6	7.5	6.5	5.5	4.5	3.6	2.7	1.8	0.9	0.1	
10	9.2	8.1	7.0	6.0	5.0	4.0	3.1	2.2	1.3	0.4	
11	9.9	8.7	7.6	6.5	5.5	4.5	3.5	2.6	1.7	0.8	
12	10.5	9.3	8.2	7.1	6.0	5.0	4.0	3.0	2.1	1.2	0.3
13	11.2	10.0	8.8	7.7	6.6	5.5	4.5	3.5	2.5	1.6	0.7
14	12.0	10.7	9.5	8.3	7.2	6.1	5.0	4.0	3.0	2.0	1.1
15	12.8	11.5	10.2	9.0	7.8	6.7	5.6	4.5	3.5	2.5	1.5
16	13.6	12.3	11.0	9.7	8.5	7.3	6.2	5.1	4.0	3.0	2.0
17	14.5	13.1	11.8	10.5	9.2	8.0	6.8	5.7	4.6	3.5	2.5
18	15.5	14.0	12.6	11.3	10.0	8.7	7.5	6.3	5.2	4.1	3.0
19	16.5	15.0	13.5	12.1	10.8	9.4	8.2	7.0	5.8	4.6	3.5
20	17.7	16.0	14.5	13.0	11.6	10.2	8.9	7.7	6.5	5.3	4.1

রেনোর সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপের তালিকাটি শুল্ক বাল্বের তাপমাত্রা $t^{\circ}\text{C}$ এবং শুল্ক এবং আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রার পার্থক্য $(t_1 - t_2)^{\circ}\text{C}$ -এর সাপেক্ষে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ নির্দেশ করে প্রস্তুত করা হয়েছে। তালিকার ব্যবহার বিধি নিম্নের উদাহরণ হতে পরিষ্কার বুঝা যাবে।

আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় : আপেক্ষিক আর্দ্রতার সংজ্ঞা ও উপরের তালিকা অনুসারে,

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{t_1^{\circ}\text{C}-\text{এর একই সমতায় } (t_1 - t_2)^{\circ}\text{C চিহ্নিত সারিতে নির্দেশিত চাপ}}{(t_1 - t_2)^{\circ}\text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}} \times 100\%$$

ধরা যাক কোন এক সময় শুল্ক ও আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রা যথাক্রমে 18°C ও 15°C ; তালিকা অনুসারে 18°C তাপমাত্রায় একই সমতায় দ্বিতীয় সারিতে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = 15.5 মিমি. পারদ।

আবার দুই থার্মোমিটারের তাপমাত্রার পার্থক্য = $(18 - 15)^{\circ}\text{C} = 3^{\circ}\text{C}$

তালিকায় 18°C তাপমাত্রায় একই সমতায় 3°C পার্থক্য চিহ্নিত সারিতে চাপ = 11.3 মিমি. পারদ = শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ।

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{11.3}{15.5} \times 100\% = 72.9\%$$

শিশিরাঙ্ক নির্ণয় : যে তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = 11.3 মিমি. পারদ সেই তাপমাত্রাই নির্ণেয় শিশিরাঙ্ক।

তালিকা অনুসারে 13°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = 11.2 মিমি. পারদ; 14°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = 12.0 মিমি. পারদ।

সুতরাং নির্ণেয় শিশিরাঙ্ক 13°C ও 14°C -এর মাঝে হবে।

$$12.0 - 11.2 = 0.8 \text{ মিমি. পারদ চাপের পার্থক্যের জন্য তাপমাত্রা বৃদ্ধি} = (13 - 12) = 1^{\circ}\text{C}$$

$$11.3 - 11.2 = 0.1 \text{ মিমি. পারদ চাপের পার্থক্যের জন্য তাপমাত্রা বৃদ্ধি} = 1 \times \left(\frac{0.1}{0.8} \right)^{\circ}\text{C} = 0.125^{\circ}\text{C}$$

$$\text{নির্ণেয় শিশিরাঙ্ক, } t = 13^{\circ}\text{C} + 0.125^{\circ}\text{C} = 13.125^{\circ}\text{C}$$

১১.৩০ শুল্ক ও আর্দ্র বাল্ব হাইওমিটারের সাহায্যে আবহাওয়ার পূর্বাভাস

Weather forecast by wet and dry bulb hygrometer

আর্দ্র বায় অপেক্ষা শুল্ক বায়তে পানি দ্রুত বাস্তীভূত হয়। আবার বাষ্পায়ন যত বেশি হয় আর্দ্র বাল্ব থার্মোমিটারের পাঠ তত হ্রাস পায়। সুতরাং আর্দ্র ও শুল্ক বাল্ব থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্য লক্ষ করে আবহাওয়ার মোটামুটি পূর্বাভাস দেয়া যায়।

থার্মোমিটার দুটির পাঠের পার্থক্য—

- (১) কম হলে পূর্বাভাসে আর্দ্র আবহাওয়া উল্লেখ করা যায়।
- (২) খুব বেশি হলে পূর্বাভাসে বলা যায় যে, আবহাওয়া শুল্ক।
- (৩) ধীরে ধীরে কমতে ধাকলে বলা যায় যে, বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা রয়েছে।
- (৪) হঠাৎ হ্রাস পেলে পূর্বাভাসে ঝড় হতে পারে উল্লেখ করা যায়।

১১.৩১ আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়ের গুরুত্ব

Importance of determination of relative humidity

(১) কোন কোন রোগের জীবাণু শুল্ক আবহাওয়ায় এবং কোন কোন রোগের জীবাণু আর্দ্র আবহাওয়ায় বৎস বৃদ্ধি করে। এই কারণে জনস্বাস্থ্য বিভাগ আপেক্ষিক আর্দ্রতার হিসাব রাখে এবং কোন কোন রোগের প্রাদুর্ভাব দেখা দিলে বেতার ও সংবাদপত্রের মাধ্যমে তা ঘোষণা করে।

(২) মানুষের মেজাজ, স্বাস্থ্য, কর্মোদ্যম অনেকাংশে আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর নির্ভরশীল। যে সব আবশ্যিক স্থানে অধিক লোক সমাগম হয় সেখানকার বায়ু কিছুক্ষণের মধ্যে দৃষ্টিত ও আর্দ্র হয়ে পড়ে। এজন্য আধুনিক সিনেমা হল, অডিটোরিয়াম, বড় বড় অফিস ইত্যাদিতে শীতাতপ নিয়ন্ত্রণের প্রচলন দেখা যায়।

(৩) কোন কোন বস্তু যেমন আলু, তামাক, কাঠ, পেঁয়াজ, রসুন প্রভৃতি শুক্ষ আবহাওয়ায় ভাল থাকে। তাই আপেক্ষিক আর্দ্রতা জানা আবশ্যিক।

(৪) আবার বৈদ্যুতিক, ইলেকট্রনিক প্রভৃতি যন্ত্রপাতির স্টোরে ও কারখানায় একটি নির্দিষ্ট আপেক্ষিক আর্দ্রতার প্রয়োজন হয়। এই কারণে এসব ক্ষেত্রে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে রাখা বিশেষভাবে প্রয়োজন। তাই আপেক্ষিক আর্দ্রতা জানা অপরিহার্য।

(৫) কোন স্থানের আবহাওয়া বহুলাংশে আপেক্ষিক আর্দ্রতার পরিবর্তনে পরিবর্তিত হয়। তাই আবহাওয়া অফিস আপেক্ষিক আর্দ্রতার হিসাব রাখে এবং বেতার ও সংবাদপত্রে আবহাওয়ার পূর্বাভাস প্রদান করে।

(৬) সিগারেট, পশম, কার্পাস প্রভৃতি শিরের কতকগুলো বিশেষ রাসায়নিক প্রক্রিয়ার সহায়তার জন্য বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে থাকা প্রয়োজন। এই কারণে এসব কল-কারখানা বিশেষ বিশেষ অঞ্চলে স্থাপিত হয়।

(৭) নিরাপদ বিমান চালনার জন্য বিমান চালককে আর্দ্র বায়ুর অঞ্চল এড়িয়ে যেতে হয়। এই কারণে তাকে আপেক্ষিক আর্দ্রতার হিসাব জানার প্রয়োজন হয়।

১১৩২ আর্দ্রতামিতি সম্পর্কিত কয়েকটি বাস্তব ঘটনা

Some real events relating hygrometry

আর্দ্রতামিতি সম্পর্কিত কয়েকটি বাস্তব ঘটনা নিম্নে উল্লেখ করা হল :

(ক) মেঘাচ্ছন্ন রাত্রি অপেক্ষা মেঘশূন্য রাত্রি শিশির জমার জন্যে সহায়ক কেন ?

আর্মরা জানি নদী-নালা, খালবিল, সাগর-সমুদ্র, জলাশয় ইত্যাদি হতে পানি সব সময় বাঞ্ছায়নের ফলে জলীয় বাস্পে পরিণত হয় এবং বায়ুমণ্ডলে মিশে যায়। দিনের বেলায় সূর্যের তাপে ভূ-পৃষ্ঠ সংলগ্ন বাতাস গরম থাকে এবং জলীয় বাস্প দ্বারা অসম্পৃক্ত থাকে। মেঘহীন রাত্রিতে ভূ-পৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ঠাণ্ডা হতে থাকে এবং পরিশেষে এমন একটি তাপমাত্রায় উপনীত হয় যখন বাতাস জলীয় বাস্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় এবং জলীয় বাস্প ঘনীভূত হয়ে শিশির জমে।

কিন্তু আকাশ মেঘাচ্ছন্ন থাকলে ভূ-পৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ঠাণ্ডা হতে পারে না। কারণ মেঘ তাপরোধী পদাৰ্থ বলে ভূ-পৃষ্ঠ হতে বিকিরণজনিত কারণে তাপ পরিবাহিত হতে পারে না। ফলে ভূ-পৃষ্ঠ ঠাণ্ডা হয় না এবং শিশির জমে না।

(খ) বর্ষার দিন অপেক্ষা শীতকালে ডিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকায় কেন ?

বর্ষার দিনে বায়ুমণ্ডল জলীয় বাস্প দ্বারা সম্পৃক্ত থাকে। ফলে বাতাস অধিক পরিমাণে জলীয় বাস্প ধারণ করতে পারে না। শীতকালের বাতাস শুকনা থাকে। শুকনা বাতাস জলীয় বাস্পহীন। এই বাতাস ডিজা কাপড় থেকে দ্রুত জলীয় বাস্প শোষণ করে নিয়ে সম্পৃক্ত হতে চায়। ফলে শীতের দিনে ডিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকায়।

(গ) গরমের দিনে কুকুর জিহ্বা বের করে দৌড়ায় কেন ?

গরমের দিনে কুকুরের শরীর উত্তপ্ত থাকে এবং কুকুর অস্বস্তিবোধ করে। কিন্তু কুকুরের জিহ্বার উপর এক প্রকার সালা থাকে। সেই সালা কুকুরের শরীর থেকে বাস্পীভবনের সুস্পত তাপ শোষণ করে এবং কুকুরের শরীর ঠাণ্ডা হয়। কুকুর স্বস্তি অনুভব করে। সেজন্য কুকুর জিহ্বা বের করে দৌড়ায়।

(ঘ) ঘৰ্মাঞ্জি দেহে পাখার বাতাস আগলে আরাম অনুভূত হয় কেন ?

ঘৰ্মাঞ্জি দেহ খুবই অস্বস্তিকর। শরীরের ঘাম শরীর থেকে বাস্পীভবনের সুস্পত তাপ গ্রহণ করে বাস্প হয়ে উড়ে যায়। পাখার বাতাস সেই গরম বাস্পকে দূরীভূত করে। ফলে শরীর ঠাণ্ডা হয় এবং আরাম অনুভূত হয়।

বইঘর কম

(৬) শীতকালে শরীরে ও ঠোটে-মুখে পমেট বা গ্লিসারিন লাগান হয় কেন?

শীতকালে বাতাসে জলীয় বাষ্প থাকে না বললেই চলে। ফলে বাতাস জলীয় বাষ্প গ্রহণ করে সম্ভৃত হতে চায়। শরীরের ঠোট-মুখ অত্যন্ত নরম। বাতাস শরীরের সেই অনাবৃত নরম স্থান থেকে জলীয় বাষ্প শোষণ করে নেয়। ফলে ঠোট মুখের চামড়া শুকনা হয়ে চড়চড় করে এবং ফেটে যায়, সেজন্য পমেট বা গ্লিসারিন লাগিয়ে চামড়াকে ভিজা রাখা হয়।

(৭) একই তাপমাত্রায় দিনাজপুর অপেক্ষা চট্টগ্রাম অস্বস্তিকর অনুভূত হয় কেন?

চট্টগ্রাম সমুদ্র উপকূলে অবস্থিত হওয়ায় সেখানকার বাতাসে অধিক পরিমাণে জলীয় বাষ্প থাকে। এই জলীয় বাষ্প শরীরে লেগে ঘামের সৃষ্টি করে। কারণ শরীরের তাপমাত্রা জলীয় বাষ্পের তাপমাত্রা অপেক্ষা কম। ঘাম হলে শরীর অস্বস্তি বোধ করে।

পক্ষান্তরে দিনাজপুর সমুদ্র হতে অধিক দূরে অবস্থিত হওয়ায় সেখানকার বাতাসে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কম। ফলে শরীরে ঘামের সৃষ্টি হয় না এবং শরীর অস্বস্তি বোধ না করে আরাম অনুভব করে।

১১.৩৩ জলীয় বাষ্পের ঘনীভূত

Condensation of water vapour

কোন স্থানের বায়ুর তাপমাত্রা শিশিরাঙ্ক অপেক্ষা কম হলে ঐ বায়ুতে যে জলীয় বাষ্প থাকে তার কিছু অংশ বায়ুকে সম্ভৃত রাখে এবং বাকি অংশ ঘনীভূত হয়ে পানি বিন্দুর সৃষ্টি করে। সাধারণত নিম্নলিখিত কারণে বায়ুর তাপমাত্রা শিশিরাঙ্কের নিচে নামতে পাবে :

- (১) বিকিরণ প্রক্রিয়ায় তাপ বর্জন করে। শিশির, কুয়াশা প্রভৃতি এভাবে সৃষ্টি হয়।
- (২) শীতল ও গরম বায়ুর মিশ্রণে। কোন কোন মেঘের উৎপত্তি ও তিরোধান এই প্রক্রিয়ায় সংঘটিত হয়।
- (৩) রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় চাপের দ্রুত পরিবর্তনে। মেঘের উৎপত্তি ও বৃষ্টিপাত এই প্রক্রিয়ায় হয়ে থাকে।

১১.৩৪ বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হওয়ার ফল

Result of condensation of water vapour in atmosphere

বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্প বিভিন্ন প্রক্রিয়ায় ঘনীভূত হয়ে বিভিন্ন নৈসর্গিক ঘটনার উৎপত্তি করে। নিম্নে কয়েকটি নৈসর্গিক ঘটনা সম্বন্ধে আলোচনা করা হল।

শিশির (Dew) : দিনে সূর্যের উভাপে ভৃ-পৃষ্ঠ ও ভৃ-পৃষ্ঠ সংলগ্ন বায়ু গরম হয় এবং রাত্রিতে ঐ বায়ু তাপ বিকিরণ করে শীতল হয়। কিন্তু সব বস্তুর তাপ বিকিরণের ক্ষমতা সমান হয় না। যে বস্তু বেশি তাপ বিকিরণ করে, যেমন ঘাস, পাতা প্রভৃতি, সে বস্তু তত শীতল হয়। যখন এই সব শীতল বস্তুর সংসর্ষে ঠাণ্ডা হতে হতে বায়ুর তাপমাত্রা শিশিরাঙ্ক অপেক্ষা কম হয় তখন বায়ুকে সম্ভৃত রাখার জন্য যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন এর অতিরিক্ত জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র পানি বিন্দুরূপে ঐ সব বস্তুর উপর জমা হয়। এই ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র পানি বিন্দুকে শিশির বলে।

শরৎকালের ভোর বেলা কোন কোন দিন গাছের পাতায় ও ঘাসের উপর প্রচুর পরিমাণ শিশির এবং কোন কোন দিন অল্প পরিমাণ শিশির জমা হতে দেখা যায়। শিশির জমার অনুকূল অবস্থা সব সময় সমান থাকে না বলে এমন হয়।

কুয়াশা (Fog) : কোন কোন সময় ভৃ-পৃষ্ঠের কাছাকাছি বায়ুমণ্ডলের বিস্তীর্ণ অঞ্চলের তাপমাত্রা হ্রাস পেয়ে শিশিরাঙ্কের নিচে নেমে যায়। এ অবস্থায় বায়ু জলীয় বাষ্প ধরে রাখার সামর্থ্য হারায় এবং জলীয় বাষ্প সম্ভৃত হয়ে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র পানি বিন্দুর আকারে বায়ুমণ্ডলে ভাসমান ধূলিকণা, কয়লার গুঁড়া বা পানি শোষণকারী বিজ্ঞাতীয় পদার্থ কণাকে কেন্দ্র করে ভৃ-পৃষ্ঠের উপরে তাসতে থাকে। একেই কুয়াশা বলে। সাধারণত বায়ুপ্রবাহ না থাকলে মেঘহীন রাত্রিতে কুয়াশা বেশি পড়ে। শীতকালে প্রায়ই সকালে কুয়াশা দেখা যায়।

কুয়াশা দৃষ্টি প্রকার—হাঙ্গা কুয়াশা (Mist) এবং ঘন কুয়াশা (Dense fog)। বায়ুমণ্ডলের প্রতি একক আয়তনে কুয়াশার পরিমাণ কম হলে এই কুয়াশাকে হাঙ্গা কুয়াশা বলে এবং বেশি হলে এই কুয়াশাকে ঘন কুয়াশা বলে।

কোন কোন সময় নদীর পানির উপর কুয়াশা দেখা যায়। কারণ রাত্রিকালে স্থলভাগ জলভাগ অপেক্ষা দ্রুত শীতল হয়। ফলে স্থলভাগের শীতল বায়ু নদীর বুকে নেমে পানির উপরিভাগের বায়ুকে শীতল করে কুয়াশার সৃষ্টি করে।

মেঘ (Cloud) : বায়ুমণ্ডলের বিস্তীর্ণ অঞ্চলের বায়ু জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়ে যদি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র পানি বিন্দুরূপে প্রথিবী পৃষ্ঠ হতে বহু উপরে ভেসে বেড়ায় তবে তাকে মেঘ বলে। সূতরাং উর্ধ্বাকাশের কুয়াশাই মেঘ।

ভূ-পৃষ্ঠের জলীয় বাষ্পপূর্ণ বায়ু হাঙ্গা হয়ে যখন উপরের দিকে প্রবাহিত হয় তখনই উপরের অপেক্ষাকৃত শীতল বায়ুর সংসর্শে তা আরও ঠাণ্ডা হতে থাকে। আবার উপরের চাপ কম বলে বায়ু আয়তনে প্রসারিত হয়ে শীতল হয়ে থাকে। এভাবে বায়ুর তাপমাত্রা যখন শিশিরাঙ্কের খানিকটা নিচে নেমে যায় তখন জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে বায়ুতে ভাসমান ধূলিকণা বা পানি শোষণকারী বিজাতীয় পদার্থ কণার সাথে পানি বিন্দুর আকারে ভাসতে থাকে। একে মেঘ বলে।

বৃষ্টি (Rain) : মেঘ যখন উপরের দিকে উঠতে থাকে তখন বিভিন্ন কারণে তা অধিকতর শীতল হয়ে পড়ে। ফলে মেঘের পানি বিন্দুগুলো বড় বড় বিন্দুতে পরিণত হয়। পানি বিন্দুগুলো পরস্পরের সংসর্শেও আকারে বড় হয়। এভাবে তারা যথেষ্ট ভারী হয়ে অতিকর্ষের টানে ভূ-পতিত হয়। একেই বৃষ্টি বলে।

শিলা (Sleet) : মেঘ যখন জোরালো বায়ুপ্রবাহে উর্ধ্বাকাশের দিকে উঠতে থাকে তখন তার তাপমাত্রা দ্রুত হাস পায় এবং পানির হিমাঙ্ক (0°C)-এর নিচে নেমে আসে। এতে মেঘের পানি বিন্দুগুলো জমে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বরফ খণ্ডের সৃষ্টি করে। এই বরফ খণ্ডের সংসর্শে তার আশে-পাশের পানির বিন্দুগুলো শীতল হয়েও ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বরফখণ্ডে পরিণত হয়। এভাবে বরফখণ্ডগুলো আকারে বৃদ্ধি পেয়ে যথেষ্ট ভারী হলে তারা আর বায়ুতে ভেসে থাকতে পারে না। অতিকর্ষের টানে সবেগে এরা ভূ-পতিত হয়। একেই শিলাবৃষ্টি বা শিলা বলে। বলা বাহুল্য জলীয় বাষ্প দ্রুত ঘনীভূত হওয়ায় শিলার সৃষ্টি হয় বলে তার ভিতর কিছু কিছু বায়ু আবন্ধ থাকতে পারে।

স্থিরণিকা

তাপ : তাপ এক প্রকার শক্তি যা গরম বা উচ্চ তাপমাত্রার বস্তু হতে নিম্ন তাপমাত্রার বস্তুতে তাপমাত্রার পার্দকের সঞ্চালিত হয়।

গ্যাসীয় সূত্রাবলি : (১) বয়েলের সূত্র : তাপমাত্রা স্থির থাকলে কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন তার চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

(২) চার্লস-এর সূত্র : স্থির চাপে কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য এর 0°C তাপমাত্রার আয়তনের নির্দিষ্ট তত্ত্বাংশ $\frac{1}{273}$ অংশ পরিবর্তিত হয়।

(৩) চাপীয় সূত্র : স্থির আয়তনে কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য এর 0°C তাপমাত্রার চাপের নির্দিষ্ট তত্ত্বাংশ $\frac{1}{273}$ অংশ পরিবর্তিত হয়।

আদর্শ গ্যাস : যে সব গ্যাস বয়েল এবং চার্লস-এর সূত্র মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে।

পরম শূন্য তাপমাত্রা : স্থির চাপে একটি নির্দিষ্ট ভরের কোন গ্যাসের তাপমাত্রা ক্রমশ কমাতে থাকলে চার্লসের সূত্রানুযায়ী যে তাপমাত্রায় পৌছে তার আয়তন শূন্য হয় ও গ্যাসের গতিশক্তি সম্পূর্ণরূপে লোপ পায় তাকে পরম শূন্য তাপমাত্রা বলে।

স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারজ্ঞ, γ_p : স্থির চাপে 0°C তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস বৃদ্ধির জন্য ঐ গ্যাসের প্রতি একক আয়তনে যে প্রসারণ ঘটে তাকে স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারজ্ঞ বলে।

স্থির আয়তনে গ্যাসের চাপ প্রসারজ্ঞ, γ_v : স্থির আয়তনে 0°C তাপমাত্রার নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস বৃদ্ধির ফলে ঐ গ্যাসের প্রতি একক চাপের যে বৃদ্ধি ঘটে তাকে স্থির আয়তনে গ্যাসের চাপ প্রসারজ্ঞ বলে।

প্রমাণ তাপমাত্রা : প্রমাণ বা স্বাভাবিক চাপে (760 mm পারদ স্তম্ভ চাপ) যে তাপমাত্রায় বরফ গলে পানিতে পরিণত হয় বা পানি জমে বরফে পরিণত হয় সেই তাপমাত্রাকে প্রমাণ তাপমাত্রা বলে।

প্রমাণ চাপ : সমুদ্র পৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে 0°C বা 273.16 K তাপমাত্রায় উল্লম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতাবিশিষ্ট শূক্ষ্ম ও বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভ যে চাপ দেয় তাকে প্রমাণ বা স্বাভাবিক চাপ বলে।

সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, R : এক মোল আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী বাড়ালে তা যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তাকে সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলে।

গড় বর্গ বেগ : দুই বা ততোধিক বেগের বর্গের গড় মানকে গড় বর্গ বেগ বলে।

গড় বর্গ বেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ : দুই বা ততোধিক বেগের বর্গের গড় মানের বর্গমূলকে গড় বর্গবেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ বলে।

গড় মুক্ত পথ : পরস্পর ধাক্কাগুলোর ভিতর একটি অণু যে গড় দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে গড় মুক্ত পথ বলে।

সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ : কোন নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোন আবন্ধ স্থানের বাষ্প যে সর্বাধিক চাপ প্রয়োগ করে তাকে সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে।

অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ : কোন নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোন আবন্ধ স্থানের বাষ্প যদি সর্বাধিক বাষ্পচাপ অপেক্ষা কম চাপ প্রয়োগ করে তবে তাকে অসম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে।

আপেক্ষিক আর্দ্রতা : কোন নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে ঐ তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন হয় তাদের অনুপাতকে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।

প্রয়োজনীয় সমীকরণ

$$\text{বয়েলের সূত্র}, PV = \text{ধ্রুবক} \quad (1)$$

$$\text{বয়েলের সূত্র}, P_1 V_1 = P_2 V_2 = \text{ধ্রুবক} \quad (2)$$

$$\text{চার্লস-এর সূত্র} : (i) V = V_0 \left(1 + \frac{\theta}{273} \right) \quad (3)$$

$$(ii) V \propto T = \frac{T_1}{T_2} \quad (4)$$

$$(iii) \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (5)$$

$$\text{চাপীয় সূত্র} : (i) P = P_0 \left(1 + \frac{\theta}{273} \right) \quad (6)$$

$$(ii) P \propto T \quad (7)$$

$$(iii) \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (8)$$

$$\text{বয়েল এবং চার্লস সূত্রের সমন্বিত রূপ} : \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \text{ধ্রুবক} \quad (9)$$

$$\text{স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারাঙ্গ, } \gamma_p = \frac{V - V_0}{V_0 \theta} \quad (10)$$

$$\text{স্থির আয়তনে গ্যাসের চাপ প্রসারাঙ্গ, } \gamma_v = \frac{P - P_0}{P_0 \theta} \quad (11)$$

$$\text{আদর্শ গ্যাস সমীকরণ}, (i) PV = nRT \quad (12)$$

$$(ii) PV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow PV = \frac{M}{m} RT \quad (13)$$

$$\text{গ্যাসের ঘনত্বের সমীকরণ} : (i) \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (14)$$

$$(ii) \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{P_1}{P_2} \quad (15)$$

$$\text{গড় বেগ} : c_n = \frac{c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n}{n} \quad (16)$$

$$\text{গড় বর্গ বেগ} : c_n^2 = \frac{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + \dots + c_n^2}{n} \quad (17)$$

$$\text{গড় বর্গ বেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ}, c = \sqrt{c_n^2} = \sqrt{\frac{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_n^2}{n}} \quad (18)$$

$$\text{আদর্শ গ্যাসের চাপ}, P = \frac{1}{3} \rho c^2 \quad (19)$$

$$\text{প্রতি মোল বা এক গ্রাম অণু গ্যাসের গতিশক্তি}, E = \frac{3}{2} RT \quad (20)$$

$$\text{একক আয়তনের অণুগুলোর গ্যাসের চাপ}, P = \frac{2}{3} E \quad (21)$$

$$\text{মূল গড় বর্গবেগের সাথে চাপের সম্পর্ক : } c = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} \quad (22)$$

$$\text{মূল গড় বর্গবেগের সাথে তাপমাত্রার সম্পর্ক : } c = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad (23)$$

$$\text{গড় মুক্ত পথ : (i) ক্রসিয়ানের সমীকরণ : } \lambda = \frac{1}{\pi n^2 h} \quad (24)$$

$$\text{(ii) ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ : } \lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \times n^2 h} \quad (25)$$

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা : } R = \frac{f}{F} \times 100\% \quad (26)$$

$$\text{ফ্রেইসার-এর সমীকরণ : } t_1 = t + G(t_1 - t_2) \quad (27)$$

সমাধানকৃত উদাহরণ

১. 0.64 m পারদ স্তম্ভ চাপে এবং 39°C তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের আয়তন $5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ । প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন কত? $A > T_1$ [য. বো. ২০০১]

মনে করি, নির্ণয় আয়তন = V_2

$$\text{আমরা পাই, } \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\text{বা, } \frac{0.64 \times 5.7 \times 10^{-4}}{312} = \frac{0.76 \times V_2}{273}$$

$$\text{বা, } V_2 = \frac{0.64 \times 5.7 \times 10^{-4} \times 273}{312 \times 0.76}$$

$$V_2 = 4.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

এখনে,

$$P_1 = 0.64 \text{ m}$$

$$V_1 = 5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$T_1 = 39^\circ\text{C} = (39 + 273) \text{ K}$$

$$= 312 \text{ K}$$

$$P_2 = 0.76 \text{ m}$$

$$T_2 = 273 \text{ K}$$

$$V_2 = ?$$

২. কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা 30°C । (i) চাপ স্থির থাকলে কোন তাপমাত্রায় আয়তন দ্বিগুণ হবে?

(ii) আয়তন স্থির থাকলে কোন তাপমাত্রায় চাপ তিনগুণ হবে?

মনে করি, তাপমাত্রা = T_2

আমরা পাই,

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\text{সমীকরণ (1) হতে পাই, } \frac{V_1}{303} = \frac{2V_1}{T_2}$$

(1)

এখনে, $V_1 = V_1$

$$V_2 = 2V_1$$

$$T_1 = 273 + 30 = 303 \text{ K}$$

$$\therefore T_2 = 2 \times 303 = 606 \text{ K}$$

$$= (606 - 273) = 333^\circ\text{C}$$

(ii) মনে করি, তাপমাত্রা = T_2

আমরা পাই,

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\text{বা, } \frac{P_1}{303} = \frac{3P_1}{T_2}$$

(1)

এখনে, $P_2 = 3P_1$

$$T_2 = 303 \times 3 = 909 \text{ K} = (909 - 273) = 636^\circ\text{C}$$

৩. 0°C তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের চাপ $3 \times 10^5 \text{ Pa}$ হলে 60°C তাপমাত্রায় এর চাপ কত হবে? [য. বো. ২০০০]

আমরা জানি,

$$\gamma_v = \frac{P - P_0}{P_0 \Delta \theta}$$

$$\text{বা, } P = P_0(1 + \gamma_v \Delta \theta) = 3 \times 10^5 (1 + \frac{1}{273} \times 60) \text{ Pa}$$

$$\text{বা, } P = 3.66 \times 10^5 \text{ Pa}$$

এখনে,

$$0^\circ\text{C} \text{ তাপমাত্রায় চাপ, } P_0 = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{তাপমাত্রা বৃদ্ধি, } \Delta \theta = (60 - 0)^\circ\text{C} = 60^\circ\text{C}$$

$$\text{চাপ প্রসারাঙ্গ } \gamma_v = \frac{1}{273} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\text{চূড়ান্ত চাপ, } P = ?$$

বিকল্প পদ্ধতি :

আমরা জানি,

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\text{বা, } P_2 = \frac{P_1 T_2}{T_1}$$

$$P_2 = \frac{3 \times 10^5 \times 333}{273}$$

$$= 3.66 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Q. ৪) একটি ট্যাংকে 27°C তাপমাত্রায় 2 বায়ুমণ্ডলীয় চাপের 1660 লিটার অক্সিজেন আছে। ট্যাংকে অক্সিজেনের ভর নির্ণয় কর। [অক্সিজেনের আণবিক ভর = 32 kg k mol^{-1} , 1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপ = $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ও $R = 8314 \text{ J k mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$]

ধরি অক্সিজেনের ভর = m

$$\text{আমরা পাই, } m = M \left(\frac{PV}{RT} \right)$$

$$m = 32 \text{ kg k mol}^{-1} \times$$

$$\left(\frac{2 \times 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} \times 1660 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{8314 \text{ J k mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \times 300 \text{ K}} \right)$$

$$= 4.3 \text{ kg}$$

Q. ৫) স্থির তাপমাত্রায় কত চাপ প্রযোগ করলে একটি গ্যাসের আয়তন এর স্বাভাবিক চাপ আয়তনের 4 গুণ হবে ?

আমরা জানি,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\text{বা, } \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{4V_1}{V_1}$$

$$\text{বা, } \frac{1.013 \times 10^5}{P_2} = 4$$

$$\text{বা, } P_2 = \frac{1.013 \times 10^5}{4}$$

$$= 25.325 \times 10^3 \text{ Nm}^{-2}$$

Q. ৬) স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে কিছু শুরু বায়ু সংস্থিত প্রক্রিয়ায় সংস্থিত করে এর আয়তন অর্ধেক করা হল। চূড়ান্ত চাপ নির্ণয় কর।

$$P_1$$

P_2 আমরা জানি,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\text{বা, } P_2 V_2 = P_1 V_1$$

$$\text{বা, } P_2 = \frac{V_1}{V_2} P_1 = \frac{2V_1}{V_2} P_1$$

$$= 2P_1 = 2 \times 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$= 2.026 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

এখানে,

$$T_1 = 273 + 0^\circ\text{C} = 273\text{K}$$

$$T_2 = 273 + 60^\circ\text{C} = 333\text{K}$$

$$P_1 = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_2 = ?$$

Q. ৮) একটি ট্যাংকে 27°C তাপমাত্রায় 2 বায়ুমণ্ডলীয় চাপের 1660 লিটার অক্সিজেন আছে। ট্যাংকে অক্সিজেনের ভর নির্ণয় কর। [অক্সিজেনের আণবিক ভর = 32 kg k mol^{-1} , 1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপ = $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ও $R = 8314 \text{ J k mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$]

এখানে,

$$T = (273 + 27) \text{ K} = 300 \text{ K}$$

$$M = 32 \text{ kg k mol}^{-1}$$

$$R = 8314 \text{ J k mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$P = 2 \times 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$V = 1660 \text{ লিটার} = 1660 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$P_1 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

[ব. বো. ২০০৮, ২০০২]

এখানে,

$$\text{স্বাভাবিক চাপ, } P_1 = 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{আদি আয়তন} = V_1$$

$$\text{চূড়ান্ত আয়তন, } V_2 = 4V_1$$

$$\text{চূড়ান্ত চাপ, } P_2 = ?$$

[ব. বো. ২০০১]

এখানে,

$$\text{প্রাথমিক চাপ, } P_1 = 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{প্রাথমিক আয়তন} = V_1$$

$$\text{চূড়ান্ত আয়তন, } V_2 = \frac{V_1}{2}$$

$$\text{চূড়ান্ত চাপ, } P_2 = ?$$

৭। ০.৬৪ m পারদ স্তৰ্ণত চাপে এবং ৩৯°C তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের আয়তন $5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ । প্ৰমাণ চাপ ৪
তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন কত?

আমুৱা জানি,

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\text{বা, } V_2 = \frac{P_1 V_1 T_2}{T_1 P_2}$$

$$= \frac{0.64 \times 5.7 \times 10^{-4} \times 273}{312 \times 0.76} \text{ m}^3$$

$$= 4.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

৮। যদি R = 8.31 JK⁻¹ mol⁻¹ হয় তবে 72 cm পারদ চাপে এবং 27°C তাপমাত্রায় 20 g অক্সিজেনের আয়তন
নিৰ্ণয় কৰ।

$$PV = \frac{m}{M} RT$$

$$\text{বা, } V = \frac{m RT}{PM}$$

$$= \frac{20 \times 10^{-3} \times 8.31 \times 300}{72 \times 10^{-2} \times 13.6 \times 10^3 \times 9.8 \times 32 \times 10^{-3}}$$

$$= 0.0162369$$

$$= 16.24 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

৯। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে হাইড্রোজেনের ঘনত্ব 0.09 kgm⁻³। হাইড্রোজেন অণুৰ গড় বৰ্গবেগেৰ বৰ্গমূল
নিৰ্ণয় কৰ।

আমুৱা জানি,

$$c = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

$$c = \sqrt{\frac{3 \times 1.013 \times 10^5}{0.09}}$$

$$= 18.38 \times 10^2 \text{ ms}^{-1}$$

১০। 29°C তাপমাত্রায় 3 g নাইট্রোজেন গ্যাসের মোট গতিশক্তি নিৰ্ণয় কৰ। [নাইট্রোজেনের গ্ৰাম আণৰিক
ভৰ 28 g]

আমুৱা জানি, n মোল গ্যাসের গতি শক্তি,

$$K.E. = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT$$

$$K.E. = \frac{3}{2} \times \frac{3}{28} \times 8.31 \times 302$$

$$= 403 \text{ J}$$

১১। 27°C তাপমাত্রায় প্ৰতি গ্ৰাম অণু হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি নিৰ্ণয় কৰ।
[R = 8.3 JK⁻¹ mol⁻¹]

আমুৱা জানি,

$$K.E. = \frac{3}{2} RT$$

$$= \frac{3}{2} \times 8.3 \times 300$$

$$= 3735 \text{ J mol}^{-1}$$

৭। ০.৬৪ m পারদ স্তৰ্ণত চাপে এবং ৩৯°C তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের আয়তন $5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ । প্ৰমাণ চাপ ৪
তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন কত?

T_1

এখানে,

$$\text{প্ৰাথমিক চাপ, } P_1 = 0.64 \text{ m Hg}$$

$$\text{চূড়ান্ত চাপ, } P_2 = \text{প্ৰমাণ চাপ} = 0.76 \text{ m Hg}$$

$$\text{প্ৰাথমিক তাপমাত্রা, } T_1 = 39^\circ\text{C} = (39 + 273) \text{ K}$$

$$= 312 \text{ K}$$

$$\text{চূড়ান্ত তাপমাত্রা, } T_2 = \text{প্ৰমাণ তাপমাত্রা} = 273 \text{ K}$$

$$\text{প্ৰাথমিক আয়তন, } V_1 = 5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\text{চূড়ান্ত আয়তন, } V_2 = ?$$

৮। যদি R = 8.31 JK⁻¹ mol⁻¹ হয় তবে 72 cm পারদ চাপে এবং 27°C তাপমাত্রায় 20 g অক্সিজেনের আয়তন
নিৰ্ণয় কৰ।

P

[সি. বো. ২০০৬ (মান ভিন্ন); য. বো. ২০০০]

এখানে,

$$m = 20 \text{ g} = 20 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$M = 32 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$$

$$R = 8.31 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$T = (27 + 273) = 300 \text{ K}$$

$$h = 72 \text{ cm} = 72 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$P = h \rho g$$

$$= 72 \times 10^{-2} \times 13.6 \times 10^3 \times 9.8 \text{ Nm}^{-2}$$

$$V = ?$$

৯। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে হাইড্রোজেনের ঘনত্ব 0.09 kgm⁻³। হাইড্রোজেন অণুৰ গড় বৰ্গবেগেৰ বৰ্গমূল
নিৰ্ণয় কৰ।

P

এখানে,

স্বাভাবিক চাপ,

$$P = 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{হাইড্রোজেনের ঘনত্ব, } \rho = 0.09 \text{ kgm}^{-3}$$

$$c = ?$$

১০। 29°C তাপমাত্রায় 3 g নাইট্রোজেন গ্যাসের মোট গতিশক্তি নিৰ্ণয় কৰ। [নাইট্রোজেনের গ্ৰাম আণৰিক
ভৰ 28 g]

এখানে, m = 3g

$$M = 28 \text{ g}$$

$$R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$T = (273 + 29) \text{ K} = 302 \text{ K}$$

$$K.E. = ?$$

১১। 27°C তাপমাত্রায় প্ৰতি গ্ৰাম অণু হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি নিৰ্ণয় কৰ।
[R = 8.3 JK⁻¹ mol⁻¹]

[সি. বো. ২০০৩]

এখানে,

$$R = 8.3 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$T = (273 + 27) \text{ K}$$

$$= 300 \text{ K}$$

বইয়র কম

১২। স্থির চাপে $4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ আয়তনের কোন গ্যাসকে 0°C হতে 68.25°C পর্যন্ত উন্নত করার ফলে এর আয়তন $1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ বৃদ্ধি পেলে পরম শূন্য তাপমাত্রার মান কত ? [ক. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৫]

আমরা জানি,

$$V = V_0 (1 + \gamma_p \theta)$$

$$\text{বা, } 0 = V_0 (1 + \gamma_p \theta)$$

$$\text{বা, } 1 + \gamma_p \theta = 0$$

$$\theta = -\frac{1}{\gamma_p}$$

আবার, আমরা জানি,

$$\gamma_p = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta \theta} = \frac{1 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-3} \times 68.25}$$

$$= 3.66 \times 10^{-3}$$

$$\theta = -\frac{1}{3.66 \times 10^{-3}} = -273$$

$$\therefore \theta = -273^\circ\text{C}$$

১৩। কোন ঝুন্দের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু ঝুন্দের আয়তন 5 গুণ হয়।
বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 N m^{-2} হলে ঝুন্দের গভীরতা কত ? [চ. বো. ২০০৫ ; ক. বো. ২০০২ ; য. বো. ২০০০]

ঝুন্দের তলদেশে মোট চাপ = P

ঝুন্দের তলদেশে পানির চাপ = P₂পানির ঘনত্ব = ρ₂পানির উপরিতলে বায়ু চাপ = P₁

ঝুন্দের তলদেশে বুদবুদের আয়তন = V

পানির উপরিতলে বুদবুদের আয়তন = V₁ = 5V

$$\text{এখানে, } P = P_1 + P_2. \quad (1)$$

বয়েলের সূত্র হতে,

$$PV = P_1 V_1$$

$$\text{বা, } PV = P_1 5V$$

$$\text{বা, } P = 5P_1 \quad (2)$$

(1) এবং (2) নং হতে পাই,

$$5P_1 = P_1 + P_2$$

$$\Rightarrow 4P_1 = P_2$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^5 = h_2 \times 10^3 \times 9.8$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{4 \times 10^5}{10^3 \times 9.8} = 40.81 \text{ m}$$

১৪। কোন ঝুন্দের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু ঝুন্দের ব্যাস দ্বিগুণ হয়। ঝুন্দের পৃষ্ঠে
বায়ুমণ্ডলের চাপ স্বাভাবিক বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সমান এবং ঝুন্দের উক্ষতা শুরু হলে ঝুন্দের গভীরতা কত ?

[চ. বো. ২০০৫ ; চ. বো. ২০০২]

বুদবুদের আয়তন $\propto d_1^3$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3$$

$$\text{অর্থাৎ } V \propto d^3]$$

সূতরাং ব্যাস দ্বিগুণ হলে আয়তন 8 গুণ হবে।

মনে করি, ঝুন্দেশে চাপ = P₁ এবং ঝুন্দের পৃষ্ঠে চাপ = P₂.

$$P_1 = P_2 + h \rho g$$

এখানে,

$$0^\circ\text{C তাপমাত্রায় আয়তন}, V_0 = 4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\text{তাপমাত্রা বৃদ্ধি}, \Delta \theta = 68.25^\circ\text{C}$$

$$\text{আয়তন বৃদ্ধি}, \Delta V = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\text{পরমশূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন}, V_0 = 0$$

$$\text{সেলসিয়াস ক্ষেত্রে পরমশূন্য তাপমাত্রা}, \theta = ?$$

$$h = \frac{(n-1)P}{\rho g}$$

এখানে,

$$P_1 = 10^5 \text{ N m}^{-2}$$

$$P_2 = h_2 \rho_2 g$$

$$\rho_2 = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

এখানে,

$$\text{ঝুন্দেশে বুদবুদের আয়তন}, V_1 = V$$

$$\text{ঝুন্দের পৃষ্ঠে বুদবুদের আয়তন}, V_2 = 8V$$

$$\text{পানির ঘনত্ব}, \rho = 1 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ}, g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{ঝুন্দের গভীরতা}, h = ?$$

$$\text{বায়ুমণ্ডলের স্বাভাবিক চাপ}, P_2 = 1.013 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$$

আমৱা জানি,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\text{বা, } (P_2 + h\rho g) V = P_2 V_2 = P_2 \times 8V$$

$$\text{বা, } h\rho g = 8P_2 - P_2 = 7P_2$$

$$h = \frac{7P_2}{\rho g} = \frac{7 \times 1.013 \times 10^5}{1 \times 10^3 \times 9.8} = 72.36 \text{ m}$$

(১৫) কোন আধাৱেৰ ২০টি গ্যাস অণুৱ মধ্যে ৬টি গ্যাস অণুৱ প্ৰত্যেকেৰ বেগ 4 ms^{-1} , ৪টি অণুৱ প্ৰত্যেকেৰ বেগ 3 ms^{-1} , ৩টি অণুৱ প্ৰত্যেকেৰ বেগ 2.5 ms^{-1} , ৫টি অণুৱ প্ৰত্যেকেৰ বেগ 2 ms^{-1} এবং ২টি অণুৱ প্ৰত্যেকেৰ বেগ 1 ms^{-1} । অণুগুলোৱ গড় বেগ ও গড় বৰ্গবেগেৰ বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰ।

$$\text{প্ৰশ্নানুযায়ী, গড় বেগ, } \langle v \rangle = \frac{6 \times 4 + 4 \times 3 + 3 \times 2.5 + 5 \times 2 + 2 \times 1}{6 + 4 + 3 + 5 + 2} \text{ ms}^{-1} = 2.775 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{ও গড় বৰ্গবেগেৰ বৰ্গমূল, } c = \sqrt{\frac{6 \times 4^2 + 4 \times 3^2 + 3 \times 2.5^2 + 5 \times 2^2 + 2 \times 1^2}{6 + 4 + 3 + 5 + 2}} = 2.939 \text{ ms}^{-1}$$

১৬। একটি খোলা লিটাৱ ফ্লাস্কে 0°C তাপমাত্ৰাত $1.32 \times 10^{-3} \text{ kg}$ বায়ু আছে। 91°C তাপমাত্ৰায় ফ্লাস্ক হতে কি প্ৰিমাণ বায়ু বেৱ হয়ে যাবে ?

প্ৰশ্নানুযায়ী স্থিৱ বায়মডলীয় চাপে এই পরিবৰ্তন সংঘটিত হচ্ছে।

$$\text{কাজেই } \rho_1 T_1 = \rho_2 T_2 \quad (1)$$

এখনে,

$$T_1 = 0^\circ\text{C} = (273 + 0)\text{K} = 273\text{K}$$

$$T_2 = 91^\circ\text{C} = (273 + 91)\text{K} = 364\text{K}$$

$$\rho_1 = \frac{1.32 \times 10^{-3} \text{ kg}}{10^{-3} \text{ m}^3} = 1.32 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{পাত্ৰেৰ আয়তন, } V = 1 \text{ লিটাৱ} = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\text{প্ৰথমিক তাপমাত্ৰায় বায়ুৰ তৰ = } 1.32 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

এখন সমীকৰণ (1)-এ মানগুলো বসিয়ে পাওয়া যায়,

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 T_1}{T_2} = \frac{1.32 \times 273}{364} \text{ kg m}^{-3}$$

= পৰিবৰ্তিত অবস্থায় বায়ুৰ ঘনত্ব

পাত্ৰস্থিত বায়ুৰ বৰ্তমান তৰ = আয়তন \times ঘনত্ব

$$= 10^{-3} \times \frac{1.32 \times 273}{364} \text{ kg}$$

$$\text{কাজেই বহিকৃত বায়ুৰ তৰ} = \left(1.32 \times 10^{-3} - 10^{-3} \times \frac{1.32 \times 273}{364} \right) \text{ kg}$$

$$= 3.3 \times 10^{-4} \text{ kg}$$

(৪৭) স্বাভাৱিক তাপমাত্ৰা ও চাপে নাইট্ৰোজেনেৰ ঘনত্ব 1.25 kg m^{-3} ।

(i) অণুগুলোৱ গড় বৰ্গবেগেৰ বৰ্গমূল বেৱ কৰ।

[চ. বো. ২০০৩]

(ii) 100°C তাপমাত্ৰায় নাইট্ৰোজেন অণুৱ গড় বৰ্গবেগেৰ বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰ।

[চ. বো. ২০০২]

(i) আমৱা জানি,

$$c = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

$$c = \sqrt{\frac{3 \times 1.013 \times 10^5}{1.25}}$$

$$= 493.07 \text{ ms}^{-1}$$

এখনে,

$$\text{স্বাভাৱিক চাপ, } P = 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{স্বাভাৱিক তাপমাত্ৰা, } T = 273\text{K}$$

$$\text{ঘনত্ব, } \rho = 1.25 \text{ kg m}^{-3}$$

$$(i) \text{ স্বাভাৱিক তাপমাত্ৰায়, } c = ?$$

$$(ii) \text{ তাপমাত্ৰা, } T_1 = 100^\circ\text{C} = (100 + 273) \text{ K}$$

$$= 373\text{K}$$

$$c_1 = ?$$

বইঘর কম

$$(ii) \text{আবার, } c = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$\text{এবং } c_1 = \sqrt{\frac{3RT_1}{M}} \quad \frac{c_1}{c} = \sqrt{\frac{T_1}{T}}$$

$$\text{বা, } c_1 = c \sqrt{\frac{T_1}{T}} = 493.07 \times \sqrt{\frac{273}{273}} \\ = 576.34 \text{ ms}^{-1}$$

উৎ (i) 493.07 ms^{-1} (ii) 576.34 ms^{-1}

(১৮) স্থির চাপে কোন তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের অণুর মূল গড় বর্গবেগ প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রার মূল গড় বর্গবেগের অর্দেক হবে ? [য. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$c = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$\therefore c_1 = \sqrt{\frac{3RT_1}{M}}$$

$$\text{এবং } c_2 = \sqrt{\frac{3RT_2}{M}}$$

$$\text{অতএব, } \frac{c_2}{c_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad \text{বা, } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$T_2 = \frac{1}{4} \times T_1 = \frac{1}{4} \times 273 \text{ K} \\ = 68.25 \text{ K}$$

এখানে,

$$c_2 = \frac{1}{2} c_1$$

প্রমাণ তাপমাত্রা, $T_1 = 273 \text{ K}$ নির্ণয় তাপমাত্রা, $T_2 = ?$

(১৯) স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে অবিজেন গ্যাসের অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল নির্ণয় কর। স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় অবিজেনের ঘনত্ব $= 1.43 \text{ kg m}^{-3}$ [ঢ. বো. ২০০৫ ; চ. বো. ২০০১]

ধরি নির্ণয় গড় বর্গবেগের বর্গমূল $= c$

$$\text{আমরা পাই, } c = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} \quad (1)$$

মানগুলো সমীকরণ (1)-এ বসিয়ে পাওয়া যায়

এখানে,

$$P = 0.76 \text{ m উচ্চতা পারদম্বলের চাপ} \\ = 0.76 \text{ m} \times (13.6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}) \times 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$= 0.76 \times (13.6 \times 10^3) \times 9.8 \text{ N m}^{-2} \quad [\because P = h\rho g]$$

$$\rho = 1.43 \text{ kg m}^{-3}$$

$$c = \sqrt{\frac{3 \times 0.76 \times 13.6 \times 10^3 \times 9.8 \text{ N m}^{-2}}{1.43 \text{ kg m}^{-3}}} = 461 \text{ ms}^{-1}$$

(২০) 0°C তাপমাত্রায় বায়ুতে নাইট্রোজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল নির্ণয় কর।[$K = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$, $M = 28 \text{ kg k mol}^{-1}$ ও $N = 6.02 \times 10^{26} \text{ k mol}^{-1}$]ধরি নির্ণয় বেগ $= c_{rms}$

$$\text{আমরা পাই, } \frac{1}{2} mc^2 = \frac{3}{2} KT \text{ ও } m = \frac{M}{N}$$

$$c = \sqrt{\frac{3KT}{m}} = \sqrt{3 \frac{KT \times N}{M}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times (1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}) \times (273 \text{ K}) \times 6.02 \times 10^{26} \text{ k mol}^{-1}}{28 \text{ kg k mol}^{-1}}} \\ = 490 \text{ ms}^{-1}$$

১
২
৩
৪
৫
৬
৭

১
২
৩
৪
৫
৬
৭

১
২
৩
৪
৫
৬
৭

২১। স্থিৰ চাপে কত তাপমাত্ৰায় হাইড্ৰোজেন অণুৰ গড় বৰ্গবেগেৰ বৰ্গমূল আভাৰিক চাপ ও তাপমাত্ৰার গড় বৰ্গবেগেৰ বৰ্গমূলৰ হিণুণ হবে ?

$$\text{আমৰা পাই, } c \propto \sqrt{T} \quad (1)$$

প্ৰথম T_1 K ও পৰিবৰ্তিত T_2 K তাপমাত্ৰায় হাইড্ৰোজেন অণুৰ গড় বৰ্গবেগেৰ বৰ্গমূল

$$\text{যথাক্ৰমে } c_1 \text{ ও } c_2 \text{ হলে, সমীকৰণ (1) অনুযায়ী } \frac{c_1}{c_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$$\text{ধৰি নিৰ্ণয় তাপমাত্ৰা } = T_2$$

$$\begin{aligned} \text{তাহলে, } T_2 &= \frac{c_2^2}{c_1^2} \times T_1 \\ &= \frac{(2c_1)^2}{c_1^2} \times 273 \text{ K} \\ &= 1092 \text{ K} \\ &= (1092 - 273)^\circ\text{C} \\ &= 819^\circ\text{C} \end{aligned}$$

২২। কোন একটি গ্যাসেৰ অণুগুলোৰ গড় মুক্ত পথ $6 \times 10^{-8} \text{ m}$ ও অণুৰ ব্যাস $2.5 \times 10^{-10} \text{ m}$ । প্ৰতি ষন মিটাৱে অণুৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰ।

$$\text{আমৰা জানি, } \lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi n^2 a}}$$

$$\text{বা, } n = \frac{1}{\sqrt{2\pi a^2 \lambda}}$$

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{\sqrt{2 \times 3.14 \times (2.5 \times 10^{-10})^2 \times 6 \times 10^{-8}}} \\ &= \frac{1000 \times 10^{25}}{\sqrt{2 \times 3.14 \times 2.5 \times 2.5 \times 6}} \\ &= 6 \times 10^{25} / \text{m}^3 \end{aligned}$$

২৩। কোন গ্যাসৰ অণুৰ ব্যাস $3 \times 10^{-10} \text{ m}$ এবং গড় মুক্ত পথ $2 \times 10^{-8} \text{ m}$ । উচ্চ গ্যাসেৰ একক আয়তনে অণুৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰ। যদি অণুগুলোৰ গড় বৰ্গবেগেৰ বৰ্গমূলীয় মান 500 ms^{-1} হয়, তবে প্ৰতি সেকেন্ডে সংষ্টিত সংৰোহণ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰ।

আমৰা জানি,

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi n a^2}}$$

$$\text{বা, } n = \frac{1}{\sqrt{2\pi a^2 \lambda}}$$

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{\sqrt{2 \times 3.14 \times (3 \times 10^{-10})^2 \times 2 \times 10^{-8}}} \\ &= 1.25 \times 10^{26} \text{ m}^{-3} \end{aligned}$$

প্ৰতি সেকেন্ডে সংষ্টিত সংৰোহণ সংখ্যা

$$\begin{aligned} N &= \frac{c}{\lambda} = \frac{500}{2 \times 10^{-8}} \\ &= 2.5 \times 10^{10} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

এখনে,

$$T_1 = 273 \text{ K}$$

$$c_2 = 2c_1$$

এখনে,

$$\text{অণুৰ গড় মুক্ত পথ, } \lambda = 6 \times 10^{-8} \text{ m}$$

$$\text{অণুৰ ব্যাস, } a = 2.5 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$\text{একক আয়তনে অণুৰ সংখ্যা, } n = ?$$

এখনে,

$$\text{অণুৰ ব্যাস, } a = 3 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$\text{গড় মুক্ত পথ, } \lambda = 2 \times 10^{-8} \text{ m}$$

$$\text{অণুৰ সংখ্যা, } n = ?$$

$$c = 500 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{সংৰোহণ সংখ্যা, } N = ?$$

$$\sqrt{2 \times 3.14 \times n}$$

(২৪) কোন গ্যাস অণুর ব্যাস $3 \times 10^{-10} \text{ m}$ এবং প্রতি ঘন সেক্টিভিটারে অণুর সংখ্যা 6×10^{20} হলে অণুর গড় মূল্য
পথ নির্ণয় কর।

$$\lambda = \text{মনে করি, গড় মূল্য পথ} = \lambda$$

$$\text{আমরা পাই, } \lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi n^2}}$$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times (3 \times 10^{-10})^2 \times 6 \times 10^{26}} = 4.17 \times 10^{-9} \text{ m}$$

[ব. বো. ২০০৬ (মান ডিস্ট্রি) ; রা. বো. ২০০৫ ; কু. বো. ২০০১]

এখানে,

$$n = 6 \times 10^{26} \text{ mol/m}^3$$

$$a = 3 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$n = 6 \times 10^{20} \text{ } \text{ Ans 4.}$$

$$n = 6 \times 10^{26} \text{ } \text{ Ans 5.}$$

(২৫) কোন একটি আবশ্য স্থানের বায়ুর তাপমাত্রা 15°C ও শিশিরাঙ্ক 8°C । তাপমাত্রা কমে 10°C হলে
পরিবর্তিত জলীয় বাষ্পের চাপ ও শিশিরাঙ্ক কত হবে ? [7°C ও 8°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে
 $7.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ ও $8.1 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ।]

মনে করি 10°C ও 15°C তাপমাত্রায় ঐ স্থানের অসম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে P_1 ও P_2 । তা হলে
শিশিরাঙ্কের সংজ্ঞা অনুসারে, $P_2 = 15^\circ\text{C}$ তাপমাত্রায় অসম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = 8°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ
= $8.1 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ।

আবার স্থানটি আবশ্য বলে বায়ুর আয়তন নির্দিষ্ট। কাজেই চাপের সূত্র অনুসারে আমরা পাই,

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{273 + 10}{273 + 15} = \frac{283}{288}$$

15

$$\text{পরিবর্তিত জলীয় বাষ্পের চাপ, } P_1 = \frac{283}{288} \times P_2 = \frac{283}{288} \times 8.1 \times 10^{-3} \text{ m} = 7.96 \times 10^{-3} \text{ m পারদ।}$$

মনে করি পরিবর্তিত শিশিরাঙ্ক = $t^\circ\text{C}$

$$t^\circ\text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ} = 7.96 \times 10^{-3} \text{ m পারদ।}$$

এখন প্রদত্ত রাশিগুলো হতে দেখা যাচ্ছে যে, $(8.1 - 7.5) \times 10^{-3} \text{ m} = 6 \times 10^{-4} \text{ m}$ পারদ চাপ বৃদ্ধির জন্য 7°C হতে
তাপমাত্রা বৃদ্ধি = $(8 - 7)^\circ\text{C} = 1^\circ\text{C}$

$(7.96 - 7.5) \times 10^{-3} \text{ m} = 0.46 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ চাপ বৃদ্ধির জন্য 7°C হতে তাপমাত্রা বৃদ্ধি = $\frac{1}{0.6} \times 0.46 = 0.766^\circ\text{C}$

$$\text{পরিবর্তিত শিশিরাঙ্ক} = (7 + 0.766)^\circ\text{C} = 7.766^\circ\text{C}$$

(২৬) কোন একদিন সিক্ত ও শূক্র বাল্ব আর্দ্রতামাপক যষ্টের শূক্র বালবের পাঠ 30°C এবং সিক্ত বালবের পাঠ
 28°C । আগেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 30°C -এ ফ্রেইসারের উৎপাদক 1.65 এবং $26^\circ\text{C}, 28^\circ\text{C}$ এবং 30°C তাপমাত্রায়
সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ যথাক্রমে $25.25 \times 10^{-3} \text{ m}, 28.45 \times 10^{-3} \text{ m}$ এবং $31.85 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ চাপ। [রা. বো. ২০০০]

আমরা জানি,

$$t_1 = t + G(t_1 - t_2)$$

$$\text{যা, } t = t_1 - G(t_1 - t_2)$$

$$= 30 - 1.65 (30 - 28)$$

$$= 26.7^\circ\text{C}$$

আগেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{26.7^\circ\text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ}}{30^\circ\text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ}} \times 100\%$$

$$= \frac{f}{F} \times 100\%$$

$$= \frac{26.37 \times 10^{-3}}{31.85 \times 10^{-3}} \times 100\% = 82.79\%$$

এখানে,

$$t_1 = 30^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 28^\circ\text{C}$$

$$G = 1.65$$

এখানে,

$$f = 26.37 \times 10^{-3} \text{ m পারদ চাপ}$$

(২৭) কোন একদিনের শিশিরাঙ্ক 10°C ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা $67\cdot30\%$ । ঐ দিনের বায়ুর সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কত?

[10°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ $13\cdot64 \times 10^{-3} \text{ m}$]

[.ৱা. বো. ২০০১]

$$\text{আমরা জানি, } R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

$$\text{বা, } 67\cdot3\% = \frac{13\cdot64 \times 10^{-3}}{F} \times 100\%$$

$$F = \frac{13\cdot64 \times 10^{-3}}{67\cdot3}$$

$$= 2\cdot02 \times 10^{-4}$$

এখনে,

$$\begin{aligned} f &= 13\cdot64 \times 10^{-3} \text{ m} \\ R &= 67\cdot3\% \\ F &=? \end{aligned}$$

(২৮) কোন একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 26°C এবং শিশিরাঙ্ক $20\cdot4^{\circ}\text{C}$ । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 20°C , 22°C এবং 26°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $17\cdot54$, $19\cdot83$ এবং $25\cdot21 \text{ mm}$ পারদ চাপ।

[.চ. বো. ২০০৬ ; সি. বো. ২০০৮ ; ব. বো. ২০০৩ ; কু. বো. ২০০১]

$$(22 - 20)^{\circ}\text{C} = 2^{\circ}\text{C}-\text{এর জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের বৃদ্ধি} = (19\cdot83 - 17\cdot54) \text{ mmHg} = 2\cdot29 \text{ mmHg}$$

$$(20\cdot4 - 20)^{\circ}\text{C} = 0\cdot4^{\circ}\text{C}-\text{এর জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বৃদ্ধি} = \frac{2\cdot29 \times 0\cdot4}{2} \text{ mmHg} = 0\cdot458 \text{ mmHg}$$

$$\text{শিশিরাঙ্ক } 20\cdot4^{\circ}\text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, } f = (17\cdot54 + 0\cdot458) \text{ mmHg} = 17\cdot998 \text{ mm Hg}$$

$$\text{আবার, } 26^{\circ}\text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, } F = 25\cdot21 \text{ mmHg}$$

আমরা জানি, আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{17\cdot998}{25\cdot21} \times 100\% = 71\cdot39\%$$

(২৯) কোন এক দিনের শিশিরাঙ্ক $7\cdot4^{\circ}\text{C}$ এবং কক্ষ তাপমাত্রা $18\cdot6^{\circ}\text{C}$ । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 7°C , 8°C , 18°C ও 19°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে $7\cdot5 \times 10^{-3} \text{ m}$, $8\cdot2 \times 10^{-3} \text{ m}$, $15\cdot6 \times 10^{-3} \text{ m}$ এবং $16\cdot5 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ]

[.সি. বো. ২০০৬ (মান ভিন্ন) ; ব. বো. ২০০৬ (মান ভিন্ন) ; ব. বো. ২০০১]

এখনে, 7°C , 8°C , 18°C ও 19°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে $7\cdot5 \times 10^{-3}$, $8\cdot2 \times 10^{-3}$, $15\cdot6 \times 10^{-3}$ ও $16\cdot5 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ।

সূতরাং 7°C তাপমাত্রার পর $(8 - 7) = 1^{\circ}\text{C}$ তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ বৃদ্ধি।

$$= (8\cdot2 - 7\cdot5) \times 10^{-3}$$

$$= 0\cdot7 \times 10^{-3} \text{ m পারদ}$$

$$(7\cdot4 - 7) = 0\cdot4^{\circ}\text{C তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ বৃদ্ধি}$$

$$= 0\cdot7 \times 10^{-3} \times 0\cdot4 \text{ m} = 0\cdot28 \times 10^{-3} \text{ m}$$

শিশিরাঙ্ক ($7\cdot4^{\circ}\text{C}$) সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ,

$$f = (7\cdot5 \times 10^{-3} + 0\cdot28 \times 10^{-3}) \text{ m} = 7\cdot78 \times 10^{-3} \text{ m}$$

আবার, 18°C তাপমাত্রার পর $(19 - 18) = 1^{\circ}\text{C}$ বৃদ্ধির জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ বৃদ্ধি

$$= (16\cdot5 - 15\cdot6) \times 10^{-3} \text{ m পারদ}$$

$$= 0\cdot9 \times 10^{-3} \text{ m পারদ।}$$

$$(18\cdot6 - 18) = 0\cdot6^{\circ}\text{C তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ বৃদ্ধি}$$

$$= 0\cdot90 \times 0\cdot6 \times 10^{-3} \text{ m} = 0\cdot54 \times 10^{-3} \text{ m}$$

বায়ুর তাপমাত্রায় ($18\cdot6^{\circ}\text{C}$) সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ,

$$F = (15\cdot6 + 0\cdot54) \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$= 16\cdot14 \times 10^{-3} \text{ m পারদ}$$

$$\text{এখন, } R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

$$= \frac{7\cdot78 \times 10^{-3}}{16\cdot14 \times 10^{-3}} \times 100\%$$

$$= 48\cdot2\%$$

(৩০) কোন একদিন শিশিরাঙ্ক 7.6°C ও বায়ুর তাপমাত্রা 16°C । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। [$7^{\circ}\text{C}, 8^{\circ}\text{C}$ এবং 16°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে $7.5 \times 10^{-3} \text{ m}$, $8 \times 10^{-3} \text{ m}$ এবং $13.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ]

[ঢা. বো. ২০০৮]

এখানে, 7°C , 8°C ও 16°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে $7.5 \times 10^{-3} \text{ m}$, $8.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ ও $13.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ।

$$\begin{aligned} 7^{\circ}\text{C} \text{ তাপমাত্রার পর } (8 - 7) &= 1^{\circ}\text{C} \text{ তাপমাত্রার বৃদ্ধির জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ বৃদ্ধি \\ &= (8.0 \times 10^{-3} - 7.5 \times 10^{-3}) \\ &= 0.5 \times 10^{-3} \text{ m পারদ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7.6 - 7) &= 0.6^{\circ}\text{C} \text{ তাপমাত্রার বৃদ্ধির জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ বৃদ্ধি \\ &= 0.5 \times 10^{-3} \times 0.6 \\ &= 0.30 \times 10^{-3} \text{ m পারদ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{শিশিরাঙ্কে } (7.6^{\circ}\text{C}) \text{ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ}, f &= (7.5 \times 10^{-3} + 0.30 \times 10^{-3}) \text{ m পারদ} \\ &= 7.8 \times 10^{-3} \text{ m পারদ} \end{aligned}$$

16°C তাপমাত্রায় বা বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ, $F = 13.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } R &= \frac{f}{F} \times 100 = \frac{7.8 \times 10^{-3}}{13.5 \times 10^{-3}} \times 100 \\ &= 57.77\% \end{aligned}$$

প্রশ্নমালা

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন :

- ১। বয়েগের সূত্রটি বর্ণনা কর। [য. বো. ২০০৫ ; ঢা. বো. ২০০৮]
- ২। পরম আর্দ্রতা বলতে কি বুঝ ? [ব. বো. ২০০৫ ; ঢা. বো. ২০০৮]
- ৩। মূল গড় বর্গ বেগ কি বা কাকে বলে ? [ঢা. বো. ২০০৬ ; সি. বো. ২০০৫ ; কু. বো. ২০০৮ ; য. বো. ২০০৩]
- ৪। প্রমাণ চাপ কাকে বলে ? [কু. বো. ২০০৮ ; য. বো. ২০০৩ ; চ. বো. ২০০১]
- ৫। গ্যাস অণুর গড় মুক্ত পথ কি কি রাশির উপর নির্ভর করে ? [য. বো. ২০০৮ ; চ. বো. ২০০৩]
- ৬। আদর্শ গ্যাস কাকে বলে ? [ঢা. বো. ২০০৩] বাস্তব ক্ষেত্রে আদর্শ গ্যাস পাওয়া যায় কি ? [ব. বো. ২০০৮]
- ৭। শিশিরাঙ্ক কাকে বলে ? [ব. বো. ২০০৪, ২০০২ ; সি. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০১]
- ৮। গড় মুক্ত পথ কাকে বলে ? [রা. বো. ২০০৫ ; সি. বো. ২০০৪ ; ঢা. বো. ২০০৩, ২০০১ ; চ. বো. ২০০৫ ; কু. বো. ২০০১ ; ব. বো. ২০০৫ ; য. বো. ২০০৩, ২০০০]
- ৯। গ্যাসের গতিতন্ত্রের মৌলিক স্থায়ীগুলো কি কি ? [সি. বো. ২০০৪]
- ১০। সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের সংজ্ঞা দাও। [ঢা. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০২]
- ১১। গ্যাস ও বাষ্পের মধ্যে পার্থক্য লিখ। [কু. বো. ২০০৩]
- ১২। চার্লসের সূত্র বিবৃত কর। [ব. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৩]
- ১৩। প্রমাণ তাপমাত্রা কাকে বলে ? [য. বো. ২০০৩ ; চ. বো. ২০০১]
- ১৪। সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাষ্পের পার্থক্য লিখ। [চ. বো. ২০০৩ ; কু. বো. ২০০৩]
- ১৫। আপেক্ষিক আর্দ্রতা কাকে বলে ? [ব. বো. ২০০৩, ২০০১ ; কু. বো. ২০০২ ; সি. বো. ২০০২ ; ঢা. বো. ২০০১ ; রা. বো. ২০০১]
- ১৬। অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপের সংজ্ঞা দাও। [য. বো. ২০০২]
- ১৭। সংজ্ঞা লিখ : শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা [রা. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০২]
- ১৮। ক্রান্তি তাপমাত্রা কাকে বলে ? [চ. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০১]
- ১৯। দুটি ঘরের তাপমাত্রা সমান। একটিতে আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% , অপরটিতে 80% । কোন ঘরটিতে বেশি অস্থিতি লাগবে এবং কেন ? [ব. বো. ২০০৪]
- ২০। কোন স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে কি বুঝ ? [য. বো. ২০০২]
- ২১। শিশিরাঙ্ক 15°C বলতে কি বুঝ ?
- ২২। পরম শূন্য তাপমাত্রা কাকে বলে ?
- ২৩। আদর্শ গ্যাস কাকে বলে ? [ঢা. বো. ২০০৫]
- ২৪। S.T.P. বা N.T.P কি ? [ব. বো. ২০০৬]
- ২৫। সর্বজনীন গ্যাস ধূবকের সংজ্ঞা দাও। এর একক কি ?
- ২৬। বোলজম্যান ধূবক কি ?
- ২৭। বায়ুর আর্দ্রতা $10^{-2} \text{ kg m}^{-3}$ বলতে কি বুঝ ?

- ২৮। মেঘলা রাত্রি অপেক্ষা মেঘহীন রাত্রি শিশির জমার পক্ষে বেশি সহায়ক—ব্যাখ্যা কর।
- ২৯। শীতকালে ঠোটে ফ্লিসারিন লাগান হয় কেন ?
- ৩০। আমাদের দেশে বৰ্ধাকাল অপেক্ষা শীতকালে ভেজা কাপড় দ্রুত শুকায় কেন ? [সি. বো. ২০০৬]
- ৱচনামূলক প্রশ্ন :**
- ১। প্রমাণ কর যে, কোন গ্যাসের চাপ তার একক আয়তনের অণুগুলোর গতিশক্তির দুই-তৃতীয়াংশ।
[রা. বো. ২০০৬, ২০০২ ; চ. বো. ২০০৬, ২০০০ ; সি. বো. ২০০৬, ২০০৪, ২০০২ ; ঢা. বো. ২০০৪ ;
কু. বো. ২০০৫, ২০০২ ; ব. বো. ২০০২ ; য. বো. ২০০৫, ২০০০]
- ২। গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে গ্যাসের চাপের রাশিমালা নির্ণয় কর। [রা. বো. ২০০৪ ; য. বো. ২০০২]
- ৩। আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়ের একটি পদ্ধতি বর্ণনা কর। [রা. বো. ২০০৫, ২০০৪]
- ৪। দেখাও যে, গড় মুক্ত পথ গ্যাসের ঘনত্বের ব্যস্তানুপাতিক। [ঢা. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৪ ; য. বো. ২০০৩]
- ৫। দেখাও যে, T পরম তাপমাত্রায় এক গ্রাম অণু গ্যাসের রৈখিক গতিশক্তি $\frac{3}{2} RT$ -এর সমান। [কু. বো. ২০০৪]
- ৬। আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $PV = \frac{1}{3} mnc^2$, এখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। [চ. বো. ২০০৪, ২০০০]
- ৭। সিক্ত ও শুল্ক হাইগ্রোমিটারের সাহায্যে কিভাবে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় করা যায় বর্ণনা কর।
[চ.বো. ২০০৪, ২০০২, ২০০০ ; সি. বো. ২০০৩, ২০০২ ; কু. বো. ২০০১ ; য. বো. ২০০১ ; ব. বো. ২০০১ ;
ব. বো. ২০০৩ ; ঢা. বো. ২০০২, ২০০১ ; রা. বো. ২০০২, ২০০০]
- ৮। চার্লসের সূত্র বিবৃত কর এবং এই সূত্র থেকে প্রমাণ কর যে, স্থির চাপে আয়তন পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। [ব. বো. ২০০৪ ; রা. বো. ২০০১]
- ৯। একটি গ্যাসের অণুর গড় মুক্ত পথের রাশিমালা প্রতিষ্ঠা কর। [কু. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৫ ;
সি. বো. ২০০৪, ২০০৩ ; রা. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০০ ; ঢা. বো. ২০০৩, ২০০১]
- ১০। একটি আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে $PV = nRT$ সমীকরণটি নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০৬, ২০০৩, '০১ ;
ঢা. বো. ২০০৫, '০৩ ; ব. বো. ২০০৫, ২০০৩ ; য. বো. ২০০৫, ২০০১ ; সি. বো. ২০০৫, ২০০১ ;
রা. বো. ২০০০ ; কু. বো. ২০০৩]
- ১১। গ্যাসের প্রসারণে চার্লসের সূত্র বর্ণনা কর এবং এটা হতে কিভাবে পরম শূন্য তাপমাত্রার সংজ্ঞা পাওয়া যায় ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০০৩]
- ১২। গ্যাস অণুর গড় মুক্ত পথের রাশিমালা প্রতিপাদন কর এবং দেখাও যে, গড় মুক্ত পথ গ্যাসের ঘনত্বের ব্যস্তানুপাতিক। [সি. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৩, ২০০১]
- ১৩। গ্যাসের গতিতত্ত্বের ছয়টি মৌলিক স্থীরার্থ লিখ। [ব. বো. ২০০৪]
- ১৪। গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে প্রমাণ কর যে একক আয়তনে কোন আবদ্ধ গ্যাস পাত্রের দেয়ালে যে চাপ দেয় তা তার গতিশক্তির দুই-তৃতীয়াংশ এবং এটা হতে দেখাও যে, গ্যাস অণুর মূল গড় বর্গবেগ এর ঘনত্বের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক। [চ. বো. ২০০২]
- ১৫। আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়ের প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর।
- ১৬। বয়েলের সূত্রটি লিখ ও ব্যাখ্যা কর।
- গাণিতিক সমস্যাবলি :**
- ১। স্থির তাপমাত্রায় $2 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ চাপে কোন নির্দিষ্ট গ্যাসের আয়তন 0.004 m^3 , $6 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ চাপে গ্যাসটির আয়তন কত ? [T] P_1 [উত্তর : $1.34 \times 10^{-3} \text{ m}^3$]
- ২। 27°C তাপমাত্রায় 0.76 m পারদ স্তম্ভ চাপে একটি গ্যাসের আয়তন 4.5 m^3 । যদি তাপমাত্রা 77°C করা হয় তবে কত চাপে আয়তন 3 m^3 হবে ? [P_2] [উত্তর : 1.33 m পারদ স্তম্ভ চাপ]
- ৩। একটি পাত্রে 0°C তাপমাত্রায় কিছু গ্যাস আছে। কত তাপমাত্রায় গ্যাসের চাপ 0°C তাপমাত্রার চাপের অর্ধেক হবে ? [উত্তর : 136.5 K]

বইয়ের কম

১। স্থির তাপমাত্রায় $1 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ চাপে নির্দিষ্ট তরের কিছু গ্যাসের আয়তন 0.002 m^3 । (ক) $4 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ চাপে গ্যাসটির আয়তন ও (খ) কত চাপে গ্যাসটির আয়তন 0.004 m^3 হবে নির্ণয় কর।

$V = ?$

P_1

T

V

P_2

[উত্তর : (ক) $5 \times 10^4 \text{ m}^3$; (খ) $5 \times 10^4 \text{ Nm}^{-2}$]

২। 30°C তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের চাপ $1.5 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ হলে 90°C তাপমাত্রায় এর চাপ কত?

T_1

P_1

T

T_2

P_2

V

P

[উত্তর : $1.8 \times 10^5 \text{ Pa}$]

৩। 600 mm পারদ স্তম্ভ চাপে কত তাপমাত্রায় একটি গ্যাসের আয়তন এর স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রার আয়তনের দ্বিগুণ হবে?

T

P

V

৪। একটি লেকের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসার সময় বাতাসের বৃদ্ধবুদ্ধ আয়তনে দ্বিগুণ হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Nm^{-2} হলে লেকটির গভীরতা কত? [সি. বো. ২০০৩] [উত্তর : 10.20 m]

৫। কোন হৃদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু বৃদ্ধবুদ্ধের ব্যাস 1.5 গুণ হয়। হৃদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ স্বাভাবিক বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সমান এবং হৃদের উষ্ণতা ধ্রুবক হলে হৃদের গভীরতা কত? [উত্তর : 24.55 m]

৬। কোন হৃদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু বৃদ্ধবুদ্ধের আয়তন 3 গুণ হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ হলে হৃদের গভীরতা কত? [উত্তর : 20.67 m]

৭। 30°C জলাশয়ের কত গভীরতায় একটি বৃদ্ধবুদ্ধের আয়তন উপর তলে থাকাকালীন আয়তন অপেক্ষা অর্ধেক হবে? ঐ সময় বায়ুমণ্ডলের চাপ 760 mm এবং পারদের ঘনত্ব $13.6 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ । [য. বো. ২০০০] [উত্তর : 10.336 m]

৮। 0°C তাপমাত্রায় ও 1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে বাতাসের অণুগুলোর গড় মুক্তপথের মান বের কর। বাতাসের প্রতি ঘন সেন্টিমিটারে অণুর সংখ্যা $= 4 \times 10^{19}$ । প্রতিটি অণুর ব্যাস $= 3 \times 10^{-8} \text{ cm}$ । [উত্তর : $6.26 \times 10^{-6} \text{ cm}$]

৯। 1 লিটার আয়তনের একটি পাত্রে $2 \times 10^{25} \text{ সংখ্যক}$ অণু আছে। যদি অণুর ভর $3 \times 10^{-25} \text{ g}$ হয় এবং মূল গড় বর্গবেগে $5 \times 10^4 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ হয় তাহলে উক্ত গ্যাসের চাপ নির্ণয় কর। [উত্তর : $5 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$]

১০। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে কোন আবস্থ গ্যাসের ঘনত্ব 0.0995 kgm^{-3} হলে এই গ্যাসের অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল নির্ণয় কর। [উত্তর : $1.747 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$]

১১। 27°C তাপমাত্রায় 5 g নাইট্রোজেনের গতিশক্তি নির্ণয় কর। (নাইট্রোজেনের গ্রাম আণবিক ভর = 28 g)। [উত্তর : 667.8 J]

১২। 27°C তাপমাত্রায় এবং $4 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ চাপে কোন গ্যাসের আয়তন 100 cm^3 । 100°C তাপমাত্রায় ও $8 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ চাপে এর আয়তন কত হবে? [উত্তর : 62.2 cm^3]

১৩। 0°C তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের চাপ $5 \times 10^5 \text{ Pa}$ হলে 80°C তাপমাত্রায় এর চাপ কত হবে? [উত্তর : $6.465 \times 10^5 \text{ Pa}$]

১৪। 20 g হিলিয়াম গ্যাস পূর্ণ একটি বেলুনের আয়তন 0.12 m^3 । বেলুনের ভিতরে গ্যাসের চাপ $1.5 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ । বেলুনের ভিতরে গ্যাসের তাপমাত্রা কত? [উত্তর : 433.2 K]

১৫। একটি সিলিন্ডারে রাখিত অঙ্গিজেন গ্যাসের আয়তন $1 \times 10^{-2} \text{ m}^3$; তাপমাত্রা 300 K এবং চাপ $2.5 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ । তাপমাত্রা স্থির রেখে কিছু অঙ্গিজেন বের করে নেয়ার পর চাপ কমে $1.3 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ হয়। ব্যবহৃত অঙ্গিজেনের ভর কত? [উত্তর : 0.015 kg]

১৬। 27°C তাপমাত্রা এবং 20 atm চাপের একটি গ্যাসকে প্রসারিত হতে দেওয়ায় এর নতুন আয়তন পূর্বের আয়তনের 10 গুণ এবং নতুন চাপ বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সমান হল। গ্যাসটির নতুন তাপমাত্রা কত? [উত্তর : -123°C]

১৭। যদি $R = 8.31 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ হয় তবে 76 cm পারদ চাপে 27°C তাপমাত্রায় 50 g অঙ্গিজেনের আয়তন নির্ণয় কর। [উত্তর : $3.85 \times 10^{-2} \text{ m}^3$]

১৮। যদি আদর্শ চাপ ও তাপমাত্রায় হাইড্রোজেন গ্যাসের ঘনত্ব 0.09 kgm^{-3} হয়, তবে আদর্শ তাপমাত্রা ও চাপে হাইড্রোজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগ কত? [উত্তর : 1837.6 ms^{-1}]

১৯। কোন গ্যাসের অণুর ব্যাসার্ধ $1.2 \times 10^{-10} \text{ m}$ এবং গড় মুক্ত পথ $2.6 \times 10^{-8} \text{ m}$ । উক্ত গ্যাসের এক ঘনমিটারে অণুর সংখ্যা 2.79×10^{19} হলে অণুর গড় মুক্ত পথ নির্ণয় কর। [উত্তর : $1.504 \times 10^{-26} \text{ m}^{-3}$; $3.25 \times 10^{-9} \text{ s}$]

২০। একটি গ্যাসের অণুর ব্যাসার্ধ $3.6 \times 10^{-10} \text{ m}$ এবং প্রতি ঘন সেন্টিমিটারে অণুর সংখ্যা 2.79×10^{19} হলে অণুর গড় মুক্ত পথ নির্ণয় কর। [কু. বো. ২০০৪] [উত্তর : $6.25 \times 10^{-8} \text{ m}$]

২৪। কোন গ্যাস অণুর ব্যাস $2 \times 10^8 \text{ cm}$ এবং প্রতি ঘন সেন্টিমিটারে অণুর সংখ্যা 3×10^{19} হলে অণুর গড় মুক্ত পথ নির্ণয় কর। [ব. বো. ২০০৬] [উত্তর : $1.877 \times 10^{-7} \text{ m}$]

২৫। কোন একটি গ্যাস অণুগুলোর গড় মুক্ত পথ $2.6 \times 10^{-8} \text{ m}$ এবং আণবিক ব্যাস $2.2 \times 10^{-10} \text{ m}$ হলে, প্রতি ঘন সেন্টিমিটারে অণুর সংখ্যা নির্ণয় কর। [ঢ. বো. ২০০৬] [উত্তর : 1.79×10^{20}]

২৬। কোন গ্যাসের প্রতি ঘনমিটারে অণুর সংখ্যা 3×10^{25} এবং অণুর ব্যাস $3.8 \times 10^{-10} \text{ m}$ হলে, ঐ গ্যাসের গড় মুক্ত পথ বের কর। [উত্তর : $5.2 \times 10^{-8} \text{ m}$]

২৭। কোন একটি গ্যাসের অণুগুলোর গড় মুক্ত পথ $2.6 \times 10^{-8} \text{ m}$ ও অণুর ব্যাস $3 \times 10^{-10} \text{ m}$ হলে, প্রতি ঘনমিটারে অণুর সংখ্যা নির্ণয় কর। [উত্তর : 5.2×10^{25}]

২৮। 1092°C তাপমাত্রায় বায়ুর অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূলীয় মান নির্ণয় কর। স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় বায়ুর ঘনত্ব = 1.296 kgm^{-3} [উৎ : $1.08 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$]

২৯। 0°C -এ নাইট্রোজেন গ্যাসের গড় বর্গবেগের বর্গমূলীয় মান 493 ms^{-1} । স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় নাইট্রোজেনের ঘনত্ব নির্ণয় কর। স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় পারদের ঘনত্ব = $13.59 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ ও $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ [উৎ : 1.2493 kgm^{-3}]

৩০। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে অঙ্গিজেনের ঘনত্ব হাইড্রোজেনের ঘনত্বের 16 গুণ হলে অঙ্গিজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূলীয় মান নির্ণয় কর। [হাইড্রোজেনের ঘনত্ব = 0.0898 kgm^{-3}] [উৎ : 461.21 ms^{-1}]

৩১। 27°C তাপমাত্রায় প্রতি কিলোগ্রাম মৌল হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। [$R = 8314 \text{ J k mol}^{-1}\text{K}^{-1}$] [উৎ : $3.74 \times 10^6 \text{ J}$]

৩২। 0°C তাপমাত্রায় একটি হাইড্রোজেন অণুর গতিশক্তি $5.64 \times 10^{-21} \text{ J}$ এবং $R = 8320 \text{ J k mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ ধরে অ্যাতোগান্ডো সংখ্যা নির্ণয় কর। [উৎ : $6.04 \times 10^{26} \text{ কণা K mol}^{-1}$]

৩৩। নির্দিষ্ট কোন একদিনের শিশিরাঙ্ক 8.5°C এবং বায়ুর তাপমাত্রা 18°C । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। দেওয়া আছে, 8°C , 9°C এবং 18°C তাপমাত্রায় সর্বোচ্চ বায়ুচাপ যথাক্রমে 0.084 m , 0.0861 m এবং 0.1546 m পারদ। [উত্তর : 55%]

৩৪। কোন একদিনে শিশিরাঙ্ক 8.5°C এবং বায়ুর তাপমাত্রা 17.5°C । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। [8°C , 9°C , 17°C ও 18°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাক্ষের চাপ যথাক্রমে 7.35×10^{-3} , 8.03×10^{-3} , 15.48×10^{-3} এবং $16.46 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ।] [রা. বো. ২০০৬ (মান ভিন্ন)] [উত্তর : 48.2%]

৩৫। কোন একটি আবদ্ধ স্থানের বায়ুর তাপমাত্রা 27°C ও শিশিরাঙ্ক 15°C । তাপমাত্রা কমে 17°C হলে, জলীয় বাক্ষের চাপ ও শিশিরাঙ্ক কত হবে? সম্পৃক্ত জলীয় বাক্ষের চাপ 15°C তাপমাত্রায় $12.8 \times 10^{-3} \text{ m}$ ও 14°C তাপমাত্রায় $12.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ।] [উৎ : 12.37 mm পারদ ; 14.462°C]

৩৬। কোন একটি বন্ধ ঘরের তাপমাত্রা 17°C এবং শিশিরাঙ্ক 12°C । বায়ুর তাপমাত্রা কমে 14°C হলে শিশিরাঙ্ক কত হবে? [10°C ও 12°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাক্ষের চাপ যথাক্রমে $9.2 \times 10^{-3} \text{ m}$ ও $10.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ।]

[উৎ : 11.053°C]

৩৭। কোন একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 22°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% । যদি ঐ স্থানের তাপমাত্রা হ্রাস পেয়ে 12°C হয় তবে বায়ুস্থিত জলীয় বাক্ষের কত অংশ ঘনীভূত হবে? [12°C ও 22°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাক্ষের চাপ যথাক্রমে $10.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ এবং $19.8 \times 10^{-3} \text{ m}$] [উৎ : 0.116]

৩৮। একটি শুষ্ক ও আর্দ্র বাল্ব থার্মোমিটারের শুষ্ক ও আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রা যথাক্রমে 25°C ও 19°C । বায়ুর শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। [25°C তাপমাত্রায় G-এর মান 1.65 ; 15°C , 16°C ও 25°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাক্ষের চাপ যথাক্রমে $12.77 \times 10^{-3} \text{ m}$, $13.71 \times 10^{-3} \text{ m}$ ও $23.7 \times 10^{-3} \text{ m}$] [উৎ : 15.1°C ; 54.28%]

৩৯। নির্দিষ্ট কোন দিনে শিশিরাঙ্ক 10.5°C এবং বায়ুর তাপমাত্রা 19.4°C । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। [10°C , 11°C , 19°C এবং 20°C তাপমাত্রায় সর্বাধিক বায়ুচাপ যথাক্রমে $9.2 \times 10^{-3} \text{ m}$, $9.9 \times 10^{-3} \text{ m}$, $16.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ এবং $17.7 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ।] [উৎ : 56.24%]

৪০। বায়ুর তাপমাত্রা 30°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% হলে বায়ুর জলীয় বাক্ষের চাপ কত? 30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাক্ষের চাপ = $31.70 \times 10^{-3} \text{ mHg}$ [য. বো. ২০০২] [উত্তর : $19 \times 10^{-3} \text{ mHg}$]

তাপমাত্রা

TEMPERATURE

১২.১ সূচনা

Introduction

তাপ ও তাপমাত্রা পদার্থবিজ্ঞানের একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। পদার্থের ভৌতিক অবস্থা প্রকাশে তাপমাত্রার ভূমিকা বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ। আমরা জানি যে কোন পদার্থ অসংখ্য অণুর সমন্বয়ে গঠিত হয়। এই অণুগুলোর গতিশক্তি রয়েছে। তাপমাত্রা বৃদ্ধি করলে গতিশক্তি বৃদ্ধি পায় এবং কমালে গতিশক্তি হ্রাস পায়। তাপমাত্রা একটি পরিমাপযোগ্য রাশি। এখন আমরা তাপমাত্রা, তাপমাত্রার বিভিন্ন ক্ষেত্র, তাপমাত্রা পরিমাপের নীতি ও পদ্ধতি ইত্যাদি আলোচনা করব।

১২.২ তাপমাত্রা

Temperature

গরম বা ঠাণ্ডা বোধ আমাদের সকলেরই রয়েছে। সুতরাং কোন একটি বস্তু কি পরিমাণ গরম বা ঠাণ্ডা তার পরিমাপকে আপাতভাবে ঐ বস্তুর তাপমাত্রা বলে। অর্থাৎ আপাতভাবে বলা যায় তাপমাত্রা বস্তুর বা উচ্চতার (degree of hotness) পরিমাণ বুঝায়। মনে করি দুটি বস্তু রয়েছে। একটি বস্তু A এবং অপরটি B। যদি সৰ্প করলে মনে হয় বস্তু A বস্তু B অপেক্ষা বেশি গরম, তবে আমরা বলতে পারি বস্তু A-এর তাপমাত্রা বেশি এবং বস্তু B-এর তাপমাত্রা কম।

কিন্তু নিখুঁতভাবে তাপমাত্রার নিম্নলিখিত সংজ্ঞা দেয়া যেতে পারে :

তাপমাত্রা বস্তুর একটি তাপীয় অবস্থা যা ঐ বস্তু হতে অন্য বস্তুতে তাপের প্রবাহ নিয়ন্ত্রণ করে এবং তাপ প্রবাহের অভিমুখ নির্ধারণ করে।

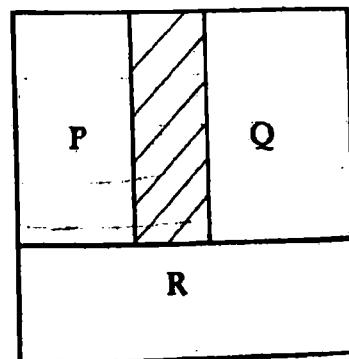
১২.৩ তাপীয় সাম্যাবস্থা

Thermal equilibrium

পরিপার্শের তুলনায় উচ্চত একটি বস্তুকে যদি উন্নত স্থানে রেখে দেওয়া হয়, তবে দেখা যায় যে উচ্চত বস্তু তাপ হারাতে থাকে এবং যতক্ষণ পর্যন্ত উচ্চত বস্তুর তাপমাত্রা পরিপার্শের তাপমাত্রার সমান না হয় ততক্ষণ পর্যন্ত তাপ হারানো চলতে থাকে। অনুরূপ ঘটনা শক্ত করা যায় যদি দুটি ভিন্ন তাপমাত্রার বস্তুর মধ্যে তাপীয় সংযোগ করা হয়। তবে উচ্চ তাপমাত্রার বস্তু হতে নিম্ন তাপমাত্রার বস্তুতে তাপ প্রবাহিত হয় এবং এক সময় উভয় বস্তুই একই তাপমাত্রায় উপনীত হয়। একে তাপীয় সাম্যাবস্থা বলে।

তাপগতিবিদ্যার শূন্যতম সূত্র (Zeroth law of thermodynamics) : দুটি বস্তু যদি তৃতীয় কোন বস্তুর সাথে তাপীয় সাম্যাবস্থায় থাকে তবে প্রথমোক্ত বস্তু দুটি পরস্পরের সাথে তাপীয় সাম্যাবস্থায় থাকবে। একে তাপগতিবিদ্যার শূন্যতম সূত্র বলা হয়।

ব্যাখ্যা : দুটি বস্তু সাম্যাবস্থায় আছে, তা নির্ধারণের জন্য তৃতীয় একটি বস্তু ব্যবহার করা হয়। ধরা যাক P ও Q দুটি বস্তু একটি কুপরিবাহী দেওয়াল দিয়ে পৃথক করা অবস্থায় তৃতীয় একটি বস্তু R-এর সংসর্ষে রাখা হল [চিত্র ১২.১]। কিছুক্ষণ পরে দেখা যাবে P ও Q উভয়ই তৃতীয় বস্তু R-এর সাথে তাপীয় সাম্যাবস্থায় পৌছবে। এখন কুপরিবাহী দেওয়ালটি সরিয়ে নিলেও P ও Q-এর তাপমাত্রায় কোন পরিবর্তন হবে না। এ থেকে বুঝা যাচ্ছে যে দেওয়াল সরানোর আগেই P ও Q পরস্পরের তাপীয় সাম্যাবস্থায় পৌছেছে। এই উদাহরণ থেকেই উপরের সূত্র প্রমাণিত হয়। এই সূত্রের উপর ভিত্তি করেই ধার্মোমিটার তৈরি করা হয়েছে।



চিত্র ১২.১

১২.৪ তাপ ও তাপমাত্রার মধ্যে পার্থক্য Distinction between heat and temperature

তাপ এবং তাপমাত্রার মধ্যে ঘনিষ্ঠ সম্পর্ক থাকলেও তারা একই অর্থ বহন করে না। তাদের মধ্যে যথেষ্ট পার্থক্য রয়েছে। পার্থক্যসমূহ নিম্নে উল্লেখ করা হল :

১। তাপ এক প্রকার শক্তি, কিন্তু তাপমাত্রা বস্তুর একটি তাপীয় অবস্থা।

২। তাপ শক্তি, তাপমাত্রা শক্তির প্রকাশ।

৩। তাপ কারণ, তাপমাত্রা এর ফল।

৪। তাপ প্রয়োগ করলে বস্তুর তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায় এবং তাপ অপসারণে বস্তুর তাপমাত্রা হ্রাস পায়।

৫। দুটি বস্তু একই তাপমাত্রায় থাকলেও তাপের পরিমাণ বিভিন্ন হতে পারে।

৬। একটি বস্তু হতে অন্য বস্তুতে তাপের প্রবাহ তাদের তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে।

৭। তাপ বস্তুস্থিত অণুগুলোর মোট শক্তির সমানুপাতিক, কিন্তু তাপমাত্রা বস্তুস্থিত একটি অণুর গড় গতিশক্তির সমানুপাতিক।

৮। তাপ অধিক তাপমাত্রাবিশিষ্ট বস্তু হতে কম তাপমাত্রাবিশিষ্ট বস্তুর দিকে ধাবিত হয়।

৯। পদার্থবিজ্ঞানের যে শাখায় তাপের পরিমাপ করা হয় তার নাম ক্যালরিমিতি এবং যে শাখায় তাপমাত্রার পরিমাপ করা হয়, তার নাম থার্মোমিটি।

১০। যে যন্ত্রের সাহায্যে তাপ পরিমাপ করা হয় তার নাম ক্যালরিমিটার। অপরপক্ষে, যে যন্ত্রের সাহায্যে তাপমাত্রা পরিমাপ করা হয়, তার নাম থার্মোমিটার বা তাপমান যন্ত্র।

১১। তাপের একক আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে জুল। কিন্তু তাপমাত্রা প্রকাশ করা হয় °C, °F ও K-এ।

১২। তাপমাত্রার মাত্রা সমীকরণ নেই, কিন্তু তাপের মাত্রা সমীকরণ শক্তির মাত্রা সমীকরণ $[ML^2T^{-2}]$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

* * *

১২.৫ উষ্ণতামিতি ধর্ম ও উষ্ণতামিতি পদার্থ

Thermometric property and Thermometric substance

কোন বস্তু কত গরম অথবা কত ঠাণ্ডা তা স্পর্শ করে সরাসরি বুঝা যায় না, অনুভব করা যায় মাত্র। এই কারণে তাপমাত্রার তারতম্যভেদে যে পদার্থের বিশেষ কোন ধর্ম নিয়মিতভাবে পরিবর্তিত হয় এবং যে ধর্মের পরিবর্তন লক্ষ করে সহজ ও সূক্ষ্মভাবে তাপমাত্রা নিরূপণ করা যায় সেই পদার্থ বস্তুর তাপমাত্রা পরিমাপে ব্যবহৃত হয়।

যে যন্ত্র দ্বারা বস্তুর তাপমাত্রা নির্ভুলভাবে পরিমাপ করা যায় তাকে থার্মোমিটার (Thermometer) বলে। তাপমাত্রা পরিমাপ উপযোগী পদার্থের যে সকল ধর্ম কাজে লাগানো হয়, পদার্থের ঐ ধর্মগুলোকে উষ্ণতামিতি ধর্ম বলে এবং যে সকল পদার্থের উষ্ণতামিতি ধর্ম ব্যবহার করে থার্মোমিটার তৈরি করা হয় তাদেরকে উষ্ণতামিতি পদার্থ বলে। সাধারণত উষ্ণতামিতি পদার্থের বা তার ধর্মের নাম অনুসারে থার্মোমিটারের নামকরণ করা হয়। বিভিন্ন উষ্ণতামিতি পদার্থের তৈরি কয়েকটি থার্মোমিটারের নাম ও ধর্ম উল্লেখ করা হল।

(ক) তরল থার্মোমিটার (Liquid thermometer) : তাপমাত্রার পরিবর্তনের সাথে সাথে তরল পদার্থের আয়তন পরিবর্তিত হয়। যে সব থার্মোমিটারে উষ্ণতামিতি পদার্থ হিসেবে তরল ব্যবহৃত হয় তাদেরকে সাধারণত তরল থার্মোমিটার বলে। থার্মোমিটারে উষ্ণতামিতি পদার্থ হিসেবে পারদ ব্যবহৃত হলে তাকে পারদ থার্মোমিটার বলে এবং অ্যালকোহল ব্যবহৃত হলে তাকে অ্যালকোহল থার্মোমিটার বলে। তরলকে সুষম ব্যাসের কৈশিক নলে রাখা হয়। তরলের উচ্চতা বা স্তরের দৈর্ঘ্যকে উষ্ণতামিতি ধর্ম বলা যায় এবং কৈশিক নলে তরলের উচ্চতা তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

(খ) গ্যাস থার্মোমিটার (Gas thermometer) : দুই ধরনের গ্যাস থার্মোমিটার রয়েছে। যথা—(১) স্থির আয়তন গ্যাস থার্মোমিটার ও (২) স্থির চাপ গ্যাস থার্মোমিটার।

(১) স্থির আয়তনে একটি নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে বৃদ্ধি পায় এবং তাপমাত্রা হ্রাস পেলে চাপ কমে যায়। গ্যাসের এই ধর্মকে ব্যবহার করে যে সব থার্মোমিটার তৈরি হয় তাদেরকে স্থির আয়তন গ্যাস থার্মোমিটার (constant volume gas thermometer) বলে। এই ধরনের একটি থার্মোমিটারে হাইড্রোজেন উষ্ণতামিতি পদার্থবৃপে ব্যবহৃত হলে তাকে স্থির আয়তন হাইড্রোজেন থার্মোমিটার বলে।

(২) স্থির চাপে একটি নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে বৃদ্ধি পায় এবং তাপমাত্রা হ্রাস পেলে আয়তন কমে যায়। গ্যাসের এই ধর্মকে ব্যবহার করে যে সব থার্মোমিটার তৈরি তাদেরকে স্থির চাপ গ্যাস থার্মোমিটার (constant pressure gas thermometer) বলে। এই প্রকার একটি থার্মোমিটারে হাইড্রোজেন ব্যবহৃত হলে তাকে স্থির চাপ হাইড্রোজেন থার্মোমিটার বলে।

(গ) রোধ থার্মোমিটার (Resistance thermometer) : সাধারণত পরিবাহীর তড়িৎ রোধ তাপমাত্রার বৃদ্ধিতে বৃদ্ধি পায়। কাজেই একটি পরিবাহীর তড়িৎ রোধ জেনে তাপমাত্রা নির্ণয় করা যায়। এই নীতির উপর যে সব থার্মোমিটার গঠিত হয়েছে তাদেরকে রোধ থার্মোমিটার (Resistance thermometer) বলে। এরূপ একটি প্লাটিনাম ধাতুর থার্মোমিটারকে প্লাটিনাম রোধ থার্মোমিটার বলে।

(ঝ) তাপযুগল বা থার্মোকাপল থার্মোমিটার (Thermocouple thermometer) : দুটি সুবিধামত তার পরপর যুক্ত করে সংযুক্ত দুই প্রান্তে তাপমাত্রার পার্থক্য সৃষ্টি করলে এতে তড়িচালক বলের উভয় হয়। এই বল প্রান্তস্থয়ের তাপমাত্রার পার্থক্যতে বিভিন্ন হয় এবং এই তড়িচালক বল মেপে দুই প্রান্তের তাপমাত্রার পার্থক্য জানা যায়। এক প্রান্তের তাপমাত্রা জানা থাকলে এই পার্থক্য হতে অন্য প্রান্তের তাপমাত্রা নির্ণয় করা যায়। বিভিন্ন ধাতুর এরূপ দুটি তারকে একত্রে তাপযুগল বা থার্মোকাপল বলে। যেমন— কপার কনস্টান্টান (copper-constantan) থার্মোকাপল।

(ঞ) থার্মিস্টর (Thermistor) : তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে অর্ধপরিবাহী পদার্থের বৈদ্যুতিক রোধ হ্রাস পায়। অর্ধপরিবাহী পদার্থের এই ধর্মের উপর ভিত্তি করে থার্মিস্টর তৈরি করা হয়।

(চ) বিকিরণ থার্মোমিটার (Radiation thermometer) : তাপমাত্রা 550°C -এর বেশি হলে কোন কোন রস্ত হতে বিভিন্ন রঙের আলো বের হতে দেখা যায়। পরীক্ষায় দেখা যায় যে, একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বস্তু হতে একটি নির্দিষ্ট রঙের আলো নির্গত হয়। সুতরাং আলোর বর্ণালী পরীক্ষা করে তাপমাত্রা নির্ণয় করা যায়। এরূপ একটি থার্মোমিটারকে বিকিরণ থার্মোমিটার বলে।

(ছ) বিচুম্বকীকরণ থার্মোমিটার (Demagnetisation thermometer) : তাপমাত্রা পরিবর্তনের সাথে প্যারাম্যক পদার্থ (paramagnetic substance)-এর চৌম্যক গ্রাহীতার পরিবর্তন হয়। এই ধর্মকে ব্যবহার করে যে থার্মোমিটার তৈরি হয় তাকে বিচুম্বকীকরণ থার্মোমিটার বলে। নিম্ন তাপমাত্রা পরিমাপে এই থার্মোমিটার খুবই উপযোগী।

১২.৬ পানির ত্রৈধ বিন্দুর (বা একটি স্থির বিন্দুর) সাপেক্ষে থার্মোমিতির মূলনীতি

Principle of thermometry in relation to triple point of water

সূচনা : তাপমাত্রার স্কেল তৈরির জন্য নির্দিষ্ট স্থির বিন্দুর দরকার। 1954 সালে অনুষ্ঠিত আন্তর্জাতিক উজ্জ্বল ও পরিমাপ সংস্থার অধিবেশনের সিদ্ধান্ত অনুযায়ী তাপমাত্রা পরিমাপে পানির ত্রৈধ বিন্দুকে স্থির বিন্দু হিসেবে ধরে নেয়া হয়। একটি মাত্র স্থির বিন্দুর (পানির ত্রৈধ বিন্দু) সাপেক্ষে তাপমাত্রার স্কেল নির্ধারণ করা হয়। পানির ত্রৈধবিন্দু হল এমন একটি তাপমাত্রা, যে তাপমাত্রায় বিশুদ্ধ বরফ, বিশুদ্ধ পানি এবং সম্পূর্ণ জলীয় বাল্প তাপগত

সহজবস্থানে থাকে তাকে পানিৰ ত্ৰৈধ বিন্দু বলে। পানিৰ ত্ৰৈধ বিন্দু 0°C বা $273\cdot16\text{ K}$ ($4\cdot58\text{ mm}$ পাৰদ চাপে)। আৱ সাধাৱণভাৱে বলা যায় যে তাপমাত্ৰায় কোন পদাৰ্থেৰ কঠিন, তরল এবং বাল্ক একটি নিৰ্দিষ্ট চাপে তাপগত সহজবস্থানে থাকে তাকে উক্ত পদাৰ্থেৰ ত্ৰৈধ বিন্দু বলে।

তাপমাত্ৰা পরিমাপেৰ এস. আই. (S. I.) একক হল কেলভিন (K)।

$$\text{অতএব } 1\text{ K বা এক কেলভিন} = \frac{1}{273\cdot16^{\circ}\text{C}} \text{ পানিৰ ত্ৰৈধ বিন্দু।}$$

নীতি : কোন পদাৰ্থেৰ উক্ষতামিতিক ধৰ্ম তাপমাত্ৰার সমানুপাতিক।

মনে কৰি x উক্ষতামিতিক ধৰ্ম এবং T তাপমাত্ৰা।

$$x \propto T$$

যদি T_1 এবং T_2 তাপমাত্ৰায় উক্ষতামিতিক ধৰ্ম যথাক্রমে x_1 ও x_2 হয়, তবে আমৱা পাই,

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (1)$$

এখন পানিৰ ত্ৰৈধ বিন্দুতে উক্ষতামিতিক ধৰ্ম x_{tp} এবং যে কোন তাপমাত্ৰা T -তে উক্ষতামিতিক ধৰ্ম x হলে আমৱা পাই, $\frac{T}{273\cdot16\text{ K}} = \frac{x}{x_{tp}}$

$$\text{বা, } T = \left(273\cdot16 \frac{x}{x_{tp}} \right) \text{ K} \quad (2)$$

এটিই হল পানিৰ ত্ৰৈধ বিন্দুৰ সাপেক্ষ কোন ধাৰ্মোমিটাৱেৰ সাহায্যে তাপমাত্ৰা নিৰ্ণয়েৰ মূলনীতি।

বিভিন্ন ধাৰ্মোমিটাৱ :

(ক) পাৰদ ধাৰ্মোমিটাৱ : এক্ষেত্ৰে আমৱা পাৰদ স্তম্ভেৰ দৈৰ্ঘ্য বিবেচনা কৰি। x -এৰ স্থলে। এবং পানিৰ ত্ৰৈধ বিন্দুতে উক্ষতামিতিক ধৰ্ম I_{tp} হলে,

$$T = \left(273\cdot16 \times \frac{1}{I_{tp}} \right) \text{ K}$$

(খ) স্থিৱ চাপ গ্যাস ধাৰ্মোমিটাৱ : এ স্থলে উক্ষতামিতিক ধৰ্ম গ্যাসেৰ আয়তন V । পানিৰ ত্ৰৈধ বিন্দুতে উক্ষতামিতিক ধৰ্ম V_{tp} হলে,

$$T = \left(273\cdot16 \times \frac{V}{V_{tp}} \right) \text{ K}$$

(গ) স্থিৱ আয়তন গ্যাস ধাৰ্মোমিটাৱ : এক্ষেত্ৰে উক্ষতামিতিক ধৰ্ম গ্যাসেৰ চাপ P । পানিৰ ত্ৰৈধ বিন্দুতে উক্ষতামিতিক ধৰ্ম P_{tp} হলে,

$$T = \left(273\cdot16 \times \frac{P}{P_{tp}} \right) \text{ K}$$

(ঘ) ৱোধ ধাৰ্মোমিটাৱ : এক্ষেত্ৰে উক্ষমিতিক ধৰ্ম পৱিবাহীৰ ৱোধ R । পানিৰ ত্ৰৈধ বিন্দুতে উক্ষতামিতিক ধৰ্ম R_{tp} হলে,

$$T = \left(273\cdot16 \times \frac{R}{R_{tp}} \right) \text{ K}$$

(ঙ) তাপযুগল বা ধাৰ্মোকাপল ধাৰ্মোমিটাৱ : এক্ষেত্ৰে উক্ষতামিতিক ধৰ্ম তাপ তড়িচালক বল E । পানিৰ ত্ৰৈধ বিন্দুতে এৱ মান E_{tp} হলে, $T = \left(273\cdot16 \times \frac{E}{E_{tp}} \right) \text{ K}$

(চ) বাল্কচাপ ধাৰ্মোমিটাৱ : এক্ষেত্ৰে উক্ষতামিতিক ধৰ্ম বাল্কচাপ f । পানিৰ ত্ৰৈধ বিন্দুতে উক্ষতামিতিক ধৰ্ম f_{tp} হলে, $T = \left(273\cdot16 \times \frac{f}{f_{tp}} \right) \text{ K}$

১২.৭ দুই স্থির বিন্দুর সাপেক্ষে থার্মোমিতির মূলনীতি

Principle of the thermometry in relation to two fixed points

সেলসিয়াস, ফারেনহাইট এবং আরও কয়েকটি ক্ষেত্রে দুই স্থির বিন্দু পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। এই পদ্ধতির থার্মোমিতির মূলনীতি হল উর্ধ্ব স্থির ও নিম্ন স্থির বিন্দুর মধ্যবর্তী ব্যবধানকে কতগুলো সমান ভাগে ভাগ করে এক একটি ক্ষেত্রে গঠন করা হয়। প্রতিটি ভাগ এক ডিগ্রী (1°) তাপমাত্রা নির্দেশ করে।

তাপমাত্রা নির্ধারণের সময় পদার্থের উষ্ণতামিতি ধর্ম (যেমন কৈশিক নলে তরলের উচ্চতা, রোধ থার্মোমিটারে পরিবাহীর রোধ, গ্যাসীয় থার্মোমিটারে গ্যাসের চাপ বা আয়তন ইত্যাদি) কাজে লাগানো হয়। ধরা যাক, বরফ বিন্দু ও স্টীম বিন্দুর তাপমাত্রা যথাক্রমে θ_{ice} এবং θ_{steam} । এই দুই তাপমাত্রায় কোন একটি উষ্ণতামিতি ধর্মের মান যথাক্রমে X_{ice} ও X_{steam} । θ_{ice} ও θ_{steam} স্থির বিন্দুয়ের মধ্যবর্তী মৌলিক ব্যবধান সমান N সংখ্যক ভাগে বিভক্ত ($\theta_{\text{steam}} - \theta_{\text{ice}} = N$)। এখন অন্য কোন তাপমাত্রা θ - তে ঐ উষ্ণতামিতি ধর্মের মান X_{θ} । আমরা জানি, উষ্ণতামিতি ধর্ম X -এর পরিবর্তন তাপমাত্রার পরিবর্তনের সমানুপাতিক। এখন N ভাগ ($অর্থাৎ N^{\circ}$) তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে X -এর বৃদ্ধি $= X_{\text{steam}} - X_{\text{ice}}$

$$\text{অতএব, } X_{\text{steam}} - X_{\text{ice}} \propto N \quad (3)$$

$$= KN, K \text{ সমানুপাতিক ধ্রুবক।}$$

$$\text{আবার, } \theta \text{ ভাগ } (অর্থাৎ \theta^{\circ}) \text{ তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে } X \text{-এর বৃদ্ধি } = X_{\theta} - X_{\text{ice}}$$

$$X_{\theta} - X_{\text{ice}} \propto \theta = K\theta \quad (4)$$

সমীকরণ (3) ও (4) হতে পাই,

$$\frac{K\theta}{KN} = \frac{X_{\theta} - X_{\text{ice}}}{X_{\text{steam}} - X_{\text{ice}}}$$

$$\text{বা, } \theta = \frac{X_{\theta} - X_{\text{ice}}}{X_{\text{steam}} - X_{\text{ice}}} \times N \quad (5)$$

সমীকরণ (5) হচ্ছে দুই স্থির বিন্দুর সাপেক্ষে থার্মোমিতির মূল সমীকরণ।

~~উদাহরণঃ~~ একটি স্থির আয়তন গ্যাস থার্মোমিটারের 0°C ও 100°C তাপমাত্রায় বায়ুর চাপ যথাক্রমে 90 cm Hg ও 130 cm Hg । উষ্ণ পানিতে থার্মোমিটারটি নিমজ্জিত করলে বায়ুচাপ 110 cm Hg পাওয়া গেলে পানির তাপমাত্রা হবে,

$$\theta = \frac{P_{\theta} - P_0}{P_{100} - P_0} \times 100 = \frac{110 - 90}{130 - 90} \times 100 = \frac{20}{40} \times 100 = 50^{\circ}\text{C}$$

১২.৮ তাপমাত্রার বিভিন্ন ক্ষেত্র

Different scales of temperature

তাপমাত্রা পরিমাপের জন্য সর্বমোট ছয়টি ক্ষেত্র রয়েছে, যথা—

(১) সেটিগ্রেড বা সেলসিয়াস ক্ষেত্র (Centigrade or Celcius scale)

(২) ফারেনহাইট ক্ষেত্র (Fahrenheit scale)

(৩) আদর্শ গ্যাস ক্ষেত্র (Perfect Gas scale)

(৪) কেলভিন-এর পরম তাপগতীয় ক্ষেত্র (Kelvin's absolute thermodynamic scale) এবং

(৫) তাপমাত্রার আন্তর্জাতিক ক্ষেত্র (International scale of temperature)

১। সেলসিয়াস ক্ষেত্র (Celcius scale) : সুইডেনের জ্যোতির্বিজ্ঞানী অ্যানডের্স সেলসিয়াস (Anders Celcius) 1742 খ্রিস্টাব্দে তাপমাত্রার এই ক্ষেত্রে প্রবর্তন করেন। এই ক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য হল এতে দুটি স্থির বিন্দু রয়েছে। যথা—নিম্ন স্থির বিন্দু ও উর্ধ্ব স্থির বিন্দু।

২/ ব্রোল্ফ

নিম্ন স্থিৰ বিন্দু (Lower fixed point) : যে তাপমাত্রায় প্ৰমাণ চাপে বিশুদ্ধ বৰফ গলতে শুৰু কৰে তাকে নিম্ন স্থিৰ বিন্দু বা স্থিৱাঙ্ক বলে। একে বৰফ বিন্দুও (ice point) বলা হয়।

উৰ্ধ স্থিৰ বিন্দু (Upper fixed point) : যে তাপমাত্রায় প্ৰমাণ চাপে বিশুদ্ধ পানি জলীয় বাষ্পে পৱিণত হতে শুৰু কৰে তাকে সেলসিয়াস কেলেৰ উৰ্ধ বিন্দু বা স্থিৱাঙ্ক বলে। একে স্টীম বিন্দুও (steam point) বলা হয়।

এই কেলে নিম্ন স্থিৰ বিন্দুকে শূন্য ডিগ্ৰী (0°) এবং উৰ্ধ স্থিৰ বিন্দুকে 100° ধৰা হয় এবং মৌলিক ব্যবধানকে 100টি সমান ভাগে ভাগ কৰা হয়। প্ৰত্যেক ভাগকে 1° সেলসিয়াস বা 1° সেণ্টিগ্ৰেড (1°C) বলা হয়। সুতৰাং সেলসিয়াস কেল ও 1°C -এর নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায়।

সংজ্ঞা : যে কেলে বৰফ বিন্দুকে 0° এবং স্টীম বিন্দুকে 100° ধৰে মধ্যবৰ্তী মৌলিক ব্যবধানকে সমান 100 ভাগে ভাগ কৰা হয়, সেই কেলকে সেলসিয়াস কেল এবং এৱে প্ৰত্যেক ভাগকে এক ডিগ্ৰী সেলসিয়াস (1°C) বলে।

২। ফাৰেনহাইট কেল (Farenheit scale) : জাৰ্মান দার্শনিক জি.ডি. ফাৰেনহাইট 1720 খ্ৰিস্টাব্দে এই কেল পৰিবৰ্তন কৰেন। সেলসিয়াস কেলেৰ ন্যায় এই কেলেও দুটি স্থিৰ বিন্দু পদ্ধতিতে তাপমাত্রা পৰিমাপ কৰা হয়। এই কেলে নিম্ন স্থিৰ বিন্দু বা স্থিৱাঙ্ক 32° এবং উৰ্ধ স্থিৰ বিন্দু বা স্থিৱাঙ্ক 212° ধৰা হয়। স্থিৰ বিন্দু দুটিৰ মধ্যবৰ্তী ব্যবধানকে $(212 - 32) = 180$ টি সমান ভাগে ভাগ কৰা হয়। প্ৰত্যেক ভাগকে এক ডিগ্ৰী ফাৰেনহাইট (1°F) বলা হয়।

সুতৰাং, যে কেলে বৰফ বিন্দুকে 32° এবং স্টীম বিন্দুকে 212° ধৰা হয় এবং মৌলিক ব্যবধানকে সমান 180 ভাগে ভাগ কৰা হয়, সেই কেলকে ফাৰেনহাইট কেল এবং এৱে প্ৰত্যেক ভাগকে এক ডিগ্ৰী ফাৰেনহাইট (1°F) বলে।

সেলসিয়াস ও ফাৰেনহাইট কেলেৰ তুলনা (Comparison of Celcius and Farenheit Scale) : সেলসিয়াস কেল ও ফাৰেনহাইট কেল তুলনা কৰলে দেখা যায় যে,

সেলসিয়াস কেলেৰ 100 ভাগ = ফাৰেনহাইট কেলেৰ 180 ভাগ,

অৰ্থাৎ 100°C পৰিবৰ্তন = 180°F পৰিবৰ্তন

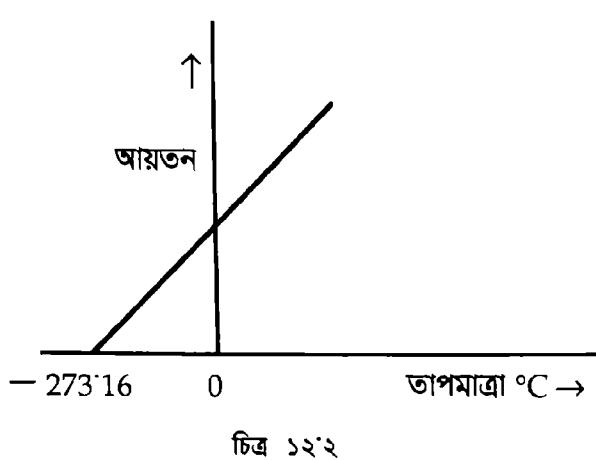
$$1^{\circ}\text{C} \text{ পৰিবৰ্তন} = \frac{180}{100}^{\circ}\text{F} = \frac{9}{5}^{\circ}\text{F} \text{ পৰিবৰ্তন।}$$

(৩) আদৰ্শ গ্যাস কেল (Ideal gas scale) : যে গ্যাস বয়েল ও চাৰ্লসেৰ সূত্ৰ মেনে চলে তাকে আদৰ্শ গ্যাস বলে। স্থিৰ চাপে একটি নিৰ্দিষ্ট তরেৱ আদৰ্শ গ্যাসেৰ তাপমাত্রা ক্ৰমাগত কমাতে থাকলে যে তাপমাত্রায় পৌছলে তাৰ আয়তন তাৰ্ত্তিকভাৱে শূন্য হয় তাকে পৱমশূন্য তাপমাত্রা (Absolute zero temperature) বলে। চাৰ্লসেৰ সূত্ৰ হতে পৱমশূন্য তাপমাত্রার মান -273°C বা -495.4°F । এই পৱমশূন্য তাপমাত্রা অৰ্থাৎ -273°C তাপমাত্রাকে শূন্য ধৰে এবং আৱেগ কৰেকটি স্থিৰ বিন্দুৰ সমৰয়ে যে কেল তৈৰি কৰা হয়েছে তাকে আদৰ্শ গ্যাস কেল বা পৱম কেল বলে।

(৪) কেলভিন-এৱে পৱম তাপগতীয় কেল (Kelvin's thermodynamic scale) বা সংক্ষেপে কেলভিন কেল (Kelvin's scale) :

সেলসিয়াস ও ফাৰেনহাইট কেলে নিম্ন স্থিৰ বিন্দু বা শূন্য বিন্দু ইচ্ছামত (arbitrarily) নিৰ্দিষ্ট কৰা হয়েছে। সেলসিয়াস কেলে শূন্য বিন্দু 0°C এবং ফাৰেনহাইট কেলে শূন্য বিন্দু 32°F । এটাই নিম্নতম তাপমাত্রা নয়।

এর নিচেও বস্তুর তাপমাত্রা রয়েছে। 1848 খ্রিস্টাব্দে লর্ড কেলভিন তাপমাত্রার নতুন একটি স্কেল প্রবর্তন করেন। এটাকে পরম স্কেল বা কেলভিন স্কেল বলে। কানোর তাপ ইঞ্জিনের তাপগতি বিবেচনার প্রেক্ষিতে লর্ড কেলভিন এই স্কেল উজ্জ্বালন করেন বলে একে কেলভিন-এর তাপগতীয় স্কেলও বলা হয়। এই স্কেলে 1°C তাপমাত্রা কমালে গ্যাসের আয়তন 0°C তাপমাত্রার আয়তনের $\frac{1}{273.16}$ অংশ করে। এভাবে গ্যাসের তাপমাত্রা হ্রাসের সাথে আয়তন কমতে থাকলে — 273.16°C তাপমাত্রায় তাত্ত্বিকভাবে আয়তন শূন্য হবে। [চিত্র ১২.২]।



	K	$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{F}$
পানির স্ফুটনাংক	373	100	212
বরফ বিলু	273	0	32
পরম শূন্য তাপমাত্রা	0		-459.69
			-273.16

চিত্র ১২.৩

সূতরাং — 273.16°C তাপমাত্রাকে শূন্য ধরে যে তাপমাত্রা স্কেল তাই কেলভিন তাপমাত্রার স্কেল। কেলভিন স্কেলে প্রতি ডিগ্রী তাপমাত্রার পার্থক্য সেলসিয়াস স্কেলের তাপমাত্রার পার্থক্যের সমান। [চিত্র ১২.৩] অর্থাৎ সেলসিয়াস স্কেলে 1°C তাপমাত্রা পার্থক্য হলে কেলভিন স্কেলেও 1K পার্থক্য হবে। তবে অবশ্যই মনে রাখতে হবে যে $1^{\circ}\text{C} = 1\text{K}$ নয়।

উদাহরণ : কোন বস্তুর তাপমাত্রা 1°C হলে কেলভিন স্কেলে তাপমাত্রা হবে $(273 + 1) = 274\text{K}$; অনুরূপভাবে $10^{\circ}\text{C} = (273 + 10) \text{ K} = 283\text{K}$; কিন্তু সেলসিয়াস স্কেলে তাপমাত্রার পার্থক্য 10°C এবং কেলভিন স্কেলে তাপমাত্রার পার্থক্য 10K । সেলসিয়াস ও কেলভিন স্কেলের রূপান্তর খুবই সহজে নিম্নোক্ত পদ্ধতিতে করা যায় :

$$T_K = T_C + 273.16, \text{ এখানে } T_K \text{ হচ্ছে কেলভিন স্কেলে তাপমাত্রা এবং } T_C \text{ হচ্ছে সেলসিয়াস স্কেলে তাপমাত্রা।$$

উপরের আলোচনা থেকে 1K তাপমাত্রার নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায় :

পানির ত্রৈধ বিলুর তাপমাত্রার $\frac{1}{273.16}$ কে 1K বা এক কেলভিন বলা হয়।

৫। তাপমাত্রার আন্তর্জাতিক স্কেল (International scale of temperature) : তাপমাত্রা পরিমাপের জন্য বিভিন্ন তাপমান যন্ত্রে তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল ব্যবহার করা হয়েছে। বিভিন্ন স্কেলে প্রতি ডিগ্রী তাপমাত্রার মান সমান নয়। তাপমাত্রার সবগুলো ক্ষেপণ খেয়ালমাফিক করা হয়েছে। এজন্য একটি স্কেলের সাথে অন্যটির পুরাপুরি সামঞ্জস্য বা মিল নেই। এই অসুবিধা দূর করার জন্য 1927 খ্রিস্টাব্দে আন্তর্জাতিক ওজন ও পরিমাপ সমিতির (International Committee of Weights and Measures) এক অধিবেশনে তাপমাত্রার একটি ব্যবহারিক স্কেল অনুমোদন করা হয়। এর নাম তাপমাত্রার আন্তর্জাতিক স্কেল। এই স্কেল কেলভিন-এর পরম তাপগতীয় স্কেলের বিকল্প নয়, একই। তবে বৈদ্যুতিক যন্ত্রপাতি ক্ষেত্রের একটি নির্ভরযোগ্য পদ্ধতি। পরবর্তীকালে 1948

স্থিস্টান্ডে আন্তর্জাতিক ওজন ও পরিমাপ সমিতি অপৰ একটি অধিবেশনে আন্তর্জাতিক তাপমাত্রা ক্ষেলের জন্য কতকগুলো মৌলিক স্থিরাংক নির্দিষ্ট কৰে দেন। নিম্নে এদের বিবরণ দেয়া হল :

১। অক্সিজেন বিলু বা তরল অক্সিজেনের স্ফুটনাঙ্ক	$\rightarrow - 182.97^{\circ}\text{C}$	বা 90.18K
২। বরফ বিলু বা বরফের গলনাঙ্ক	$\rightarrow 0^{\circ}\text{C}$	বা 273K
৩। বাষ্প বিলু বা পানির স্ফুটনাঙ্ক	$\rightarrow 100^{\circ}\text{C}$	বা 373K
৪। গন্ধক বিলু বা গন্ধকের স্ফুটনাঙ্ক	$\rightarrow 444.6^{\circ}\text{C}$	বা 717.6K
৫। অ্যান্টিমনি বিলু বা তরল অ্যান্টিমনির কঠিনাঙ্ক	$\rightarrow 630.5^{\circ}\text{C}$	বা 903.5K
৬। রৌপ্য বিলু বা রৌপ্যের গলনাঙ্ক	$\rightarrow 960.80^{\circ}\text{C}$	বা 1233.80K
৭। স্বৰ্ণ বিলু বা স্বর্ণের গলনাঙ্ক	$\rightarrow 1063.0^{\circ}\text{C}$	বা 1336K

১২.৯ তাপমাত্রার বিভিন্ন ক্ষেলের মধ্যে সম্পর্ক

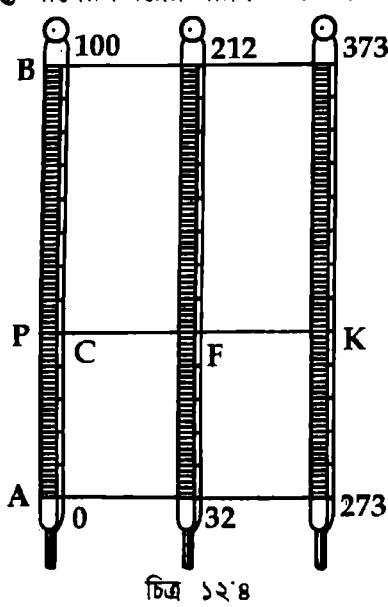
Relation between the different scales of temperature

তাপমাত্রার বিভিন্ন ক্ষেলের মধ্যে সম্পর্ক আছে। এই সম্পর্কের সাহায্যে একটি ক্ষেলের তাপমাত্রা অন্য একটি ক্ষেলে পরিণত করা যায়। নিম্নে এদের মধ্যকার সম্পর্ক দেখান হল।

তাপমাত্রার বিভিন্ন ক্ষেলের তালিকা

ক্ষেলের নাম	সংজ্ঞেত	নিম্ন স্থিরাংক	উর্ধ্ব স্থিরাংক	মৌলিক দূরত্বের ভাগ সংখ্যা
সেন্টিগ্রেড	C	0°	100°	100
ফারেনহাইট	F	32°	212°	180
কেলভিন	K	273	373	100

একটি থার্মোমিটার লই। মনে কৰি এর নিম্ন ও উর্ধ্ব স্থিরাংক যথাক্রমে A এবং B। মনে কৰি কোন এক তাপমাত্রায় উক্ত থার্মোমিটারের পারদ স্তম্ভের উপরিতল P বিলুতে অবস্থান কৰে।



এখন তিনটি থার্মোমিটার লই [চি. ১২.৪]। এরা যথাক্রমে সেন্টিগ্রেড, ফারেনহাইট এবং কেলভিন। ধৰি এদের নিম্ন স্থিরাংক পূর্বের থার্মোমিটারের A দাগের সাথে মিলে যায় এবং উর্ধ্ব স্থিরাংক B দাগের সাথে মিলে যায়। এখন এই তিনটি থার্মোমিটারকে উক্ত তাপমাত্রায় রাখায় P দাগের পারদের উপরিতল সেন্টিগ্রেড, ফারেনহাইট এবং কেলভিন থার্মোমিটারের C, F এবং K দাগের পারদের উপরিতলের সাথে মিলে গেল।

আমরা পাই,

$$\frac{PA}{BA} = \left[\frac{C - 0}{100 - 0} = \frac{F - 32}{212 - 32} = \frac{K - 273}{373 - 273} \right]$$

$$\text{वा, } \frac{C}{100} = \frac{F - 32}{180} = \frac{K - 273}{100}$$

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} = \frac{K - 273}{5} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{5(F - 32)}{9} = \frac{5(K - 273)}{5} \quad (6)$$

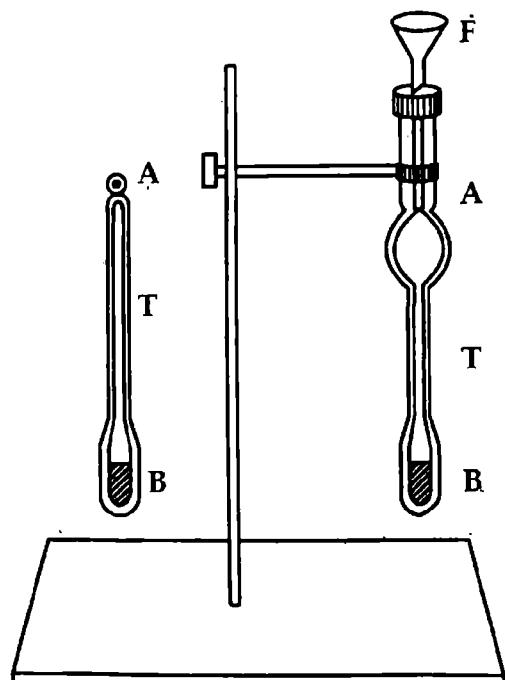
এটিই হল তাপমাত্রার বিভিন্ন ক্ষেত্রের তুলনামূলক রাশিমালা।

১২.১০ পারদ থার্মোমিটার Mercury thermometer

তাপমাত্রার সাথে পারদের আয়তন পরিবর্তনকে উষ্ণমিতিক ধর্ম হিসেবে ব্যবহার করে পারদ থার্মোমিটার প্রস্তুত করা হয়।

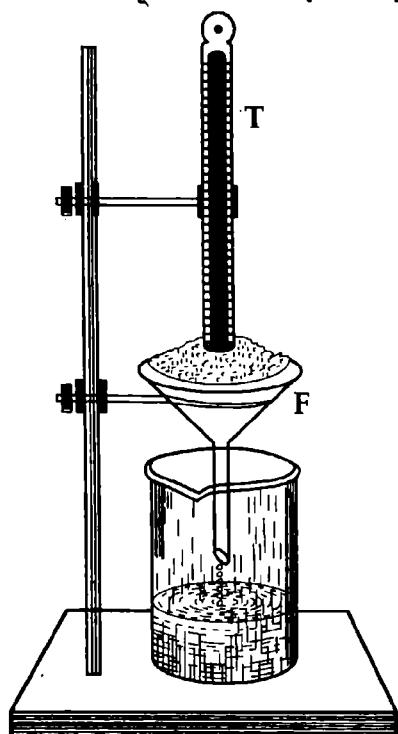
এতে অতি সূক্ষ্ম ও সুষম ছিদ্রের একটি কাচ নল থাকে [চিত্র ১২৫]। এই নলের এক প্রান্তে পারদপূর্ণ একটি নলাকার বাল্ব B থাকে এবং অপর প্রান্ত A বন্ধ। কাচ নলের গায়ে তাপমাত্রার স্কেল দাগাঞ্চিত থাকে। কোন বস্তুর সংসর্শে যন্ত্রটি রাখলে পারদের আয়তনের পরিবর্তন ঘটে এবং স্কেলে নলের পারদ পৃষ্ঠের সর্বোচ্চ অবস্থান ঐ বস্তুর তাপমাত্রা নির্দেশ করে।

নির্মাণ প্রণালী : প্রথমে অতি সূক্ষ্ম ও সুষম ছিদ্রের একটি পরিষ্কার ও শুক্ষ্ম কাচ নল নেয়া হয় যার এক প্রান্তে একটি নলাকার বাল্ব B আছে এবং অপর মুখ খোলা ও তার নিচে A-তে কাচের দেয়াল একটু সরু। চিত্র ১২৫। এখন নলটিকে একটি দণ্ডের সাহায্যে খাড়াভাবে রেখে এর খোলা মুখে রবারের নল দ্বারা একটি ফানেল F যুক্ত করা হয়। এই ফানেলে কিছি বিশৃঙ্খল ও শুক্ষ্ম পারদ নিয়ে বাল্বটিকে পর্যায়ক্রমে গরম ও



ঠাণ্ডা করে নল ও বাল্ব সম্পূর্ণরূপে পারদে ভর্তি করা হয়। উস্তাপে বাল্ব ও নলের ভিতরের বায়ুর আয়তন বৃদ্ধি পায় এবং কিছু বায়ু পারদের ভিতর দিয়ে বুদবুদ আকারে বের হয়ে যায়। আবার ঠাণ্ডা করলে বাল্ব ও নলের ভিতরের অবশিষ্ট বায়ুর আয়তন কমে যায় এবং এতে বাইরের বায়ুর চাপে কিছু পারদ নলে প্রবেশ করে। এভাবে বাল্ব ও নল ক্রমশ পারদে পূর্ণ হয়। অতঃপর বাল্বটিকে যথেষ্ট গরম করা হয় যাতে তার ভিতরের পারদ ফুটতে থাকে এবং উথিত বাষ্প নলের ভিতরের বায়ুকে বের করে দেয়। এই অবস্থায় একটি তীব্র ও সরু অগ্নি শিখা দ্বারা নলের সরু অংশ গলিয়ে বন্ধ করা হয়। বাল্ব ঠাণ্ডা হয়ে ঘরের তাপমাত্রায় ফিরে এলে পারদ সম্পূর্ণ বাল্ব ও নলের কিছু অংশ পূর্ণ করে রাখে এবং নলের বাকি অংশ বায়ুশূন্য অবস্থায় থাকে। পারদ স্বাভাবিক অবস্থায় ফিরে এলে দুটি বিশেষ তাপমাত্রায় নলে পারদের অবস্থান লক্ষ করে তার গায়ে দুটি দাগ কাটা হয়। এই দাগদ্বয় যে দুটি বিশেষ তাপমাত্রা নির্দেশ করে তাদের প্রত্যেককে থার্মোমিটারের স্থিরাঙ্ক (fixed point) বলে। পারদ থার্মোমিটারে বরফের গলনাঙ্ক দ্বারা নিম্ন স্থিরাঙ্ক এবং পানির স্ফুটনাঙ্ক দ্বারা উর্ধ্ব স্থিরাঙ্ক নির্দেশ করা হয়। উর্ধ্ব স্থিরাঙ্ক ও নিম্ন স্থিরাঙ্কের মধ্যবর্তী তাপমাত্রার ব্যবধানকে মৌলিক ব্যবধান (Fundamental interval) বলে। তাপমাত্রার ক্ষেত্রে অনুসারে এই মৌলিক ব্যবধানকে কয়েকটি সমান ভাগে বিভক্ত করা হয় এবং এর এক একটি ভাগকে ডিগ্রী বলে। থার্মোমিটারের গায়ে এভাবে দাগ দেওয়াকে তার দাগাংকন (Graduation) বলে।

নিম্ন স্থিরাঙ্ক নির্ণয় : একটি বড় ফানেল F-এর মধ্যে বিশুদ্ধ বরফের ছোট ছোট টুকরা নিয়ে তার ভিতরে উপরে বর্ণিত পারদপূর্ণ নলটিকে খাড়াভাবে ঢুকিয়ে রাখা হয়। [চিত্র ১২৬]।



চিত্র ১২৬

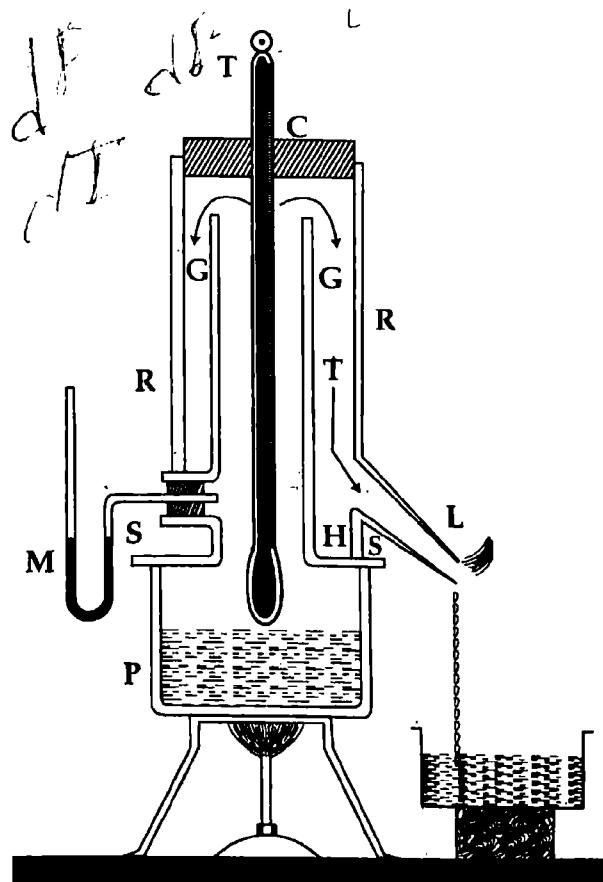
এ অবস্থায় নলের ভিতরের পারদ ঠাণ্ডায় ক্রমশ সঞ্চুচিত হয়ে নিচের দিকে নামতে থাকে। পারদের তাপমাত্রা বরফের গলনাঙ্কের সমান হলে পারদের উপরিতল এক স্থানে এসে স্থির থাকে। এই স্থানে নলের গায়ে একটি দাগ কাটা হয়। এটাই থার্মোমিটারের নিম্ন স্থিরাঙ্ক।

উর্ধ্ব স্থিরাঙ্ক নির্ণয় : থার্মোমিটারের উর্ধ্ব স্থিরাঙ্ক হিপসোমিটার (Hypsometer) নামক একটি যন্ত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা হয়।

বর্ণনা : এই যন্ত্রের একটি তামার পাত্র যার উপর একটি ছোট ধাতব চোঙ GGH-কে ঘিরে একটি বড় ধাতব চোঙ RS বসানো থাকে। [চিত্র ১২৭]। বাইরের চোঙের গায়ে একটি ম্যানোমিটার M এবং একটি নির্গম নল L মুক্ত থাকে। এখানে ম্যানোমিটারের সাহায্যে বাষ্প চাপ নির্ণয় করা হয়। RS চোঙের উপরের মুখ একটি ছিপি দ্বারা বন্ধ থাকে।

কার্যপ্রণালী : পাত্র P-এ কিছু পানি নিয়ে RS চোঙের ছিপির মধ্য দিয়ে উপরে বর্ণিত থার্মোমিটারটি চোঙ GH-এর

মধ্যে এমনভাবে বসানো হয় যেন থার্মোমিটারের বাল্ব পাত্রের পানি হতে সামান্য উপরে অবস্থান করে। এখন পাত্রের পানিতে তাপ দিয়ে বাষ্প তৈরি করা হয়। এই বাষ্প GGH চোঙের ভিতরের বাষ্প RS চোঙের ভিতরের বাষ্প দ্বারা ঘিরে থাকায় GGH চোঙের ভিতরের বাষ্প শুরু থাকে ও তাপমাত্রা সর্বত্র সমান থাকে। এভাবে থার্মোমিটারটি বাষ্প দ্বারা পরিবেষ্টিত হয়ে উভ্যত হতে থাকে এবং থার্মোমিটারের নলের পারদের উপরিতল ক্রমশ উপরে উঠতে থাকে। কিছুক্ষণ পরে দেখা যাবে নলের পারদের উপরিতল এক স্থানে পৌছে স্থির আছে এবং আর নিচে নামছে না। পারদের উপরিতলের এই অবস্থানে নলের গায়ে একটি দাগ কাটা হয়। এটিই RS চোঙের বাষ্পের চাপে থার্মোমিটারের উর্ধ্ব স্থিরাঙ্ক। পানির স্ফুটনাঙ্ক বায়ুমণ্ডলের চাপের উপর নির্ভর করে এবং প্রতি এক সেটিমিটার পারদ চাপের পরিবর্তনে পানির স্ফুটনাঙ্ক 0.37°C পরিবর্তিত হয়। এজন্য পেষমান যন্ত্রে পারদ ব্যবহার করে বায়ুমণ্ডলের চাপ ও RS-এর ভিতরের বাষ্প চাপের ব্যবধান নির্ণয় করা হয়। উপরোক্ত হিসাব দুটি হতে এবং বায়ুমণ্ডলের স্বাভাবিক চাপে অর্ধাৎ 76 সেমি. পারদ চাপে পানির স্ফুটনাঙ্ক 100°C । এটিই পারদ থার্মোমিটারের উর্ধ্ব স্থিরাঙ্ক।



চিত্র ১২৭

১২.১১ থার্মোমিটারে পারদ ব্যবহারের সুবিধা

Advantages of using mercury in a thermometer

(১) পারদ একটি তাপ সুপরিবাহী পদার্থ। ফলে পারদ খুব সহজে তাপ গ্রহণ করে তার বিভিন্ন অংশে ছড়িয়ে দিতে পারে এবং পারদ থার্মোমিটার বস্তুর প্রকৃত তাপমাত্রা নির্দেশ করে।

(২) পারদ বিশুদ্ধ অবস্থায় পাওয়া যায়।

(৩) পারদ একটি অস্বচ্ছ ও উজ্জ্বল পদার্থ বলে থার্মোমিটারের কাচের নলের ভিতর তার উঠা-নামা বাইরে থেকে সহজেই দেখা যায়।

(৪) পারদ কাচের নলের গায়ে লেগে থাকে না। ফলে থার্মোমিটারের পারদ, তাপমাত্রার পরিবর্তনের সাথে সাথে খুব সহজেই নলের মধ্য দিয়ে উঠা-নামা করতে পারে।

(৫) পারদের তাপধারণ ক্ষমতা খুব কম। এজন্য একটি পারদ থার্মোমিটার কোন বস্তুর সংস্পর্শে এলে তা বস্তুর অতি সামান্য তাপ শোষণ করে এবং বস্তুর তাপমাত্রার উল্লেখযোগ্য কোন পরিবর্তন হয় না। কাজেই পারদ থার্মোমিটার বস্তুর সঠিক তাপমাত্রাই নির্দেশ করে।

(৬) পারদের স্ফটনাক্ত ৩৫৭°C এবং হিমাঙ্ক —3৯°C। এই দীর্ঘ পরিসরে পারদ তরল অবস্থায় থাকে বলে পারদ থার্মোমিটারে এই দুই তাপমাত্রার মধ্যবর্তী যে কোন তাপমাত্রা নির্ণয় করা যায়।

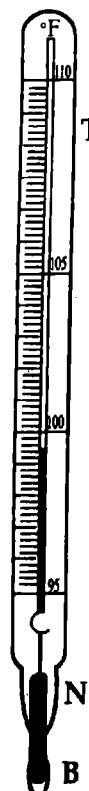
(৭) যে কোন তাপমাত্রা হতে একই তাপমাত্রার বৃদ্ধিতে পারদের আয়তন বৃদ্ধি সমান ও যথেষ্ট হয়। ফলে থার্মোমিটারে দাগ কাটা সহজ ও সুস্থ হয়, ডিগ্রী আকারে বড় হয় এবং অল্প তাপমাত্রাও সূক্ষ্মভাবে নির্ণয় করা যায়।

(৮) পারদ কম উদ্বায়ী (volatile)। ফলে থার্মোমিটারের পারদের উপরিভাগের যে সামান্য পারদ বাস্প থাকে তা পারদের উঠা-নামায় কোন বিস্তৃ ঘটায় না।

১২.১২ ক্লিনিক্যাল বা ডাক্তারি থার্মোমিটার

Clinical or Doctor's thermometer

সূচনা : এটি এক প্রকার সুবেদী চরম ফারেনহাইট থার্মোমিটার। মানব দেহের তাপমাত্রা (জ্বর) মাপার কাজে এই থার্মোমিটার সাধারণত ডাক্তারগণ ব্যবহার করেন। এই কারণে একে ডাক্তারি থার্মোমিটার বা ক্লিনিক্যাল থার্মোমিটার বলা হয়। এর একটি বিশেষত্ব এই যে, একে শরীর হতে সরিয়ে নেয়ার অনেক পরেও শরীরের তাপমাত্রা থার্মোমিটার দেখে জানা যায়।



গঠন : এতে একটি নলাকার বাল্ব B থাকে যা বিশুদ্ধ পারদে ভর্তি [চিত্র ১২.৮]। এই বাল্বের সাথে সুস্থ ও সূক্ষ্ম ছিদ্রের একটি কৈশিক নল T যুক্ত আছে। B বাল্বের ঠিক উপরে N বিন্দুতে নলটিকে অপেক্ষাকৃত সরু ও বাঁকা করে তৈরি করা হয়। মানব-দেহের তাপমাত্রা ৯৫°F হতে ১১০°F-এর মধ্যে থাকে বলে নলের গায়ে ৯৫°F হতে ১১০°F পর্যন্ত দাগ কাটা থাকে। প্রতোকটি ডিগ্রী আবার ৫টি সমান অংশে বিভক্ত। এ ছাড়া একজন সুস্থ ব্যক্তির শরীরের তাপমাত্রা সাধারণত ৯৮.৬°F হয় বলে এর গায়ে ৯৮.৬°F চিহ্নিত একটি বিশেষ দাগ রয়েছে।

কার্যপ্রণালী : এই থার্মোমিটারে শরীরের তাপমাত্রা নির্ণয় করার পূর্বে একে বেশ কয়েকবার জোরে ঝাঁকিয়ে নিতে হুয়। এতে বাল্বের উপরের পারদ নিচে নেমে বাল্বের মধ্যে অবস্থান করে। এ অবস্থায় জিহ্বার নিচে অথবা বগলে থার্মোমিটারের বাল্বটিকে রাখলে শরীরের উত্তাপে পারদের তাপমাত্রা ও আয়তন বৃদ্ধি পায়। ফলে B-এর কিছু পারদ সরু ছিদ্র N-এর মধ্য দিয়ে ঠেলে উপরের নলে প্রবেশ করে। আবার যন্ত্রটি শরীর হতে সরিয়ে নিলে পারদ আয়তনে সঞ্চুচিত হয়। এতে N-এর নিচের পারদ সঞ্চুচিত হয়ে বাল্বের ভিতর চলে যায়, কিন্তু N-এর উপরের পারদ সরু ছিদ্রের মধ্য দিয়ে বাল্বে প্রবেশ করতে না পারায় উপরে থেকে যায়। কাজেই নলের পারদ সূত্রের শীর্ষের পাঠ শরীরের তাপমাত্রা নির্দেশ করে। যন্ত্রটিকে পুনরায় ব্যবহার করার জন্য শরীরের সংস্পর্শে নেবার পূর্বে কয়েকবার জোরে ঝাঁকিয়ে নলের পারদকে বাল্বের ভেতর নিয়ে যেতে হয়।

চিত্র ১২.৮

১২.১৩ থার্মোমিটার-এর সুবেদি কি ? What is sensitivity of a thermometer?

তাপমাত্রা পরিমাপের জন্য সুবেদী থার্মোমিটারের প্রয়োজন। একটি থার্মোমিটারকে তখনই সুবেদী বলা হবে যখন পরীক্ষাধীন বস্তুতে স্থাপন করার সঙ্গে সঙ্গেই পরীক্ষাধীন বস্তুর তাপমাত্রা প্রদর্শন করবে এবং একটি ডিগ্রীর দশ ডাগের একডাগ কিংবা একশ ডাগের একডাগ পর্যন্ত তাপমাত্রা পরিমাপ করবে।

নিম্নলিখিত শর্তে একটি কাচ তরল (Liquid in glass) থার্মোমিটার সুবেদী হয় :

১। অন্ন তাপমাত্রা পরিবর্তনে তরল স্তম্ভের অধিক স্থান পরিবর্তন হয়।

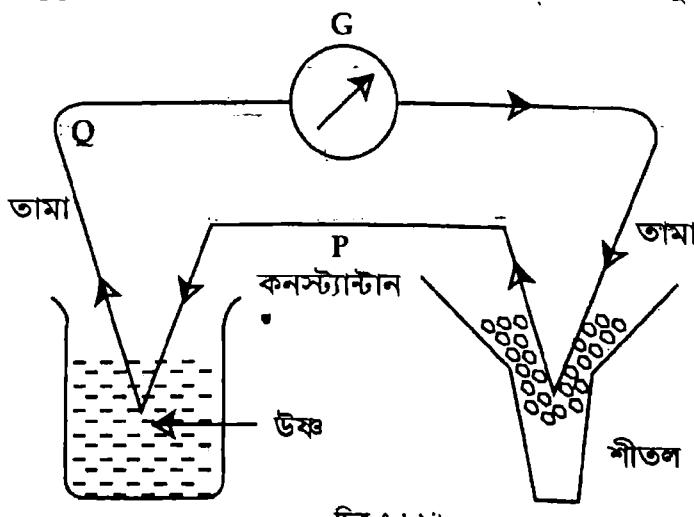
২। কুণ্ডলি মাঝামাঝি আকারের হবে এবং নলটিও মাঝামাঝি সুরু হবে। কুণ্ড বড় হলে তাপগ্রাহীতা বৃদ্ধি পাবে এবং নল খুবই সুরু হলে কৈশিকতা বৃদ্ধি পাবে। অতএব থার্মোমিটারের ছুটি বৃদ্ধি পাবে।

১২.১৪ তাপযুগল বা থার্মোকপল থার্মোমিতি Thermocouple Thermometry

1821 খ্রিস্টাব্দে জার্মান পদাৰ্থবিদ সীবেক (Seebeck) সৰ্বপ্রথম লক্ষ করেন যে, দুটি ভিন্ন ধাতব পদাৰ্থের দুই প্রান্ত যুক্ত করে একটি বন্ধ বর্তনী প্রস্তুত করে সংযোগস্থল দুটিকে বিভিন্ন তাপমাত্রায় রাখলে বর্তনীর মধ্য দিয়ে ক্ষীণ তড়িৎ প্রবাহ চলতে থাকে। এই ক্রিয়াকে সীবেক ক্রিয়া বলে। বর্তনীতে যে বিদ্যুৎ প্রবাহের সৃষ্টি হয় তাকে তাপবিদ্যুৎ (Thermoelectricity) বলে এবং ব্যবহৃত ধাতব পদাৰ্থ দুটিকে তাপযুগল বা থার্মোকাপল বলে। সুতৰাং তাপযুগল বা থার্মোকাপলের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায়।

সংজ্ঞা : দুটি ভিন্ন বিশুদ্ধ ধাতু বা সংকর ধাতুর তৈরি তারের দুই প্রান্ত যুক্ত করে একটি বন্ধ বর্তনী তৈরি করে সংযোগ স্থল দুটির একটিকে নিম্ন স্থির তাপমাত্রায় এবং অপরটি অজানা তাপমাত্রার বস্তুতে রাখলে বর্তনীতে ক্ষীণ তড়িচ্ছালক বলের সৃষ্টি হয় এবং বর্তনীতে তড়িৎ প্রবাহ চলে। এরূপ একজোড়া সংযোগকে থার্মোকাপল বা তাপযুগল বলে।

তাপযুগল বা থার্মোকাপলের সাহায্যে তাপমাত্রা পরিমাপ করার পদ্ধতিকে তাপযুগল থার্মোমিতি (Thermocouple thermometry) এবং এই উদ্দেশ্যে যে থার্মোমিটার তৈরি করা হয় তাকে তাপযুগল থার্মোমিটার (Thermocouple thermometer) বলে। উক্ত সংযোগস্থলের যে তাপমাত্রার জন্য বর্তনীতে তড়িচ্ছালক বলের মান সর্বাধিক হয় তাকে নিরপেক্ষ তাপমাত্রা (Neutral Temperature) বলে। চিত্র ১২.৯-এ একটি তামা-কনস্ট্যান্টান (copper-constantan) তাপযুগল দেখানো হয়েছে। তাপযুগলের একটি সংযোগস্থলকে



বরফের মধ্যে এবং অপর সংযোগস্থলটি উত্তপ্ত বস্তুতে রাখা হয়। তাপযুগলের দুই প্রান্ত গ্যালভানোমিটারের সঙ্গে যুক্ত করে বর্তনী সম্পূর্ণ করা হয়। সংযোগস্থল দুটি ভিন্ন তাপমাত্রায় থাকায় বর্তনীতে তড়িৎ প্রবাহের সৃষ্টি হয় যা গ্যালভানোমিটারের সাহায্যে পরিমাপ করা যায়।

১২.১৫ তাপযুগল থার্মোমিটারের সাহায্যে তাপমাত্রা নির্ণয়

Determination of temperature by a thermocouple thermometer

মূলনীতি : নিম্ন সংযোগস্থলের তাপমাত্রা 0°C (বরফ বিন্দু) এবং উষ্ণ সংযোগস্থলের তাপমাত্রা θ হলে বর্তনীতে যে তাপ তড়িকালক বলের (Thermoelectric force) সৃষ্টি হয়, তার মান নিম্নের সমীকরণ হতে পাওয়া যায়।

$$E = a\theta + b\theta^2 \quad (7)$$

এখানে a ও b তাপযুগল পদার্থের ধূব সংখ্যা। এদের মান তাপযুগল পদার্থের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। যে কোন দুটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় E -এর মান জেনে a ও b ধূব এর মান নির্ণয় করা হয়। E , a ও b -এর মান জেনে সমীকরণ (7) ব্যবহার করে অজানা তাপমাত্রা নির্ণয় করা যায়।

কার্যপদ্ধতি : এই থার্মোমিটারের সাহায্যে অজানা তাপমাত্রা সূক্ষ্মভাবে পরিমাপ করার জন্য একটি পটেনশিওমিটার নের্চা হয়। পটেনশিওমিটার তারের A বিন্দুর সাথে তাপযুগল P ও Q -এর একপাস্ত [চিত্র ১২.১০] এবং তাপ যুগলের অপর প্রাস্ত একটি সুবেদী গ্যালভানোমিটার G -এর মধ্য দিয়ে জকির সঙ্গে যুক্ত করা হয়। চিত্রে P ও Q তামা কনস্ট্যান্টান তাপযুগল। পরিশেষে পটেনশিওমিটার তারের দুই প্রাস্তকে সারিতে স্থাপিত একটি পরিবর্তনশীল রোধ R , একটি ব্যাটারী B , একটি মিল আমিটার (mA) এবং একটি চাবি K -এর সাথে যুক্ত করা হয়। পটেনশিওমিটার তার সুষম প্রস্থচ্ছেদের হওয়ায় তার বরাবর বিভিন্ন পতন এর দৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক হবে। যদি C নিষ্ক্রিয় বিন্দু হয় এবং AC -এর দৈর্ঘ্য l হয় তবে তাপযুগলে উৎপন্ন তড়িকালক বল,

$$E = l\rho i$$

এখানে, ρ = পটেনশিওমিটার তারের একক দৈর্ঘ্যের রোধ এবং i = তড়িৎ প্রবাহ মাত্রা।

পটেনশিওমিটার তারের মোট দৈর্ঘ্য L এবং L দৈর্ঘ্যের জন্য রোধ R হলে,

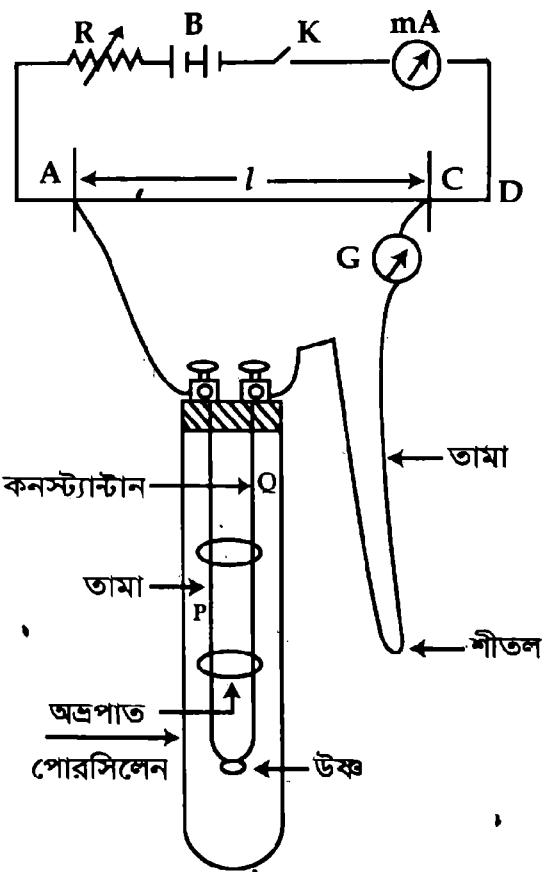
$$\rho = \frac{R}{L}$$

$$E = l\rho i = \frac{l i R}{L}$$

(8)

সমীকরণ (8) এর সাহায্যে E নির্ণয় করে সমীকরণ (7) ব্যবহার করে অজানা তাপমাত্রা নির্ণয় করা হয়।

বিকল্প পদ্ধতি : লেখচিত্র হতেও অজানা তাপমাত্রা নির্ণয় করা যায়। তাপযুগলের একপাস্ত 0°C তাপমাত্রায় স্থির রেখে এর উষ্ণ প্রাস্ত একটি তরলপূর্ণ কোন আধারের মধ্যে স্থাপন করা হয়। আধারের বিভিন্ন জানা তাপমাত্রায় তাপযুগলে উৎপন্ন তড়িকালক বল বের করা হয়। তাপমাত্রাকে X -অক্ষে এবং তড়িকালক বলকে Y -অক্ষে স্থাপন করে একটি লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়। এবার যে বস্তুর তাপমাত্রা পরিমাপ করতে হবে ঐ বস্তুতে উষ্ণ সংযোগস্থল স্থাপন করে তড়িকালক বল পরিমাপ করে লেখচিত্র হতে অজানা তাপমাত্রা বের করা হয়।



চিত্র ১২.১০

পরিমাপ সীমা : তাপযুগল থার্মোমিটারের সাহায্যে — 265°C হতে 3000°C পর্যন্ত তাপমাত্রা পরিমাপ কৰা যায়।

তাপযুগলের সুবিধা ও অসুবিধা :

সুবিধাসমূহ :

- ১। এটি সমস্তা এবং অতি সহজেই গঠন কৰা যায়; ফলে এর বহুল ব্যবহার রয়েছে।
- ২। নিম্ন তাপমাত্রা হতে উচ্চ তাপমাত্রা পর্যন্ত মাপার জন্য বিভিন্ন ধরনের তাপযুগল পাওয়া যায়।
- ৩। এর সাহায্যে কোন ক্ষুদ্র বস্তুর তাপমাত্রা পরিমাপ কৰা যায়।
- ৪। উক্ত সংযোগস্থলের তাপগ্রাহীতা কম হওয়ায় এর সাহায্যে দ্রুত পরিতনশীল তাপমাত্রা পরিমাপ কৰা যায়।

অসুবিধাসমূহ :

- ১। দীর্ঘ তাপমাত্রা পরিসরে কোন তাত্ত্বিক সম্পর্ক না থাকায় তাপমাত্রা পরিমাপের ক্ষেত্ৰে প্রতিটি তাপযুগলের ক্রমান্বয় দৱকার হয়।
- ২। শীতল সংযোগস্থল 0°C তাপমাত্রায় না থাকলে সংশোধনের প্রয়োজন হয়।
- ৩। নিরপেক্ষ তাপমাত্রা পরিমাপ সীমাকে বিস্তৃত কৰে।

১২.১৬ প্লাটিনাম রোধ থার্মোমিটার

Platinum resistance thermometer

ধাতব পদাৰ্থের বৈশিষ্ট্য হল তাপমাত্রা বৃদ্ধিৰ সাথে বৈদ্যুতিক রোধ বেড়ে যায়। সূতৰাং রোধ পরিমাপ কৰে তাপমাত্রা নিৰ্ণয় কৰা যায়। [যে কৌশল বা ডিভাইসে (Device) রোধ পরিমাপ কৰে তাপমাত্রা নিৰ্ণয় কৰা হয় তাকে রোধ থার্মোমিটার বলে।]

1871 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী সিমেন প্লাটিনাম রোধ থার্মোমিটার তৈরি কৰেন। [এখনও রোধ থার্মোমিটার হিসেবে প্লাটিনাম ধাতুই সবচেয়ে বেশি ব্যবহার কৰা হয়। প্লাটিনাম ধাতু খুবই দৃঢ় এবং নির্ভরযোগ্য। পুনঃ পুনঃ ব্যবহারেও এর বৈশিষ্ট্য সহজে নষ্ট হয় না।]

তাপমাত্রার সাথে বৈদ্যুতিক রোধের পরিবৰ্তন নিম্নোক্ত সমীকৰণ দ্বাৰা প্রকাশ কৰা যায়,

$$R_{\theta} = R_0 (1 + \alpha\theta) \quad (9)$$

এখানে, $R_{\theta} = \theta^{\circ}$ তাপমাত্রায় প্লাটিনাম তারের রোধ

$R_0 = 0^{\circ}$ তাপমাত্রায় প্লাটিনাম তারের রোধ

α = একটি ধূবৰ্ক

ধৰা যাক, 0°C ও 100°C তাপমাত্রায় প্লাটিনাম থার্মোমিটারের রোধ যথাক্রমে R_0 ও R_{100} । সমীকৰণ (9) হতে পাই,

$$R_{100} = R_0 (1 + \alpha \cdot 100)$$

$$\text{বা, } \alpha = \frac{R_{100} - R_0}{100 R_0} \quad (10)$$

থার্মোমিটারটিকে অন্য যে কোন অজ্ঞান তাপমাত্রা θ -তে রাখলে এর রোধ R_{θ} হলে,

$$R_{\theta} = R_0 (1 + \alpha\theta)$$

$$\text{বা, } \theta = \frac{R_{\theta} - R_0}{R_0 \alpha}$$

সমীকৰণ (10) ব্যবহার কৰে,

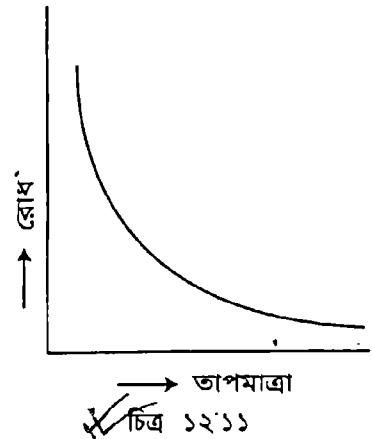
$$\theta = \frac{R_{\theta} - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100 \quad (11)$$

[রোধ থার্মোমিটারের সাহায্যে — 250°C থেকে 1300°C পর্যন্ত তাপমাত্রা পরিমাপ কৰা যায়।]

১২.১৭ থার্মিস্টর Thermistor

থার্মিস্টর হচ্ছে অর্ধপরিবাহী পদার্থ দ্বারা তৈরি কোন বস্তুর তাপমাত্রা পরিমাপক কৌশল বা ডিভাইস (Device)। রোধ থার্মোমিটারের ন্যায় থার্মিস্টরের উষ্ণতামিতি ধর্ম রোধ। তবে রোধ থার্মোমিটারে তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে রোধ বৃদ্ধি পায়, এক্ষেত্রে বিপরীত ঘটনা ঘটে। থার্মিস্টরে যে অর্ধপরিবাহী পদার্থ ব্যবহার করা হয় তার বৈশিষ্ট্য হল তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে বৈদ্যুতিক রোধ সূচকীয়ভাবে (Exponentially) হ্রাস পায়। [চিত্র ১২.১১]। 1°C তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য রোধ থার্মোমিটারে যে পরিমাণ পরিবর্তন হয় তার চেয়ে 15 গুণেরও বেশি পরিবর্তন ঘটে থার্মিস্টরে। তাই থার্মিস্টর খুবই সুবেদী।

থার্মিস্টর বিভিন্ন আকৃতির হয়। যেমন রড, চাকতি, গুটিকা ইত্যাদি। সাধারণত -50°C থেকে 300°C তাপমাত্রা পরিমাপের জন্য থার্মিস্টর ব্যবহার করা হয়। উল্লেখিত তাপমাত্রার কম বা বেশি তাপমাত্রায় সুবেদিত হ্রাস পায়।



✓ চিত্র ১২.১১

১২.১৮ পাইরোমিটার থার্মোমিতি Pyrometer thermometry

সংজ্ঞা : যে সব থার্মোমিটারের সাহায্যে 500°C -এর অধিক অর্থাৎ পারদ থার্মোমিটারের পরিমাপ সীমার বাইরে তাপমাত্রা পরিমাপ করা যায়, তাদেরকে পাইরোমিটার বলে ('pyros' শব্দের অর্থ 'fire') এবং পদার্থবিজ্ঞানের যে শাখায় 500°C -এর অধিক তাপমাত্রা পরিমাপ করা হয়, তাকে পাইরোমিটার থার্মোমিতি বলে। উক্ত সংজ্ঞা অনুসারে গ্যাস থার্মোমিটার, প্লাটিনাম রোধ থার্মোমিটার, তাপ-তড়িৎ থার্মোমিটারকে পাইরোমিটার বলা হয় এবং তাদেরকে যথাক্রমে গ্যাস পাইরোমিটার, রোধ পাইরোমিটার এবং তাপ-তড়িৎ পাইরোমিটার নাম দেয়া হয়েছে।

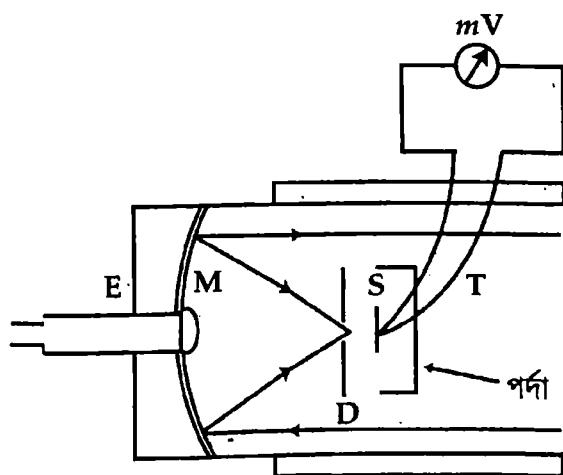
তাপের বিকিরণকে ভিত্তি করে আমরা এখানে দুই প্রকারের পাইরোমিটার আলোচনা করব, যথা—

- ১। পূর্ণ বিকিরণ পাইরোমিটার (Total radiation pyrometer) এবং
- ২। আলোকীয় পাইরোমিটার (Optical pyrometer)।

১২.১৮.১ পূর্ণ বিকিরণ পাইরোমিটার Total radiation pyrometer

পূর্ণ বিকিরণ পাইরোমিটারের সাহায্যে কোন বস্তু হতে বিকিরিত তাপশক্তি পরিমাপ করে স্টিফেনের সূত্র প্রয়োগ করে তাপমাত্রা নির্ণয় করা হয়। ফেরী (Fery) প্রথম এই ধরনের পাইরোমিটার তৈরি করে তাপমাত্রা পরিমাপ করেন বলে একে ফেরীর পাইরোমিটারও বলা হয়।

যন্ত্রের গঠন : এই যন্ত্রে একটি অবতল দর্পণ M রয়েছে যা তামার পাত দিয়ে তৈরি। পাতের উপর তল নিকেল ধাতুর প্লেপ দেওয়া। দর্পণের মাঝখানে একটি ছিদ্র আছে যার পিছনে অভিনেত্র E যুক্ত থাকে। [চিত্র ১২.১২]। M-এর সম্মুখে একটি ছোট ছিদ্র D রয়েছে যার পিছনেই একটি ধাতব ফলক S থাকে। দর্পণ অভিমুখী ফলকের পৃষ্ঠে কালো প্লেপ দেয়া



চিত্র ১২.১২

থাকে। ছিদ্র D দুটি অর্ধবৃত্তাকার দর্পণ দ্বারা গঠিত। S-এর পিছন পৃষ্ঠে থার্মোকাপল T যুক্ত থাকে। থার্মোকাপলে উৎপন্ন তড়িচালক বল পরিমাপের জন্য এটি মিলি ভোল্টমিটারের সাথে যুক্ত থাকে। ফলকটির উপর বস্তুর বিকিৰিত রশ্মি যাতে সরাসৰি আপত্তি না হতে পারে সেজন্য ফলকটি একটি বাঙ্গে আবন্দ্য রাখা হয়। একটি স্কুল সাহায্যে সম্পূর্ণ ব্যবস্থাটি সামনে পিছনে সরানো যায়।

কাৰ্যনীতি : যে বস্তুৰ তাপমাত্ৰা পরিমাপ কৰা হয় যেটি হতে আগত রশ্মি অবতল দর্পণেৰ সাহায্যে প্ৰতিবিক্ষণ ছিদ্র D-এৰ মধ্য দিয়ে S-এৰ উপৰ আপত্তি হয়। অভিনেত্ৰ E-এ চোখ রেখে তাকালে সঠিক ফোকাসিং হলে ছিদ্র D বৃত্তাকার দেখাবে। সঠিক ফোকাস না হলে D দুই অৰ্ধাংশে সৱে যায়। দর্পণ সামনে পিছনে সরিয়ে ফোকাসিং কৰা হয়।

তাপমাত্ৰা নিৰ্ণয় : মিলি ভোল্টমিটারেৰ পাঠ V, উৎসেৰ তাপমাত্ৰা T এবং ফলক S-এৰ তাপমাত্ৰা T_0 হলে, স্টিফেনেৰ সূত্ৰ অনুসৰে,

$$V = \sigma(T^4 - T_0^4), \text{ এখানে } \sigma \text{ স্টিফেন ধূবক।}$$

সূত্ৰাং, V ও T_0 পরিমাপ কৰে এই পাইৱোমিটারেৰ সাহায্যে অজ্ঞান তাপমাত্ৰা নিৰ্ণয় কৰা যায়। এই যন্ত্ৰে সাহায্যে সূৰ্য পৃষ্ঠেৰ তাপমাত্ৰা পাওয়া গেছে 6000°C ।

১২.১৮.২ আলোকীয় পাইৱোমিটাৰ

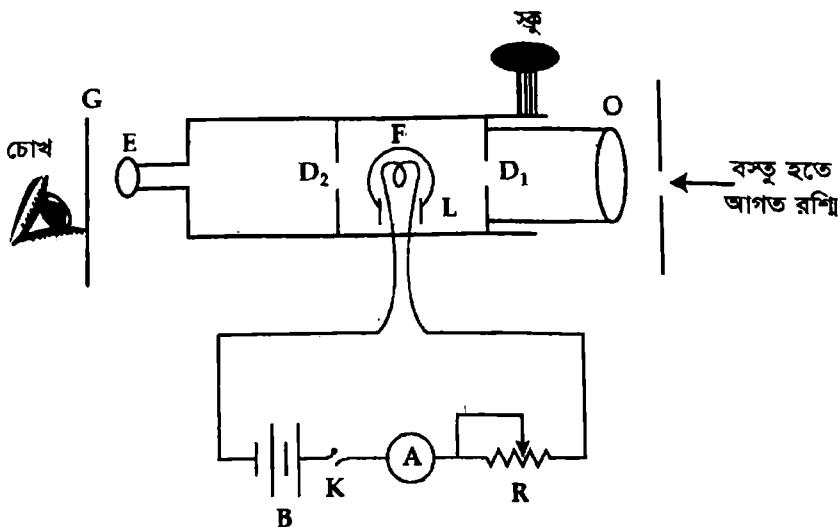
Optical pyrometer

কোন উত্তৃত বস্তুৰ উজ্জ্বলতা ঐ বস্তুৰ তাপমাত্ৰার সমানুপাতিক— এই নীতিৰ উপৰ ভিত্তি কৰে আলোকীয় পাইৱোমিটাৰ তৈৱি কৰা হয়েছে। দুই ধৰনেৰ আলোকীয় পাইৱোমিটাৰ রয়েছে। যথা— (ক) অদৃশ্যমান ফিলামেন্ট আলোকীয় পাইৱোমিটাৰ (Disappearing filament optical pyrometer) ও (খ) সমৰ্বতন আলোকীয় পাইৱোমিটাৰ (Polarising optical pyrometer)। এখানে আমৰা অদৃশ্যমান ফিলামেন্ট আলোকীয় পাইৱোমিটাৰ বৰ্ণনা কৰিব।

অদৃশ্যমান ফিলামেন্ট আলোকীয় পাইৱোমিটাৰ (Disappearing filament optical pyrometer): মোৰ্স (Morse) প্ৰথম এই যন্ত্ৰ আবিষ্কাৰ কৰেন। পৱে হলবোৰ্ন (Holborn), কাৰ্লবাউম (Karlbaum) প্ৰমুখ বিজ্ঞানী এই যন্ত্ৰেৰ উন্নতি সাধন কৰেন।

মূলনীতি : এই যন্ত্ৰে প্ৰমাণ উৎস হিসেবে ব্যবহৃত একটি ফিলামেন্ট আলোকেৰ তীব্ৰতা এবং উত্তৃত বস্তু হতে আপত্তি বিকিৰণেৰ তীব্ৰতা সমান কৰে ফিলামেন্ট অদৃশ্য কৰা হয়। ফিলামেন্টে আলোকেৰ তীব্ৰতা কম হলে ফিলামেন্টেৰ তাৰ কালো দেখাবে এবং আপত্তি বিকিৰণেৰ তীব্ৰতা কম হলে তাৰটিকে উজ্জ্বল দেখাবে। যখন উৎস ও ফিলামেন্টেৰ আলোৱ তীব্ৰতা সমান হবে তখন তাৰটি দেখা যাবে না।

যন্ত্ৰেৰ বৰ্ণনা : মূল যন্ত্ৰটি একটি দূৰবীক্ষণ যন্ত্ৰেৰ অনুৰূপ। তবে দূৰবীক্ষণ যন্ত্ৰেৰ আড়াআড়ি তাৱেৰ (cross wire) পৱিবৰ্তে প্ৰমাণ আলোক উৎস বাঙ্গেৰ ফিলামেন্ট F রাখা হয়। অভিলক্ষ্য (O) সামনে পিছনে সৱিয়ে উত্তৃত



বইঘর কম

বস্তু হতে আগত তাপরশি ফিলামেন্টের অবস্থানে কেন্দ্রীভূত করা হয়। এই অবস্থায় L অবস্থানে বস্তুর একটি প্রতিবিশ্ব গঠিত হয়েছে বলা যায়। ফিলামেন্টের সাথে তড়িৎ বর্তনী সংযুক্ত থাকে। বর্তনীর রোধ কম-বেশি করে ফিলামেন্টের আলোর তীব্রতা কম-বেশি করা হয়। বাল্বের দুই পার্শ্বে দুটি ছিদ্র D₁ ও D₂ থাকে [চিত্র ১৩-১৩]। এদের দ্বারা আলোক নিয়ন্ত্রণ করা হয়। অভিনেত্র E-এর সম্মুখে একটি লাল রঙের কাচের (G) মধ্য দিয়ে ফিলামেন্ট পর্যবেক্ষণ করা হয়।

ফিলামেন্টের প্রবাহমাত্রা নিয়ন্ত্রণ করে ফিলামেন্টের দীপন মাত্রা এরূপ করা হয় যে তাপ প্রতিবিশ্বের পটভূমিতে তারটিকে অদৃশ্য মনে হবে। এই অবস্থায় নির্দিষ্ট তরঙ্গাবৈধ্যে উভয়ের তীব্রতা সমান ধরা যায় এবং প্রাঙ্গের সূত্রানুযায়ী উত্তৃত বস্তুর তাপমাত্রা প্রমাণ উৎসের তাপমাত্রার সমান হবে। অ্যামিটারকে কয়েকটি সুনির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কেলভিন স্কেলে পূর্বেই ক্রমান্বিত করে নিলে অ্যামিটার পৃষ্ঠ হতে সরাসরি তাপমাত্রা নির্ণয় করা যায়। অথবা অ্যামিটারের প্রবাহমাত্রার পাঠ থেকে উত্তৃত বস্তুর তাপমাত্রা নিম্নের ফর্মুলা অনুযায়ী বের করা যায়। ফিলামেন্টের তড়িৎ প্রবাহ [এবং ফিলামেন্ট তথা উত্তৃত বস্তুর পরম তাপমাত্রা T হলে লেখা যায়,

$$I = a + bT + cT^2 \quad (12)$$

এখানে a, b, c শুরুক। জানা তিনটি তাপমাত্রা থেকে a, b, c -এর মান বের করা যায়। a, b, c-এর মান সমীকরণ (12)-এ বসিয়ে অজানা তাপমাত্রা বের করা যায়। এই যন্ত্রের সাহায্যে 1500°C পর্যন্ত তাপমাত্রা পরিমাপ করা যায়। তবে ঘূর্ণায়মান বৃক্ষকলা (rotating sector) ব্যবহার করে 1500°C-এর উর্ধ্বের তাপমাত্রাও এই যন্ত্র দ্বারা মাপা যায়।

লাল কাচ ফিল্টারের কাজ করে যাতে নির্দিষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সীমার মধ্যে ফিলামেন্টের উজ্জ্বলতা ও উৎসের প্রতিবিশ্ব সদৃশ করা যায়।

এ ছাড়াও আর একটি বিশেষ ধরনের পাইরোহেলিওমিটার (Pyroheliometer)। এর সাহায্যে 6000°C পর্যন্ত তাপমাত্রা পরিমাপ করা যায়।

১২-১৯ বিভিন্ন থার্মোমিটারের নাম, উক্তামিতি পদার্থ ও ধর্ম এবং তাপমাত্রার পরিসর

থার্মোমিটার	উক্তামিতি পদার্থ	উক্তামিতি ধর্ম	তাপমাত্রার পরিসর
পারদ থার্মোমিটার	পারদ	আয়তন	-39°C থেকে 357°C
অ্যালকোহল থার্মোমিটার	অ্যালকোহল	আয়তন	-130°C থেকে 78°C
স্থির চাপ গ্যাস থার্মোমিটার	স্থির চাপে গ্যাস	গ্যাসের আয়তন	-183°C থেকে 600°C
স্থির আয়তন গ্যাস			
থার্মোমিটার	স্থির আয়তনে গ্যাস	গ্যাসের চাপ	-270°C থেকে 1500°C
প্লাটিনাম রোধ থার্মোমিটার	প্লাটিনাম রোধ তার	বৈদ্যুতিক রোধ	-200°C থেকে 1200°C
তাপযুগল বা থার্মোকাপল	দুটি ভিন্ন পদার্থের যুগল	তাপ তড়িচালক বল	265°C থেকে 3000°C
বিকিরণ পাইরোহেলিওমিটার	বিকিরিত তাপশক্তি	তাপের পরিমাপ	500°C থেকে উর্ধ্বের তাপমাত্রা
আলোকীয় পাইরোহেলিওমিটার	আলোক শক্তি	উজ্জ্বল্য	600°C থেকে 1500°C
থার্মিস্টর	অর্ধপরিবাহী পদার্থ	বৈদ্যুতিক রোধ	-70°C থেকে 300°C
বিচুম্বকীকরণ থার্মোমিটার	পরাচৌম্বক পদার্থ	চৌম্বক গ্রহীতা	-270°C-এর কম তাপমাত্রা

স্মরণিকা

তাপমাত্রা : তাপমাত্রা বস্তুৰ একটি তাপীয় অবস্থা যা এই বস্তুতে তাপ প্ৰবাহ নিয়ন্ত্ৰণ কৰে।

থাৰ্মোমিটাৰ : যা দ্বাৰা বস্তুৰ তাপমাত্রা পৱিমাপ কৰা যায় তাকে থাৰ্মোমিটাৰ বলে।

তাপমাত্রাৰ বিভিন্ন স্কেল : তাপমাত্রা পৱিমাপেৰ জন্য মূলত পাঁচটি স্কেল আছে, যথা—(১) সেন্টিগ্ৰেড স্কেল, (২) ফাৰেনহাইট স্কেল, (৩) আদৰ্শ গ্যাস স্কেল, (৪) কেলভিনেৰ পৱম তাপগতীয় স্কেল ও (৫) তাপমাত্রাৰ আন্তৰ্জাতিক স্কেল।

তাপমাত্রাৰ বিভিন্ন স্কেলেৰ মধ্যে সম্পর্ক :

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} = \frac{K - 273}{5}$$

থাৰ্মোমিটাৰেৰ প্ৰকাৰভেদ : তৱলি থাৰ্মোমিটাৰ, গ্যাস থাৰ্মোমিটাৰ, রোধ থাৰ্মোমিটাৰ, তাপ-তড়িৎ থাৰ্মোমিটাৰ, বাষ্প থাৰ্মোমিটাৰ, বিক্ৰিণ থাৰ্মোমিটাৰ ও চৌম্বক থাৰ্মোমিটাৰ।

পানিৰ ত্ৰৈধবিন্দু : যে তাপমাত্রায় বিশুদ্ধ বৱফ, বিশুদ্ধ পানি এবং সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প তাপগত সহজবস্থানে থাকে তাকে পানিৰ ত্ৰৈধ বিন্দু বলে।

ত্ৰৈধ বিন্দু : যে তাপমাত্রায় কোন পদাৰ্থেৰ কঠিন, তৱলি এবং বাষ্প একটি নিৰ্দিষ্ট চাপে তাপগত সহজবস্থানে থাকে তাকে ঐ পদাৰ্থেৰ ত্ৰৈধ বিন্দু বলে।

প্ৰযোজনীয় সমীকৰণ

$$\text{তাপমাত্রাৰ বিভিন্ন স্কেলেৰ মধ্যে সম্পর্ক}, \frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} = \frac{K - 273}{5} \quad (1)$$

$$\text{সেলসিইস এবং কেলভিন তাপমাত্রাৰ মধ্যে সম্পর্ক}, t^{\circ} C = (t + 273) K \text{ ও } T = (t + 273) \dots (2)$$

তাপমাত্রা এক স্কেল হতে আৱ এক স্কেলে পৱিণত কৰাৰ জন্য, $\left(\frac{\text{পাঠ} - \text{নিয়মিত স্থিরাঙ্ক}}{\text{উৰ্ধ স্থিরাঙ্ক} - \text{নিয়মিত স্থিরাঙ্ক}} \right)^c$ —এই অনুপাত সব স্কেলেৰ জন্য সমান। (3)

~~$$\text{ৱেৰ এবং তাপমাত্রাৰ মধ্যে সম্পর্ক}, R_t = R_0 (1 + \alpha t) \quad (4)$$~~

~~$$\text{তাপীয় রিদুচালক বল}, E = at + bt^2 \quad (5)$$~~

~~$$\text{চাপ এবং তাপমাত্রাৰ মধ্যে সম্পর্ক}, t = \frac{P_t - P_0}{P_{100} - P_0} \times 100 \quad (6)$$~~

~~$$\text{তাপমাত্রা এবং আয়তনেৰ মধ্যে সম্পর্ক}, t = \frac{V_t - V_0}{V_{100} - V_0} \times 100 \quad (7)$$~~

~~$$\text{ত্ৰৈধ বিন্দুৰ সাপেক্ষে থাৰ্মোমিতিৰ মূল সমীকৰণ}, T = \left(273.16 \frac{x}{x_{tp}} \right) K \quad (8)$$~~

সমাধানকৃত উদাহৰণ

Q. ১) এমন একটি তাপমাত্রা বেৱ কৰ যাৱ মান সেন্টিগ্ৰেড এবং ফাৰেনহাইট স্কেলে এক হয়।
[য. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৬ ; ব. বো. ২০০৪ ; রা. বো. ২০০৪ ; সি. বো. ২০০১]

মনে কৰি নিৰ্দেশ তাপমাত্রা = x

$$\text{আমৱা পাই}, \frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} \quad (1)$$

এখানে, $C = F = x$.

$$\text{সমীকৰণ (1) হতে আমৱা পাই}, \frac{x}{5} = \frac{x - 32}{9}$$

$$\text{বা}, \quad 9x = 5x - 160 \quad \text{বা}, \quad 9x - 5x = - 160 \quad \text{বা}, \quad 4x = - 160$$

$$x = \frac{-160}{4} = -40^{\circ}$$

$$\text{উ: } -40^{\circ}C \text{ এবং } -40^{\circ}F$$

বইঘর কম

১. ১) কোন তাপমাত্রায় ফারেনহাইট ও কেলভিন স্কেলে একই পাঠ পাওয়া যায় ?

আমরা জানি,

$$\frac{F - 32}{9} = \frac{K - 273}{5} \quad (1)$$

এখনে, $F = K = x$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$\frac{x - 32}{9} = \frac{x - 273}{5}$$

$$\text{বা, } 9x - 9 \times 273 = 5x - 5 \times 32$$

$$\text{বা, } 4x = 9 \times 273 - 5 \times 32$$

$$\text{বা, } x = \frac{9 \times 273 - 5 \times 32}{4} = 574.25$$

574.25

উত্তর : [574.25 F] এবং [574.25 K]

৩। আভাবিক চাপে পারদের হিমাঞ্চক -39°C , স্ফুটনাঞ্চক 357°C । উক্ত চাপে ফারেনহাইট স্কেলে পারদের হিমাঞ্চক ও স্ফুটনাঞ্চক কত হবে ? [ব. বো. ২০০৫]

মনে করি, ফারেনহাইট স্কেলে হিমাঞ্চক = x এবং ফারেনহাইট স্কেলে স্ফুটনাঞ্চক = y দেওয়া আছে, সেলসিয়াস স্কেলে হিমাঞ্চক = -39°C এবং স্ফুটনাঞ্চক = 357°C বের করতে হবে, $x = ?$ আমরা জানি, $\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$ [হিমাঞ্চকের জন্য]

$$\text{বা, } \frac{-39}{5} = \frac{x - 32}{9}$$

$$\text{বা, } 5x = 160 - 351$$

$$\text{বা, } x = -38.2$$

$$x = -38.2^{\circ}\text{F}$$

আবার, $\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$ (স্ফুটনাঞ্চকের জন্য)

$$\text{বা, } \frac{357}{5} = \frac{y - 32}{9}$$

$$\text{বা, } 5y = 160 + 3213$$

$$y = 674.6^{\circ}\text{F}$$

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} \quad \therefore \quad \frac{52 - 3}{5}$$

১. ২) কেন্দ্ৰ তাপমাত্রা সেন্টিগ্রেড ও ফারেনহাইট স্কেলে পড়লে 40° পার্থক্য হয় ? [ৱ. বো. ২০০৬ (মান ডিন্ন)]

মনে করি সেন্টিগ্রেড স্কেলে পাঠ = x ফারেনহাইট স্কেলে পাঠ = $x \pm 40$ আমরা জানি, $\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$

$$\frac{x \pm 40 - 32}{5} = \frac{9x - 200}{9}$$

$$\text{বা, } 9x = 5x \pm 200 - 160$$

$$\text{বা, } 4x = \pm 200 - 160$$

$$(i) 4x = 200 - 160 = 40$$

$$\text{বা, } x = \frac{40}{4} = 10^{\circ}\text{C}$$

$$\text{বা, } (ii) 4x = -200 - 160 = -360^{\circ}$$

$$x = -\frac{360}{4} = -90^{\circ}\text{C}$$

কিন্তু যখন $C = x = 10^{\circ}$, তখন সমীকরণ (1) অনুসারে, $\frac{10}{5} = \frac{F - 32}{9}$

$$F = 9 \times \frac{10}{5} + 32 = 50^{\circ}$$

এবং যখন $x = C = -90^{\circ}$, তখন $-\frac{90}{5} = \frac{F - 32}{9}$

$$F = -\frac{90}{5} \times 9 + 32 = -130^{\circ}$$

৫। একটি তুটিপূর্ণ থার্মোমিটার প্রমাণ চাপে গলিত বৱফে 1° এবং শুক্র বাল্পে 97° পাঠ দেয়। থার্মোমিটারটি যখন 76° পাঠ দেয় তখন সেলসিয়াস কেলে শুল্প পাঠ কত হবে নিৰ্ণয় কৰ ? [ঢ. বো. ২০০৩]

আমৱা জানি, যে-কোন তাপমাত্ৰা কেলেৰ ক্ষেত্ৰে,

$$\frac{X_t - X_{\text{ice}}}{X_{\text{steam}} - X_{\text{ice}}} \text{ এ অনুপাত সমান।}$$

মনে কৰি, তুটিপূর্ণ থার্মোমিটারে যখন 76° পাঠ দেয় তখন সেলসিয়াস কেলে সঠিক পাঠ C ।

সেলসিয়াস কেলেৰ সাথে তুলনা কৰে পাই,

$$\frac{C - 0}{100 - 0} = \frac{76 - 1}{97 - 1}$$

$$\text{বা, } \frac{C}{100} = \frac{75}{96}$$

$$\text{বা, } C = \frac{7500}{96}$$

$$C = 78.13^{\circ}\text{C}$$

৬। একটি রোধ থার্মোমিটার বৱফ বিলু ও স্টীম বিলুতে যথাক্রমে 4.5Ω ও 9.5Ω রোধ প্ৰদৰ্শন কৰে। এটি একটি তৱলে স্থাপন কৱলে 6.1Ω রোধ প্ৰদৰ্শন কৰে। তৱলিটিৰ তাপমাত্ৰা নিৰ্ণয় কৰ।

[ঢ. বো. ২০০৫ ; রা. বো. ২০০৩ ; ব. বো. ২০০১]

মনে কৰি, কক্ষেৰ তাপমাত্ৰা $= t_p$

আমৱা পাই, $R_t = R_0 (1 + \alpha t)$

$$t_p = \frac{R_t - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100$$

$$\text{নিৰ্ণয় তাপমাত্ৰা, } t_p = \frac{6.1 - 4.5}{9.5 - 4.5} \times 100 \\ = \frac{1.6}{5} \times 100 = 32^{\circ}\text{C} = (32 + 273) \text{ K} = 305 \text{ K}$$

এখানে,

$$R_t = 6.1 \Omega$$

$$R_0 = 4.5 \Omega$$

$$R_{100} = 9.5 \Omega$$

৭। একটি রোধ থার্মোমিটারেৰ রোধ পানিৰ ত্ৰৈধ বিলুতে 32.316Ω এবং কোন তৱলেৰ স্ফুটনাঙ্কে 27.316Ω হলে তৱলেৰ স্ফুটনাঙ্ক কত ? [য. বো. ২০০৩]

আমৱা জানি,

$$T = \frac{R_t}{R_{t_f}} \times 273.16 \\ = \frac{27.316}{32.316} \times 273.16 \\ = 230.90 \text{ K}$$

এখানে,

$$R_{t_f} = 32.316 \Omega$$

$$R_t = 27.316 \Omega$$

$$\text{স্ফুটনাঙ্ক, } T = ?$$

৮। একটি প্লাটিনাম রোধ থার্মোমিটার 0°C তাপমাত্ৰায় 2.57 ও'ম এবং 100°C তাপমাত্ৰায় 3.53 ও'ম পাঠ দেয়। 33.3°C তাপমাত্ৰায় যন্ত্ৰিত কত পাঠ দিবে ?

মনে কৰি 33.3°C -এ যন্ত্ৰিত পাঠ $= R_t$

আমৱা পাই,

$$t_p = \frac{R_t - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100$$

সমীকৰণ (1) হতে পাই;

$$33.3 = \frac{R_t - 2.57}{3.53 - 2.57} \times 100$$

$$\text{বা, } 33.3 = \frac{R_t - 2.57}{0.96} \times 100$$

$$\text{বা, } R_t - 2.57 = \frac{33.3 \times 0.96}{100} = 0.319$$

$$\text{বা, } R_t = 0.319 + 2.57 = 2.889 \text{ ও'ম}$$

$$(1) \quad \begin{aligned} \text{এখানে, } t_p &= 33.3^{\circ}\text{C} \\ R_0 &= 2.57 \text{ ও'ম} \\ R_{100} &= 3.53 \text{ ও'ম} \end{aligned}$$

১। একটি রোধ ধার্মিটারের রোধ 0°C তাপমাত্রায় 8Ω এবং 100°C তাপমাত্রায় 20Ω। ধার্মিটারটিকে একটিচুল্লিতে স্থাপন করলে রোধ 32Ω হয়। চুল্লির তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

[কু. বো. ২০০৬ (মান ভিন্ন); সি. বো. ২০০৬ (মান ভিন্ন); চ. বো. ২০০৫]

ধরি, চুল্লির তাপমাত্রা = $\theta^{\circ}\text{C}$

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{R_{\theta} - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100 \\ &= \frac{32 - 8}{20 - 8} \times 100 \\ &= \frac{24}{12} \times 100 \\ &= 200 \\ \theta &= 200^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} 0^{\circ}\text{C} \text{ তাপমাত্রায় } R_0 &= 8 \Omega \\ 100^{\circ}\text{C} &\quad " \quad R_{100} = 20 \Omega \\ 0^{\circ}\text{C} &\quad " \quad R_{\theta} = 32 \Omega \end{aligned}$$

নির্ণেয় তাপমাত্রা, $\theta = ?$

১০। স্থির চাপে কোন নির্দিষ্ট তরের গ্যাস বরফের গলনাঙ্কে, পানির স্ফুটনাঙ্কে, এবং গন্ধকের স্ফুটনাঙ্কে যথাক্রমে 200 ঘন সে. মি., 273.2 ঘন সে. মি. এবং 525.1 ঘন সে. মি. আয়তন দখল করে। গন্ধকের স্ফুটনাঙ্ক নির্ণয় কর।

মনে করি গন্ধকের স্ফুটনাঙ্ক = t

আমরা পাই,

$$t = \frac{V_t - V_0}{V_{100} - V_0} \times 100$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } V_0 &= 200 \text{ ঘন সে. মি.} \\ V_{100} &= 273.2 \text{ ঘন সে. মি.} \\ V_t &= 525.1 \text{ ঘন সে. মি.} \end{aligned}$$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$\begin{aligned} t &= \frac{525.1 - 200}{273.2 - 200} \times 100 \\ &= \frac{325.1}{73.2} \times 100 = 444.12^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

$$T = \frac{P}{T_0} \cdot 273.1$$

১১। একটি স্থির আয়তন গ্যাস ধার্মিটারকে তরল বায়ু, গলিত বরফ এবং স্ফুটস্ত পানিতে স্থাপন করলে যথাক্রমে 20.5 cm , 72.0 cm এবং 99.4 cm পারদ স্থলে চাপ নির্দেশ করে। তরল বায়ুর তাপমাত্রা কত?

মনে করি, তরল বায়ুর তাপমাত্রা = 0°C

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{P_{\theta} - P_0}{P_{100} - P_0} \times 100 \\ \theta &= \frac{20.5 - 72.0}{99.4 - 72.0} \times 100 \\ &= \frac{-51.5}{27.4} \times 100 \\ &= -187.96^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

এখানে,

$$P_0 = 0^{\circ}\text{C} \text{ তাপমাত্রায় চাপ} = 20.5 \text{ cm পারদ}$$

$$P_0 = 0^{\circ}\text{C} \text{ তাপমাত্রায় চাপ} = 72.0 \text{ cm পারদ}$$

$$P_{100} = 100^{\circ}\text{C} \text{ তাপমাত্রায় চাপ} = 99.4 \text{ cm পারদ}$$

১২। কেলভিন তাপমাত্রা T -তে স্থির আয়তন গ্যাস ধার্মিটারে $4.80 \times 10^4 \text{ Nm}^{-2}$ চাপ নির্দেশিত হল। যদি ত্বেষ বিস্তৃতে চাপ $4.20 \times 10^4 \text{ Nm}^{-2}$ হয় তবে T -এর মান নির্ণয় কর।

[চ. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} T &= \frac{P_T}{P_1} \times 273.16 \text{ K} \\ &= \frac{4.80 \times 10^4}{4.20 \times 10^4} \times 273.16 \text{ K} \\ &= 312.18 \text{ K} \end{aligned}$$

এখানে,

$$T \text{ তাপমাত্রায় চাপ}, P_T = 4.80 \times 10^4 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{ত্বেষ বিস্তৃতে চাপ}, P_1 = 4.20 \times 10^4 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{তাপমাত্রা}, T = ?$$

১৩। সুষম হিমবিশিষ্ট একটি ধার্মেমিটাৱ সমান ডিগ্ৰীতে ভাগ কৰা আছে। ধার্মেমিটাৱটি গলন্ত বৱকে 20°C এবং পানিৰ 100°C তাপমাত্ৰায় 80°C পাঠ দেয়। 100°F তাপমাত্ৰায় উক্ত ধার্মেমিটাৱ কত পাঠ দিবে? [ব. বো. ২০০২]

মনে কৰি, 100°F সেলসিয়াস কেলে 0°C তাপমাত্ৰা।

আমৰা জানি,

$$\frac{\theta}{5} = \frac{100 - 32}{9}$$

$$\theta = \frac{68 \times 5}{9} = 37.78^{\circ}\text{C}$$

$$\text{আবাব}, \theta = \frac{t_{\theta} - t_{ice}}{t_{steam} - t_{ice}} \times 100$$

$$\text{বা}, 37.78 = \frac{t_{\theta} - 20}{80 - 20} \times 100$$

$$t_{\theta} = \frac{60 \times 37.78}{100} + 20$$

$$= 42.67^{\circ}\text{C}$$

১৪। একটি প্রাচিনাম রোধ ধার্মেমিটাৱেৰ সাহায্যে পানিৰ তৈধ বিলু রোধ 6.7Ω এবং কক্ষ তাপমাত্ৰায় রোধ 7.5Ω পাওয়া যায়। রোধ ধার্মেমিটাৱেৰ কক্ষেৰ তাপমাত্ৰা কত হবে? [সি. বো. ২০০১]

আমৰা জানি, রোধ ধার্মেমিটাৱেৰ কেলভিন কেলে তাপমাত্ৰা, $T = 273.16 \times \frac{R}{R_{tp}}$

আমৰা পাই,

$$T = 273.16 \times \frac{7.5}{6.7}$$

$$= 305.78 \text{ K} = 32.62^{\circ}\text{C}$$

১৫। একটি নির্দিষ্ট রোধ ধার্মেমিটাৱেৰ রোধ বৱফ ও স্টীম বিলুতে যথাক্রমে 2.00Ω এবং 2.73Ω পাওয়া যায় তাৱ মান নিৰ্ণয় কৰ। [চ. বো. ২০০০]

মনে কৰি নিৰ্ণয় তাপমাত্ৰা $= 0^{\circ}\text{C}$

$$\theta = \frac{R_{\theta} - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100^{\circ}\text{C}$$

$$= \frac{4.83 - 2.00}{2.73 - 2.00} \times 100^{\circ}\text{C}$$

$$= 387.67^{\circ}\text{C}$$

১৬। একটি ত্বুটিপূৰ্ণ ধার্মেমিটাৱ প্ৰমাণ চাপে গলিত বৱকে 2°C এবং শুক্ৰ বাল্পে 98°C পাঠ দেয়। ধার্মেমিটাৱটি যখন 30°C পাঠ দেয় তখন প্ৰকৃত তাপমাত্ৰা কত? [সি. বো. ২০০৫]

আমৰা জানি, যে কোন তাপমাত্ৰা কেলেৰ ক্ষেত্ৰে

$$\frac{x_t - x_{ice}}{x_{steam} - x_{ice}} \text{ এৱং অনুপাত সমান}$$

সেলসিয়াস কেলেৰ সাথে তুলনা কৰে পাই,

$$\frac{C - 0}{100 - 0} = \frac{30 - 2}{98 - 2}$$

$$\text{বা}, \frac{C}{100} = \frac{28}{96}$$

$$\text{বা}, C = \frac{28 \times 100}{96} = 29.16$$

$$\text{নিৰ্ণয় তাপমাত্ৰা} = 29.16^{\circ}\text{C}$$

১৭। একটি অ্যালুমিনিয়াম ও সীসার তাপযুগলেৰ শীতল সংযোগস্থলেৰ তাপমাত্ৰা 0°C । উক্ত সংযোগস্থলেৰ তাপমাত্ৰা কত হলে তাপ বিদ্যুচ্ছালক শক্তি $1050 \mu\text{V}$ হবে? [$a = 12 \mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$ ও $b = -0.015 \mu\text{V}/({^{\circ}\text{C}})^2$]

ধৰি নিৰ্ণয় তাপমাত্ৰা $= t^{\circ}\text{C}$

আমৰা পাই, $E = at + bt^2$

\therefore সমীকৰণ (1) হতে পাওয়া যায়,

$$1050 = 12t - 0.015t^2$$

$$\text{বা}, 0.015t^2 - 12t + 1050 = 0$$

এখনে,

ধার্মেমিটাৱটিৰ নিয়ম স্থিৱ বিলু

$$t_{ice} = 20^{\circ}\text{C}$$

উক্ত স্থিৱ বিলু, $t_{steam} = 80^{\circ}\text{C}$

$$t_{\theta} = ?$$

এখনে,

$$R = 7.5 \Omega$$

$$R_{tp} = 6.7 \Omega$$

এখনে,

$$R_0 = 2.00 \Omega$$

$$R_{100} = 2.73 \Omega$$

$$R_{\theta} = 4.83 \Omega$$

$$\theta = ?$$

এখনে,

$$x_t = ধার্মেমিটাৱেৰ পাঠ = 30^{\circ}\text{C}$$

$$x_{ice} = বৱফ বিলু = 2^{\circ}\text{C}$$

$$x_{steam} = 98^{\circ}\text{C}$$

$$\text{প্ৰকৃত তাপমাত্ৰা (C)} = ?$$

এখনে, $a = 12 \mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$

$$b = -0.015 \mu\text{V}/({^{\circ}\text{C}})^2$$

$$E = 1050 \mu\text{V}$$

বইঘর কম

$$\text{বা, } 1.5t^2 - 1200t + 105000 = 0$$

$$\text{বা, } 1.5t^2 - 150t - 1050t + 105000 = 0$$

$$\text{বা, } 1.5t(t - 100) - 1050(t - 100) = 0$$

$$\text{বা, } (1.5t - 1050)(t - 100) = 0$$

$$t = 100^{\circ}\text{C} \text{ বা } t = \left(\frac{1050}{1.5} \right)^{\circ}\text{C} = 700^{\circ}\text{C}$$

কিন্তু সমীকরণ (1) অনুসারে $t \neq 700^{\circ}\text{C}$

নির্ণয় তাপমাত্রা $= 100^{\circ}\text{C} = 373\text{K}$

১৮। একটি স্থির আয়তন গ্যাস ধার্মোমিটারে পানি ত্রৈধ বিন্দুর চাপ 20 Nm^{-2} এবং শূক্ষ বরফের তাপমাত্রা কত ? [য. বো. ২০০১]

মনে করি, তাপমাত্রা $= T$

আমরা পাই,

$$T = \left(273.16 \times \frac{P}{P_{tp}} \right)$$

$$= 273.16 \times \frac{14.3}{20.0}$$

$$T = 195.31 \text{ K}$$

এখানে,

$$P_{tp} = 20 \text{ Nm}^{-2}$$

$$P = 14.3 \text{ Nm}^{-2}$$

প্রশ্নমালা

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন :

১। উষ্ণতামিতি পদার্থ কাকে বলে ?

[চ. বো. ২০০৬; সি. বো. ২০০৫; কু. বো. ২০০৮, ২০০১; রাবো. ২০০০]

২। ধার্মোকাপল কি ?

[চ. বো. ২০০৫; কু. বো. ২০০৪, ২০০১; রাবো. ২০০৩, ২০০২; ঢাবো. ২০০৫, ২০০২, ২০০০]

বা তাপযুগল কি ?

[রাবো. ২০০০; সি. বো. ২০০৬, ২০০৩, ২০০১]

৩। তাপমাত্রার আন্তর্জাতিক স্কেল কি ?

[য. বো. ২০০৬, ২০০৪; য. বো. ২০০৩]

৪। পানির ত্রৈধবিন্দু কি ? ত্রৈধবিন্দুর তাপমাত্রা কত ?

[ব. বো. ২০০৪; য. বো. ২০০৩; ঢাবো. ২০০০]

৫। ধার্মোমিটারে পারদ ব্যবহারের সুবিধাগুলো লিখি।

[চ. বো. ২০০৬; সি. বো. ২০০৪; ব. বো. ২০০৩; য. বো. ২০০২; রাবো. ২০০১]

৬। পানির ত্রৈধবিন্দুর সংজ্ঞা দাও।

[রাবো. ২০০৩; কু. বো. ২০০১; চ. বো. ২০০৩; য. বো. ২০০১]

৭। উষ্ণতামিতি ধর্ম ও উষ্ণতামিতি পদার্থ কাকে বলে ?

[সি. বো. ২০০৫; য. বো. ২০০৩]

৯। সংজ্ঞা লিখ : ধার্মিস্টর, দশা। [চ. বো. ২০০৩]; পানির ত্রৈধবিন্দু [ঢাবো. ২০০২ ; ব. বো. ২০০২]

ধার্মোকাপল [ব. বো. ২০০২] তাপমাত্রিক ধর্ম [চ. বো. ২০০২ ; ব. বো. ২০০২]

১০। পানির ত্রৈধবিন্দু বলতে কি বুঝ ?

[সি. বো. ২০০৫, ২০০৩, ২০০১ ; রাবো. ২০০০]

১১। ধার্মিস্টর কি ?

[রাবো. ২০০৬; সি. বো. ২০০৬ ; ব. বো. ২০০৫ ; কু. বো. ২০০০ ; ঢাবো. ২০০২]

১২। পাইরোমিটার কি ?

[ব. বো. ২০০৫ ; য. বো. ২০০৫, ২০০২ ; ঢাবো. ২০০৪, ২০০১]

১৩। তাপমাত্রিক ধর্মের সংজ্ঞা দাও।

[চ. বো. ২০০২]

১৪। ক্ষেত্রিনের সংজ্ঞা দাও।

[চ. বো. ২০০১ ; য. বো. ২০০১]

১৫। সংজ্ঞা লিখ : দশা, পরম শূন্য তাপমাত্রা, ত্রৈধবিন্দু।

[চ. বো. ২০০৬ ; ব. বো. ২০০১]

১৬। ক্ষেত্রিন কাকে বলে ?

[য. বো. ২০০২]

১৭। পরম শূন্য তাপমাত্রা কি ?

[কু. বো. ২০০৬ ; ব. বো. ২০০৩]

১৮। ধার্মোমিটারের মৌলিক ব্যবধান কাকে বলে ?

১৯। ধার্মোমিটারের স্থিরাঙ্ক কি ? নিম্ন স্থিরাঙ্ক ও উর্ধ্ব স্থিরাঙ্ক বলতে কি বুঝ ?

২০। ধার্মোমিটারের সুবেদিতা কাকে বলে ?

২১। তাপমাত্রার পরম স্কেল কি ?

রচনামূলক প্রশ্ন :

১। তাপীয় সাম্যাবস্থা বলতে কি বুঝ ? তাপগতিবিদ্যার শূন্যতম স্তর ব্যাখ্যা কর ?

২। একটি পারদ ধার্মোমিটারের প্রস্তুত প্রণালী বর্ণনা কর।

[রাবো. ২০০৪, ২০০১ ; কু. বো. ২০০২]

৩। তাপযুগল কি ? তাপযুগলের কার্যপ্রণালী বর্ণনা কর।

[ব. বো. ২০০৪]

৪। দৃষ্টি স্থির বিন্দুর সাপেক্ষে ধার্মোমিতির মূল সমীকরণ নির্ণয় কর।

[কু. বো. ২০০৩]

৫। তাপযুগলের সাহায্যে তাপমাত্রা পরিমাপ কিভাবে করা যায় বর্ণনা কর।

[য. বো. ২০০৫ ; কু. বো. ২০০৩ ; ঢাবো. ২০০০]

৬। ধার্মোকাপল ও ধার্মিস্টর কি ? বুঝাও।

[কু. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০৫]

- ৭। বিকিরণ পাইরোমিটারের সাহায্যে কিভাবে তাপমাত্রা নির্ণয় করা যায় ? [য. বো. ২০০২ ; ঢ. বো. ২০০১]
 ৮। একটি তাপ ডিড়িঁ ধার্মেমিটারের গঠন ও কর্মপ্রণালী বর্ণনা কর। [সি. বো. ২০০৬, ২০০১]
 ৯। একটি আলোক পাইরোমিটারের বর্ণনা দাও। [ঢ. বো. ২০০৪]
 ১০। প্লাটিনাম রোধ ধার্মেমিটার দ্বারা কিভাবে তাপমাত্রা পরিমাপ করা যায় বর্ণনা কর।

~~গণিতিক সমস্যাবলি :~~

- ১। ফারেনহাইট স্কেলে একটি বস্তুর তাপমাত্রা 95°F হলে কেলভিন স্কেলে উক্ত বস্তুর তাপমাত্রা কত? [উত্তর: 308 K]

২। কোন তাপমাত্রায় সেলসিয়াস ও ফারেনহাইট স্কেলের পার্থক্য 50° হবে? [রা. বো. ২০০৬] [উত্তর: 22.5°C ও 72.5°F , -102.5°C ও -152.5°F]

৩। দুটি তাপমাত্রার পার্থক্য 25°C । ফারেনহাইট স্কেলে এই পার্থক্য কত হবে বের কর। [উৎ: 45°F] [উত্তর: ৪। ফারেনহাইট স্কেলের কোনু তাপমাত্রা সেলসিয়াস স্কেলের তাপমাত্রার 5 গুণ? [উত্তর: 50°F]

৫। কোন তাপমাত্রায় সেলসিয়াস ও ফারেনহাইট স্কেলে 20° পার্থক্য হয়? [উত্তর: -15°C , 5°F বা, -65°C , -85°F]

৬। একটি ত্বরিত ধার্মেটিয়ারের বরফ বিন্দু 15°C , স্টীমবিন্দু 114°C । যখন এ ধার্মেটিয়ার 67°C প্রদর্শন করে, তখন ফারেনহাইট স্কেলে তাপমাত্রা কত? [ব. বো. ২০০৬] [উত্তর: 178.4°F]

৭। একটি ত্বরিত ধার্মেটিয়ারের বরফ বিন্দু 4° , স্টীম বিন্দু 98° । যখন এই ধার্মেটিয়ার (i) 50° প্রদর্শন করে, তখন সেলসিয়াস স্কেলে তাপমাত্রা কত? (ii) 51° পাঠ দিলে ফারেনহাইট ও কেলভিন স্কেলে পাঠ কত হবে?

৮। গ্রুপটি আটিপূর্ণ থার্মোমিটারের বরফ বিন্দু 5°C এবং স্টীম বিন্দু 115°C । কোন বস্তুর প্রকৃত তাপমাত্রা 40°C হলে এই থার্মোমিটার বস্তুটির কত তাপমাত্রা নির্দেশ করবে ? [উত্তর : 49°C]

৯। একটি নির্দিষ্ট রোধ ধার্মেমিটারের বরফ বিনু ও স্তীম বিন্দুতে রোধ যথাক্রমে 46°C এবং 51.6°C । কোন তরলের স্ফুটনাঙ্কে এর রোধ 48.5°C হলে তরলের উষ্ণতা নির্ণয় কর। [উত্তর : 50°C]

১০। বরফ ও স্টীম বিন্দুতে একটি রোধ থার্মোমিটারের রোধ যথাক্রমে ২.৫৭ এবং ৩.৭ পাওয়া গেল। যে তাপমাত্রায়
রোধ 10.৭ পাওয়া যায় তার মান নির্ণয় কর। [উত্তর : 1500°C]

১১। পানির ত্বেতবিলু এবং ফুটস্ট সালফারে একটি শ্রব আয়তন গ্যাস থার্মোমিটার যথাক্রমে 100 cmHg এবং 262.78 cmHg চাপ পাওয়া যায়। সালফারের স্ফুটনাঙ্ক নির্ণয় কর। [উত্তর : 7178K]

১২। একটি ত্বরিত ঘূর্ণন কার্যক্রমের সাধারণ বায়ুচাপের গলিত বরফে 5°C এবং শুষ্ক বায়ুতে 99°C পাঠ দেয়।
থার্মোমিটারটি 52°C পাঠ দিলে ফারেনহাইট স্কেলে কত পাঠ পাওয়া যাবে ? [উত্তর : 122°F]

১৩। একাট প্রচুর ধামোমাটার প্রমাণ চাপে গালত বরফে 1°C এবং শুষ্ক বাল্সে 98°C পাঠ দেয়। ধামোমাটারাট 30°C পাঠ দিলে প্রকৃত তাপমাত্রা কত? [উত্তর : 29.9°C]

১৪। একটি পানির তাপমাত্রা 100°C থেকে 40°C এ নামানো হল। ফারেনহাইট স্কেলে কত পরিবর্তন হবে ?

১৬। কোন তাপমান যন্তে 0°C তাপমাত্রায় 0.5°C পাঠ দেয় এবং 100°C তাপমাত্রায় 100.8°C পাঠ দেয়। 26°C [উত্তর : 108°F]

১৭। একটি পারদ ধার্মিকারের পারদ দৈর্ঘ্য 0°C -এ 0.05 m ও 100°C -এ 0.25 m হলে কত তাপমাত্রায় ঐ পারদ

১৮. পানির ত্বেধ বিলতে একটি পারদ ধার্মিটারে পারদ স্তম্ভের দৈর্ঘ্য 0.4 m এবং অনা একটি ত্বলে এবং দৈর্ঘ্য 0.09 m হবে ? [উৎ 20°C]

১৯। পানির ত্বেতে কোন একটি রোধ থার্মোমিটারের রোধ 60 ৱ এবং আর একটি ভরলে রোধ ৭০ ৱ। ভরলের

তাপমাত্রা নির্ণয় কর। [উ: 409.74 K]

৩। একটি রোধ ফার্মেটিয়ারের রোধ 0°C ও 100°C তাপমাত্রায় যথাক্রমে 10 ohm ও 20 ohm । থার্মোমিটারটি

একটি চুম্বিতে স্থাপন করায় রোধ 30 ohm হয়। চুম্বীর তাপমাত্রা বের কর। [সি. বো. ২০০৬] [উত্তর : 200°C]

১০। ২৮°C এবং 100°C তাপমাত্রায় একটি পাচিলাম পার্সেন্টিলের ক্ষেত্রে অন্তর্ভুক্ত ৫.৩৩ x 10⁻³ Nm⁻¹ এবং একটি উচ্চ
গ্যাসের চাপ 4×10^4 Nm⁻² পদর্শন করে। এই তরঙ্গটির তাপমাত্রা কত? [উত্তর: 437.06 K]

২৭। ০°C এবং 100°C তাপমাত্রার একাট প্লাটিনাম ধারোমেটারের রোধ ব্যাক্তিমে 6.28 Ω এবং 7.32 Ω। তাপমান যন্ত্রের রোধ 5.56 Ω হলে প্লাটিনাম তাপমাত্রা নির্ণয় কর। উৎস: - 69.23°C

২৪। একাট স্থির আয়তন গ্যাস ধার্মোমেটারে 0°C এবং 100°C তাপমাত্রায় বায়ুর চাপ যথাক্রমে 0.75 m এবং 1.15 m পারদম্ভম্ভ। বাষ্পটিকে উষ্ণ পানিতে ডুবালে বায়ুর চাপ 1.0 m পারদম্ভম্ভ হয়। পানির তাপমাত্রা ক্ষেত্রভিত্তে (K) বের কর। [উৎপন্ন তাপমাত্রা: 335.5 K]

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র

FIRST LAW OF THERMODYNAMICS

১৩.১ সূচনা

Introduction

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র আলোচনা করার আগে আমাদের জানা দরকার তাপগতিবিদ্যা কি ? আমরা জনি কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে। বিভিন্ন প্রকার শক্তির সাথে আমরা পরিচিত। যেমন যান্ত্রিক শক্তি, তাপশক্তি, শব্দ শক্তি ইত্যাদি। এ সব শক্তির মধ্যে পারস্পরিক বৃপ্তান্তর ঘটে। সব বৃপ্তান্তরের মধ্যেই দেখা যায় যে সব রকম শক্তি অতি সহজেই তাপ শক্তিতে বৃপ্তান্তরিত হয়। বিজ্ঞানী ক্লাউন্ট রামফোর্ড, হ্যামফ্রে ডেভী এবং জেমস প্রেসকট জুল পরীক্ষা-নিরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ করেন যে কাজ তথা যান্ত্রিক শক্তি হতে তাপ উৎপন্ন হয় এবং তাপ গতিরই একটি রূপ। তাদের এই মতবাদ হতেই বস্তুত তাপগতিবিদ্যার সূত্রপাতি।

পদাৰ্থবিজ্ঞানের যে শাখা তাপ ও যান্ত্রিক শক্তির পরস্পর বৃপ্তান্তর ও সম্পর্ক নিয়ে আলোচনা করে তাকে তাপ গতিবিদ্যা (Thermodynamic) বলে। পদাৰ্থবিজ্ঞান ছাড়াও বিজ্ঞান ও ইঞ্জিনিয়ারিং-এর বিভিন্ন শাখায় তাপগতিবিদ্যার ব্যবহার ও প্রয়োগ রয়েছে। এ অধ্যায়ে তাপগতিবিদ্যার কয়েকটি গুরুত্বপূর্ণ রাশি, তাপ ও অন্তস্থ শক্তি, তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র, সমোক্ষ ও বৃদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়া, গ্যাসের প্রসারণে সম্পাদিত কাজ ও গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ আলোচনা করব।

১৩.২ তাপগতীয় কয়েকটি রাশি

Some terms of thermodynamics

তাপগতিবিদ্যার সূত্রাবলি আলোচনার পূর্বে তাপগতি সম্পর্কীয় কয়েকটি রাশির সংজ্ঞা নিম্নে দেয়া হল :

(ক) **তাপগতীয় ব্যবস্থা বা সিস্টেম (Thermodynamic system)** : তাপগতীয় ব্যবস্থা বলতে তল বা বেষ্টনী দ্বারা সীমাবদ্ধ কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ বস্তুকে বুঝায়। যেমন একটি পিস্টনযুক্ত সিলিঙ্গারে অথবা একটি বেলুনে আবন্ধ গ্যাস।

(খ) **পরিপার্শ (Surroundings)** : একটি ব্যবস্থার আশে পাশের সব কিছুকে বলা হয় পরিপার্শ। যেমন পিস্টন ও সিলিঙ্গারের আশেপাশের বায়ু হল এর পরিবেশ। অন্তভাবে বলা যায়, কোন নির্দিষ্ট ব্যবস্থার সাথে শক্তি বিনিময়ে সক্রম যে কোন ব্যবস্থাকে ঐ ব্যবস্থার পরিপার্শ বলে।

কোন ব্যবস্থা যান্ত্রিক কাজ সম্পাদন বা তাপ প্রবাহের মাধ্যমে তার পরিপার্শের সাথে শক্তি বিনিময় করতে পারে।

(গ) **ব্যবস্থা বা সিস্টেমের অবস্থা (State of a system)** : যে সকল রাশির মান কোন ব্যবস্থার অবস্থা নির্ধারণ করে সেগুলোকে ব্যবস্থার তাপগতীয় স্থানাঙ্ক (co-ordinates) বা অবস্থা পরিবর্তী (variables) বলে।

যেমন, সিলিঙ্গারে আবন্ধ গ্যাস হল ব্যবস্থার এবং গ্যাসের অবস্থার বৈশিষ্ট্য নির্দেশ করে এর চাপ, আয়তন ও পরম তাপমাত্রা। তাই চাপ, আয়তন ও পরম তাপমাত্রাকে তাপগতীয় স্থানাঙ্ক বলে।

(ঘ) **সাম্যাবস্থা (Equilibrium)** : কোন বিচ্ছিন্ন ব্যবস্থার চূড়ান্ত অবিচল (steady). অবস্থাকে তাপগতীয় সাম্যাবস্থা বলে। সাম্যাবস্থায় ব্যবস্থার সকল বিন্দুতে তাপগতীয় স্থানাঙ্ক অর্ধাং চাপ, আয়তন, তাপমাত্রার মান সমান।

(ঙ) **তাপগতীয় প্রক্রিয়া (Therodynamic process)** : কোন ব্যবস্থার তাপগতীয় স্থানাঙ্কসমূহের যে কোন পরিবর্তনকে তাপগতীয় প্রক্রিয়া বলা হয়।

১৩৩ তাপ ও অন্তস্থ বা অভ্যন্তরীণ শক্তি Internal energy

আমৱা জানি, তাপ এক প্ৰকাৰ শক্তি যা তাপমাত্ৰার পাৰ্থক্যেৰ জন্য উচ্চ তাপমাত্ৰার স্থান হতে নিম্ন তাপমাত্ৰার স্থানে সংপ্ৰলিপ্ত হয়। প্ৰত্যেক ব্যবস্থা (system)-এৰ মধ্যে এমন একটি নিৰ্দিষ্ট পৱিমাণ শক্তি সুষ্ঠু অবস্থায় থাকে যাব ফলে ব্যবস্থাটি পৱিবেশ ও পৱিস্থিতি অনুযায়ী বিভিন্ন প্ৰকাৰ শক্তি উৎপন্ন কৱতে সক্ষম। এই শক্তিকে অন্তস্থ বা অভ্যন্তরীণ শক্তি বলে। অন্তস্থ বা অভ্যন্তরীণ শক্তিকে নিম্নোক্তভাৱে সংজ্ঞায়িত কৱা যায়।

সংজ্ঞা : প্ৰত্যেক বস্তুৰ মধ্যে অন্তৰ্নিৰ্হিত শক্তি রয়েছে যা কাজ সম্ভাবন কৱতে পাৱে এবং অন্য শক্তিতে বৃপ্তান্তিৰিত হতে পাৱে। বস্তুৰ মধ্যস্থ অণু পৱমাণুৰ গতিশক্তি এবং এদেৱ মধ্যকাৰ আন্তঃআণবিক বলেৱ কাৱণে সৃষ্টি শক্তিকে অন্তস্থ বা অভ্যন্তরীণ শক্তি বলে। অন্তস্থ শক্তি নিম্নোক্ত দুই ধৰনেৰ শক্তিৰ যোগফল।

(ক) তাপীয় শক্তি যা এলোমেলোভাৱে (randomly) বিচৰণশীল অণুগুলোৰ গতিশক্তি এবং

(খ) আণবিক স্থিতিশক্তি। অণুৰ মধ্যে যে সকল পৱমাণু থাকে তাদেৱ মধ্যে ক্ৰিয়াশীল বল এবং আন্তঃআণবিক বলেৱ কাৱণে আণবিক স্থিতিশক্তিৰ উৎপন্নি হয়।

$$\text{মোট অন্তস্থ শক্তি } E = K. E. + P. E.$$

তাপ যা গৱম বস্তু থেকে শীতল বস্তুতে প্ৰবাহিত হয় তা গৱম বস্তুৰ অন্তস্থ শক্তিৰ মধ্যে উৎপন্ন হয়। তাপমাত্ৰার পাৰ্থক্যেৰ কাৱণে গৱম ও শীতল বস্তুৰ মধ্যে যখন তাপ প্ৰবাহিত হয় তখন গৱম বস্তুৰ অন্তঃস্থ শক্তি কৰে। পক্ষান্তৰে, শীতল বস্তুৰ অন্তস্থ শক্তি বৃদ্ধি পায়। প্ৰকৃতপক্ষে গৱম বস্তু থেকে শীতল বস্তুতে শক্তি গমনকে নিৰ্দেশ কৱাৰ জন্য তাপ শব্দটি ব্যবহাৰ কৱা হয়। এটা বলা সঠিক নয় যে একটি বস্তু তাৱ অভ্যন্তৰে তাপ ধাৱণ কৰে। বস্তুত একটি বস্তু অন্তস্থ শক্তি ধাৱণ কৰে, তাপ নয়।

কোন বস্তুৰ মোট অভ্যন্তরীণ শক্তি কোনভাৱেই পৱিমাপ কৱা সম্ভব নয়। তবে তাপ প্ৰয়োগে বস্তুৰ অভ্যন্তরীণ শক্তিৰ পৱিবৰ্তন সঠিকভাৱে পৱিমাপ কৱা যায়।

গ্যাসেৰ অভ্যন্তরীণ শক্তিৰ নিৰ্ভৱতা : কোন গ্যাসেৰ অবস্থা তাৱ চাপ, আয়তন ও তাপমাত্ৰা দ্বাৰা নিৰ্ধাৰিত হয়। সুতৰাং, মনে কৱা স্বাভাৱিক যে গ্যাসেৰ অভ্যন্তরীণ শক্তি এই তিনটি রাশিৰ উপৰ নিৰ্ভৱ কৰে। প্ৰকৃতপক্ষে তা নয়। অনেক পৰীক্ষা-নিৰীক্ষাৰ পৰ জুল নিম্নোক্ত সিদ্ধান্তে উপনীত হন—

কোন নিৰ্দিষ্ট পৱিমাণ গ্যাসেৰ অভ্যন্তরীণ শক্তি শুধুমাত্ৰ এৱ তাপমাত্ৰার উপৰ নিৰ্ভৱ কৰে, এৱ চাপ বা আয়তনেৰ উপৰ নিৰ্ভৱ কৰে না। একে মেয়াৱেৰ প্ৰকল্প (Mayers' hypothesis) বলা হয়।

অতএব, তাপমাত্ৰার পৱিবৰ্তন হতে নিৰ্দিষ্ট পৱিমাণ গ্যাসেৰ অভ্যন্তরীণ শক্তিৰ পৱিবৰ্তন পৱিমাপ কৱা যায়। স্পষ্টত চাপ বা আয়তন পৱিবৰ্তিত হলেও তাপমাত্ৰা যদি স্থিৰ থাকে তবে গ্যাসেৰ অভ্যন্তরীণ শক্তিৰ অপৱিবৰ্তিত থাকবে। অভ্যন্তরীণ শক্তিৰ পৱিবৰ্তন কোন ব্যবস্থাৰ প্ৰাথমিক ও চূড়ান্ত অবস্থাৰ উপৰ নিৰ্ভৱ কৰে। কোনু পথে চূড়ান্ত অবস্থায় পৌছল তাৱ উপৰ নিৰ্ভৱ কৰে না।

১৩.৪ তাপগতিবিদ্যাৰ প্ৰথম সূত্ৰ

First law of thermodynamics

বিজ্ঞানী জুল সৰ্বপ্ৰথম কাজ ও তাপেৰ মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কৱেন এবং সম্পৰ্কটি সূত্ৰাকাৰে প্ৰকাশ কৱেন।
সূত্ৰটি নিম্নোক্ত :

সূত্ৰ : মুখন কাজ সম্পৰ্কভাৱে তাপে বা তাপ সম্পৰ্কভাৱে কাজে বৃপ্তান্তিৰিত হয় তখন কাজ ও তাপ পৱিসৱেৰ সমানপুতিৰ হয়।

ব্যাখ্যা : যদি W পৱিমাণ কাজ সম্পৰ্কৰূপে তাপে পৱিণ্ট হওয়ায় Q পৱিমাণ তাপ উৎপন্ন হয়, তবে তাপ গতিবিদ্যাৰ প্ৰথম সূত্ৰানুসাৰে $W \propto Q$

বা,

$$W = JH$$

(1)

বইঘর কম

এখানে] একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। একে তাপের যান্ত্রিক সমতা (mechanical equivalent of heat) বা জুল তুল্যাঙ্ক (Joule's equivalent) বলে। এই সূত্র শক্তির নিয়ততা সূত্রেরই একটি বিশেষ রূপ।

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের সাধারণ রূপ : বিজ্ঞানী ক্লিসিয়াস তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রটিকে আরও সাধারণভাবে প্রকাশ করেন। ক্লিসিয়াস সূত্রটি নিম্নোক্তভাবে প্রকাশ করেন।

সূত্র : যখন কোন ব্যবস্থায় (system) তাপ সরবরাহ করা হয় বা ব্যবস্থা কর্তৃক তাপ গ্রহীত হয়, তখন এর ক্ষয়দণ্ড অভ্যন্তরীণ শক্তি বৃদ্ধি করতে অর্থাৎ তাপমাত্রা বৃদ্ধি করতে এবং অবশিষ্ট অংশ বাহ্যিক কাজ সম্পাদনে ব্যয় হয়।

ব্যাখ্যা : কোন সংস্থা dQ তাপ শোষণ করার জন্য এর অন্তর্নিহিত শক্তির পরিবর্তন du এবং কৃতকার্য dW হলে ব্যবকলনীয় সমীকরণের সাহায্যে তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রকে লেখা যায়—

$$dQ = du + dW \quad (2)$$

এই সমীকরণটি শক্তির নিয়তার সূত্রেরই একটি বিশেষ রূপ। সমীকরণ (2) হল তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের গাণিতিক রূপ। এটি সকল বস্তুর ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য।

সমীকরণ (2)-এ dQ , du এবং dW রাশিগুলো ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক হতে পারে।

(i) dQ ধনাত্মক হবে যদি সিস্টেমে তাপ সরবরাহ করা হয় বা সিস্টেম তাপ গ্রহণ করে এবং ঋণাত্মক হবে যদি সিস্টেম তাপ হারায় বা সিস্টেম হতে তাপ পরিপার্শ্বে গমন করে।

(ii) সিস্টেমের অভ্যন্তরীণ শক্তি বৃদ্ধি পেলে du ধনাত্মক এবং শক্তি হ্রাস পেলে du ঋণাত্মক হবে।

(iii) সিস্টেমের দ্বারা পরিপার্শ্বের উপর কাজ সম্পাদিত হলে dW ধনাত্মক এবং পরিপার্শ্ব সিস্টেমের উপর কাজ করলে dW ঋণাত্মক হবে।

১৩.৪.১ সমোক্ষ ও রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ার ক্ষেত্রে তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের রূপ

Form of the first law of thermodynamics in isothermal and adiabatic processes

(i) সমোক্ষ প্রক্রিয়া :

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রকে গাণিতিকভাবে লেখা যায়,

$$dQ = du + dW$$

(2)

সমোক্ষ প্রক্রিয়ায় তাপমাত্রা স্থির থাকে, ফলে অন্তর্নিহিত বা অন্তস্থ শক্তি অপরিবর্তিত থাকে।

$$\text{সুতরাং } du = 0$$

অতএব, সমীকরণ (2)-কে লেখা যায়,

$$dQ = 0 + dW = dW$$

2(a)

অর্থাৎ, সমোক্ষ প্রক্রিয়ায় সিস্টেম বাঁ ব্যবস্থা কর্তৃক সম্পাদিত কাজ সিস্টেমে সরবরাহকৃত বা গ্রহীত তাপশক্তির সমান। সমীকরণ 2(a) সমোক্ষ প্রক্রিয়ায় তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের গাণিতিক রূপ।

(ii) রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়া : আমরা জানি, রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় তাপের আদান-প্রদান হয় না। কোন গ্যাসের রুদ্ধতাপ প্রসারণের ক্ষেত্রে, $dQ = 0$

সমীকরণ (2) হতে পাই,

$$dQ = 0 = du + dW$$

$$\text{বা, } du = -dW$$

2(b)

কোন গ্যাসের প্রাথমিক অন্তর্নিহিত শক্তি u_1 এবং চূড়ান্ত অন্তর্নিহিত শক্তি u_2 হলে, সমীকরণ 2(b)-কে লেখা যায়,

$$du = u_2 - u_1 = -dW$$

$$u_2 < u_1$$

অর্থাৎ রুদ্ধতাপীয় প্রসারণের সময় বাহ্যিক কাজ করার জন্য অন্তর্নিহিত শক্তি হ্রাস পায়, ফলে তাপমাত্রাও হ্রাস পায়।

অনুরূপভাবে, বৃদ্ধতাপ সংকোচন বা সংক্ষণের ক্ষেত্রে $dQ = 0$ হয়। সংকোচনের ক্ষেত্রে সিস্টেমের উপর কাজ করা হয় বলে W ঝণাত্মক। সূতরাং সমীকরণ 2(b) হতে পাই,

$$du = -(-dW) = dW \quad 2(c)$$

বা, $u_2 - u_1 = dW$, এখানে u_2 ও u_1 যথাক্রমে সিস্টেমের প্রাথমিক ও চূড়ান্ত অন্তর্নিহিত শক্তি।

$$u_2 > u_1$$

অর্থাৎ বৃদ্ধতাপ সংকোচনের সময় গ্যাসের অভ্যন্তরীণ শক্তি বৃদ্ধি পায়, ফলে গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়। সমীকরণ 2(b) ও 2(c) বৃদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের গাণিতিক রূপ।

১৩.৫ তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের তাৎপর্য

Significance of the first law of thermodynamics

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের নিম্নলিখিত তাৎপর্য রয়েছে :

(১) এটি তাপ ও কাজের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে।

(২) এই সূত্র অনুযায়ী নির্দিষ্ট পরিমাণ কাজ পেতে গেলে নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপের প্রয়োজন অথবা নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপ পেতে গেলে নির্দিষ্ট পরিমাণ কাজ সম্পাদন করা প্রয়োজন।

(৩) কোন কিছু ব্যয় না করে কাজ বা শক্তি পাওয়া অসম্ভব।

(৪) কাজ ও তাপ একে অপরের তুল্য মূল্য।

(৫) এটি শক্তির সংক্ষণ সূত্র ছাড়া আর কিছুই নয়। যে কোন ব্যবস্থায় সম্পন্ন কাজ ও অভ্যন্তরীণ শক্তির পরিবর্তনের সমষ্টি সর্বদা প্রযুক্ত তাপের সমান।

(৬) এমন কোন যন্ত্রের উভাবন হয় নি যা জ্বালানি বা শক্তি ব্যতিরেকে কাজ করতে সক্ষম অর্থাৎ অনন্ত গতিশুরু যন্ত্র (perpetual motion machine) উভাবন সম্ভব নয় বা শক্তি ব্যয় না করে কোন কাজ পাওয়া সম্ভব নয়।

১৩.৬ তাপের যান্ত্রিক সমতার সংজ্ঞা ও একক

Definition and unit of mechanical equivalent of heat

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রানুসারে, $W \propto H$

বা, $W = \text{শ্রবসংখ্যা} \times H = JH$

এখানে J একটি শ্রবসংখ্যা। একে তাপের যান্ত্রিক সমতা বলে। J -কে সংজ্ঞায়িত করার জন্য উপরোক্ত সমীকরণে $H = 1$ বসালে আমরা পাই,

$$W = J$$

অতএব তাপের যান্ত্রিক সমতার সংজ্ঞা হল : ‘এক একক তাপ উৎপন্ন করতে যে পরিমাণ কাজ সম্পাদিত হয় অথবা যে পরিমাণ কাজ সম্পাদিত হলে এক একক তাপ উৎপন্ন হয়, তাকে তাপের যান্ত্রিক সমতা বলে।’ তাপের যান্ত্রিক ক্ষমতা 4.186 জুল/ক্যালরি অর্থাৎ $J = 4.2$ (প্রায়) জুল/ক্যালরি। এই উক্তি দ্বারা বুঝি যে এক ক্যালরি তাপ উৎপন্ন করতে 4.2 J কাজ করতে হবে।

এম. কে. এস. একক : এই পদ্ধতিতে তাপের একক কিলোক্যালরি ($k\text{ cal}$) এবং কাজের একক জুল (J)। অতএব এই পদ্ধতিতে J -এর একক জুল / কিলোক্যালরি ($J / k\text{ cal}$) এবং J এর মান $J = 4186 J / k\text{ cal}$ ।

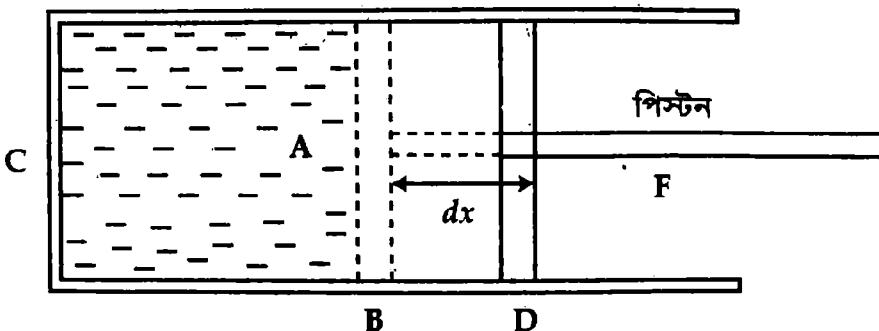
এস. আই. একক : এই পদ্ধতিতে তাপের একক জুল (J) এবং কাজের এককও জুল (J)। অতএব J এর একক জুল/জুল (J / J) = 1 ; অর্থাৎ এই পদ্ধতিতে J -এর কোন একক নেই। J একটি সংখ্যা জ্ঞাপক রাশি এবং $J = 1$ ।

১৩.৭ গ্যাসের প্রসারণে সম্পাদিত কাজ

Work done in expansion of a gas

আমরা জানি যখন কোন গ্যাস প্রসারিত হয়, তখন গ্যাস নিজে কিছু বাহ্যিক কাজ সম্পন্ন করে। গ্যাস যখন সজুচিত হয়, তখন গ্যাসের ওপর কিছু কাজ সম্পাদিত হয়। এখানে আমরা গ্যাসের প্রসারণে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় করব।

মনে করি C কুপরিবাহী পদার্থের তৈরি একটি ধাতব চোঙ। চোঙের মধ্যে কিছু পরিমাণ গ্যাস ভরি এবং এর মুখ হালকা, ঘর্ষণ মুক্ত ও বায়ু নিরুদ্ধ পিস্টন দ্বারা বন্ধ করি। ফলে পিস্টন বিনা বাধায় চলাচল করতে পারে। উল্লেখ্য, পিস্টনও কুপরিবাহী পদার্থের তৈরি।



চিত্র ১৩.১

যদি আবদ্ধ গ্যাসের চাপ P এবং পিস্টন কিংবা চোঙের প্রস্বচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A হয়, তবে পিস্টনের ওপর গ্যাস কর্তৃক প্রযুক্ত বল

$$F = \text{চাপ} \times \text{ক্ষেত্রফল}$$

$$\text{বা } F = P \times A$$

মনে করি গ্যাস স্থির চাপে প্রসারিত হল, ফলে পিস্টনটি B স্থানে হতে D স্থানে সরে গিয়ে dx দূরত্ব অতিক্রম করল। অতএব সম্পাদিত কাজ

$$dW = \text{বল} \times \text{সরণ}$$

$$\text{বা, } dW = F \times dx = PA dx$$

$$\text{বা, } dW = P \cdot dV$$

(3)

[এখানে $A \cdot dx = dV = \text{গ্যাসের প্রসারণজনিত আয়তন বৃদ্ধি}]$

অর্থাৎ কাজ = চাপ × আয়তন পরিবর্তন

এই কাজকে বাহ্যিক কাজ (external work) বলে।

[বিঃ দ্রঃ গ্যাসের সম্প্রসারণে কৃত কাজ ধনাত্মক এবং সংকোচনে কৃত কাজ ঋণাত্মক]

যদি গ্যাসের প্রাথমিক আয়তন V_1 এবং প্রসারণের পর শেষ আয়তন V_2 হয়, তবে গ্যাস কর্তৃক সম্পাদিত কাজ

$$dW = P(V_2 - V_1) \quad (4)$$

যদি গ্যাসের আয়তন প্রসারণের সময় চাপও পরিবর্তিত হয়, তবে

$$dW = dP \cdot dV = (P_2 - P_1)(V_2 - V_1) \quad (5)$$

এখানে, P_1 = গ্যাসের আদিচাপ এবং P_2 = প্রসারণের পর শেষ চাপ। চাপ Nm^{-2} এবং আয়তন m^3 -এ প্রকাশ করা হলে কাজের একক হবে J (জুল)।

বিভিন্ন তাপগতীয় পরিবর্তন (Different thermodynamical changes)

তাপগতিবিদ্যায় বিভিন্ন প্রকারের পরিবর্তন ঘটে। এই পরিবর্তন মোট চার প্রকারের; যথা—

- (১) সমোক পরিবর্তন (Isothermal change)
- (২) বুন্ধনভাগীয় পরিবর্তন (Adiabatic change)
- (৩) সমআয়তন পরিবর্তন (Isochoric change) এবং
- (৪) সমচাপ পরিবর্তন (Isobaric change)

এখানে আমরা সমোক পরিবর্তন এবং বুন্ধনভাগীয় পরিবর্তন আলোচনা করব।

১৩.৮ সমোক্ষ ও বৃত্তিতাপ পরিবর্তন Isothermal and adiabatic changes

১৩.৮.১ সমোক্ষ পরিবর্তন Isothermal change

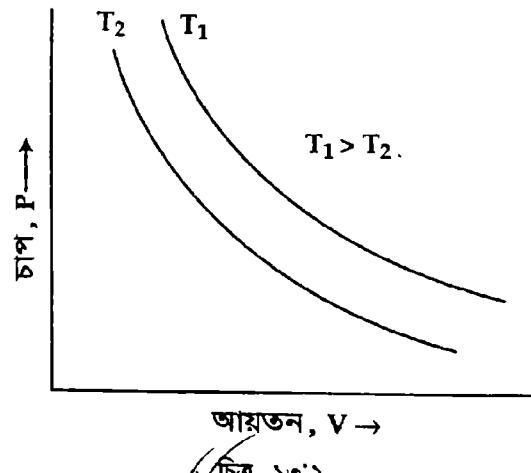
এটি একটি পরীক্ষিত ঘটনা যে, কোন গ্যাসে চাপ প্রয়োগ করে হঠাতে সংকুচিত করলে কিছু তাপ উৎপন্ন হয়। ফলে গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়। কিন্তু উৎপন্ন তাপকে তৎক্ষণাতে অপসারণ করে ধীরে ধীরে চাপ বৃদ্ধি করলে তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন ঘটবে না।

আবার গ্যাসকে হঠাতে প্রসারিত করলে তা বাহ্যিক চাপের বিরুদ্ধে কিছু কাজ করার সময় কিছু পরিমাণ তাপ হারাবে। ফলে এর তাপমাত্রা হ্রাস পাবে। কিন্তু গ্যাসকে যদি ধীরে ধীরে প্রসারিত করা হয় এবং বাইরে থেকে প্রয়োজনীয় তাপ সরবরাহ করা হয়, তবে গ্যাসের তাপমাত্রা স্থির থাকবে। এরূপ পরিবর্তনকে সমোক্ষ পরিবর্তন বলা হয়। তাহলে দেখা যাচ্ছে যে, সমোক্ষ পরিবর্তনে গ্যাসে কখনও তাপ সরবরাহ করে আবার কখনও গ্যাস হতে তাপ অপসারণ করে এর তাপমাত্রা সর্বদা স্থির রাখা যায়।

সংজ্ঞা : যে পরিবর্তনে কোন গ্যাসের চাপের ও আয়তনের পরিবর্তন হয়, কিন্তু তাপমাত্রা স্থির থাকে সেই পরিবর্তনকে সমোক্ষ পরিবর্তন বলে এবং যে পদ্ধতিতে এই পরিবর্তন সংষ্টিত হয় তাকে সমোক্ষ প্রক্রিয়া (isothermal process) বলে।

সমোক্ষ প্রক্রিয়ায় গ্যাসের চাপ ও আয়তনের
 সম্পর্ক বয়েলের সূত্র মেনে চলে। অর্থাৎ $P \propto \frac{1}{V}$
 বা $PV = \text{ধ্রুবক}$

স্থির তাপমাত্রায় কোন আদর্শ গ্যাসের আয়তনকে X-অক্ষ বরাবর এবং চাপকে Y-অক্ষ বরাবর স্থাপন করে লেখ অঙ্কন করলে লেখটি আয়তাকার পরাবৃত্ত (rectangular hyperbola) হবে [চিত্র ১৩.২]। ভিন্ন তাপমাত্রায় একই আকৃতির ভিন্ন লেখ পাওয়া যায়। এই লেখগুলোকে সমোক্ষ (isothermal) লেখ বলা হয়।



সমোক্ষ পরিবর্তনের শর্তসমূহ (Conditions for isothermal change)

সমোক্ষ পরিবর্তনের জন্য নিম্নলিখিত শর্তসমূহের প্রয়োজন :

- (ক) গ্যাসকে একটি সুপরিবাহী পাত্রে রাখতে হবে।
- (খ) পাত্রের চতুর্ভুর্ষ মাধ্যমের তাপগ্রাহীতা বা তাপ ধারণ ক্ষমতা উচ্চ হতে হবে।
- (গ) চাপের পরিবর্তন ধীরে ধীরে সংষ্টিত করতে হবে।
- (ঘ) প্রয়োজনীয় তাপ গ্রহণ বা বর্জনের দ্বারা তাপমাত্রা স্থির থাকবে।

১৩.৮.২ বৃত্তিতাপ পরিবর্তন

Adiabatic change

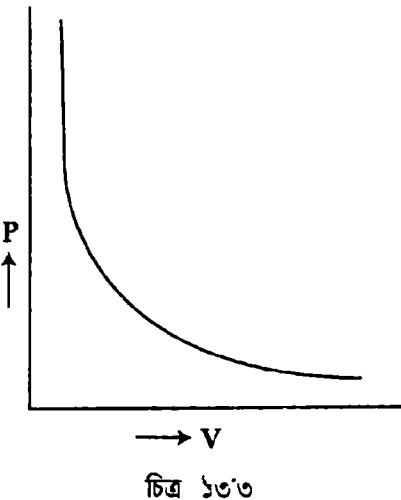
কোন গ্যাসকে হঠাতে চাপ দিয়ে সংকুচিত করলে কিছু পরিমাণ তাপ উৎপন্ন হয় যদি এই উৎপন্ন তাপ অপসারণ করা না হয়, তবে গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে। আবার কোন গ্যাসকে হঠাতে প্রসারিত হতে দিলে গ্যাসটি কিছু পরিমাণ তাপ হারাবে এবং বাইরে থেকে যদি সমপরিমাণ তাপ সরবরাহ করা না হয়, তবে গ্যাসের তাপমাত্রা হ্রাস পাবে। সূতরাং এই পরিবর্তনে তাপমাত্রা কখনও স্থির থাকে না। আরও উল্লেখ থাকে যে, এই ক্ষেত্রে গ্যাস তাপ গ্রহণ করে না বা বর্জন করে না বটে, তবে গ্যাসের অন্তর্নিহিত শক্তি স্থির থাকে না— অন্তর্নিহিত শক্তির হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটে। এরূপ পরিবর্তনকে বৃত্তিতাপ পরিবর্তন বলা হয়। 'a' অর্থ 'না', 'dia' অর্থ 'বরাবর' এবং 'bates' অর্থ 'তাপ'। এক কথায় 'adiabatic'—অর্থ 'heat not passing through' অর্থাৎ তাপ সিস্টেমে প্রবেশ করে না বা সিস্টেম তাপ ত্যাগ করে না।

বইঘর কম

সংজ্ঞা : যে প্রক্রিয়ায় সিস্টেম তাপ প্রভৃতি করে না কিংবা তাপ বর্জন করে না তাকে রুম্ধতাপীয় প্রক্রিয়া বলে। যে পরিবর্তনে কোন তাপ বাহির হতে সরবরাহ করা হয় না বা গ্যাস হতে অপসারণ করা হয় না অথচ গ্যাসের চাপ এবং আয়তনের পরিবর্তন ঘটে তাকে রুম্ধতাপ পরিবর্তন বলা হয়।

অথবা, যে প্রক্রিয়ায় গ্যাসের চাপ ও আয়তন পরিবর্তনকালে তাপের পরিমাণ পরিবর্তন হয় না অর্থাৎ সিস্টেম (প্রক্রিয়াধীন গ্যাস) তাপ প্রভৃতি বা বর্জন করে না, কিন্তু তাপমাত্রার পরিবর্তন ঘটে তাকে রুম্ধতাপ প্রক্রিয়া বলে। এ পরিবর্তনকে রুম্ধতাপ পরিবর্তন বলে।

গ্যাসের রুম্ধতাপ পরিবর্তনের ক্ষেত্রে বয়েলের সূত্র প্রযোজ্য নয়।
এক্ষেত্রে গ্যাসের চাপ ও আয়তনের মধ্যে সম্পর্ক হচ্ছে, $PV^{\gamma} = \text{শ্রবক}$
অনুচ্ছেদ ১৩.১০ দ্রষ্টব্য]। রুম্ধতাপ পরিবর্তনের ক্ষেত্রে P এবং V-এর
লেখকে রুম্ধতাপ লেখ (adiabatic curve) বলে। চিত্র ১৩.৩-এ একটি
রুম্ধতাপ লেখ দেখানো হয়েছে। রুম্ধতাপ লেখ সমোক্ষ লেখ-এর তুলনায়
বেশি খাড়া হয়।



রুম্ধতাপ পরিবর্তনের শর্তসমূহ (Conditions for adiabatic change)

রুম্ধতাপ পরিবর্তনের জন্য নিম্নলিখিত শর্তসমূহ প্রযোজ্য :

(ক) গ্যাসকে একটি কুপরিবাহী পাত্রে রাখতে হবে।

(খ) পাত্রের চতুর্ভুক্ষে মাধ্যমের তাপগ্রাহীতা কম হতে হবে।

(গ) চাপ পরিবর্তন খুব দ্রুত সংঘটিত করতে হবে যাতে বাইরের সাথে তাপ আদান-প্রদানের কোন সুযোগ না থাকে।

১৩.৯. সমোক্ষ ও রুম্ধতাপ পরিবর্তনের মধ্যে পার্থক্য

Distinction between isothermal and adiabatic changes

সমোক্ষ ও রুম্ধতাপ পরিবর্তনের মধ্যে পার্থক্য রয়েছে। এটি নিম্নে প্রদত্ত হল :

সমোক্ষ পরিবর্তন	রুম্ধতাপ পরিবর্তন
(১) তাপমাত্রা স্থির রেখে কোন গ্যাসের চাপ ও আয়তনের পরিবর্তনকে সমোক্ষ পরিবর্তন বলে।	(১) মোট তাপের পরিমাণ স্থির রেখে কোন গ্যাসের চাপ ও আয়তনের পরিবর্তনকে রুম্ধতাপ পরিবর্তন বলে।
✓ (২) এই পরিবর্তনে প্রয়োজনমত তাপ সরবরাহ অথবা প্রহণ করতে হয়।	✓ (২) এই পরিবর্তনে তাপমাত্রার পরিবর্তন ঘটে।
✓ (৩) এটি একটি ধীর প্রক্রিয়া।	✓ (৩) এটি একটি অতি দ্রুত প্রক্রিয়া।
✓ (৪) এই পরিবর্তনে পাত্রটি তাপের সুপরিবাহী হওয়া প্রয়োজন।	✓ (৪) এই পরিবর্তনে পাত্রটি তাপের কু-পরিবাহী হওয়া প্রয়োজন।
✓ (৫) এই পরিবর্তনে পাত্রের চতুর্ভুক্ষে মাধ্যমের তাপগ্রাহীতা উচ্চ হতে হয়।	✓ (৫) এই পরিবর্তনে পাত্রের চতুর্ভুক্ষে মাধ্যমের তাপগ্রাহীতা নিম্ন হতে হয়।
✓ (৬) সমোক্ষ পরিবর্তন বয়েল-এর সূত্র মেনে চলে $\text{অর্থাৎ } PV = \text{শ্রবক}$ ।	✓ (৬) আদর্শ গ্যাসের রুম্ধতাপ পরিবর্তনের সমীকরণ হল, $PV^{\gamma} = \text{শ্রবক}$ ।
✓ (৭) সমোক্ষ লেখ অপেক্ষাকৃত কম খাড়া।	✓ (৭) রুম্ধতাপ লেখ সমোক্ষ লেখ হতে অধিক খাড়া।

১৩.১০ রুম্ভতাপ পরিবর্তনে চাপ ও আয়তনের মধ্যে সম্পর্ক Relation between pressure and volume of a gas in adiabatic change

মনে কৰি এক মোল আদর্শ গ্যাস আছে। এই গ্যাসে dQ পরিমাণ তাপ প্রয়োগ কৰি। এতে গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে এবং সেই সংগে গ্যাস কিছু কাজ করবে অর্থাৎ প্রদত্ত তাপ দুভাবে ব্যয়িত হবে। ধৰি আয়তনের পরিবর্তন dV এবং তাপমাত্রার পরিবর্তন dT .

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র হতে পাই,

$$dQ = C_v dT + P dV \quad (6)$$

এখানে, C_v = স্থির আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ এবং $P dV$ = নির্দিষ্ট চাপে গ্যাসের প্রসারণের জন্য কৃত কাজের পরিমাণ।

আমরা জানি, রুম্ভতাপ প্রক্রিয়ায় বাইরের সাথে গ্যাসের তাপের কোন আদান প্রদান ঘটে না।

অতএব, $dQ = 0$

সমীকরণ (6) হতে পাই,

$$C_v dT + P dV = 0 \quad (7)$$

পুনঃ, আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে, $PV = RT$, এখানে R মোলার গ্যাস ধূবক।

উক্ত সমীকরণকে ব্যবকলন করে পাই,

$$P dV + V dP = R dT$$

$$\text{বা, } dT = \frac{P dV + V dP}{R}$$

সমীকরণ (7) হতে পাই,

$$C_v \left(\frac{P dV + V dP}{R} \right) + P dV = 0$$

$$\text{বা, } C_v P dV + C_v V dP + R P dV = 0$$

$$\text{বা, } C_v P dV + C_v V dP + (C_p - C_v) P dV = 0 \quad [R = C_p - C_v]$$

$$\text{বা, } C_v P dV + C_v V dP + C_p P dV - C_v P dV = 0$$

$$\text{বা, } C_v V dP + C_p P dV = 0$$

$$\text{বা, } V dP + \frac{C_p}{C_v} P dV = 0 \quad [C_v \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } V dP + \gamma P dV = 0 \quad \left[\frac{C_p}{C_v} = \gamma \right]$$

$$\text{বা, } \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0 \quad [PV \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

এখন সমাকলন করে পাই,

$$\log_e P + \gamma \log_e V = \text{ধূবক} = \log_e K, \text{ এখানে } K = \text{ধূবক।}$$

$$\text{বা, } \log_e P + \log_e V^\gamma = \log_e K$$

$$\text{বা, } \log_e PV^\gamma = \log_e K$$

$$\therefore PV^\gamma = K = \text{ধূবক}$$

(8)

এটিই হল চাপ ও আয়তনের মধ্যে সম্পর্ক।

যদি আদি চাপ ও আয়তন যথাক্রমে P_1 ও V_1 এবং ছুড়ান্ত চাপ ও আয়তন যথাক্রমে P_2 ও V_2 হয়, তাহলে

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma = \text{ধূবক} \quad (9)$$

বইয়র কম

১৩.১১ বৃক্ষতাপ পরিবর্তনে আয়তন ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক Relation between volume and temperature in adiabatic change

আমরা জানি, আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে, $PV = RT$

$$P = \frac{RT}{V}$$

পুনঃ, আমরা পাই, $P \cdot V^{\gamma} = \text{ধ্রুবক}$ ।উক্ত সমীকরণে P -এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{RT}{V} \times V^{\gamma} = \text{ধ্রুবক বা, } RTV^{\gamma - 1} = \text{ধ্রুবক}$$

সু, $T \times V^{\gamma - 1} = \text{ধ্রুবক}$ [$R = \text{ধ্রুবক}$]

এটিই হল বৃক্ষতাপ প্রক্রিয়ায় আয়তন ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক।

১৩.১২ আপেক্ষিক তাপ

Specific heat

সংজ্ঞা : কোন একটি বস্তুর একক তরের তাপমাত্রা 1 ডিগ্রী বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয়, তাকে $\text{ঝি বস্তুর আপেক্ষিক তাপ বলে। একে 's' দ্বারা প্রকাশ করা হয়।}$

যেমন পানির আপেক্ষিক তাপ হল $4186 \text{ J / kg}^{\circ}\text{C}$ । এর অর্থ হল যে 1 kg তরের পানির তাপমাত্রা 1°C বৃদ্ধি করতে 4186 J শক্তি পানিতে প্রয়োগ করতে হবে। আমরা যদি একটি বস্তুর আপেক্ষিক তাপের মান জানি, তবে m তরের বস্তুর তাপমাত্রা ΔT পরিমাণ বৃদ্ধি বা হ্রাস করার জন্য যথাক্রমে কি পরিমাণ তাপ প্রয়োগ বা সরাতে হবে তা নির্ণয় করতে পারি।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক একজন মানুষের গোসল করার জন্য কক্ষ তাপমাত্রার চেয়ে 10°C বেশি তাপমাত্রার 60 kg গরম পানির প্রয়োজন। এর জন্য পানিতে কি পরিমাণ তাপ প্রয়োগ করতে হবে তা নিম্নোক্তভাবে বের করা যায় :

আমরা জানি 1 kg পানিকে 1°C তাপমাত্রায় গরম করার জন্য 4186 J তাপ প্রয়োজন। সুতরাং 60 kg পানি 1°C তাপমাত্রায় গরম করার জন্য দরকার $60 \times 4186 \text{ J}$ তাপ। অতএব 10°C তাপমাত্রায় গরম করতে প্রয়োজন হবে $60 \times 10 \times 4186 \text{ J} = 2.5 \times 10^6 \text{ J}$ ।

উপরের উদাহরণ থেকে এটা স্পষ্ট যে s আপেক্ষিক তাপবিশিষ্ট m তরের কোন বস্তুর তাপমাত্রা ΔT বৃদ্ধি করতে তাপের পরিমাণ Q হবে।

তর \times আপেক্ষিক তাপ \times তাপমাত্রার পার্থক্য

$$\text{অর্থাৎ } Q = ms \Delta T = ms (T - T_0) \quad (10)$$

$$\text{বা, } s = \frac{1}{m} \frac{Q}{(T - T_0)} \quad (11)$$

এখানে T এবং T_0 যথাক্রমে বস্তুর ছড়ান্ত এবং আদি তাপমাত্রা। তাপমাত্রা বৃদ্ধির ক্ষেত্রে ΔT এবং Q ধনাত্মক। আবার তাপমাত্রা কমানোর ক্ষেত্রে ΔT এবং Q ঋণাত্মক হবে।

আপেক্ষিক তাপের একক : এস. আই. পদ্ধতিতে Q -এর একক J , m -এর একক kg এবং ΔT -এর একক K (কেলভিন)। অতএব সমীকরণ (11) হতে s -এর এস. আই. একক পাওয়া যায় $\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ।

তাপঘাতীতা বা তাপধারণ ক্ষমতা (Thermal capacity or heat capacity)

বস্তুৰ ভৱ ও আপেক্ষিক তাপেৰ গুণফলকে তাপঘাতীতা বা তাপধারণ ক্ষমতা বলে।

সূতৰাং তাপঘাতীতা, $C = ms$

সমীকৰণ (11) হতে s -এৰ মান বসিয়ে পাওয়া যায়,

$$C = m \times \frac{1}{m} \frac{Q}{(T - T_0)} = \frac{Q}{(T - T_0)} = \frac{Q}{\Delta T}$$

এখন $\Delta T = 1^\circ$ হলে, $C = Q$ হয়।

অতএব, তাপঘাতীতাৰ নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেওয়া যেতে পাৰে।

সংজ্ঞা : কোন বস্তুৰ তাপমাত্ৰা ১ ডিগ্ৰী বাড়াতে যে পরিমাণ তাপেৰ প্ৰয়োজন হয় তাকে তাপঘাতীতা বা তাপ ধাৰণ ক্ষমতা বলে। এৰ এস. আই. একক $\text{Cal } (^\circ\text{C})^{-1}, \text{J K}^{-1}$ তবে অনেক ক্ষেত্ৰে $\text{Cal } (^\circ\text{C})^{-1}$ একক ও ব্যবহৃত হয়।

১৩.১৩ গ্যাসেৰ আপেক্ষিক তাপ

Specific heat of gases

আমৰা জানি গ্যাসে তাপ প্ৰয়োগ কৱলে তাপমাত্ৰা বৃদ্ধিৰ সাথে সাথে এৰ আয়তন ও চাপ বৃদ্ধি পায়। কিন্তু কঠিন ও তৱল পদাৰ্থেৰ ক্ষেত্ৰে এৰূপ হয় না বললেই চলে। সূতৰাং গ্যাসেৰ আপেক্ষিক তাপেৰ সংজ্ঞায় আয়তন ও চাপেৰ উল্লেখ থাকা একান্ত প্ৰয়োজন। আয়তন ও চাপেৰ মধ্যে কখনও আয়তনকে আবাৰ কখনও চাপকে স্থিৰ রাখা হয় বলে গ্যাসেৰ দুটি আপেক্ষিক তাপ আছে ; যথা—

(১) স্থিৰ আয়তনে গ্যাসেৰ আপেক্ষিক তাপ এবং

(২) স্থিৰ চাপে গ্যাসেৰ আপেক্ষিক তাপ।

এখন আমৰা গ্যাসেৰ এই দুটি আপেক্ষিক তাপ সম্পর্কে বিশদ আলোচনা কৱিব।

স্থিৰ আয়তনে গ্যাসেৰ আপেক্ষিক তাপ (Specific heat of gas at constant volume)

আয়তন স্থিৰ রেখে একক ভৱেৰ কোন একটি গ্যাসেৰ তাপমাত্ৰা ১ ডিগ্ৰী বৃদ্ধিতে যে পরিমাণ তাপেৰ প্ৰয়োজন হয়, তাকে স্থিৰ আয়তনে ঐ গ্যাসেৰ আপেক্ষিক তাপ বলে। একে s_v দ্বাৰা প্ৰকাশ কৱা হয়।

স্থিৰ চাপে গ্যাসেৰ আপেক্ষিক তাপ (Specific heat of gas at constant pressure)

স্থিৰ চাপে একক ভৱেৰ কোন একটি গ্যাসেৰ তাপমাত্ৰা ১ ডিগ্ৰী বৃদ্ধিতে যে পরিমাণ তাপেৰ প্ৰয়োজন হয়, তাকে স্থিৰ চাপে ঐ গ্যাসেৰ আপেক্ষিক তাপ বলে। একে s_p দ্বাৰা প্ৰকাশ কৱা হয়।

১৩.১৪ মোলাৰ আপেক্ষিক তাপ বা মোলাৰ তাপধারণ ক্ষমতা

Molar specific heat or molar heat capacity

আমৰা জানি, বস্তু অতি ক্ষুদ্ৰ অণু, পৱনাগু সমন্বয়ে গঠিত এবং একটি বস্তুৰ মধ্যে অণু-পৱনাগুৰ সংখ্যা অত্যন্ত বেশি। যেমন মাত্ৰ 12 gm কাৰ্বনেৰ মধ্যে 6.02×10^{23} টি পৱনাগু থাকে। এত বড় সংখ্যাকে ছোট ধৰনেৰ এককে প্ৰকাশ কৱা হয়। এই ছোট একককে থাম-মোল (gm-mole) বা সংক্ষেপে মোল (mole) বলে।^১ গ্যাসেৰ ক্ষেত্ৰে আপেক্ষিক তাপ সংজ্ঞায়িত কৱাৰ জন্য gm. বা kg ব্যবহাৰ না কৱে মোল ব্যবহাৰ কৱা হয় এবং সংশ্লিষ্ট আপেক্ষিক তাপকে মোলাৰ আপেক্ষিক তাপ বলে।

^১ কোন বস্তুৰ পৱনাগুবিক বা আণবিক ওজন (atomic weight) কিলোগ্ৰামে প্ৰকাশ কৱলে তাকে 1 মোল বলা হয়।

মোলার তাপধারণ ক্ষমতা বা মোলার আপেক্ষিক তাপ : ১ মোল গ্যাসের তাপমাত্রা ১ ডিগ্রী বাড়াতে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয় তাকে ঐ গ্যাসের মোলার তাপধারণ ক্ষমতা বা মোলার আপেক্ষিক তাপ বলে। একে C হিসাবে প্রকাশ করা হয়।

কোন গ্যাসের m মোলের তাপমাত্রা ΔT বৃদ্ধি করতে যদি ΔQ পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয় তবে,

মোলার তাপ ধারণ ক্ষমতা,

$$C = \frac{\Delta Q}{m\Delta T} \quad (12)$$

একক : ΔQ এর একক জুল (joule), m এর একক মোল (mol) এবং ΔT -এর একক কেলভিন (K)।
সূতরাং সমীকরণ (12) হতে C -এর একক $(\text{mol})^{-1} \text{K}^{-1}$ ।

গ্যাসের দুটি আপেক্ষিক তাপ রয়েছে। সূতরাং এর দুটি মোলার আপেক্ষিক তাপও রয়েছে। যথা— (i) স্থির চাপে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ এবং (ii) স্থির আয়তনে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ।

(i) স্থির চাপে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ C_p : স্থির চাপে 1 mole গ্যাসের তাপমাত্রা 1K বৃদ্ধি করতে যে তাপের প্রয়োজন তাকে স্থির চাপে মোলার আপেক্ষিক তাপ বলে। একে C_p হিসাবে প্রকাশ করা হয়। চাপ স্থির রেখে m মোল গ্যাসের তাপমাত্রা ΔT বাড়াতে যদি ΔQ জুল তাপের প্রয়োজন হয়, তবে সংজ্ঞানুসারে,

$$C_p = \frac{\Delta Q}{m\Delta T} \quad (13)$$

(ii) স্থির আয়তনে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ, C_v : স্থির আয়তনে 1 mole গ্যাসের তাপমাত্রা 1K বৃদ্ধি করতে যে তাপের প্রয়োজন তাকে স্থির আয়তনে মোলার আপেক্ষিক তাপ বলে। একে C_v হিসাবে প্রকাশ করা হয়।

আয়তন স্থির রেখে m মোল গ্যাসের তাপমাত্রা ΔT বাড়াতে যদি ΔQ তাপের প্রয়োজন হয়, তবে সংজ্ঞানুসারে,

$$C_v = \frac{\Delta Q}{m\Delta T} \quad (14)$$

পরীক্ষায় দেখা গেছে C_p এর মান C_v অপেক্ষা বেশি হয়। এর ভৌত কারণ নিম্নে আলোচনা করা হল।

১৩.১৫ C_p এবং C_v -এর পার্থক্যের ভৌতিক ব্যাখ্যা

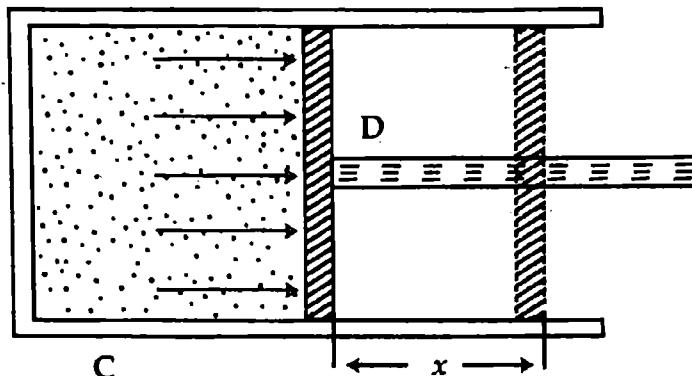
Physical explanation of the difference between C_p and C_v

একটি নির্দিষ্ট ভরের কোন গ্যাসের আয়তন স্থির রেখে তাকে উত্সূত করতে থাকলে তার চাপ ও তাপমাত্রা উভয়ই বৃদ্ধি পায়। কিন্তু আয়তন স্থির থাকায় ঐ গ্যাস বাহ্যিক কোন কাজ করে না। ফলে সম্পূর্ণ তাপ গ্যাসের চাপ ও তাপমাত্রা পরিবর্তনেই ব্যয় হয়। আবার চাপ স্থির রেখে গ্যাসটিকে উত্সূত করতে থাকলে তার আয়তন ও তাপমাত্রা উভয়ই বৃদ্ধি পায়। ফলে প্রযুক্ত তাপ একদিকে গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি করে এবং অপরদিকে বাহ্যিক চাপের বিরুদ্ধে গ্যাসের আয়তন বৃদ্ধি করে কিছু কাজ সম্পন্ন করে। সূতরাং স্থির আয়তনে 1 মোল গ্যাসের তাপমাত্রা 1K পর্যন্ত বৃদ্ধি করতে যে তাপের প্রয়োজন হবে স্থির চাপে ঐ গ্যাসের তাপমাত্রা 1K বৃদ্ধি করতে তা অপেক্ষা কিছু বেশি তাপের প্রয়োজন হবে। কেননা দ্বিতীয় ক্ষেত্রে বাহ্যিক চাপের বিরুদ্ধে কাজ করে আয়তন বৃদ্ধি করতে কিছু অতিরিক্ত তাপ লাগবে। অর্থাৎ $C_p = C_v +$ বাহ্যিক চাপের বিরুদ্ধে কাজের সমতূল তাপ। সূতরাং $C_p > C_v$ ।

১৩.১৬ একটি আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্ৰে C_p ও C_v -এৰ মধ্যে পাৰ্থক্য Difference between C_p and C_v for an ideal gas

আমৱা জানি গ্যাসেৰ দুটি আপেক্ষিক তাপ আছে, একটি C_p এবং অপৰটি C_v । এদেৱ মধ্যে পাৰ্থক্য বেৱ কৰতে হবে।

একটি আদর্শ গ্যাসেৰ দুই আপেক্ষিক তাপেৰ মধ্যে পাৰ্থক্য কৰতে গিয়ে তাপ কুপৰিবাহী পদাৰ্থেৰ একটি আবন্ধ চোঙ লই। মনে কৰি চোঙ C। চোঙেৰ মধ্যে একটি হালকা ঘৰণ শূন্য ও বায়ু নিৰুন্ধ পিস্টন বিনা বাধায় চলাচল কৰতে পাৱে। মনে কৰি পিস্টনটি D। পিস্টনটিও কুপৰিবাহী পদাৰ্থেৰ তৈৱি।



চিত্ৰ ১৩.৪

এই আবন্ধ চোঙে 1 মোল পৰিমাণ গ্যাস লই। এখন গ্যাসটিৰ আয়তন স্থিৰ রেখে এৰ তাপমাত্ৰা dT পৰিমাণ বৃদ্ধি কৰি। যদি স্থিৰ আয়তনে গ্যাসেৰ আপেক্ষিক তাপ c_v হয়, তবে গ্যাস কৰ্তৃক গৃহীত তাপ

$$= ভৰ \times আপেক্ষিক তাপ \times তাপমাত্ৰাৰ পাৰ্থক্য$$

$$= 1 \times C_v \times dT$$

$$= C_v dT$$

গ্যাসেৰ তাপমাত্ৰা বৃদ্ধিৰ পৰিমাণ এক কেলভিন হলে গ্যাস কৰ্তৃক গৃহীত তাপ

$$= C_v \times 1$$

$$= C_v জূল (J)$$

মনে কৰি স্থিৰ চাপে গ্যাসেৰ আপেক্ষিক তাপ C_p অৰ্থাৎ স্থিৰ চাপে 1 মোল গ্যাসেৰ তাপমাত্ৰা 1 ডিগ্ৰী বাড়াতে C_p পৰিমাণ তাপেৰ প্ৰয়োজন হবে। গ্যাসে সৱবৰাহকৃত এই তাপ দুই ভাগে ব্যাখ্যিত হবে। এৰ একটি অংশ C_v গ্যাসেৰ তাপমাত্ৰা বাড়াবে এবং অপৰ অংশ বাহ্যিক চাপ P-এৰ বিৱুন্ধে গ্যাসেৰ আয়তন বৃদ্ধিতে কাজ কৰে। ধৰি চাপেৰ বিৱুন্ধে গ্যাসেৰ আয়তন বৃদ্ধিৰ ফলে পিস্টনটি x পৰিমাণ দূৰত্ব বাইৱে সৱে গেল। অতএব কাজেৰ পৰিমাণ-

$$= বল \times সৱণ$$

$$= চাপ \times ক্ষেত্ৰফল \times সৱণ \quad [\text{বল} = চাপ \times আয়তন]$$

$$= P \times A \times x ; \text{ এখানে } A = \text{পিস্টন বা চোঙেৰ প্ৰস্থচ্ছেদেৰ ক্ষেত্ৰফল}$$

$$\text{কাজ} = P \cdot dV \text{ জূল (J)} ; \text{ এখানে } dV = \text{গ্যাসেৰ প্ৰসাৱিত আয়তন} = A \cdot x.$$

অতএব,

$$C_p = C_v + \text{কাজেৰ পৰিমাণ}$$

$$\text{বা, } C_p = C_v + P \cdot dV \quad (15)$$

আমৱা জানি আদর্শ গ্যাসেৰ ক্ষেত্ৰে

$$PV = RT$$

যদি চাপ স্থিৰ থাকে, তবে সমীকৰণ (16)-কে ব্যৱকলন কৰে পাই,

$$P dV + V \times 0 = R dT + T \times 0$$

$$\text{বা, } P dV = R dT = R \quad [\because \text{তাপমাত্ৰা বৃদ্ধি } dT = 1 \text{ K}]$$

সমীকরণ (15) হতে পাই,

$$C_p = C_v + R$$

$$\text{বা, } C_p - C_v = R$$

(17)

অর্থাৎ গ্যাসের দুই আপেক্ষিক তাপের পার্থক্য বা অন্তরফল গ্যাস ধ্রুবক R -এর সমান।

যেহেতু R ধনাত্মক, সুতরাং $C_p > C_v$ । R -এর মান $8.314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ বসিয়ে সমীকরণ (17) হতে পাওয়া যায়, $C_p - C_v = 8.314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

১৩.৭. γ -এর মানের ভিন্নতা ও গুরুত্ব

Variation in the value of γ and its importance

আমরা জানি,

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\text{স্থির চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ}}{\text{স্থির আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ}}$$

পরীক্ষালক্ষ্য ফলাফল হতে দেখা যায় সকল এক পরমাণুক গ্যাসের ক্ষেত্রে [যেমন He, Ar] γ -এর মান 1.66। সকল দ্বিপরমাণুক গ্যাসের ক্ষেত্রে [যেমন H₂, O₂, N₂, Cl₂] γ -এর মান 1.40 এবং সকল ত্রিপরমাণুক গ্যাসের ক্ষেত্রে [যেমন CO₂, C₂H₆, NH₃] γ -এর মান 1.33। অতএব একই প্রকার আণবিক গঠনের জন্য γ -এর মান নির্দিষ্ট এবং বিভিন্ন গঠনের গ্যাসের জন্য γ -এর মান তিনি হয়।

γ -এর গুরুত্ব :

(ক) কোন গ্যাসের γ -এর মান জানা থাকলে ঐ গ্যাসের আণবিক বিন্যাস জানা যায় অর্থাৎ ঐ গ্যাসের প্রতিটি অণুর মধ্যে কয়টি পরমাণু আছে তা জানা যায়।

(খ) গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের বেগ γ -এর মানের উপর নির্ভর করে। তাই শব্দের বেগ নির্ণয়ের জন্য এর প্রয়োজন হয়।

(গ) গ্যাসের বুদ্ধতাপ প্রক্রিয়া পর্যালোচনার জন্য γ -এর মান জানা দরকার।

১৩.৮. বুদ্ধতাপীয় রেখা বা লেখ সমোক্ত রেখা বা লেখ-এর চেয়ে অধিকতর খাড়া

Adiabatic curve is steeper than isothermal curve

P – V লেখচিত্রের সাহায্যে সমোক্ত ও বুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়া নির্দেশ করা যায়। লেখচিত্রের কোন বিন্দুতে সর্শক টানলে ঐ বিন্দুতে ঢাল বা নতি হবে $\frac{dP}{dV}$ । দেখা যায় যে, যেকোন বিন্দুতে বুদ্ধতাপ রেখার ঢাল সমোক্ত রেখার ঢালের γ গুণ হয়।

সমোক্ত ও বুদ্ধতাপীয় সমীকরণদ্বয়কে ব্যবহার করে সহজেই প্রমাণ করা যায় যে বুদ্ধতাপীয় রেখা সমোক্ত রেখা অপেক্ষা γ -গুণ খাড়া।

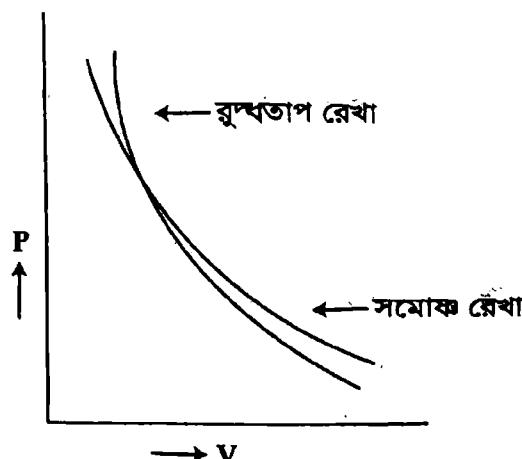
সমোক্ত পরিবর্তনের ক্ষেত্রে

$$PV = \text{ধ্রুবক}$$

উভয় পক্ষকে ব্যবকলন করে পাই,

$$PdV + VdP = 0$$

$$\text{বা, } \left(\frac{dP}{dV} \right)_{\text{সমোক্ত}} = -\frac{P}{V}$$



চিত্র ১৩.৫

(18)

অপৰপক্ষে, বৃৰুজ্বতাপ পরিবৰ্তনের ক্ষেত্ৰে,

$$PV^{\gamma} = \text{ধূৰক}$$

উভয় পক্ষকে ব্যবকলন কৰে পাই,

$$\gamma PV^{\gamma-1}dV + V^{\gamma}dP = 0$$

$$\text{বা, } \left(\frac{dP}{dV}\right)_{\text{বৃৰুজ্বতাপ}} = -\frac{\gamma PV^{\gamma-1}}{V^{\gamma}}$$

$$= -\gamma PV^{\gamma-1}V^{-1}$$

$$= -\gamma PV^{-1} = -\gamma \frac{P}{V} \quad (19)$$

সমীকৰণ (18) ও (19) তুলনা কৰলে দেখা যায় যে,

$$\left(\frac{dP}{dV}\right)_{\text{বৃৰুজ্বতাপ}} = -\gamma \left(\frac{dP}{dV}\right)_{\text{সমোক}}$$

$$\text{বা, } \frac{\frac{dP}{dV}}{\left(\frac{dV}{dV}\right)_{\text{সমোক}}} = -\gamma$$

সুতৰাং [যে কোন বিন্দুতে বৃৰুজ্বতাপ রেখাৰ ঢাল এই বিন্দুতে সমোক রেখাৰ ঢাল অপেক্ষা γ গুণ বেশি।

যেহেতু যে কোন গ্যাসেৱ ক্ষেত্ৰে $\gamma > 1$, সুতৰাং বৃৰুজ্বতাপীয় রেখা সমোক রেখাৰ চেয়ে γ গুণ ধীড়া]

স্মৰণিকা

তাপগতিবিদ্যা : পদাৰ্থবিজ্ঞানেৱ যে শাখা তাপ ও যান্ত্ৰিক শক্তি নিয়ে আপোচনা কৰে তাকে তাপগতিবিদ্যা বলে।

তাপগতীয় ব্যবস্থা বা সিস্টেম : তল বা বেল্টনী দ্বাৰা সীমাবদ্ধ কোন নিৰ্দিষ্ট পরিমাণ বস্তুকে তাপগতীয় ব্যবস্থা বা সিস্টেম বলে।

পৰিপাৰ্শ : কোন নিৰ্দিষ্ট ব্যবস্থার সাথে শক্তি বিনিময়ে সক্ষম যে কোন ব্যবস্থাকে ঐ ব্যবস্থার পৰিপাৰ্শ বলে।

সাম্যাবস্থা : কোন বিচ্ছিন্ন ব্যবস্থার চূড়ান্ত অবিচল অবস্থাকে তাপগতীয় সাম্যাবস্থা বলে।

তাপগতিবিদ্যার প্ৰথম সূত্ৰ : যখনই কাজ সম্পূৰ্ণভাৱে তাপে বা তাপ সম্পূৰ্ণৱৰ্তে কাজে বৃপ্তান্তৰিত হয়, তখন কাজ ও তাপ পৱন্পৱেৱ সমানুপাতিক হবে।

অভ্যন্তৱীণ বা অন্তৰ্নিহিত শক্তি : প্ৰত্যেকে সংস্থাৰ মধ্যে এমন একটি নিৰ্দিষ্ট পৰিমাণ শক্তি সুন্ত অবস্থায় বৰ্তমান ধাকে যাব ফলে সংস্থাৱ পৱন্পৱে ও পৱন্পৱে অনুযায়ী বিভিন্ন প্ৰকাৰ শক্তি উৎপন্ন কৰতে সক্ষম হয়। সংস্থাৱ এই শক্তিকে অভ্যন্তৱীণ বা অন্তৰ্নিহিত শক্তি বলে।

তাপেৱ যান্ত্ৰিক সমতা : এক একক তাপ উৎপন্ন কৰতে যে পৰিমাণ কাজ সম্পাদিত হয় অথবা যে পৰিমাণ কাজ সম্পাদিত হলৈ এক একক তাপ উৎপন্ন হয় তাকে তাপেৱ যান্ত্ৰিক সমতা বলে।

সমোক পৱন্পৱেৰ্তন : যে পৱন্পৱেৰ্তনে কোন গ্যাসেৱ চাপেৱ ও আয়তনেৱ পৱন্পৱেৰ্তন ঘটে কিন্তু তাপমাত্ৰা স্থিৱ ধাৰকে তাৰে সমোক পৱন্পৱেৰ্তন বলে।

বৃৰুজ্বতাপ পৱন্পৱেৰ্তন : যে পৱন্পৱেৰ্তনে কোন তাপ বাইৱে থেকে সৱেৰৱাহ কৰা হয় ন' বা গ্যাস হতে অপসাৱণ কৰা হয় ন কিন্তু গ্যাসেৱ চাপ ও আয়তনেৱ পৱন্পৱেৰ্তন ঘটে তাকে বৃৰুজ্বতাপ পৱন্পৱেৰ্তন বলে।

আপেক্ষিক তাপ : কোন বস্তুৱ একক ভাৱেৱ তাপমাত্ৰা 1 ডিগ্ৰী বৃশ্চিম বা ছাস কৰতে যে তাপেৱ প্ৰয়োজন হয় তাকেই বস্তুৱ আপেক্ষিক তাপ বলে।

তাপগ্রাহীতা বা তাপধাৱণ ক্ষমতা : কোন বস্তুৱ তাপমাত্ৰা 1 ডিগ্ৰী বাড়াতে যে পৰিমাণ তাপেৱ প্ৰয়োজন হয় তাকে তাপগ্রাহীতা বা তাপ ধাৱণ ক্ষমতা বলে।

স্থিৱ আয়তনে গ্যাসেৱ আপেক্ষিক তাপ : আয়তন স্থিৱ রেখে একক ভাৱেৱ কোন একটি গ্যাসেৱ তাপমাত্ৰা 1 ডিগ্ৰী বৃশ্চিমতে যে পৰিমাণ তাপেৱ প্ৰয়োজন হয়, তাকে স্থিৱ আয়তনে ঐ গ্যাসেৱ আপেক্ষিক তাপ বলে।

স্থিৱ চাপে গ্যাসেৱ আপেক্ষিক তাপ : স্থিৱ চাপে একক ভাৱেৱ একটি গ্যাসেৱ তাপমাত্ৰা 1 ডিগ্ৰী বৃশ্চিমতে যে পৰিমাণ তাপেৱ প্ৰয়োজন হয়, তাকে স্থিৱ চাপে ঐ গ্যাসেৱ আপেক্ষিক তাপ বলে।

স্থির চাপে মোলার আপেক্ষিক তাপ : স্থির চাপে এক মোল গ্যাসের তাপমাত্রা ১ কেলভিন বৃদ্ধি করতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাকে ঐ গ্যাসের স্থির চাপে মোলার আপেক্ষিক তাপ বলে।

স্থির আয়তনে মোলার আপেক্ষিক তাপ : স্থির আয়তনে এক মোল গ্যাসের তাপমাত্রা ১ কেলভিন বৃদ্ধি করতে যে তাপের প্রয়োজন তাকে ঐ গ্যাসের স্থির আয়তনে মোলার আপেক্ষিক তাপ বলে।

প্রয়োজনীয় সমীকরণ

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র :

$$(ক) \text{ তাপ } W = JH \quad (1)$$

$$(খ) \text{ প্রথম সূত্রের সাধারণ রূপ, } dQ = du + dW \quad (2)$$

$$= du + PdV \quad (3)$$

$$C_p \text{ ও } C_v \text{ এর মধ্যে সম্পর্ক, } C_p - C_v = R \quad (4)$$

$$\text{বুন্ধনতাপে চাপ } P \text{ ও আয়তন } V \text{-এর মধ্যে সম্পর্ক, } PV^\gamma = \text{ধ্রবক} \quad (5)$$

$$\text{বুন্ধনতাপে আয়তন } V \text{ ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক, } TV^{\gamma-1} = \text{ধ্রবক} \quad (6)$$

$$\text{আপেক্ষিক তাপ, } s = \frac{Q}{m(T - T_0)} \quad (7)$$

$$\text{তাপধারণ ক্ষমতা বা তাপগ্রাহীতা, } C = \frac{Q}{\Delta T} \quad (8)$$

$$\text{স্থির চাপে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ, } C_p = \frac{\Delta Q}{m\Delta T} \quad (9)$$

$$\text{স্থির আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ, } C_v = \frac{\Delta Q}{m\Delta T} \quad (10)$$

সমাধানকৃত উদাহরণ

১। বায়ুকে বুন্ধনতাপে প্রসারিত করে এর আয়তন তিনগুণ করা হল। যদি প্রাথমিক চাপ ১ বায়ুমণ্ডলীয় চাপ হয় তাহলে ছূড়ান্ত চাপ কত হবে? ($\gamma = 1.4$)

$P_1 = 1.03 \times 10^5$
[ব. বো. ২০০৫ ; ঢ. বো. ২০০৮]

আমরা জানি, P_2

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

$$\text{বা, } \left(\frac{3V_1}{V_1}\right)^\gamma = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

$$(3)^{1.4} = \frac{1.013 \times 10^5}{P_2}$$

$$\text{বা, } P_2 = \frac{1.013 \times 10^5}{(3)^{1.4}} = 2.176 \times 10^4$$

এখনে,

$$\text{প্রাথমিক চাপ} = 1 \text{ বায়ুমণ্ডলীয় চাপ, } P_1 = 0.76 \text{ m পারদ}$$

$$\text{স্তরের চাপ} = 0.76 \text{ m} \times (13.6 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}) \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \\ = 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{প্রাথমিক আয়তন, } V_1$$

$$\text{ছূড়ান্ত আয়তন, } V_2 = 3V_1$$

$$\gamma = 1.4$$

$$\text{ছূড়ান্ত চাপ, } P_2 = ?$$

২। কোন সংস্থা পরিবেশ থেকে ৮০০ J তাপশক্তি শোষণ করায় এর অন্তর্বর্তী শক্তি ৫০০ J বৃদ্ধি পেল। সংস্থা কর্তৃক পরিবেশের উপর সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

এখনে, ΔQ

$$\Delta Q = \Delta u + \Delta W$$

$$\Delta W = \Delta Q - \Delta u \\ = 800 - 500 \\ = 300 \text{ J}$$

$$\Delta u = 500 \text{ J}$$

$$\Delta Q = 800 \text{ J}$$

$$\Delta W = ?$$

[ক. বো. ২০০৫]

৩) বাতাবিৎ চাপে 100 m^3 আয়তনের একটি গ্যাস $5 \times 10^3 \text{ J}$ তাপ দিলে গ্যাসের আয়তন $100'2 \text{ m}^3$ হয়। ঐ গ্যাসের কৃত কাজের মান নির্ণয় কর।

✓
চ. বো. ২০০২।

আমরা জানি,

$$\Delta Q = \Delta H + \Delta W$$

$$\text{আবার, } \Delta W = P \Delta V$$

$$= P(V_2 - V_1)$$

$$\Delta W = 1013 \times 10^5 (100'2 - 100)$$

$$= 1013 \times 10^5 \times 0.2$$

$$= 20260 \text{ J}$$

এখানে, ΔQ

$$\text{চাপ, } P = 1013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{প্রাথমিক আয়তন, } V_1 = 100 \text{ m}^3$$

$$\text{চূড়ান্ত আয়তন, } V_2 = 100'2 \text{ m}^3$$

$$\text{গৃহীত তাপ, } \Delta Q = 5 \times 10^3 \text{ J}$$

$$\text{কৃত কাজ, } \Delta W = ?$$

৪। একটি সীসার গুলি কৃত বেগে একটি অনমনীয় লক্ষ্যবস্তুতে আঘাত করলে গুলির তাপমাত্রা 1.12°C বৃদ্ধি পাবে? ধরে সও যে, আঘাতে উৎপন্ন তাপ শুধু গুলি দ্বারা প্রেরিত হয়েছে। (সীসার আপেক্ষিক তাপ = $30 \text{ cal kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ এবং $J = 0.2 \text{ J cal}^{-1}$)

মনে করি গুলির ভর = $m \text{ kg}$ এবং নির্ণেয় বেগ = $v \text{ ms}^{-1}$

$$\text{আমরা পাই, কৃত কাজ, } W = \frac{1}{2} mv^2 \text{ আর্গ ও উৎপন্ন তাপ, } H = mSt = m \times 30 \times 1.12 \text{ ক্যালরি।}$$

$$\text{কিন্তু } W = JH$$

$$\frac{1}{2} mv^2 = 4.2 \times m \times 30 \times 1.12 \text{ J}$$

$$\text{অর্থাৎ } v = \sqrt{2 \times 4.2 \times 30 \times 1.12} \\ = 16.8 \text{ ms}^{-1}$$

৫) 200 ms^{-1} বেগ প্রাপ্ত একটি সীসার বুলেট কোথাও ধারিয়ে দেয়ার ফলে সমস্ত গতিশক্তি তাপে পরিণত হল। বুলেটের তাপমাত্রা কৃত বৃদ্ধি পাবে? (সীসার আপেক্ষিক তাপ $126 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)। [য. বো. ২০০৬]

মনে করি, বুলেটের ভর = $m \text{ kg}$

এখানে,

$$\text{বুলেটের বেগ, } v = 200 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{আপেক্ষিক তাপ, } s = 126 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\text{তাপমাত্রা বৃদ্ধি, } \Delta T = ?$$

$$\text{উৎপন্ন তাপ} = ms \Delta T$$

$$\text{প্রশান্তসারে বুলেট কর্তৃক কৃতকাজ} = \text{বুলেটের গতিশক্তি} = \text{উৎপন্ন তাপ}$$

$$\frac{1}{2} m \times (200)^2 = m \times 126 \times \Delta T.$$

$$\text{বা, } \Delta T = \frac{(200)^2}{2 \times 126} = 158.7 \text{ K}$$

৬) একটি জলপ্রপাত 100 মিটার উপর হতে পানি নিচে পতিত হয়। উপরের ও নিচের পানির তাপমাত্রার পার্শ্বক্য নির্ণয় কর। [$J = 4.2 \times 1 \text{ J cal}^{-1}$]

ধরা যাক চূড়া হতে তলদেশে $m \text{ kg}$ পানি পতিত হলে ঐ পানির তাপমাত্রা = $t^\circ\text{C}$ বৃদ্ধি পায় এবং পর্যবেক্ষণ স্থানে $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$

এখানে কৃত কাজ, $W = \text{চূড়ায় পানিতে সঞ্চিত শিথি শক্তি}$

$$= mgh = m \times 9.81 \times 100 \text{ J}$$

$$\text{উৎপন্ন তাপ, } H = mSt = m \times 1000 \times t \text{ ক্যালরি।}$$

$$[\because h = 100 \text{ m}]$$

$$[\text{পানির আ. তাপ} = 1000 \text{ cal kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}]$$

$$\text{কিন্তু, } W = JH$$

$$\text{কাজেই, } m \times 9.81 \times 100 = 4.2 \times m \times 1000 \times t$$

$$\therefore t = \frac{9.81 \times 100}{4.2 \times 1000} = 0.234 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$mgh = mS\Delta Q$$

৭) এক খন্ড বরফ উপর হতে ভূমিতে পতিত হল। এতে পতন শক্তির 50% তাপে মুগাস্তরিত হওয়ায় বরফ খন্ডটির এক-চতুর্থাংশ গলে গেল। বরফ খন্ডটি কৃত উচ্চতা হতে পতিত হয়েছিল নির্ণয় কর। [বরফ গলনের সূত্র তাপ $80000 \text{ cal kg}^{-1}$ এবং তাপের যান্ত্রিক সমতা = 4.2 J cal^{-1}]

ধরি বরফ খন্ডটির ভর = $m \text{ kg}$ ও নির্ণেয় উচ্চতা = $h \text{ m}$ তাহলে পতনে কৃত কাজ = mgh

$$\text{তাপ উৎপন্নে ব্যয়িত পতন শক্তি, } W = \frac{1}{2} mgh \quad \left[50\% = \frac{1}{2} \right]$$

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র
বইয়ের কম

$$\text{উৎপন্ন তাপ}, H = \frac{W}{J} = \frac{mgh}{2J}$$

আবার বরফ থঙ্গির এক চতুর্ধীশ গলতে প্রয়োজনীয় তাপ = $\frac{m}{4} \times L$
কিন্তু উৎপন্ন তাপেই বরফ থঙ্গি গলেছে।

$$\frac{m}{4} \times L = \frac{mgh}{2J}$$

$$\therefore \text{ বা, } h = \frac{JL}{2g}$$

$$\text{কাজেই, } h = \frac{4.2 \times 80000}{2 \times 9.80} \text{ m}$$

$$= 17.14 \text{ km}$$

৮। -5°C তাপমাত্রার 0.01 kg বরফকে 100°C তাপমাত্রার বাল্শে পরিণত করতে কত কাজ সম্পন্ন করে তাপ সরবরাহ করতে হবে? (বরফের আ. তাপ = $500 \text{ cal kg}^{-1} (\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}$, বরফ গলনের সূত্র তাপ = $80000 \text{ cal kg}^{-1}$)

বরফকে -5°C হতে 0°C পর্যন্ত উন্নত করতে প্রয়োজনীয় তাপ

$$= mS(t_2 - t_1) = 0.01 \text{ kg} \times 500 \text{ cal kg}^{-1} (\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1} \times 5^{\circ}\text{C} = 25 \text{ cal}$$

0°C তাপমাত্রার বরফকে 0°C তাপমাত্রার পানিতে পরিণত করতে প্রয়োজনীয় তাপ

$$= mL = 0.01 \text{ kg} \times 80000 \text{ cal kg}^{-1} = 800 \text{ cal}$$

বরফ গলা পানির তাপমাত্রা 0°C হতে 100°C উঠতে প্রয়োজনীয় তাপ

$$= 0.01 \text{ kg} \times 1000 \text{ cal kg}^{-1} \times 100^{\circ}\text{C} = 1000 \text{ cal}$$

100°C তাপমাত্রার বাল্শে পরিণত করতে প্রয়োজনীয় তাপ

$$= mL = 0.1 \text{ kg} \times 53700 \text{ cal kg}^{-1}$$

$$= 5370 \text{ cal}$$

মোট প্রয়োজনীয় তাপ, $H = (25 + 800 + 1000 + 5370) \text{ cal} = 7195 \text{ cal}$

$$\text{কিন্তু, } W = JH \text{ এবং } J = 4.2 \text{ J cal}^{-1}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় কাজ, } W = 4.2 \text{ J cal}^{-1} \times 7195 \text{ cal} = 30219 \times 10^4 \text{ J}$$

১.৭ (৫) পিস্টনযুক্ত একটি সিলিন্ডারে কিছু গ্যাস আবশ্য আছে। গ্যাসের চাপ 400 Pa -এ স্থির রেখে সিস্টেমে ধীরে ধীরে 800 J তাপশক্তি সরবরাহ করায় 1200 J কাজ সম্পাদিত হয়। গ্যাসের আয়তন এবং অন্তর্মাণ পরিবর্তন নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০১]

আমরা পাই, $\Delta W = P(V_2 - V_1)$

$$1200 = 400(V_2 - V_1)$$

$$\therefore (V_2 - V_1) = \frac{1200}{400}$$

$$= 3 \text{ m}^3$$

$$\text{আবার, } \Delta Q = \Delta u + P\Delta V$$

$$800 = \Delta u + 1200$$

$$\Delta u = 1200 - 800$$

$$= 400 \text{ J}$$

১.৮ ২৫ $^{\circ}\text{C}$ তাপমাত্রা ও $1 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ চাপে একটি আদর্শ গ্যাসের আয়তন 0.05 m^3 । স্থির চাপে গ্যাসটি উন্নত করায় এর আয়তন 0.06 m^3 হল। (ক) বাহ্যিক সম্পাদিত কাজ ও (খ) গ্যাসের নতুন তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

(ক) আমরা জানি,

বাহ্যিক সম্পাদিত কাজ, $W = P\Delta V$

$$\text{বা, } W = 1 \times 10^5 \times 0.01 \\ = 1000 \text{ J}$$

(খ) আমরা জানি,

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\text{বা, } T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1}$$

$$T_2 = \frac{0.06 \times 298}{0.05} = 357.6 \text{ K}$$

এখনে,

$$P = 400 \text{ Pa}$$

$$\Delta W = 1200 \text{ J}$$

$$\Delta V = (V_2 - V_1) = ?$$

$$\Delta u = ?$$

$$\Delta Q = 800 \text{ J}$$

এখনে,

$$\text{চাপ, } P = 1 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{আয়তন পরিবর্তন, } \Delta V = (0.06 - 0.05) \text{ m}^3 \\ = 0.01 \text{ m}^3$$

এখনে,

$$\text{আদি আয়তন, } V_1 = 0.05 \text{ m}^3$$

$$\text{চূড়ান্ত আয়তন, } V_2 = 0.06 \text{ m}^3$$

$$\text{আদি তাপমাত্রা, } T_1 = 25^{\circ}\text{C} = (273 + 25) \text{ K} \\ = 298 \text{ K}$$

$$\text{নতুন তাপমাত্রা, } T_2 = ?$$

১১। 25°C তাপমাত্রায় ও বায়ুমণ্ডলীয় চাপে আবশ্যক শূক্ষ্ম বায়ুকে হঠাতে বা স্মৃতিতে সংস্থিত করে আয়তন
অর্ধেক করা হল। ছড়ান্ত (ক) তাপমাত্রা (খ) চাপ নির্ণয় কর। [$\gamma = 1.4$] [য. বো. ২০০৮]

$$\text{মনে করি ছড়ান্ত তাপমাত্রা} = T_2 \text{K} \text{ ও চাপ} = P_2$$

$$\text{আমরা পাই, } T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \quad (1)$$

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma} \quad (2)$$

এখানে,

$$T_1 = 25^{\circ}\text{C} = (25 + 273) \text{ K} = 298 \text{ K}$$

$$V_1 = 2V_2$$

$$\gamma = 1.4$$

$$P_1 = 1 \text{ বায়ুমণ্ডলীয় চাপ}$$

(ক) সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \times T_1 = 2^{1.4-1} \times 298 \text{ K} = 393.18 \text{ K} = (393.18 - 273)^{\circ}\text{C} = 120.18^{\circ}\text{C}$$

$$(খ) P_2 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} \times P_1$$

$$= 2^{1.4} \times 1 \text{ বায়ুমণ্ডলীয় চাপ} = 2.64 \text{ বায়ুমণ্ডলীয় চাপ}$$

১২। 27°C তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাস হঠাতে প্রসারিত হয়ে দিগুণ আয়তন লাভ করে। ছড়ান্ত
তাপমাত্রা কত ? ($\gamma = 1.4$) [চ. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০৮ ; সি. বো. ২০০১]

$$\text{মনে করি, ছড়ান্ত তাপমাত্রা} = T_2 \text{K}$$

আমরা পাই,

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$300 \times V_1^{1.4-1} = T_2 \times (2V_1)^{1.4-1}$$

$$\text{বা, } 300 \times V_1^{0.4} = T_2 \times (2V_1)^{0.4}$$

$$\text{বা, } 300 \times V_1^{0.4} = T_2 \times 2^{0.4} \times V_1^{0.4}$$

$$\text{বা, } 300 = T_2 \times 2^{0.4}$$

$$T_2 = \frac{300}{2 \times 10^{0.4}} = 59.72 \text{ K}$$

এখানে,

$$\gamma = 1.4$$

$$T_1 = 27^{\circ}\text{C} = (27 + 273) \text{ K} = 300 \text{ K}$$

$$V_1 = \text{আদি আয়তন}$$

$$V_2 = \text{শেষ আয়তন} = 2V_1$$

$$T_2 = ?$$

১৩। স্থানিক তাপমাত্রা ও চাপের কিছু পরিমাণ গ্যাসকে হঠাতে সংকুচিত করে তার আয়তন এক-ভূটীয়াল্প করা
হল। ছড়ান্ত তাপমাত্রা কত ? [$\gamma = 1.41$] [ব. বো. ২০০৩]

$$\text{আমরা জানি, } T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\therefore T_2 = \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} \times T_1$$

$$= \left(\frac{V_1}{\frac{1}{3} V_1} \right)^{1.41-1} \times 273$$

$$= (3)^{0.41} \times 273 = 428.33 \text{ K}$$

$$T = (428.33 - 273)^{\circ}\text{C} = 155.33^{\circ}\text{C}$$

এখানে,

$$T_1 = 273 \text{ K}$$

$$V_1 = V$$

$$V_2 = \frac{1}{3} V_1$$

$$\gamma = 1.41$$

$$T_2 = ?$$

১৪। 1 kg পানিকে 1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে বাল্পে পরিণত করতে অভ্যন্তরীণ শক্তির পরিবর্তন নির্ণয় কর। [জলীয়
গাল্পের সূত্র তাপ = $2.268 \times 10^6 \text{ J/kg}$ ও 1 kg জলীয় বাল্পের আয়তন = 1.671 m^3]।

$$\text{আমরা পাই, } du = dQ - dW \quad (1)$$

$$\text{আয়তন পরিবর্তনে কৃতকাজ, } dW = P \cdot dV$$

$$\therefore dW = P \cdot dV = 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2} \times 1.67 \text{ m}^3 \\ = 0.169 \times 10^6 \text{ J}$$

$$\text{আবার অভ্যন্তরীণ শক্তির পরিবর্তন, } du = dQ - dW$$

$$du = (2.268 \times 10^6 - 0.169 \times 10^6) \text{ J} \\ = 2.099 \times 10^6 \text{ J}$$

এখানে,

$$dV = \text{জলীয় বাল্পের আয়তন} - \text{পানির আয়তন} \\ = (1.671 - 0.001) \text{ m}^3 = 1.67 \text{ m}^3$$

$$[1 \text{ kg} \text{ পানির আয়তন} = 0.001 \text{ m}^3]$$

$$P = 1 \text{ বায়ুমণ্ডলীয় চাপ}$$

$$= 0.76 \text{ m উল্লম্ব পারদ স্তম্ভের চাপ}$$

$$= 0.76 \text{ m} \times (13.6 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}) \times 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$= 1.013 \times 10^5 \text{ N.m}^{-2} \quad (\because P = h\rho g)$$

$$dQ = 2.268 \times 10^6 \text{ J}$$

(৫) একটি সিলিন্ডারের মধ্যে রাখা কিছু পরিমাণ গ্যাস পরিবেশের উপর 200 J কাজ সম্পাদনের সময় পরিবেশ থেকে 500 J তাপশক্তি শোষণ করে। গ্যাসের অস্থির পরিবর্তন কত হবে? সিস্টেমের অস্থির শক্তি হ্রাস পাবে না
বৃদ্ধি পাবে? [রা. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$\Delta Q = \Delta u + \Delta W$$

$$\text{বা, } 500 = \Delta u + 200$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } \Delta u &= 500 - 200 \\ &= 300 \text{ J} \end{aligned}$$

সিস্টেমের অস্থির শক্তি বৃদ্ধি পাবে কারণ অস্থির শক্তির পরিবর্তন ধনাত্মক।

এখনে,

$$\Rightarrow \Delta W = 200 \text{ J}$$

$$\Delta Q = 500 \text{ J}$$

$$\Delta u = ?$$

১৬। অর্জিজেনের ক্ষেত্রে C_p ও C_v নির্ণয় কর। ধর $C_p = 1.4 C_v$, স্থানীয় চাপ ও তাপমাত্রায় অর্জিজেনের ঘনত্ব
 $= 1.428 \text{ kg m}^{-3}$, স্থানীয় চাপ $= 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ও অর্জিজেনের আণবিক ভর $= 32 \text{ kg k mol}^{-1}$ ।

$$\text{আমরা পাই, } R = \frac{PV}{T} = \frac{P}{T} \cdot \frac{M}{\rho}$$

$$\text{প্রশান্নান্যায়ী, } R = \frac{1.013 \times 10^5 \text{ Pa}}{273 \text{ K}} \times \frac{32 \text{ kg k mol}^{-1}}{1.428 \text{ kg m}^{-3}}$$

$$= 8315 \text{ J k mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে ($C_p - C_v$) = R অন্যায়ী

$$C_p - C_v = R = 8315 \text{ J k mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\text{কিছু } C_p = 1.4 C_v$$

$$\text{কাজেই } 1.4 C_v - C_v = 8315 \text{ J k mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$C_v = \frac{8315}{0.4} \text{ J k mol K}^{-1}$$

$$= 20787.5 \text{ J k mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\text{ও } C_p = 1.4 C_v = 1.4 \times 20787.5 \text{ J k mol}^{-1} \text{ K}^{-1} = 29102.5 \text{ J k mol K}^{-1}$$

Q. V (৫৭) এক পারমাণবিক আদর্শ গ্যাসের জন্য জন্য C_p এবং C_v -এর মান নির্ণয় কর।

$$[R = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}]$$

$$\text{আমরা জানি, } C_v = \frac{3}{2} R$$

$$\text{বা, } C_v = \frac{3}{2} \times 8.31 = 12.5 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\text{পুনঃ } C_p = C_v + R$$

$$\text{বা, } C_p = (12.5 + 8.31) \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\text{বা, } C_p = 20.81 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

অঞ্চলিক

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন :

১। সিস্টেম বলতে কি বুঝ?

[কু. বো. ২০০৩]

২। অভ্যন্তরীণ শক্তি বলতে কি বুঝ?

[রা. বো. ২০০৬]

৩। তাপের যান্ত্রিক সমতা সংজ্ঞা দাও।

[চা. বো. ২০০২]

৪। তাপের যান্ত্রিক সমতা 4.2 J cal^{-1} বলতে কি বুঝ?

[সি. বো. ২০০৩]

৫। আপেক্ষিক তাপ কাকে বলে?

৬। তাপধারণ ক্ষমতা ও আপেক্ষিক তাপের মধ্যে সম্পর্ক কি? এদের একক কি?

[কু. বো. ২০০৩]

৭। কোন গ্যাসের দুই প্রকারের আপেক্ষিক তাপ থাকে কেন? ব্যাখ্যা কর।

[য. বো. ২০০৪]

৮। মোলার তাপ ধারণ ক্ষমতা কাকে বলে?

[কু. বো. ২০০৪, ২০০১; চ. বো. ২০০১]

৯। C_p ও C_v -এর সংজ্ঞা দাও।

[চ. বো. ২০০৫]

১০। সংজ্ঞা দাও :

BG & JEWEL

সিস্টেম [চ. বো. ২০০৩]

রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তন [চ. বো. ২০০২]

মোলার তাপ ধারণ ক্ষমতা [ব. বো. ২০০২; সি. বো. ২০০৩]

রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়া [চ. বো. ২০০২]

সমোক্ষ প্রক্রিয়া [চ. বো. ২০০২]

১১। γ-এর গুরুত্ব উল্লেখ কর।

[চ. বো. ২০০৬, ২০০১; কু. বো. ২০০২]

১২। রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তন বলতে কি বুঝা ?

[চ. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০৫ ; কু. বো. ২০০৩, ২০০০ ;
চ. বো. ২০০১]

১৩। সমোক্ষ ও রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়া কাকে বলে ? [রা. বো. ২০০৫ ; চ. বো. ২০০৪ ; ঢ. বো. ২০০১, ২০০০]

১৪। স্থির আয়তনে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপের সংজ্ঞা দাও। [চ. বো. ২০০১]

১৫। C_p -এর মান C_v -এর মান অপেক্ষা বড় কেন ? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০০৫ ; ঢ. বো. ২০০২, ২০০২]

১৬। তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রটি বিবৃত কর। [কু. বো. ২০০৬ ; ব. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৩]

১৭। সমোক্ষ পরিবর্তন কি ? [রা. বো. ২০০২]

১৮। স্থির চাপে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপের সংজ্ঞা দাও।

১৯। কৃত কৃজ ধনাত্মক ও ঋণাত্মক হয় কখন ?

রচনামূলক প্রশ্ন :

১। তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রটি বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০০৫, ২০০৪, ২০০২ ; চ. বো. ২০০৫ ;
সি. বো. ২০০৪ ; ব. বো. ২০০৩, ২০০১ ; কু. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০১ ; রা. বো. ২০০১]

২। তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রটি কি ? এটি কিরূপে অভ্যন্তরীণ শক্তির সাথে সম্পর্কিত ? [য. বো. ২০০৪]

৩। একটি আদর্শ গ্যাসের রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তনের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $PV^y = \text{ধ্রুক}$; এখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থে
বহন করে। [চ. বো. ২০০৬, ২০০৪, ২০০২ ; সি. বো. ২০০৪ ; ব. বো. ২০০৬, ২০০৪, ২০০২ ;
চ. বো. ২০০৫, ২০০১ ; রা. বো. ২০০৪ ; কু. বো. ২০০৪ ; য. বো. ২০০৪]৪। দেখাও যে, সমোক্ষ প্রক্রিয়ায় কোন ব্যবস্থা কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ এতে সরবরাহকৃত তাপশক্তির স্থান।
[চ. বো. ২০০৪ ; ঢ. বো. ২০০৫]

৫। রুদ্ধতাপ পরিবর্তনে চাপ ও আয়তনের মধ্যে সম্পর্ক মিরুপণ কর। [সি. বো. ২০০৬ ; ঢ. বো. ২০০৪, ২০০২]

৬। রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় গ্যাসের আয়তন ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর। [রা. বো. ২০০৬]

৭। দেখাও যে, রুদ্ধতাপ রেখা সমোক্ষ রেখা অপেক্ষা অধিকতর খাড়া। [রা. বো. ২০০৫ ; চ. বো. ২০০৪]

৮। দেখাও যে, স্থির চাপে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ ও স্থির আয়তনে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপের
বিয়োগফল $8.31 JK^{-1}$ এর সমান। [য. বো. ২০০৩]

৯। সমোক্ষ প্রক্রিয়া ও রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ার মধ্যে পার্থক্য দেখাও। [য. বো. ২০০৩]

১০। এক মোল আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে দেখাও যে, $C_p - C_v = R$; সেখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থবহন করে।
[চ. বো. ২০০৬, ২০০২, ২০০০ ; কু. বো. ২০০৫, ২০০১ ; চ. বো. ২০০৩ ; সি. বো. ২০০৫, ২০০৩, ২০০১ ;
ব. বো. ২০০৫, ২০০২ ; য. বো. ২০০৫, ২০০১]১১। গাণিতিভাবে প্রমাণ কর যে, রুদ্ধতাপীয় লেখ সমোক্ষ লেখের চেয়ে γ গুণ খাড়া।
[সি. বো. ২০০৬, ২০০২ ; কু. বো. ২০০৪ ; ঢ. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০২]১২। তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র থেকে রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায় $PV^y = \text{ধ্রুক}$, সমীকরণটি প্রতিপাদন কর।
[য. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০২]

১৩। সমচাপ প্রক্রিয়ায় প্রসারণশীল গ্যাস দ্বারা কৃত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [কু. বো. ২০০২]

১৪। একটি আদর্শ গ্যাসের জন্য দেখাও যে C_p সর্বদা C_v অপেক্ষা বড়। [চ. বো. ২০০১]১৫। স্থির চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ ও স্থির আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপের সংজ্ঞা দাও। এদের প্রথমটি
প্রতীয়টি অপেক্ষা কেন বড় হয় তা ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০০১]

গাণিতিক সমস্যাবলি :

- ১। (ক) 6 cal তাপ সম্পূর্ণরূপে কাজে পরিণত হলে কত জুল কাজ সম্পন্ন হবে ?
- (খ) 30 J কাজ সম্পূর্ণরূপে তাপে বৃপ্তিরিত হলে কত ক্যালরি তাপ পাওয়া যাবে ? [উত্তর : (ক) 25.2 J (খ) 7.14 cal]
- ২। 15°C তাপমাত্রায় ইলিয়ামকে হঠাতে এর আয়তনের ৪ গুণ বৃদ্ধি করলে এর তাপমাত্রার পরিবর্তন বের কর। ($\gamma = 1.66$) [জা. বো. ২০০৬ ; উত্তর : 216.5 K]
- ৩। 0°C তাপমাত্রা এবং 1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে কিছু পরিমাণ গ্যাসকে বৃদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায় সংনমিত করায় এর আয়তন প্রাথমিক আয়তনের $\frac{1}{5}$ গুণ হল। গ্যাসটির (ক) চূড়ান্ত চাপ এবং (খ) চূড়ান্ত তাপমাত্রা নির্ণয় কর। (গ) প্রক্রিয়াটি সমোক্ষ হলে গ্যাসটির চূড়ান্ত চাপ কত হবে ? (গ্যাসের $\gamma = 1.4$) [উত্তর : (ক) 9.52 বায়ুচাপ ; (খ) 247°C ; (গ) 5 বায়ুচাপ]
- ৪। আদর্শ চাপের কিছু পরিমাণ গ্যাসকে সমোক্ষ প্রক্রিয়ায় সঞ্চুচিত করে তার আয়তনের এক পর্যবেক্ষণ করা হল। শেষ চাপ কত হবে নির্ণয় কর। [উৎ : 3.8 m]
- ৫। 30°C তাপমাত্রার কোন গ্যাসের উপর বৃদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায় চাপ দিগুণ করা হল। তাপমাত্রা বৃদ্ধি নির্ণয় কর। [$\gamma = 1.4$] [উৎ : 636 K]
- ৬। 27°C তাপমাত্রায় 0.02 kg হাইড্রোজেন গ্যাসকে সমোক্ষ প্রক্রিয়ায় সংনমিত করে প্রাথমিক আয়তনের এক-চতুর্থাংশ করা হল। কৃতকাজের মান বের কর। [উৎ : 34576.95 J]
- ৭। চূড়ান্ত তাপমাত্রা নির্ণয় কর যখন 0°C তাপমাত্রার নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসকে হঠাতে তার প্রাথমিক চাপের 20 গুণ চাপে সংনমিত করা হয়। [$\gamma = 1.42$] [উৎ : 662.17 K বা, 369.2°C]
- ৮। 27°C তাপমাত্রায় এবং 1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপের কোন গ্যাসকে সঞ্চুচিত করে আয়তন এক তৃতীয়াংশ করা হল। তাপমাত্রা ও চাপ কত হবে ? [$\gamma = 1.4$] [উৎ : 192.6°C ; 4.654 বায়ু চাপ]
- ৯। 15°C তাপমাত্রার বায়ুকে বৃদ্ধতাপে প্রসারিত করে তার আয়তন দিগুণ করা হল। যদি প্রাথমিক চাপ 1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপ হয়, তবে চূড়ান্ত চাপ নির্ণয় কর। [$\gamma = 1.4$] [উৎ : 0.3789 বায়ু চাপ]
- ১০। 10 kg ভরের একটি বস্তুর বেগ 100 ms^{-1} হতে 40 ms^{-1} করতে কত কাজ করতে হবে ? কৃতকাজের সমজুল্য তাপ কত হবে ? [উৎ : $4.2 \times 10^4 \text{ J}$ ও 10^4 cal]
- ১১। কত কাজের বৃপ্তিরিত তাপে 0°C তাপমাত্রার 0.01 kg বরফকে 100°C তাপমাত্রার বাস্পে পরিণত করা যাবে ? [$J = 4.2 \text{ জুল/ক্যালরি}$] [জা. বো. ২০০৮] [উত্তর : $30.11 \times 10^3 \text{ জুল}$] [উৎ : 30.11 × 10³ জুল]
- ১২। 127°C তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট গ্যাস হঠাতে প্রসারিত হয়ে দিগুণ আয়তন লাভ করে। চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত ? [$\gamma = 1.4$] [জা. বো. ২০০৮] [উত্তর : 303.14 K]
- ১৩। 0°C তাপমাত্রার এক শক্তি বরফ কত উচ্চতা হতে অভিকর্ষের টানে পড়লে তা সম্পূর্ণরূপে গলে যাবে ? [ধর সমস্ত শক্তি তাপে পরিণত হয়েছে ও $L = 3.36 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$] [উৎ : $3.4 \times 10^4 \text{ m}$]
- ১৪। কত উচ্চতা হতে একটি বরফের টুকরা অভিকর্ষের টানে পড়লে যে তাপ উৎপন্ন হবে তাতে বরফের 10% গলে যাবে ? এখানে ধর সমস্ত যান্ত্রিক শক্তি তাপে পরিণত হয়েছে। [উৎ : 3428.57 m]
- ১৫। কোন সিস্টেমে 1800J তাপ গ্রহণ করে 350 J কাজ সম্পাদন করে। সিস্টেমের অভ্যন্তরীণ শক্তির পরিবর্তন নির্ণয় কর। [উত্তর : 1450 J]
- ১৬। কোন একটি সিস্টেমে 6000 J তাপ দেওয়ায় সিস্টেমটি 400 J কাজ সম্পন্ন করে। এ প্রক্রিয়ায় সিস্টেমের অভ্যন্তরীণ শক্তির পরিবর্তন নির্ণয় কর। [উৎ : 5.6 kJ]
- ১৭। 0.1 kg পানির তাপমাত্রা 20°C হতে বৃদ্ধি পেয়ে 36°C হওয়াতে পানির অভ্যন্তরীণ শক্তির পরিবর্তন কত হবে ? [আয়তনের পরিবর্তন নগণ্য বিবেচনা কর। পানির আ. তাপ = $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$] [উৎ : 6.72 kJ]
- ১৮। 0°C-এর 0.01 kg বরফ 0°C এর পানিতে পরিণত হওয়ায় অভ্যন্তরীণ শক্তি কি পরিমাণ বৃদ্ধি পায় নির্ণয় কর। [আয়তনের পরিবর্তন খুবই নগণ্য বিবেচনা কর। বরফ গলনের সুষ্ঠু তাপ = 336 kJ kg^{-1}] [উৎ : 3.36 kJ]
- ১৯। একটি আদর্শ গ্যাসকে সমোক্ষ প্রক্রিয়ায় সংনমিত করতে 42 J কাজ সম্পন্ন হয়। সংনমনকালে গ্যাস কত ক্যালরি তাপ হারায় ? [উৎ : 10 cal]
- ২০। কার্বন ডাই-অক্সাইড গ্যাসের জন্য স্থির আয়তনে ও স্থির চাপে মোলার আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর। ($\gamma = 1.33$ এবং $R = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$) [উত্তর : $25.18 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $33.49 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$]

তাপ বিকিরণ

HEAT RADIATION

১৪.১ সূচনা

Introduction

তাপ এক প্রকার শক্তি যা গরম বা ঠাণ্ডার অনুভূতি জন্মায়।

তাপ উষ্ণতম স্থান হতে শীতলতম স্থানে গমন করে। একে তাপ সঞ্চালন বলে। তাপ সঞ্চালনের তিনটি পদ্ধতি রয়েছে। পদ্ধতিগুলো হল—

(১) পরিবহণ (Conduction), (২) পরিচলন (Convection) এবং (৩) বিকিরণ (Radiation)

যে প্রক্রিয়ায় তাপ কোন পদার্থের অপেক্ষাকৃত উষ্ণতম স্থান হতে শীতলতম স্থানে সঞ্চালিত হয়, অথচ পদার্থের উত্পত্তি কণাগুলোর কোন স্থান পরিবর্তন হয় না, তাকে তাপের পরিবহণ বলে। কাঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে এটি সংঘটিত হয়। যে প্রক্রিয়ায় তাপ উত্পত্তি কণাসমূহের স্থান পরিবর্তন দ্বারা বস্তুর উষ্ণতম স্থান হতে শীতলতম স্থানে সঞ্চালিত হয় তাকে তাপের পরিচলন বলে। তরল ও বায়বীয় পদার্থের ক্ষেত্রে এটা সংঘটিত হয়। পরিচলন ও পরিবহণ পদ্ধতিতে তাপ একস্থান হতে অন্যস্থানে গমনের জন্য মাধ্যমের প্রয়োজন হয় কিন্তু বিকিরণ প্রক্রিয়ায় তাপ সঞ্চালনে কোন মাধ্যমের প্রয়োজন হয় না। এ অধ্যায়ে আমরা বিকিরণ ও তার বৈশিষ্ট্য, কৃষ্ণবস্তু, বিকিরণের বিভিন্ন সূত্র, আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়, সবুজ ঘর ইত্যাদি আলোচনা করব।

১৪.২ তাপ বিকিরণ

আগনের পাশে দাঢ়ালে অথবা উত্পত্তি বস্তুর খানিকটা নিচে হাত রাখলে গরম অনুভূত হয়। এ স্থলে পরিচলন প্রক্রিয়ায় তাপ সঞ্চালিত হয় না। কারণ বায়ু উত্পত্তি হলে হাঙ্গা হয়ে উপরে উঠে যাবে, নিচে নামবে না। অথচ আমরা গরম অনুভব করি। সুতরাং এখানে তাপ বিকিরণ প্রক্রিয়ায় সঞ্চালিত হচ্ছে। বিকিরণের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যেতে পারে।

সংজ্ঞা : যে প্রক্রিয়ায় তাপ কোন জড় পদার্থের সাহায্য ছাড়াই অপেক্ষাকৃত উষ্ণতম স্থান হতে শীতলতম স্থানে সঞ্চালিত হয়, তাকে বিকিরণ বলে। এই প্রক্রিয়ায় জড় মাধ্যম থাকলেও তাপ ঐ মাধ্যমের তাপমাত্রায় কোন পরিবর্তন হটায় না। বিকিরণ পদ্ধতিতে যে তাপ এক স্থান হতে অন্য স্থানে সঞ্চালিত হয়, তাকে বিকীর্ণ তাপ বলে।

সূর্য পথিবী হতে 1.5×10^{24} কিলোমিটার দূরে অবস্থিত। এই বিশাল ব্যবধানের অধিকাংশ স্থানই ফাঁকা অর্ধাংশ জড় মাধ্যমের কোন অস্তিত্ব নেই। অথচ সূর্য হতে সোয়া আট মিনিটে সৌর শক্তি পথিবীতে আসছে। বিকিরণ প্রক্রিয়ায় এটা সম্ভব হচ্ছে। বিকীর্ণ তাপ শক্তি ও আলোক শক্তির মধ্যে সাদৃশ্য রয়েছে। আর এই কারণেই সূর্য হতে তাপ ও আলোক একই সঙ্গে পথিবীতে পৌছায়। এই বিকীর্ণ শক্তির বেগ 3×10^8 মিটার/সে. বা 186000 মাইল/সে.। এটি বিদ্যুৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ (electro-magnetic wave)। এই মহবিশ্বে বহু প্রকারের ও প্রকৃতির বিকীর্ণ শক্তি বিদ্যমান। এর মধ্যে গামা রশ্মি (γ -রশ্মি), রঞ্জন রশ্মি (x -রশ্মি), অতিবেগুনি (Ultra-violet) রশ্মি, মহাজ্বাগতিক রশ্মি (Cosmic ray)—সবই বিকীর্ণ শক্তির অন্তর্ভুক্ত এবং এরা সকলেই বিদ্যুৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ। এদের বৈশিষ্ট্যের পার্থক্য হল শুধু তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের।

বিকীর্ণ তাপ শক্তির বৈশিষ্ট্য (Characteristics of radiant heat energy)

বিকীর্ণ তাপ শক্তির নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য রয়েছে :

- ১। বিকীর্ণ তাপ শক্তি শূন্য স্থানের মধ্য দিয়ে চলাচল করতে পারবে।
- ২। এটি আলোকের বেগে গমন করে।

বইঘর.কম

- ৩। এটি কোন মাধ্যমের মধ্য দিয়ে গমন করলে মাধ্যমের তাপমাত্রার পরিবর্তন ঘটায় না, তবে কোন মাধ্যম বিকীর্ণ শক্তি শোষণ করলে এর তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়।
- ৪। বিকীর্ণ তাপ শক্তি বিপরীত বর্গীয় সূত্র মেনে চলে।
- ৫। আলোকের ন্যায় এটা প্রতিফলন ও প্রতিসরণের সূত্র মেনে চলে।
- ৬। এটা আলোকের ন্যায় ব্যতিচার, অপবর্তন ও সমবর্তন প্রভৃতি ঘটনা প্রদর্শন করে।
- ৭। বিকীর্ণ তাপ শক্তির পরিমাণ পারিপার্শ্বিক বস্তুর উপস্থিতি দ্বারা প্রভাবিত হয় না।
- ৮। সর্ব গ্রহণের সময় বিকীর্ণ তাপ শক্তি পৃথিবীতে পৌছতে পারে না। এ কারণে সূর্যগ্রহণের সময় পৃথিবীর তাপমাত্রা হ্রাস পায়।

১৪.৩ আদর্শ কৃষ্ণ বস্তু ও কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণ Perfect black body and black body radiation

আমরা জানি, বিকীর্ণ শক্তি যে কোন বস্তুর উপর আপত্তি হলে তার কিছু অংশ বস্তু কর্তৃক প্রতিফলিত, কিছু অংশ শোষিত এবং অবশিষ্ট অংশ অপসৃত বা সংবাহিত হয়। যদি মোট আপত্তি বিকীর্ণ শক্তির প্রতিফলিত (reflected) অংশকে ' r ' দ্বারা, শোষিত (absorbed) অংশকে ' a ' দ্বারা এবং অপসৃত (transmitted) অংশকে ' t ' দ্বারা সূচিত করা হয়, তবে শক্তির নিয়ততা সূত্র হতে মোট বিকীর্ণ শক্তির ক্ষেত্রে আমরা লিখতে পারি $r + a + t = 1$

যদি $r = 0$ এবং $t = 0$ হয়, তবে $a = 1$ অর্থাৎ আপত্তি বিকীর্ণ শক্তির মোট অংশই বস্তু কর্তৃক শোষিত হয়েছে। অতএব আদর্শ কৃষ্ণ বস্তুর সংজ্ঞা হল নিম্নরূপ :

সংজ্ঞা : যে বস্তুর উপর আপত্তি মোট বিকীর্ণ তাপ শক্তির সব অংশই বস্তু কর্তৃক শোষিত হয়, কোন অংশই প্রতিফলিত, অপসৃত বা সংবাহিত হয় না তাকে আদর্শ কৃষ্ণ বস্তু বলে।

আবার তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোকে বলা যায়—

যে বস্তু সকল তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বিকীর্ণ তাপ শক্তি শোষণ করে তাকে আদর্শ কৃষ্ণ বস্তু বলে। যেহেতু আদর্শ কৃষ্ণ বস্তু সব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বিকীর্ণ তাপ শক্তিকে শোষণ করে সেহেতু তাকে উত্তৃত্ব করলে তা সুকল তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তাপ শক্তিকে বিকিরণ করে। আলোকের মধ্যে রাখলে একে কালো দেখায়। কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণ ক্ষমতাকে E , দ্বারা সূচিত করা হয়।

কোন একটি আদর্শ কৃষ্ণ বস্তুকে উত্তৃত্ব করলে তা হতে সকল তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বিকিরণ নিঃসৃত হয়। একে কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণ বলে। এই নিঃসৃত বিকিরণ শক্তির প্রকৃতি কৃষ্ণ বস্তুর কোন বিশেষ ধর্মের উপর নির্ভর করে না। কেবল এবং কেবলমাত্র কৃষ্ণ বস্তুর তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে। কিন্তু বাস্তবে কোন বস্তুই সব তাপমাত্রায় সকল তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সমস্ত আপত্তি বিকীর্ণ শক্তিকে সম্পূর্ণরূপে শোষণ করতে পারে না। সূতরাং আদর্শ কৃষ্ণ বস্তু কাল্পনিক। বাস্তবে এর কোন অস্তিত্ব নেই। আমরা কৃষ্ণ বস্তু হিসেবে যে সব বস্তুর কথা বিবেচনা করি তাদের কোনটিই আদর্শ কৃষ্ণ বস্তু নয়। কিন্তু তাদের শোষণ ক্ষমতা 100% -এর কাছাকাছি বলে তাদেরকে কৃষ্ণ বস্তু বলে বিবেচনা করা হয়। যেমন, ডুষাকালি (Lamp black) এবং কালো প্লাটিনাম (Platinum black) যথাক্রমে 96% এবং 90% আপত্তি বিকিরণ শোষণ করতে পারে। 100% শোষণ ক্ষমতাবিশিষ্ট কোন কৃষ্ণ বস্তু অর্থাৎ আদর্শ কৃষ্ণ বস্তু বাস্তবে পাওয়া সম্ভব নয়। বিভিন্ন পরীক্ষার সাহায্যে দেখা গেছে যে, স্থির তাপমাত্রায় উত্তৃত্ব কোন বেষ্টনীর অভ্যন্তরস্থ বিকিরণও কেবল তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে। সূতরাং বলা যায় যে, আদর্শ কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণ স্থির তাপমাত্রায় উত্তৃত্ব কোন বেষ্টনীর অভ্যন্তরস্থ বিকিরণের সদৃশ। এই কারণে স্থির তাপমাত্রায় উত্তৃত্ব কোন বেষ্টনীর অভ্যন্তরস্থ বিকিরণকে কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণ বলা হয়।

যে কোন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে কৃষ্ণ বস্তুর শোষণ করার ক্ষমতা যেমন সর্বাধিক তেমনি কোন নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় এবং যে কোন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে তার বিকিরণ নিঃসৱণ করার ক্ষমতাও সর্বাধিক। কাজেই কৃষ্ণ বস্তু কর্তৃক বিকিরণ বা স্থির তাপমাত্রায় উত্তৃত্ব বেষ্টনীর অভ্যন্তরস্থ বিকিরণকে অনেক সময় পূর্ণ বিকিরণও (full or total radiation) বলা হয়।

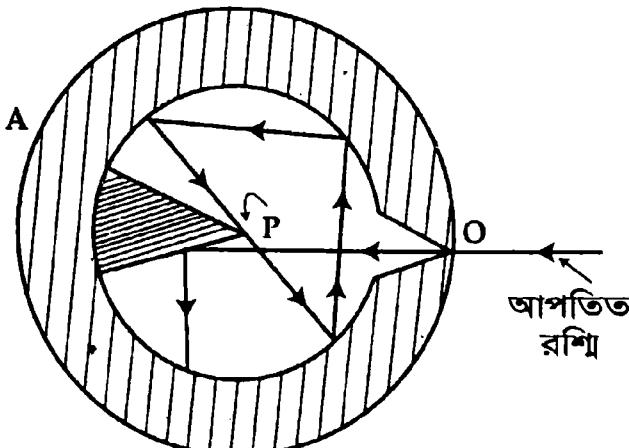
কৃকৃ বস্তুৰ প্ৰকাৰতন্ত্রে (Kinds of black body)

গঠন অনুসাৱে কৃকৃ বস্তু দুই প্ৰকাৱেৰ ; যথা—

(১) ফেরীৰ কৃকৃ বস্তু (Ferry's black body) এবং (২) উইন-এৰ কৃকৃ বস্তু (Wien's black body)

মূলনীতিৰ দিক হতে উভয়েই একই। তবে কৰ্ম দক্ষতার দিক দিয়ে উয়েন-এৰ কৃকৃ বস্তু উন্নত ধৰনেৰ। আধুনিক কালে এৱ ব্যবহাৰ অধিক। তবে এখানে ফেরীৰ কৃকৃ বস্তু আলোচনা কৰা হ'ল।

ফেরীৰ কৃকৃ বস্তু (Ferry's black body) : ফেরীৰ কৃকৃ বস্তুৰ বৰ্ণনা নিম্নে দেয়া হ'ল। এটা দুই দেয়ালবিশিষ্ট একটি ফাঁপা গোলক। মনে কৰি গোলকটি A [চিত্ৰ ১৪.১]। গোলকেৰ ভিতৰেৰ দেয়ালে ভূষা কালিৰ প্ৰলেপ থাকে এবং বাইৱেৰ দেয়ালটি নিকেল পালিশ কৰা থাকে। দুই দেয়ালেৰ মধ্যবৰ্তী স্থান বায়ুশূণ্য থাকে। ফলে পৱিত্ৰণ ও পৱিচলন পদ্ধতিতে তাপ নষ্ট হতে পাৱে না। গোলকেৰ একদিকে একটি সৰু ছিদ্ৰ আছে। মনে কৰি ছিদ্ৰটি O। ছিদ্ৰেৰ ঠিক বিপৰীত দিকেৰ দেয়ালেৰ কিছুটা অংশ শঙ্খু আকৃতিৰ কৰা হয়। মনে কৰি এটি P। এতে আগত বিকীৰ্ণ তাপ সৱাসৱি প্ৰতিফলিত হয়ে বাইৱে যেতে পাৱে না। O ছিদ্ৰ পথে বিকীৰণ সৱাসৱি গোলকেৰ ভেতৰে প্ৰবেশ কৰে। এই বিকীৰণ ভেতৰেৰ দেয়ালে বার বার প্ৰতিফলিত হয় এবং অবশেষে শোষিত হয়।



চিত্ৰ ১৪.১

হয়। গোলকটিকে নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্ৰায় উন্নত কৰলে ছিদ্ৰ দিয়ে বিকীৰণ নিৰ্গত হয়। এই বিকীৰণকে কৃকৃ বস্তুৰ বিকীৰণ বলে। এখানে উল্লেখ্য, কেবল ছিদ্ৰ আদৰ্শ কৃকৃ বস্তুৰ ন্যায় আচৰণ কৰে, গোলকেৰ দেয়াল নহ।

১৪.৪ বিকীৰণ ক্ষমতা ও শোষণ ক্ষমতা

Emissive power and absorptive power

কোন বস্তুকে উন্নত কৰা হলে, উন্নত বস্তু হতে তাপ বিকীৰিত হয়। এই বিকীৰিত তাপেৰ তৱজ্জ্বা দৈৰ্ঘ্য সব ধৰনেৰ হতে পাৱে। বিকীৰ্ণ বা বিকীৰিত তাপেৰ প্ৰকৃতি নিৰ্ভৰ কৰে বস্তুটিৰ ভৌতিক অবস্থাৰ উপৰ। বিভিন্ন পৱীক্ষালৈক ফলাফল হতে জানা গেছে যে, বিকীৰ্ণ তাপেৰ পৱিমাণ পাঁচটি শর্তেৰ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে, যথা—

(ক) উন্নত বস্তুৰ তাপমাত্ৰা, (খ) পারিপার্শ্বিক তাপমাত্ৰা, (গ) তৱজ্জ্বা দৈৰ্ঘ্য, (ঘ) বিকীৰণ তন্ত্ৰে প্ৰকৃতি ও ক্ষেত্ৰফল এবং (ঙ) সময়

এখন আমৰা বিকীৰণ ক্ষমতা এবং শোষণ ক্ষমতার সংজ্ঞা দিব।

বিকীৰণ ক্ষমতা E-নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্ৰায় কোন বিকীৰক বস্তুৰ একক ক্ষেত্ৰফল একক সময়েৰ যে পৱিমাণ তাপ বিকীৰণ কৰে এবং একই তাপমাত্ৰায় ও একই সময়ে একক ক্ষেত্ৰফলবিশিষ্ট আদৰ্শ কৃকৃ বস্তুকে পৱিমাণ তাপ বিকীৰণ কৰে, তাদেৱ অনুপাতকে বিকীৰণ ক্ষমতা বলে। একে E_{λ} দ্বাৰা সূচিত কৰা হয়।

ব্যাখ্যা : মনে কৰি নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্ৰায় কোন বিকীৰক একক সময়েৰ একক ক্ষেত্ৰফল হতে δH_1 পৱিমাণ তাপ বিকীৰণ কৰে এবং ঐ তাপমাত্ৰায় একটি আদৰ্শ কৃকৃ বস্তু একক সময়ে একক ক্ষেত্ৰফল হতে δH_2 পৱিমাণ তাপ বিকীৰণ কৰে।

অতএব বিকীৰণ ক্ষমতা

$$E_{\lambda} = \frac{\delta H_1}{\delta H_2}$$

(1)

শোষণ ক্ষমতা : কোন নির্দিষ্ট সময়ে কোন বস্তু বিকীর্ণ তাপের যে পরিমাণ শোষণ করে এবং ঐ সময়ে বস্তুর উপর যে পরিমাণ বিকীর্ণ তাপ আপত্তি হয়, তাদের অনুপাতকে শোষণ ক্ষমতা বলে। একে a_{λ} হারা সূচিত করা হয়।

ব্যাখ্যা : মনে করি নির্দিষ্ট সময়ে কোন বস্তু বিকীর্ণ তাপের δH_1 অংশ শোষণ করে এবং ঐ সময়ে বস্তুর উপর মোট δH_2 পরিমাণ বিকীর্ণ তাপ আপত্তি হয়। অতএব শোষণ ক্ষমতা

$$a_{\lambda} = \frac{\delta H_1}{\delta H_2} \quad (2)$$

১৪.৫ স্টেফান-বোলজ্ম্যান-এর সূত্র

Stefan-Boltzmann's law

1879 খ্রিস্টাব্দে অস্ট্রেলিয়ার পদার্থবিদ জোসেফ স্টেফান, ডুলং ও পেটিট, টিঙ্গাল প্রমুখ বিজ্ঞানীদের পরীক্ষালয় ফলাফলের উপর ভিত্তি করে বিকিরণের একটি সূত্র প্রমাণ করেন। সূত্রটি নিম্নরূপ :

“কোন উত্তৃত্ব বস্তু হতে নিঃসৃত বিকীর্ণ তাপশক্তি বস্তুটির পরম তাপমাত্রা T-এর চতুর্থ ঘাতের সমানুপাতিক।”

1884 খ্রিস্টাব্দে বোলজ্ম্যান তাপগতিবিদ্যার সাহায্যে স্টেফান সূত্রের তত্ত্বায় প্রমাণ দেন এবং দেখান যে উপরোক্ত সূত্র একমাত্র আদর্শ কৃষ্ণ বস্তু কর্তৃক নিঃসৃত বিকিরণের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। এজন্য সূত্রটিকে স্টেফান-বোলজ্ম্যান সূত্র বলা হয়। সূত্রটি নিম্নে বিবৃত হল :

সূত্র : কোন আদর্শ কৃষ্ণ বস্তুর একক ক্ষেত্রফল হতে প্রতি সেকেন্ডে বিকীর্ণ তাপের পরিমাণ ঐ বস্তুর পরম তাপমাত্রার চতুর্থ ঘাতের সমানুপাতিক।

ব্যাখ্যা : T পরম তাপমাত্রায় কোন আদর্শ কৃষ্ণ বস্তুর একক ক্ষেত্রফল হতে প্রতি সেকেন্ডে বিকীর্ণ তাপের পরিমাণ E হলে, এই সূত্র অনুসারে,

$$\text{বা } E \propto T^4 \quad (3)$$

এখানে σ = সমানুপাতিক ধ্রুবক। একে স্টেফান-বোলজ্ম্যান ধ্রুবক বলা হয়। এর মান $5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$ ।

অনেক সময় এই সূত্রকে স্টেফান-এর সূত্র এবং ধ্রুবক σ -কে স্টেফানের ধ্রুবক বলা হয়।

আদর্শ কৃষ্ণ বস্তুর ক্ষেত্রফল যদি A হয়, তবে তা হতে প্রতি সেকেন্ডে বিকীর্ণ তাপ শক্তির পরিমাণ হবে

$$E = A \sigma T^4 \quad (3a)$$

যদি T_1 K তাপমাত্রার কোন আদর্শ কৃষ্ণ বস্তু T_2 K তাপমাত্রার অপর একটি আদর্শ কৃষ্ণ বস্তু দ্বারা আবৃত থাকে যেখানে $T_1 > T_2$, তবে প্রথম বস্তুর প্রতি একক ক্ষেত্রফল হতে প্রতি সেকেন্ডে হারান বিকীর্ণ শক্তির পরিমাণ

$$E = \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (4)$$

যদি আদর্শ কৃষ্ণ বস্তুর ক্ষেত্রফল A হয়, তবে প্রতি সেকেন্ডে হারান বিকীর্ণ শক্তির পরিমাণ

$$E = A \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad 4(a)$$

যদি বস্তুটি আদর্শ কৃষ্ণ বস্তু না হয়, তবে সমীকরণ (3) এবং (4)-কে যথাক্রমে লেখা যায়

$$E = e \sigma T^4 \quad (5)$$

$$\text{এবং } E = e \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (6)$$

এখানে e = আদর্শ কৃষ্ণ বস্তুর সাপেক্ষে বস্তুটির আপেক্ষিক বিকিরণ ক্ষমতা। e -এর মান ০ (শূন্য) হতে ১ পর্যন্ত হতে পারে। কৃষ্ণ বস্তুর জন্য $e = 1$ এবং অন্য যে কোন বস্তুর ক্ষেত্রে e -এর মান ১ এর কম হবে।

আপেক্ষিক বিকিরণ ক্ষমতা : কোন বস্তুর বিকিরণ ক্ষমতা এবং একটি কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণ ক্ষমতার অনুপাতকে ঐ বস্তুর আপেক্ষিক বিকিরণ ক্ষমতা বর্ণনা

যদি বস্তুটির ক্ষেত্ৰফল A হয়, তবে সমীকৰণ (5) এবং (6)-কে লেখা যায়,

$$E = eA\sigma T^4 \quad (7)$$

$$\text{এবং } E = eA\sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (8)$$

সৌর শ্রবক (Solar constant) হল পৃথিবী পৃষ্ঠে প্রতি একক ক্ষেত্ৰফলে প্রতি মিনিটে এবং তলের অভিসম্ভৱাবে যে পরিমাণ সৌরশক্তি আপত্তি হয় তাকে সৌর শ্রবক বলে।

সূর্যের কেন্দ্ৰস্থলে অত্যন্ত উচ্চন্ত আলোকমণ্ডল রয়েছে। এই আলোকমণ্ডলের তাপমাত্রাকে সৌর তাপমাত্রা বলে। আলোকমণ্ডলকে যদি কৃক্ষ বস্তু কল্পনা কৰা হয় এবং ব্যাসার্ধ R ও তাপমাত্রা T ধৰা হয়, তবে স্টেফানের সূত্রানুসারে প্রতি মিনিটে বিকীৰ্ণ শক্তি,

$$\begin{aligned} E &= A\sigma T^4 \times 60 \\ &= 4\pi R^2 \sigma T^4 \times 60 \end{aligned}$$

স্বৰ্য হতে পৃথিবীৰ গড় দূৰত্বকে ব্যাসার্ধ, ধৰে একটি গোলক বিবেচনা কৰলে গোলকের ক্ষেত্ৰফল $4\pi r^2$ হবে এবং এই বিকীৰ্ণ শক্তি গোলকে লম্বভাবে আপত্তি হবে। সূতৰাঙ গোলকের একক ক্ষেত্ৰফলে আপত্তি বিকীৰ্ণ শক্তি,

$$\begin{aligned} S &= \frac{4\pi R^2 \sigma T^4 \times 60}{4\pi r^2} \\ &= \sigma T^4 \times \left(\frac{R}{r}\right)^2 \times 60 \end{aligned}$$

S-ই হল সৌর শ্রবক।

১৪.৬ নিউটনের শীতলীকৰণ সূত্র

Newton's law of cooling

পরিপার্শ্বের তুলনায় উচ্চন্ত বস্তু ক্রমাগত তাপ বিকিৰণ কৰে পরিপার্শ্বের তাপমাত্রার সমান হয়। নিউটন প্রথম উচ্চন্ত বস্তুৰ তাপ ছাসেৰ হার এবং বস্তুৰ তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কৰেন। এটি নিউটনের শীতলীকৰণ সূত্র নামে পৰিচিত।

সূত্র : বিকিৰণেৰ ফলে কোন উচ্চন্ত বস্তু যে হারে তাপ হারায় তা ঐ বস্তুৰ তাপমাত্রা ও পরিপার্শ্বের তাপমাত্রার পার্থক্যেৰ সমানুপাতিক। নিউটনেৰ সূত্রটি অন্ত তাপমাত্রার পার্থক্যেৰ জন্য প্ৰযোজ্য।

নিউটনেৰ সূত্র অনুসারে উচ্চন্ত বস্তু হতে তাপ ছাসেৰ হার $\frac{dQ}{dt}$ হলে লেখা যায়,

$$\begin{aligned} -\frac{dQ}{dt} &\propto (\theta_1 - \theta_2) \\ \text{বা, } -\frac{dQ}{dt} &= K (\theta_1 - \theta_2) \end{aligned} \quad (9)$$

সমীকৰণ (9)-এ θ_1 ও θ_2 হল যথাক্রমে বস্তুৰ ও পরিপার্শ্বের তাপমাত্রা এবং K সমানুপাতিক শ্রবক। K-এৰ মান বস্তুৰ পৃষ্ঠদেশেৰ ক্ষেত্ৰফল এবং প্ৰকৃতিৰ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে। সমীকৰণে বাম পার্শ্বেৰ ঝণাঞ্চক চিহ্ন বস্তু তাপ হারায় নিৰ্দেশ কৰে।

সমীকৰণ (9) হতে বস্তুৰ তাপমাত্রা ছাসেৰ হার নিৰ্ধাৰণ কৰা যায়। ধৰা যাক, বস্তুৰ ভৰ m এবং আপেক্ষিক তাপ s এবং dt সময়ে বস্তুৰ তাপমাত্রা $d\theta$ ছাস পায়, তাহলে বস্তু কৰ্তৃক বৰ্জিত তাপ,

$$\frac{dQ}{dt} = ms \frac{d\theta}{dt}$$

সূতৰাঙ, সমীকৰণ (9)-এৰ পৰিবৰ্তে লেখা যায়,

$$-ms \frac{d\theta}{dt} = K(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\text{বা, } -\frac{d\theta}{dt} = \frac{K}{ms} (\theta_1 - \theta_2)$$

এখন, m ও s উভয়ই শ্রবক। সূতরাং $\frac{K}{ms}$ = শ্রবক।

$$\text{অতএব, } \frac{d\theta}{dt} \propto (\theta_1 - \theta_2) \quad \text{নিউটনো শীতলীকরণ সূত্র} \quad (10)$$

অর্থাৎ, ক্রমাগত বিকিরণের ফলে কোন উচ্চত বস্তুর তাপমাত্রা হ্রাসের হার অর্ধাং শীতলীকরণের হার বস্তু এবং পরিপার্শের তাপমাত্রার পার্থক্যের সমানুপাতিক। এ কারণেই এই সূত্রকে নিউটনের শীতলীকরণ সূত্র বলা হয়।

১৪.৭ স্টেফানের সূত্র হতে নিউটনের শীতলীকরণ সূত্র প্রতিপাদন Derivation of Newton's law of cooling from Stefan's law

স্টেফানের সূত্র হতে নিউটনের শীতলীকরণ সূত্র পাওয়া যায়। স্টেফানের সূত্র থেকে আমরা জানি, T_1 পরম তাপমাত্রার একটি উচ্চত বস্তু T_2 তাপমাত্রার একটি বেষ্টনীর দ্বারা বেষ্টিত হলে বস্তু হতে বিকিরণের জন্য প্রতি সেকেন্ডে তাপ হ্রাসের পরিমাণ,

$$\begin{aligned} E &= \sigma(T_1^4 - T_2^4) = \sigma(T_1^2 - T_2^2)(T_1^2 + T_2^2) \\ &= \sigma(T_1 - T_2)(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2) \\ &= \sigma(T_1 - T_2)(T_1^3 + T_1 T_2^2 + T_2 T_1^2 + T_2^3) \end{aligned}$$

তাপমাত্রার পার্থক্য ($T_1 - T_2$) শুধু সামান্য হলে আমরা T_1 ও T_2 -এর মান প্রায় সমান ধরতে পারি। সেক্ষেত্রে $T_1 T_2^2 = T_2^3$; $T_2 T_1^2 = T_2^3$ এবং $T_1^3 = T_2^3$ দেখা যায়। সূতরাং,

$$\begin{aligned} E &= \sigma(T_1 - T_2) 4T_2^3 \\ &= 4\sigma T_2^3(T_1 - T_2) \end{aligned}$$

যদি বেষ্টনীর তাপমাত্রা T_2 স্থির রাখা হয়, তবে $4\sigma T_2^3 = A$ ধরে উপরের সমীকরণ দেখা যায়,

$$E = A(T_1 - T_2) \quad [\because A = \text{শ্রবক}]$$

$$\therefore E \propto (T_1 - T_2)$$

(11)

সমীকরণ (11) হতে দেখা যায় যে, তাপমাত্রার পার্থক্য সামান্য হলে বস্তুর তাপ বর্জনের হার অর্ধাং শীতলীকরণের হার উচ্চ বস্তু ও পরিপার্শের (বেষ্টনীর) তাপমাত্রার পার্থক্যের সমানুপাতিক।

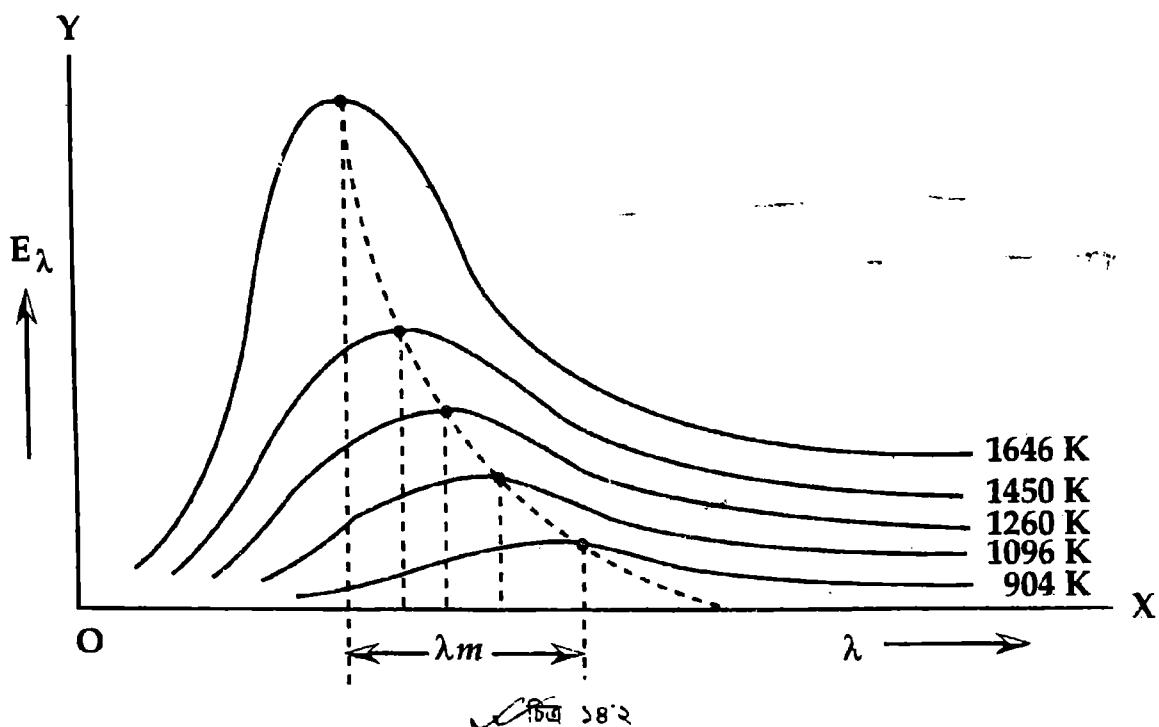
এটিই নিউটনের শীতলীকরণ সূত্র।

১৪.৮ আদর্শ কৃক্ষ বস্তুর বিকীর্ণ বর্ণালীতে শক্তির বণ্টন

Energy distribution in the spectrum of black body radiation

বিজ্ঞানী লুম্র (Lummer) এবং প্রিঙ্গসিম (Pringsheim) কৃক্ষ বস্তুর বর্ণালীতে বিভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের জন্য শক্তি বণ্টন সম্পর্কিত অনেক পরীক্ষা-নিরীক্ষা করেন। তাঁরা দেখান যে, বিকীর্ণ শক্তির পরিমাণ সব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে সমান নয়। এরূপ একটি কৃক্ষ বস্তুকে উচ্চত করলে দেখা যায় তা প্রথমে লাল, তারপর কমলা, হলুদ, বেগুনী (violet) এবং শেষে সাদা রঙের আলোক নির্গত করে। অর্থাৎ তাপমাত্রা যতই বাঢ়তে থাকে সর্বাধিক বিকীর্ণ তাপের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ততই ক্ষুদ্র তরঙ্গ দৈর্ঘ্য প্রাপ্তির দিকে অগ্রসর হয়। এই নিয়মকে কাজে লাগিয়ে পরবর্তীতে বিজ্ঞানী উইন (Wien) দুটি মূল্যবান সূত্র প্রদান করেন। লুম্র ও প্রিঙ্গসিমের পরীক্ষালক্ষ্য ফলাফল ($\lambda - E_\lambda$) দেখিতের

সাহায্যে দেখানো হল [চিত্র ১৪.২]। চিত্রে X অক্ষে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ এবং Y অক্ষে বিকিৰণ শক্তি E_{λ} নির্দেশ কৰা হয়েছে।



উপরের প্রেছচিত্র হতে নিম্নের সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় :

- একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বিকিৰণ বৰ্ণালীতে শক্তি বণ্টন সুষম হয় না।
- তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সাথে E_{λ} বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং একটি চৰম মান প্ৰাপ্ত হয়। তরঙ্গ দৈর্ঘ্য আৱেজ বৃদ্ধি পেলে E_{λ} ক্ৰমশ কমতে থাকে।
- সব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের জন্য তাপমাত্রা বৃদ্ধিৰ সাথে সাথে E_{λ} বৃদ্ধি পায়।
- তাপমাত্রা বৃদ্ধিৰ সাথে সাথে সৰ্বাধিক শক্তি নিঃসৱণের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (λ_m) হাস পায়।
- λ_m এবং পৰম তাপমাত্রা T এৰ মধ্যে নিম্নলুপ সম্পৰ্ক পাওয়া যায় :

$$\lambda_m T = \text{ধূৰ সংখ্যা}$$

১৪.৩ ভীন-এৰ সূত্ৰ

Wien's law

বিশিষ্ট জার্মান পদাৰ্থবিদ ভীন 1896 খ্ৰিস্টাব্দে তাপগতিবিদ্যার তত্ত্ব প্ৰয়োগ কৰে কৃক্ষ বস্তুৰ বৰ্ণালীতে বিভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের জন্য শক্তি বণ্টন বিষয়ক দুটি সূত্ৰ প্ৰদান কৰেন। তাদেৱ প্ৰথমটিকে ভীন-এৰ সৱণ সূত্ৰ (Wien's displacement law) এবং দ্বিতীয়টিকে ভীন-এৰ পঞ্চমাত্মক সূত্ৰ (Wien's fifth power law) বলা হয়।

সৱণ সূত্ৰ : কৃক্ষ বস্তু থেকে সৰ্বাধিক বিকীৰণ শক্তিৰ জন্য তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_m এবং পৰম তাপমাত্রাৰ ব্যাপ্তিক।

ব্যাখ্যা : যদি কৃক্ষ বস্তু থেকে সৰ্বাধিক বিকীৰণ শক্তিৰ জন্য তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_m এবং পৰম তাপমাত্রা TK হয় তবে,

$$\lambda_m \propto \frac{1}{T}$$

বা, $\lambda_m \times T = \text{ধূৰ সংখ্যা}$

এখানে, $\lambda_m = \text{সৰ্বাধিক শক্তিৰ জন্য তরঙ্গ দৈর্ঘ্য}$ । এই ধূৰক সংখ্যাৰ মান $28.98 \times 10^{-4} \text{ mK}$

(12)

ভীন-এৰ সূত্ৰানুস৾ৱে তাপমাত্রা T বৃদ্ধিৰ সঙ্গে সঙ্গে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_m হাস পায় অৰ্ধাং নিঃসূত বিকীৰণ শক্তিৰ পৱিমাণ বৃদ্ধি পায়। সুতৰাং কৃক্ষ বস্তুৰ শক্তিৰ নিঃসৱণ সৰ্বাধিক মানেৱ তরঙ্গ দৈর্ঘ্য হতে সৰ্বনিঃসূত মানেৱ তরঙ্গ

দৈর্ঘ্যের অভিমুখে সংঘটিত হয় [চিত্র ১৪.২]। শক্তির সরণ দীর্ঘতর তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের দিক হতে ক্ষুদ্রতর তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের দিকে ঘটে; এজন্য এই সূত্রটিকে ভীন-এর সরণ সূত্র বলে। এই সূত্র লুমার ও প্রিঙ্গসিম-এর পরীক্ষামূল্য ফলাফলের সংগে সংগতিপূর্ণ [চিত্র ১৪.২]।

বর্ণন সূত্র বা পঞ্চমাত্ত সূত্র : সর্বাধিক শক্তি ঘনত্ব বা ক্রস বস্তুর সর্বাধিক বিকিরণ ক্ষমতা তার পরম তাপমাত্রার পঞ্চমাত্তের সমানুপাতিক। অর্থাৎ

(ত্রীণেটি ধূম্র)

$$E_m \propto T^5$$

$$\text{বা, } \frac{E_m}{T^5} = \text{ধূব সংখ্যা। এই ধূব সংখ্যার মান } 28.98 \times 10^{-4} \text{ mK} \rightarrow 2.898 \times 10^{-3} \text{ mK}$$

১৪.১০ গ্রীন হাউজ বা সবুজ ঘর Green house

গ্রীন হাউজ বা সবুজ ঘর এক ধরনের কাচের তৈরি ঘর যেখানে একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রা বজায় রেখে শাক-সবজি, উচ্চিদ ইত্যাদি উৎপাদন ও সংরক্ষণ করা হয়। এরূপ ঘরকে গ্রীন হাউজ বা সবুজ ঘর বলে। নিচে ভীনের সূত্রের সাহায্যে গ্রীন হাউজ প্রক্রিয়া ব্যাখ্যা করা হল।

ভীনের সূত্র অনুসারে আমরা জানি $\lambda_m \propto \frac{1}{T}$, অর্থাৎ তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে উভয় বস্তু হতে নিঃসৃত তরঙ্গদৈর্ঘ্য ত্রাস পায়। আবার তাপমাত্রা ত্রাস পেলে নিঃসৃত তরঙ্গদৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়। কাচের ধর্ম হল এর ভেতর দিয়ে অপেক্ষাকৃত ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যের তাপ সহজে চলাচল করতে পারে; কিন্তু দীর্ঘ দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ বাধাপ্রাপ্ত হয়। সূর্য উভয় অবস্থায় তাপ বিকিরণ করে, ফলে T বেশি হওয়ায় λ_m ক্ষুদ্র হয়। ফলে ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ কাচের ভিতর দিয়ে প্রবেশ করে ভিতরের গাছপালা, শাক-সবজি ইত্যাদিকে গরম করে। কিন্তু কাচের ঘরের ভিতরের গাছপালা, মাটি ইত্যাদি যখন তাপ বিকিরণ করে তখন ভিতরের তাপমাত্রা কম থাকায় নিঃসৃত তরঙ্গ দৈর্ঘ্য দীর্ঘ হয়, ফলে কাচের ভিতর দিয়ে বেরিয়ে আসতে পারে না বলে গ্রীন হাউজের ভিতর যথেষ্ট গরম থাকে। এই কারণে গ্রীন হাউজের ভিতর গাছপালা, উচ্চিদ, শাক-সবজি ইত্যাদি উৎপাদন ও সংরক্ষণ সহজ হয়।

আমাদের এই পৃথিবীতে গ্রীন হাউজ ক্রিয়া সংঘটিত হচ্ছে বলে পৃথিবীর তাপমাত্রা খুবই ধীরে ধীরে বৃদ্ধি পাচ্ছে। এর কারণ নিম্নরূপ :

প্রতিদিন কল-কারখানা থেকে প্রচুর পরিমাণে কার্বন ডাই-অক্সাইড নির্গত হচ্ছে এবং গাছপালা নির্বিচারে নিখনের ফলে প্রকৃতিতে কার্বন ডাই-অক্সাইডের পরিমাণ বেড়ে যাচ্ছে। এই CO_2 অনেকটা গ্রীন হাউজের কাচের মত কাজ করে। কার্বন ডাই-অক্সাইড (CO_2)-এর ধর্ম হল এর ভিতর দিয়ে ক্ষুদ্র তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বিকিরণ সহজে চলাচল করতে পারে; কিন্তু দীর্ঘ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বিকিরণ তা পারে না। এখন সূর্যের তাপমাত্রা বেশি থাকায় ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যের বিকিরণ বায়ুমণ্ডলে পৃথিবী দ্বারা শোষিত হয়, ফলে পৃথিবী উভয় হয়। পৃথিবী যখন পুনরায় তাপ বিকিরণ করে তখন তাপমাত্রা কম থাকায় নিঃসৃত বিকিরণের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (ভীনের সূত্র অনুসারে) দীর্ঘ হয় যা কার্বন ডাই-অক্সাইড কর্তৃক বাধাপ্রাপ্ত হয়, ফলে গ্রীন হাউজ ক্রিয়া সংঘটিত হয়। এবং পৃথিবীর তাপমাত্রা খুব সামান্য হলেও বৃদ্ধি পায়। এই ক্রিয়া অব্যাহত রয়েছে এবং পৃথিবীর দীর্ঘমেয়াদী উক্ষায়ন চলছে। একে উক্ষায়নের তত্ত্ব হিসেবে অভিহিত করা হয়েছে। পৃথিবীর তাপমাত্রা বৃদ্ধির ফলে মেরু অঞ্চলের জমাট বাধা বরফ আস্তে আস্তে গলতে শুরু করবে যা সমুদ্রের পানির উচ্চতা বৃদ্ধি করবে। এতে বাংলাদেশের মত অনেক দেশের বিরাট উপকূল অঞ্চল তলিয়ে যাওয়ার যথেষ্ট সম্ভাবনা রয়েছে। পৃথিবীর এই উক্ষায়ন বন্ধ না হলে বাংলাদেশের সমূহ বিপদ হতে পারে।

১৪.১১ তরল পদাৰ্থেৰ আপেক্ষিক তাপ নিৰ্ণয়

Determination of specific heat of liquids

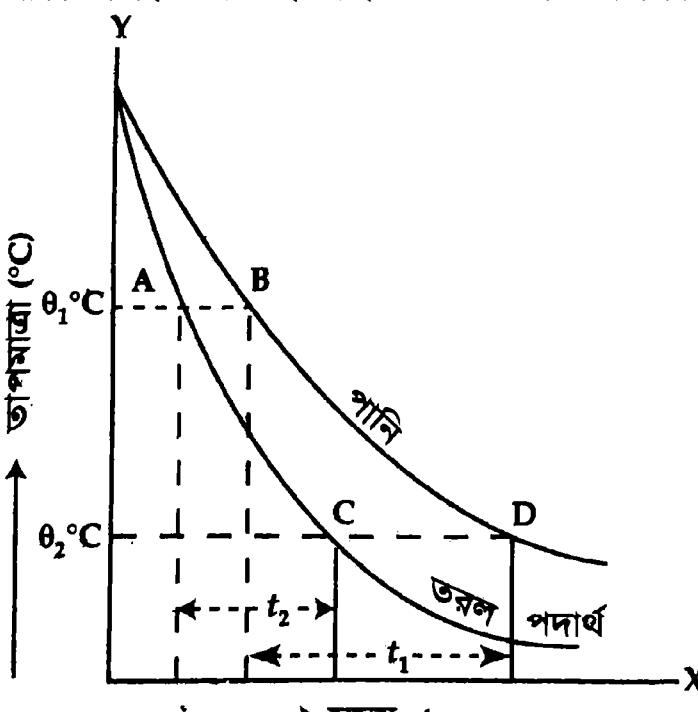
শীতলীকৰণ প্ৰণালী (Method of cooling) : এই প্ৰণালী তৱল পদাৰ্থেৰ আপেক্ষিক তাপ নিৰ্ণয়েৰ ক্ষেত্ৰেই প্ৰযোজ্য—কঠিন পদাৰ্থ বা গ্যাসেৰ ক্ষেত্ৰে প্ৰযোজ্য নহয়। কাৰণ আলোড়ক দ্বাৰা নেড়ে কঠিন পদাৰ্থ বা গ্যাসেৰ তাপমাত্ৰা সৰ্বত্র সমান রাখা যায় না। প্ৰণালীটি নিউটনেৰ শীতলীকৰণ-সূত্ৰেৰ উপৰ প্ৰতিষ্ঠিত।

সূত্ৰটি হল, “কোন বস্তুৰ তাপ বৰ্জনেৰ হার বস্তু এবং তাৰ পারিপার্শ্বিকেৰ তাপমাত্ৰাৰ প্ৰাৰ্থক্যেৰ সমানুপাতিক।” যদি কোন গ্ৰহণ তৱল পদাৰ্থকে তাৰ পৰিপার্শ্বেৰ সাপেক্ষে অধিক তাপমাত্ৰায় রাখা হয়, তা হলে উক্ত তৱল পদাৰ্থেৰ তাপ হাইনেৰ হার বা তাপ বৰ্জনেৰ হার নিম্নলিখিত শর্তেৰ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে :

- (১) তৱল পদাৰ্থেৰ তাপমাত্ৰা
- (২) পারিপার্শ্বিকেৰ তাপমাত্ৰা
- (৩) আধাৰেৰ প্ৰকৃতি এবং আকৃতি
- (৪) তৱলেৰ উন্মুক্ত তলেৰ ক্ষেত্ৰফল এবং
- (৫) পাত্ৰেৰ দেয়ালেৰ ক্ষেত্ৰফল।

তৱল পদাৰ্থেৰ তাপ বৰ্জনেৰ হার তাৰ প্ৰকৃতিৰ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে না। কাজেই একই পারিবেশে বিভিন্ন তৱল পদাৰ্থকে যদি একটি নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্ৰা হতে অপৰ একটি নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্ৰা পৰ্যন্ত শীতল হতে দেয়া হয় তা হলে প্ৰত্যেক ক্ষেত্ৰেই তাপ বৰ্জনেৰ হার সমান হবে। এটি শীতলীকৰণ প্ৰণালীৰ মূলনীতি। তৱলেৰ আপেক্ষিক তাপ নিৰ্ণয়ে এ নীতি প্ৰয়োগ কৰা হয়।

কাৰ্যপ্ৰণালী : পথমে আলোড়কসহ একটি পৰিষ্কাৰ ও শুক্ৰ ক্যালৱিমিটাৱেৰ ভৱ নিৰ্ণয় কৰি। অতঃপৰ ক্যালৱিমিটাৱেৰ একটি নিৰ্দিষ্ট আয়তন পৰ্যন্ত ঘৰেৱ তাপমাত্ৰা হতে প্ৰায় 25°C অথবা 30°C উচ্চ তাপমাত্ৰার পানিতে ভৰ্তি কৰে তাকে রেনোৱ তাপক্ষয় নিৰোধক প্ৰকোষ্ঠেৰ ভেতৱ রাখি। এৱে পৰ আলোড়ক দ্বাৰা পানি আস্তে আস্তে নাড়তে থাকি ও এক মিনিট অন্তৱ অন্তৱ পানিৰ তাপমাত্ৰা গ্ৰহণ কৰি। পানিৰ তাপমাত্ৰা ঘৰেৱ তাপমাত্ৰা অপেক্ষা বেশি হওয়ায় তা ক্ৰমশ তাপ হারিয়ে শীতল হবে। শীতল হয়ে পানিৰ তাপমাত্ৰা ঘৰেৱ তাপমাত্ৰায় পৌছলে ক্যালৱিমিটাৱসহ পানিৰ ভৱ গ্ৰহণ কৰি। এই ভৱ হতে ক্যালৱিমিটাৱেৰ ভৱ বাদ দিলে পানিৰ ভৱ পাওয়া যায়।



চিত্ৰ ১৪.৩

এখন ক্যালৱিমিটাৱ হতে পানি ক্ষেত্ৰে দিয়ে তাকে পৰিষ্কাৰ ও শুক্ৰ কৰে ঘৰেৱ তাপমাত্ৰা হতে 25°C অথবা 30°C উচ্চ তাপমাত্ৰার পৰীক্ষাধীন তৱল পদাৰ্থ দ্বাৰা পূৰ্বেৱ আয়তন পৰ্যন্ত পূৰ্ণ কৰি। এৱে পৰ ক্যালৱিমিটাৱটিকে রেনোৱ তাপক্ষয় নিৰোধক প্ৰকোষ্ঠে রেখে তৱল পদাৰ্থকে আস্তে আস্তে নাড়তে থাকি এবং এক মিনিট অন্তৱ অন্তৱ তাদেৱ তাপমাত্ৰা গ্ৰহণ কৰি। পৰিশেষে তৱল পদাৰ্থ ঘৰেৱ তাপমাত্ৰায় পৌছলে তাদেৱ ভৱ নিৰ্ণয় কৰি। এই ভৱ হতে ক্যালৱিমিটাৱেৰ ভৱ বাদ দিলে তৱল পদাৰ্থেৰ ভৱ পাওয়া যায়।

এখন একটি ছুক কাগজে তৱল পদাৰ্থ ও পানিৰ জন্য দুটি সময়-তাপমাত্ৰা লেখচিত্ৰ অঙ্কন কৰি [চিত্ৰ ১৪.৩]। অঙ্কিত লেখচিত্ৰ দুটি হতে তৱল পদাৰ্থ ও পানিৰ কোন একটি তাপমাত্ৰা $\theta_1^{\circ}\text{C}$ হতে অপৰ একটি তাপমাত্ৰা $\theta_2^{\circ}\text{C}$ পৰ্যন্ত শীতল হতে কৃত সময় প্ৰয়োজন হয়, তা নিৰ্ণয় কৰ।

বইয়ের কম

চিত্রে $\theta_1^{\circ}\text{C}$ ও $\theta_2^{\circ}\text{C}$ তাপমাত্রায় সময়-অক্ষের সমান্তরালে দুটি সরলরেখা AB ও CD টেনে দেখানো হয়েছে যে, $\theta_1^{\circ}\text{C}$ হতে $\theta_2^{\circ}\text{C}$ পর্যন্ত শীতল হতে পানির t_1 সেকেন্ড এবং তরল পদার্থের t_2 সেকেন্ড সময় প্রয়োজন হয়েছে।

হিসাব এবং গণনা : ধরা যাক, আলোড়কসহ ক্যালরিমিটারের ভর = $m_1 \text{ kg}$

ক্যালরিমিটারের আপেক্ষিক তাপ = $S_1 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

ব্যবহৃত পানির ভর = $m_2 \text{ kg}$

ব্যবহৃত তরল পদার্থের ভর = $M \text{ kg}$

পানির আপেক্ষিক তাপ = $S_2 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

এবং তরল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ = $S \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

তা হলে, t_1 সেকেন্ডে পানি ও ক্যালরিমিটার কর্তৃক বর্জিত তাপ

$$= \{m_1 S_1 (\theta_1 - \theta_2) + m_2 S_2 (\theta_1 - \theta_2)\} J = (m_1 S_1 + m_2 S_2) (\theta_1 - \theta_2) J$$

পানি ও ক্যালরিমিটারের শীতলতার হার

$$= \frac{(m_1 S_1 + m_2 S_2) (\theta_1 - \theta_2)}{t_1} \text{ J s}^{-1}$$

আবার t_2 সেকেন্ডে তরল পদার্থ ও ক্যালরিমিটার কর্তৃক বর্জিত তাপ

$$= \{M S (\theta_1 - \theta_2) + m_1 S_1 (\theta_1 - \theta_2)\} J = (M S + m_1 S_1) (\theta_1 - \theta_2) J$$

তরল পদার্থ ও ক্যালরিমিটারের শীতলতার হার

$$= \frac{(M S + m_1 S_1) (\theta_1 - \theta_2)}{t_2} \text{ J s}^{-1}$$

কিন্তু বর্ণনা অনুসারে শীতলতার হার দুটি সমান হবে।

$$\frac{(M S + m_1 S_1) (\theta_1 - \theta_2)}{t_2} = \frac{(m_1 S_1 + m_2 S_2) (\theta_1 - \theta_2)}{t_1}$$

$$\text{অথবা, } \frac{M S + m_1 S_1}{t_2} = \frac{m_1 S_1 + m_2 S_2}{t_1}$$

$$\text{নির্ণয় আপেক্ষিক তাপ, } S = \frac{1}{M} \left\{ \frac{t_2}{t_1} (m_1 S_1 + m_2 S_2) - m_1 S_1 \right\} \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (13)$$

১৪.১২ বিকিরণ ও শোষণজনিত কয়েকটি সাধারণ ঘটনা

Some common phenomena relating radiation and absorption

(ক) মরু অঞ্চলে দিনে তীব্র গরম এবং রাত্রিতে খুব ঠাণ্ডা পড়ে।

মরুভূমির বায়ু শুক্র হওয়ায় ঐ বায়ু স্বচ্ছ পদার্থের ন্যায় ক্রিয়া করে। এজন্য দিনের বেলা সূর্যের বিকীর্ণ তাপ অতি সহজে বায়ুমণ্ডলের ভেতর দিয়ে ভূ-পৃষ্ঠে সঞ্চালিত হয় এবং এতে ভূ-পৃষ্ঠ খুব উন্নত হয়। রাত্রিতে ভূ-পৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে। শুক্র বায়ুর মধ্য দিয়ে এই তাপ সহজেই বায়ুমণ্ডল ভেদ করে চলে যেতে পারে। ফলে ভূ-পৃষ্ঠ অত্যধিক শীতল হয়। এজন্য মরু অঞ্চলে দিনে তীব্র গরম এবং রাত্রিতে তীব্র শীত পড়ে।

(খ) মেঘলা রাত্রি মেঘহীন রাত্রি অপেক্ষা অধিকতর গরম।

দিবাভাগে ভূ-পৃষ্ঠ তাপ শোষণ করে এবং রাত্রিকালে বায়ুমণ্ডল শীতল হলে ভূ-পৃষ্ঠ এই তাপ বিকিরণ করে।

মেঘলা রাত্রি ভূ-পৃষ্ঠের বিকীর্ণ তাপ মেঘের মধ্য দিয়ে উর্ধ্বাকাশে যেতে পারে না, উপরত্ব এই বিকীর্ণ তাপ মেঘে প্রতিফলিত হয়ে ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসে, পক্ষান্তরে মেঘহীন রাত্রিতে ভূ-পৃষ্ঠ হতে বিকীর্ণ তাপ বাইরে চলে যায় এবং ভূ-পৃষ্ঠ শীতল হয়। এ কারণে মেঘলা রাত্রিতে মেঘহীন রাত্রি অপেক্ষা অধিকতর গরম অনুভূত হয়।

(গ) অগ্নিকুণ্ডের পার্শ্ববর্তী কোন স্থান অপেক্ষা অগ্নিকুণ্ড হতে একই দূৰত্বে এৱং ঠিক উপরের কোন স্থান বেশি উত্তপ্ত হয়।

অগ্নিকুণ্ড হতে এৱং ঠিক উপরের কোন স্থানে অগ্নিকুণ্ডের তাপ পরিচলন ও বিকিৰণ উভয় প্ৰক্ৰিয়ায় সঞ্চালিত হয়; কিন্তু অগ্নিকুণ্ডের পার্শ্ববর্তী স্থানে তাপ শুধু বিকিৰণ প্ৰক্ৰিয়ায় সঞ্চালিত হয়ে থাকে। এজন্য অগ্নিকুণ্ডের পার্শ্ববর্তী কোন স্থান অপেক্ষা অগ্নিকুণ্ড হতে সমান দূৰত্বে এৱং ঠিক উপরের কোন স্থানে বেশি তাপ সঞ্চালিত হয় এবং ঐ স্থান বেশি উত্তপ্ত হয়।

(ঘ) চায়ের কাপের বাইরের পৃষ্ঠা পালিশ কৰা থাকলে এতে চা অনেকক্ষণ গুৰুত্ব থাকে।

পালিশ কৰা পৃষ্ঠার তাপ বিকিৰণ কৰাৰ ক্ষমতা কম। এজন্য পালিশ কৰা কাপে চায়ের তাপ বিকীৰ্ণ হয় কম এবং চা অনেকক্ষণ গুৰুত্ব থাকে।

(ঙ) নতুন কালিশূন্য পাত্র অপেক্ষা কালিমাখা পুৱাতন পাত্রে পানি তাড়াতাড়ি ফুটান যায়।

নতুন মসৃণ ও উজ্জ্বল কালিশূন্য পাত্র অপেক্ষা পুৱাতন কালিমাখা পাত্রের তাপ শোষণ কৰাৰ ক্ষমতা বেশি। ফলে কালিশূন্য পাত্র অপেক্ষা কালিমাখা পাত্র তাড়াতাড়ি গুৰুত্ব হয় এবং পাত্রের পানি তাড়াতাড়ি ফুটান যায়।

(চ) গ্ৰীষ্মকালেৰ সাদা জামা ব্যবহাৰ আৱামপদ।

সাদা বস্তুৰ তাপ শোষণ কৰাৰ ক্ষমতা খুব কম। এজন্য সূৰ্য হতে যে তাপ জামাৰ উপৰ পড়ে তাৰ বেশিৰ ভাগই প্ৰতিফলিত হয় এবং সামান্য অংশই শোষিত হয়ে জামাৰ তাপমাত্ৰা সামান্যই বৃদ্ধি কৰে। এই কাৱণে গ্ৰীষ্মকালে সাদা জামা ব্যবহাৰ কৰা আৱামপদ হয়।

স্মাৰক

বিকিৰণ : যে প্ৰক্ৰিয়ায় তাপ কোন জড় পদাৰ্থেৰ সাহায্য ছাড়াই অপেক্ষাকৃত উৎকৃত স্থান হতে শীতলতম স্থানে সঞ্চালিত হয় তাকে বিকিৰণ বলে।

আদৰ্শ কৃষ্ণ বস্তু : যে বস্তুৰ উপৰ আপত্তিত যোট বিকীৰ্ণ তাপ শক্তিৰ সব অংশই বস্তু কৃত্ক শোষিত হয়, কোন অংশই প্ৰতিফলিত হয় না, তাকে আদৰ্শ কৃষ্ণ বস্তু বলে।

কৃষ্ণ বস্তুৰ বিকিৰণ : কোন একটি আদৰ্শ কৃষ্ণ বস্তুকে উত্তপ্ত কৰলে বস্তু হতে সব তরঙ্গ দৈৰ্ঘ্যেৰ বিকিৰণ নিঃসৃত হয়। একে কৃষ্ণ বস্তুৰ বিকিৰণ বলে।

বিকিৰণ ক্ষমতা : নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্ৰায় কোন বিকিৰক বস্তুৰ একক ক্ষেত্ৰফল একক সময়ে যে পৱিমাণ তাপ বিকিৰণ কৰে এবং একই তাপমাত্ৰায় ও একই সময়ে একক ক্ষেত্ৰফলবিশিষ্ট আদৰ্শ কৃষ্ণ বস্তু যে পৱিমাণ তাপ বিকিৰণ কৰে তাৰে অনুপাতকে বিকিৰণ ক্ষমতা বলে। একে E_{v} দ্বাৰা সূচিত কৰা হয়।

শোষণ ক্ষমতা : কোন নিৰ্দিষ্ট সময়ে কোন বস্তু বিকীৰ্ণ তাপেৰ যে পৱিমাণ শোষণ কৰে এবং ঐ সময়ে বস্তুৰ উপৰ যে পৱিমাণ বিকীৰ্ণ তাপ আপত্তিত হয় তাৰে অনুপাতকে শোষণ ক্ষমতা বলে। একে E_{s} দ্বাৰা সূচিত কৰা হয়।

সৌৱ ধূৰক : পুধিৰী পৃষ্ঠে প্ৰতি একক ক্ষেত্ৰফলে প্ৰতি মিনিটে এবং তলেৰ অভিস্থভাবে যে পৱিমাণ সৌৱ শক্তি আপত্তিত হয় তাকে সৌৱ ধূৰক বলে।

নিউটনেৰ শীতলীকৰণ সূত্ৰ : বিকিৰণেৰ ফলে কোন উত্তপ্ত বস্তু যে হাৱে তাপ হাৱায় তা ঐ বস্তুৰ তাপমাত্ৰা ও পৱিমার্শেৰ তাপমাত্ৰার পাৰ্থক্যেৰ সমানুপাতিক। অৱশ্য তাপমাত্ৰার পাৰ্থক্যেৰ জন্য এ সূত্ৰ প্ৰযোজ্য।

তীনেৰ সূত্ৰ :

সৱণ সূত্ৰঃ কৃষ্ণ বস্তু থেকে সৰ্বাধিক বিকীৰ্ণ শক্তিৰ জন্য তরঙ্গ দৈৰ্ঘ্য (λ_{v}) কৃষ্ণ বস্তুৰ পৱম তাপমাত্ৰার ব্যস্তানুপাতিক।

$$\therefore (\lambda_{\text{v}} \times T = 4\text{ৰ}^{\circ}) = 2.9 \times 10^{-4} \text{W/m}$$

গুৰুত্বাত সূত্ৰ : সৰ্বাধিক শক্তি ঘনত্ব (E_{v}) যা কৃষ্ণ বস্তুৰ সৰ্বাধিক বিকিৰণ ক্ষমতা তাৰ পৱম তাপমাত্ৰার গুৰুত্বাতেৰ সমানুপাতিক।

$$\therefore \frac{E_{\text{v}}}{T^3} = \text{ধূৰক} = 2.5 \times 10^{-4} \text{W/m}^2$$

স্টেক্ফান-বোলজম্যান-এৱ সূত্ৰ : কৃষ্ণ বস্তুৰ পূৰ্ণ বিকিৰণেৰ শক্তি ঘনত্ব বস্তুৰ পৱম তাপমাত্ৰার চতুৰ্থ ঘাতেৰ সমানুপাতিক। সূত্ৰানুসৰে, $E = 5T^4$

প্রয়োজনীয় সমীকরণ

শক্তির নিয়ন্তা সূত্র হতে মোট বিকিরণ শক্তির ক্ষেত্রে $r + a + t = 1 \dots$ (1)

$$\text{বিকিরণ ক্ষমতা}, E_{\lambda} = \frac{\delta H_1}{\delta H_2} \quad (2)$$

$$\text{শোষণ ক্ষমতা}, a_{\lambda} = \frac{\delta H_1}{\delta H_2} \quad (3)$$

$$\text{স্টেফান বোল্জম্যান এর সূত্র}, E = \sigma T^4 \quad (4)$$

$$\text{স্টেফান বোল্জম্যান এর সূত্র}, E = A \sigma T^4 \quad (5)$$

$$\text{স্টেফান বোল্জম্যান এর সূত্র}, E = \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (6)$$

$$\text{স্টেফান বোল্জম্যান এর সূত্র}, E = A \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (7)$$

$$\text{সৌর ধ্রবক}, S = \sigma T^4 \times \left(\frac{R}{r}\right)^2 \times 60 \quad (8)$$

$$\text{নিউটনের শীতলীকরণ সূত্র}, -\frac{d\theta}{dt} = K (\theta_1 - \theta_2) \quad (9)$$

$$\text{ভীন-এর সূত্র} (i) \lambda_m \times T = \text{ধ্রবক} \quad (10)$$

$$(ii) E_m / T^4 = \text{ধ্রবক} \quad (11)$$

$$\text{আপেক্ষিক তাপ}, S = \frac{1}{M} \left\{ \frac{t_2}{t_1} (m_1 s_1 + m_2 s_2) - m_1 s_1 \right\} \text{Jkg}^{-1} \text{K}^{-1} \quad (12)$$

সমাধানকৃত উদাহরণ

১) একটি কৃক বস্তুর ক্ষেত্রফল $3 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ এবং তাপমাত্রা 1000 K । (i) বস্তুটি কি হারে তাপ বিকিরণ করবে? (ii) কত তাপমাত্রার এটি তিনগুণ শক্তি বিকিরণ করবে? [$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$] [ঢ. বো. ২০০৮]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} (i) E &= A \sigma T^4 \\ &= 5.67 \times 10^{-8} \times 3 \times 10^{-8} \times (10^3)^4 \\ &= 17.01 \times 10^{-4} \text{ W} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{বস্তুর ক্ষেত্রফল}, A = 3 \times 10^{-8} \text{ m}^2$$

$$\text{তাপমাত্রা}, T = 1000 \text{ K} = 10^3 \text{ K}$$

$$\text{স্টিফেন ধ্রবক}, \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

$$\text{তাপ বিকিরণের হার}, E = ?$$

$$(ii) \frac{E_1}{E} = \frac{T_1^4}{T^4}$$

$$3 = \frac{T_1^4}{(10^3)^4}$$

$$\text{বা, } T_1^4 = 3 \times 10^{12}$$

$$\begin{aligned} T_1 &= (3 \times 10^{12})^{1/4} \text{ K} \\ &= 1.316 \times 10^3 \text{ K} \end{aligned}$$

এখানে,

$$E = 17.01 \times 10^{-4} \text{ W}$$

$$\text{শক্তি বিকিরণ}, E_1 = 3E$$

$$\text{তাপমাত্রা}, T_1 = ?$$

২) $5 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ ক্ষেত্রফলের একটি কৃককায় 2000 K তাপমাত্রায় প্রতি সেকেন্ডে কতটা শক্তি বিকিরণ করবে? [$\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$] [ঢ. বো. ২০০৫ ; য. বো. ২০০৫, ২০০৮ ; সি. বো. ২০০৮]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} E &= A \sigma T^4 \\ &= 5 \times 10^{-5} \times 5.7 \times 10^{-8} \times (2000)^4 \\ &= 45.6 \text{ W} \end{aligned}$$

দেয়া আছে,

$$A = 5 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$T = 2000 \text{ K}$$

$$\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

$$E = ?$$

৫। একটি গোলাকার কৃক বস্তু 327°C তাপমাত্রায় রাখা আছে। কত তরঙ্গদৈর্ঘ্যে সর্বোচ্চ শক্তি বিকিৰিত হবে ? [ভীনেৱ ধূবক $2.898 \times 10^{-3} \text{ mK}$] [য. বো. ২০০২]

আমৰা জানি,

$$\lambda_m T = \text{ধূবক}$$

$$\lambda_m = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{600} = \frac{28.98 \times 10^{-6}}{6}$$

$$= 4.83 \times 10^{-6} \text{ m}$$

এখনে,

$$\text{তাপমাত্রা}, T = 327^{\circ}\text{C} = (273 + 327)\text{K}$$

$$= 600\text{K}$$

$$\text{ভীনেৱ ধূবক} = 2.898 \times 10^{-3} \text{ mK}$$

$$\text{সর্বোচ্চ তরঙ্গদৈর্ঘ্য}, \lambda_m = ?$$

D.L.

৬। একটি কৃক বস্তুৰ তাপমাত্রা কত হলে তা হতে 20 kW m^{-2} হারে তাপশক্তি বিকীৰ্ণ হবে ? ($\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$) [য. বো. ২০০৩]

আমৰা জানি,

$$E = \sigma T^4$$

$$\text{বা, } T = \left(\frac{E}{\sigma} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$T = \left(\frac{20 \times 10^3}{5.67 \times 10^{-8}} \right)^{\frac{1}{4}} \text{ K}$$

$$= \left(\frac{20 \times 10^{11}}{5.67} \right)^{\frac{1}{4}} \text{ K}$$

$$= 770.65\text{K}$$

E

এখনে,

$$E = 20 \text{ kW m}^{-2} = 20 \times 10^3 \text{ W m}^{-2}$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

$$T = ?$$

৭। 259°C ও 352°C তাপমাত্রার দুটি আদৰ্শ কৃক বস্তু A ও B-কে একটি 27°C তাপমাত্রার বায়ুশূন্য বেক্টনীৰ মধ্যে রাখা হয়েছে। A ও B কৃক বস্তু হতে তাপ ক্ষয়ের হার নিৰ্ণয় কৰ।

আমৰা জানি, তাপ ক্ষয়ের হার

$$E = \sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

A বস্তুৰ তাপ ক্ষয়ের হার,

$$E_A = \sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

$$= \sigma(532)^4 - (300)^4$$

$$= \sigma(5.32)^4 - (3)^4 \times 10^8$$

এবং B বস্তুৰ তাপ ক্ষয়ের হার

$$E_B = \sigma(T_3^4 - T_2^4)$$

$$= \sigma(625)^4 - (300)^4$$

$$= \sigma(6.25)^4 - (3)^4 \times 10^8$$

এখনে,

$$\text{কৃকবস্তু A-এৰ তাপমাত্রা}, T_1$$

$$= 259^{\circ}\text{C} = (259 + 273)\text{K} = 532\text{K}$$

$$\text{বায়ুশূন্য বেক্টনীৰ তাপমাত্রা}, T_2$$

$$= 27^{\circ}\text{C} = (27 + 273)\text{K} = 300\text{K}$$

$$\text{কৃক বস্তু B-এৰ তাপমাত্রা}, T_3$$

$$= 352^{\circ}\text{C} = (352 + 273)\text{K} = 625\text{K}$$

অতএব,

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{\sigma(5.32)^4 - (3)^4 \times 10^8}{\sigma(6.25)^4 - (3)^4 \times 10^8} = \frac{(5.32)^4 - (3)^4}{(6.25)^4 - (3)^4}$$

$$= \frac{801 - 81}{1525.88 - 81} = \frac{720}{1444.98}$$

$$= \frac{1}{2} = 1 : 2$$

৮। কোন বস্তু হতে সর্বোচ্চ বিকিৰণেৰ তরঙ্গদৈৰ্ঘ্য $20 \times 10^{-6} \text{ m}$ । বস্তুটিৰ তাপমাত্রা নিৰ্ণয় কৰ। (একেজে সংশ্লিষ্ট ধূবকেৰ মান $= 2.898 \times 10^{-3} \text{ mK}$) [য. বো. ২০০৫]

আমৰা পই,

$$T = \frac{\text{ধূবক}}{\lambda_m}$$

$$= \frac{2.898 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-6}} = 0.1449 \times 10^3$$

$$= 144.9 \text{ K}$$

$$\lambda_m = 20 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\text{ধূবক} = 2.898 \times 10^{-3} \text{ mK}$$

$$T = ?$$

বইয়ের কম

- ৭) একটি কৃষ্ণবস্তু 800°C তাপমাত্রায় রাখা আছে। কৃষ্ণবস্তু হতে সর্বোচ্চ বিকীর্ণ শক্তির তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত? (ভীনের ধ্রুবক $= 28.98 \times 10^{-4} \text{ mK}$)

আমরা জানি,

$$\lambda_m T = \text{ধ্রুবক}$$

$$\lambda_m = \frac{28.98 \times 10^{-4}}{1073} \text{ m}$$

$$= 2.701 \times 10^{-6} \text{ m}$$

- ৮) একটি গোলাকার কৃষ্ণ বস্তুর ব্যাসার্ধ 0.02 m । এটি 427°C তাপমাত্রায় আছে। বস্তুটি 20 মিনিটে $1.026 \times 10^4 \text{ J}$ তাপ বিকিরণ করলে বস্তুটির আপেক্ষিক বিকিরণ ক্ষমতা নির্ণয় কর। ($\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$)।

আমরা জানি,

$$E = Ae\sigma T^4$$

$$\text{বা, } e = \frac{E}{A\sigma T^4} = \frac{E}{\pi r^2 \sigma T^4}$$

$$e = \frac{1.026 \times 10^4}{20 \times 60 \times 3.14 \times (0.02)^2 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (700)^4}$$

$$= \frac{1.026 \times 10^6}{12 \times 3.14 \times 4 \times 5.67 \times (7)^4} = 0.5$$

- ৯) দুটি কৃষ্ণ বস্তুর প্রতি একক ক্ষেত্রফল হতে নির্গত তাপ শক্তির অনুপাত $81 : 1$ । একটির তাপমাত্রা 1500 K হলে, অপরটির তাপমাত্রা নির্ণয় কর। [য. বো. ২০০৬]

মনে করি, একটি হতে নির্গত তাপশক্তি $= E_1$ এবং অপরটি হতে নির্গত তাপশক্তি $= E_2$ এবং তাপমাত্রা $= T_2$

আমরা পাই,

$$\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4$$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$\frac{81}{1} = \left(\frac{1500}{T_2}\right)^4$$

$$\text{বা, } \left(\frac{3}{1}\right)^4 = \left(\frac{1500}{T_2}\right)^4$$

$$\text{বা, } \frac{1500}{T_2} = \frac{3}{1}$$

$$T_2 = \frac{1500}{3} = 500 \text{ K}$$

- ১০) কোন শীন হাউসের মধ্যে 3200°C তাপমাত্রায় $8321 \times 10^{-10} \text{ m}$ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সর্বোচ্চ পরিমাণ শক্তি বিকীর্ণ হলে ভীনের ধ্রুবক কত হবে? [য. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{ভীনের ধ্রুবক} &= \lambda_m \times T \\ &= 8321 \times 10^{-10} \times 3473 \\ &= 28.90 \times 10^{-4} \text{ mK} \end{aligned}$$

এখনে,

$$\begin{aligned} \text{কৃষ্ণবস্তুর তাপমাত্রা, } T &= 800^{\circ}\text{C} = (800 + 273)\text{K} \\ &= 1073\text{K} \end{aligned}$$

$$\text{ভীনের ধ্রুবক} = 28.98 \times 10^{-4} \text{ mK}$$

এখনে,

$$\text{কৃষ্ণবস্তুর ব্যাসার্ধ, } r = 0.02 \text{ m}$$

$$\text{তাপমাত্রা, } T = 427^{\circ}\text{C} = (427 + 273) \text{ K} = 700\text{K}$$

$$\text{সময়, } t = 20 \text{ মিনিট} = 20 \times 60\text{s}$$

$$20 \text{ মিনিটে তাপ বিকিরণ} = 1.026 \times 10^4 \text{ J}$$

$$1 \text{ মেকেডে তাপ বিকিরণ, } E = \frac{1.026 \times 10^4}{20 \times 60} \text{ W}$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

এখনে,

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{81}{1}$$

$$T_1 = 1500 \text{ K}$$

(1).

এখনে,

$$\begin{aligned} T &= 3200^{\circ}\text{C} \\ &= (3200 + 273) \text{ K} \\ &= 3473 \text{ K} \\ \lambda_m &= 8321 \times 10^{-10} \text{ m} \end{aligned}$$

- ১১) সূর্য ও চন্দ্রের পৃষ্ঠ হতে নিঃসৃত বিকিরণের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সর্বাধিক মান যথাক্রমে 4753A ও 14μ হলে সূর্য ও চন্দ্রের পৃষ্ঠদেশের তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

ভীনের সরণ স্তু হতে আমরা পাই, $\lambda_m \times T = \text{ধ্রুব} = 2.898 \times 10^{-3} \text{ mK}$

প্রশ্নানুসারে :

$$(i) \text{ সূর্যের ক্ষেত্রে, } \lambda_m = 4753\text{A}$$

$$= 4753 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$[\because 1\text{A} = 10^{-10} \text{ m}]$$

$$\text{সূর্যের পৃষ্ঠের তাপমাত্রা}, T_s = \frac{\text{শ্রব}}{\lambda_m} \\ = \frac{2.898 \times 10^{-3} \text{ mK}}{4753 \times 10^{-10} \text{ m}} = 6097 \text{ K}$$

(ii) চন্দ্রের ক্ষেত্রে, $\lambda_m = 14\mu = 14 \times 10^{-6} \text{ m}$ [$1\mu = 10^{-6} \text{ m}$]

$$\text{চন্দ্রের পৃষ্ঠের তাপমাত্রা}, T_m = \frac{\text{শ্রব}}{\lambda_m} = \frac{2.898 \times 10^{-3} \text{ mK}}{14 \times 10^{-6} \text{ m}} = 207 \text{ K}$$

৬২) 60 cm ব্যাসের একটি ধাতব গোলক 25 W ক্ষমতাবিশিষ্ট তাপ বিকিরণ করে। এর তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

[$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$]

[রা. বো. ২০০৬ ; ঢা. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$E = \sigma T^4$$

$$\text{বা, } 25 = 1.1304 \times 5.67 \times 10^{-8} \times T^4$$

$$\text{বা, } T^4 = \frac{25}{1.1304 \times 5.67 \times 10^{-8}}$$

$$\text{বা, } T^4 = 390.05 \times 10^6$$

$$T = 140.53 \text{ K}$$

এখানে,

$$E = 25 \text{ W}$$

$$r = \frac{60 \text{ cm}}{2} = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$

$$A = 4\pi r^2 = 4 \times 3.14 \times (0.3)^2 \\ = 1.1304$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

$$T = ?$$

৬৩) 400°C তাপমাত্রার একটি বস্তু 250°C তাপমাত্রার একটি কৃক্ষবস্তু হারা পরিবেশিত। প্রথম বস্তুর প্রতি একক তল থেকে তাপ বিকিরণের হার নির্ণয় কর।

[কু. বো. ২০০৮]

আমরা জানি,

$$E = \sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

$$= 5.67 \times 10^{-8} \{(673)^4 - (523)^4\}$$

$$= 7389.51 \text{ Wm}^{-2}$$

এখানে,

$$T_1 = 400^\circ\text{C}$$

$$= (273 + 400) \text{ K}$$

$$= 673 \text{ K}$$

$$T_2 = 250^\circ\text{C} = (250 + 273) \text{ K} = 523 \text{ K}$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

৬৪) একটি কৃক্ষ বস্তুর ক্ষেত্রফল $5 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ । 1000 K তাপমাত্রায় বস্তুটি কি হারে বিকিরণ করবে? [স্টিফানের শ্রবক $\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$]

[ব. বো. ২০০১]

আমরা জানি;

$$E = A\sigma T^4$$

$$E = 5 \times 10^{-2} \times 5.7 \times 10^{-8} \times (1000)^4$$

$$= 2850 \text{ W}$$

এখানে,

$$A = 5 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$T = 1000 \text{ K}$$

$$\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

৬৫) 0.05m ব্যাসার্ধের একটি কৃক্ষকায়া গোলককে 1027°C তাপমাত্রায় উন্নত করে 127°C তাপমাত্রার একটি পাত্রে বস্থ করে রাখা হল। গোলকটির তাপ বিকিরণের হার নির্ণয় কর।

[$\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ W/m}^{-2}/\text{K}^4$]

[কু. বো. ২০০৬ (মান ভিন্ন) ; ব. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$E = A\sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

$$= 0.0314 \times 5.7 \times 10^{-8} \times \{(1300)^4 - (400)^4\}$$

$$= 5.07 \times 10^3 \text{ Wm}^{-2}$$

এখানে,

$$\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ W/m}^{-2}/\text{K}^4$$

$$T_1 = (1027 + 273) \text{ K} = 1300 \text{ K}$$

$$T_2 = (273 + 127) \text{ K} = 400 \text{ K}$$

$$A = 4\pi r^2 = 4 \times 3.14 \times (0.05)^2$$

$$= 0.0314$$

বইয়ের কম

১৬। সম আয়তনের পানি ও একটি তরল পদার্থের ভর যথাক্রমে 0.3 kg ও 0.2 kg । তাদের একই ক্যালরিমিটারে পর পর 50°C থেকে 30°C -এ শীতল করতে যথাক্রমে 600 s ও 300 s সময় লাগে। ক্যালরিমিটারের ধারকত্ব 42 J K^{-1} হলে তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর। [পানির আপেক্ষিক তাপ = $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$] [ক্ৰ. বো. ২০০১]

আমরা পাই,

$$\begin{aligned} \text{বর্জিত তাপ}, H &= ms(t_2 - t_1) \\ &= C(t_2 - t_1) \end{aligned}$$

প্রশ্নানুযায়ী 50°C থেকে 30°C -এ শীতল হতে

(i) ক্যালরিমিটার কর্তৃক বর্জিত তাপ

$$= C(t_2 - t_1) = 42 (50 - 30) \text{ J} = 840 \text{ J}$$

(ii) পানি কর্তৃক বর্জিত তাপ

$$= m_1 s_1 (t_2 - t_1) = 0.3 \times 4200 \times (50 - 30) = 25200 \text{ J}$$

$$(iii) \text{ তরল কর্তৃক বর্জিত তাপ} = m_2 s_2 (t_2 - t_1) = 0.2 s_2 (50 - 30) = 4 \text{ s}$$

$$(\text{ক্যালরিমিটার} + \text{পানি}) \text{ কর্তৃক তাপ বর্জনের হার} = \frac{840 + 25200}{600}$$

$$\text{এবং} (\text{ক্যালরিমিটার ও তরল}) \text{ কর্তৃক তাপ বর্জনের হার} = \frac{840 + 4s}{300}$$

নিউটনের সূত্র অনুযায়ী সূত্রানুযায়ী তাপ বর্জনের হারাদ্য সমান।

$$\frac{840 + 25200}{600} = \frac{840 + 4s_2}{300}$$

$$\text{বা, } \frac{210 + 6300}{6} = \frac{210 + s_2}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{6510}{2} = \frac{210 + s_2}{1}$$

$$\text{বা, } 3255 = 210 + s_2$$

$$\begin{aligned} s_2 &= 3255 - 210 \\ &= 3045 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \end{aligned}$$

১৭। সমআয়তনের পানি ও একটি তরল পদার্থের ভর যথাক্রমে 0.5kg এবং 0.55kg । তাদের একই ক্যালরিমিটারে পর পর 50°C থেকে 30°C এ শীতল করতে যথাক্রমে 600s এবং 300s সময় লাগে। ক্যালরিমিটারের ভর 0.1kg , এর আপেক্ষিক তাপ $420 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ হলে তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর। (পানির আপেক্ষিক তাপ $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$) [রা. বো. ২০০৫]

আমরা পাই,

$$\text{বর্জিত তাপ}, H = ms(\theta_2 - \theta_1)$$

প্রশ্নানুযায়ী, 50°C থেকে 30°C এ শীতল হতে

$$\begin{aligned} (i) \quad \text{পানি কর্তৃক বর্জিত তাপ} &= m_1 s_1 (\theta_2 - \theta_1) \\ &= 0.5 \times 4200 \times 20 \\ &= 42000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad \text{তরল কর্তৃক বর্জিত তাপ} &= m_2 s_2 (\theta_2 - \theta_1) \\ &= 0.55 \times s_2 \times 20 \\ &= 11 s_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iii) \quad \text{ক্যালরিমিটার কর্তৃক বর্জিত তাপ} &= m_3 s_3 (\theta_2 - \theta_1) \\ &= 0.1 \times 420 \times 20 \\ &= 840 \end{aligned}$$

$$\text{ক্যালরিমিটার ও পানি কর্তৃক তাপ বর্জনের হার} = \frac{840 + 42000}{600} = 71.4$$

$$\text{এবং} \quad \text{ক্যালরিমিটার ও তরল কর্তৃক তাপ বর্জনের হার} = \frac{840 + 11s_2}{300}$$

শীতলীকরণের নীতি থেকে পাই,

$$\frac{840 + 11s_2}{300} = 71.4$$

$$\text{বা, } 11s_2 = 71.4 \times 300 - 840 = 20580$$

$$s_2 = \frac{20580}{11} = 1870.91 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

এখানে,

$$\text{পানির ভর}, m_1 = 0.3 \text{ kg}$$

$$\text{তরলের ভর}, m_2 = 0.2 \text{ kg}$$

$$\text{পানির আপেক্ষিক তাপ}, s_1 = 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\text{ক্যালরিমিটারের ধারকত্ব}, C = ms = 42 \text{ JK}^{-1}$$

$$\text{তরলের আপেক্ষিক তাপ}, s_2 = ?$$

এখানে,

$$\text{পানির ভর}, m_1 = 0.5 \text{ kg}$$

$$\text{তরলের ভর}, m_2 = 0.55 \text{ kg}$$

$$\text{ক্যালরিমিটারের ভর}, m_3 = 0.1 \text{ kg}$$

$$\text{ক্যালরিমিটারের আপেক্ষিক তাপ}, s_3 = 420 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\text{পানির আপেক্ষিক তাপ}, s_1 = 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\begin{aligned} \text{তাপমাত্রার পার্দক্ষ}, \theta_2 - \theta_1 &= 50^{\circ}\text{C} - 30^{\circ}\text{C} \\ &= 20^{\circ}\text{C} = 20 \text{ K} \end{aligned}$$

$$\text{তরলের আপেক্ষিক তাপ}, s_2 = ?$$

১৮। ২৫০ gm ভৱের একটি তামাৰ ক্যালৱিমিটাৰে রাখা ৫ gm পানি 60°C হতে 40°C তাপমাত্রায় শীতল হতে ৮০ সেকেন্ড সময় লাগে। একই ক্যালৱিমিটাৰে সমান আয়তনের ৬ gm ভৱের কোন তরল পদাৰ্থ 60°C থেকে 40°C তাপমাত্রায় শীতল হতে সময় লাগে ৭০ সেকেন্ড। তরল পদাৰ্থটিৰ আপেক্ষিক তাপ নিৰ্ণয় কৰ। (তামাৰ আ. তাপ ৩৮০ $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$; পানিৰ আ. তাপ ৪২০০ $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)

[ঢ. বো. ২০০১]

আমৰা পাই, $H = ms(t_2 - t_1)$

প্ৰশ্নানুযায়ী 60°C হতে 40°C -এ শীতল হতে

$$(i) \text{ ক্যালৱিমিটাৰ কৰ্তৃক বৰ্জিত তাপ} = m_1 s_1 (t_2 - t_1) = 250 \times 10^{-3} \times 380 (60 - 40)$$

$$(ii) \text{ পানি কৰ্তৃক বৰ্জিত তাপ} = m_2 s_2 (t_2 - t_1) = 5 \times 10^{-3} \times 4200 \times (60 - 40)$$

$$(iii) \text{ তৱল কৰ্তৃক বৰ্জিত তাপ} = m_3 s_3 (t_2 - t_1) = 6 \times 10^{-3} s_3 (60 - 40)$$

(ক্যালৱিমিটাৰ + পানি) কৰ্তৃক তাপ বৰ্জনেৰ হাৰ

$$= \frac{380 \times 250 \times 10^{-3} (60 - 40) + 5 \times 10^{-3} \times 4200 (60 - 40)}{80}$$

$$= \frac{1900 + 420}{80} = 29 \text{ J}$$

(ক্যালৱিমিটাৰ + তৱল) কৰ্তৃক তাপ বৰ্জনেৰ হাৰ

$$= \frac{250 \times 10^{-3} \times 380 \times 20 + 6 \times 10^{-3} \times s_3 \times 20}{70} = \frac{190 + 12 \times 10^{-3} s_3}{7}$$

নিউটনেৰ শীতলীকৰণেৰ সূত্ৰ অনুযায়ী তাপ বৰ্জনেৰ হাৰদ্বয় সমান

$$\frac{190 + 12 \times 10^{-3} s_3}{7} = 29$$

$$\frac{190 + 12 \times 10^{-3} s_3}{7} = 29$$

$$\text{বা, } 190 + 12 \times 10^{-3} s_3 = 203$$

$$\text{বা, } 12 \times 10^{-3} s_3 = 13$$

$$s_3 = \frac{13}{12 \times 10^{-3}} = 1083.33 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

১৯। একটি টাঁস্টেন বাতিৰ পৃষ্ঠ কেত্ৰেল 0.4 cm^2 । এটি 3000 K তাপমাত্রায় আলো ছড়াছে। বিকিৰিত শক্তিৰ হাৰ বেৰ কৰ। [$\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$] [ব. বো. ২০০৬ (মান ভিন্ন); চ. বো. ২০০৩]

আমৰা জানি,

$$E = A \sigma T^4$$

$$= 0.4 \times 10^{-4} \times 5.7 \times 10^{-8} \times (3000)^4$$

$$= 184.68 \text{ W}$$

এখনে,

$$A = 0.4 \text{ cm}^2$$

$$= 0.4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$T = 3000 \text{ K}$$

$$\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

২০। 0.625 m^2 ক্ষেত্ৰফলবিশিষ্ট একটি গোলকেৱ তাপমাত্রা 850°C । গোলকেৱ আপেক্ষিক নিঃসৱণ ক্ষমতা 0.60 হলে প্ৰতি সেকেন্ডে গোলকটি হতে বিকীৰ্ণ শক্তিৰ ক্ষমতা নিৰ্ণয় কৰ। [$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$] [ব. বো. ২০০৬]

আমৰা জানি,

$$E = \epsilon A \sigma T^4$$

$$E = 0.60 \times 0.625 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (1123)^4$$

$$= 0.60 \times 0.625 \times 5.67 \times (11.23)^4 \times 10^{-8} \times 10^8$$

$$\approx 33817 \text{ W} \approx 3.38 \times 10^4 \text{ W}$$

এখনে, $\epsilon = 0.60$

$$A = 4\pi r^2 = 0.625 \text{ m}^2$$

$$T = (850 + 273) \text{ K}$$

$$= 1123 \text{ K}$$

২১

প্ৰশ্নামালা

সংক্ষিপ্ত-উত্তৰ প্ৰশ্ন :

১। তাপ বিকিৰণ কাকে বলে ?

২। বিকীৰ্ণ তাপ শক্তিৰ বৈশিষ্ট্য লিখ।

৩। আদৰ্শ কৃষ্ণ বস্তু বলতে কি বুঝ ? [ব. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৫, ২০০৩ ; য. বো. ২০০৬, ২০০৩ ; ২০০০ ; কু. বো. ২০০১]

৪। বিকিৰণ ক্ষমতা কাকে বলে ? [ঢ. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০৫ ; সি. বো. ২০০৪ ; ব. বো. ২০০৬, ২০০২ ; কু. বো. ২০০১]

৫। আপেক্ষিক বিকিৰণ ক্ষমতা কাকে বলে ?

বইঘর কম

- ৬। আদর্শ কৃষ্ণ বস্তু উন্নত শোষক এবং উন্নত বিকিরক—ব্যাখ্যা কর।
 ৭। কেন বস্তুর বিকিরণ ক্ষমতা ও শোষণ ক্ষমতা বলতে কি বুঝ ? [রা. বো. ২০০৬ ; ঢা. বো. ২০০২]
 ৮। স্টিফানের সূত্রটি বিবৃত কর। [ঢা. বো. ২০০১ ; য. বো. ২০০০]
 ৯। স্টিফানের সূত্রটি বর্ণনা কর। [সি. বো. ২০০১]
 ১০। নিউটনের শীতলীকরণ সূত্রটি বিবৃত কর। [কু. বো. ২০০৬ ; ঢা. বো. ২০০৩ ; ঢা. বো. ২০০০ ;
 সি. বো. ২০০২]
 ১১। ভীনের সরণ সূত্র বিবৃত কর। [চ. বো. ২০০৬ ; সি. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০৫ ; ঢা. বো. ২০০৪, ২০০০]
 ১২। ভীনের সরণ সূত্রটি লিখ এবং এই সূত্র সংশ্লিষ্ট শ্রবকের মান কত ? [রা. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০২]
 ১৩। গ্রীষ্মকালে সাদা জ্বালাকাপড় আরামপ্রদ কেন ?
 ১৪। গ্রীষ্ম হাউজ ক্রিয়া কি ? [ঢা. বো. ২০০৪ ; রা. বো. ২০০১ ; চ. বো. ২০০৪]
 ১৫। মেঘলা রাত্রি মেঘহীন রাত্রি অপেক্ষা অধিকতর গরম কেন ?
 ১৬। কৃষ্ণবস্তু বিকিরণ কি ? [কু. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৫]

রচনামূলক প্রশ্ন :

- ১। কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণ ও সাধারণ বস্তুর বিকিরণের মধ্যে পার্থক্য কি ? [য. বো. ২০০৪]
 ২। স্টিফেনের সূত্রটি বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০০৫ ; ব. বো. ২০০৫, ২০০৩]
 ৩। স্টিফানের সূত্রটি বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর এবং তা থেকে নিউটনের শীতলীকরণ সূত্র কিভাবে পাওয়া যায় বর্ণনা কর। [চ. বো. ২০০৩, ২০০১ ; ব. বো. ২০০২ ; কু. বো. ২০০১]
 ৪। স্টিফানের সূত্র থেকে নিউটনের শীতলীকরণ সূত্র প্রতিষ্ঠা কর। [চ. বো. ২০০৫ ; কু. বো. ২০০৪ ;
 সি. বো. ২০০৫ ; রা. বো. ২০০৫, ২০০৩ ; য. বো. ২০০১ ; ব. বো. ২০০৫ ; ঢা. বো. ২০০৫, ২০০০]
 ৫। ভীনের সূত্র বিবৃত কর এবং তা হতে গ্রীন হাউজ ক্রিয়া ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০৬ ;
 ব. বো. ২০০৬, ২০০২ ; চ. বো. ২০০৪ ; চ. বো. ২০০১ ; রা. বো. ২০০৩ ; কু. বো. ২০০২]
 ৬। গ্রীন হাউজ ক্রিয়া কি ? ভীনের সূত্রের সাহায্যে তা ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০০৬, ২০০২ ; রা. বো. ২০০৩]
 ৭। ভীনের সূত্রটি বর্ণনা ও ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০০০ ; কু. বো. ২০০৫, ২০০০ ; চ. বো. ২০০০]
 ৮। নিউটনের শীতলীকরণ সূত্রটি বর্ণনা ও ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০০৫ ; য. বো. ২০০২]
 ৯। নিউটনের শীতলীকরণ পদ্ধতিতে তরল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়ের পরীক্ষাটি বর্ণনা কর। [চ. বো. ২০০৬, ২০০৩ ;
 কু. বো. ২০০৬, ২০০২ ; য. বো. ২০০৬, ২০০৩ ; রা. বো. ২০০৬, ২০০৪ ;
 ব. বো. ২০০৮ ; চ. বো. ২০০৮ ; সি. বো. ২০০৮]
 ১০। তরল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় প্রণালী বর্ণনা কর। [কু. বো. ২০০৩]

গাণিতিক সমস্যাবলি :

- ১। একটি কৃষ্ণকায়ার ক্ষেত্রফল $4 \times 10^{-9} \text{ m}^2$ । এটি 1500K তাপমাত্রায় কি হারে শক্তি বিকিরণ করবে ? দেওয়া আছে,
 $\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$ [উৎ : 1.154 mW]
 ২। সূর্যের আলোক মণ্ডলের ব্যাসার্ধ $R = 6.923 \times 10^5 \text{ Km}$ এবং সূর্য থেকে পৃষ্ঠাবীর গড় দূরত্ব $r = 14.94 \times 10^7 \text{ Km}$
 হলে সূর্যের আলোকমণ্ডলের তাপমাত্রা নির্ণয় কর। [$\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$ এবং সৌর শ্রবক $S = 8.14 \times 10^4 \text{ Jm}^{-2} \text{ min}^{-1}$]
 [উৎ : 5770 K]
 ৩। একটি কৃষ্ণ বস্তু 527°C তাপমাত্রায় রাখা আছে। বস্তুটি কত তরঙ্গাদৈর্ঘ্যের সর্বোচ্চ শক্তি বিকিরণ করবে ?
 (ভীনের শ্রবক = $28.98 \times 10^{-4} \text{ mK}$) [উৎ : $3.62 \times 10^{-6} \text{ m}$]
 ৪। একটি তারকা থেকে সর্বোচ্চ বিকীর্ণ শক্তির জন্য তরঙ্গাদৈর্ঘ্য 450 mm হলে তারকা পৃষ্ঠের তাপমাত্রা নির্ণয় কর।
 (ভীনের শ্রবক = $28.98 \times 10^{-4} \text{ mK}$) [উচ্চর : 6440K]
 ৫। 400K তাপমাত্রার একটি বস্তু 300K তাপমাত্রার একটি কৃষ্ণ বস্তু দ্বারা পরিবেশিত। বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী স্থান
 বায়ুশূন্য। প্রথম বস্তুটির প্রতি একক ক্ষেত্রফল থেকে তাপ বিকিরণের হার নির্ণয় কর।
 [রা. বো. ২০০১] [উচ্চর : 992.25 Wm^{-2}]

৬। ০.০৬m ব্যাসের একটি কৃষ্ণকায়া গোলককে 1227°C তাপমাত্রায় উন্মুক্ত করে 227°C তাপমাত্রার অপর একটি পাত্রে বস্থ করে রাখা হল। গোলকটির তাপ বিকিরণের হার নির্ণয় কর। [কু. বো. ২০০৬] [উত্তর : $3.256 \times 10^3 \text{ W m}^{-2}$]

৭। একটি কৃষ্ণ বস্তুর ক্ষেত্রফল $2 \times 10^{-9} \text{ m}^2$ । (i) 1000K তাপমাত্রায় বস্তুটি কি হারে শক্তি বিকিরণ করবে? (ii) কত তাপমাত্রায় এটি দিগুণ হারে তাপ বিকিরণ করবে? ($\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$) [উৎপত্তি : $1.14 \times 10^{-4} \text{ W}$; 1189.2 K]

৮। একটি গোলাকার বস্তুর ব্যাস 2 cm । এটি 600°C তাপমাত্রায় রাখা আছে। বস্তুটির আপেক্ষিক বিকিরণ ক্ষমতা 0.8 হলে বস্তুটি 30 মিনিটে কি পরিমাণ শক্তি বিকিরণ করবে? [উৎপত্তি : $5.99 \times 10^4 \text{ J}$]

৯। একটি টাংস্টেনের বাতির পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফল 0.3 cm^2 । এটি 3000K তাপমাত্রায় আলো ছড়াচ্ছে। বিকিরিত শক্তির হার কত? [$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$] [ব. বো. ২০০৬] [সি. বো. ২০০৩] [উৎপত্তি : 137.8 W]

১০। একটি টাংস্টেন বাতির পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফল 0.3 cm^2 । এটি 3000K তাপমাত্রায় আলো ছড়াচ্ছে। বিকিরিত শক্তির হার কত? [$\sigma = 5.6 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$] [ব. বো. ২০০৬] [উৎপত্তি : 136.08 W]

১১। 0.3 m ব্যাসার্ধের একটি কাল ধাতব গোলক 25W ক্ষমতাবিশিষ্ট তাপ বিকিরণ করে। এর তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

[$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$] [সি. বো. ২০০১] [উৎপত্তি : 140.5 K]

১২। একটি কৃষ্ণ বস্তু 800 K তাপমাত্রায় কি পরিমাণ তাপ বিকিরণ করবে তা নির্ণয় কর।

[$\sigma = 5.672 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$] [উৎপত্তি : $2.3232 \times 10^4 \text{ W m}^{-2}$]

১৩। একটি নক্ষত্রের উজ্জ্বল্য সূর্যের উজ্জ্বল্যের 17000 গুণ। সূর্য পৃষ্ঠের তাপমাত্রা 6000k ধরে ঐ নক্ষত্র পৃষ্ঠের তাপমাত্রা নির্ণয় কর। [উৎপত্তি : 68511.5 K]

১৪। কোন বস্তু হতে সর্বোচ্চ বিকিরণের জন্য তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $18 \times 10^{-6} \text{ m}$ হলে বস্তুটির তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

[উৎপত্তি : 161 K]

১৫। একটি কৃষ্ণ বস্তুর ক্ষেত্রফল $3 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ এবং তাপমাত্রা 500 K । (ক) বস্তুটি কি হারে তাপ বিকিরণ করবে? (খ) কত তাপমাত্রায় এটি তিনগুণ হারে তাপশক্তি বিকিরণ করবে? [$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$]

[উৎপত্তি : (ক) $0.6 \times 10^{-2} \text{ W}$; (খ) 658 K]

১৬। সূর্য পৃষ্ঠ থেকে বিকিরণ নিঃসরণের বেলায় যে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বিকিরিত হচ্ছে তা 500 nm হলে সূর্য পৃষ্ঠের তাপমাত্রা বের কর। [$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$, ভীন ধ্রুবক = $2.898 \times 10^{-3} \text{ mK}$] [উৎপত্তি : 5796 K]

১৭। 0.08 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলক 1500 K তাপমাত্রায় আছে। গোলকের আপেক্ষিক নিঃসরণ ক্ষমতা 0.45 হলে এর পৃষ্ঠ হতে প্রতি সেকেন্ডে বিকীর্ণ শক্তির পরিমাণ বের কর। [$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$] [উৎপত্তি : $1.037 \times 10^4 \text{ W}$]

১৮। দুটি সদৃশ তামার ক্যালরিমিটারের প্রত্যেকের ভর 0.1 kg । তারা যথাক্রমে $50 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ পানি ও $50 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ অ্যালকোহল ধারণ করে। তাদের 60°C হতে 40°C -এ শীতল হতে যথাক্রমে 600 s ও 330 s সময় লাগে। অ্যালকোহলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর। [পানি ও তামার আপেক্ষিক তাপ যথাক্রমে $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ও $378 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ এবং অ্যালকোহলের ঘনত্ব = 810 kg m^{-3}] [উৎপত্তি : $-2462 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$]

১৯। একই পারিপার্শ্বিক অবস্থায় 0.152 kg ভরের একটি ক্যালরিমিটার প্রথমে 0.045 kg পানি ও পরে 0.060 kg কেরোসিন তেল 60°C হতে 50°C তাপমাত্রায় শীতল করতে যথাক্রমে 10 min ও 8 min সময় লাগে। কেরোসিন তেলের আপেক্ষিক তাপ কত? [পানির আপেক্ষিক তাপ = $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ এবং ক্যালরিমিটারের উপাদানের আপেক্ষিক তাপ = $420 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$] [উৎপত্তি : $2305 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$]

২০। 200g ভরের একটি তামার ক্যালরিমিটারে 6g পানি নিয়ে 50°C থেকে 40°C তাপমাত্রায় ঠাণ্ডা হতে সময় লাগে 75 সেকেন্ড এবং একই ক্যালরিমিটারে পানির সমান আয়তনের 8g তরল পদার্থ নিয়ে 50°C থেকে 40°C তাপমাত্রায় ঠাণ্ডা হতে সময় নেয় 65 সেকেন্ড। তামার আপেক্ষিক তাপ $380 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ হলে তরল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ কত?

[রা. বো. ২০০২] [উৎপত্তি : $1463 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$]

১৫

অবস্থার পরিবর্তন

CHANGE OF STATE

১৫.১ সূচনা

Introduction

পদার্থ সাধারণত তিনি অবস্থায় থাকতে পারে। যথা—কঠিন, তরল ও গ্যাসীয় অবস্থা। এ অবস্থা নির্ভর করে তাপমাত্রা ও চাপের উপর। কঠিন পদার্থ তাপ শোষণ করে তরল পদার্থে এবং তরল পদার্থ তাপ শোষণ করে বায়বীয় বা গ্যাসীয় পদার্থে পরিণত হয়। আবার বায়বীয় বা গ্যাসীয় পদার্থ তাপ বর্জন করে প্রথমে তরল এবং আরও তাপ বর্জন করে কঠিন পদার্থে পরিণত হতে পারে। পদার্থের এ তিনটি অবস্থাকে অনেক সময় দশা হিসেবে চিহ্নিত করা হয়। এ অধ্যায়ে পদার্থের অবস্থা বা দশার পরিবর্তন আলোচনা করব।

১৫.২ পদার্থের অবস্থার পরিবর্তন

Change of state of matter

অবস্থা বলতে আমরা কোন পদার্থ বা সিস্টেমের পরিস্থিতি বা অবস্থান বুঝি। তাপ প্রয়োগ করে অথবা ঠাণ্ডা করে কোন পদার্থকে এক অবস্থা হতে অন্য অবস্থায় রূপান্তর করাকে পদার্থের অবস্থার পরিবর্তন বলে। পদার্থের বিভিন্ন প্রকার পরিবর্তনকে বিভিন্ন নামে অভিহিত করা হয়। যেমন,

(ক) গলন বা তরলীভূতন (Fusion or melting) : তাপ প্রয়োগে কঠিন পদার্থের তরল পদার্থে রূপান্তরিত হওয়াকে গলন বলে।

(খ) হিমায়ন বা কঠিনীভূতন (Freezing or solidification) : তাপ বর্জনে কোন তরল পদার্থের কঠিন পদার্থে রূপান্তরিত হওয়াকে কঠিনীভূতন বলে।

(গ) বাষ্পীভূতন (Vaporisation) : তাপ প্রয়োগে তরল পদার্থের বায়বীয় অবস্থায় রূপান্তরের নাম বাষ্পীভূতন। বায়বীয় অবস্থায় রূপান্তরিত বস্তুকে বাষ্প (vapour) বলে।

(ঘ) ঘনীভূতন (Condensation) : বাষ্পীভূতনের বিপরীত প্রক্রিয়াই ঘনীভূতন অর্থাৎ তাপ বর্জনে কোন গ্যাসীয় পদার্থের তরল পদার্থে রূপান্তরিত হওয়াকে ঘনীভূতন বলে।

(ঙ) উর্ধপাতন (Sublimation) : কোন কোন কঠিন পদার্থ তাপ প্রয়োগে তরল পদার্থে রূপান্তরিত না হয়ে সরাসরি বাষ্পে পরিণত হয়। একে উর্ধপাতন বলে। কর্পুর, গন্ধক, ন্যাপথালিন প্রভৃতি পদার্থ সাধারণ তাপমাত্রাতেই সরাসরি বাষ্পে পরিণত হয়।

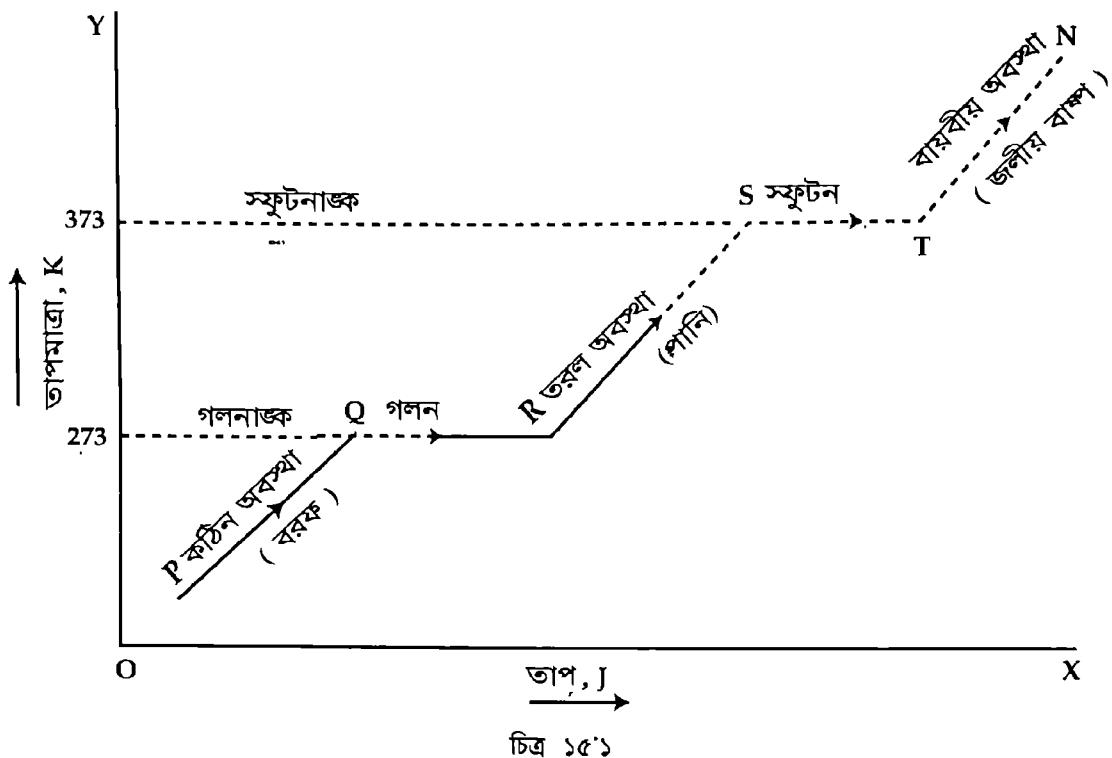
(ট) তৃহিনীভূতন (Formation of hoar-frost) : কোন কোন গ্যাসীয় পদার্থ তাপ বর্জন করে তরল পদার্থে রূপান্তরিত না হয়ে সরাসরি কঠিন পদার্থে পরিণত হয়। একে তৃহিনীভূতন বলে। কাজেই উর্ধপাতনের বিপরীত প্রক্রিয়াই তৃহিনীভূতন।

১৫.৩ লেখচিত্রের সাহায্যে পানির অবস্থা পরিবর্তনের বিশ্লেষণ

Analysis of change of state of water graphically

আমরা জানি, তাপ গ্রহণে বা তাপ বর্জনে পদার্থ এক অবস্থা হতে অন্য অবস্থায় রূপান্তরিত হয়। যেমন বরফ একটি কঠিন পদার্থ। তাপ গ্রহণে বরফ গলে পানি হয়। পানি হল তরল পদার্থ, আবার পানি তাপ গ্রহণ করে জলীয়

বাষ্প হবে। জলীয় বাষ্প পদাৰ্থের বায়বীয় অবস্থা। বিপৱীতক্রমে তাপ বৰ্জন কৰে জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে পানি হবে এবং পানি হতে তাপ নিষ্কাশন কৰলে পানি জমাট বেঁধে বৰফ হবে। নিম্নে লেখচিত্ৰে সাহায্যে পানিৰ অবস্থা পৱিবৰ্তন বিশ্লেষণ কৰা হল।



এখানে X-অক্ষে তাপ এবং Y-অক্ষে তাপমাত্রা স্থাপন কৰে লেখচিত্ৰটি অঙ্কন কৰা হয়েছে। লেখচিত্ৰের PQ অংশ পুৱোপুৱিভাবে পানিৰ কঠিন অবস্থা অৰ্থাৎ বৰফ প্ৰকাশ কৰছে। P-হতে Q অবস্থায় যেতে বৰফ তাপ গ্ৰহণ কৰায় এৰ তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেয়েছে এবং Q বিন্দুতে বৰফেৰ গলন শুৱু হয়েছে। বৰফ আৰো তাপ গ্ৰহণ কৰে R বিন্দুতে সম্পূৰ্ণভাৱে তৱল পদাৰ্থ অৰ্থাৎ পানিতে পৱিবৰ্তিত হবে। লেখেৰ Q বিন্দু বৰফেৰ গলনাঙ্ক প্ৰকাশ কৰছে এবং QR অংশ গলন কৰিয়া প্ৰকাশ কৰছে। R বিন্দুতে পদাৰ্থেৰ গলন কৰিয়া শেষ হবে। গলন কৰিয়া শেষ না হওয়া পৰ্যন্ত কঠিন পদাৰ্থেৰ তাপমাত্রার কোন পৱিবৰ্তন ঘটবে না যদিও পদাৰ্থ তাপ গ্ৰহণ কৰবে। লেখচিত্ৰেৰ QR অংশ হতে তা বুৰায়। R হতে S বিন্দুতে যেতে পানি তাপ গ্ৰহণ কৰবে এবং এৰ তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে। S বিন্দুতে পানি ফুটতে শুৱু কৰবে। সুতৰাং S বিন্দুই হবে পানিৰ স্ফুটনাঙ্ক। লেখচিত্ৰে ST অংশ স্ফুটন কৰিয়া বুৰায়। তাপ গ্ৰহণে ও লেখচিত্ৰেৰ এই অংশে তাপমাত্রার পৱিবৰ্তন ঘটেনি। T বিন্দু স্ফুটন কৰিয়া শেষ হওয়া বুৰাচ্ছে। লেখচিত্ৰে TN অংশ পানিৰ বায়বীয় অবস্থা অৰ্থাৎ জলীয় বাষ্প প্ৰকাশ কৰছে। T বিন্দু হতে N বিন্দুতে যেতে জলীয় বাষ্প তাপ গ্ৰহণ কৰায় এৰ তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেয়েছে।

বিপৱীতক্রমে, তাপ বৰ্জন কৰে জলীয় বাষ্প পানিতে এবং পানি বৰফে পৱিণত হবে। এটিই হল পানিৰ অবস্থা পৱিবৰ্তনেৰ লেখচিত্ৰ বিশ্লেষণ।

যে কোন কেলাসীয় পদাৰ্থেৰ ক্ষেত্ৰে অবস্থা পৱিবৰ্তনেৰ চিত্ৰ উপৱেৰ ১৫.১ চিত্ৰে অনুৰূপ হবে।

১৫.৪ গলনাঙ্ক ও ছিমাঙ্ক

Melting point and freezing point

গলনাঙ্ক

সাধাৰণত কোন কঠিন পদাৰ্থে তাপ প্ৰয়োগ কৰতে থাকলে তাৰ তাপমাত্রা প্ৰথমে বৃদ্ধি পায় এবং একটি নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্রায় পৌছাব পৰ পদাৰ্থটি গলতে শুৱু কৰে। যতক্ষণ পৰ্যন্ত না সম্পূৰ্ণ কঠিন পদাৰ্থ গলে তৱল পদাৰ্থে

বইঘর কম

পরিণত হয় ততক্ষণ পর্যন্ত তাপ প্রয়োগ সত্ত্বেও তার তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন হয় না [চি. ১৫'।।]। এই নির্দিষ্ট তাপমাত্রাকে এর গলনাঙ্ক বলে।

চাপের পরিবর্তনে কঠিন পদার্থের গলনাঙ্ক পরিবর্তিত হয়। পরীক্ষায় দেখা যায় যে, বরফের গলনাঙ্ক স্বাভাবিক চাপে 273 K এবং বায়ুশূন্য স্থানে 272.99 K।

সংজ্ঞা : স্থির চাপে কোন কঠিন পদার্থে তাপ প্রয়োগ করতে থাকলে যে নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় পৌছে তা গলতে শুরু করে এবং গলন শেষ না হওয়া পর্যন্ত ঐ তাপমাত্রার কোনরূপ পরিবর্তন হয় না তাকে ঐ চাপে উক্ত পদার্থের গলনাঙ্ক বলে।

“বরফের গলনাঙ্ক স্বাভাবিক চাপে 273 K”—এটি দ্বারা বুঝা যায় যে, স্বাভাবিক চাপে এক টুকরা বরফে তাপ প্রয়োগ করতে থাকলে তা 273 K তাপমাত্রায় পৌছে গলতে শুরু করে এবং সম্পূর্ণ বরফ গলে পানিতে পরিণত না হওয়া পর্যন্ত ঐ তাপমাত্রার কোনরূপ পরিবর্তন হয় না।

হিমাঙ্ক

সাধারণত কোন তরল পদার্থকে ক্রমাগত ঠাণ্ডা করতে থাকলে তার তাপমাত্রা প্রথমে কমতে থাকে। কিন্তু একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় পৌছার পর তা জমে কঠিন পদার্থে পরিণত হতে থাকে। যতক্ষণ পর্যন্ত না সম্পূর্ণ তরল পদার্থ কঠিন পদার্থে রূপান্তরিত হয় ততক্ষণ পর্যন্ত তাপ নিষ্কাশন সত্ত্বেও তাপমাত্রার কোনরূপ পরিবর্তন হয় না। এই নির্দিষ্ট তাপমাত্রাকে উক্ত তরল পদার্থের হিমাঙ্ক বলে। চাপ প্রয়োগে গলনাঙ্কের ন্যায় হিমাঙ্কও পরিবর্তিত হয়।

সংজ্ঞা : স্থির চাপে কোন তরল পদার্থকে ক্রমাগত শীতল করতে থাকলে যে তাপমাত্রায় পৌছে তরল পদার্থটি কঠিন পদার্থে রূপান্তরিত হতে শুরু করে এবং কঠিনীভবন শেষ না হওয়া পর্যন্ত ঐ তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন হয় না তাকে ঐ চাপে উক্ত তরল পদার্থের হিমাঙ্ক বলে।

“পানির হিমাঙ্ক 273 K”—এটি দ্বারা বুঝা যায় যে, স্বাভাবিক চাপে 273K তাপমাত্রায় তাপ বর্জনে পানি জমাট বেঁধে তরল অবস্থা হতে কঠিন অবস্থায় পরিণত হয় এবং সমস্ত পানি কঠিন অবস্থায় পরিণত না হওয়া পর্যন্ত এই তাপমাত্রা স্থির থাকে।

১৫.৫ বাষ্পায়ন, স্ফুটন ও স্ফুটনাঙ্ক

Evaporation, vaporization and melting point

আমরা জানি তরল পদার্থের বাস্পে পরিণত হওয়ার প্রক্রিয়াকে বাষ্পীভবন বলে। বাষ্পীভবন দৃটি ভিন্ন উপায়ে হতে পারে; যথা—বাষ্পায়ন (Evaporation) ও স্ফুটন (Boiling)।

(ক) বাষ্পায়ন : যে কোন তাপমাত্রায় তরল পদার্থের উপরিতল হতে এর ধীরে ধীরে বাস্পে পরিণত হওয়াকে বাষ্পায়ন বলে। ঘরের তাপমাত্রায় পানি বাষ্পায়ন প্রক্রিয়ায় উভে যায়। বাষ্পায়নের দরুন গরমকালে খাল, বিল প্রভৃতি শুকিয়ে যায়।

তরল পদার্থ বাষ্পায়িত হবার সময় কিছু উচ্চ গতিসম্পন্ন অণু তরল ত্যাগ করে বের হয়ে যায়। ফলে অবশিষ্ট তরলের মোট গতিশক্তি হ্রাস পায় এবং তরলের তাপমাত্রা খানিকটা কমে যায়। তরল হতে উথিত কোন কোন অণু বায়ুর বায়ু যে তলের সংসর্ষে আসে এর সাথে ধাক্কা খাবার পর পুনরায় তরলে প্রবেশ করে। কাজেই তরলের উপরে বায়ু যত কম থাকবে অর্থাৎ বায়ুর চাপ যত কম হবে বাষ্পায়নও তত দ্রুত হবে।

(খ) স্ফুটন : একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় তরল পদার্থের সর্বত্র হতে খুব দ্রুত বাস্পে পরিণত হবার প্রক্রিয়াকে স্ফুটন বলে।

কোন একটি তরল পদার্থকে ক্রমাগত উক্তপ্রতি করতে থাকলে তার তাপমাত্রা ও বাষ্পায়নের হার ক্রমশ বৃদ্ধি পেতে থাকে। প্রথমে তরল পদার্থের উপরিতল হতে ধীরে ধীরে বাস্প উথিত হতে থাকে। তাপমাত্রা বৃদ্ধির সঙ্গে

সঙ্গে বাস্পায়ন শুধুমাত্র তরল পদার্থের উপরিতলে সীমাবদ্ধ না থেকে সমগ্র তরল পদার্থে ছড়িয়ে পড়ে এবং বাস্পায়ন দ্রুত গতিতে সংঘটিত হতে থাকে। এই অবস্থায় যতক্ষণ পর্যন্ত না সম্পূর্ণ পদার্থ বাস্পে পরিণত হয় ততক্ষণ পর্যন্ত এর তাপমাত্রার কোনোরূপ পরিবর্তন হয় না। এই নির্দিষ্ট স্থির তাপমাত্রাকে স্ফুটনাইজ (Boiling point) বলে। বিভিন্ন তরল পদার্থের স্ফুটনাইজ বিভিন্ন এবং কোন একটি তরল পদার্থের স্ফুটনাইজ তার উপরিতলে প্রযুক্ত চাপের উপর নির্ভর করে।

স্ফুটনাইজের সংজ্ঞা : একটি নির্দিষ্ট চাপে কোন একটি তরল পদার্থ যে তাপমাত্রায় পৌছে বাস্পে পরিণত হতে শুরু করে এবং সম্পূর্ণ তরল পদার্থ বাস্পে পরিণত না হওয়া পর্যন্ত ঐ তাপমাত্রার কোনোরূপ পরিবর্তন হয় না একে উক্ত চাপে ঐ পদার্থের স্ফুটনাইজ বলে।

‘স্বাভাবিক চাপে পানির স্ফুটনাইজ 373 K’—এটা দ্বারা বুঝা যায় যে, স্বাভাবিক চাপে পানির স্ফুটন 373 K তাপমাত্রায় শুরু হয় এবং সম্পূর্ণ পানি বাস্পে পরিণত না হওয়া পর্যন্ত ঐ তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন হয় না।

১৫.৬ স্ফুটনাইজের উপর চাপের প্রভাব

Effect of pressure on boiling point

কোন তরল পদার্থের স্ফুটনাইজ এর উপরিস্থিত চাপের উপর নির্ভরশীল। চাপ কমালে স্ফুটনাইজ কমে যায় এবং চাপ বাড়ালে স্ফুটনাইজ বৃদ্ধি পায়।

তরল পদার্থের উপর চাপ বৃদ্ধি পেলে তরল হতে উথিত বাস্পীয় অণুকে ঐ চাপের বিরুদ্ধে ক্রিয়া করে বের হয়ে যেতে হয়। ফলে অণুগুলোকে উচ্চ তাপমাত্রায় উত্তেজিত করতে হয় এবং তরল পদার্থের স্ফুটনাইজ স্বাভাবিক স্ফুটনাইজ অপেক্ষা বেশি হয়। বিপরীতক্রমে তরল পদার্থের উপর চাপ কমালে তরল হতে উথিত বাস্পীয় অণু পূর্বাপেক্ষা খানিকটা মুক্ত থাকে। এতে অণুগুলো অপেক্ষাকৃত কম তাপমাত্রায় উত্তেজিত হয়েই তরল হতে বের হয়ে যেতে পারে এবং তরল পদার্থের স্ফুটনাইজ স্বাভাবিক স্ফুটনাইজ অপেক্ষা কম হয়। পরীক্ষায় দেখা গেছে যে, প্রতি 0.027 m চাপ বৃদ্ধি বা হাসের দরুন পানির স্বাভাবিক স্ফুটনাইজ 273 K করে বৃদ্ধি বা হাস পায়।

উদাহরণ : সুউচ্চ পর্বতের উপর রান্না করা দুরহু।

আমরা জানি তরল পদার্থের স্ফুটনাইজ এর উপরিস্থিত চাপের উপর নির্ভর করে। চাপ বৃদ্ধি পেলে স্ফুটনাইজ বৃদ্ধি পায় এবং চাপ হাস পেলে স্ফুটনাইজ হাস পায়।

পৃথিবী পৃষ্ঠে সমন্বয় সমতলে বায়ুর চাপ সর্বাধিক। অতএব তরল পদার্থের স্ফুটনাইজও সর্বাধিক। সমন্বয় সমতলে পানির স্ফুটনাইজ 373 K। যতই উপরে উঠা যায় বায়ুর চাপ ততই কমে। দার্জিলিং সমন্বয় সমতল হতে 6800 ফুট উচ্চে অবস্থিত, এখানে পানির স্ফুটনাইজ 367 K। পরীক্ষার সাহায্যে দেখা গেছে 0.261 m চাপের পরিবর্তনে পানির স্ফুটনাইজ 273 K পরিবর্তিত হয়। এখন ব্যাখ্যা করি সুউচ্চ পর্বতে রান্না করা দুরহু কেন?

সুউচ্চ পর্বতের উপর বায়ুর চাপ স্বাভাবিক চাপ অপেক্ষা অনেক কম। ফলে সুউচ্চ পর্বতের উপর পানির স্ফুটনাইজ স্বাভাবিক স্ফুটনাইজ 373 K হতে অনেক কম। অর্থাৎ পর্বতের উপর পানি কম তাপমাত্রায় ফুটে। পর্বতের উপর স্ফুটনাইজ কম হওয়ায় খোলা পাত্রে খাদ্যদ্রব্য সহজে সিদ্ধ হয় না। খাদ্যদ্রব্য পূর্ণমাত্রায় সিদ্ধ করতে অনেক বেশি সময় লাগে ও জ্বালানি খরচ বেশি হয়। এসব কারণে সুউচ্চ পর্বতে রান্না করা দুরহু হয়ে পড়ে।

এই অসুবিধা দূর করার জন্য রান্না করার সময় পাত্রকে ঢেকে রাখতে হয়।

১৫.৭ বাষ্পায়ন ও স্ফুটনের মধ্যে পার্থক্য

Distinction between evaporation and boiling point

বাষ্পায়ন ও স্ফুটনের ফলে তরল পদার্থের একই পরিণতি ঘটলেও তাদের মধ্যে পার্থক্য রয়েছে। পার্থক্যসমূহ নিম্নরূপ :

বাষ্পায়ন	স্ফুটন
১। যে প্রক্রিয়ায় কোন তরল পদার্থ যে কোন তাপমাত্রায় শুধুমাত্র তার উপরিতল হতে ধীরে ধীরে বাস্পে পরিণত হয়, তাকে বাষ্পায়ন বলে।	১। যে প্রক্রিয়ায় কোন তরল পদার্থ স্থির চাপে একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় পৌছে এর সর্বত্র হতে দৃত বাস্পে পরিণত হয়, তাকে স্ফুটন বলে।
২। <u>বাষ্পায়নে তরল পদার্থ ধীরে ধীরে বাস্পে পরিণত হয়।</u>	২। <u>স্ফুটনে তরল পদার্থ দৃত বাস্পে পরিণত হয়।</u>
৩। বাষ্পায়ন সকল তাপমাত্রায় ঘটে থাকে।	৩। একটি নির্দিষ্ট চাপে কোন একটি তরল পদার্থের স্ফুটন একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় সংঘটিত হয়। এই তাপমাত্রাকে ঐ চাপে উক্ত তরলের স্ফুটনাঙ্ক বলে।
৪। তরল পদার্থের শুধু উপরিতল হতে বাষ্পায়ন হয়।	৪। স্ফুটনে সমগ্র তরল পদার্থ হতে বাষ্প উথিত হয়।
৫। বাষ্পায়ন তরল পদার্থের উপরিতলের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে।	৫। স্ফুটন অনেকাংশে তরল পদার্থে তাপ সরবরাহের উপর নির্ভর করে।
৬। <u>বাষ্পায়নে শৈত্যের সূচি হয়।</u>	৬। <u>স্ফুটনে শৈত্যের সূচি হয় না।</u>
৭। তরল হতে উথিত বাস্পের চাপ তরলের উপরিস্থিত চাপ অপেক্ষা কম।	৭। তরল হতে উথিত বাস্পের চাপ তরলের উপর প্রযুক্ত চাপের সমান।
৮। <u>বাষ্পায়নের সময় তরল পদার্থে কোন বৃদ্ধবৃদ্ধ সূচি হয় না।</u>	৮। <u>স্ফুটনের সময় তরল পদার্থে বৃদ্ধবৃদ্ধ দেখা দেয়।</u>

১৫.৮ সুন্ত তাপ বা জীন তাপ

Latent heat

কোন বস্তুকে ক্রমাগত উত্তপ্ত করতে থাকলে সাধারণত এর তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায় এবং একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় তা এক অবস্থা হতে অন্য অবস্থাতে পরিবর্তিত হতে থাকে। বস্তুটির অবস্থার পরিবর্তন যতক্ষণ পর্যন্ত চলতে থাকে ততক্ষণ পর্যন্ত তাপ প্রদান সত্ত্বেও তার তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন হয় না। কিন্তু সম্পূর্ণ বস্তুটি পরবর্তী অবস্থায় পরিবর্তিত হবার পরপরই পুনরায় তার তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেতে থাকে।

273 K তাপমাত্রার এক খণ্ডকে ক্রমাগত উত্তপ্ত করতে থাকলে তা ক্রমশ গলতে থাকে এবং সম্পূর্ণ খণ্ডটি গলে পানিতে পরিণত না হওয়া পর্যন্ত ঐ তাপমাত্রার কোনরূপ পরিবর্তন হয় না। তাপ প্রয়োগ অব্যাহত রাখলে বরফ গলা পানি ক্রমশ উত্তপ্ত হয়ে 373 K তাপমাত্রায় জলীয় বাস্পে পরিণত হতে থাকে এবং সম্পূর্ণ পানি বাস্পে পরিণত না হওয়া পর্যন্ত তার তাপমাত্রা 273 K স্থির থাকে। বিপরীতক্রমে ফুটপ্রস্তুত পানি হতে উদ্গত বাষ্পকে ক্রমাগত ঠাণ্ডা করতে থাকলে 273 K তাপমাত্রায় তা পানিতে পরিণত হতে শুরু করে এবং সম্পূর্ণ বাষ্প পানিতে পরিণত হওয়ার পর পরই কেবল ঐ তাপমাত্রার পরিবর্তন ঘটে। আবার কিছু পরিমাণ পানিকে ক্রমাগত শীতল করতে থাকলে 273 K তাপমাত্রায় তা জমে বরফে পরিণত হতে থাকে এবং যতক্ষণ পর্যন্ত না সম্পূর্ণ পানি বরফে পরিণত হয় ততক্ষণ পর্যন্ত শীতল করা সত্ত্বেও তার তাপমাত্রা 273 K স্থির থাকে। সুতরাং দেখা যাচ্ছে কঠিন পদার্থকে তরলে বা তরল পদার্থকে বায়বীয় পদার্থে এক কথায় যে কোন বস্তুকে এক অবস্থা হতে অন্য অবস্থায় পরিণত করতে কিছু তাপ বর্জন বা শোষণের প্রয়োজন হয়। এই তাপ বাহ্যিক প্রকাশ পায় না অর্থাৎ বস্তুর তাপমাত্রার পরিবর্তন ঘটে না। একে সুন্ত তাপ বা জীন তাপ বলে।

সংজ্ঞা : যে তাপ কক্ষর তাপমাত্রার পরিবর্তন না ঘটিয়ে অবস্থার পরিবর্তন ঘটায় তাকে বস্তুর এই অবস্থা পরিবর্তনের সুন্ত তাপ বা জীন তাপ বলে।

বস্তু কৃত্তক গৃহীত বা বৰ্জিত তাপ পদাৰ্থের অবস্থার পরিবৰ্তন ঘটাতে কাজ কৰে। আমৱা জানি কঠিন পদাৰ্থের অণুগুলোৰ মধ্যকাৰ প্ৰবল আকৰ্ষণ বলেৱ জন্য নিয়মিত সংজ্ঞায় সজ্জিত থাকে। অণুগুলো নিজ নিজ অবস্থানে থেকে কৌপতে থাকে। তাপমাত্ৰা বাড়ালে অণুগুলোৰ কম্পন বাড়তে থাকে এবং এক সময় অণুগুলোৰ নিয়মিত সংজ্ঞা ভেঙ্গে যায়। এই অবস্থা পৰিবৰ্তনেৰ জন্য তাপ ব্যয় হয় বলেই তাপমাত্ৰাৰ কোন পৰিবৰ্তন হয় না। তৱলু পদাৰ্থেৰ ক্ষেত্ৰে ও অনুৱূপ ঘটনা ঘটে। তৱলেৱ অণুগুলোৰ মধ্যকাৰ আকৰ্ষণ বল কঠিন পদাৰ্থেৰ অণুগুলোৰ মধ্যকাৰ বলেৱ ন্যায় প্ৰবল না হলেও কিছুটা আকৰ্ষণ বল রয়েছে, যা অণুগুলোকে এক জায়গায় ধৰে রাখে। তৱল থেকে বায়বীয় অবস্থায় পৰিবৰ্তনেৰ জন্য তাপশক্তিৰ প্ৰয়োজন হয়। ফলে প্ৰযুক্ত তাপ অবস্থা পৰিবৰ্তনেৰ কাজে ব্যয়িত হয় বলেই তৱল থেকে বায়বীয় অবস্থায় পৰিবৰ্তনেৰ সময়ও তাপমাত্ৰা স্থিৰ থাকে।

১৫.৯ আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ

Specific latent heat

বস্তুৰ অবস্থা পৰিবৰ্তনেৰ জন্য যে সূক্ষ্ম তাপ প্ৰয়োজন হয় তা বস্তুৰ ভৱ ও উপাদানেৰ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে। সুতৰাং একই পদাৰ্থেৰ ভৱ ভিন্ন হলে সূক্ষ্ম তাপও ভিন্ন হবে। বেশি ভৱেৱ সূক্ষ্ম তাপ বেশি হবে। কিন্তু একক ভৱেৱ কোন নিৰ্দিষ্ট বস্তুৰ সূক্ষ্ম তাপ কেবল বস্তুৰ উপাদানেৰ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে। একক ভৱেৱ এই সূক্ষ্ম তাপকে আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ বলে।

সংজ্ঞা : একক ভৱেৱ কোন বস্তু তাৱ তাপমাত্ৰাৰ পৰিবৰ্তন না ঘটিয়ে এক অবস্থা হতে অন্য অবস্থায় পৰিণত হতে যে পৰিমাণ তাপ গ্ৰহণ বা বৰ্জন কৰে তাকে ঐ বস্তুৰ ঐ অবস্থা পৰিবৰ্তনেৰ আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ বলে। একে L দ্বাৰা প্ৰকাশ কৰা হয়।

ব্যাখ্যা : মনে কৰি m ভৱেৱ কোন পদাৰ্থকে তাৱ তাপমাত্ৰাৰ কোন পৰিবৰ্তন না সহিয়ে এক অবস্থা হতে অন্য অবস্থায় পৰিণত কৰতে Q পৰিমাণ তাপ গ্ৰহণ বা বৰ্জন কৰল। অতএব ঐ বস্তুৰ আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ,

$$L = \frac{\text{তাপ}}{\text{ভৱ}} = \frac{Q}{m}$$

(1)

আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপেৰ একক : এস. আই. পদ্ধতিতে তাপেৰ একক জুল এবং ভৱেৱ একক কিলোগ্ৰাম। অতএব, আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপেৰ একক জুল/কিলোগ্ৰাম (J kg^{-1})।

আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপেৰ প্ৰকাৰদেদ : আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ মূলত চাঁৰ প্ৰকাৰ।

(১) গলনেৰ আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ (Latent heat of fusion)

(২) কঠিনীভবনেৰ আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ (Latent heat of solidification)

(৩) বাষ্পীভবনেৰ আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ (Latent heat of vaporisation) এবং

(৪) ঘনীভবনেৰ আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ (Latent heat of condensation)।

নিম্নে এগুলো ব্যাখ্যা কৰা হল।

(১) গলনেৰ আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ : কোন কঠিন পদাৰ্থেৰ একক ভৱকে তাৱ গলনাঙ্গে রেখে তাপমাত্ৰাৰ পৰিবৰ্তন না ঘটিয়ে কঠিন হতে তৱলে পৰিণত কৰতে যে পৰিমাণ তাপেৰ প্ৰয়োজন হয়, তাকে ঐ পদাৰ্থেৰ গলনেৰ আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ বলে। একে L_f দ্বাৰা চিহ্নিত কৰা হয়। $L_f = Q/m$.

মনে কৰি, গলনেৰ আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ $[336000 \text{ J kg}^{-1}]$ উক্ত উক্তি দ্বাৰা আমৱা বুঝি, 273 K বা, 0°C তাপমাত্ৰাৰ 1 kg বৰফকে উক্ত তাপমাত্ৰাৰ পানিতে পৰিণত কৰতে 336000 J তাপেৰ প্ৰয়োজন হবে।

(২) কঠিনীভবনেৰ আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ : একক ভৱেৱ কোন তৱল পদাৰ্থকে এৱে তাপমাত্ৰাৰ পৰিবৰ্তন না ঘটিয়ে শুধুমাত্ৰ তৱল অবস্থা হতে কঠিন অবস্থায় পৰিণত হতে যে পৰিমাণ তাপ পৰিভৱ হয় তাকে ঐ তৱলেৰ কঠিনীভবনেৰ আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ বলে।

বইঘর কম

273 K বা 0°C তাপমাত্রার 1 kg পানি হতে 336000 J তাপ নিষ্কাশিত বা অপসারিত হলে তা 273 K বা 0°C-এর বরফে পরিণত হবে। অতএব পানির কঠিনীভবনের আপেক্ষিক সূত্র তাপ 336000 J kg^{-1}

(৩) বাস্পীভবনের আপেক্ষিক সূত্র তাপ : একক ডরের তরল পদার্থকে তার স্ফুটনাঙ্কে রেখে তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন না ঘটিয়ে শুধু তরল হতে বাস্পে পরিণত করতে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয় তাকে ঐ তরলের বাস্পীভবনের আপেক্ষিক সূত্র তাপ বলে। একে L_v দ্বারা প্রকাশ করা হয়। $L_v = Q / m$.

পানির বাস্পীভবনের আপেক্ষিক সূত্র তাপ $2268000 \text{ J kg}^{-1}$ এই উক্তি দ্বারা আমরা বুঝি যে, 1kg পানিকে তার স্ফুটনাঙ্কে অর্থাৎ 373 K-এ রেখে 2268000 J তাপ প্রয়োগ করলে তা 373 K বা 100°C-এর বাস্পে পরিণত হবে।

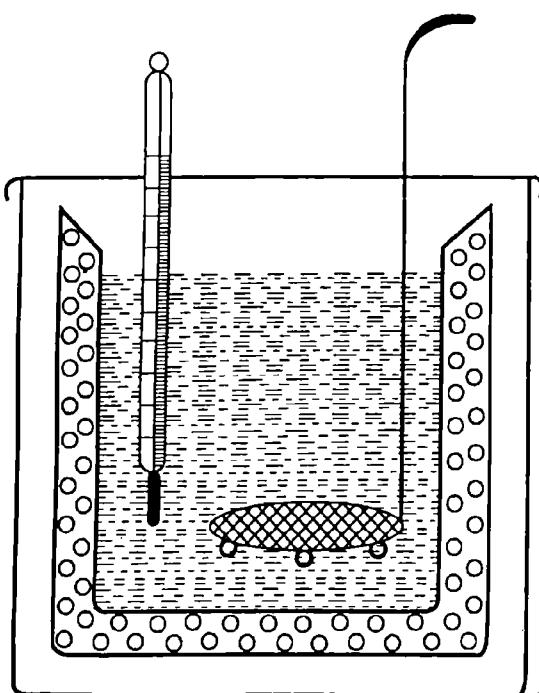
(৪) ঘনীভবনের আপেক্ষিক সূত্র তাপ : একক ডরের কোন বায়বীয় পদার্থকে তার তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন না ঘটিয়ে শুধুমাত্র বায়বীয় অবস্থা হতে তরলে পরিণত করতে যে পরিমাণ তাপ বর্জিত হয় তাকে ঐ বায়বীয় পদার্থের ঘনীভবনের আপেক্ষিক সূত্র তাপ বলে।

373 K বা 100°C তাপমাত্রার 1 kg জলীয় বাস্প হতে 2268000 J তাপ বের হয়ে গেলে তা 373 K বা 100°C তাপমাত্রার পানিতে পরিণত হবে অর্থাৎ জলীয় বাস্পের ঘনীভবনের সূত্র তাপ $2268000 \text{ J kg}^{-1}$

১৫.১০ বরফ গলনের আপেক্ষিক সূত্র তাপ নির্ণয়

Determination of latent heat of fusion of ice

বরফ গলনের আপেক্ষিক সূত্র তাপ বিভিন্ন পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়। এখানে আমরা শুধু মিশ্রণ পদ্ধতি আলোচনা করব।



চিত্র ১৫.২

কার্যপদ্ধতি (Procedure) : প্রথমে একটি পরিষ্কার ও শুক্ষ ক্যালরিমিটারের আলোড়কের নিচের পান্তে সরু তারের একটি জাল যুক্ত করি (চিত্র ১৫.২)। এখন আলোড়কসহ ক্যালরিমিটার ওজন করি। অতঃপর ক্যালরিমিটারের দুই-তৃতীয়াংশ সামান্য উষ্ণ পানিতে ভর্তি করে পুনরায় ওজন করি। দ্বিতীয় ও প্রথম পরিমাপের পার্থক্য হতে পানির ভর পাওয়া যায়। একটি থার্মোমিটারে পানির স্থির তাপমাত্রা পড়ে দেখি। এখন কয়েক টুকরা পরিষ্কার বরফ চোষ কাগজ দ্বারা শুক্ষ করে তাড়াতাড়ি এর কয়েকটি টুকরা তাপ কুপরিবাহী চিমটা দ্বারা ধরে ক্যালরিমিটারের পানিতে যোগ করি এবং আলোড়কের জাল দ্বারা টুকরাগুলোকে সর্বদা পানির নিচে রেখে আস্তে আস্তে পানি নাড়তে থাকি। এ অবস্থায় বরফ গলতে থাকে এবং পানির তাপমাত্রা ক্রমশ কমতে থাকে। সমস্ত বরফ গলে যাওয়ার পর থার্মোমিটার দ্বারা মিশ্রণের সর্বনিম্ন তাপমাত্রার পাঠ গ্রহণ করি। এর পর পানি ঘরের তাপমাত্রা লাভ করলে পানিসহ ক্যালরিমিটার ওজন করি। ওজনের সর্বশেষ দুই পরিমাপের পার্থক্য হতে গলিত বরফের ভর পাওয়া যায়।

হিসাব ও গণনা :

মনে করি

আলোড়কসহ ক্যালরিমিটারের ভর	= M kg
উষ্ণ পানির ভর	= m_1 kg
বরফের ভর	= m kg

$$\text{উষ্ণ পানিৰ তাপমাত্ৰা} = \theta_1 {}^{\circ}\text{C}$$

$$\text{মিশ্রণেৰ তাপমাত্ৰা} = \theta {}^{\circ}\text{C}$$

$$\text{ক্যালরিমিটাৱেৰ উপাদানেৰ আপেক্ষিক তাপ} = S \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\text{পানিৰ আপেক্ষিক তাপ} = S_1 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\text{এবং বৱফ গলনেৰ আপেক্ষিক সুপ্ত তাপ} = L_f \text{ J kg}^{-1}$$

এখানে ক্যালরিমিটাৱ এবং উষ্ণ পানি তাপ হাৱাবে।

$\theta_1 {}^{\circ}\text{C}$ হতে $\theta {}^{\circ}\text{C}$ -এ নামতে ক্যালরিমিটাৱ কৰ্তৃক হাৱানো তাপ

$$Q_1 = \text{ভৱ} \times \text{আং তাপ} \times \text{আপেক্ষিক তাপমাত্ৰাৰ পাৰ্থক্য}$$

$$= MS(\theta_1 - \theta) \text{ J}$$

পুনঃ, $\theta_1 {}^{\circ}\text{C}$ হতে $\theta {}^{\circ}\text{C}$ -এ নামতে উষ্ণ পানি কৰ্তৃক হাৱানো তাপ,

$$Q_2 = \text{ভৱ} \times \text{আং তাপ} \times \text{তাপমাত্ৰাৰ পাৰ্থক্য}$$

$$= m_1 S_1 (\theta_1 - \theta) \text{ J}$$

$$\text{মোট হাৱানো তাপ}, Q = Q_1 + Q_2$$

$$= MS(\theta_1 - \theta) \text{ J} + m_1 S_1 (\theta_1 - \theta) \text{ J}$$

$$= (MS + m_1 S_1) (\theta_1 - \theta) \text{ J}$$

(A)

বৱফ দুই পৰ্যায়ে এ তাপ গ্ৰহণ কৰবে। প্ৰথমত $0 {}^{\circ}\text{C}$ তাপমাত্ৰায় বৱফ গলে $0 {}^{\circ}\text{C}$ তাপমাত্ৰাৰ পানিতে পৱিণ্ট
হতে গৃহীত তাপ

$$Q_3 = \text{ভৱ} \times \text{আপেক্ষিক সুপ্ত তাপ}$$

$$= m \times L_f \text{ J}$$

(i)

দ্বিতীয়ত $0 {}^{\circ}\text{C}$ হতে $\theta {}^{\circ}\text{C}$ -এ উঠতে গলিত বৱফ পানি কৰ্তৃক গৃহীত তাপ

$$Q_4 = \text{ভৱ} \times \text{আং তাপ} \times \text{তাপমাত্ৰাৰ পাৰ্থক্য}$$

$$= m S_1 (\theta - 0)$$

(ii)

$$= m S_1 \theta \text{ J}$$

সুতৰাং মোট গৃহীত তাপ

$$Q' = Q_3 + Q_4$$

$$= mL_f \text{ J} + mS_1 \theta \text{ J}$$

$$= (mL_f + mS_1 \theta) \text{ J}$$

(B)

যদি অন্য কোন উপায়ে তাপেৰ আদান-প্ৰদান না হয়ে থাকে তবে তাৱ মোট হাৱানো তাপ = মোট গৃহীত তাপ

$$\text{সমীকৰণ (A)} = \text{সমীকৰণ (B)}$$

$$\text{বা, } Q = Q'$$

$$\text{বা, } (MS + m_1 S_1) (\theta_1 - \theta) \text{ J} = (mL_f + mS_1 \theta) \text{ J}$$

নিৰ্ণয় সুপ্ত তাপ

$$L_f = \left\{ \frac{(MS + m_1 S_1) (\theta_1 - \theta)}{m} - S_1 \theta \right\} \text{ J kg}^{-1}$$
(2)

এখন M, S, m_1, m, θ_1 এবং θ -এৰ মান জেনে L_f -এৰ মান বেৱ কৰা হয়।

সতর্কতা :

১। বরফের খঙ্গলোকে চোষ কাগজ (blotting paper)-এর সাহায্যে মুছে শুকিয়ে নিতে হয় যাতে বরফের গায়ে পানি লেগে না থাকে। বরফের সাথে কিছু পানি ক্যালরিমিটারে প্রবেশ করলে L_f -এর মান প্রকৃত মান অপেক্ষা কম হবে।

২। বরফের টুকরাগুলো হাত দিয়ে না ধরে চিমটা দিয়ে ধরে তাড়াতাড়ি পানিতে ফেলতে হয়, যাতে হাতের স্পর্শে এবং পরিপার্শ্ব হতে তাপ গ্রহণ করে বরফ গলে না যায়। বরফের সাথে পানি প্রবেশ করলে L_f -এর সঠিক মান পাওয়া যাবে না।

৩। বরফ খন্ড আলোড়ক বা জালযুক্ত নাড়ানি দিয়ে নাড়তে হবে যাতে বরফের খঙ্গলো পানির উপরে ভাসতে না পারে। বরফ খঙ্গলো পানির উপরে ভাসলে বায়ুমণ্ডল হতে কিছু তাপ গ্রহণ করবে ফলে L_f -এর মান প্রকৃত মান অপেক্ষা কম হবে।

৪। বিকিরণ প্রক্রিয়ায় তাপক্ষয় রোধ করার জন্য বরফ ফেলার পূর্বে ক্যালরিমিটার ও পানির তাপমাত্রা এবং কক্ষ তাপমাত্রার পার্থক্য 5°C -এর কম রাখা হয়। আবার বরফের পরিমাণ এমন নেওয়া উচিত যাতে মিশ্রণের তাপমাত্রা কক্ষ তাপমাত্রার 5°C কম হয়। কক্ষ তাপমাত্রার উপরে এবং নিচে সমান তাপমাত্রার পার্থক্য থাকায় বরফ ফেলার পূর্বে ক্যালরিমিটার হতে যে পরিমাণ তাপ ক্ষয় হয়, মিশ্রণের পর সমপরিমাণ তাপ পরিপার্শ্ব হতে ক্যালরিমিটারে প্রবেশ করে, ফলে L_f -এর পরিবর্তন হয় না।

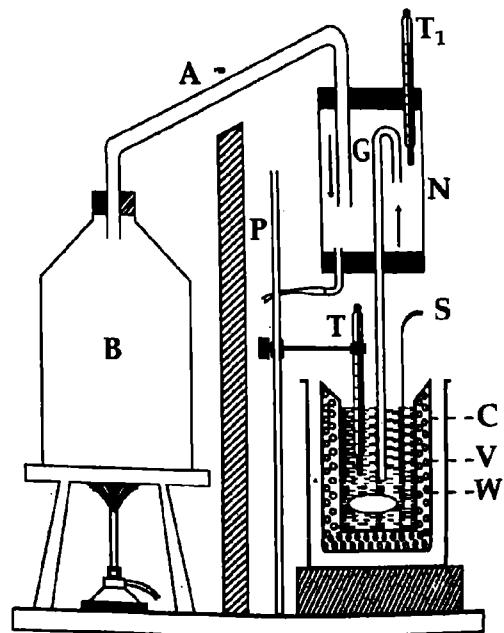
১৫.১০ মিশ্রণ পদ্ধতিতে পানির বাষ্পীভবনের আপেক্ষিক সুস্থ তাপ নির্ণয়

Determination of latent heat of vaporisation of water by mixture method

নিচের চিত্রে [চিত্র ১৫.৩] পরীক্ষার আবশ্যিকীয় ব্যবস্থাপনা দেখান হয়েছে।

যন্ত্রের বর্ণনা : B একটি স্ফুটন পাত্র বা বয়লার (Boiler)। এই পাত্রে পানি নিয়ে বার্ণারের সাহায্যে পানি উত্পন্ন করে জলীয় বাষ্প উৎপন্ন করা হয়। পাত্রের মুখের ছিদ্র দিয়ে একটি বাঁকা নল A যুক্ত রয়েছে।

N একটি মোটা কাচের চোঙ ; এর নাম বাষ্প-ফাঁদ (steam-trap)। এটি বাষ্পকে পানি হতে মুক্ত করে। N চোঙের দুই মুখ কর্ক দ্বারা বন্ধ। উপরের কর্কের মধ্য দিয়ে নল A-এর মুক্ত প্রান্ত বাষ্প-ফাঁদের প্রায় নিচের মুখ পর্যন্ত এবং কর্কের মধ্য দিয়ে আর একটি কাচের নল G বাষ্প-ফাঁদের প্রায় উপরের মুখ পর্যন্ত প্রবেশ করান থাকে। G নলের নিচের প্রান্ত ক্যালরিমিটার C-এ চুকানো থাকে। A নল দিয়ে বাষ্পের সাথে পানি বাষ্প-ফাঁদে প্রবেশ করলে, ঐ পানি নিচের কর্কের উপর থেকে যায় এবং শুক্র বাষ্প G নল দিয়ে ক্যালরিমিটারে প্রবেশ করে। বাষ্প-ফাঁদের নিচের কর্কের উপর পানি জমা হলে তা ঐ কর্কের সাথে যুক্ত আর একটি নল দিয়ে ফাঁদ হতে বের হয়ে যায়।



চিত্র ১৫.৩

P একটি পর্দা। বার্ণার ও স্ফুটন পাত্র হতে ক্যালরিমিটারে সরাসরি তাপ চলাচল ক্ষম্ত করার অন্য তাদের মাঝে অ্যাসুবেস্টসের তৈরি এই পর্দা দেয়া থাকে।

কাৰ্যপ্ৰণালী : প্ৰথম স্ফুটন পাত্ৰ B-তে পানি ফুটিয়ে বাষ্প উৎপন্ন কৰি। পানি ফুটে ওঠাৰ অবসৱে নাড়ানীসহ একটি পৱিত্ৰতাৰ ও শুক্ৰ ক্যালৱিমিটাৰ ওজন কৰি। এৱং দুই-তৃতীয়াংশ কক্ষ তাপমাত্ৰায় বিশুদ্ধ পানিতে ভৰ্তি কৰি এবং পুনৰায় ওজন কৰি। এই দুই-এৱং পাৰ্থক্য হতে ঠাণ্ডা পানিৰ ভৱ বেৱ কৰি। একটি সুবেদী থাৰ্মোমিটাৰেৰ সাহায্যে ক্যালৱিমিটাৰ ও ঠাণ্ডা পানিৰ প্ৰাথমিক তাপমাত্ৰা বেৱ কৰি। যখন B পাত্ৰ হতে আগত জলীয় বাষ্প বাষ্প-ফাঁদে পানিমুক্ত হবাৰ পৰ G নল দিয়ে বেৱ হতে থাকে, তখন ক্যালৱিমিটাৰটিকে বাষ্প-ফাঁদেৰ নিচে বসিয়েই ঐ নলেৰ নিচেৰ মুখটি ক্যালৱিমিটাৰেৰ পানিৰ মধ্যে ঢুবিয়ে দেই এবং বাষ্পেৰ তাপমাত্ৰা T_1 থাৰ্মোমিটাৰে গ্ৰহণ কৰি। এ অবস্থায় পানিমুক্ত বাষ্প ক্যালৱিমিটাৰেৰ সাধাৱণ পানিৰ সংস্পৰ্শে তাপ বৰ্জন কৱে ঘনীভূত হয়ে পানিতে পৱিণ্ট হয়। এতে ক্যালৱিমিটাৰ ও পানিৰ তাপমাত্ৰা বাড়তে থাকে। পানিৰ তাপমাত্ৰা কক্ষ তাপমাত্ৰা হতে প্ৰায় 5°C বেশি হলে ক্যালৱিমিটাৰ হতে G নলটি সৱিয়ে নিই। এৱং পৰ থাৰ্মোমিটাৰ T -এৰ সাহায্যে পানিৰ সৰ্বোচ্চ তাপমাত্ৰার পাঠ গ্ৰহণ কৰি। কিছুক্ষণ পৰ তাদেৱ ওজন নিই। ওজনেৰ তৃতীয় ও দ্বিতীয় পৱিমাপেৰ পাৰ্থক্য হতে ঘনীভূত বাষ্পেৰ পৱিমাণ নিৰ্ণয় কৰি।

হিসাৰ ও গণনা :

মনে কৰি,

আলোড়কসহ ক্যালৱিমিটাৰেৰ ভৱ = $W \text{ kg}$

ক্যালৱিমিটাৰেৰ উপাদানেৰ আঃ তাপ = $S \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

ক্যালৱিমিটাৰে ব্যবহৃত পানিৰ ভৱ = $M \text{ kg}$

পানিৰ আঃ তাপ = $S_1 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

ঘনীভূত বাষ্পেৰ ভৱ = $m \text{ kg}$

ক্যালৱিমিটাৰ ও পানিৰ প্ৰাথমিক তাপমাত্ৰা = $\theta_1^{\circ}\text{C}$

মিশণেৰ সৰ্বোচ্চ তাপমাত্ৰা = $\theta^{\circ}\text{C}$

স্ফুটন পাত্ৰ হতে উথিত বাষ্পেৰ তাপমাত্ৰা = 100°C

এবং পানিৰ বাষ্পীভবনেৰ আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ = $L_v \text{ J kg}^{-1}$

এখানে ক্যালৱিমিটাৰ ও পানি তাপ গ্ৰহণ কৱবে এবং বাষ্প দুই পৰ্যায়ে সে তাপ হাৱাবে।

এখন, $\theta_1^{\circ}\text{C}$ হতে $\theta^{\circ}\text{C}$ -এ উঠতে আলোড়কসহ ক্যালৱিমিটাৰ কৰ্তৃক গৃহীত তাপ

$$Q_1 = ভৱ \times আঃ তাপ \times তাপমাত্ৰার পাৰ্থক্য$$

$$= WS (\theta - \theta_1) \text{ J}$$

$\theta_1^{\circ}\text{C}$ হতে $\theta^{\circ}\text{C}$ -এ উঠতে পানি কৰ্তৃক গৃহীত তাপ

$$Q_2 = ভৱ \times আঃ তাপ \times তাপমাত্ৰায় পাৰ্থক্য$$

$$= MS_1 (\theta - \theta_1) \text{ J}$$

মোট গৃহীত তাপ, $Q = Q_1 + Q_2$

$$= (WS + MS_1) (\theta - \theta_1) \text{ J} \quad (\text{A})$$

পুনঃ 100°C তাপমাত্ৰার বাষ্প ঘনীভূত হয়ে 100°C তাপমাত্ৰায় পানিতে পৱিণ্ট হতে হাৱানো তাপ

$$Q_3 = ভৱ \times বাষ্পীভবনেৰ আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ$$

$$= (m \times L_v) \text{ J}$$

100°C হতে $\theta^{\circ}\text{C}$ -এ নামতে ঘনীভূত বাষ্প (যা পানিতে পৱিণ্ট হয়েছে) কৰ্তৃক হাৱানো তাপ

$$Q_4 = ভৱ \times আঃ তাপ \times তাপমাত্ৰার পাৰ্থক্য$$

$$= mS_1 (100 - \theta) \text{ J}$$

মোট হারানো তাপ

$$\begin{aligned}
 Q' &= Q_3 + Q_4 \\
 &= m L_v J + m S_1 (100 - \theta) J \\
 &= \{m L_v + m S_1 (100 - \theta)\} J
 \end{aligned} \tag{B}$$

সুতরাং তাপ পরিমাপের নীতি হতে পাই মোট হারানো তাপ = মোট গৃহীত তাপ

বা, সমীকরণ (A) = সমীকরণ (B)

বা, $Q' = Q$

বা, $\{m L_v + m S_1 (100 - \theta)\} J = (WS + MS_1) (\theta - \theta_1) J$

$$\text{নির্ণেয় } L_v = \left[\frac{(WS + MS_1) (\theta - \theta_1)}{m} - S_1 (100 - \theta) \right] J \text{ kg}^{-1} \tag{3}$$

এখন W, S, M, S_1, m, θ এবং θ_1 -এর মান জেনে সমীকরণ হতে L_v -এর মান বের করা হয়।

সতর্কতা :

১। ক্যালরিমিটারে ধীরে ধীরে বাষ্প প্রবাহিত করতে হবে যতে পানি ছিটকে বাইরে না পড়ে। পানি বাইরে ছিটকে পড়লে L_v -এর প্রকৃত মান প্রাপ্ত মান অপেক্ষা কম হবে।

২। বাষ্প ফাঁদ হতে বাষ্প ক্যালরিমিটারে প্রবেশ করার পথে বাষ্প যাতে ঘনীভূত না হয়, সেজন্য বাষ্প ফাঁদের নির্গম নলটিকে তুলা বা অন্য অপরিবাহী পদার্থ দ্বারা আবৃত রাখতে হবে। অন্যথায় L_v -এর প্রকৃত মান কম হবে।

৩। বাষ্প খুব ধীরে ধীরে তৈরি করতে হবে। অন্যথায় বাষ্প ফাঁদের নির্গম নল দিয়ে বাষ্পের সাথে পানি প্রবেশ করতে পারে। এতে L_v -এর মান পরিবর্তিত হবে।

৪। ক্যালরিমিটারকে তাপক্ষয় নিরোধক প্রকোষ্ঠে রাখতে হবে যাতে পরিবহণ ও পরিচলন প্রক্রিয়ায় ক্যালরিমিটার হতে তাপ ক্ষয় না হয়।

৫। ক্যালরিমিটার এবং বয়লারের মাঝখানে একটি অপরিবাহী পদার্থের পার্টিশন রাখতে হবে, যাতে ক্যালরিমিটার বয়লার হতে কোন তাপ গ্রহণ করতে না পারে।

৬। বিকিরণজনিত তাপক্ষয় রোধ করার জন্য পরীক্ষণের শুরুতে ক্যালরিমিটার ও পানির তাপমাত্রা পরিপার্শের তাপমাত্রা অপেক্ষা 5°C কম থাকে। আবার ক্যালরিমিটারে নির্দিষ্ট পরিমাণ বাষ্প প্রবাহিত করতে হবে যাতে মিশ্রণের ছূঢ়ান্ত তাপমাত্রা পরিপার্শের তাপমাত্রা অপেক্ষা 5°C বেশি হয়। এতে বিকিরণজনিত ত্রুটি দূর হবে।

১৫.১০ কয়েকটি পদার্থের গলনাভক্ত, স্ফুটনাভক্ত, আপেক্ষিক সূচিত তাপ

পদার্থ	গলনাভক্ত ($^{\circ}\text{C}$)	গলনের আপেক্ষিক সূচিত তাপ (J kg^{-1})	স্ফুটনাভক্ত ($^{\circ}\text{C}$)	বাল্মীভবনের আপেক্ষিক সূচিত তাপ (J kg^{-1})
পানি	0.0	33.5×10^4	100	22.6×10^5
পারদ	-38.9	1.14×10^4	356.6	2.96×10^5
বেনজিন	5.5	12.6×10^4	80.1	3.94×10^5
ইথাইল অ্যালকোহল	-114.4	10.8×10^4	78.3	8.55×10^5
তামা	1083	20.7×10^4	2566	47.3×10^5
সোনা	1063	6.28×10^4	2808	17.2×10^5
সীসা	327.3	2.32×10^4	1750	8.59×10^5
লোহা	1538	28.9×10^4	2750	63.4×10^5

১৫.১১ সজ্জট শুরুক

Critical constant

প্রত্যেক গ্যাসের তিনটি সজ্জট শুরুক আছে ; যথা—সজ্জট তাপমাত্রা, সজ্জট চাপ ও সজ্জট আয়তন।

সজ্জট তাপমাত্রা (Critical temperature) : কোন গ্যাসকে যে কোন তাপমাত্রায় রেখে শুধুমাত্র চাপ প্রয়োগে তরল অবস্থায় রূপান্তরিত করা যায় না। তাপমাত্রা একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রার সমান অথবা নিচে থাকলে তাকে শুধু চাপ প্রয়োগে তরলে পরিণত করা যায়। এই তাপমাত্রাকে উক্ত গ্যাসের সজ্জট তাপমাত্রা বা ক্রাস্টি তাপমাত্রা বলে।

সংজ্ঞা : একটি গ্যাস সর্বোচ্চ যে তাপমাত্রায় থাকলে শুধু চাপ প্রয়োগে তাকে তরলে পরিবর্তন করা যায় একে এর সজ্জট তাপমাত্রা বলে। বিভিন্ন গ্যাসের সজ্জট তাপমাত্রা বিভিন্ন। যেমন কার্বন ডাই-অক্সাইড, হাইড্রোজেন ও অক্সিজেনের সজ্জট তাপমাত্রা যথাক্রমে 304.1 K , 249 K এবং 254 K ।

‘কার্বন ডাই-অক্সাইড গ্যাসের সজ্জট তাপমাত্রা 304.1 K ’—এটা দ্বারা বুঝা যায় যে, তাপমাত্রা 304.1 K অথবা তার নিচে থাকলে কার্বন ডাই-অক্সাইড গ্যাসকে শুধু চাপ প্রয়োগ দ্বারা তরলে পরিণত করা যাবে এবং এই তাপমাত্রার উর্ধে থাকলে চাপ প্রয়োগ দ্বারা তাকে তরলে পরিণত করা যাবে না।

সজ্জট চাপ (Critical pressure) : কোন গ্যাসের সজ্জট তাপমাত্রায় যে চাপ প্রয়োগ করে তাকে তরলে পরিণত করা যায় তাকে ঐ গ্যাসের সজ্জট চাপ বলে। হাইড্রোজেন, অক্সিজেন ও কার্বন ডাই-অক্সাইড গ্যাসের সজ্জট চাপ যথাক্রমে 13 , 50 ও 73 বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সমান। কাজেই 304.1 K তাপমাত্রায় কার্বন ডাই-অক্সাইড গ্যাসে 73 বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সমান চাপ প্রয়োগ করলে তা তরলে পরিণত হবে।

সজ্জট আয়তন (Critical volume) : সজ্জট তাপমাত্রা ও চাপে একক তরের কোন গ্যাসের আয়তনকে এর সজ্জট আয়তন বলে। হাইড্রোজেন, অক্সিজেন ও কার্বন ডাই-অক্সাইড গ্যাসের সজ্জট আয়তন যথাক্রমে 0.322 , 0.032 এবং 0.0217 m^3 । এই উক্তির অর্থ—সজ্জট তাপমাত্রা এবং চাপে 1 kg হাইড্রোজেন, 1 kg অক্সিজেন এবং 1 kg কার্বন ডাই-অক্সাইডের আয়তন যথাক্রমে 0.322 m^3 , 0.032 m^3 এবং 0.0217 m^3 ।

১৫.১২ দশা

Phase

আমরা জানি পদাৰ্থ তিনটি অবস্থায় থাকতে পারে, যথা—(১) কঠিন (Solid), (২) তরল (Liquid) এবং (৩) বায়বীয় বা গ্যাস (Gas)। পদাৰ্থের এমনি অবস্থাকে এক একটি দশা বলে। দশা শব্দের শব্দগত অর্থ অবস্থা। কিন্তু বিজ্ঞানের ভাষায় দশার নিম্নরূপ সংজ্ঞা দেয়া যেতে পারে।

সংজ্ঞা : কোন ব্যবস্থা বা সিস্টেমের একটি নির্দিষ্ট অংশ যার উপাদানগত গঠন সর্বত্র অভিন্ন এবং তোত বিচারে অন্যান্য অংশ থেকে পৃথকযোগ্য অৰ্থাৎ কোন যান্ত্রিক প্রক্রিয়ায় অন্যান্য অংশ হতে সহজে পৃথক করা যায়, তাকে দশা বলে।

সিস্টেম বা ব্যবস্থা বলতে আমরা বুঝি জড় জগতের একটি নির্দিষ্ট অংশ যার উপর পরীক্ষা-নিরীক্ষা চালান হয়।

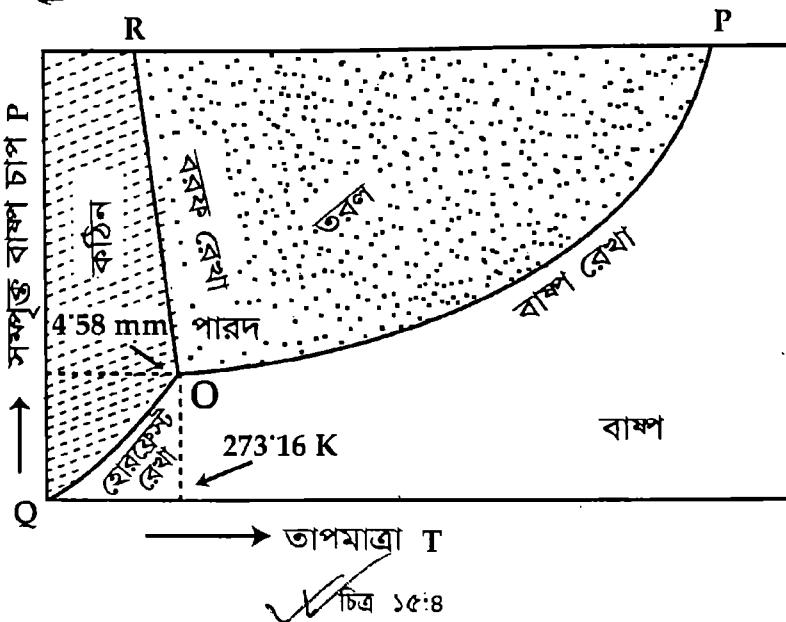
দশাকে দুইভাগে ভাগ করা হয়, যথা : (ক) সমস্তু দশা (Homogeneous phase) এবং (খ) অসমস্তু দশা (Heterogeneous phase)।

সমস্তু দশা বল্বে ব্যবস্থায় বা সিস্টেমে যাত্র একটি দশা আছে, তাকে সমস্তু দশা বলে। অক্সিজেন (O_2) এবং হাইড্রোজেনের সমন্বয়ে পানি (H_2O) উৎপন্ন হয়। পানি একটি তরল পদাৰ্থ যার উপাদানগত গঠন সর্বত্র সমান। এটি একটি সমস্তু দশা।

অসমস্তু দশা বল্বে ব্যবস্থায় একাধিক দশা বিদ্যমান আছে, তাকে অসমস্তু দশা বলে। যেমন—একটি আবন্ধ পাত্রে পানি-জলীয় বাষ্প একত্রে একটি ব্যবস্থা বা সিস্টেম নির্দেশ করে কিন্তু পানি ও জলীয় বাষ্প দুটি ভিন্ন দশা। সুতরাং, পানি ও জলীয় বাষ্প একটি অসমস্তু দশা।

১৫.১৩ দশা চিত্র এবং ত্রৈধ বিন্দু Phase diagram and Triple point

দশাচিত্র : সংজ্ঞা : কোন পদার্থের সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বনাম তাপমাত্রা নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করলে যে লেখচিত্র পাওয়া যায় তাকে দশা চিত্র বলা হয়।



অথবা, কোন পদার্থের সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক স্থাপনের জন্য যে লেখচিত্র পাওয়া যায় তাকে দশা চিত্র বলে।

পানির দশা চিত্র : একটি ছক কাগজের X-অক্ষে তাপমাত্রা এবং Y-অক্ষে সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ স্থাপন করে দশাচিত্র অঙ্কন করা হল।

যে তাপমাত্রায় পানি এবং জলীয় বাষ্প সহ-অবস্থানে থাকে, সে তাপমাত্রা বনাম সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করলে যে লেখচিত্র পাওয়া যাবে তাকে OP রেখা দ্বারা সূচিত করি। এ রেখার নাম বাষ্প রেখা (Steam line) যে তাপমাত্রায় কঠিন (বরফ) এবং জলীয় বাষ্প সহ-অবস্থানে থাকে, সে তাপমাত্রা বনাম সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করলে যে লেখচিত্র পাওয়া যাবে, তাকে OQ রেখা দ্বারা সূচিত করি। এ রেখার নাম হোরফ্রোস্ট রেখা (Hoarfrost line)। আবার যে তাপমাত্রায় কঠিন (বরফ) এবং তরল (পানি) সহ-অবস্থানে থাকে সে তাপমাত্রা বনাম সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করলে যে লেখচিত্র পাওয়া যাবে তাকে OR রেখা দ্বারা সূচিত করি। এই রেখার নাম বরফ রেখা (Ice line)।

উপরোক্ত তিনটি রেখা একটি সাধারণ বিন্দু O-তে ছেদ করেছে। এই সাধারণ বিন্দুকে ত্রৈধ বিন্দু বলে।

সুতরাং পানির ত্রৈধ বিন্দুর নিম্নলিখিত সংজ্ঞা দেয়া যেতে পারে।

সংজ্ঞা : যে তাপমাত্রায় বিশুদ্ধ বরফ, বিশুদ্ধ পানি এবং সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প তাপগত সহ-অবস্থানে থাকে তাকে পানির ত্রৈধ বিন্দু বলে। পানির ত্রৈধ বিন্দু 0.16°C বা 273.16 K (ত্রৈধ বিন্দুতে চাপ 4.58 mm পারদ বা 612.62 Nm^{-2})।

সাধারণভাবে বলা যায়, যে তাপমাত্রায় কোন পদার্থের কঠিন, তরল এবং বাষ্প একটি নির্দিষ্ট চাপে তাপগত সহ অবস্থানে থাকে তাকে উক্ত পদার্থের ত্রৈধ বিন্দু বলে।

স্মরণিকা

অবস্থার পরিবর্তন : তাপ গ্রহণে বা তাপ বর্জনে পদাৰ্থ এক অবস্থা হতে অন্য এক অবস্থায় রূপান্তৰিত হয়। এর নাম পদাৰ্থের অবস্থার পরিবর্তন ; যেমন গলন, কঠিনীভবন, বাষ্পীভবন, ঘনীভবন, উৎপাতন, তুহিনীভবন ইত্যাদি।

গলনাঙ্গক : স্থিৰ চাপে যে নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্ৰায় কোন একটি কঠিন পদাৰ্থ গলতে শুৰু কৰে এবং গলন ক্রিয়া শেষ না হওয়া পৰ্যন্ত এ তাপমাত্ৰা স্থিৰ থাকে, তাকে ঐ পদাৰ্থের গলনাঙ্গক বলে।

হিমাঙ্গক : স্থিৰ চাপে কোন তৱল পদাৰ্থকে ক্রমাগত শীতল কৰতে থাকলে যে তাপমাত্ৰায় পৌছে তৱল পদাৰ্থটি কঠিন পদাৰ্থে রূপান্তৰিত হতে শুৰু কৰে এবং কঠিনীভবন শেষ না হওয়া পৰ্যন্ত ঐ তাপমাত্ৰার কোন পরিবৰ্তন হয় না তাকে ঐ চাপে উক্ত তৱল পদাৰ্থের হিমাঙ্গক বলে।

বাষ্পীভবন : তাপ প্ৰয়োগেৰ ফলে একটি তৱল পদাৰ্থ তৱল অবস্থা হতে বাষ্পে পৱিণ্ট হওয়াকে বাষ্পীভবন বলে। বাষ্পীভবন দু'প্ৰকাৰ ; যথা : বাষ্পায়ন এবং স্ফুটন।

বাষ্পায়ন : সকল তাপমাত্ৰায় কোন একটি তৱল পদাৰ্থ এৰ উপৱিতল হতে ধীৱ গতিতে বাষ্পে পৱিণ্ট হওয়াকে বাষ্পায়ন বলে।

স্ফুটন : একটি নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্ৰায় তৱল পদাৰ্থেৰ সৰ্বস্থান হতে দ্রুত গতিতে তাৱ বাষ্পে পৱিণ্ট হওয়াকে স্ফুটন বলে।

স্ফুটনাঙ্গক : স্থিৰ চাপে যে নিৰ্দিষ্ট তাপমাত্ৰায় একটি তৱল পদাৰ্থ ফুটতে শুৰু কৰে এবং স্ফুটন ক্রিয়া শেষ না হওয়া পৰ্যন্ত এ তাপমাত্ৰা স্থিৰ থাকে সে তাপমাত্ৰাকে ঐ তৱলেৰ স্ফুটনাঙ্গক বলে।

সুন্ত তাপ বা জীন তাপ : যে তাপ বস্তুৰ তাপমাত্ৰার পৱিবৰ্তন না ঘটিয়ে অবস্থাৰ পৱিবৰ্তন ঘটায় তাকে বস্তুৰ ঐ অবস্থা পৱিবৰ্তনেৰ সুন্ত তাপ বা জীন তাপ বলে।

আপেক্ষিক সুন্ত তাপ : কোন পদাৰ্থেৰ একক ভৱ তাপমাত্ৰার পৱিবৰ্তন না ঘটিয়ে এক অবস্থা হতে অন্য অবস্থায় রূপান্তৰিত হতে পদাৰ্থটি যে তাপ গ্ৰহণ কৰে বা বৰ্জন কৰে তাকে ঐ পদাৰ্থেৰ আপেক্ষিক সুন্ত তাপ বলে। একে L দ্বাৰা সূচিত কৰা হয়।

আপেক্ষিক সুন্ত তাপ চাৱ প্ৰকাৰ ; যথা—

(১) গলনেৰ আপেক্ষিক সুন্ত তাপ : কোন কঠিন পদাৰ্থেৰ একক ভৱকে তাৱ গলনাঙ্গকে রেখে তাপমাত্ৰার পৱিবৰ্তন না ঘটিয়ে কঠিন হতে তৱলে পৱিণ্ট কৰতে যে পৱিমাণ তাপেৰ প্ৰয়োজন হয়, তাকে ঐ পদাৰ্থেৰ গলনেৰ সুন্ত তাপ বলো।

(২) কঠিনীভবনেৰ আপেক্ষিক সুন্ত তাপ : একক ভৱেৰ তৱলকে তাৱ তাপমাত্ৰার পৱিবৰ্তন না ঘটিয়ে তৱল অবস্থা হতে কঠিন অবস্থায় পৱিণ্ট হতে যে পৱিমাণ তাপ বৰ্জিত হয়, তাকে ঐ পদাৰ্থেৰ কঠিনীভবনেৰ আপেক্ষিক সুন্ত তাপ বলে।

(৩) বাষ্পীভবনেৰ আপেক্ষিক সুন্ত তাপ : কোন একটি তৱল পদাৰ্থেৰ একক ভৱকে তাৱ স্ফুটনাঙ্গকে রেখে তাপমাত্ৰার পৱিবৰ্তন না ঘটিয়ে তৱল থেকে বাষ্পে পৱিণ্ট কৰতে যে পৱিমাণ তাপেৰ প্ৰয়োজন হয়, তাকে ঐ পদাৰ্থেৰ বাষ্পীভবনেৰ আপেক্ষিক সুন্ত তাপ বলো।

(৪) ঘনীভবনেৰ আপেক্ষিক সুন্ত তাপ : একক ভৱেৰ কোন বাষ্পীয় পদাৰ্থকে তাৱ তাপমাত্ৰার পৱিবৰ্তন না ঘটিয়ে বাষ্পীয় অবস্থা হতে তৱল অবস্থায় পৱিণ্ট হতে যে পৱিমাণ তাপ বৰ্জিত হয়, তাকে ঐ বাষ্পীয় পদাৰ্থেৰ ঘনীভবনেৰ আপেক্ষিক সুন্ত তাপ বলে।

বইয়ের কম

সিস্টেম বা ব্যবস্থা : জড় জগতের একটি নির্দিষ্ট অংশ যার উপর পরীক্ষা-নিরীক্ষা চালান হয় তাকে সিস্টেম বা ব্যবস্থা বলে।

সমস্ত দশা : যে ব্যবস্থায় বা সিস্টেমে মাত্র একটি দশা আছে তাকে সমস্ত দশা বলে।

অসমস্ত দশা : যে ব্যবস্থায় একাধিক দশা বিদ্যমান আছে, তাকে অসমস্ত দশা বলে।

দশাচিত্র : কোন পদার্থের সম্পৃক্ত বাস্তুচাপ বনাম তাপমাত্রার লেখচিত্র অংকন করলে যে লেখচিত্র পাওয়া যায়, তাকে দশাচিত্র বলা হয়।

পানির ত্বেধ বিলু : যে তাপমাত্রায় বিশুদ্ধ বরফ, বিশুদ্ধ পানি এবং সম্পৃক্ত জলীয় বাস্তু তাপগত সহ-অবস্থানে থাকে তাকে পানির ত্বেধবিলু বলে। পানির ত্বেধবিলু 0.16°C বা 273.16 K ।

ত্বেধ বিলু : যে তাপমাত্রায় কোন পদার্থের কঠিন, তরল এবং বাস্তু একটি নির্দিষ্ট চাপে তাপগত সহ-অবস্থানে থাকে তাকে উক্ত পদার্থের ত্বেধ বিলু বলে।

সজ্জট তাপমাত্রা : একটি গ্যাস সর্বোচ্চ যে তাপমাত্রায় থাকলে শুধু চাপ প্রয়োগে তাকে তরলে পরিণত করা যায় তাকে এর সজ্জট তাপমাত্রা বলে।

সজ্জট চাপ : কোন গ্যাসের সজ্জট তাপমাত্রায় যে চাপ প্রয়োগ করে তাকে তরলে পরিণত করা যায় তাকে ঐ গ্যাসের সজ্জট চাপ বলে।

সজ্জট আয়তন : সজ্জট তাপমাত্রা ও চাপে একক ভরের কোন গ্যাসের আয়তনকে এর সজ্জট আয়তন বলে।

প্রয়োজনীয় সমীকরণ

তাপ পরিমাপের নীতি :

হারানো তাপ = গৃহীত তাপ।

কোন বস্তু একই অবস্থায় থেকে যে পরিমাণ তাপ গ্রহণ করে বা হারায় তার পরিমাণ

$$Q = \text{ভর} \times \text{আঃ তাপ} \times \text{তাপমাত্রার পার্থক্য}$$

$$= MS(\theta_2 - \theta_1) J \quad (1)$$

$$= \text{পানিসম} \times \text{তাপমাত্রার পার্থক্য}$$

$$= W(\theta_2 - \theta_1) J \quad (2)$$

$$= \text{একক ভরের তাপ ধারকতা} \times \text{তাপমাত্রার পার্থক্য}$$

$$= C(\theta_2 - \theta_1) J \quad (3)$$

কোন একটি বস্তু এক অবস্থা হতে অন্য অবস্থায় মূল্যান্তরিত হতে যে পরিমাণ তাপ গ্রহণ করে বা হারায় তা-

$$Q = \text{ভর} \times \text{পদার্থের ঐ অবস্থার সুষ্ঠু তাপ}$$

$$= mL J \quad (4)$$

$$L = Q / m J kg^{-1} \quad (5)$$

$$L_f = \left\{ \frac{(MS + m_1 S_1)(\theta_1 - \theta)}{m} - S_1 \theta \right\} J kg^{-1} \quad (6)$$

$$L_v = \left[\frac{(WS + mS_1)(\theta - \theta_1)}{m} - S_1 (100 - \theta) \right] J kg^{-1} \quad (7)$$

সমাধানকৃত উদাহরণ

১। 0°C তাপমাত্রার 1 kg বরফকে 0°C তাপমাত্রার পানিতে পরিণত করতে কত তাপের দরকার হবে?

[বরফ গলনের সুষ্ঠু তাপ $L = 336000\text{ J kg}^{-1}$]

মনে করি তাপের পরিমাণ = $Q\text{ J}$

আমরা পাই,

$Q = \text{ভর} \times \text{সুষ্ঠু তাপ}$

বা, $Q = mL\text{ J}$

(1)

এখানে, $M = 1\text{ kg}$,

$$L = 336000\text{ J kg}^{-1}$$

সমীকৰণ (1) হতে পাই,

$$Q = 1 \text{ kg} \times 336000 \text{ J kg}^{-1}$$

$$Q = 336000 \text{ J} = 33.6 \times 10^4 \text{ J}$$

১৫) 0°C তাপমাত্রার 40 g বৰফকে 100°C তাপমাত্রার বাস্তু পরিণত কৰতে প্ৰয়োজনীয় তাপেৰ পৱিমাণ নিৰ্ণয় কৰ। [বৰফ গলনেৰ সূত্ৰ তাপ = $3.36 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$, পানিৰ আপেক্ষিক তাপ = $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ এবং বাস্তুৰ আপেক্ষিক সূত্ৰ তাপ $2268000 \text{ J kg}^{-1}$]।

[ঢ. বো. ২০০৮]

0°C তাপমাত্রার পানিকে 0°C তাপমাত্রার বৰফে পৱিণত কৰতে প্ৰয়োজনীয় তাপ,

$$Q_1 = mL$$

$$= 0.04 \times 3.36 \times 10^5$$

$$= 13440 \text{ J}$$

$$\text{এখনে, } m = 40 \text{ g}$$

$$= 0.04 \text{ kg}$$

$$L = 3.36 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$$

$$S = 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$L_v = 2268000 \text{ J kg}^{-1}$$

0°C তাপমাত্রার পানিকে 100°C তাপমাত্রার পানিতে পৱিণত কৰতে প্ৰয়োজনীয় তাপ,

$$Q_2 = m S (100 - 0)$$

$$= 0.04 \times 4200 \times 100$$

$$= 16800 \text{ J}$$

100°C তাপমাত্রার পানিকে 100°C তাপমাত্রার বাস্তু পৱিণত কৰতে প্ৰয়োজনীয় তাপ,

$$Q_3 = m L_v$$

$$= 0.04 \times 2268000$$

$$= 90720 \text{ J}$$

মোট তাপ, $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 13440 + 16800 + 90720 = 1.21 \times 10^5 \text{ J}$.

১৬) 0°C তাপমাত্রার 200g বৰফকে 80°C তাপমাত্রার 0.5 kg পানিৰ সাথে মিশানো হলে মিশ্রণেৰ তাপমাত্রা 34.3°C হয়। বৰফ গলনেৰ আপেক্ষিক সূত্ৰ তাপ নিৰ্ণয় কৰ।

[কৃ. বো. ২০০৮]

(ক) 0°C তাপমাত্রার 0.2 kg বৰফকে 0°C তাপমাত্রার পানিতে পৱিণত কৰতে প্ৰয়োজনীয় তাপ,

$$Q_1 = ML = 0.2 \times LJ$$

(খ) 0°C তাপমাত্রার 0.2 kg পানিকে 34.3°C তাপমাত্রার পানিতে পৱিণত কৰতে প্ৰয়োজনীয় তাপ,

$$Q_2 = Ms\Delta\theta$$

$$= 0.2 \times 4200 \times 34.3 \text{ J}$$

$$= 28812 \text{ J}$$

এখনে,

$$\text{বৰফেৰ ভৰ, } M = 200\text{g} = 0.2 \text{ kg}$$

$$\text{তাপমাত্রার পাৰ্থক্য, } \Delta\theta_1 = (80 - 0)^{\circ}\text{C} = 80^{\circ}\text{C}$$

$$= 80 \text{ K}$$

$$\text{তাপমাত্রার পাৰ্থক্য, } \Delta\theta_2 = (80 - 34.3)^{\circ}\text{C}$$

$$= 45.7^{\circ} = 45.7 \text{ K}$$

বৰফ গলনেৰ আপেক্ষিক সূত্ৰ তাপ, $L = ?$

(গ) 80°C তাপমাত্রার 0.5 kg পানিকে 34.3°C তাপমাত্রার পানিতে পৱিণত কৰতে হারানো তাপ,

$$Q_3 = ms \Delta\theta_2$$

$$= 0.5 \times 4200 \times 45.7 \text{ J}$$

$$= 95970 \text{ J}$$

এখন, গৃহীত তাপ = বৰ্জিত তাপ

$$0.2L + 28812 \text{ J} = 95970 \text{ J}$$

$$\text{বা, } 0.2L = 95970 - 28812$$

$$= 67158 \text{ J}$$

$$L = \frac{67158}{0.2} \text{ J kg}^{-1}$$

$$= 3.36 \times 10^5 \text{ J/kg}$$

১. ২৬৩ K তাপমাত্রার 0.05 kg বরফকে 273K তাপমাত্রার পানিতে পরিবর্তন করতে কত তাপ লাগবে ?
বরফের আপেক্ষিক তাপ $2100 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ এবং বরফ গলনের আপেক্ষিক সূচিতাপ 336000 J kg^{-1} [য. বো. ২০০১]

এখানে দুই পর্যায়ে তাপ গৃহীত হবে :

- (i) 263 K থেকে 273 K-এ উন্নীত হতে বরফ কর্তৃক গৃহীত তাপ,

$$Q_1 = MS (\theta_1 - \theta_2) = 0.05 \times 2100 \times (273 - 263) = 1050 \text{ J}$$

- (ii) 273 K তাপমাত্রায় বরফ গলে 273 K তাপমাত্রার পানিতে পরিণত হতে প্রয়োজনীয় তাপ,

$$Q_2 = ML$$

$$= 0.05 \times 3.36 \times 10^5 = 16800 \text{ J}$$

$$\text{মোট গৃহীত তাপ} = Q_1 + Q_2$$

$$= 1050 + 16800$$

$$= 17850 \text{ J}$$

২. -5°C তাপমাত্রার 0.005 kg বরফের সাথে 40°C তাপমাত্রার 0.05 kg পানি মিশালে তাপমাত্রা কত হবে ?
বরফের আপেক্ষিক তাপ $2.1 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, বরফ গলনের আপেক্ষিক সূচিতাপ $3.36 \times 10^5 \text{ JK}^{-1}$ এবং পানির
আপেক্ষিক তাপ $4.2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ [য. বো. ২০০৪ ; চ. বো. ২০০৩]

- (ক) মনে করি শেষ উষ্ণতা 0°C

-5°C তাপমাত্রায় 0.005 kg বরফকে 0°C তাপমাত্রার বরফে পরিণত করতে প্রয়োজনীয় তাপ,

$$Q_1 = 0.005 \times 2.1 \times 10^3 \times \{0 - (-5)\} = 52.5 \text{ J}$$

- (খ) 0°C তাপমাত্রার 0.005 kg বরফকে 0°C তাপমাত্রার পানিতে পরিণত করতে প্রয়োজনীয় তাপ.

$$Q_2 = 0.005 \times 3.36 \times 10^5 = 16800 \text{ J}$$

- (গ) 0°C তাপমাত্রার 0.005 kg পানিকে 0°C তাপমাত্রার পানিতে পরিণত করতে প্রয়োজনীয় তাপ,

$$Q_3 = 0.005 \times 4.2 \times 10^3 \times (0 - 0)$$

$$= 210 \text{ J}$$

- (ঘ) 40°C তাপমাত্রার 0.05 kg পানিকে 0°C তাপমাত্রার পানিতে পরিণত করতে প্রয়োজনীয় তাপ,

$$Q_4 = 0.05 \times 4.2 \times 10^3 \times (40 - 0) = 210 (40 - 0) \text{ J}$$

আমরা জানি,

গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_4$$

$$\text{বা, } 52.5 + 1680 + 210 = 210(40 - 0)$$

$$\text{বা, } 1732.5 + 210 = 8400 - 2100$$

$$\text{বা, } 2100 + 210 = 8400 - 1732.5$$

$$\text{বা, } 2310 = 6667.5$$

$$\theta = \frac{6667.5}{231}$$

$$= 28.86^\circ\text{C}$$

২৫২ + ৫০ম দল

ফিল্ম প্রক্রিয়া

$m_2 \theta - 80m_1$

$m_1 + m_2$

(৬) 0°C তাপমাত্রার 2 kg বৰফকে কেবলমাত্র বাল্কে পরিণত কৰতে কত তাপের প্ৰয়োজন হবে ? পানিৰ আঃ তাপ $4200 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$, বৰফ গলনেৱ আঃ সূন্ততাপ $3.36 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$ এবং পানিৰ বাষ্পীভৱনেৱ গলনেৱ আঃ সূন্ততাপ $22.68 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$.
[সি. বো. ২০০৫]

(i) 0°C তাপমাত্রায় বৰফ গলাতে গৃহীত তাপ

$$\begin{aligned} Q_1 &= ML \\ &= 2 \times 336000 \\ &= 672000 \text{ J} \end{aligned}$$

এখনে,

$$\begin{aligned} M &= 2 \text{ kg} \\ L &= 336000 \\ Q &= ? \end{aligned}$$

(ii) 0°C হতে 100°C -এ উত্ত পানিকে উন্নীত কৰতে তাপেৱ পৰিমাণ,

$$\begin{aligned} Q_2 &= ভৱ \times আঃ তাপ \times তাপমাত্রার পাৰ্থক্য \\ &= 2 \times 4200 \times (100 - 0) \\ &= 2 \times 4200 \times 100 \\ &= 840000 \text{ J}. \end{aligned}$$

(iii) 100°C তাপমাত্রার পানি 100°C তাপমাত্রার বাল্কে পৰিণত হতে প্ৰয়োজনীয় তাপ,

$$\begin{aligned} Q_3 &= ML \\ &= 2 \times 2268000 \\ &= 4536000 \text{ J} \end{aligned}$$

মোট তাপ

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ &= (672000 + 840000 + 4536000) \\ &= 6048 \times 10^3 \text{ J}. \end{aligned}$$

(৭) — 5°C তাপমাত্রার 0.01 kg বৰফকে 100°C তাপমাত্রার বাল্কে পৰিণত কৰতে কত কাজ সম্পন্ন কৰে তাপ সৱবৱাই কৰতে হবে ? [বৰফেৱ আপেক্ষিক তাপ $500 \text{ cal kg}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ এবং বৰফ গলনেৱ সূন্ততাপ 8000 cal kg^{-1}]
[সি. বো. ২০০৩]

(ক) — 5°C তাপমাত্রার বৰফকে 0°C তাপমাত্রায় উন্নীত কৰতে প্ৰয়োজনীয় তাপ,

$$\begin{aligned} Q_1 &= ভৱ \times আপেক্ষিক তাপ \times তাপমাত্রা বৃদ্ধি \\ &= 0.01 \times 2100 \times (0 - (-5)) \text{ J} \\ &= 105 \text{ J} \end{aligned}$$

(খ) 0°C তাপমাত্রার বৰফকে 0°C তাপমাত্রার পানিতে পৰিণত কৰতে প্ৰয়োজনীয় তাপ,

$$\begin{aligned} Q_2 &= ভৱ \times আপেক্ষিক সূন্ততাপ \\ &= 0.01 \times 3.36 \times 10^5 \text{ J} \\ &= 3.36 \times 10^3 \text{ J} \end{aligned}$$

এখনে,

$$\begin{aligned} \text{বৰফেৱ ভৱবেগ} &= 0.01 \text{ kg} \\ \text{বৰফেৱ আপেক্ষিক তাপ} &= 500 \text{ cal kg}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \\ &= 500 \times 4.2 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \\ &= 2100 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \\ \text{বৰফ গলনেৱ সূন্ততাপ}, L &= 80000 \text{ cal kg}^{-1} \\ &= 80000 \times 4.2 \text{ J kg}^{-1} \\ &= 3.36 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{পানিৰ আপেক্ষিক তাপ}, S = 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$$

$$\text{বাল্কেৱ আপেক্ষিক তাপ} = 2.26 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$$

(গ) 0°C তাপমাত্রার পানিকে 100°C তাপমাত্রার পানিতে পৰিণত কৰতে প্ৰয়োজনীয় তাপ,

$$\begin{aligned} Q_3 &= পানিৰ ভৱ \times পানিৰ আপেক্ষিক তাপ \times তাপমাত্রার পৰিবৰ্তন \\ &= 0.01 \times 4200 \times (100 - 0) \\ &= 4200 \text{ J} \\ &= 4.2 \times 10^3 \text{ J} \end{aligned}$$

(ঘ) 100°C তাপমাত্রার 0.01 kg পানি 100°C তাপমাত্রার বাস্তে পরিণত করতে প্রয়োজনীয় তাপ,

$$\begin{aligned} Q_4 &= \text{পানির ভর} \times \text{বাস্তের আপেক্ষিক তাপ} \\ &= 0.01 \times 2.26 \times 10^6 \text{ J} \\ &= 2.26 \times 10^4 \text{ J} \end{aligned}$$

অতএব, মোট প্রয়োজনীয় তাপ, $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$

$$\begin{aligned} &= 105 \text{ J} + 3.36 \times 10^3 \text{ J} + 4.2 \times 10^3 \text{ J} + 2.26 \times 10^4 \text{ J} \\ &= 30.265 \times 10^3 \text{ J} \end{aligned}$$

৮) সমপরিমাণ গরম পানি এবং 0°C তাপমাত্রার বরফ একসাথে মিশানো হল। সম্পূর্ণ বরফ গলে পানি হওয়ার পর মিশ্রণের তাপমাত্রা 0°C হল। গরম পানির তাপমাত্রা কত ছিল? [বরফ গলনের আপেক্ষিক সূচৰ তাপ = $3.36 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$ এবং পানির আপেক্ষিক তাপ = $4.2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$] [ব. বো. ২০০৬ ; সি. বো. ২০০২]

মনে করি গরম পানির তাপমাত্রা = $\theta^{\circ}\text{C}$

পানি বা বরফের পরিমাণ = $m \text{ kg}$

(ক) গরম পানি কর্তৃক বর্জিত তাপ, $Q_1 = m \times 4200 \times (\theta - 0) \text{ J} = 4200 m\theta \text{ J}$

(খ) বরফ কর্তৃক গৃহীত তাপ, $Q_2 = mL_f = m \times 3.36 \times 10^5 \text{ J} = 3.36 \times 10^5 m \text{ J}$
আমরা জানি,

গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ

অর্থাৎ $Q_2 = Q_1$

$$3.36 \times 10^5 m \text{ J} = 4200 m\theta \text{ J}$$

$$\text{বা, } \theta = \frac{3.36 \times 10^5}{4.2 \times 10^3} = 80^{\circ}\text{C}$$

$$\frac{m_1 \theta_2 - 80^{\circ}\text{C}}{m_1 + m_2}$$

৯) 100°C তাপমাত্রার 500 g জলীয় বাষ্প ঘনিষ্ঠত হয়ে 30°C তাপমাত্রার পানিতে পরিণত হওয়ার জন্য কত তাপ বর্জন করতে হবে? পানির আপেক্ষিক তাপ $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ এবং পানির বাষ্পীভবনের সূচৰ তাপ $2.26 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$ । [য. বো. ২০০০]

(ক) 100°C তাপমাত্রার বাষ্প 100°C পানিতে পরিণত হলে বর্জিত তাপ,

$$\begin{aligned} Q_1 &= mL_v = 0.5 \times 2.26 \times 10^6 \text{ J} \\ &= 1.13 \times 10^6 \text{ J} = 11.30 \times 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

(খ) 100°C তাপমাত্রার পানি 30°C তাপমাত্রার পানিতে পরিণত হতে বর্জিত তাপ,

$$\begin{aligned} Q_2 &= ms\Delta\theta \\ &= 0.5 \times 4200 \times 70 \\ &= 1.47 \times 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{অতএব, মোট বর্জিত তাপ, } Q &= Q_1 + Q_2 \\ &= 11.30 \times 10^5 \text{ J} + 1.47 \times 10^5 \text{ J} \\ &= 12.77 \times 10^5 \text{ J} \\ &= 1.277 \times 10^6 \text{ J} \end{aligned}$$

এখানে,

বাস্তের ভর, $m = 500 \text{ g} = 0.5 \text{ kg}$

$$\begin{aligned} \text{তাপমাত্রার পার্থক্য, } \Delta\theta &= (100 - 30)^{\circ}\text{C} \\ &= 70^{\circ}\text{C} = 70\text{K} \end{aligned}$$

পানির আপেক্ষিক তাপ, $S = 4200 \text{ J kg}^{-1}$

পানির বাষ্পীভবনের সূচৰ তাপ, $L_v = 2.26 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$

১০) 0°C তাপমাত্রার 1 kg বরফকে 100°C তাপমাত্রায় বাস্তে পরিণত করতে কত তাপ লাগবে?

[ব. বো. ২০০৮]

0°C তাপমাত্রার 1 kg বরফকে 0°C তাপমাত্রার পানিতে পরিণত করতে প্রয়োজনীয় তাপ = $3.36 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$

0°C তাপমাত্রার 1 kg পানিকে 100°C তাপমাত্রার পানিতে পরিণত করতে প্রয়োজনীয় তাপ

$$\begin{aligned} &= 1 \times 4200 \times (100 - 0) \\ &= 420000 \text{ J} \\ &= 4.2 \times 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

100°C তাপমাত্রার 1 kg পানিকে 100°C তাপমাত্রার বাস্তে পরিণত করতে প্রয়োজনীয় তাপ = $22.6 \times 10^5 \text{ J}$

$$\text{মোট প্রয়োজনীয় তাপ} = (3.36 \times 10^5 + 4.2 \times 10^5 + 22.6 \times 10^5) \text{ J} = 3.016 \times 10^6 \text{ J}$$

(১) 0°C তাপমাত্রার 500 g বৰফকে বাল্পে পরিণত কৰতে কত তাপের প্ৰয়োজন হবে? বৰফের আঃ তাপ 2100 J/kg/K , বৰফ গলনেৰ আঃ সূস্ততাপ $3.36 \times 10^5\text{ J kg}^{-1}$ এবং পানিৰ বাল্পনেৰ আঃ সূস্ততাপ $22.68 \times 10^5\text{ J kg}^{-1}$ । [ব. বো. ২০০৩]

এখনে তিনি পৰ্যায়ে তাপ গৃহীত হবে—

(i) 0°C তাপমাত্রার বৰফ গলে 0°C তাপমাত্রার পানিতে পরিণত হতে গৃহীত তাপ,

$$\begin{aligned} Q_1 &= ML \\ &= 0.5\text{ kg} \times 3.36 \times 10^5\text{ J kg}^{-1} \\ &= 168000\text{ J} = 1.68 \times 10^5\text{ J} \end{aligned}$$

(ii) 0°C হতে 100°C -এ উন্নীত হতে গৃহীত তাপ,

$$\begin{aligned} Q_2 &= MS(100 - 0) \\ &= 0.5\text{ kg} \times 4200\text{ J/kg/K} \times 100 \\ &= 210000\text{ J} = 2.1 \times 10^5\text{ J} \end{aligned}$$

(iii) 100°C তাপমাত্রার পানি 100°C তাপমাত্রার বাল্পে পরিণত হতে প্ৰয়োজনীয় তাপ,

$$\begin{aligned} Q_3 &= ML_u = 0.5\text{ kg} \times 22.68 \times 10^5\text{ J kg}^{-1} \\ &= 11.34 \times 10^5\text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{মোট গৃহীত তাপ, } Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 = (1.68 \times 10^5 + 2.1 \times 10^5 + 11.34 \times 10^5)\text{ J} \\ &= 15.12 \times 10^5\text{ J} \end{aligned}$$

(২) 0°C তাপমাত্রায় 0.5 kg বৰফকে 100°C তাপমাত্রায় পানিতে পরিণত কৰতে কত তাপের প্ৰয়োজন হবে?

(বৰফ গলনেৰ আপেক্ষিক সূস্ততাপ $= 33.4 \times 10^4\text{ J kg}^{-1}$)

[য. বো. ২০০৬ (মান ভিন্ন); চ. বো. ২০০৮]

0°C তাপমাত্রার 0.5 kg বৰফকে গলিয়ে 0°C তাপমাত্রার পানিতে পরিণত কৰতে প্ৰয়োজনীয় তাপ,

$$H_1 = 0.5 \times 33.4 \times 10^4 = 16.7 \times 10^4\text{ J}$$

0°C তাপমাত্রার পানিকে 100°C তাপমাত্রার পানিতে পরিণত কৰতে প্ৰয়োজনীয় তাপ,

$$H_2 = 0.5 \times 4200 \times (100 - 0) = 21.0 \times 10^4\text{ J}$$

$$\therefore \text{প্ৰয়োজনীয় তাপ} = H_1 + H_2 = (16.7 \times 10^4 + 21.0 \times 10^4)\text{ J} = 37.7 \times 10^4\text{ J}$$

(৩) 0°C তাপমাত্রার 0.005 kg বৰফকে 30°C তাপমাত্রার 0.02 kg পানিৰ সাথে মিশানো হল। মিশ্রণেৰ তাপমাত্রা বেৱে কৰ। (পানিৰ আঃ তাপ $= 4200\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$)

মনে কৰি মিশ্রণেৰ তাপমাত্রা $= \theta^{\circ}\text{C}$.

এখন, 30°C হতে 0°C -এ নামতে গৰম পানি কৰ্তৃক হারানো

$$\text{তাপ } Q_1 = MS(\theta_1 - \theta)\text{ J} \quad (1)$$

[কু. বো. ২০০৬ (মান ভিন্ন); ঢাঃ বো. ২০০৫]

এখনে $M = 0.02\text{ kg}$

$$S = 4200\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$$

$$\theta_1 = 30^{\circ}\text{C}$$

$$m = 0.005\text{ kg}$$

সমীকৰণ (1) হতে পাই,

$$\begin{aligned} Q_1 &= 0.02\text{ kg} \times 4200\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1} \times (30 - \theta)^{\circ}\text{C} \\ &= 2520\text{ J} - 840\text{ J} \end{aligned}$$

এক্ষেত্ৰে বৰফ দুই পৰ্যায়ে তাপ গ্ৰহণ কৰবে।

(i) 0°C তাপমাত্রায় বৰফ গলতে গৃহীত তাপ

$$\begin{aligned} Q_2 &= mL \\ &= 0.005\text{ kg} \times 336000\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1} \\ &= 1680\text{ J} \end{aligned}$$

(ii) 0°C হতে 0°C -এ উন্নীত হতে উন্নত পানি কৰ্তৃক গৃহীত তাপ

$$\begin{aligned} Q_3 &= ভৱ \times আঃ তাপ \times তাপমাত্রার পাৰ্থক্য \\ &= 0.005\text{ kg} \times 4200\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1} \times \theta^{\circ}\text{C} \\ &= 21\theta\text{ J} \end{aligned}$$

মোট গৃহীত তাপ

$$Q' = Q_2 + Q_3 = 1680 \text{ J} + 21 \theta \text{ J}$$

কিন্তু আমরা জানি, $Q_1 = Q'$

$$2520 \text{ J} - 84 \theta \text{ J} = 1680 \text{ J} + 21 \theta \text{ J}$$

$$\text{বা, } 105 \theta \text{ J} = 840 \text{ J}$$

$$\theta = \frac{840 \text{ J}}{105 \text{ J}} = 8^{\circ}\text{C}$$

(৪৮) — 5°C তাপমাত্রায় 0.005 kg বরফের সাথে 90°C তাপমাত্রায় 0.5 kg পানি মিশালে মিশ্রণের ছড়ান্ত তাপমাত্রা কত হবে ? [বরফের আপেক্ষিক তাপ = $2.1 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; বরফ গলনের আপেক্ষিক সূস্ততাপ = $3.36 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$ এবং পানির আপেক্ষিক তাপ = $4.2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$] [ব. বো. ২০০১]

মনে করি, মিশ্রণের তাপমাত্রা = $\theta^{\circ}\text{C}$

এখন, 90°C তাপমাত্রা হতে $\theta^{\circ}\text{C}$ -এ নামতে গরম পানি কর্তৃক হারানো তাপ,

$$Q_1 = MS(\theta_1 - \theta) \text{ J} \quad (1)$$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$\begin{aligned} Q_1 &= 0.5 \times 4.2 \times 10^3 \times (90 - \theta) \\ &= (1.89 \times 10^5 - 2.1 \times 10^3 \theta) \text{ J} \end{aligned}$$

এক্ষেত্রে বরফ কর্তৃক তিনি পর্যায়ে তাপ গৃহীত হবে।

(1) — 5°C থেকে 0°C -এ আনতে বরফ কর্তৃক গৃহীত তাপ,

$$Q_2 = 0.005 \times 2.1 \times 10^3 \times 5 = 52.5 \text{ J}$$

(2) 0°C তাপমাত্রায় বরফ গলতে গৃহীত তাপ,

$$Q_3 = mL = 0.005 \times 3.36 \times 10^5 = 1680 \text{ J}$$

(3) 0°C হতে $\theta^{\circ}\text{C}$ -এ উন্নীত হতে উন্ত পানি কর্তৃক গৃহীত তাপ,

$$Q_4 = 0.005 \times 4.2 \times 10^3 \times \theta = 21 \theta \text{ J}$$

মোট গৃহীত তাপ,

$$Q' = Q_2 + Q_3 + Q_4 = 52.5 + 1680 + 21 \theta = (1732.5 + 21 \theta) \text{ J}$$

কিন্তু আমরা জানি, বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ

$$\text{অর্থাৎ } Q_1 = Q'$$

$$1.89 \times 10^5 - 2.1 \times 10^3 \theta = 1732.5 + 12 \theta$$

$$\text{বা, } 2.1 \times 10^3 \theta + 21 \theta = 1.89 \times 10^5 - 1.7325 \times 10^3$$

$$\text{বা, } 2121 \theta = 187267.5$$

$$\theta = \frac{187267.5}{2121} = 88.29^{\circ}\text{C}$$

(৫১) 0°C তাপমাত্রার 2.1 kg বরফ 40°C তাপমাত্রার 5.9 kg পানির সাথে মিশ্রিত করা হল। মিশ্রণের ছড়ান্ত তাপমাত্রা কত ? বরফ গলনের সূস্ততাপ $336 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1}$ এবং পানির আপেক্ষিক তাপ $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ।

মনে করি মিশ্রণের তাপমাত্রা = $\theta^{\circ}\text{C}$

[ব. বো. ২০০৫]

এখন 40°C হতে $\theta^{\circ}\text{C}$ -এ নেমে আসতে গরম পানি

এখনে,

কর্তৃক হারানো তাপ,

$$\begin{aligned} Q_1 &= MS(40 - \theta) \\ &= 5.9 \times 4200 (40 - \theta) \\ &= 24780 (40 - \theta) \end{aligned}$$

$$\text{পানির ভর, } M = 5.9 \text{ kg}$$

$$\text{পানির আঃ তাপ, } S = 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\text{বরফের ভর, } m = 2.1 \text{ kg}$$

এক্ষেত্রে বরফ দুই পর্যায়ে তাপ গ্রহণ করবে।

- (i) 0°C তাপমাত্রার বৰফ গলতে গৃহীত তাপ, $Q_2 = ml_f = 2.1 \times 336000 = 705600$
(ii) 0°C হতে 0°C -এ উন্নীত হতে গৃহীত তাপ, $Q_S = mS (\theta - 0) = 2.1 \times 4200 \times \theta = 8820 \theta$

$$\text{মোট গৃহীত তাপ}, Q_4 = Q_2 + Q_3 = 705600 + 8820 \theta$$

আমৰা জানি, বৰ্জিত তাপ = গৃহীত তাপ বা, $Q_1 = Q_4$

$$24780(40 - \theta) = 705600 + 8820 \theta$$

বা, $991200 - 24780 \theta = 705600 + 8820 \theta$

বা, $(24780 + 8820) \theta = 991200 - 705600$

বা, $33600 \theta = 1696800$

$$\theta = \frac{1696800}{33600}$$

$$\theta = 50.5^{\circ}\text{C}$$

(১৬) শূন্য তাপমাত্রার 20 g বৰফকে 100°C তাপমাত্রার বাল্পে পরিণত কৰতে প্ৰয়োজনীয় তাপেৰ পৱিমাণ বেৱে কৰ। [পানিৰ আপেক্ষিক তাপ = $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ এবং বাল্পেৰ আপেক্ষিক সুস্থতাপ = $2260000 \text{ J kg}^{-1}$; বৰফ গলনেৰ আপেক্ষিক সুস্থতাপ = 336000 J kg^{-1}] [ৱা. বো. ২০০১; য. বো. ২০০৫; কু. বো. ২০০৩]

(i) 0°C তাপমাত্রায় বৰফ গলাতে গৃহীত তাপ

$$Q_1 = ML$$

$$= 0.02 \text{ kg} \times 336000 \text{ J kg}^{-1}$$

$$= 6720 \text{ J}$$

এখানে,

$$M = 20 \text{ g} = 0.02 \text{ kg}$$

$$Q = ?$$

(ii) 0°C হতে 100°C -এ উন্নীত পানিকে উন্নীত কৰতে তাপেৰ পৱিমাণ,

$$Q_2 = ভৰ \times আঃ তাপ \times তাপমাত্রার পাৰ্থক্য$$

$$= 0.02 \text{ kg} \times 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \times (100^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C})$$

$$= 0.02 \text{ kg} \times 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \times 100^{\circ}\text{C} \text{ বা } 100 \text{ K}$$

$$= 8400 \text{ J}$$

(iii) 100°C তাপমাত্রার পানি 100°C তাপমাত্রার(বাল্পে পৱিণত হতে প্ৰয়োজনীয় তাপ,

$$Q_3 = ML_v = 0.02 \times 2260000$$

$$= 45200 \text{ J}$$

$$\text{মোট তাপ}, Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (6720 + 8400 + 45200) \text{ J}$$

$$= 60320 \text{ J}$$

(১৭) 50°C তাপমাত্রার 0.03kg পানিতে 0°C তাপমাত্রার 0.02 kg বৰফ মিশানো হলে মিশণেৰ ফলাফল কি হবে? [পানিৰ আঃ তাপ ও বৰফ গলনেৰ সুস্থতাপ যথাক্রমে $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ এবং $3.36 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$] [ঢ. বো. ২০০৩]

এখানে, পানি তাপ বৰ্জন কৰবে এবং বৰফ তাপ ধৰণ কৰবে। মনে কৰি, মিশণেৰ চূড়ান্ত তাপমাত্রা 0°C ।

প্ৰথমত, 50°C তাপমাত্রার 0.03 kg পানি 0°C -এ নামতে বৰ্জিত তাপ,

$$H_1 = ভৰ \times আঃ তাপ \times তাপমাত্রার পাৰ্থক্য$$

$$= 0.03 \times 4.2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \times (50 - 0) = 126 (50 - \theta) \text{ J}$$

দ্বিতীয়ত, 0°C তাপমাত্রার 0.02 kg বৰফ 0°C তাপমাত্রার পানিতে পৱিণত হতে গৃহীত তাপ,

$$H_2 = ভৰ \times সুস্থ তাপ$$

$$= 0.02 \times 3.36 \times 10^5$$

$$= 6720 \text{ J}$$

তৃতীয়ত, 0°C এর বরফ গলা পানি 0°C -এ পৌছতে গৃহীত তাপ,

$$\begin{aligned} H_3 &= ডর \times আঃ তাপ \times তাপমাত্রার পার্থক্য \\ &= 0.02 \times 4.2 \times 10^3 \times (0 - 0) \text{ J} = 840 \text{ J} \end{aligned}$$

এখন, গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ

$$H_2 + H_3 = H_1$$

$$6720 + 840 = 126 (50 - \theta)$$

$$\text{বা, } 6720 + 640 = 6300 - 126\theta$$

$$\text{বা, } 640 + 126\theta = 6300 - 6720$$

$$\text{বা, } 190\theta = -420$$

$$\therefore \theta = -\frac{420}{190}$$

$$= -2.21^{\circ}\text{C}$$

মিশ্রণের তাপমাত্রা ঝণাঞ্চক। সুতরাং সম্পূর্ণ বরফ গলে পানিতে পরিণত হবে না। এক্ষেত্রে গরম পানি কর্তৃক বর্জিত তাপের পরিমাণ বরফ গলিয়ে পানিতে পরিণত করে মিশ্রণের তাপমাত্রায় পৌছাতে প্রয়োজনীয় তাপের পরিমাণের তুলনায় কম।

প্রশ্নমালা

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন :

- ১। অবস্থার পরিবর্তন কাকে বলে ?
- ২। গলন বা তরলীভবন কাকে বলে ?
- ৩। হিমায়ন বা কঠিনীভবনকি ?
- ৪। বাস্তীভবন বলতে কি বুঝ ?
- ৫। ঘনীভবন কাকে বলে ?
- ৬। স্ফুটন কাকে বলে ?
- ৭। স্ফুটনাঙ্ক কাকে বলে ?
- ৮। হিমাঙ্ক কাকে বলে ?
- ৯। সূক্ষ্ম তাপ কাকে বলে ?
- ১০। বরফ গলনের সূক্ষ্ম তাপের সংজ্ঞা দাও।

[রা. বো. ২০০১]

- ১১। আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ কাকে বলে ? [ঢা. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০১ ; সি. বো. ২০০১]
- ১২। বরফ গলনের সূক্ষ্ম তাপ $3.36 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$ বলতে কি বুঝ ? [ঢা. বো. ২০০০]
- ১৩। গলন ও বাস্তীভবনের আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ কাকে বলে ? [সি. বো. ২০০৬ ; ব. বো. ২০০৪]
- ১৪। পানির বাস্তীভবনের আপেক্ষিক সূক্ষ্ম তাপ $2268000 \text{ J kg}^{-1}$ বলতে কি বুঝ ?
- ১৫। দশা কাকে বলে ? [ঢা. বো. ২০০৪]
- ১৬। পানির ত্বেধবিন্দু কি ? [ব. বো. ২০০৪ ; কু. বো. ২০০৪ ; য. বো. ২০০৩]
- অথবা, পানির ত্বেধবিন্দু কাকে বলে ? [কু. বো. ২০০৬ ; ব. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৩, ২০০১ ; ঢা. বো. ২০০২ ; য. বো. ২০০১ ; সি. বো. ২০০৩]
- ১৭। ক্রান্তি তাপমাত্রা বলতে কি বুঝ ? [কু. বো. ২০০৩]
- ১৮। পানির ত্বেধবিন্দুর তাপমাত্রা কত ? [ব. বো. ২০০৪]
- ১৯। সংকট তাপমাত্রা [কু. বো. ২০০১], সংকট চাপ ও সংকট আয়তন বলতে কি বুঝায় ?
- ২০। সংজ্ঞা লিখ ৪ (ক) গলনাঙ্ক ; (খ) হিমাঙ্ক ; (গ) সিস্টেম ; (ঘ) স্ফুটনাঙ্ক ; (ঙ) দশা ; (চ) দশাচিত্র ; (ছ) গলন ; (জ) বাস্তীভবন ; (ঝ) উর্ধপাতন ; (ঝঝ) তুহিনীভবন।

ৱচনামূলক প্ৰশ্ন :

১। লেখচিত্ৰের সাহায্যে পদাৰ্থেৰ অবস্থা পরিবৰ্তন ব্যাখ্যা কৰ।

২। বাষ্পায়ন ও স্ফুটনেৰ মধ্যে তিনটি পাৰ্থক্য লিখ।

[কু. বো. ২০০৫]

৩। স্ফুটনাঙ্গক কাকে বলে ? স্ফুটনাঙ্গেৰ উপৰ চাপেৰ প্ৰভাৱ আলোচনা কৰ।

৪। পানিৰ বাষ্পীভবনেৰ সুৰ্ত তাপ নিৰ্ণয়েৰ পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰ। [ৱা. বো. ২০০৪, ২০০২ ; য. বো. ২০০৪ ;
ঢ. বো. ২০০২, ২০০১ ; চ. বো. ২০০১ ; ব. বো. ২০০২]

৫। বৰফ গলনেৰ আপেক্ষিক সুৰ্ত তাপ নিৰ্ণয়েৰ একটি পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰ। [ঢ. বো. ২০০৫, ২০০৪, ২০০০ ;
ৱা. বো. ২০০৬, ২০০৩ ; য. বো. ২০০৩, ২০০১ ; চ. বো. ২০০৫, ২০০৩, ২০০০ ; কু. বো. ২০০১ ;
ব. বো. ২০০৫, ২০০১ ৱা. বো. ২০০০ ;
ব. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৩]

৬। পানিৰ দশাচিত্ৰেৰ বৰ্ণনা দাও।

৭। প্ৰয়োজনীয় সাবধানতাসহ বৰফ গলনেৰ আপেক্ষিক সুৰ্ত তাপ নিৰ্ণয়েৰ পৰীক্ষাটি বৰ্ণনা কৰ।

[ব. বো. ২০০৩ ; সি. বো. ২০০৪, ২০০১]

৮। প্ৰয়োজনীয় সতৰ্কতা অবলম্বনপূৰ্বক পানিৰ বাষ্পীভবনেৰ আপেক্ষিক সুৰ্ততাপ নিৰ্ণয়েৰ একটি পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰ।

[চ. বো. ২০০৬, ঢ. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৬ ; সি. বো. ২০০৬, ২০০৩]

গাণিতিক সমস্যাবলি :

১। 0°C তাপমাত্ৰার 10 kg বৰফ 0°C তাপমাত্ৰার পানিতে পৱিণত কৰতে তাপেৰ পৱিমাণ নিৰ্ণয় কৰ।

[বৰফ গলনেৰ সুৰ্ত তাপ = 336000 J kg^{-1}] [উৎ : $33.6 \times 10^5 \text{ J}$]

২। 0°C তাপমাত্ৰার 10 kg বৰফকে 30°C তাপমাত্ৰার পানিতে পৱিণত কৰতে কত তাপেৰ প্ৰয়োজন হবে ?

[বৰফ গলনেৰ সুৰ্ত তাপ = 336000 J kg^{-1} এবং পানিৰ আঃ তাপ = $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$] [উৎ : $462 \times 10^4 \text{ J}$]

৩। -10°C তাপমাত্ৰার 0.005 kg বৰফেৰ সাথে 40°C তাপমাত্ৰার 0.002 kg পানি মিশালে মিশণেৰ শেষ তাপমাত্ৰা কত হবে ? [উৎ : 15°C]

৪। -10°C তাপমাত্ৰার 5 g বৰফেৰ সাথে 30°C তাপমাত্ৰার 20 g পানি মিশালে মিশণেৰ শেষ তাপমাত্ৰা কত হবে ? [বৰফেৰ আপেক্ষিক তাপ $2.1 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, বৰফ গলনেৰ আপেক্ষিক সুৰ্ত তাপ = $3.36 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$ এবং পানিৰ আপেক্ষিক তাপ $4.2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$] [উৎ : 7°C]

৫। 5 kg বৰফকে 50°C তাপমাত্ৰার পানিতে পৱিণত কৰতে প্ৰয়োজনীয় তাপেৰ পৱিমাণ নিৰ্ণয় কৰ। পানিৰ আপেক্ষিক তাপ $4.2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ এবং বৰফ গলনেৰ আপেক্ষিক সুৰ্ত তাপ $3.36 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$] [উৎ : $2.73 \times 10^6 \text{ J}$]

৬। -10°C তাপমাত্ৰায় 0.005 kg বৰফেৰ সাথে 40°C তাপমাত্ৰায় 0.002 kg পানি মিশালে মিশণেৰ শেষ অবস্থা কি হবে ? পানিৰ আপেক্ষিক তাপ $4.2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, বৰফ গলনেৰ আপেক্ষিক সুৰ্ত তাপ $3.36 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$]

[উৎ : মিশণে $4.3125 \times 10^{-3} \text{ kg}$ বৰফ ও $2.6875 \times 10^{-3} \text{ kg}$ পানি থাকবে এবং মিশণেৰ তাপমাত্ৰা 0°C]

৭। 0°C তাপমাত্ৰার 10 kg বৰফকে 100°C তাপমাত্ৰার বাষ্পে পৱিণত কৰতে প্ৰয়োজনীয় তাপেৰ পৱিমাণ নিৰ্ণয় কৰ।

[বৰফ গলনেৰ সুৰ্ত তাপ = 336000 J kg^{-1} , পানিৰ আঃ তাপ = $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ এবং পানিৰ বাষ্পীভবনেৰ সুৰ্ত তাপ = $2268000 \text{ J kg}^{-1}$] [উৎ : $3024 \times 10^4 \text{ J}$]

৮। 0°C তাপমাত্ৰার 0.05 kg বৰফকে 30°C তাপমাত্ৰার 0.2 kg পানিৰ সাথে মিশানো হল। মিশণেৰ শেষ উষ্ণতা নিৰ্ণয় কৰ। [বৰফ গলনেৰ আপেক্ষিক সুৰ্ততাপ 336000 J kg^{-1} , পানিৰ আপেক্ষিক তাপ $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$]

[কু. বো. ২০০৬] [উষ্ণতা 8°C]

৯। 0°C তাপমাত্ৰার 2 kg বৰফে কতটুকু তাপ সৱবৱাহ কৰলে 100°C তাপমাত্ৰার ফুটন্ত পানি পাওয়া যাবে ? (বৰফ গলনেৰ আপেক্ষিক সুৰ্ততাপ $3.36 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$) [য. বো. ২০০৬] [উষ্ণতা $15.12 \times 10^5 \text{ J}$]

১০। 0°C তাপমাত্রার 3 kg বরফের সাথে 40°C তাপমাত্রার 4 kg পানি মিশালে মিশ্রণের ফলাফল নির্ণয় কর। [বরফ গলনের আপেক্ষিক সূচিতাপ = $3.36 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$] [চ. বো. ২০০৫]

[উত্তর : - 11.43°C , মিশ্রণের তাপমাত্রা বর্ণাত্মক হওয়ায় সম্পূর্ণ বরফ গলে পানি হবে না]

১১। 100°C তাপমাত্রায় 600 g স্টীম ঘনীভূত হয়ে 20°C তাপমাত্রার পানিতে পরিণত হওয়ার জন্য কত তাপ বর্জন করতে হবে ? [পানির বাস্তীভবনের আপেক্ষিক সূচিতাপ = $2.66 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$ এবং পানির আঃ তাপ = $4.2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$] [উত্তর : $17.976 \times 10^5 \text{ J}$]

১২। -5°C তাপমাত্রার 20 kg বরফকে 100°C তাপমাত্রার বাষ্পে পরিণত করতে প্রয়োজনীয় তাপের পরিমাণ নির্ণয় কর। [বরফের আঃ তাপ = $2100 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, বরফ গলনের সূচিতাপ = 336000 J kg^{-1} , পানির আঃ তাপ = $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ এবং পানির বাস্তীভবনের সূচিতাপ = $2268000 \text{ J kg}^{-1}$] [উৎপন্ন তাপ = $6069 \times 10^4 \text{ J}$]

১৩। 20°C তাপমাত্রার 0.1 kg টিনকে গলাতে প্রয়োজনীয় তাপ নির্ণয় কর। [টিনের আঃ তাপ = $210 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, টিনের গলনের সূচিতাপ = 58800 J kg^{-1} এবং টিনের গলনাভক্ত = 232°C] [উৎপন্ন তাপ = 10332 J]

১৪। 0°C তাপমাত্রার 0.5 kg বরফকে 100°C তাপমাত্রার 0.9 kg পানির সাথে মিশানো হল এবং মিশ্রণের তাপমাত্রা 60°C পাওয়া গেল। বরফ গলনের সূচিতাপ নির্ণয় কর। [উৎপন্ন তাপ = 50400 J kg^{-1}]

১৫। 0°C তাপমাত্রার 4 kg বরফের সাথে 40°C তাপমাত্রার 5 kg পানি মিশানো হল। মিশ্রণের শেষ অবস্থা কি হবে ? [বরফ গলনের সূচিতাপ = 336000 J kg^{-1} এবং পানির আপেক্ষিক তাপ = $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$] [উৎপন্ন তাপ = 2.5 kg বরফ গলবে]

১৬। 0°C তাপমাত্রার 0.05 kg বরফকে 30°C তাপমাত্রার 0.2 kg পানির সাথে মিশানো হল। মিশ্রণের শেষ তাপমাত্রা নির্ণয় কর। [বরফ গলনের সূচিতাপ = 336000 J kg^{-1} , পানির আঃ তাপ = $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$] [উৎপন্ন তাপ = 8°C]

১৭। A, B, C তিনটি তরলের তাপমাত্রা যথাক্রমে 20°C , 30°C ও 40°C । সমান ভরের A ও B তরল এবং B ও C তরল মিশ্রিত করায় মিশ্রণের তাপমাত্রা যথাক্রমে 25°C ও 35°C হল। তাদের আপেক্ষিক তাপের সম্পর্ক নির্ণয় কর।

[উৎপন্ন তাপ = $S_A = S_B = S_C$]

*

তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র

SECOND LAW OF THERMODYNAMICS

১৬.১ সূচনা

Introduction

কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে। বিভিন্ন প্রকার শক্তির সৎগে আমরা পরিচিত। যেমন, যান্ত্রিক শক্তি, বিদ্যুৎ শক্তি, রাসায়নিক শক্তি, সৌর শক্তি, তাপ শক্তি ইত্যাদি। তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র থেকে আমরা জেনেছি যে তাপ কাজে এবং কাজ তাপে রূপান্তরিত হতে পারে। তবে কোন দিকে তাপ প্রবাহিত হবে বা কাজ সম্পাদিত হবে তা প্রথম সূত্র থেকে জানা যায় না। এছাড়া নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপশক্তিকে সম্পূর্ণরূপে কাজে পরিণত করা যায় না। যান্ত্রিক শক্তিসহ বিভিন্ন ধরনের শক্তি থেকে তাপ শক্তি সহজেই পাওয়া যায়; কিন্তু তাপ ইঞ্জিন ছাড়া তাপ থেকে যান্ত্রিক শক্তি তথা কাজ সম্পাদন সম্ভব নয়। তাই ইঞ্জিনের উপর বিভিন্ন গবেষণার ফলাফল থেকে বিখ্যাত প্রকৌশলী সাদি কার্নো (Sadi Carnot) এ সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, তাপশক্তিকে কখনই সম্পূর্ণরূপে কাজে পরিণত করা যায় না। এ বক্তব্যই তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্রের ভিত্তি। আমরা এ অধ্যায়ে তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র, তাপ ইঞ্জিন, কার্নো ইঞ্জিন, এন্ট্রপি, এন্ট্রপির পরিবর্তন ইত্যাদি বিষয়ে আলোচনা করব।

১৬.২ প্রত্যাগামী এবং অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া

Reversible and irreversible process

কোন সংস্থা বা সিস্টেম (system) যখন এক অবস্থা হতে অন্য অবস্থায় যায়, তখন অবস্থার এই পরিবর্তন দ্রুই প্রক্রিয়ার সংযোগিত হয়, যথা—

(১) প্রত্যাগামী প্রক্রিয়া এবং (২) অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া।

এখন দুটি প্রক্রিয়া বিশদভাবে আলোচনা করব।

১৬.২.১ প্রত্যাগামী প্রক্রিয়া

Reversible process

ধরা যাক, কোন একটি প্রক্রিয়ার কার্যকরী পদার্থ (Working substance) এক বিশেষ পরিবেশে, যেমন তাপমাত্রা স্থির রেখে A অবস্থা হতে পরিবর্তিত হয়ে B অবস্থায় গেল এবং এই পরিবর্তনে তা কিছু তাপ শোষণ করল ও কিছু বাহ্যিক কার্য সম্পাদন করল।

তাপগতিবিদ্যার ভাষায় এই প্রক্রিয়াকে সম্মুখগামী (direct operation) প্রক্রিয়া বলা হয়। বিপরীতক্রমে বস্তু যখন B অবস্থা হতে একই পরিবেশে A অবস্থায় ফিরে যাবে তখন তাকে পচার্বর্তী প্রক্রিয়া (reverse operation) বলা হয়। বিপরীত প্রক্রিয়ায় বস্তু একই পরিমাণ তাপ উৎপন্ন (evolve) করবে এবং একই পরিমাণ বাহ্যিক কার্য সম্পাদন করবে। এখন সম্মুখ ও বিপরীত প্রক্রিয়ার সমন্বয়ে সৃষ্টি সমগ্র প্রক্রিয়াকে প্রত্যাগামী প্রক্রিয়া (reversible process) বলে।

সংজ্ঞা : তাপগতিবিদ্যার দৃষ্টিকোণ হতে আমরা সেই প্রক্রিয়াকে প্রত্যাগামী প্রক্রিয়া বলব যা সম্মুখ পরিবর্তনের পর বিপরীতমুখী হয়ে প্রত্যাবর্তন করতে পারে এবং সম্মুখ ও বিপরীতমুখী পরিবর্তনের প্রতি স্তরে তাপ ও কার্যের ফলাফল সমান ও বিপরীতমুখী হয়।

বৈশিষ্ট্য (Characteristics)

প্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় সংস্থার পরিবর্তন ঘটে ধূবই ধীরে ধীরে এবং অতি ক্ষুদ্র পরিমাণে যে পর্যন্ত না সমগ্র পরিবর্তন সংযোগিত হয়। এই প্রক্রিয়া এত ধীরে ধীরে সংযোগিত হয় যে, প্রতিটি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ধাপে সংস্থা কার্য্যত তাপগতীয়

বইয়র কম
সাম্য (Thermodynamical equilibrium) অবস্থা বজায় রাখে। উপরন্তু এই প্রক্রিয়ায় অস্থিতিস্থাপকতা, সান্ত্বনা, ঘর্ষণ, বৈদ্যুতিক রোধ, চূম্বকীয় হিস্টেরিসিস প্রভৃতির "নাম্য" অবক্ষয়ী ফলাফলগুলো (dissipative effects) থাকবে না। মোট কথা এটি মূলত স্যেতিক (quasi-static) এবং অনবক্ষয়ী (non-dissipative) হবে। এই প্রক্রিয়া এমনভাবে সংষ্টিত করতে হবে যাতে প্রক্রিয়ার শেষে সংস্থা (system) ও পরিপার্শ্বের কোনরূপ নিট পরিবর্তন ব্যতিরেকে উভয়েই প্রাথমিক অবস্থায় ফিরে যেতে পারে।

উদাহরণ (Examples) : নিম্নে প্রত্যাগামী প্রক্রিয়ার কয়েকটি উদাহরণ দেওয়া হল।

বাস্তব ক্ষেত্রে সম্পূর্ণ প্রত্যাগামী প্রক্রিয়ার উদাহরণ দেয়া সম্ভবপর নয়। তবে কিছু কিছু প্রক্রিয়া আছে যাদেরকে আপাতভাবে প্রত্যাগামী প্রক্রিয়া বলা যেতে পারে। এমন কতকগুলো প্রক্রিয়া নিম্নে উল্লেখ করা হল।

(i) খুব ধীরে ধীরে সংষ্টিত করলে সমোষ্ট এবং বৃদ্ধতাপী পরিবর্তন প্রত্যাগামী হবে। কারণ এক্ষেত্রে ঘর্ষণের ন্যায় অবক্ষয়ী বল না থাকায় এবং প্রক্রিয়াটি খুব ধীরে ধীরে সংষ্টিত হওয়ায় পরিবহণ, পরিচলন ও বিকিরণের দ্রুত তাপ বা শক্তি ক্ষয় হয় না।

(ii) প্রতি গ্রামে ৮০ ক্যালরি (cal) বা ৩৩৬ J তাপশক্তি শোষণ করে স্বাভাবিক চাপের ০°C তাপমাত্রায় বরফ পানিতে পরিণত হয়। আবার স্বাভাবিক চাপে ০°C তাপমাত্রার পানি হতে প্রতি গ্রামে ৮০ ক্যালরি তাপ বা ৩৩৬ J তাপশক্তি অপসারণ করলে পুনরায় বরফ পাওয়া যায়। সুতরাং প্রক্রিয়াটি প্রত্যাগামী।

(iii) কিছুটা উপর হতে একটি স্থিতিস্থাপক বলকে একটি স্থিতিস্থাপক ইস্পাত পাতের উপর ফেলা হলে শক্তির কোন অপচয় না হওয়ায় বলটি আবার তার প্রাথমিক উচ্চতা পর্যন্ত উপরে উঠবে। সুতরাং প্রক্রিয়াটি প্রত্যাগামী।

(iv) স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে খুব ধীরে ধীরে কোন স্প্রিংকে সম্পূর্ণ করলে প্রতি ধাপে প্রসারণের সময় স্প্রিং-এর উপর যে পরিমাণ কাজ করা হবে সঙ্কেচনের সময় স্প্রিং সেই পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করবে। সুতরাং প্রক্রিয়াটি প্রত্যাগামী।

১৬.২.২ অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া

Irreversible process

মৌলিক : যে প্রক্রিয়া সমুখগামী হওয়ার পর বিপরীতমুখী হয়ে প্রত্যাবর্তন করতে পারে না, তাকে অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া বলে। একে অনপনেয় প্রক্রিয়াও বলা হয়।

অথবা, যে প্রক্রিয়ায় সম্ভাব্য সব প্রাকৃতিক উপায় সত্ত্বেও সমগ্র সংস্থাকে পুরোপুরি প্রাথমিক অবস্থায় ফিরিয়ে আনা যায় না বা যে প্রক্রিয়া বিপরীতমুখী হয়ে প্রত্যাবর্তন করতে পারে না তাকে অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া বলে।

বৈশিষ্ট্য (Characteristics)

অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া হঠাতে এবং স্বতঃস্ফূর্তভাবে (spontaneously) সংষ্টিত হয়। প্রক্রিয়া স্বতঃস্ফূর্তভাবে ঘটে থাকে। সুতরাং প্রাকৃতিক প্রক্রিয়া মাত্রেই অপ্রত্যাগামী। এই প্রক্রিয়ায় সংস্থা কখনই তার প্রাথমিক অবস্থায় ফিরে যাবার প্রবণতা দেখায় না।

উদাহরণ (Examples) : নিম্নে অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়ার কয়েকটি উদাহরণ দেওয়া হল।

(i) বৈদ্যুতিক রোধের মধ্য দিয়ে বিদ্যুৎ প্রবাহিত হলে তাপ সৃষ্টি হয়। এটি একটি অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া।

(ii) দুটি বস্তুর ঘর্ষণের দ্রুত যে তাপ সৃষ্টি হয় তা একটি অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া। কারণ ঘর্ষণের বিবুদ্ধে যে কাজ করা হয় তাই তাপে রূপান্তরিত হয় এবং এ তাপ কোন প্রকারেই কাজে পরিণত করা যায় না।

(iii) ভিন্ন তাপমাত্রার দুটি বস্তুকে পরস্পরের সংস্পর্শে স্থাপন করলে তাপ অধিক তাপমাত্রার বস্তু হতে কম তাপমাত্রার বস্তুতে প্রবাহিত হবে। কিন্তু কম তাপমাত্রার বস্তু হতে অধিক তাপমাত্রার বস্তুতে তাপ প্রবাহের কোন প্রবণতা নেই। সুতরাং এটি একটি অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া।

(iv) বন্দুক হতে গলি ছাড়লে বায়ুদের বিস্ফোরণ ঘটে। এই বিস্ফোরণ অতি দ্রুত সংষ্টিত হয়। এই প্রক্রিয়া অপ্রত্যাগামী।

১৬.২.৭ অত্যাগামী ও অপ্রত্যাগামী প্ৰক্ৰিয়াৰ মধ্যে পাৰ্থক্য Distinction between reversible and irreversible process

প্ৰত্যাগামী ও অপ্রত্যাগামী প্ৰক্ৰিয়াৰ মধ্যে নিম্নলিখিত পাৰ্থক্য রয়েছে :

প্ৰত্যাগামী প্ৰক্ৰিয়া	অপ্রত্যাগামী প্ৰক্ৰিয়া
(১) যে প্ৰক্ৰিয়া বিপৰীতমুখী হয়ে প্ৰত্যাবৰ্তন কৰে এবং সমূখ্যবৰ্তী ও বিপৰীতমুখী প্ৰক্ৰিয়াৰ প্ৰতি স্তৱে তাপ ও কাজেৰ ফলাফল সমান ও বিপৰীত হয় সেই প্ৰক্ৰিয়াকে প্ৰত্যাগামী প্ৰক্ৰিয়া বলে।	(১) যে প্ৰক্ৰিয়া বিপৰীতমুখী হয়ে প্ৰত্যাবৰ্তন কৰতে পাৱে না তাকে অপ্রত্যাগামী প্ৰক্ৰিয়া বলে।
(২) <u>কৰ্মশীল সংস্থা</u> প্ৰাথমিক অবস্থায় ফিৱে আসে।	(২) <u>কৰ্মশীল সংস্থা</u> প্ৰাথমিক অবস্থায় ফিৱে আসতে পাৱে না।
(৩) এটি অতি ধীৰ প্ৰক্ৰিয়া।	(৩) এটি একটি দৃত প্ৰক্ৰিয়া।
(৪) এটি একটি স্বতঃস্ফূর্ত প্ৰক্ৰিয়া নয়।	(৪) এটি একটি স্বতঃস্ফূর্ত প্ৰক্ৰিয়া।
(৫) সংস্থা তাপগতীয় সাম্যাবস্থা বজায় রাখে।	(৫) তাপগতীয় সাম্যাবস্থা বজায় রাখে না।
(৬) এই প্ৰক্ৰিয়ায় অবক্ষয়ী ফলাফল দৃষ্ট হয় না।	(৬) অবক্ষয়ী ফলাফল দৃষ্ট হয়।

১৬.৩ তাপগতিবিদ্যাৰ দ্বিতীয় সূত্ৰ Second law of thermodynamics

আমৱা জানি যে, যান্ত্ৰিক শক্তি, শব্দ শক্তি, আলোক শক্তি প্ৰত্বতি বিভিন্ন প্ৰকাৰ শক্তি অতি সহজে তাপ শক্তিতে রূপান্তৰিত হয়। কিন্তু তাপ শক্তিকে অতি সহজে অন্য শক্তিতে রূপান্তৰ কৰা যায় না। তবে তাপ শক্তিকে অন্য শক্তিতে রূপান্তৰ কৰতে হলৈ যদ্বেৱে প্ৰয়োজন অনস্বীকাৰ্য। এই যন্ত্ৰই তাপ ইঞ্জিন নামে পৱিচিত। বিজ্ঞানী কাৰণো (Carnot) এই তাপ ইঞ্জিন নিয়ে বিস্তৱ গবেষণা কৰেন এবং এই সিদ্ধান্তে আসেন যে—

তাপকে কখনই সম্পূর্ণৰূপে কাজে রূপান্তৰ কৰা সম্ভবপৰ নয়।

বিজ্ঞানী ক্লিসিয়াস এবং কেলভিন পৃথক পৃথকভাৱে কাৰ্ণোৰ উপৰোক্ত তথ্যেৰ যে সাধাৱণ রূপ দেন তাই তাপ-গতিবিদ্যাৰ দ্বিতীয় সূত্ৰ নামে পৱিচিত। তাপগতিবিদ্যাৰ দ্বিতীয় সূত্ৰটি বিভিন্নৰূপে প্ৰকাশ কৰা যায়, তবে প্ৰত্যেকটি প্ৰস্তাৱনাৰ মূলভাৱ একই এবং তা হচ্ছে তাপ কখনও স্বতঃস্ফূর্তভাৱে নিম্ন তাপমাত্ৰাৰ বস্তু হতে উচ্চ তাপমাত্ৰাৰ বস্তুতে যেতে পাৱে না। এ সব প্ৰস্তাৱনাৰ মধ্যে ক্লিসিয়াসেৰ প্ৰস্তাৱনাকে নিখুঁত ও উন্নত বলে গণ্য কৰা হয়েছে। নিম্নে সূত্ৰটিৰ বিশেষ কয়েকটি রূপ বৰ্ণনা কৰা হল।

(ক) ক্লিসিয়াসেৰ বিবৃতি (Clausius's statement) : “বাইৱেৱ কোন শক্তিৰ সাহায্য ব্যতিৱেকে কোন স্বয়ংক্ৰিয় মজ্জেৰ পক্ষে নিম্ন তাপমাত্ৰাৰ কোন বস্তু হতে উচ্চ তাপমাত্ৰাৰ কোন বস্তুতে তাপেৰ স্থানান্তৰ সম্ভব নয়।”

অথবা “তাপ আপনা হতে শীতল বস্তু হতে উচ্চ বস্তুতে প্ৰবাহিত হয় না।”

অথবা, “বাইৱেৱ কোন শক্তি কৰ্তৃক সম্পাদিত কাজ ব্যতিৱেকে শীতল বস্তু হতে উচ্চ বস্তুতে তাপ নিজে প্ৰবাহিত হতে পাৱে না।”

উপৰেৱ বিবৃতি হতে এটি পৱিষ্ঠাকাৰ বোৱা যায় যে, তাপগতিবিদ্যাৰ দ্বিতীয় সূত্ৰ পদাৰ্থবিদ্যাৰ অন্যান্য শাখাৰ অন্তৰ্ভুক্ত বিভিন্ন ঘটনাৰ সাথে সংগতিপূৰ্ণ। যেমন, বাইৱে থেকে কোন বস্তুৰ উপৰ কাজ সম্পূৰ্ণ না কৱলে বস্তু কখনই নিম্ন তল হতে উচ্চ তলে যেতে পাৱে না। পুনঃ, কাজ না কৱলে নিম্ন বিভিব তল হতে উচ্চ বিভিব তলে বিদ্যুৎ প্ৰবাহিত হতে পাৱে না, ইত্যাদি। উচ্চ সূত্ৰ হতে বোৱা যায় যে, উচ্চতৰ বস্তু হতে শীতলতৰ বস্তুতে তাপ আপনা হতেই প্ৰবাহিত হতে পাৱে।

বইঘর কম

পাহাড়ের উপর থেকে কোন বস্তু গড়িয়ে দিলে স্বাভাবিকভাবে বস্তুটি নিচে চলে আসে। কিন্তু নিচে থেকে উপরে নিতে হলে বাইরের শক্তি ব্যবহার করেই করতে হয়; অর্থাৎ বস্তুর ওপর কাজ করতে হয়।

আজ পর্যন্ত এমন কোন হিমায়ন যন্ত্র (refrigerator) অবিষ্কার করা যায় নি যা শক্তির সরবরাহ ছাড়া কাজ করতে পারে। এই ঘটনা ক্লিয়াস্ট্রোফিল্ড প্রদত্ত তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্রের সত্যতা প্রমাণ করে।

(খ) কেলভিনের বিবৃতি (Kelvin's statement) : “কোন বস্তুকে তার পরিপার্শের শীতলতম অংশ হতে অধিকরণ শীতল করে শক্তির অবিরাম সরবরাহ পাওয়া সম্ভব নয়।”

এই সূত্র হতে বুঝা যায় যে, তাপকে কাজে পরিণত করা যায় ততক্ষণ যতক্ষণ পর্যন্ত যে বস্তু হতে তাপ গ্রহণ করা যাবে তা তার পরিপার্শের শীতলতম অংশ হতে অধিকরণ শীতল হবে না। দুটি বস্তুর তাপমাত্রা সমান হলে ঐ বস্তুদ্বয়ের মধ্যে তাপের পরিমাণ যত কম বেশি হউক না কেন এক বস্তু হতে অন্য বস্তুতে তাপ প্রবাহিত হবে না।

(গ) প্ল্যান্ক এর বিবৃতি (Planck's statement) : “কোন তাপ উৎস হতে অনবরত তাপ শোষণ করবে এবং তা সম্পূর্ণরূপে কাজে ব্যুৎপন্ন করে এবং একটি তাপ ইঞ্জিন তৈরি করা সম্ভব নয়।”

(ঘ) কার্নেল বিবৃতি (Carrnot's statement) : “কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপ শক্তি সম্পূর্ণ বা পুরোপুরিভাবে যান্ত্রিক শক্তিতে ব্যুৎপন্ন করার মত যন্ত্র তৈরি সম্ভব নয়।”

১৬-৪ তাপগতিবিদ্যার প্রথম ও দ্বিতীয় সূত্রের তুলনামূলক আলোচনা

Comparative discussion on first and second law of thermodynamics

তাপগতিবিদ্যার দুই সূত্রের মূল পার্থক্য বুঝে রাখা প্রয়োজন। প্রথম সূত্রটি শক্তির সংরক্ষণ সূত্রেরই বিশেষ রূপ। প্রথম সূত্রের প্রস্তাবনা এই যে, তাপ ও যান্ত্রিক শক্তি উভয়ই শক্তির বিভিন্ন রূপ এবং একরূপ হতে অন্যরূপে পরিবর্তন সম্ভব। এটি ছাড়া ব্যুৎপন্নের সময় একে অন্যের সমতুল্য এটিও প্রথম সূত্রের সাহায্যে জানা যায়। বাস্তুক্ষেত্রে যদিও আমরা একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ কার্যকে সম্পূর্ণভাবে তাপে ব্যুৎপন্ন করতে পারি ; কিন্তু একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপকে সম্পূর্ণরূপে কার্যে ব্যুৎপন্ন করার পারিকল্পনা কখনও বাস্তবায়িত করা সম্ভব নয়। কিংবা, তাপের উৎপত্তি কোথায়— কোন উৎস বস্তু, না কোন শীতল বস্তু। এ সব প্রশ্নের উত্তর আমরা প্রথম সূত্র হতে পাই না। তাপগতিবিদ্যার সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ এ সব প্রশ্নের আলোচনাই তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্রের প্রতিপাদ্য বিষয়।

তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে যখন তাপ কাজে ব্যুৎপন্ন করতে হয় তখন তার কিছু অংশ কাজে ব্যুৎপন্ন করিত হয়, সকল তাপই কাজে ব্যুৎপন্ন করতে হয় না। অধিকন্তু ঐ ব্যুৎপন্নের জন্য সর্বদা একটি উৎস ও একটি শীতল বস্তুর যুগপৎ উপস্থিতি প্রয়োজন। উৎস বস্তু হতে শীতল বস্তুতে তাপ গমনকালে কিছু কাজ সম্পন্ন হবে।

১৬-৫ তাপ ইঞ্জিনের দক্ষতা

Efficiency of heat engine

তাপ ইঞ্জিনের দক্ষতা আলোচনার আগে তাপ ইঞ্জিন কি এবং এর মূলনীতি জানা দরকার।

তাপ ইঞ্জিন হ'ল যে যন্ত্র দ্বারা তাপ শক্তিকে যান্ত্রিক শক্তিতে ব্যুৎপন্ন করা যায় তাকে তাপ ইঞ্জিন বলে। যেমন বাস্পীয় ইঞ্জিন, পেট্রোল ইঞ্জিন, ডিজেল ইঞ্জিন ইত্যাদি।

তাপ ইঞ্জিনের মূলনীতি : প্রত্যেক ইঞ্জিনেই একটি কার্যরত পদার্থ (working substance) থাকে। যেমন বাস্পীয় ইঞ্জিনে বাস্প, পেট্রোল ইঞ্জিনে পেট্রোল কৃত্যরত বস্তু।

কার্যরত পদার্থ উচ্চ তাপমাত্রার কোন তাপ উৎস হতে তাপ গ্রহণ করে ঐ তাপের কিছু অংশ কার্যে পরিণত করে এবং বাকি অংশ নিম্ন তাপমাত্রার তাপগ্রাহকে বর্জন করে। এভাবে কার্যরত বস্তু ক্রমাগত তাপ গ্রহণ ও বর্জনে প্রতিবার কিছু তাপ কার্যে পরিণত হয়। কোন ইঞ্জিনে গৃহীত তাপের যত বেশি অংশ কাজে পরিণত করতে পারে ঐ ইঞ্জিনের দক্ষতা তত বেশি হয়। বাস্পীয় ইঞ্জিনের তুলনায় পেট্রোল ইঞ্জিনের দক্ষতা বেশি।

এখন তাপ ইঞ্জিনের তাপীয় দক্ষতা বা সংক্ষেপে দক্ষতা আলোচনা করা যাক।

তাপীয় দক্ষতা : কাজে পরিণত তাপ এবং গৃহীত তাপের অনুপাতকে তাপীয় দক্ষতা বলে। একে η দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

ধৰা যাক তাপ ইঞ্জিনে কাৰ্যৱত পদাৰ্থ T_1 তাপমাত্ৰার উৎস হতে Q_1 পরিমাণ তাপ গ্ৰহণ কৰে W পরিমাণ কাজ সম্পাদন কৰে এবং অবশিষ্ট তাপ Q_2 , T_2 তাপমাত্ৰার তাপ ঘাৰকে বৰ্জন কৰে। তাহলে কাৰ্যে পৱিণ্ড তাপেৰ পৱিমাণ = $Q_1 - Q_2$

$$\begin{aligned} \text{ইঞ্জিনেৰ তাপীয় দক্ষতা, } \eta &= \frac{\text{কাৰ্যে পৱিণ্ড তাপ}}{\text{উৎস হতে গ্ৰহণ তাপ}} \\ &= \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \end{aligned} \quad (1)$$

সমীকৰণ (1) হতে দেখা যায় যে, Q_2 -এৰ মান যত কম হবে দক্ষতা η তত বেশি হবে।

ইঞ্জিনেৰ দক্ষতা সাধাৰণত শতকৰা হিসেবে প্ৰকাশ কৰা হয়।

$$\text{ইঞ্জিনেৰ তাপীয় দক্ষতা, } \eta = \left(1 - \frac{Q_2}{Q_1} \right) \times 100\% \quad (2)$$

১৬.৬ কাৰ্ণোৰ ইঞ্জিন

Carnot's engine

যে যন্ত্ৰেৰ সাহায্যে তাপ শক্তিকে যান্ত্ৰিক শক্তিতে রূপান্তৰ কৰা হয় তাকে তাপ ইঞ্জিন (heat engine) বলে। তাপ কাৰ্যে রূপান্তৰিত হওয়াৰ নিমিত্ত তাৰিখ ব্যাখ্যা প্ৰদানেৰ জন্য ফৱাসি প্ৰকৌশলী সাদি কাৰ্ণো (Sadi Carnot, 1796—1832) সকল দোষ-ত্ৰুটিমুক্ত একটি আদৰ্শ ইঞ্জিনেৰ পৱিকলনা কৰেন। একে কাৰ্ণোৰ ইঞ্জিন বলা হয়। কাৰ্যক্ষেত্ৰে ব্যবহৃত তাপ ইঞ্জিনগুলোৰ অনেক দোষ-ত্ৰুটি থাকে। কাৰ্ণোৰ কলিত ইঞ্জিনটি এই সব দোষ-ত্ৰুটি এবং অসম্পূৰ্ণতা হতে একেবাৰে মুক্ত। বলা বাহুল্য, কাৰ্ণোৰ ইঞ্জিন একটি নিছক কলনা মাত্ৰ এবং বাস্তবক্ষেত্ৰে এটা নিৰ্মাণ কৰা সম্ভৰ্ব নয়। তবে এৰ কাৰ্যপ্ৰণালীৰ তাৰিখ ব্যাখ্যা প্ৰদান খুই সহজ।

ইঞ্জিনেৰ বিবৰণ (Description of the engine)

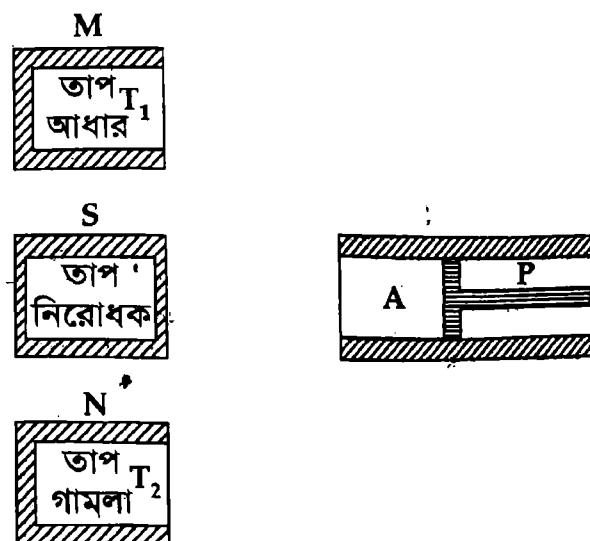
এই ইঞ্জিনে নিম্নলিখিত প্ৰণগুলো আছে :

(i) চোঙ বা সিলিন্ডাৰ (Cylinder), A | চিত্ৰ ১৬.২ | : এৰ তিনদিকেৰ দেয়াল সম্পূৰ্ণ তাপ অন্তৰক পদাৰ্থেৰ তৈৰি ; কিন্তু তলদেশ সম্পূৰ্ণ তাপ পৱিবাহীৰ দ্বাৰা তৈৰি। চোঙেৰ অভ্যন্তৰে কাৰ্যকৰী পদাৰ্থ (working substance) আবন্দ থাকে। চোঙটিৰ অভ্যন্তৰে তাপ অন্তৰক পদাৰ্থেৰ তৈৰি একটি পিস্টন P ঘৰণহীনভাৱে চলাচল কৰতে পাৱে। ইঞ্জিনে কাৰ্যকৰী পদাৰ্থ হিসেবে কোন আদৰ্শ গ্যাসকে ব্যবহাৰ কৰা হয়।

(ii) তাপ আধাৰ বা তাপ উৎস (heat source), M : T_1 পৰম তাপমাত্ৰায় রাখা অতি উচ্চতাপ গ্ৰহীতাযুক্ত একটি উৎস বস্তু। এটা তাপ আধাৰ বা তাপ উৎস হিসেবে কাজ কৰে। এৰ তাপমাত্ৰা সৰ্বদা স্থিৰ থাকে।

(iii) তাপ গামলা বা তাপ ঘাৰক (heat sink), N : T_2 পৰম তাপমাত্ৰায় রাখা অনুৰূপ একটি শীতল বস্তু বা সিংক যা তাপ ঘাৰক হিসেবে কাজ কৰে। এৰ তাপগ্ৰহীতা অতি উচ্চ। এৰ তাপমাত্ৰাও সৰ্বদা স্থিৰ থাকে। $T_2 < T_1$

(iv) আসন, S : S সম্পূৰ্ণ তাপ নিৱোধক বা অন্তৰক একটি পাটাতন বা আসন। এৰ উপৰ চোঙকে বসানো যায়। তাপ আধাৰ এবং তাপ ঘাৰক উভয়ই উচ্চতাপ গ্ৰহীতাযুক্ত হওয়ায় তাদেৱ সাথে চোঙে তাপ আদান-প্ৰদান হলে তাদেৱ তাপমাত্ৰা অপৰিবৰ্তিত থাকে। চোঙ, তাপ আধাৰ, তাপ গামলা তাপ অন্তৰক আসনেৰ উপৰ বসানো যেতে পাৱে এবং ঘৰণহীনভাৱে সৱানো যেতে পাৱে।



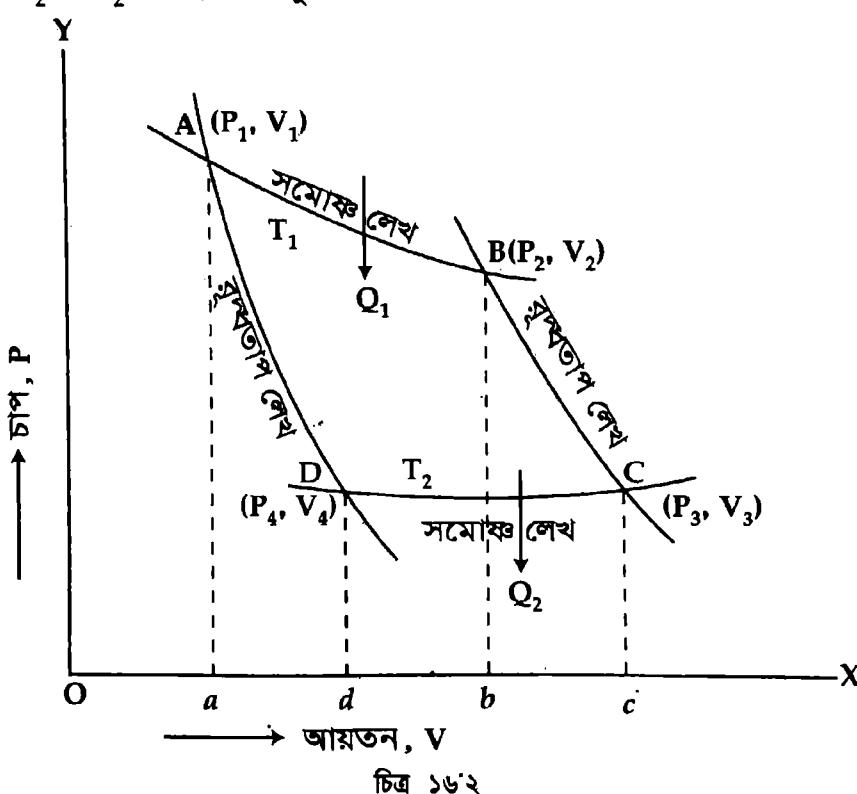
চিত্ৰ ১৬.১

বইঘর কম

১৬.৭ কার্নোর চক্রের ক্রিয়া ও সম্পাদিত কাজ Operations of Carnot's cycle and work done.

কার্নোর চক্রের ক্রিয়া ও সম্পাদিত কাজকে চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়। একে সূচক বা নির্দেশক চিত্র বলে। নিম্নে সূচক বা নির্দেশক চিত্রে কার্নোর চক্রের বিভিন্ন ক্রিয়ার ব্যাখ্যা ও সম্পাদিত কাজের হিসেব করা হল :

প্রথম ধাপ : এই ধাপে সিলিঙ্গারকে তাপ উৎসের উপর বসানো হয়। খুবই অল্প সময়ের মধ্যে সিলিঙ্গারের কার্যকরী পদার্থের (গ্যাস) তাপমাত্রা উৎসের তাপমাত্রা T_1 -এর সমান হয়। নির্দেশক চিত্রে A বিন্দু এই অবস্থা নির্দেশ করে [চিত্র ১৬.৩]। ধরা যাক, এ অবস্থায় গ্যাসের চাপ P_1 এবং আয়তন V_1 । এরপর গ্যাসকে সমোক্ষ প্রক্রিয়ায় প্রসারিত হতে দেয়া হয়। প্রসারণের সময় উৎস হতে Q_1 পরিমাণ তাপ গ্রহণ করে। সমোক্ষ প্রসারণ শেষে গ্যাসের চাপ ও আয়তন যথাক্রমে P_2 ও V_2 । চিত্রে B বিন্দু দ্বারা এ অবস্থা নির্দেশ করা হয়েছে।



চিত্র ১৬.২

নির্দেশক চিত্রে AB সমোক্ষ প্রসারণের জন্য কৃত কাজ, $W = ABba$ ক্ষেত্রফল।

দ্বিতীয় ধাপ : এই ধাপে সিলিঙ্গারকে তাপ নিরোধক বা অন্তরক আসনের উপরে বসানো হয় এবং আবন্ধ গ্যাসকে বৃদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায় প্রসারিত হতে দেয়া হয়। বৃদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায় গ্যাসের তাপমাত্রা কমে তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা T_2 -এর সমান হয়। প্রক্রিয়া শেষে গ্যাসের চাপ ও আয়তন যথাক্রমে P_3 ও V_3 হয় যা চিত্রে C বিন্দু দ্বারা নির্দেশ করা হয়েছে।

নির্দেশক চিত্রে BC বৃদ্ধতাপ প্রসারণ বুঝায় এবং এই প্রসারণে কৃত কাজ, $W_2 = BCcb$ ক্ষেত্রফল।

তৃতীয় ধাপ : এবার সিলিঙ্গারকে তাপগ্রাহকের উপর বসানো হয় এবং গ্যাসকে সমোক্ষ প্রক্রিয়ায় পিস্টন দ্বারা সংকুচিত বা সংলমিত করা হয় ; ফলে গ্যাসের চাপ বৃদ্ধি পায়। এই ধাপে পিস্টন দ্বারা গ্যাসে কাজ সম্পাদিত হয়। সংকোচন বা সংলমনের সময় গ্যাস T_2 তাপমাত্রার তাপ গ্রাহকে Q_2 তাপ বর্জন করে। এই অবস্থায় গ্যাসের চাপ ও আয়তন যথাক্রমে P_4 ও V_4 হয় যা চিত্রে D বিন্দু নির্দেশ করে।

নির্দেশক চিত্রে CD সমোক্ষ লেখ T_2 তাপমাত্রায় গ্যাসের সংকোচন বুঝায় এবং এই প্রক্রিয়ায় কৃত কাজ, $W_3 = CcDD$ ক্ষেত্রফল।

চতুর্থ ধাপ : এই ধাপে সিলিঙ্গারকে তাপ নিরোধক বা অন্তরক আসনের উপর বসানো হয় এবং আবন্ধ গ্যাসকে বৃদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায় সংকুচিত বা সংলমিত করা হয়। এই আবন্ধ গ্যাসের উপর কাজ সম্পাদিত হওয়ায় এর

তাপমাত্রা বেড়ে উৎসের তাপমাত্রায় সমান হয়। এই প্রক্রিয়ায় গ্যাসের চাপ ও আয়তন যথাক্রমে P_1 ও V_1 হয়। অর্থাৎ চক্র আদি অবস্থায় ফিরে যায়। চিত্রে A বিন্দু এই অবস্থা নির্দেশ কৰে।

নির্দেশক চিত্রের DA লেখ বুদ্ধিমতীয় সংকোচন বুৰায় এবং এই পর্যায়ে কৃত কাজ, $W_4 = DdaA$ ক্ষেত্ৰফল।

প্রচলিত প্রথা অনুসারে আবন্ধ গ্যাস দ্বারা কৃত কাজ ধনাত্মক এবং গ্যাসের উপর কৃত কাজ ঝণাত্মক হবে। সুতৰাং, W_1 ও W_2 ধনাত্মক এবং W_3 ও W_4 ঝণাত্মক হবে।

অতএব, আবন্ধ গ্যাস দ্বারা মোট কৃত কাজ,

$$W = W_1 + W_2 - W_3 - W_4 = ABCD \text{ ক্ষেত্ৰফল।}$$

উপৰের বৰ্ণনা থেকে দেখা যাচ্ছে যে কাৰ্নো চক্রে কাৰ্যকৰী পদাৰ্থ (গ্যাস) কৰ্তৃক কৃত কাজ নির্দেশক চিত্রে দুটি সমোক্ষ ও দুটি বুদ্ধিমতীয় রেখ দ্বাৰা আবন্ধ ক্ষেত্ৰফলের সমান। এই চক্রকে কাৰ্নোৰ চক্র বলা হয়।

কাৰ্নোৰ ইঞ্জিনেৰ দক্ষতা (Efficiency of Carnot's engine) : ইঞ্জিন একটি চক্রে যে পৱিমাণ তাপকে কাজে পৱিণত কৰে এবং তাপ উৎস হতে যে পৱিমাণ শোষণ কৰে, এদেৱ অনুপাতকে ইঞ্জিনেৰ দক্ষতা বলে। একে η দ্বাৰা প্ৰকাশ কৰা হয়।

মনে কৱি কাৰ্নো ইঞ্জিনেৰ কাৰ্যকৰী পদাৰ্থ (গ্যাস) কৰ্তৃক গৃহীত তাপ Q_1 এবং বৰ্জিত তাপ Q_2 । তাহলে কাৰ্যে পৱিণত তাপেৰ পৱিমাণ $= Q_1 - Q_2$

$$\begin{aligned} \text{ইঞ্জিনেৰ দক্ষতা, } \eta &= \frac{\text{কাৰ্যে পৱিণত তাপ}}{\text{উৎস হতে গৃহীত তাপ}} \\ &= \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \\ &= 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \end{aligned} \tag{3}$$

কাৰ্নো ইঞ্জিনেৰ ক্ষেত্ৰে ইঞ্জিন দ্বাৰা গৃহীত বা বৰ্জিত তাপ তাপ উৎস বা তাপ গ্ৰাহকেৰ তাপমাত্রার সমানুপাতিক। অর্থাৎ $\frac{Q}{T} = \text{ধূৰক}$ ।

অতএব,

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

$$\text{বা, } \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

অতএব, সমীকৰণ (1) হতে পাই,

$$\begin{aligned} \eta &= 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \\ \text{বা, } \eta &= 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T} \end{aligned} \tag{4}$$

দক্ষতা সাধাৰণত শতকৰা হিসেবে প্ৰকাশ কৰা হয়।

$$\text{কাৰ্নো ইঞ্জিনেৰ দক্ষতা, } \eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \times 100\% \tag{5}$$

সমীকৰণ (5) হতে দেখা যায় যে, ইঞ্জিনেৰ দক্ষতা তাপ উৎস ও তাপগ্ৰাহকেৰ তাপমাত্রার উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে ; কাৰ্যকৰী পদাৰ্থেৰ প্ৰকৃতিৰ উপৰে নহয়।

কাৰ্নোৰ ইঞ্জিনকে আদৰ্শ ইঞ্জিন বলা হয়। ব্যবহাৰিক যে কোন ইঞ্জিনেৰ চেয়ে এৱে দক্ষতা বেশি।

বইয়ের কথা

কার্নো চক্র একটি প্রত্যাগামী চক্র (Carnot cycle is reversible) :

কোন চক্র প্রত্যাগামী হতে গেলে যে সমস্ত বৈশিষ্ট্য থাকা প্রয়োজন কার্নোর আদর্শ ইঞ্জিনে সেগুলো রয়েছে।
যেমন—

(১) পিস্টন ও চোঙ বা সিলিঙ্গারের মধ্যে কোন ঘর্ষণ নেই।

(২) কার্যকরী পদার্থ (গ্যাস)-এর উপর প্রযুক্ত প্রক্রিয়াগুলো খুব ধীরে ধীরে সংঘটিত হয়।

(৩) পিস্টন ও সিলিঙ্গার নির্মাণে আদর্শ তাপ নিরোধক বা অন্তরক ও আদর্শ তাপ পরিবাহী ব্যবহার করা হয়।
এবং তাপ উৎস ও তাপ গ্রাহকের উপাদান এমন অতি উচ্চ তাপ গ্রাহিতাযুক্ত করা হয় যে সমোক্ষ প্রক্রিয়াগুলো স্থির
তাপমাত্রায় সংঘটিত হয়।

১৬.৮ এন্ট্রপি

Entropy

আমরা জানি কোন গ্যাসকে রুম্বতাপ প্রক্রিয়ায় সঙ্গুচিত করার সময় কিছু কাজ করা হয়। ফলে গ্যাসের তাপশক্তি এবং সেই সঙ্গে তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়। পুনঃ গ্যাসকে রুম্বতাপ প্রক্রিয়ায় প্রসারিত হতে দিলে গ্যাসকে কিছু
কাজ করতে হয়। অন্তর্ভুক্ত শক্তির বিনিয়য়ে গ্যাস এই কাজ করে থাকে। ফলে গ্যাসের তাপশক্তি ও তাপমাত্রা এই
দুটির একটিও স্থির থাকে না। উভয়েই একই সঙ্গে বৃদ্ধি পায় বা হাস পায়।

বিজ্ঞানী কুসিয়াস তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র প্রয়োগ করতে গিয়ে উপলব্ধি করেন যে, সমোক্ষ প্রক্রিয়ায়
যেমন বস্তুর তাপমাত্রা স্থির থাকে, তেমন রুম্বতাপ প্রক্রিয়ায় বস্তুর 'কোন কিছু' স্থির থাকে। রুম্বতাপ প্রক্রিয়ায়
বস্তুর সংগে যখন পরিপার্শের কোন তাপ আদান-প্রদান হয় না, তখন বস্তুর যে তাপীয় ধর্ম অপরিবর্তিত থাকে
কুসিয়াস তার নাম দেন এন্ট্রপি। অতএব এন্ট্রপির নিম্নলিখিত সংজ্ঞা দেওয়া যেতে পারে :

রুম্বতাপ প্রক্রিয়ায় বস্তুর যে তাপীয় ধর্ম স্থির থাকে, তাকে এন্ট্রপি' বলে।

অন্যভাবে বলা হয়, এন্ট্রপি হল বস্তুর এমন একটি ভৌত ধর্ম যা রুম্বতাপ প্রক্রিয়ায় স্থির থাকে।

এন্ট্রপি বস্তুর একটি ভৌত ধর্ম। তাপগতিবিজ্ঞানে এর গুরুত্ব অপরিসীম। এটি তাপগতীয় রাশিসমূহের এমন
একটি অপেক্ষক যা তাপ প্রবাহের দিক বা তাপ সঞ্চালনের দিক নির্দেশ করে এবং তাপগতীয় অবস্থা নির্ধারণে
সহায়তা করে।

তাপমাত্রা, আয়তন ও চাপের ন্যায় বস্তুর এন্ট্রপিও একটি রাশি। এর মান বস্তুত বর্তমান অবস্থার উপর
নির্ভর করে। তবে কোন পথে বস্তু ঐ অবস্থায় পৌছল তার উপর নির্ভর করে না অর্থাৎ কোন নির্দিষ্ট অবস্থায় বস্তুর
এন্ট্রপি বস্তুর পূর্ব ইতিহাসের উপর নির্ভর করে না। তাপ গ্রহণ বা বর্জনে বস্তুর এন্ট্রপি পরিবর্তিত হয়।

১৬.৮.১ এন্ট্রপির একক

Unit of entropy

কোন একটি সংস্থা বা চক্রের তাপমাত্রা সাপেক্ষে গৃহীত বা বর্জিত তাপের পরিবর্তনের হার দ্বারা
এন্ট্রপি পরিমাপ করা হয়।

মনে করি কোন একটি ব্যবস্থা বা সিস্টেম T পরম তাপমাত্রায় dQ পরিমাণ তাপ প্রদান বা বর্জন করে।
অতএব এন্ট্রপি

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

(6) *

T -এর একক কেলভিন এবং dQ এর একক জুল। অতএব এন্ট্রপির এস.আই. একক জুল / কেলভিন (JK^{-1})।

১৬.৮.২ এন্ট্রপির তাৎপর্য

Significance of entropy

তাপগতিবিদ্যায় এন্ট্রপির গুরুত্ব অপরিসীম। এর নিম্নলিখিত তাৎপর্য রয়েছে :

১। এন্ট্রপি একটি প্রাকৃতিক রাশি যার মান তাপ ও পরম তাপমাত্রার অনুপাতের সমান।

২। এটি বস্তুর একটি তাপীয় ধর্ম যা তাপ সঞ্চালনের দিক নির্দেশ করে।

৩। এটি বস্তুর তাপগতীয় অবস্থা নির্ধারণে সহায়তা করে।

৪। এটি তাপমাত্রা, চাপ, আয়তন, অন্তর্নিহিত শক্তি, চূম্বকীয় অবস্থার ন্যায় কোন বস্তুর অবস্থা প্রকাশ করে।

৫। এন্ট্রপি বৃদ্ধি পেলে বস্তু শৃঙ্খল অবস্থা (ordered state) হতে বিশৃঙ্খল অবস্থায় (disordered state) পরিণত হয়।

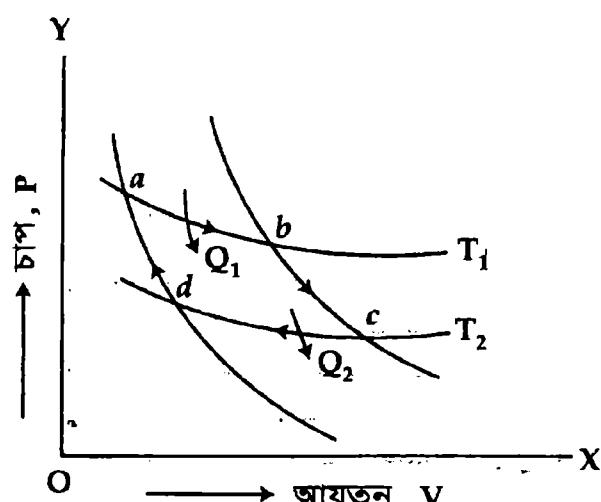
৬। তাপমাত্রা ও চাপের ন্যায় একে অনুভব করা যায় না।

১৬.৯ প্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় এন্ট্রপির পরিবর্তন Change of entropy in a reversible process

মনে করি $abcd$ একটি পূর্ণ প্রত্যাগামী কার্ণে

চক্র। ১৬.৮নং চিত্রে এটি প্রদর্শিত হল।

উক্ত চক্রে ab ও cd দুটি সমোক্ষ লেখ এবং bc ও da দুটি রুম্বতাপ লেখ। মনে করি ab সমোক্ষ লেখ বরাবর a বিন্দু হতে b বিন্দুতে আসতে কার্যরত পদার্থ T_1 তাপমাত্রায় তাপ উৎস হতে Q_1 পরিমাণ তাপ গ্রহণ করে এবং cd সমোক্ষ লেখ বরাবর c বিন্দু হতে d বিন্দুতে আসতে কার্যরত পদার্থ T_2 তাপমাত্রায় তাপ গ্রহণ করে এবং Q_2 পরিমাণ তাপ বর্জন করে। কিন্তু bc ও da রুম্বতাপ লেখ হওয়ায় লেখ দুটি বরাবর কোন তাপ গ্রহণ বা বর্জন হবে না বলে এন্ট্রপির কোন পরিবর্তন হবে না।



চিত্র ১৬.৬

$$ab \text{ সমোক্ষ প্রক্রিয়ায় এন্ট্রপি বৃদ্ধি} = \frac{Q_1}{T_1}$$

$$\text{এবং } cd \text{ সমোক্ষ প্রক্রিয়ায় এন্ট্রপি হ্রাস} = \frac{Q_2}{T_2}$$

$$\text{সমগ্র চক্রে কার্যরত বস্তুর এন্ট্রপির মোট পরিবর্তন} = \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}$$

$$\text{কিন্তু চক্রটি প্রত্যাগামী হওয়ায়} = \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

$$\text{সুতরাং এন্ট্রপির মোট পরিবর্তন } \Delta S = \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

$$\text{কাব্য, } \Delta S = \sum \frac{Q}{T} = 0$$

অতএব সিদ্ধান্ত এই যে, প্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় যে কোন সংস্থার এন্ট্রপি স্থির থাকে।

১৬.১০ অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় এন্ট্রপির পরিবর্তন Change of entropy in an irreversible process

মনে করি কোন অপ্রত্যাগামী ইঞ্জিন T_1 তাপমাত্রায় Q_1 পরিমাণ তাপ গ্রহণ করে এবং T_2 তাপমাত্রায় Q_2 পরিমাণ তাপ বর্জন করে। এক্ষেত্রে কর্মদক্ষতা

$$\eta' = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad (7)$$

কিন্তু তাপমাত্রার একই সীমার মধ্যে কোন প্রত্যাগামী চক্রের (কার্নেল চক্রের) কর্মদক্ষতা

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (8)$$

বইঘর.কম

এখন কার্ণের উপপাদ্য অনুসারে $\eta > \eta'$

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} > \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

$$\text{বা, } 1 - \frac{T_2}{T_1} > 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$\text{বা, } \frac{Q_2}{Q_1} > \frac{T_2}{T_1}$$

$$\text{বা, } \frac{Q_2}{T_2} > \frac{Q_1}{T_1}$$

$$\text{বা, } \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} > 0$$

(9)

অতএব কার্যনির্বাহক সংস্থাটিকে সামগ্রিকভাবে বিবেচনা করলে আমরা দেখি যে তাপ উৎসটি $\frac{Q_1}{T_1}$ পরিমাণ এন্ট্রপি হারায় এবং তাপ প্রাহকটি $\frac{Q_2}{T_2}$ পরিমাণ এন্ট্রপি লাভ করে। সুতরাং সমগ্র প্রক্রিয়াটিতে মোট লাভ $= \left(\frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} \right)$ যার মান ধনাত্মক।

অতএব অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় এন্ট্রপি বৃদ্ধি পায়। অপরপক্ষে তাপের আয়ুক্তাল হ্রাস পাচ্ছে অর্থাৎ তাপ মৃত্যুর দিকে ধাবিত হচ্ছে।

১৬.১১ এন্ট্রপির মাধ্যমে তাপগতিবিজ্ঞানের দ্বিতীয় সূত্রের প্রকাশ

Formulation of the second law of thermodynamics in terms of entropy

ক্লসিয়াসের মতে তাপগতিবিজ্ঞানের প্রথম সূত্র নিম্নরূপ :

বিশের মোট শক্তি স্থির। একে শক্তির নিত্যতার সূত্রও বলা যায়। ক্লসিয়াস তাপগতিবিজ্ঞানের দ্বিতীয় সূত্রকে নিম্নলিখিতভাবে সংজ্ঞায়িত করেন।

বিশের এন্ট্রপি ক্রমাগত বৃদ্ধির দিকে যাচ্ছে। একে এন্ট্রপির বৃদ্ধির সূত্রও বলা যায়। আমরা স্বাভাবিকভাবে এন্ট্রপির মাধ্যমে তাপগতিবিজ্ঞানের দ্বিতীয় সূত্রকে নিম্নলিখিতভাবে সংজ্ঞায়িত করতে পারি :

প্রকৃতির সকল ভৌত অথবা রাসায়নিক ক্রিয়া এমনভাবে সংষ্টিত হয় যে, যার ফলে সার্বিক ব্যবস্থার এন্ট্রপি বৃদ্ধি পায়। সীমায়িত ক্ষেত্রে একটি প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ার এন্ট্রপি অপরিবর্তিত থাকে।

তাপগতিবিজ্ঞানের দ্বিতীয় সূত্রকে গাণিতিকভাবে সংজ্ঞায়িত করার জন্য ধরা যাক একটি ব্যবস্থার প্রাথমিক ও চূড়ান্ত অবস্থা A ও B-তে এন্ট্রপির মান যথাক্রমে S_A এবং S_B । সুতরাং ব্যবস্থাটির এন্ট্রপির পরিবর্তন,

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}, \quad (10)$$

যদি A ও B অবস্থা দুটি পরস্পর ঝুঁটি কাছাকাছি হয়, তবে লেখা যায়, $dS = \frac{dQ}{T}$

$$dQ = T dS$$

এটি তাপগতিবিজ্ঞানের দ্বিতীয় সূত্রের গাণিতিক সন্তোষ।

১৬.১২ অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় এন্ট্রপি বৃদ্ধির উদাহরণ

Examples of increase of entropy in irreversible process

আমরা জানি অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় এন্ট্রপি বৃদ্ধি পায়। বিশ্ব জগতের অধিকাংশ প্রক্রিয়াই অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া। সুতরাং বলা যায় বিশ্বজগতের এন্ট্রপি ক্রমাগত বৃদ্ধি পাচ্ছে।

যে ক্ষেত্রে দুটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রার মধ্যে ক্রিয়ারত কার্নের প্রত্যাগামী ইঞ্জিনের কর্ম দক্ষমতা অপেক্ষা অন্য কোন ইঞ্জিনের কর্মদক্ষতা বেশি হচ্ছে সারে না। একে কার্নের উপপাদ্য বলে।

এভাবে এন্ট্রপি বৃদ্ধি পেতে পেতে যখন সর্বোচ্চ মানে পৌছাবে তখন বিশ্বের সকল ব্যবস্থা তাপীয় সাম্যবস্থায় উপনীত হবে। তাপীয় সাম্যবস্থায় পৌছলে তাপশক্তিকে ফলপ্রসূ কাজে পরিণত করা সম্ভব হবে না। ফলে কার্যকরী শক্তিৱার দুষ্পাপ্যতা সৃষ্টি হবে।

এমনিভাবে যদি চলতে থাকে, তবে পৃথিবী এমন একটি ভয়াবহ অবস্থায় পৌছাবে যে সে তাপ শক্তি সরবরাহে অক্ষম হয়ে পড়বে। এ অবস্থায় পৃথিবীৰ তাপীয় মৃত্যু (Thermal Death of the Earth) হয়েছে বৰ্ণা হবে।

স্মরণিকা

প্রত্যাগামী প্রক্রিয়া : যে প্রক্রিয়া সম্মুখ পরিবর্তনের পর বিপরীতমুখী হয়ে প্রত্যাবর্তন করতে পারে এবং সম্মুখ ও বিপরীতমুখী পরিবর্তনের প্রতি স্তরে তাপ ও কার্যের ফলাফল সমান ও বিপরীতমুখী হয় তাকে প্রত্যাগামী প্রক্রিয়া বলে।

অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া : যে প্রক্রিয়ায় কার্যরত বস্তু সম্মুখগামী হওয়ার পর বিপরীতমুখী হয়ে প্রত্যাবর্তন করতে পারে না তাকে অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া বলে।

তাপগতিবিদ্যার বিভীষণ সূত্র :

ক্লসিয়াসের বিবৃতি : বাইরের কোন শক্তিৰ সাহায্য ব্যতিরেকে কোন ঘৱৎক্রিয় যন্ত্রের পক্ষে নিম্ন তাপমাত্রার কোন বস্তু হতে উচ্চ তাপমাত্রার কোন বস্তুতে তাপের স্থানান্তর সম্ভব নয়।

ক্লেইলিনের বিবৃতি : কোন বস্তুকে তার পরিপার্শের শীতলতম অংশ হতে অধিকতর শীতল করে শক্তিৰ অধিকাম সরবরাহ পাওয়া সম্ভব নয়।

প্লাজ্যের বিবৃতি : কোন তাপ উৎস হতে অনবরত তাপ শোষণ করবে এবং তা সম্পূর্ণরূপে কাজে বৃপ্তান্তরিত হবে এবং একটি তাপ ইঞ্জিন তৈরি করা সম্ভব নয়।

কার্নোৰ বিবৃতি : কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপশক্তি সম্পূর্ণভাবে যান্ত্রিক শক্তিতে বৃপ্তান্তর করার মত যন্ত্র তৈরি করা সম্ভব নয়।

তাপ ইঞ্জিন : যে যন্ত্র দ্বারা তাপ শক্তিকে যান্ত্রিক শক্তিতে বৃপ্তান্তর করা যায় তাকে তাপ ইঞ্জিন বলে।

তাপ ইঞ্জিনের দক্ষতা বা তাপীয় দক্ষতা : কাজে পরিণত তাপ এবং গৃহীত তাপের অনুপাতকে তাপ ইঞ্জিনের দক্ষতা

$$\text{কাজে পরিণত তাপ} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

কার্নো ইঞ্জিনের দক্ষতা : কার্নো ইঞ্জিনের কার্যকরী পদাৰ্থ কৰ্তৃক উৎস হতে গৃহীত তাপ Q_1 এবং তাপগ্রাহকে বর্জিত তাপ Q_2 যথাক্রমে উৎসের তাপমাত্রা T_1 ও তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা T_2 এর সমানুপাতিক। অতএব, কার্নো ইঞ্জিনের দক্ষতা, $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ । শতকরা হিসেবে $\eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \times 100\%$

এন্ট্রপি : বুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় বস্তুৰ যে তাপীয় ধৰ্ম স্থিৰ থাকে, তাকে এন্ট্রপি বলে।

অযোজনীয় সমীকৰণ

$$\text{তাপ ইঞ্জিনের দক্ষতা}, \eta = \left(1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right) \times 100\% \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

$$\text{কার্নো ইঞ্জিনের দক্ষতা}, \eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \times 100\% \quad (2)$$

$$\text{এন্ট্রপি}, dS = \frac{dQ}{T} M \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T} \quad (4)$$

বইয়র কম

$$\text{প্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় এন্ট্রপির মোট পরিবর্তন}, \Delta S = \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad (5)$$

$$\text{অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় এন্ট্রপির মোট পরিবর্তন}, \Delta S = \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} > 0 \quad (7)$$

Q.✓

সমাধানকৃত উদাহরণ

১। একটি প্রত্যাবর্তী ইঞ্জিন 167°C ও 57°C তাপমাত্রায় কার্যকর হলে এর সর্বাধিক দক্ষতা নির্ণয় কর।
আমরা জানি,

[য. বো. ২০০৩]

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$= 1 - \frac{330}{440}$$

$$= 1 - 0.75$$

$$= 0.25$$

$$= 25\%$$

এখানে,

$$T_1 = 167^{\circ}\text{C} = (167 + 273)\text{K}$$

$$= 440\text{K}$$

$$T_2 = 57^{\circ}\text{C}$$

$$= (57 + 273)\text{ K}$$

$$= 330\text{K}$$

$$\eta = ?$$

২। একটি আর্দ্ধ ইঞ্জিনের কার্যকর বস্তু প্রত্যেক বার উৎস হতে যত ক্ষালনি তাপ প্রদান করে কাজ সম্পন্ন করার
পর তার 80% তাপ বর্জন করে। ইঞ্জিনের দক্ষতা নির্ণয় কর।

ধরা যাক গৃহীত তাপ = Q_1

$$\text{আমরা পাই, দক্ষতা, } \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \times 100\%$$

$$\text{তা হলে বর্জিত তাপ, } Q_2 = 80\% \times Q_1 = \frac{80}{100} Q_1 = 0.8 Q_1$$

$$\text{নির্ণেয় দক্ষতা, } \eta = \frac{Q_1 - 0.8 Q_1}{Q_1} \times 100\% = 20\%$$

৩। একটি কার্বন ইঞ্জিন 800K ও 400K তাপমাত্রায় যে দক্ষতায় কাজ করে, ঠিক সম দক্ষতায় কাজ করে
TK ও 900K তাপমাত্রায়। তাপমাত্রা T-এর মান বের কর।

[সি. বো. ২০০২]

আমরা জানি,

$$\text{ইঞ্জিনের দক্ষতা, } \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$= \frac{800 - 400}{800}$$

$$= 0.5 = 50\%$$

এখানে,

প্রথম ক্ষেত্রে,

$$\text{উৎসের তাপমাত্রা, } T_1 = 800\text{K}$$

$$\text{তাপ শাহকের তাপমাত্রা, } T_2 = 400\text{K}$$

$$\text{দক্ষতা, } \eta = ?$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

$$\text{উৎসের তাপমাত্রা, } T_1 = TK = ?$$

$$\text{তাপ শাহকের তাপমাত্রা, } T_2 = 900\text{K}$$

$$\text{দক্ষতা, } \eta = 0.5$$

আবার,

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$0.5 = \frac{T - 900}{T}$$

$$\text{বা, } 0.5 T = T - 900$$

$$\text{বা, } 0.5 T = 900$$

$$\cdot T = \frac{900}{0.5} = 1800\text{K}$$

৪। একটি তাপ ইঞ্জিনের দক্ষতা 80%। গ্রাহকের তাপমাত্রা 127°C হলে উৎসের তাপমাত্রা কত?

আমরা জানি,

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\text{বা, } \frac{80}{100} = 1 - \frac{400}{T_1}$$

$$\text{বা, } \frac{400}{T_1} = 1 - \frac{8}{10}$$

$$\text{বা, } \frac{400}{T_1} = \frac{2}{10}$$

$$\text{বা, } T_1 = \frac{400 \times 10}{2} = 2000\text{ K}$$

এখানে,

$$T_2 = (127 + 273)$$

$$= 400\text{K}$$

$$\eta = 80\% = \frac{80}{100}$$

$$T_1 = ?$$

[রা. বো. ২০০৩]

৫। একটি তাপ ইঞ্জিন উৎস থেকে 600 K তাপমাত্রায় $2.65 \times 10^6\text{ J}$ তাপশক্তি প্রদান করে তাপগ্রাহকে $5.12 \times 10^5\text{ J}$ তাপশক্তি বর্জন করে। তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা ও ইঞ্জিনটির দক্ষতা নির্ণয় কর।

[সি. বো. ২০০৬ (মান ডিস্ট্রি) ; ব. বো. ২০০৮; রা. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \frac{Q_1}{Q_2} &= \frac{T_1}{T_2} \\ \text{বা, } T_2 &= \frac{Q_2 \times T_1}{Q_1} \\ &= \frac{5.12 \times 10^5 \times 600}{2.65 \times 10^6} = 115.924\text{ K} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} T_1 &= 600\text{ K} \\ Q_1 &= 2.65 \times 10^6\text{ J} \\ Q_2 &= 5.12 \times 10^5\text{ J} \\ T_2 &=? \\ \eta &=? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, দক্ষতা, } \eta &= 1 - \frac{T_2}{T_1} \\ &= 1 - \frac{115.924}{600} = 0.8068 \\ &= 80.68\% \end{aligned}$$

৬। একটি কার্নেল ইঞ্জিনের উৎসের তাপমাত্রা 400 K । এই তাপমাত্রায় এটি উৎস থেকে 840 J তাপ প্রদান করে এবং সিলিন্ডারে 630 J তাপ বর্জন করে। সিলিন্ডারের তাপমাত্রা ও ইঞ্জিনের কর্মদক্ষতা নির্ণয় কর। [জ. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \frac{Q_1}{Q_2} &= \frac{T_1}{T_2} \\ T_2 &= \frac{Q_2}{Q_1} \times T_1 \\ &= \frac{630}{840} \times 400 \\ T_2 &= 300\text{ K} \\ \text{আবার, } \eta &= 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{300}{400} \\ &= 1 - 0.75 = 0.25 = 25\% \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} T_1 &= 400\text{ K} \\ Q_1 &= 840\text{ J} \\ Q_2 &= 630\text{ J} \\ T_2 &=? \\ \eta &=? \end{aligned}$$

৭। একটি প্রত্যাগামী ইঞ্জিন উৎস হতে গৃহীত তাপের $\frac{1}{4}$ অংশ কাজে পরিণত করে। এর তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা 80 K ছাস করলে এর দক্ষতা দিগুণ হয়। উৎস ও গ্রাহকের তাপমাত্রা বের কর।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \eta_1 &= 1 - \frac{T_2}{T_1} \\ \frac{1}{4} &= 1 - \frac{T_2}{T_1} \\ \text{বা, } \frac{T_2}{T_1} &= \frac{3}{4} \\ \text{তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা } T_2 &= 80\text{ K} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_2 &= 1 - \frac{T_2 - 80}{T_1} \\ \text{বা, } \frac{1}{2} &= 1 - \frac{T_2 - 80}{T_1} \\ &= 1 - \frac{T_2}{T_1} + \frac{80}{T_1} = 1 - \frac{3}{4} + \frac{80}{T_1} \\ &= \frac{1}{4} + \frac{80}{T_1} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{দক্ষতা, } \eta_1 &= \frac{1}{4} \\ \text{উৎসের তাপমাত্রা, } T_1 &=? \\ \text{তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা, } T_2 &=? \end{aligned}$$

তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা 80 K কমালে গ্রাহকের পরিবর্তিত তাপমাত্রা হবে $(T_1 - 80)\text{ K}$ ।

$$\begin{aligned} \eta_2 &= 1 - \frac{T_1 - 80}{T_1} \\ \text{বা, } \frac{1}{2} &= 1 - \frac{T_1 - 80}{T_1} \\ &= 1 - \frac{T_1}{T_1} + \frac{80}{T_1} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{80}{T_1} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{80}{T_1} \\ \frac{80}{T_1} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \\ \text{বা, } T_1 &= 80 \times 4 = 320\text{ K} \end{aligned}$$

$$\text{আবার, } \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{4}$$

$$T_2 = \frac{3}{4} \times T_1$$

$$= \frac{3}{4} \times 320$$

$$= 240\text{K}$$

৪। একজন আবিষ্কর্তা দাবি করলেন যে তার উত্তাপিত ইঞ্জিন 700K এবং 400K তাপমাত্রার মধ্যে কার্যরত এবং এর যান্ত্রিক দক্ষতা 48%। তাঁর দাবি কি সঠিক?

আমরা জানি, যে কোন ইঞ্জিনের চেয়ে কার্নেল ইঞ্জিনের দক্ষতা

$$\text{সর্বাধিক। এখন, কার্নেল ইঞ্জিনের দক্ষতা, } 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\eta = 1 - \frac{400}{700}$$

$$= \frac{700 - 400}{700} = \frac{3}{7}$$

$$= 0.42 = 42\%$$

আলোচ্য ক্ষেত্রে কোন ইঞ্জিনের দক্ষতা 42%-এর বেশি হতে পারে না। সুতরাং, আবিষ্কর্তার দাবি সঠিক নয়।

৫। একটি কার্নেল ইঞ্জিন যখন 27°C তাপমাত্রায় তাপ প্রাপ্তকে থাকে তখন এর কর্মদক্ষতা 50%। একে 60% দক্ষ করতে হলে এর উৎসের তাপমাত্রা কত বাড়াতে হবে? [ব. বো. ২০০৬; কু. বো. ২০০৫]

আমরা পাই,

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\text{বা, } \frac{50}{100} = 1 - \frac{300}{T_1}$$

$$\text{বা, } \frac{300}{T_1} = 1 - \frac{50}{100} = \frac{50}{100}$$

$$\text{বা, } T_1 = \frac{300 \times 100}{50} = 600\text{K}$$

আবার,

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\text{বা, } \frac{60}{100} = 1 - \frac{300}{T_1}$$

$$\text{বা, } \frac{300}{T_1} = 1 - \frac{60}{100} = \frac{40}{100}$$

$$\text{বা, } T_1 = \frac{300 \times 100}{40} = 750\text{K}$$

উৎসের তাপমাত্রা বাড়াতে হবে $= (750 - 600) \text{K} = 150 \text{K}$

৬। একটি কার্নেল ইঞ্জিনের দক্ষতা 60%। যদি তাপ উৎসের তাপমাত্রা ~~450K~~ 450K হয় তবে তাপ প্রাপ্তকে তাপমাত্রা কত? [সি. বো. ২০০৮]

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\text{বা, } \frac{60}{100} = 1 - \frac{T_2}{450}$$

$$\text{বা, } \frac{T_2}{450} = 1 - \frac{60}{100}$$

$$\text{বা, } T_2 = 180\text{K}$$

এখানে,

$$T_1 = 700\text{K}$$

$$T_2 = 400\text{K}$$

এখানে,

$$T_2 = (27 + 273)\text{K} = 300\text{K}$$

$$\eta_1 = 50\% = \frac{50}{100}$$

$$T_1 = ?$$

এখানে,

$$T_2 = 300\text{K}$$

$$\eta_1 = 60\% = \frac{60}{100}$$

$$T_1 = ?$$

$$450\text{K}$$

$$\eta = 60\%$$

$$= \frac{60}{100}$$

$$T_1 = 450\text{K}$$

$$T_2 = ?$$

Q. ১১। 0.01 kg পানিকে 0°C হতে 10°C তাপমাত্রায় উন্নত কৰা হল। এন্ট্রপিৰ পরিবৰ্তন নিৰ্ণয় কৰ।

মনে কৰি এন্ট্রপিৰ পরিবৰ্তন $= dS$

$$\text{আমোৱা পাই, } dS = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} ms \frac{dT}{T} [\because dQ = msdT] \\ = ms \log_e \frac{T_2}{T_1} \quad (1)$$

এখানে,

$$m = 0.01 \text{ kg}$$

$$s = 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$T_1 = 0^{\circ}\text{C} = (0 + 273) \text{ K} = 273 \text{ K}$$

$$T_2 = 10^{\circ}\text{C} = (10 + 273) \text{ K} = 283 \text{ K}$$

সমীকৰণ (1) হতে পাই,

$$\begin{aligned} dS &= 0.01 \text{ kg} \times 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \times \log_e \frac{283}{273} \\ &= 42 \times 2.303 \text{ JK}^{-1} (\log_{10} 283 - \log_{10} 273) \\ &= 42 \times 2.303 \text{ JK}^{-1} (2.4517 - 2.4361) \\ &= 42 \times 2.303 \times 0.0156 \text{ J K}^{-1} \\ &= 1.509 \text{ JK}^{-1} \end{aligned}$$

১২। 10°C তাপমাত্রায় 5 kg পানিকে 100°C তাপমাত্রায় উন্নীৰ্ণ কৰতে এন্ট্রপিৰ পরিবৰ্তন নিৰ্ণয় কৰ। [পানিৰ আপেক্ষিক তাপ $= 4.2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$] [য. বো. ২০০৬ ; ব. বো. ২০০৫]

আমোৱা জানি,

$$dS = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T}$$

এখানে, $dQ = ms dT$

$$\begin{aligned} dS &= \int_{283}^{373} ms \frac{dT}{T} \\ &= ms [\log_e T]_{283}^{373} \\ &= 5 \times 4.2 \times 10^3 \times [\log_e 373 - \log_e 283] \\ &= 21000 \times \log_e \frac{373}{283} \\ &= 21000 \times 0.2761 \\ &= 5.799 \times 10^3 \\ dS &= 5.799 \times 10^3 \text{ J K}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$$T_1 = (10 + 273) \text{ K} = 283 \text{ K}$$

$$T_2 = (100 + 273) \text{ K} = 373 \text{ K}$$

$$s = 4.2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$m = 5 \text{ kg}$$

$$dS = ?$$

Q. ১৩। 1 kg বৰক বধন 0°C তাপমাত্রায় পানিতে পৰিণত হয় বধন এন্ট্রপিৰ বৃদ্ধি কত হয় নিৰ্ণয় কৰ। [বৰক গলনেৰ সূচন তাপ $L = 336000 \text{ J kg}^{-1}$]

মনে কৰি এন্ট্রপিৰ বৃদ্ধি $= \Delta S$

আমোৱা জানি,

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

$$\text{আবাৰ } \Delta Q = mL = 1 \text{ kg} \times 336000 \text{ J kg}^{-1} \\ = 336000 \text{ J}$$

$$\Delta S = \frac{336000 \text{ J}}{273 \text{ K}} = 1231 \text{ JK}^{-1}$$

এখানে

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$L = 336000 \text{ J kg}^{-1}$$

$$T = 0 + 273 = 273 \text{ K}$$

1. $\frac{40}{\text{Ans}}$

বইঘর কম

১৪। 100°C তাপমাত্রার 4 kg পানিকে 100°C তাপমাত্রার বাল্শে পরিণত করলে এন্ট্রপির বৃদ্ধি কত হয় নির্ণয় কর। [পানির বাস্তীভবনের সূত্র তাপ = $2.26 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$]।

মনে করি এন্ট্রপির বৃদ্ধি = dS

আমরা জানি,

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

$$\text{আবার } dQ = mL = 4 \times 2.26 \times 10^6 \text{ J}$$

$$dS = \frac{4 \times 2.26 \times 10^6 \text{ J}}{373 \text{ K}} = 2.42 \times 10^4 \text{ JK}^{-1}$$

এখানে $m = 4 \text{ kg}$,

$$L = 2.26 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$$

$$T = 100 + 273 = 373 \text{ K}$$

অশিমালা

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন :

১। প্রত্যাগামী প্রক্রিয়া কি ? [জ. বো. ২০০৩]

২। প্রত্যাগামী ও অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া কাকে বলে ? [কু. বো. ২০০৬, '০৪, '০১; চ. বো. ২০০৮ ; সি. বো. ২০০৮ ; ঢ. বো. ২০০৪]

অথবা, প্রত্যাগামী ও অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া বলতে কি বুঝ ? [চ. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০২]

৩। অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়ার একটি উদাহরণ দাও। [য. বো. ২০০৪]

৪। তাপ ইঞ্জিন কি ? [য. বো. ২০০৪]

৫। তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্রটি বিবৃত কর। [চ. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৮ ; কু. বো. ২০০৫, ২০০২ ; সি. বো. ২০০২]

৬। এন্ট্রপি কি ? [রা. বো. ২০০৬, ২০০৫, ২০০৩ ; চ. বো. ২০০৬, ২০০৩, ২০০১ ; কু. বো. ২০০৬, ২০০০ ; সি. বো. ২০০৫ ; য. বো. ২০০৪ ; ঢ. বো. ২০০৫, ২০০০ ; ব. বো. ২০০১]

অথবা, এন্ট্রপি বলতে কি বুঝ ? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০০৫ ; কু. বো. ২০০৩ ; ব. বো. ২০০৩ ; সি. বো. ২০০৩]

৭। পৃথিবীর তাপীয় মৃত্যু বলতে কি বুঝ ? [কু. বো. ২০০৩]

৮। এন্ট্রপির তাৎপর্য সেখ। এর একক কি ? [চ. বো. ২০০৬, ২০০১ ; সি. বো. ২০০৫ ; য. বো. ২০০১ ; ব. বো. ২০০১]

৯। প্রত্যাগামী ও অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়ার মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর। [চ. বো. ২০০৬, ২০০১ ; সি. বো. ২০০৫ ; য. বো. ২০০১ ; ব. বো. ২০০১]

১০। ইঞ্জিনের তাপীয় দক্ষতা কাকে বলে ? [চ. বো. ২০০৬, ২০০৪, ২০০১]

১১। কার্নেল চক্র কি ? [ব. বো. ২০০৩]

১২। এন্ট্রপির তাৎপর্য সেখ। এর একক কি ? [সি. বো. ২০০৫]

১৩। কার্নেল ইঞ্জিন কি ? [সি. বো. ২০০৫]

রচনামূলক প্রশ্ন :

১। প্রত্যাগামী ও অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া কি উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০০৩]

২। প্রত্যাগামী ও অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়ার সংজ্ঞা দাও এবং এদের মধ্যে পার্থক্য কর। [চ. বো. ২০০১ ; ব. বো. ২০০১ ; চ. বো. ২০০০]

৩। দেখাও যে, প্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় যে কোন ব্যবস্থার এন্ট্রপি স্থির থাকে। [কু. বো. ২০০৪ ; রা. বো. ২০০৩ ; সি. বো. ২০০৩]

৪। দেখাও যে, অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় এন্ট্রপি বৃদ্ধি পায়। [য. বো. ২০০২ ; কু. বো. ২০০২ ; সি. বো. ২০০২ ; রা. বো. ২০০০ ; ব. বো. ২০০১]

৫। তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র বিবৃত কর এবং এর ভৌতিক অর্থ ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০০২ ; কু. বো. ২০০২ ; সি. বো. ২০০২ ; রা. বো. ২০০০ ; ব. বো. ২০০১]

৬। উদাহরণসহ অপ্রত্যাবর্ত্তী প্রক্রিয়া ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০০৩]

৭। তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্রটি বর্ণনা কর। [চ. বো. ২০০৩]

৮। তাপগতিবিদ্যার প্রথম ও দ্বিতীয় সূত্রের মধ্যে পার্থক্য কর। [চ. বো. ২০০৬]

৯। একটি তাপ ইঞ্জিনের দক্ষতার রাশিমালা বের কর। [চ. বো. ২০০৬]

১০। কার্ণেল ইঞ্জিনের গঠন ও কার্যপ্রণালী সংক্ষেপে বর্ণনা কর। [ব. বো. ২০০৫]

১১। কার্ণেল ইঞ্জিনের দক্ষতা বলতে কি বুঝ ? এর রাশিমালা প্রতিষ্ঠা কর।

১২। কার্ণেল চক্র কি ? কার্ণেল ইঞ্জিনের বিভিন্ন কার্য প্রক্রিয়া সূচক চিত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর।

১৩। কার্ণেল ইঞ্জিনের দক্ষতার রাশিমালা প্রতিপাদন কর। [রা. বো. ২০০৪ ; কু. বো. ২০০৩]

১৪। প্রমাণ কর যে, $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, যেখানে সূচকগুলো স্বাতাবিক অর্থ বহন করে। [কু. বো. ২০০৬; চ. বো. ২০০৫;
য. বো. ২০০৪]

১৫। দেখাও যে, কার্নোর চক্রে কার্যনির্বাহক বস্তু কর্তৃক সম্পাদিত নিট কাজ দুটি সমোষ্ট ও বুন্দতাপীয় রেখা কর্তৃক
আবদ্ধ তলের ক্ষেত্রফলের সমান। [চ. বো. ২০০৩]

গাণিতিক সমস্যাবলি :

১। 167°C ও 277°C তাপমাত্রার মধ্যে কার্যরত কোন প্রত্যাগামী ইঞ্জিনের দক্ষতা নির্ণয় কর। [উৎপন্ন : 20%]

২। ২০% দক্ষতাবিশিষ্ট একটি প্রত্যাগামী ইঞ্জিন 200°C তাপমাত্রায় বাস্প গ্রহণ করে। কত তাপমাত্রায় ইঞ্জিন বাস্প
পরিত্যাগ করে ? [উৎপন্ন : 378.4 K বা 105.4°C]

৩। ৪০% দক্ষতাবিশিষ্ট একটি আদর্শ ইঞ্জিনের নিম্নতাপ আধারের তাপমাত্রা 7°C । ইঞ্জিনের দক্ষতা ৫০%-এ উন্নীত
করতে উচ্চ তাপ আধারের তাপমাত্রা কত বৃদ্ধি করতে হবে ? [উৎপন্ন : 93.33 K]

৪। একটি কার্নো ইঞ্জিনের তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা 7°C এবং এর দক্ষতা ৫০%। ইঞ্জিনের দক্ষতা ৭০% করতে হলে
তাপ উৎসের তাপমাত্রা কত বৃদ্ধি করতে হবে ? [উৎপন্ন : 373.33°C]

৫। একটি কার্নো ইঞ্জিনের কর্মদক্ষতা ৪০%; এর তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা 7°C । এর উৎসের তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

[চ. বো. ২০০০ ; ব. বো. ২০০২] (উৎপন্ন : 466.7 K)

৬। একটি কার্নো ইঞ্জিনের দক্ষতা ৬০%। যদি তাপ উৎসের তাপমাত্রা 400K হয় তবে তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা কত ?

[কু. বো. ২০০০] [উৎপন্ন : 160K]

৭। 27°C এবং 160°C তাপমাত্রাদ্বয়ের মধ্যে কার্যরত একটি কার্নো ইঞ্জিনে $8.4 \times 10^4\text{J}$ তাপশক্তি সরবরাহ করা হয়।

ইঞ্জিনটির কর্মদক্ষতা নির্ণয় কর। ইঞ্জিনটি কতটুকু তাপশক্তিকে কাজে বৃপ্তাত্তি করতে পারবে ? [উৎপন্ন : ৩০.৭% ; 2588 J]

৮। একটি ইঞ্জিনের কর্মদক্ষতা ৬০%। এর তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা 27°C হলে উৎসের তাপমাত্রা নির্ণয় কর। [উৎপন্ন : 750K]

৯। একটি কার্নো ইঞ্জিন 327°C এবং 27°C তাপমাত্রায় কাজ করছে। এর কর্মদক্ষতা কত ? [চ. বো. ২০০৬] [উৎপন্ন : ৫০%]

১০। একটি কার্নো ইঞ্জিনের উৎসের তাপমাত্রা 400K । এই তাপমাত্রায় উৎস থেকে এটি 840J তাপ গ্রহণ করে এবং
সিঙ্গে 420J তাপ বর্জন করে। ইঞ্জিনটির কর্মদক্ষতা বের কর। [উৎপন্ন : ৫০%]

১১। একটি কার্নো ইঞ্জিনের দক্ষতা ৬০%। যদি তাপ উৎসের তাপমাত্রা 450K হয়, তবে তাপ গ্রাহকের তাপমাত্রা নির্ণয়
কর। [উৎপন্ন : 180K]

১২। একটি ইঞ্জিনের কর্মদক্ষতা ৩০%। ইঞ্জিনটি গৃহীত তাপের কত অংশ বর্জন করে ? [উৎপন্ন : ৭০%]

১৩। একটি ইঞ্জিন 400K ও 350K তাপমাত্রায় এবং অপর একটি ইঞ্জিন 350K ও 300K তাপমাত্রায় কাজ করছে।
কোন ইঞ্জিনের দক্ষতা বেশি ? [উৎপন্ন : দ্বিতীয় ইঞ্জিনের দক্ষতা প্রথম ইঞ্জিনের দক্ষতার চেয়ে ১.৪% বেশি]

১৪। একটি প্রত্যাগামী ইঞ্জিন উৎস হতে গৃহীত তাপের $\frac{1}{6}$ অংশ কাজে পরিণত করে। এর তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা আরও
৬২°C হ্রাস করলে এর দক্ষতা দিগুণ হয়। তাপ উৎস ও তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা বের কর। [উৎপন্ন : 372K , 310K]

১৫। একটি ইঞ্জিন 3400J তাপ গ্রহণ করে ও 2400J তাপ বর্জন করে। ইঞ্জিনটি দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ ও
ইঞ্জিনের দক্ষতা নির্ণয় কর। [উৎপন্ন : 1000 J ; 29.41%]

১৬। একটি কার্নো ইঞ্জিন 500K তাপমাত্রার তাপ উৎস থেকে 1500 J তাপ গ্রহণ করে এবং তাপগ্রাহকে 750J তাপ
বর্জন করে। তাপ গ্রাহকের তাপমাত্রা ও ইঞ্জিনের দক্ষতা নির্ণয় কর। [সি. বো. ২০০৬] [উৎপন্ন : 250 K ; ৫০%]

১৭। একটি কার্নো ইঞ্জিন 127°C ও 27°C তাপমাত্রায় কাজ করছে। উচ্চ তাপমাত্রায় এটি $2 \times 10^5\text{ J}$ তাপ শোষণ
করে। প্রতি সাইকেলে ইঞ্জিনটি কি পরিমাণ কাজ করছে ? [উৎপন্ন : $5 \times 10^4\text{ J}$]

১৮। দেখাও যে, m ভর ও c স্থির আপেক্ষিক তাপের কোন পদার্থের তাপমাত্রা $T_1\text{K}$ হতে $T_2\text{K}$ -এ পরিবর্তিত হলে
এন্ট্রপির পরিবর্তন $S_2 - S_1 = mc \log_e \frac{T_2}{T_1}$

১৯। 0°C তাপমাত্রার 0.05 kg বরফকে গলিয়ে একই তাপমাত্রায় পানিতে পরিণত করলে এন্ট্রপি কি পরিমাণ বৃদ্ধি
পাবে নির্ণয় কর। [উৎপন্ন : 61.5 JK^{-1}]

২০। 100°C এর 0.5 kg পানি 100°C -এর বাস্পে পরিণত হল। এন্ট্রপির পরিবর্তন নির্ণয় কর।
[$L_v = 2250\text{ kJ kg}^{-1}$] [উৎপন্ন : 3.02 kJ K^{-1}]

২১। 0°C এ 0.350 kg বরফ গলে একই তাপমাত্রায় পানি হয়। এই প্রক্রিয়ায় এন্ট্রপির পরিবর্তন নির্ণয় কর।
[$L = 336000\text{ J kg}^{-1}$] [উৎপন্ন : 427.1 JK^{-1}]

২২। 100°C তাপমাত্রার 2 kg পানিকে 100°C তাপমাত্রার বাস্পে পরিণত করলে এন্ট্রপির পরিবর্তন নির্ণয় কর।
[উৎপন্ন : $1.21 \times 10^4\text{ J K}^{-1}$]

তরঙ্গ ও শব্দ

WAVES AND SOUND

১৭-১ সূচনা

Introduction

তরঙ্গ ও তরঙ্গ-গতি পদার্থবিজ্ঞানের একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। সব ধরনের তরঙ্গের ক্ষেত্রে দুটি বৈশিষ্ট্য লক্ষ করা যায়। প্রথমত, তরঙ্গ চলনক্ষম আলোড়ন বা আন্দোলন এবং দ্বিতীয়ত তরঙ্গ একস্থান হতে অন্যস্থানে শক্তি সঞ্চালন করে। আমরা যে শব্দ শুনি বা আলো দেখি তা তরঙ্গ আকারে উৎস থেকে আমাদের কাছে পৌছায়। কাজেই তরঙ্গ প্রকৃতি এবং তরঙ্গ গতি সম্পর্কে আমাদের স্পষ্ট ধারণা থাকা প্রয়োজন। এই অধ্যায়ে তরঙ্গের বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য এবং শব্দতরঙ্গ আলোচনা করব।

১৭-২ তরঙ্গ ও তরঙ্গ গতি

Wave and wave motion

একটি পুকুরের স্থির পানিতে তিল ছুড়লে তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। তিলটি যে বিন্দুতে পানিতে প্রবেশ করে সে বিন্দুকে কেন্দ্র করে পানির উপরিপৃষ্ঠে সারি সারি তরঙ্গ ক্রমবর্ধমান বৃত্তাকারে চারদিকে ছড়িয়ে পড়ে। এর ফলে পানির উপরিতলে একস্থান হতে অন্যস্থানে শক্তির সঞ্চালন ঘটে। পানির উপরে একটি শোলা বা পাটকাঠি থাকলে দেখা যাবে যে শোলা বা কাঠিটি একই স্থানে থেকে উপরে-নিচে উঠানামা করছে। এর অর্থ হল মাধ্যমের কণাগুলো স্থান ত্যাগ করে না, যদি করত তবে শোলা বা কাঠিটি সরে পাড়ে চলে আসত। মাধ্যমের কণাগুলোর মধ্যে সংযুক্তি বলের কারণে এগুলো স্থান ত্যাগ করে না ; তবে আন্দোলনের দ্বারা পার্শ্ববর্তী কণাগুলোতে শক্তি সঞ্চালিত হয় এবং পাশের কণাগুলো আন্দোলিত হয়। এভাবে শক্তি তরঙ্গাকারে একস্থান হতে অন্যস্থানে সঞ্চালিত হয়। সুতরাং, তরঙ্গের নিম্নরূপ সংজ্ঞা দেয়া যায় :

সংজ্ঞা : কোন স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের কণাগুলোর স্থানান্তর ছাড়া যে পর্যাবৃত্ত আন্দোলনের দ্বারা একস্থান হতে অন্যস্থানে শক্তি সঞ্চালিত হয় তাকে তরঙ্গ বলে।

যে সব তরঙ্গ সঞ্চালনের জন্য মাধ্যমের প্রয়োজন হয় সেগুলোকে যান্ত্রিক তরঙ্গ বলে। শব্দতরঙ্গ, টানা তারে সৃষ্টি তরঙ্গ ইত্যাদি যান্ত্রিক তরঙ্গের উদাহরণ।

মাধ্যম ছাড়াও তরঙ্গ সঞ্চালিত হতে পারে। সূর্য থেকে আমরা যে আলো পাই তা কোন মাধ্যম ছাড়াই চলাচল করে। এদেরকে তড়িচুম্বকীয় তরঙ্গ বলে। তড়িৎ ও চৌম্বক ক্ষেত্রের পর্যাবৃত্ত গতি পরিবর্তনের ফলে তড়িচুম্বকীয় তরঙ্গের উৎপন্নি হয়।

১৭-৩ তরঙ্গের প্রকারভেদ

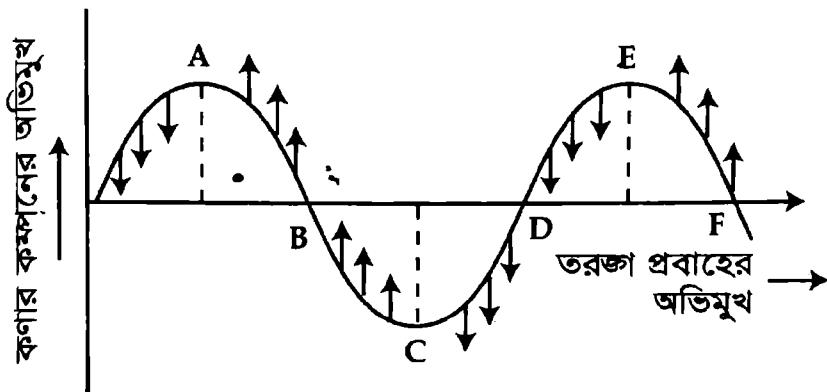
Types of Waves

মাধ্যমের কণাগুলো সরল দোল গতিতে কম্পিত হলে যে তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তাকে সরল দোল তরঙ্গ (Simple harmonic wave) বা সাইন তরঙ্গ (Sine wave) বলে। সরল দোল তরঙ্গ আবার দুই প্রকারের। যথা—

(১) আড় তরঙ্গ বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ (Transverse waves) এবং (২) লম্বিক তরঙ্গ বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ (Longitudinal waves)।

(১) আড় তরঙ্গ বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ : মাধ্যমের কণাগুলো তরঙ্গ গতির অভিমুখের সমকোণে কম্পিত হতে থাকলে সেই তরঙ্গকে আড় তরঙ্গ বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ বলে।

ব্যাখ্যা : চিত্র ১৭.১-এ একটি অনুপস্থিত তরঙ্গ দেখান হয়েছে। তরঙ্গের উপর ছোট তীর চিহ্ন দ্বারা কণার কম্পনের অভিমুখ দেখান হয়েছে। তরঙ্গের উপরের দিকে A ও E বিন্দুতে কণার সর্বোচ্চ সরণ ঘটেছে। তরঙ্গের এই বিন্দুগুলোকে তরঙ্গ শীর্ষ বা তরঙ্গ ছুড়া (crest) বলে। আবার নিচের দিকে C বিন্দুতে সর্বোচ্চ সরণ ঘটেছে। একে তরঙ্গ পাদ বা তরঙ্গ খাঁজ (Trough) বলে।

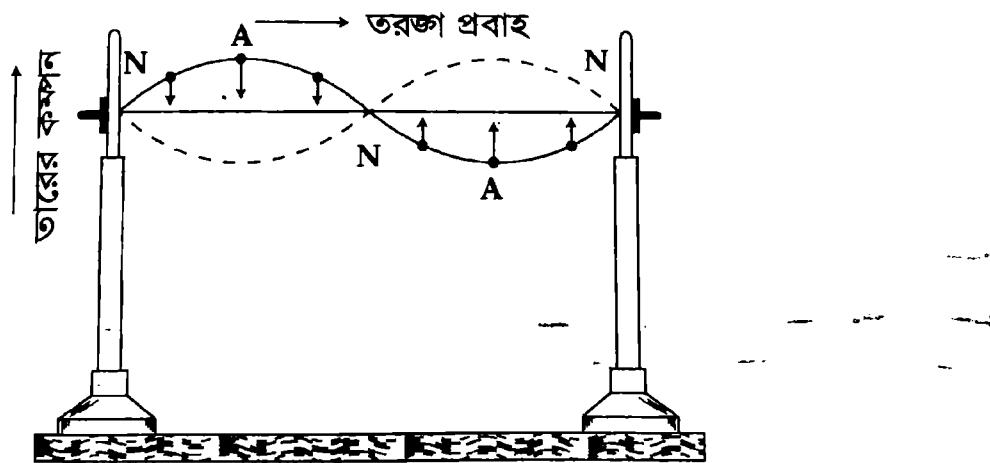


চিত্র ১৭.১

এক্ষেত্রে কণার স্পন্দনের অভিমুখ তরঙ্গ প্রবাহের অভিমুখের সমকোণে ঘটেছে। অতএব এটা আড় তরঙ্গ।
উদাহরণ :

(১) পুকুরের পানিতে তিল ছুড়লে দেখা যায় যে পানির কণাগুলো উপরে-নিচে দৃশ্যতে থাকে এবং এই আন্দোলন কিনারার দিকে অগ্রসর হতে থাকে। সৃষ্টি এরূপ আন্দোলনই আড় তরঙ্গ বা অনুপস্থিত তরঙ্গ।

(২) একটি তার টান করে বেঁধে এর দৈর্ঘ্যের সমকোণে টেনে ছেড়ে দিলে তারে একটি তরঙ্গের সৃষ্টি হবে [চিত্র ১৭.২]। লক্ষ করলে দেখা যাবে যে, তারটি এর দৈর্ঘ্যের সাথে সমকোণে আন্দোলিত হচ্ছে। এই আন্দোলন তারের দৈর্ঘ্য বরাবর প্রবাহিত হচ্ছে। সুতরাং টানা তারের এরূপ কম্পন হতে স্পষ্ট যে, এই তরঙ্গ আড় তরঙ্গ।

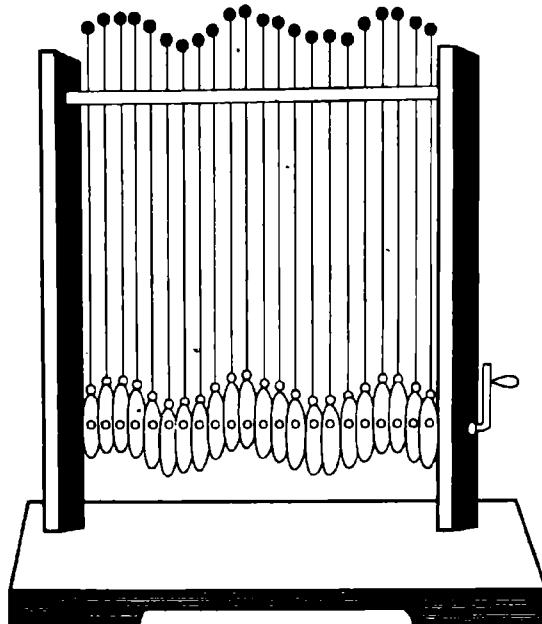


চিত্র ১৭.২

আড় তরঙ্গ প্রদর্শন (Demonstration of Transverse Wave) : পরীক্ষায় সমান দৈর্ঘ্যের কতকগুলো দণ্ড নেয়া হয় যাদের প্রত্যেকের এক মাথায় একটি করে বল এবং অপর মাথায় একটি করে চাকা যুক্ত আছে [চিত্র ১৭.৩]। চাকাগুলো একটি হাতলযুক্ত ঘূর্ণনক্ষম দণ্ডের সাথে এমনভাবে লাগানো আছে যে চাকাগুলো কম-বেশি উৎকেন্দ্রিক (eccentric) অবস্থায় থাকে অর্থাৎ দণ্ডগুলো এক এক চাকার এক এক স্থান দিয়ে পরানো থাকে এবং দণ্ডগুলো খাড়াভাবে অবস্থান করে। হাতল ঘূরালে চাকাগুলোও ঘূরতে থাকে এবং দণ্ডগুলো উঠা-নামা করে। চাকাগুলো কম-বেশি উৎকেন্দ্রিক হওয়ায় বিভিন্ন দণ্ডের উপরের প্রান্তের বলগুলো একসঙ্গে উপরে উঠে না বা নিচে

বইঘর কম

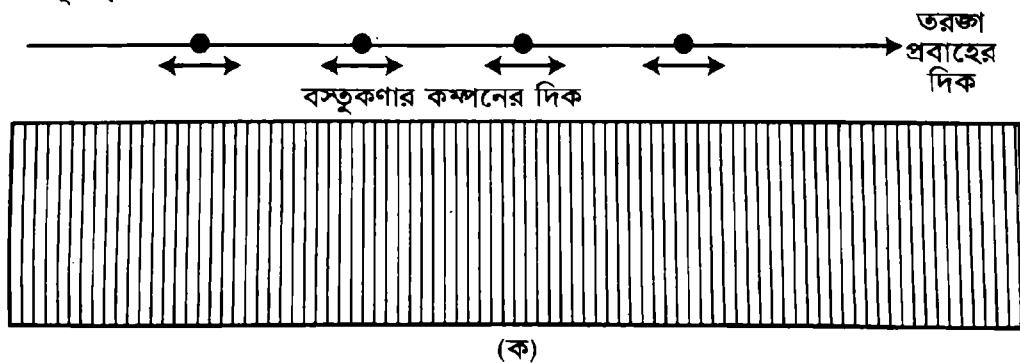
নামে না—পর্যায়ক্রমে উঠা-নামা করে। ভালভাবে লক্ষ করলে দেখা যাবে যে বলগুলো যে দিকে উঠা-নামা করে তার সমকোণে তরঙ্গ প্রবাহিত হচ্ছে। সূতরাং এস্থলে উদ্ভৃত তরঙ্গ আড় তরঙ্গ।



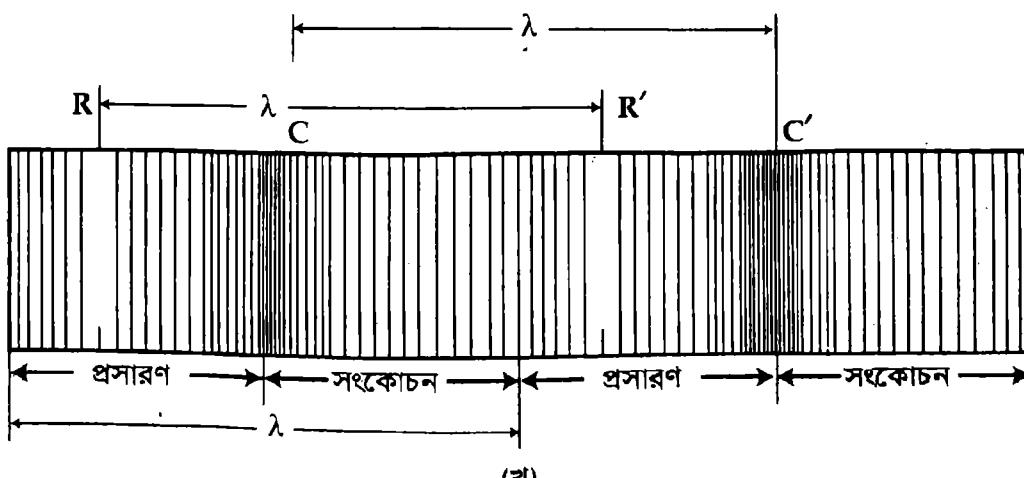
চিত্র ১৭.৩

(২) লম্বিক তরঙ্গ বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ : মাধ্যমের কণাগুলো তরঙ্গের গতির অভিমুখের সমান্তরালে কম্পিত হতে থাকলে, সেই তরঙ্গকে লম্বিক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ বলে।

ব্যাখ্যা : চিত্র ১৭.৪-এ অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ প্রবাহ দেখান হয়েছে। মাধ্যমের বিভিন্ন স্তরের সাম্যাবস্থান ক্ষেত্রগুলো সমান দূরত্বের রেখা দ্বারা নির্দেশ করা হয়েছে [চিত্র ১৭.৪ (ক)]।



(ক)



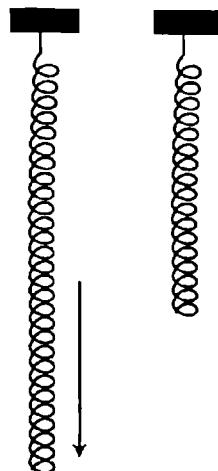
(খ)

চিত্র ১৭.৪

মাধ্যমের তেতুর দিয়ে লম্বিক তরঙ্গ প্রবাহিত হতে থাকলে যে কোন সময়ে কণাগুলোর অবস্থান কিরূপ হবে তা ১৭.৪(খ) চিত্রে দেখান হয়েছে। অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে মাধ্যমের কণাগুলো সাম্যাবস্থানের উভয় পার্শ্বে তরঙ্গের গতিপথের সমান্তরালে কম্পিত হয়, ফলে তরঙ্গশীর্ষ বা তরঙ্গপাদ সৃষ্টি হয় না। এক্ষেত্রে কম্পনের সময় কিছু কিছু স্থানে কণাগুলো কাছাকাছি চলে আসে আবার কোথাও দূরে সরে যায়। কণাগুলো কাছাকাছি আসায় মাধ্যমের সংকোচন বা ঘনীভূতন (compression or condensation) হয় এবং কণাগুলো সরে গেলে মাধ্যমের প্রসারণ (rarefaction) হয়। চিত্রে রেখাগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব কম দ্বারা সংকোচন এবং রেখাগুলোর দূরত্ব বৃদ্ধি দ্বারা সম্প্রসারণ বুঝান হয়েছে। সংকোচনের স্থানগুলোতে মাধ্যমের ঘনত্ব ও চাপ বেড়ে যায় এবং প্রসারণের স্থানগুলোতে মাধ্যমের ঘনত্ব ও চাপ কমে যায়। এভাবে মাধ্যমের কণাগুলোর সংকোচন ও প্রসারণের মধ্য দিয়ে অনুদৈর্ঘ্য ও লম্বিক তরঙ্গ সঞ্চালিত হয়। পাশাপাশি একটি সংকোচন ও একটি প্রসারণ নিয়ে একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য গঠিত হয়।

উদাহরণ :

(১) কথা বলার সময় আমরা জিহ্বার সাহায্যে মুখের মধ্যকার বায়ু কণাতে কম্পন সৃষ্টি করি। বায়ুকণাগুলোর কম্পনের দিক শব্দ তরঙ্গের গতির অভিমুখে সংঘটিত হয়। অতএব শব্দ লম্বিক তরঙ্গ। বক্তা বা গায়কের মুখ হতে



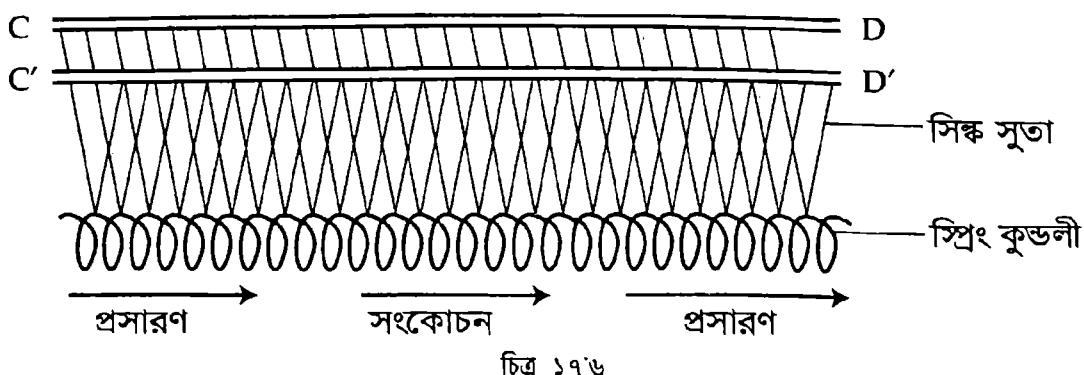
শব্দ বায়ু মাধ্যমে সংকোচন ও প্রসারণ সৃষ্টি করে লম্বিক তরঙ্গের আকারে শ্রেতার কানে পৌঁছায় [চিত্র ১৭.৪]।

(২) একটি স্প্রিং খাড়াভাবে ঝুলিয়ে দিয়ে এর নিচের প্রান্ত খানিকটা নিচের দিকে টেনে ছেড়ে দিলে দেখা যাবে যে স্প্রিং-এর কুণ্ডলী পর্যায়ক্রমে সংকুচিত ও প্রসারিত হতে থাকে [চিত্র ১৭.৫] এবং এই স্পন্দন তারের দৈর্ঘ্য বরাবর প্রবাহিত হয়।

অর্থাৎ, কুণ্ডলীগুলো সরল দোলন গতিতে তরঙ্গের গতির সমান্তরালে আন্দোলিত হচ্ছে। সুতরাং স্প্রিং-এ সৃষ্টি এই তরঙ্গ লম্বিক তরঙ্গ।

চিত্র ১৭.৫

লম্বিক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ প্রদর্শন (Demonstration of longitudinal wave) : পরীক্ষায় একটি সরু তারের স্প্রিং নিয়ে এর প্রত্যেক কুণ্ডলীকে দুটি অনুভূমিক দঙ্গ CD ও C'D' হতে V-আকারে সিঙ্ক সুতা দ্বারা এমনভাবে ঝুলানো হয় যে, তারটি অনুভূমিক থাকে [চিত্র ১৭.৬]।



এই স্প্রিং-এর এক প্রান্ত ধরে হঠাতে অনুভূমিকভাবে ধাক্কা দিলে দেখা যাবে যে, তারের কুণ্ডলীগুলো পর্যায়ক্রমে সংকুচিত ও প্রসারিত হচ্ছে এবং এই স্পন্দন ক্রমে ক্রমে তার বরাবর এগিয়ে যাচ্ছে। অর্থাৎ কুণ্ডলীগুলো তরঙ্গ প্রবাহের দিকেই সরল দোল গতিতে আন্দোলিত হচ্ছে। সুতরাং উচ্চত তরঙ্গই লম্বিক তরঙ্গ।

১৭.৪ আড় তরঙ্গ ও লম্বিক তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য Distinction between transverse and longitudinal waves

আড় তরঙ্গ ও লম্বিক তরঙ্গের মধ্যে নিম্নলিখিত পার্থক্য পরিলক্ষিত হয়।

আড় তরঙ্গ	লম্বিক তরঙ্গ
১। যে তরঙ্গের ক্ষেত্রে জড় মাধ্যমের কণাগুলির কম্পনের দিক তরঙ্গ প্রবাহের দিকের সমকোণী হয়, তাকে আড় তরঙ্গ বলে।	১। যে তরঙ্গের ক্ষেত্রে জড় মাধ্যমের কণাগুলির কম্পনের দিক তরঙ্গ প্রবাহের দিকের সমান্তরাল হয় তাকে লম্বিক তরঙ্গ বলে।
- ২। <u>তরঙ্গ প্রবাহে মাধ্যমে তরঙ্গ শীর্ষ এবং তরঙ্গ পাদ সৃষ্টি হয়।</u>	- ২। <u>তরঙ্গ প্রবাহে মাধ্যমে সংকোচন ও প্রসারণ সৃষ্টি হয়।</u>
৩। <u>পর পর দুটি তরঙ্গ শীর্ষ বা পর পর দুটি তরঙ্গ পাদের মধ্যবর্তী দূরত্বকে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বলে।</u>	৩। <u>পর পর দুটি সংকোচন বা পর পর দুটি প্রসারণের মধ্যবর্তী দূরত্বকে বা একটি প্রসারণ ও একটি সংকোচনের মিলিত দৈর্ঘ্যকে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বলে।</u>
৪। <u>মাধ্যমে এর সমবর্তন বা পোলারণ ঘটে।</u>	৪। <u>মাধ্যমে এর সমবর্তন বা পোলারণ ঘটে না।</u>
৫। অনন্যতার বা আকৃতির স্থিতিস্থাপক ধর্মসমন্বয় মাধ্যমে (কঠিন) এই তরঙ্গ উৎপন্ন হয়। প্রবাহীতে পৃষ্ঠা টানের দরুন আড় তরঙ্গের সৃষ্টি হয়।	৫। আয়তনের স্থিতিস্থাপক ধর্মসমন্বয় মাধ্যমে (কঠিন, তরল ও গ্যাস) এই তরঙ্গ উৎপন্ন হয়।

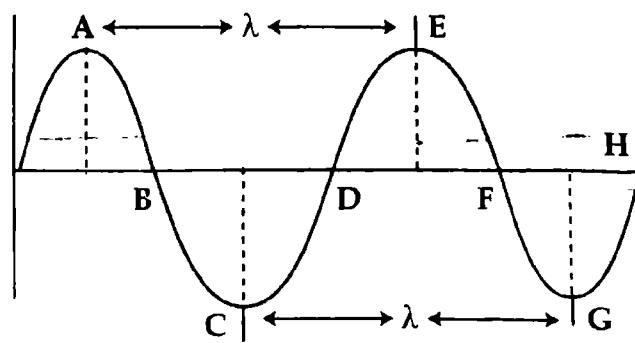
১৭.৫ তরঙ্গ সংক্রান্ত কয়েকটি সংজ্ঞা

Some definitions relating waves

তরঙ্গ সংক্রান্ত কয়েকটি রাশির সংজ্ঞা নিম্নে দেয়া হল :

(১) পূর্ণ কম্পন (Complete oscillation) : কম্পমান বস্তু একটি বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে আবার একই দিক হতে সে বিন্দুতে ফিরে এলে একে পূর্ণ কম্পন বলে।

(২) তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (Wave length) : তরঙ্গ সৃষ্টিকারী কোন কম্পনশীল কণার একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করতে যে সময় লাগে, এই সময়ে তরঙ্গ যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য বলে। তরঙ্গের উপরিস্থিত পরপর দুটি সমদশাসম্পন্ন কণার ন্যূনতম দূরত্বই হল তরঙ্গ দৈর্ঘ্য। একে λ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।



চিত্র ১৭.৭

আড় তরঙ্গে ক্ষেত্রে পরপর দুটি তরঙ্গশীর্ষ বা পরপর দুটি তরঙ্গ পাদ-এর মধ্যবর্তী দূরত্বকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য বলে। চিত্র ১৭.৭-এ AE বা BF বা CG আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং চিত্র ১৭.৪-এ RR' বা CC' লম্বিক তরঙ্গের ক্ষেত্রে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।

কোন একটি মাধ্যমে বিভিন্ন শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বিভিন্ন। একই শব্দের তরঙ্গ বিভিন্ন মাধ্যমেও বিভিন্ন।

(গ) কম্পাঙ্ক বা স্পন্দন সংখ্যা (Frequency) : কোন একটি কম্পমান বস্তু বা কণা এক সেকেন্ডে যতগুলো পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে তাকে তার কম্পাঙ্ক বা স্পন্দন সংখ্যা বলে।

কম্পাঙ্ক f বা f দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

ক্রোন-বস্তু বা কণা : সময়ে N সংখ্যক কম্পন সম্পন্ন করলে কম্পাঙ্ক, f বা $n = \frac{N}{t}$

কম্পাঙ্কের একককে হার্টজ (Hertz সংক্ষেপে Hz) বলে। অনেক সময় সাইকেল/সেকেন্ড (cs^{-1}) এককও ব্যবহার করা হয়।

(ঘ) দোলনকাল বা পর্যায়কাল (Time period) : কোন একটি কম্পমান বস্তু একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করতে যে সময় নেয়, তাকে এর দোলনকাল বা পর্যায়কাল বলে। একে T দ্বারা প্রকাশ করা হয়। মনে করি t সেকেন্ডে একটি উৎস N টি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে।

\therefore দোলন কাল, $T = \frac{t}{N}$ এবং কম্পাঙ্ক, $n = \frac{N}{t}$

চিত্র ১৭.৭-এ তরঙ্গের B হতে F বা D হতে H-এ যেতে ব্যয়িত সময়ই পর্যায়কাল বা দোলনকাল।

বিভিন্ন তরঙ্গের পর্যায়কাল বা কম্পাঙ্ক একই মাধ্যমে বিভিন্ন। কিন্তু একই তরঙ্গের কম্পাঙ্ক বা পর্যায়কাল বিভিন্ন মাধ্যমে সমান।

(ঙ) বিস্তার (Amplitude) : কোন একটি কম্পমান বস্তু তার সাম্যাবস্থান হতে ডালে বা বামে অথবা উপরে বা নিচে যে সর্বাধিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে এর বিস্তার বলে। বিস্তার দুই প্রকার, যথা—
(ক) রৈখিক বিস্তার; একে সাধারণত ' a ' দ্বারা সূচিত করা হয় এবং (খ) কৌণিক বিস্তার; একে সাধারণত ' θ ' দ্বারা সূচিত করা হয়। চিত্র ১৭.৭-এ BF হতে E বা C বা A-এর লক্ষ্য দূরত্বই রৈখিক বিস্তার ' a '।

কোন শব্দের প্রাবল্য I বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক। অর্থাৎ $I \propto a^2$

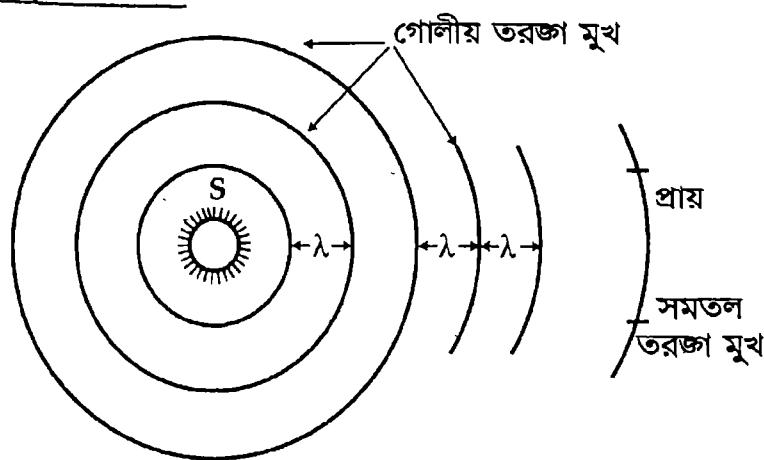
(ঝ) দশা (Phase) : দশা কোন একটি কম্পমান বস্তুর কোন মুহূর্তের দোলনের অবস্থা প্রকাশ করে। আরও বিস্তারিতভাবে বলা যায়— তরঙ্গাস্থিত কোন একটি কণার কোন মুহূর্তের অবস্থান এবং তার গতির অবস্থা ও দিক যার দ্বারা নির্দেশ করা হয় তাকে দশা বলে।

(ঝ) আদি দশা (Epoch) : কোন একটি কম্পমান বস্তু যে দশা নিয়ে কম্পন শুরু করে, তাকে আদি দশা বলে।

(ঝ) তরঙ্গ বেগ (Wave velocity) : কোন একটি তরঙ্গ কোন মাধ্যমে এক সেকেন্ডে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে সেই মাধ্যমে এর তরঙ্গ বেগ বলে। একে v দ্বারা সূচিত করা হয়।

মাধ্যম ভেদে একই শব্দের বেগ বিভিন্ন। কিন্তু বিভিন্ন শব্দের বেগ একই মাধ্যমে সমান।

(ঝ) তরঙ্গ মুখ (Wave front) : কোন তরঙ্গের উপরিস্থিত সমদশাসম্পন্ন সব বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত তলকে তরঙ্গ মুখ বলে। যেমন পানির তরঙ্গ শীর্ষে অবস্থিত সব কণার দশা একই। তেমনি এর তরঙ্গ



চিত্র ১৭.৮

পাদে অবস্থিত সব কণার দশাও একই। কাজেই তরঙ্গ শীর্ষ বরাবর অঙ্কিত তল হবে একটি তরঙ্গ মুখ এবং তরঙ্গ পাদ বরাবর অঙ্কিত তল হবে আর একটি তরঙ্গ মুখ। পরপর দুটি তরঙ্গ শীর্ষ বা তরঙ্গপাদ বরাবর অঙ্কিত তলের তরঙ্গ মুখের মধ্যবর্তী দূরত্ব এক তরঙ্গ দৈর্ঘ্য [চিত্র ১৭.৮]।

(এ) তরঙ্গ শীর্ষ (Crest) : আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে এর ধনদিকে এক তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে সর্বাধিক সরণের বিন্দুকে তরঙ্গ শীর্ষ বলে [চিত্র ১৭.৭-এ A ও E বিন্দু]।

(ট) তরঙ্গ পাদ (Trough) : আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে এর ঋগদিকে এক তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে সর্বাধিক সরণের বিন্দুকে তরঙ্গ পাদ বলে [চিত্র ১৭.৭-এ C বিন্দু]।

(ঠ) তরঙ্গের তীব্রতা (Intensity of wave) : কোন তরঙ্গের সমকোণে একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে এক সেকেন্ডে যে পরিমাণ শক্তি প্রবাহিত হয় তাকে ঐ তরঙ্গের তীব্রতা বলে। একে মাধ্যমের শক্তি প্রবাহিত (energy current or energy flux) বলা হয়। একে জ্বরা সূচিত করা হয়।

তরঙ্গের তীব্রতা, $I = \text{শক্তি ঘনত্ব} \times \text{তরঙ্গ বেগ}$

গাণিতিকভাবে দেখান যায় যে,

$$I = 2\rho\pi^2a^2n^2v$$

এখানে,

ρ মাধ্যমের ঘনত্ব

n তরঙ্গের কম্পাঙ্ক

a তরঙ্গের বিস্তার এবং

v তরঙ্গের বেগ।

উপরের সমীকরণ হতে দেখা যায় যে,

$$I \propto a^2$$

$= Ka^2$, এখানে K ধ্রুবক।

অর্থাৎ তীব্রতা (I) বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক।

এস. আই. পদ্ধতিতে তীব্রতার একক $[Jm^{-2}s^{-1}]$ বা Wm^{-2}

১৭.৬ তরঙ্গ বেগ, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং কম্পাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক Relation between wave length, frequency and wave velocity or speed

মনে করি, কোন মাধ্যমে কোন একটি তরঙ্গের বেগ = v , তরঙ্গ উৎসের কম্পাঙ্ক = n এবং

তরঙ্গ দৈর্ঘ্য = λ । তাদের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে হবে। যেহেতু v তরঙ্গ বেগ,

অতএব আমরা পাই,

$$v = \text{তরঙ্গ কর্তৃক এক সেকেন্ডের অতিক্রান্ত দূরত্ব} \quad (1)$$

পুনঃ, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য = λ , সুতরাং শব্দ উৎসের একটি পূর্ণ কম্পনে তরঙ্গ কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব = λ । কম্পাঙ্ক n হওয়ায় প্রতি সেকেন্ডে n টি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন হয়। অতএব n টি পূর্ণ কম্পনের জন্য অতিক্রান্ত দূরত্ব = $n\lambda$

$$n\lambda = \text{তরঙ্গ কর্তৃক এক সেকেন্ডের অতিক্রান্ত দূরত্ব} \quad (2)$$

সমীকরণ (1) এবং (2) হতে পাই,

$$v = n\lambda \quad (3)$$

অর্থাৎ তরঙ্গ বেগ = কম্পাঙ্ক × তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।

এটিই হল তরঙ্গ বেগ, কম্পাঙ্ক এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের মধ্যে সম্পর্ক।

১৭-৭ দোলনকাল এবং কম্পাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক Relation between time period and frequency

মনে করি কোন একটি কম্পমান বস্তুর দোলনকাল T এবং কম্পাঙ্ক n । এদের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে হবে।

দোলনকাল T -এর অর্থ কম্পমান বস্তুর একটি পূর্ণ কম্পনে অতিবাহিত সময়। অতএব n টি পূর্ণ কম্পনে অতিবাহিত সময় = nT

$$nT = n\text{টি পূর্ণ কম্পনে ব্যয়িত সময়} \quad (4)$$

আবার কম্পাঙ্ক শব্দের অর্থ—এক সেকেন্ডের পূর্ণ কম্পন সংখ্যা।

কাজেই n টি পূর্ণ কম্পন দিতে সময় লাগবে 1 সেকেন্ড।

$$1 \text{ সে.} = n\text{টি পূর্ণ কম্পনে ব্যয়িত সময়} \quad (5)$$

সমীকরণ (4) এবং (5) হতে পাই

$$\left. \begin{array}{l} nT = 1 \\ \text{বা, } T = \frac{1}{n} \\ \text{বা, } \boxed{n = \frac{1}{T}} \end{array} \right\} \quad (6)$$

এটিই হল দোলনকাল ও কম্পাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক।

১৭-৮ অগ্রগামী তরঙ্গ এবং স্থির তরঙ্গ Progressive waves and stationary waves

যে তরঙ্গ উৎস হতে উৎপন্ন হয়ে সময়ের সাথে সাথে অগ্রসরমান বা চলমান হয় তাকে অগ্রগামী তরঙ্গ বলে। অগ্রগামী তরঙ্গ আড় বা অনুদৈর্ঘ্য এবং লম্বিক বা অনুপস্থ উভয় ধরনের হতে পারে।

আবার দুটি বিপরীতমুখী তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে উৎপন্ন তরঙ্গ মাধ্যমের একটি সীমিত অংশে আবদ্ধ থাকে। এই তরঙ্গকে স্থির তরঙ্গ বলে।

অগ্রগামী তরঙ্গের সংজ্ঞা : কোন তরঙ্গ যদি কোন বিস্তৃত মাধ্যমের এক স্তর হতে অন্য স্তরে সংপ্রসারিত হয়ে ক্রমাগত সম্মুখের দিকে অগ্রসর হতে থাকে, তবে তাকে অগ্রগামী বা চলমান তরঙ্গ বলে।

উদাহরণঃ (ক) পুকুরের পানিতে ঢিল ছুঁড়লে আড় তরঙ্গ সৃষ্টি হয়। এই ঢেউ বা তরঙ্গ পানির মধ্য দিয়ে কিনারার দিকে ক্রমাগত অগ্রসর হতে থাকে। সুতরাং পানির ঢেউ অগ্রগামী আড় বা অনুপস্থ তরঙ্গ।

(খ) বক্তা কথা বললে শব্দ উৎপন্ন হয়। শব্দ লম্বিক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ। এই শব্দ বক্তার মুখ হতে বাতাসের মধ্য দিয়ে ক্রমাগত সম্মুখের দিকে অগ্রসর হয়ে শ্রোতার কানে পৌছায়। অতএব শব্দ অগ্রগামী লম্বিক তরঙ্গ।

অগ্রগামী তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য : অগ্রগামী তরঙ্গের নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য পরিলক্ষিত হয়, যথা—

- (ক) কোন মাধ্যমের একই প্রকার কম্পনে এই তরঙ্গের উৎপন্নি হয়।
- (খ) এটি একটি সুবম মাধ্যমের মধ্য দিয়ে একটি নির্দিষ্ট দ্রুতি বা বেগে প্রবাহিত হয়।
- (গ) অগ্রগামী তরঙ্গের বেগ মাধ্যমের ঘনত্ব ও স্থিতিস্থাপকতার উপর নির্ভর করে।
- (ঘ) মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পন তরঙ্গ প্রবাহের সাপেক্ষে আড় ও লম্বিক হতে পারে।
- (ঙ) মাধ্যমের কণাগুলো কখনও স্থির থাকে না।

- (চ) তরঙ্গ মুখের অভিসম্ব বরাবর শক্তি বহন করে এ তরঙ্গ প্রবাহিত হয়।
- (ছ) তরঙ্গ প্রবাহে মাধ্যমের বিভিন্ন অংশের চাপ ও ঘনত্বের একই প্রকার পরিবর্তন ঘটে।
- (জ) মাধ্যমের প্রতিটি কণার কম্পাঙ্ক ও বিস্তার একই হয় এবং তারা একই ধরনের কম্পনে কম্পিত হয়।
- (বু) তরঙ্গ প্রবাহের দৱন মাধ্যমের কণার দশা পরবর্তী কণাতে স্থানান্তরিত হয়। এরূপ দুটি কণার দশা বৈষম্য তাদের দৱনের সমানুপাতিক।
- (ঝ) মাধ্যমের যে কোন কণার বিভিন্ন ধর্ম—যেমন বেগ, তুরণ, শক্তি প্রভৃতি একইরূপ পরিবর্তনের মধ্য দিয়ে যায়।

১৭-৯ অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ

Equation of progressive wave

কোন মাধ্যমের কণাগুলো সরল ছলিত স্পন্দনে স্পন্দিত বা আন্দোলিত হলে অগ্রগামী তরঙ্গের সৃষ্টি হয় এবং মাধ্যমের এক কণা হতে পরবর্তী কণায় আন্দোলন স্থানান্তরিত হয়। সুতরাং স্বাভাবিকভাবেই এক কণা হতে পরবর্তী কণায় আন্দোলন পৌছতে একটি নির্দিষ্ট সময় লাগে। ফলে তরঙ্গের অভিমুখ বরাবর কণাগুলোর দশার পরিবর্তন ঘটে। এখন তরঙ্গ যদি বামদিক থেকে ডানদিকে অগ্রসর হতে থাকে তবে বামদিকের কণা আন্দোলিত হওয়ার একটি নির্দিষ্ট সময় পরে ডানদিকের কণা আন্দোলিত হবে; ফলে এদের মধ্যে দশার পার্থক্য সৃষ্টি হবে। এভাবে ডানদিকের পরের কণাগুলো পরে আন্দোলিত হবে। সুতরাং প্রথম কণার সঙ্গে দূরবর্তী কণার দশা পার্থক্য বৃদ্ধি পেতে থাকবে। তবে প্রতি দুটি পার্থবর্তী কণার দশা পার্থক্য একই হবে। এখন এই অগ্রগামী তরঙ্গের গাণিতিক সমীকরণ বের করব।

মনে করি একটি অগ্রগামী তরঙ্গ X-অক্ষের ধনাত্ত্বক দিকে অগ্রসর হচ্ছে [চিত্র ১৭-৯]। ধরি t সময়ে মাধ্যমের কোন একটি কণা O-এর সরণ $= y$ (লম্বিক তরঙ্গের ক্ষেত্রে কণার সরণ X-অক্ষ বরাবর এবং আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে কণার সরণ Y-অক্ষ বরাবর ঘটে)। যেহেতু মাধ্যমের কণাগুলো সরল ছলিত স্পন্দনে আন্দোলিত হচ্ছে, কাজেই O-কণাটির গতির সমীকরণ হবে,

$$y = A \sin \omega t$$

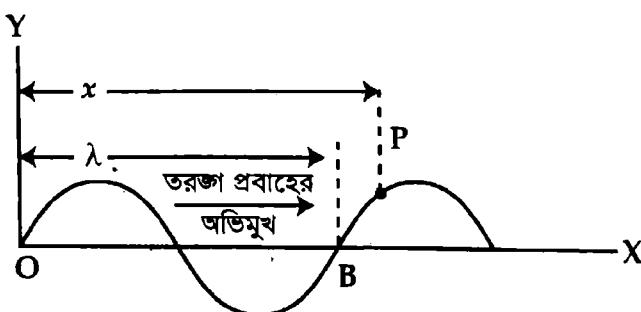
এখানে, A = কণার বিস্তার

$$\omega = \text{কণার কৌণিক কম্পাঙ্ক} = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}$$

এবং $\omega t = \text{কণার দশা কোণ, সংক্ষেপে দশা।}$

এখন, যদিও মাধ্যমের প্রতিটি কণার গতি অভিমুখ, কিন্তু কণাগুলোর দশা এক নয়।

(7)



চিত্র ১৭-৯

ধরা যাক, O বিন্দুস্থ কণার এ গতি ডানদিকের কণাগুলোতে একের পর এক সঞ্চালিত হচ্ছে। এর অর্থ হল O-এর পরবর্তী কণা কিছু সময় পরে O কণার দশাপ্রাপ্ত হবে। তারপরের কণা আরও একটু পরে O-কণার দশাপ্রাপ্ত হবে। ফলে O বিন্দু থেকে ডানদিকের কণাগুলোর দূরত্ব বাড়ার সঙ্গে দশা পার্থক্যও বাড়বে। এক্ষেত্রে তরঙ্গের গতিপথের উপর অবস্থিত প্রতিটি কণার দশা এর পূর্ববর্তী বাম দিকের কণার দশার পচাদগামী (Lagging) হবে।

আমরা জানি একটি পূর্ণ কম্পনে তরঙ্গ যে পরিমাণ দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (λ) বলে এবং এই সময় দশা পার্থক্য হয় 2π । এখন O বিন্দু হতে x দূরত্বে অবস্থিত P বিন্দুর কণা বিবেচনা করি। ধরি O বিন্দুর কণার

সাথে এর দশা পার্থক্য δ । সেহেতু λ দূরত্ব অতিক্রমকালে দশা পরিবর্তন বা দশা পার্থক্য হয় 2π ; সূতৰাং x দূরত্বের জন্য দশা পার্থক্য হবে, $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} x$ ।

$$\text{অর্থাৎ, দশা পার্থক্য} = \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{পথ পার্থক্য}$$

[λ দূরত্বের জন্য দশা পার্থক্য 2π

1 দূরত্বের জন্য দশা পার্থক্য $\frac{2\pi}{\lambda}$

x দূরত্বের জন্য দশা পার্থক্য $\frac{2\pi}{\lambda} x$]

P বিন্দুর কণার গতির সমীকরণ হবে

(8)

$$\begin{aligned} y &= A \sin(\omega t - \delta) \\ &= A \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x) \\ &= A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \quad [\because \omega = \frac{2\pi}{T}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \\ &= A \sin 2\pi\left(nt - \frac{x}{\lambda}\right) \quad [\frac{1}{T} = n] \end{aligned}$$

$$= A \sin 2\pi\left(\frac{vt}{\lambda} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad [v = n\lambda, n = \frac{v}{\lambda}]$$

$$\boxed{= A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)} \quad (9)$$

যদি তরঙ্গ X-অক্ষের ঝণাত্মক দিকে অগ্রসর হয়, তবে গতির সমীকরণ হবে,

$$\boxed{y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt + x)} \quad (10)$$

অতএব সমীকরণ (9) ও (10)-ই ইল অগ্রগামী তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ বা রাশিমালা। উপরোক্ত সমীকরণ দুটি তরঙ্গের উপরিপাতন এবং আবন্দন নলে শব্দ তরঙ্গের প্রতিফলনের ক্ষেত্রে অতি প্রয়োজনীয়।

দ্রষ্টব্য : আমরা জানি, সরল দোলগতির ক্ষেত্রে সরণ সাইন অপেক্ষক (sine function) না হয়ে কোসাইন অপেক্ষক (cosine function) হতে পারে। সেক্ষেত্রে, উপরের সমীকরণগুলোতে সাইন-এর স্থলে কোসাইন বসালেই অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ পাওয়া যাবে।

১৭-১০ তরঙ্গ উপরিপাতনের নীতি

Principle of superposition of waves

দুই বা ততোধিক তরঙ্গ যদি একই মাধ্যমের মধ্য দিয়ে অগ্রসর হয়, তবে তরঙ্গগুলো পরস্পর নিরপেক্ষভাবে সঞ্চালিত হয়। মাধ্যমের যে অংশে তরঙ্গগুলো পরস্পরের উপর আপর্তিত হয়, সে অংশলে কোন কণার লক্ষ্য সরণ কি হবে তা নির্ণয়ের নিমিত্তে একটি নীতি প্রবর্তিত হয়। এর নাম তরঙ্গের উপরিপাতন নীতি বা সূত্র। সূত্রটি হচ্ছে :

“দুটি শব্দ তরঙ্গ একই সঙ্গে কোন মাধ্যমের একটি কণাকে অতিক্রম করলে ঐ কণা তরঙ্গ দুটির সম্মিলিত প্রভাবে আলোড়িত হবে। কোন মুহূর্তে কণাটির লক্ষ্য সরণ প্রত্যেকটি তরঙ্গ পৃথকভাবে ঐ বিন্দুতে যে সরণ সৃষ্টি করে তাদের ভেষ্টন যোগফলের সমান হবে।”

মনে করি একটি তরঙ্গ মাধ্যমের কোন কণার y_1 সরণ এবং আর একটি তরঙ্গ মাধ্যমের উক্ত কণার y_2 সরণ ঘটছে।

উপরিপাতন সূত্র অনুসারে কণাটির লক্ষ্য সরণ

$$y = y_1 + y_2$$

এখানে, y_1 ও y_2 উভয়ই ধনাত্মক বা উভয়ই ঋণাত্মক কিংবা একটি ধনাত্মক এবং অপরটি ঋণাত্মক হতে পারে।

উপরিপাতন সূত্রের সাহায্যে আমরা স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি, শব্দের ব্যতিচার ও বীটা ব্যাখ্যা করতে পারি।

উদাহরণ : পুরুরে কাছাকাছি অবস্থানে দুটি টিল ছুড়লে যে দুটি বৃত্তাকার তরঙ্গের উৎপত্তি হয়, তাদের মধ্যে উপরিপাতন লক্ষ করা যায়। পানিতে যে বিন্দুতে দুটি তরঙ্গের ছুঁড়া একই দিক থেকে মিলিত হয় সেখানে তরঙ্গচূড়ার উচ্চতা সর্বোচ্চ হয়। পক্ষান্তরে, যে বিন্দুতে দুটি তরঙ্গপাদ একই দিক থেকে মিলিত হয় সেখানে তরঙ্গপাদে গভীরতা সর্বাধিক হয়। আবার সে বিন্দুতে একটি তরঙ্গশীর্ষ ও একটি তরঙ্গপাদ মিলিত হয় সেখানে পানিতে আন্দোলন স্থিমিত হয়ে যায়।

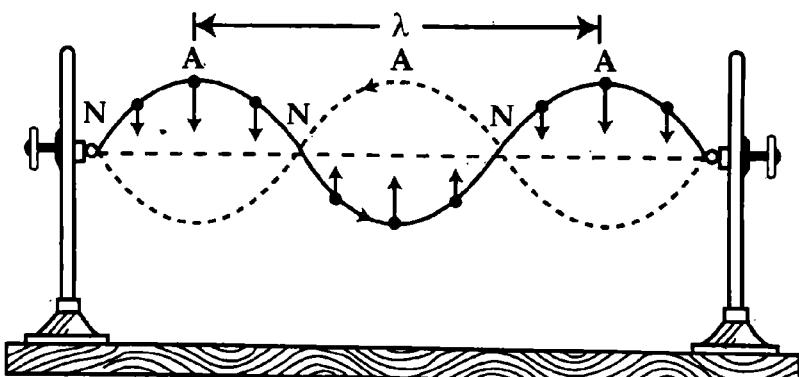
১৭.১১ স্থির তরঙ্গ

Stationary Waves

সংজ্ঞা : কোন মাধ্যমের একটি সীমিত অংশে পরস্পর বিপরীতমুখী সমান বিস্তার ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একে অপরের উপর আপত্তি হলে যে নতুন তরঙ্গ সৃষ্টি হয় তাকে স্থির তরঙ্গ বলে।

এই তরঙ্গ মাধ্যমের এই অংশে সীমাবদ্ধ থাকে, মাধ্যমের ভেতর দিয়ে অগ্রসর হয় না। সাধারণভাবে বলা যায় যে, এ স্থলে সীমাবদ্ধ থেকে পর্যায়ক্রমে গতিশক্তি (স্থিতিস্থাপক) স্থিতি বা বিভব শক্তিতে পরিবর্তিত হয়।

উদাহরণ : একটি টানা তারের কোথাও আঘাত করলে একটি তরঙ্গ সৃষ্টি হয় [চিত্র ১৭.১০] এবং এই তরঙ্গ তার বেয়ে দুই প্রান্তের দিকে অগ্রসর হয় এবং পরিশেষে দুই প্রান্ত হতে প্রতিফলিত হয়ে ফিরে আসে। এই প্রতিফলিত তরঙ্গ ও মূল তরঙ্গের প্রকৃতি অভিন্ন থাকলেও তাদের মধ্যে দশা বৈষম্য 180° হয়। ফলে তারে প্রতিফলিত তরঙ্গ ও এর বিপরীত দিকে গতিশীল (নতুন) মূল তরঙ্গ মিলে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি হয়। এই তরঙ্গ তারের বাইরে যায় না—তারের মধ্যেই পর্যায়ক্রমে উৎপন্ন ও বিলুপ্ত হয়। তারটি ভালভাবে লক্ষ করলে দেখা যাবে যে, তারের সকল বিন্দুর বিস্তার সমান নয়। স্থির তরঙ্গের ক্ষেত্রে কোন কোন বিন্দুতে বস্তুকণার বিস্তার শূন্য এবং কোন কোন বিন্দুতে বিস্তার সর্বাধিক। যে বিন্দুগুলোতে বিস্তার সর্বাধিক (চিত্রে A চিহ্নিত বিন্দুগুলো) তাদেরকে সুস্পন্দ বিন্দু (Antinode) এবং যে সকল বিন্দুতে বিস্তার শূন্য (চিত্রে N চিহ্নিত বিন্দুগুলো) তাদেরকে নিস্পন্দ বিন্দু (Node) বলে।



চিত্র ১৭.১০

প্রশ্ন স্থির তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য : স্থির তরঙ্গের কতকগুলো ধর্ম বা বৈশিষ্ট্য রয়েছে। বৈশিষ্ট্যগুলো নিম্নে উল্লেখ করা হল :

- ✓ (ক) এই তরঙ্গ কোন একটি মাধ্যমের সীমিত অংশে উৎপন্ন হয়।
- ✓ (খ) অগ্রগামী তরঙ্গের ন্যায় অগ্রসর না হয়ে একই স্থানে সীমাবদ্ধ থাকে।
- ✓ (গ) তরঙ্গের বিভিন্ন বিন্দুতে কম্পনের বিস্তার সমান নয়।
- ✓ (ঘ) তরঙ্গের যে বিন্দুতে বিস্তার সর্বাধিক তাকে ‘সুস্পন্দ’ বিন্দু বলে এবং তরঙ্গের যে বিন্দুতে বিস্তার শূন্য তাকে ‘নিস্পন্দ’ বিন্দু বলে।
- ✓ (জ) তরঙ্গের সুস্পন্দ বিন্দুর বিস্তার তরঙ্গ সৃষ্টিকারী মূল তরঙ্গের বিস্তারের দ্বিগুণ-এর সমান।

(ট) দুটি পর পর নিস্পন্দ বিন্দুৰ মধ্যবর্তী কণার সরণ একই দিকে হয় এবং তাদেৱ মধ্যবর্তী দূৰত্ব $\lambda/2$ । পৰ
পৰ নিস্পন্দ বিন্দুৰ মধ্যবর্তী অংশকে লুপ (Loop) বলে।

(চ) পৰ পৰ দুটি লুপেৱ সৱণ পৰাপৰ বিপৰীত দিকে হয়।

(জ) নিস্পন্দ বিন্দুতে চাপ ও ঘনত্বেৱ পৱিবৰ্তন সৰ্বাধিক, কিন্তু সুস্পন্দ বিন্দুতে চাপ ও ঘনত্বেৱ পৱিবৰ্তন শূন্য।

(ঝ) পৰ পৰ তিনটি সুস্পন্দ বিন্দু বা পৰ পৰ তিনটি নিস্পন্দ বিন্দু বা দুটি লুপেৱ মধ্যবর্তী দূৰত্বই স্থিৱ তৱজেৱ
তৱজা দৈৰ্ঘ্য।

(ঞ) স্থিৱ তৱজেৱ স্থিৱ বিন্দুস্থ কণাগুলো ছাড়া সকল কণার গতি সৱল ছন্দিত গতি।

(ঠ) কোন মাধ্যমে স্থিৱ তৱজেৱ তৱজা দৈৰ্ঘ্য (λ) বা কম্পাক্ষ (n) তৱজা সৃষ্টিকাৰী যে কোন একটি মূল
তৱজেৱ তৱজা দৈৰ্ঘ্য (λ) বা কম্পাক্ষ (n)-এৱ সমান।

১৭.১২ স্থিৱ তৱজেৱ সমীকৰণ

ধৰা যাক, ধনাত্মক X -অক্ষেৱ অভিমুখে একটি অগ্রগামী তৱজা চলছে। এই তৱজেৱ সমীকৰণ হচ্ছে—

$$y_1 = A_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$$

এবং ঋণাত্মক X -অক্ষ অভিমুখে অগ্রগামী তৱজেৱ সৱণ সমীকৰণ,

$$y_2 = A_0 \sin \omega \left(t + \frac{x}{v} \right)$$

এখানে A_0 = তৱজেৱ বিস্তার, $T = 2\pi/\omega$ = পৰ্যায়কাল এবং v = বেগ। এ স্থলে, y_1 ও y_2 হচ্ছে উৎস হতে
 x দূৰত্বে অবস্থিত একটি কণার t সময়ে দুটি পৃথক তৱজেৱ জন্য দুটি সৱণ। ধৰা যাক, তৱজা দুটি একটি অপৱটিৱ
উপৱ আপত্তি হল। এখন এই দুটি তৱজেৱ লম্বি সৱণ—

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 = A_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + A_0 \sin \omega \left(t + \frac{x}{v} \right) \\ &= A_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) + A_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt + x) \\ &= 2A_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} vt, \cos \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} vt \\ \text{বা, } y &= y_1 + y_2 = A \sin 2\pi nt = A \sin \omega t \quad (11) \\ \text{এখানে, } A &= 2A_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = \text{স্থিৱ তৱজেৱ উপৱ } x \text{ দূৰত্বে অবস্থিত কণার বিস্তার।} \end{aligned}$$

সমীকৰণ (11) হতে দেখা যায় যে সমাপত্তি তৱজা দুটি একটি সৱল ছন্দিত গতিসম্পন্ন তৱজা উৎপন্ন কৱে।
এই সৱল ছন্দিত গতিটি অগ্রগামী তৱজা নয়; কাৰণ এতে অগ্রগামী তৱজেৱ ন্যায় দশাৱ কোন পাৰ্থক্য নেই। অৰ্থাৎ
অগ্রগামী তৱজেৱ ন্যায় দশা কোণেৱ ভিতৱ $(vt - x)$ জাতীয় কোন রাশি অন্তৰ্ভুক্ত নেই। সুতৰাং, সমীকৰণ (11) দুটি
তৱজেৱ উপৱিপাতেৱ ফলে সৃষ্টি স্থিৱ তৱজা প্ৰকাশ কৱে।

সমীকৰণ (11) হল স্থিৱ তৱজেৱ গাণিতিক রাশিমালা বা সমীকৰণ।

নিস্পন্দ বিন্দু (Nodes) : সমীকৰণ (11)-এ বিস্তার, $A = 2A_0 \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$ । এটা কণার অবস্থান x -এৱ উপৱ
নিৰ্ভৰশীল। কাজেই বিভিন্ন কণার বিভিন্ন অবস্থানেৱ জন্য A ভিন্ন ভিন্ন হবে। যে সব বিন্দুতে $A = 0$ অৰ্থাৎ বিস্তার
শূন্য হবে, সে সব বিন্দুতে নিস্পন্দ বিন্দুৰ সৃষ্টি হবে।

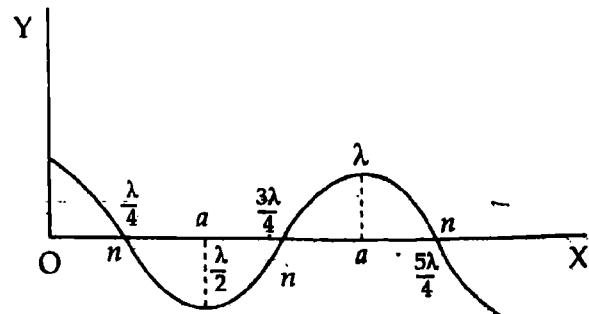
এখন $A = 2A_0 \cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$ হওয়াৱ শৰ্ত হলঃ

$$\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \quad [\quad A_0 \neq 0]$$

$$\text{বা } \frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \quad \text{ইত্যাদি।}$$

$$\text{বা, } x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4} \quad \text{ইত্যাদি।}$$

এই সকল বিন্দুই নিস্পন্দ বিন্দু।



চিত্ৰ ১৭.১১

$$\boxed{\text{পরপর সংলগ্ন দুটি নিষ্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব} = \left(\frac{3\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4} \right) = \frac{\lambda}{2} \quad [\text{চিত্র } ১৭.১০]}$$

সুস্পন্দ বিন্দু (Antinodes): যে সকল বিন্দুতে লব্ধি বিস্তার, A সর্বাধিক ; অর্থাৎ $A = \pm 2A_0$ সে সকল বিন্দুতে সুস্পন্দ বিন্দুর উভ্যে হবে। সুতরাং, সুস্পন্দ বিন্দু তৈরির শর্ত হল :

$$A = 2A_0 \cos \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 2A_0$$

$$\text{বা, } \cos \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1$$

$$\text{বা, } \frac{2\pi x}{\lambda} = 0, \pi, 2\pi \quad \text{ইত্যাদি।}$$

$$\text{বা, } x = 0, \frac{\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2}, \dots, \frac{n\lambda}{2} \text{ হবে } (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

$$\boxed{\text{পরপর সংলগ্ন দুটি সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব} = \left(\frac{2\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} \right) = \frac{\lambda}{2} \quad [\text{চিত্র } ১৭.১০]} \text{ এবং একটি সুস্পন্দ ও}$$

একটি সন্নিহিত নিষ্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব বা ব্যবধান $\frac{\lambda}{4}$ । চিত্র ১৭.১১-এ n এবং n দ্বারা যথাক্রমে সুস্পন্দ ও নিষ্পন্দ বিন্দুর অবস্থান দেখান হয়েছে। পাশাপাশি দুটি নিষ্পন্দ বিন্দুর মধ্যে একটি সুস্পন্দ বিন্দু থাকে।

অগ্রগামী তরঙ্গ ও স্থির তরঙ্গের পার্থক্য

অগ্রগামী তরঙ্গ	স্থির তরঙ্গ
১। মাধ্যমের সকল কণাই পর্যাবৃত্ত গতি লাভ করে।	১। মাধ্যমের নিষ্পন্দ বিন্দুর কণাগুলি ছাড়া অন্যান্য সব কণাই পর্যাবৃত্ত গতি লাভ করে।
২। মাধ্যমের কণাগুলো কখনও স্থির অবস্থা প্রাপ্ত হয় না।	২। প্রতিটি পূর্ণ কম্পনে কণাগুলো দুই বার স্থির অবস্থাপ্রাপ্ত হয়।
৩। মাধ্যমের প্রতিটি কণার বিস্তার সমান; কিন্তু তাদের ভেতর দশার পার্থক্য থাকে।	৩। মাধ্যমের প্রতিটি কণার দশা সমান; কিন্তু বিস্তার বিভিন্ন। সুস্পন্দ বিন্দুতে বিস্তার সর্বাধিক এবং নিষ্পন্দ বিন্দুতে বিস্তার সর্বাপেক্ষা কম।
৪। মাধ্যমের ভেতর দিয়ে নির্দিষ্ট বেগে অগ্রসর হয়।	৪। মাধ্যমের মধ্যে স্থিরভাবে অবস্থান করে এবং সীমাবদ্ধ স্থানে পর্যায়ক্রমে উৎপন্ন ও বিলুপ্ত হয়।
৫। মাধ্যমের প্রতিটি কণাকে সরণ, ঘনত্ব, চাপের পরিবর্তন, শক্তি ও বেগের একই রকম পরিবর্তন চক্রের মধ্য দিয়ে যেতে হয়।	৫। মাধ্যমের প্রতিটি কণাকে একই রকম পরিবর্তন চক্রের ভেতর দিয়ে যেতে হয়।
৬। <u>অগ্রগামী অনুপস্থ তরঙ্গের ক্ষেত্রে পরপর দুটি তরঙ্গশীর্ষের মধ্যবর্তী দূরত্ব এবং অগ্রগামী অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে একটি সংকোচন ও একটি প্রসারণের মোট দৈর্ঘ্যকে এক তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বলে।</u>	<u>পরপর তিনটি নিষ্পন্দ বিন্দু অথবা তিনটি সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্বই স্থির তরঙ্গের এক তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।</u>
<u>অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ হচ্ছে</u>	<u>স্থির তরঙ্গের সমীকরণ হচ্ছে</u>
$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$	$y = 2A_0 \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \omega t$

১৭০১৩ শব্দ

Sound

শব্দ এক প্রকার শক্তি। কোন কম্পমান বস্তুর দ্বারা সৃষ্টি অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গাই হল শব্দ। যেমন গীটারের তার, মানুষের বাক্যন্ত্র, মাইক্রোফোনের পর্দা ইত্যাদি হতে উৎপন্ন তরঙ্গ শব্দ।

শব্দ সঞ্চালনের জন্য মাধ্যম অত্যাবশ্যক। শব্দ তরঙ্গ যখন বায়ু মাধ্যমের মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত হয়ে আমাদের কানে প্রবেশ করে তখন বায়ু মাধ্যমে আমাদের মস্তিষ্কে এক প্রকার অনুভূতি জাগায়, যার ফলে আমরা শুনতে পাই। বায়ু বা গ্যাসীয় পদাৰ্থ ছাড়া তরল ও কঠিন পদাৰ্থও শব্দের মাধ্যম হিসেবে কাজ করে। যেমন রেল লাইনে কান পাতলে বহুবুর হতে আগত ট্রেনের শব্দ শোনা যায়। শূন্য মাধ্যমে শব্দের উৎপত্তি ও সঞ্চালন কোনটিই সম্ভব নয়।

সংজ্ঞা : শব্দ এক প্রকার শক্তি যা একটি কম্পনশীল বস্তু হতে উৎপন্ন হয়ে ঐ বস্তু সংলগ্ন একটি নিরবচ্ছিন্ন স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের মধ্য দিয়ে আমাদের কানে পৌঁছে শুনিৰ অনুভূতি জনায় বা জন্মাবার চেষ্টা করে। কম্পমান বস্তুটিকে স্বনক বা শব্দের উৎস (Source of sound) বলে।

১৭০১৪ শব্দের উৎপত্তি

Production of sound

শব্দ উৎপত্তির মূল উৎসই বস্তুর কম্পন। বস্তুতে যতক্ষণ কম্পন থাকে ততক্ষণই এর শব্দ নিঃসরণ হয়। এ শব্দ নিরবচ্ছিন্ন স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের মধ্য দিয়ে আমাদের কানে পৌঁছে শুবণের অনুভূতি জনায়। উদাহরণস্বরূপ :

একটি সুরশলাকা বা সুরেলী কাঁটাকে [চিত্র ১৭০১২] আঘাত করলে সুরেলী কাঁটা কম্পিত হবে ও শব্দ উৎপন্ন হবে। সুরেলী কাঁটা হাত দ্বারা স্পর্শ করলে কম্পন বন্ধ হবে। ফলে শব্দ নিঃসরণও বন্ধ হবে। চিত্রে সুর নিঃসরণকালে একটি সুরশলাকার এক বাহুর সংস্পর্শে রক্ষিত একটি ঝুলন্ত পিথুবল সুরশলাকার কম্পনের দরুন বার বার ধাক্কা খেয়ে সরে যাচ্ছে বুবানো হয়েছে [চিত্র ১৭০১২]।

আমাদের দৈনন্দিন অভিজ্ঞতা থেকেও শব্দের উৎপত্তি ও প্রকৃতি বুঝতে পারি। যেমন কোন ধাতব পদাৰ্থ মেঘেতে পড়ে গেলে বা ধাতব পদাৰ্থকে কোন ধাতব দণ্ড দিয়ে আঘাত করলে শব্দের সৃষ্টি হয় ; কিন্তু হাত বা শক্তি কিছু দিয়ে চেপে ধরলে শব্দ বন্ধ হয়ে যায়। বাঁশিতে ফুঁ দিয়ে কিংবা বাদ্যযন্ত্রের তারে টান দিয়ে বা ঢাক-চোলের চামড়ার পর্দা কাঁপিয়ে শব্দ সৃষ্টি করা হয়। সুতরাং বুবা যাচ্ছে যে কম্পন থেকেই শব্দ সৃষ্টি হয়। এই কম্পন মাধ্যমে তরঙ্গের সৃষ্টি করে যা আমাদের কানের পর্দাকেও আন্দোলিত করে এবং আমরা শব্দ শুনতে পাই।

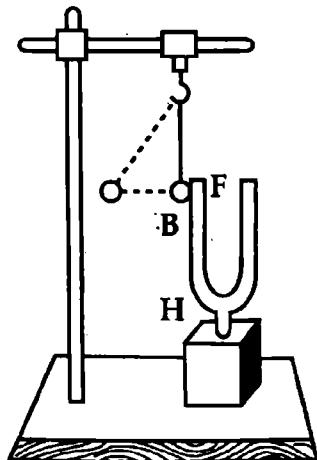
সিদ্ধান্ত : কোন বস্তুর কম্পনের দরুন শব্দ উৎপন্ন হয়। সর্বপ্রকার শব্দ উৎপত্তির মূল উৎস কক্ষুর কম্পন। কম্পনের ফলে যান্ত্রিক শক্তি হতে শব্দ উৎপন্ন হয়।

১৭০১৫ শব্দ একটি অগ্রগামী অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ

Sound is a longitudinal travelling wave.

আমরা জানি, তরঙ্গ দু'রকমের—অনুপ্রস্থ এবং অনুদৈর্ঘ্য। শব্দ এক প্রকার তরঙ্গ। নিম্নের কারণগুলো প্রমাণ করে যে শব্দ অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ।

- ১। তরঙ্গ সৃষ্টির জন্য বস্তুর কম্পন প্রয়োজন। শব্দ সৃষ্টির জন্যও বস্তুর কম্পন প্রয়োজন।
- ২। তরঙ্গ সঞ্চালনের জন্য স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের প্রয়োজন হয়, শব্দ সঞ্চালনের জন্যও স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের প্রয়োজন হয়।



চিত্র ১৭০১২

৩। তরঙ্গ সঞ্চালনের জন্য মাধ্যম স্থানান্তরিত হয় না। শব্দের সঞ্চালনের সময়ও মাধ্যমের কণাগুলোর স্থানান্তর ঘটে না।

৪। একস্থান হতে অন্যস্থানে সঞ্চালিত হতে তরঙ্গের কিছু সময়ের প্রয়োজন হয়, শব্দ সঞ্চালনের জন্যও সময় প্রয়োজন হয়।

৫। তরঙ্গের বেগ মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। শব্দের বেগও মাধ্যমের উপর নির্ভর করে।

৬। প্রতিক্রিয়া তরঙ্গের যেমন প্রতিফলন, প্রতিসরণ, ব্যতিচার এবং অর্পণার্থে ঘটে শব্দের বেশায়ও তা ঘটে।

৭। শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রে মাধ্যমের সঞ্জোচন ও প্রসারণ ঘটে যা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য।

৮। গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের সমবর্তন (polarization) হয় না। সমবর্তন কেবল আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে ঘটে।
এতে প্রমাণিত হয় যে শব্দ অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ।

৯। শব্দ কঠিন, তরল ও বায়বীয় মাধ্যমে সঞ্চালিত হতে পারে যা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে ঘটে।

উপরের ঘটনাসমূহ হতে প্রমাণিত হয় যে, শব্দ উৎসের কম্পনের ফলে শব্দ উৎপন্ন হয় এবং অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গকারে বায়ু মাধ্যমের মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত হয়ে আমাদের কানে পৌছায় এবং আমরা তা শুনতে পাই।

অতএব, শব্দ একটি অগ্রগামী অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ।

১৭-১৬ দুটি মাধ্যমে একটি শব্দের বেগের মধ্যে সম্পর্ক

Relation between velocities of a sound in two media

মনে করি A ও B দুটি মাধ্যম।

ধরি কোন একটি শব্দের বেগ ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্য যথাক্রমে A মাধ্যমে v_A এবং λ_A ও B মাধ্যমে যথাক্রমে v_B এবং λ_B । যদি শব্দের কম্পাঙ্ক n হয়, তবে

$$A \text{ মাধ্যমে শব্দের বেগ } v_A = n\lambda_A \quad (18)$$

$$\text{এবং } B \text{ মাধ্যমে শব্দের বেগ } v_B = n\lambda_B \quad (19)$$

$$(18) \text{ নং সমীকরণকে } (19) \text{ নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,} \quad (20)$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} \quad (21)$$

এটাই হল দুটি মাধ্যমে শব্দের বেগের মধ্যে সম্পর্ক।

কোন এক মাধ্যমে দুটি শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং কম্পাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক : মনে করি একটি মাধ্যমে দুটি তরঙ্গ প্রবাহিত হচ্ছে। একটির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_1 এবং কম্পাঙ্ক n_1 । অপরটির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_2 এবং কম্পাঙ্ক n_2 ।

মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ v হলে,

$$\text{প্রথম তরঙ্গের ক্ষেত্রে } v = n_1\lambda_1 \quad (22)$$

$$\text{এবং দ্বিতীয় তরঙ্গের ক্ষেত্রে } v = n_2\lambda_2 \quad (23)$$

এখন (22) ও (23) সমীকরণ হতে পাই,

$$n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$$

$$\text{বা, } \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (24)$$

এটাই হল তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং কম্পাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক।

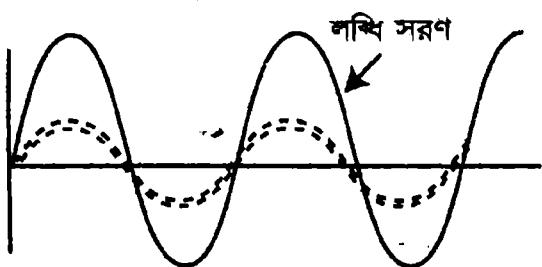
১৭-১৭ শব্দের ব্যতিচার

Interference of sound

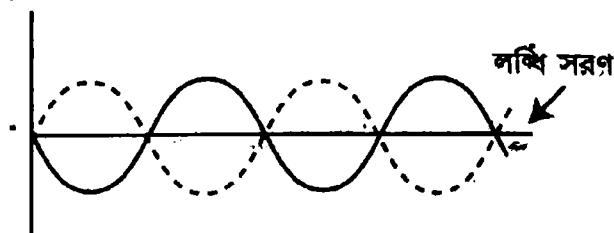
সংজ্ঞা : সমান কম্পাঙ্ক ও বিস্তারের দুটি শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতনের দ্রুত নীরব থা ঝোঁঁটানো শব্দের সৃষ্টি হলে ঐ ঘটনাকে শব্দের ব্যতিচার বলে।

নামিনার দুটি ধরনের। যথা—(ক) গঠনমূলক ব্যতিচার এবং (খ) ক্রসোভার ব্যতিচার।

(ক) গঠনমূলক ব্যতিচার (Constructive interference) : সমান বিস্তার ও কম্পাঙ্কের দুটি শব্দতরঙ্গ উপরিপাতনের ফলে যে স্থানে একই দশায় মিলিত হয়, সেখানে শব্দ সরণ শব্দের প্রত্যেকটি তরঙ্গের সরণের যোগফলের সমান হয়। এক্ষেত্রে $y_1 = y_2$ হলে, শব্দ সরণ দ্বিগুণ হয়। ফলে শব্দ সরণের তীব্রতা সবচেয়ে বেশি হয়। এ ব্যতিচারকে গঠনমূলক ব্যতিচার বলে। [চিত্র ১৭.১৩(ক)]



(ক)



(খ)

চিত্র ১৭.১৩

(খ) খণ্ডসাত্ত্বক ব্যতিচার (Destructive interference) : সমান বিস্তার ও কম্পাঙ্কের দুটি শব্দতরঙ্গ উপরিপাতনের ফলে যে স্থানে বিপরীত দশায় মিলিত হয়, সেখানে শব্দ সরণ শূন্য হওয়ায় কোন শব্দ শোনা যায় না। একে শব্দের খণ্ডসাত্ত্বক ব্যতিচার বলে [চিত্র ১৭.১৩(খ)]। শব্দ সরণ মোটা সরলরেখা দ্বারা দেখান হয়েছে।

সুসংগত উৎস (Coherent source) : দুটি উৎস সর্বদা একই দশায় থাকলে অথবা এদের দশা পার্থক্য সর্বদা স্থির থাকলে উৎস দুটিকে সুসংগত উৎস বলা হয়।

দুটি উৎসকে সুসংগত করতে হলে উভয়কে একই উৎস হতে সৃষ্টি করতে হয়।

শব্দের ব্যতিচারের গাণিতিক ব্যাখ্যা :

ধরা যাক সমান বিস্তার ও কম্পাঙ্কের দুটি শব্দ তরঙ্গ একই রেখায় সঞ্চালিত হয়ে এক বিন্দুতে মিলিত হল। ত সময় পরে যে কোন বিন্দুতে এদের সরণ যথাক্রমে y_1 এবং y_2 হলে আমরা পাই,

$$y_1 = A_0 \sin \left(2\pi n t - \frac{2\pi}{\lambda} x_1 \right)$$

$$\text{ও } y_2 = A_0 \sin \left(2\pi n t - \frac{2\pi}{\lambda} x_2 \right)$$

এখানে n = সূরশলাকার কম্পাঙ্ক, λ = মাধ্যমে শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ও A_0 = তরঙ্গের বিস্তার।

এ স্থলে প্রথম তরঙ্গ আলোচ্য বিন্দুতে যেতে x_1 -পথ ও দ্বিতীয় তরঙ্গ এই বিন্দুতে যেতে x_2 -পথ অতিক্রম করে। এখন তরঙ্গাদ্যের উপরিপাতের ফলে এদের শব্দ সরণ Y হলে,

$$Y = y_1 + y_2$$

$$\text{বা, } Y = A_0 \sin \left(2\pi n t - \frac{2\pi}{\lambda} x_1 \right) + A_0 \sin \left(2\pi n t - \frac{2\pi}{\lambda} x_2 \right)$$

$$= 2A_0 \cos \pi \left(\frac{x_2 - x_1}{\lambda} \right) \times \sin \left[2\pi n t - \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{x_2 + x_1}{2} \right) \right]$$

$$= A \sin \left[2\pi n t - \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right) \right]$$

$$= A \sin \frac{2\pi}{\lambda} \left[vt - \frac{x_1 + x_2}{2} \right]$$

[$\because v = n\lambda$] (25)

এখানে, $A = 2A_0 \cos \pi \left(\frac{x_2 - x_1}{\lambda} \right)$ হল শব্দ বিস্তার।

সমীকরণ (25) একটি নতুন তরঙ্গের সমীকরণ। সূতৰাং, দেখা যাচ্ছে যে দুটি তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে একটি নতুন তরঙ্গ সৃষ্টি হয়।

বইয়ের কম

গঠনমূলক ব্যতিচার : দুটি তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে উৎপন্ন তরঙ্গের বিস্তার $A = 2 A_0 \cos \pi \left(\frac{x_2 - x_1}{\lambda} \right)$ এবং এর মান মূল তরঙ্গাদ্যের পথ পার্থক্য $(x_2 - x_1)$ -এর উপর নির্ভর করে। গাণিতিকভাবে পাওয়া যায়, শব্দের তীব্রতা I তরঙ্গের বিস্তারের (A) বর্গের সমানুপাতিক।

$$\text{অর্থাৎ, } I \propto A^2$$

$$\text{বা, } I = KA^2$$

$$= K \left[2A_0 \cos \pi \left(\frac{x_2 - x_1}{\lambda} \right) \right]^2 \\ = 4KA_0^2 \cos^2 \pi \left(\frac{x_2 - x_1}{\lambda} \right)$$

শব্দের তীব্রতা I সর্বোচ্চ হলে গঠনমূলক ব্যতিচার হয়। এটি হবে যখন $\pi \left(\frac{x_2 - x_1}{\lambda} \right) = 0, \pi, 2\pi$

$$\text{বা, } x_2 - x_1 = 0, \lambda, 2\lambda, \dots, n\lambda$$

$$\text{বা, } x_2 - x_1 = 0, \frac{2\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2}, \dots, 2n \frac{\lambda}{2}$$

তখন $I = 4KA_0^2$ হবে। এটি I-এর সর্বোচ্চ মান।

অর্থাৎ যে সকল বিন্দুতে তরঙ্গ দুটির পথ পার্থক্য $2n \frac{\lambda}{2}$ হয়, সে সকল বিন্দুতে তরঙ্গ দুটি একই দশায় মিলিত হওয়ায় গঠনমূলক ব্যতিচার সৃষ্টি হবে। এই অবস্থায় তরঙ্গাদ্যের পথ পার্থক্য শূন্য অথবা $\lambda/2$ -এর যুগ্ম গুণিতক হবে।

ধ্বন্সাত্মক ব্যতিচার : শব্দের তীব্রতা I শূন্য হলে ধ্বন্সাত্মক ব্যতিচার হয়। ধ্বন্সাত্মক ব্যতিচারের ক্ষেত্রে,

$$\pi \left(\frac{x_2 - x_1}{\lambda} \right) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{3\pi}{\lambda} \cdot \frac{5\pi}{\lambda} \dots \text{ ইত্যাদি}$$

$$\text{বা, } (x_2 - x_1) = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{3\lambda}{2} \cdot \frac{5\lambda}{2} \dots \text{ ইত্যাদি}$$

$$= (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, 3 \dots \text{ ইত্যাদি})$$

ধ্বন্সাত্মক ব্যতিচারের ক্ষেত্রে তরঙ্গাদ্যের পথ পার্থক্য $\frac{\lambda}{2}$ -এর অযুগ্ম গুণিতক হবে।

শব্দের ব্যতিচারের শর্ত : উপরের গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায় যে, দুটি শব্দ তরঙ্গ নিম্নলিখিত শর্তগুলো পূরণ করলে ব্যতিচার হবে :

১। তরঙ্গ দুটির কম্পাক্ষ ও বিস্তার সমান হতে হবে।

২। তরঙ্গ দুটির আকৃতি ও দশা অপরিবর্তিত থাকবে।

৩। তরঙ্গ দুটির দরুণ মাধ্যমের কোন একটি কণার সরণ একই রেখায় হবে।

৪। শব্দের উৎস হতে নিঃশব্দ বা ধ্বন্সাত্মক ব্যতিচার বিন্দুতে তরঙ্গাদ্যের অতিক্রান্ত পথ পার্থক্য $\frac{\lambda}{2}$ -এর অযুগ্ম

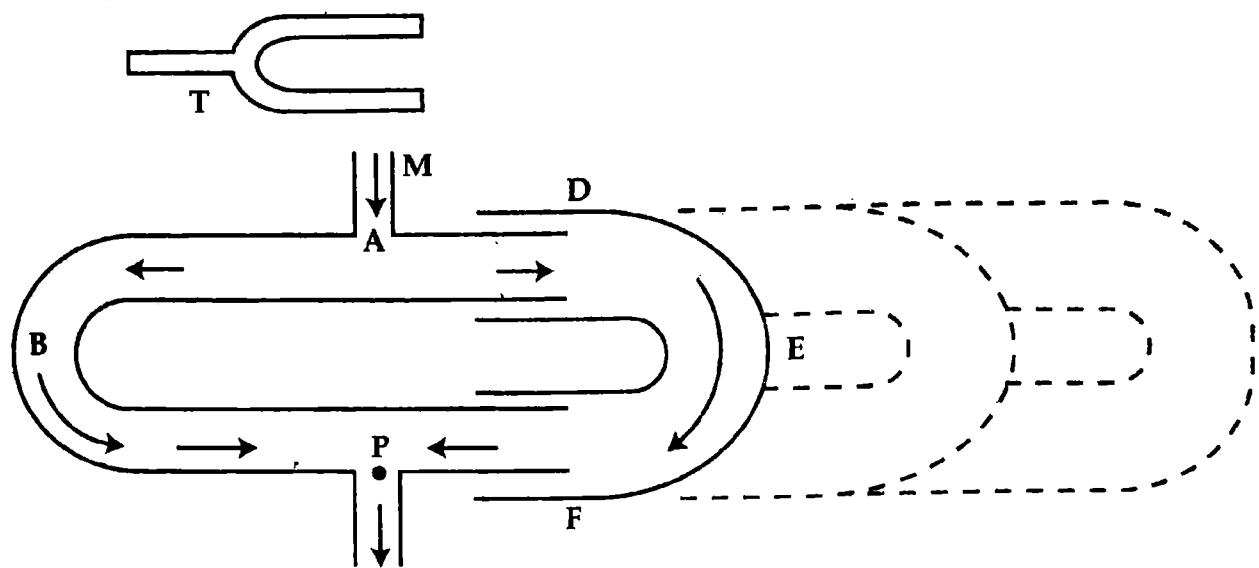
গুণিতক হবে এবং জোরালো বা গঠনমূলক ব্যতিচারের ক্ষেত্রে তরঙ্গাদ্যের অতিক্রান্ত পথ-পার্থক্য শূন্য অথবা $\frac{\lambda}{2}$ -এর যুগ্ম গুণিতক হবে।

১৭-১৮ শব্দের ব্যতিচার প্রদর্শনের পরীক্ষা

Demonstration of interference of sound

বাস্তবে দুটি ভিন্ন উৎস থারা ১৭-১৪-এ বর্ণিত শর্তগুলো পূর্ণ করে শব্দের ব্যতিচার দেখানো যায় না। এজন্য কুইঞ্জ (Quincke)-এর উজ্জ্বলিত পরীক্ষা ব্যবস্থা দ্বারা একটি শব্দ তরঙ্গকে কোন একটি বিন্দু হতে দুটি ভিন্ন

পথে প্ৰবাহিত হতে দিয়ে উপযুক্ত দশা বৈষম্যে পুনৱায় অপৱ এক বিন্দুতে আপত্তি কৰে শব্দেৱ ব্যতিচাৰ সৃষ্টি কৱা হয়। ১৭১৪নং চিত্ৰে পৰীক্ষার প্ৰয়োজনীয় ব্যবস্থা দেখানো হয়েছে।



চিত্ৰ ১৭১৪

এ পৰীক্ষায় দুটি U-আকৃতিৰ দুই মুখ খোলা নল AB ও DEF নেয়া হয়। AB নলেৱ দুই বাহুতে দুটি পাৰ্শ্ব নল M ও N আছে। DEF নলেৱ দুই বাহুৰ তেতৰ AB নলেৱ বাহু দুটি প্ৰবেশ কৱানো যায়।

পৰীক্ষা : একটি সুৱ-শলাকাকে শব্দায়িত কৰে M নলেৱ মুখে ধৰা হয়। এতে সুৱ-শলাকা হতে শব্দ-তরঙ্গ AB ও DEF পথে প্ৰবাহিত হয়ে N নল দিয়ে বেৱ হয়ে যাবাৰ কালে P বিন্দুতে মিলিত হবে। ঐ দুই পথে প্ৰবহমান তরঙ্গোৱ কম্পাঙ্গ, বিস্তাৱ ও জাতি অভিন্ন থাকবে এবং তাৱা N নলে একই রেখায় সৱণ সৃষ্টি কৱবে। এখন DEF নলটিকে বাইৱেৱ দিকে টেনে অথবা তিতৰেৱ দিকে ঠেলে ABP ও AEP পথেৱ দূৰত্বেৱ পাৰ্থক্য বাড়ালে অথবা কমালে N নলেৱ মুখে শব্দেৱ তীক্ষ্ণতাৰ নিম্নলিখিত পৱিবৰ্তনগুলো লক্ষ্য কৱা যাবে :

(ক) যখন ABP ও AEP-এৱ মধ্যে দৈৰ্ঘ্যেৱ পাৰ্থক্য অৰ্থাৎ তরঙ্গ দুটিৰ অতিক্রান্ত পথেৱ পাৰ্থক্য তরঙ্গ দৈৰ্ঘ্যেৱ অযুগ্ম গুণিতক হবে অৰ্থাৎ $(AEP - ABP) = \frac{\lambda}{2} \cdot 3\left(\frac{\lambda}{2}\right) \cdot 5\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ ইত্যাদি হবে তখন তরঙ্গ দুটি P বিন্দুতে বিপৰীত দশায় মিলিত হওয়ায় N নলেৱ মুখে কোন শব্দ শোনা যাবে না। এটাই ধ্বাংসাত্মক ব্যতিচাৰ।

(খ) যখন AEP ও ABP পথেৱ দৈৰ্ঘ্যেৱ পাৰ্থক্য শূন্য অথবা $\frac{\lambda}{2}$ -এৱ যুগ্ম গুণিতক হবে অৰ্থাৎ $(AEP - ABP) = 0, 2\left(\frac{\lambda}{2}\right), 4\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ ইত্যাদি হবে, তখন তরঙ্গ দুটি P বিন্দুতে সমদশায় মিলিত হবে এবং N-এৱ মুখে জোৱালো শব্দ শোনা যাবে। এটাই শব্দেৱ গঠনমূলক ব্যতিচাৰ।

ব্যবহাৱ : কৃতিক নলেৱ সাহায্যে শব্দেৱ বেগ নিৰ্ণয় কৱা যায়। AEP ও ABP পথেৱ দৈৰ্ঘ্যেৱ ন্যূনতম পাৰ্থক্য N নলেৱ মুখে কোন শব্দ শোনা না গেলে আমৱা পাই, $AEP - ABP = \lambda/2$ । এখন, সুৱ শলাকাৱ কম্পাঙ্গক n হলে,

$$v = n\lambda = 2n \frac{\lambda}{2} = 2n (AEP - ABP)$$

কাজেই, λ জেনে নলেৱ বায়ুতে শব্দেৱ বেগ জানা যাবে।

বইয়ের কম

স্মরণিকা

তরঞ্জ : কোন স্থিতিস্থাপক জড় মাধ্যমের বিভিন্ন কণার সমষ্টিগত পর্যাবৃত্ত কম্পনের ফলে মাধ্যমে যে আলোড়ন সৃষ্টি হয়, তাকে তরঞ্জ বলে।

তরঞ্জের প্রকারভেদ : কম্পনের সাথে তরঞ্জ প্রবাহের দিকের তারতম্য ভেদে তরঞ্জকে দু'ভাগে ভাগ করা হয়েছে। যথা—(১) আড় বা অনুপ্রস্থ তরঞ্জ ; (২) লম্বিক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঞ্জ।

আড় বা অনুপ্রস্থ তরঞ্জ : যে সব তরঞ্জের ক্ষেত্রে জড় মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিক তরঞ্জ প্রবাহের দিকের সমকোণী হয়, তাদেরকে আড় বা অনুপ্রস্থ তরঞ্জ বলে।

লম্বিক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঞ্জ : যে সব তরঞ্জের ক্ষেত্রে জড় মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিক এবং তরঞ্জ প্রবাহের দিক একই দিকে হয় তাদেরকে লম্বিক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঞ্জ বলে।

শব্দ : শব্দ এক প্রকার শক্তি যা একটি স্থিতিস্থাপক নিরবচ্ছিন্ন মাধ্যমের মধ্য দিয়ে আমাদের কানে পৌছে শুনির অনুভূতি জন্মায় বা জন্মাতে চেষ্টা করে।

শব্দের উৎপত্তি : কোন বস্তুর কম্পনের দরুন শব্দ উৎপন্ন হয়। সর্ব প্রকার শব্দ উৎপত্তির মূল উৎস বস্তুর কম্পন।

পূর্ণ কম্পন : তরঞ্জস্থিত কোন একটি কম্পমান বস্তু একটি বিলু হতে যাত্রা শুরু করে আবার একই দিক হতে সেই বিলুতে ফিরে এলে তাকে পূর্ণ কম্পন বলে।

তরঞ্জ বেগ : কোন একটি তরঞ্জ কোন মাধ্যমে এক সেকেক্তে যতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তরঞ্জ দ্রুতি বলে।

তরঞ্জ দৈর্ঘ্য : কোন মাধ্যমে কোন একটি কম্পমান বস্তু একটি পূর্ণ কম্পনে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে ঐ তরঞ্জের তরঞ্জ দৈর্ঘ্য বলে। একে λ দিয়ে সূচিত করা হয়।

কম্পাঙ্ক বা স্পন্দন সংখ্যা : কোন একটি কম্পমান বস্তু এক সেকেক্তে যত সংখ্যক পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে, তাকে উক্ত বস্তুর কম্পাঙ্ক বলে। একে n দিয়ে সূচিত করা হয়।

দোলনকাল বা পর্যায়কাল : কোন একটি কম্পমান বস্তুর একটি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করতে যে সময় লাগে তাকে ঐ বস্তুর দোলন বা পর্যায়কাল বলে। একে T দিয়ে সূচিত করা হয়।

বিস্তার : কোন একটি কম্পমান বস্তু তার সাম্যাবস্থান থেকে ডানে বা বামে যে সর্বাধিক দূরত্ব অতিক্রম করে, তাকে ঐ বস্তুর বিস্তার বলে।

দশা : দশা কোন একটি কম্পমান বস্তুর কোন মুহূর্তের দোলনের অবস্থা প্রকাশ করে।

আদি দশা : কোন একটি কম্পমান বস্তু যে দশা নিয়ে কম্পন শুরু করে, তাকে আদি দশা বলে।

তরঞ্জ মুখ : কোন একটি তরঞ্জের উপরিস্থিত সমদশাসম্পন্ন সকল বিলুর মধ্য দিয়ে অংকিত তঙ্কে তরঞ্জ মুখ বলে।

তরঞ্জ শীর্ষ : আড় তরঞ্জের ক্ষেত্রে এর ধন দিকে এক তরঞ্জ দৈর্ঘ্যে সর্বাধিক সরণের বিলুকে তরঞ্জ শীর্ষ বলে।

তরঞ্জ পাদ : আড় তরঞ্জের ক্ষেত্রে এর ঝণদিকে এক তরঞ্জ দৈর্ঘ্যে সর্বাধিক সরণের বিলুকে তরঞ্জ পাদ বলে।

তরঞ্জ রেখা : কোন এক মুহূর্তে মাধ্যমের কণাগুলো তরঞ্জের উপর যে রেখায় আপনা-আপনি অবস্থান করে সে রেখাকে তরঞ্জ রেখা বলে।

অগ্রগামী তরঞ্জ : কোন তরঞ্জ যদি কোন বিস্তৃত মাধ্যমের এক স্তর হতে অন্য স্তরে সঞ্চালিত হয়ে সামনের দিকে অগ্রসর হতে থাকে, তবে তাকে অগ্রগামী তরঞ্জ বলে।

স্থির তরঞ্জ : যদি কোন মাধ্যমের সীমিত অংশে দুটি পরস্পর বিপরীতমুখী অগ্রগামী তরঞ্জের দোলন কাল ও বিস্তার সমান হয়, তবে তাদের মিলিত ক্রিয়া ঐ অংশে যে নতুন তরঞ্জ সৃষ্টি হয় তাকে স্থির তরঞ্জ বলে।

তরঞ্জের উপরিপাতন : দুটি শব্দ তরঞ্জ একই সঙ্গে কোন মাধ্যমের একটি কণাকে অতিক্রম করলে ঐ কণা তরঞ্জ দুটির সঞ্চালিত প্রভাবে আলোড়িত হবে। কোন মুহূর্তে কণাটির জর্খি সরণ প্রত্যেকটি তরঞ্জ পৃথক্তাবে ঐ বিলুতে যে সরণ সৃষ্টি করে তাদের ভেটের যোগফলের সমান। এর নাম তরঞ্জের উপরিপাতন।

শব্দের ব্যতিচার : সমান কম্পাঙ্ক ও বিস্তারের দুটি শব্দ তরঞ্জের উপরিপাতনের ফলে নীরবতা অথবা প্রবলতর শব্দের সৃষ্টি হলে ঐ ঘটনাকে শব্দের ব্যতিচার বা শব্দ সংঘাত বলে।

প্রয়োজনীয় সমীকরণ

$$I \propto a^2 \quad (1)$$

($I = তির্বুতা, a = বিস্তার$)

$$v = n\lambda = n \frac{S}{N} \quad (2)$$

$$nT = 1 \quad (3)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n \quad (4)$$

$$\text{দশা পার্থক্য}, \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{পথ পার্থক্য} \quad (5)$$

অঞ্চলিক তরঙ্গের সমীকরণ :

$$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \quad (6)$$

$$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt + x) \quad (7)$$

স্থির তরঙ্গের সমীকরণ :

$$y = 2A_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \omega t \quad (8)$$

$$\text{নিম্ন বিলু সূচিতের শর্ত : } \cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \quad (9)$$

$$\text{বা, } \frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \quad (10)$$

$$\text{সুশল বিলু সূচিতের শর্ত : } \frac{\cos 2\pi x}{\lambda} = \pm 1 \quad (11)$$

$$\text{বা, } \frac{2\pi x}{\lambda} = 0, \pi, 2\pi, \dots \quad (12)$$

$$\text{দুটি মাধ্যমে : } \frac{v_A}{v_B} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} \quad (13)$$

$$\text{একই মাধ্যমে : } \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (14)$$

সমাধানকৃত উদাহরণ

১. দুটি সূর শব্দাকার কম্পাক্ষ ধৰ্থাক্ষমে 128 Hz এবং 384 Hz। বায়ুতে শব্দাকা দুটি হতে সূচিত পদের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় কর। [জ. বো. ২০০৪, ২০০১]

মনে করি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ধৰ্থাক্ষমে λ_1 ও λ_2

আমরা পাই, $v = n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1)$$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{384 \text{ Hz}}{128 \text{ Hz}} = \frac{3}{1}$$

$$\lambda_1 : \lambda_2 = 3 : 1$$

$$\text{এখানে, } n_1 = 128 \text{ Hz}$$

$$n_2 = 384 \text{ Hz}$$

২. একটি সূর শব্দাকা বে সময়ে 200 বার কম্পন পদের সময়ে এটি হারা সূচিত পদের তরঙ্গ বাতাসে 140 m দূরত্ব অতিক্রম করে। সূর শব্দাকার কম্পাক্ষ 500 Hz হলে বায়ুতে পদের বেগ নির্ণয় কর। [জ. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v &= n\lambda \\ &= 500 \times \frac{140}{200} \\ &= 350 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{s}{N} = \frac{140}{200} \text{ m} \\ n &= 500 \text{ Hz} \\ v &=? \end{aligned}$$

৩। বায়ুতে শব্দের বেগ 332 ms^{-1} । বায়ুতে 664 Hz কম্পাক্ষের একটি সূরেশী কাটার শব্দ কাটাটির 100 টি পৃষ্ঠা
কম্পনকামে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে ?

ধরি নির্ণেয় দূরত্ব = s

$$\text{আমরা পাই, } s = N\lambda = N \frac{v}{n}$$

(1)

$$[\because v = n\lambda]$$

এখানে, $N = 100$ কম্পন

$$v = 332 \text{ ms}^{-1}$$

$$n = 664 \text{ Hz} = 664 \text{ s}^{-1}$$

সমীকরণ (1) হতে পাই, $s = 100 \times \frac{332 \text{ ms}^{-1}}{664 \text{ s}^{-1}} = 50 \text{ m}$
একটি সূর শলাকা কর্তৃক সৃষ্টি শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বায়ুতে 1.006 m ও হাইড্রোজেনে 3.824 m । বায়ুতে
শব্দের বেগ 332 ms^{-1} হলে, হাইড্রোজেনে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

মনে করি সূর শলাকার কম্পাক্ষ = n ও হাইড্রোজেনে শব্দের বেগ = v_h

আমরা $v = n\lambda$ সমীকরণ হতে পাই,

$$n = \frac{v_a}{\lambda_n} = \frac{v_h}{\lambda_{h_i}}$$

(1)

এখানে, $v_a = 332 \text{ ms}^{-1}$

$$\lambda_n = 1.006 \text{ m}$$

$$\lambda_{h_i} = 3.824 \text{ m}$$

$$\text{সমীকরণ (1) হতে পাই, } v_h = \frac{\lambda_{h_i}}{\lambda_n} \times v_a = \frac{3.824 \text{ m}}{1.006 \text{ m}} \times 332 \text{ ms}^{-1} = 1262 \text{ ms}^{-1}$$

৪। ৩। বায়ু ও পানিতে 300 Hz কম্পাক্ষের একটি শব্দ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্দক্য 4.16 m , বায়ুতে শব্দের বেগ 352 ms^{-1} হলে, পানিতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

[চ. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০১ ; সি. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$\lambda_n = \frac{v_a}{n} = \frac{352}{300}$$

$$\lambda_w = \frac{v_w}{n} = \frac{v_w}{300}$$

এখানে,

$$\lambda_w - \lambda_n = 4.16 \text{ m}$$

$$n = 300 \text{ Hz}$$

$$v_a = 352 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_w = ?$$

প্রয়োনুসারে,

$$\lambda_w - \lambda_n = \frac{v_w}{300} - \frac{352}{300}$$

$$\text{বা, } 4.16 = \frac{1}{300} (v_w - 352)$$

$$\text{বা, } v_w - 352 = 300 \times 4.16$$

$$\begin{aligned} v_w &= 300 \times 4.16 + 352 \\ &= 1600 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

৫। 0.325 m ব্যবধানে অবস্থিত তরঙ্গের দূটি কথার মধ্যে দশা পার্দক্য 3.14 rad । তরঙ্গ উৎসের কম্পাক্ষ 512 Hz হলে মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর।

ধরি মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ = v

$$\therefore \text{আমরা পাই, দশা পার্দক্য} = \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{পথ পার্দক্য}$$

(1)

এখানে,

$$\text{পথ পার্দক্য} = 0.325 \text{ m}$$

$$\text{দশা পার্দক্য} = 3.14 \text{ rad}$$

$$n = 512$$

কাজেই সমীকরণ (1) অনুসারে,

$$3.14 \text{ rad} = \frac{2 \times 3.14 \text{ rad}}{\lambda} \times 0.325 \text{ m}$$

$$\lambda = 2 \times 0.325 \text{ m} = 0.65 \text{ m}$$

$$\text{নির্ণেয় বেগ, } v = n\lambda = 512 \text{ Hz} \times 0.65 \text{ m}$$

$$= 332.8 \text{ ms}^{-1}$$

৭। একটি শব্দ তরঙ্গ বায়ুতে 3 মিনিটে 1020 মিটার দূৰত্ব অতিক্রম কৰে, এই শব্দ তরঙ্গের তরঙ্গ দৈৰ্ঘ্য 50 cm
হলে তরঙ্গের পৰ্যায়কাল কত ? [কু. বো. ২০০৩]

$$v = \frac{s}{t} = \frac{1020}{3 \times 60} = 5.67 \text{ ms}^{-1}$$

আবার, $v = n\lambda$

$$\text{বা, } n = \frac{v}{\lambda} = \frac{5.67}{0.5} = 11.34 \text{ Hz}$$

এখনে,

$$\begin{aligned} t &= 3 \text{ মি.} \\ &= 3 \times 60 \text{ সে.} \\ s &= 1020 \text{ মি.} \\ \lambda &= 50 \text{ cm} \\ &= 0.5 \text{ m} \\ T &=? \end{aligned}$$

$$\text{পৰ্যায়কাল, } T = \frac{1}{n} = \frac{1}{11.34} = 0.09 \text{ s}$$

(৮) A মাধ্যমে শব্দের বেগ B মাধ্যমে শব্দের বেগের চেয়ে 5 গুণ বেশি। B মাধ্যমে একটি শব্দের উৎসের তরঙ্গ দৈৰ্ঘ্য 10 cm হলে A মাধ্যমে উৎসের 100 বার কমনে শব্দ কত দূৰ যাবে ? [ব. বো. ২০০৩]

আমৱা জানি, $S_A = N\lambda_A$

$$\text{আবার, } n = \frac{v_A}{\lambda_A} = \frac{v_B}{\lambda_B}$$

$$\lambda_A = \frac{v_A}{v_B} \times \lambda_B$$

$$= \frac{5v}{v} \times 0.1 = 0.5 \text{ m}$$

$$S_A = 100 \times 0.5$$

$$S_A = 50 \text{ m}$$

এখনে,

$$B \text{ মাধ্যমে বেগ } v_B = v$$

$$A \text{ মাধ্যমে বেগ } v_A = 5v$$

$$\lambda_B = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$N = 100 \text{ বার}$$

(৯) কোন মাধ্যমে 480 Hz এবং 320 Hz কম্পাঙ্কের দুটি শব্দের তরঙ্গ দৈৰ্ঘ্যের পার্শ্বজ্য 2m হলে মাধ্যমে
শব্দের বেগ কত হবে ? [রা. বো. ২০০৬ ; সি. বো. ২০০৮ ; ঢা. বো. ২০০৩]

আমৱা জানি,

$$v = n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\text{বা, } \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{320}{480}$$

$$\text{বা, } \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + 2} = \frac{320}{480}$$

$$\text{বা, } 480\lambda_1 = 320\lambda_1 + 640$$

$$\text{বা, } 480\lambda_1 - 320\lambda_1 = 640$$

$$\text{বা, } 160\lambda_1 = 640$$

$$\text{বা, } \lambda_1 = \frac{640}{160} = 4 \text{ m}$$

$$v = n_1\lambda_1$$

$$= 480 \times 4$$

$$= 1920 \text{ ms}^{-1}$$

(১০) কোন একটি সীমাবদ্ধ মাধ্যমে সৃষ্টি থিৰ তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 480 Hz। তরঙ্গাত্মক পৱপৱ দুটি নিষ্পন্ন বিন্দুৱ
দূৰত্ব 0.346 m। মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ নিৰ্ণয় কৰ।

আমৱা জানি,

$$\text{পৱপৱ দুটি নিষ্পন্ন বিন্দুৱ দূৰত্ব} = \frac{\lambda}{2}$$

$$\frac{\lambda}{2} = 0.346 \text{ m}$$

$$\text{বা, } \lambda = 0.346 \times 2 = 0.692 \text{ m}$$

$$\text{তরঙ্গেৰ বেগ, } v = n\lambda$$

$$\begin{aligned} v &= 480 \times 0.692 \text{ ms}^{-1} \\ &= 332.2 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

এখনে,

$$n = 480 \text{ Hz}$$

$$\text{পৱপৱ দুটি নিষ্পন্ন বিন্দুৱ দূৰত্ব, } \frac{\lambda}{2} = 0.346$$

$$v = ?$$

তরঙ্গ ও শব্দ
বইয়ের কম

\checkmark

১১। 332 Hz কম্পাঙ্কের একটি সুর্খলাকাফে বাতাসে বাজালে, এটি আরা সৃষ্টি তরঙ্গ শলাকাটির 150 বার কম্পনকালে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে ? (বাতাসে শব্দের বেগ 332 ms^{-1})

আমরা জানি,

$$v = n\lambda$$

$$\text{বা, } \lambda = \frac{v}{n}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{332}{332} \text{ m} \\ &= 1 \text{ m} \end{aligned}$$

একবার কম্পনের জন্য শব্দ λ অর্থাৎ 1 m দূরত্ব অতিক্রম করে।

\checkmark

150 বার কম্পনের জন্য দূরত্ব অতিক্রম করে, $s = 1 \times 150 = 150 \text{ m}$

১২। কোন নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কে কম্পনরত একটি বস্তু A মাধ্যমে 0.5 m তরঙ্গাদৈর্ঘ্য এবং 340 ms^{-1} বেগ সম্পন্ন অগ্রগামী তরঙ্গ উৎপন্ন করে। তা B মাধ্যমে 550 ms^{-1} বেগের অগ্রগামী তরঙ্গ উৎপন্ন করলে এই তরঙ্গের তরঙ্গাদৈর্ঘ্য কত হবে ?

আমরা জানি,

$$v_A = n\lambda_A$$

$$\text{এবং } v_B = n\lambda_B$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B}$$

$$\text{বা, } \lambda_B = \lambda_A \times \frac{v_B}{v_A}$$

$$\lambda_B = 0.5 \times \frac{550}{340} \text{ m} = 0.81 \text{ m}$$

১৩। কোন তরঙ্গের বিস্তার 0.2 m হলে $t = \frac{T}{3}$ সময়ে কম্পনের উৎস হতে $x = \frac{\lambda}{6}$ দূরত্বে অবস্থিত বিন্দুর সাম্যাবস্থান হতে সরণ কত হবে ?

আমরা জানি,

$$\text{সরণ, } y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$$

$$\text{বা, } y = A \sin \left(\frac{2\pi vt}{\lambda} - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

$$y = A \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \quad [\quad \cdot \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} \quad]$$

$$= 0.2 \sin \left(\frac{2\pi T}{T \times 3} - \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{6} \right)$$

$$= 0.2 \sin \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{2\pi}{6} \right)$$

$$= 0.2 \sin \left(\frac{4\pi - 2\pi}{6} \right)$$

$$= 0.2 \sin \left(\frac{\pi}{3} \right)$$

$$= 0.173 \text{ m}$$

এখানে,

$$\text{কম্পাঙ্ক, } n = 332 \text{ Hz}$$

$$\text{কম্পন সংখ্যা, } N = 150$$

$$\text{শব্দের বেগ, } v = 332 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব, } s = ?$$

এখানে,

$$\lambda_A = 0.5 \text{ m}$$

$$v_A = 340 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_B = 550 \text{ ms}^{-1}$$

$$\lambda_B = ?$$

এখানে,

$$\text{তরঙ্গের বিস্তার, } A = 0.2 \text{ m}$$

$$\text{সময়, } t = T/3$$

$$\text{উৎস হতে দূরত্ব, } x = \frac{\lambda}{6}$$

$$\text{সরণ, } y = ?$$

১৪। কোন সূরশলাকা একটি মাধ্যমে 30 সেণ্টিমিটার দৈর্ঘ্যের এবং 330 ms^{-1} বেগের তরঙ্গ উৎপন্ন করে। অপর একটি মাধ্যমে তরঙ্গ বেগ যদি 300 ms^{-1} তবে ঐ মাধ্যমে সূরশলাকার 100টি কম্পনে শব্দ করতে হবে ?

আমরা জানি,

$$v_A = n\lambda_A \quad (1)$$

$$\text{এবং } v_B = n\lambda_B \quad (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B}$$

$$\text{বা, } \lambda_B = \lambda_A \frac{v_B}{v_A}$$

$$\begin{aligned} \lambda_B &= 0.3 \times \frac{300}{330} \\ &= 0.273 \text{ m} \end{aligned}$$

Q. 2

১৫। দুটি সূরশলাকার কম্পাঙ্কের পার্দক্য 118 Hz । বাতাসে শলাকা দুটি যে তরঙ্গ উৎপন্ন করে, তাদের একটির দুটি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্য অপরটির তিনটি পূর্ণ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সমান। শলাকাদ্বয়ের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [ক. বো. ২০০৮]

মনে করি A ও B দুটি সূরশলাকা প্রশ্নানুসারে,

$$n_2 - n_1 = 118 \quad (1)$$

$$\text{এবং } 2\lambda_1 = 3\lambda_2$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{আমরা জানি, } v = n_1\lambda_1$$

$$\text{এবং } v = n_2\lambda_2$$

$$n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$$

$$\text{বা, } \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\text{বা, } \frac{3}{2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_1 = \frac{2n_2}{3}$$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$n_2 - \frac{2n_2}{3} = 118$$

$$\text{বা, } n_2 \left(1 - \frac{2}{3} \right) = 118$$

$$n_2 = \frac{118 \times 3}{1} = 354 \text{ Hz}$$

$$354 - n_1 = 118$$

$$\text{বা, } n_1 = 354 - 118 = 236 \text{ Hz}$$

১৬। বাতাসে একটি সূরশলাকার সৃষ্টি শব্দ তরঙ্গের দৈর্ঘ্য 50 cm এবং অপর একটি সূরশলাকার সৃষ্টি শব্দ তরঙ্গের দৈর্ঘ্য 70 cm । প্রথম সূরশলাকার কম্পাঙ্ক 350 Hz হলে দ্বিতীয় সূরশলাকার কম্পাঙ্ক কত? [ক. বো. ২০০০]

$$\text{আমরা জানি, } n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$$

$$\text{বা, } \frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } n_2 &= \frac{n_1\lambda_1}{\lambda_2} \\ &= \frac{350 \times 50}{70} \\ &= 250 \text{ Hz} \end{aligned}$$

এখনে,

$$\text{প্রথম মাধ্যমে শব্দের বেগ, } v_A = 330 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{প্রথম মাধ্যমে তরঙ্গদৈর্ঘ্য, } \lambda_A = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$

$$\text{দ্বিতীয় মাধ্যমে শব্দের বেগ, } v_B = 300 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{দ্বিতীয় মাধ্যমে তরঙ্গদৈর্ঘ্য, } \lambda_B = ?$$

$$\begin{aligned} 2174 &= \frac{S}{\lambda} = \frac{S}{0.3} \\ S &= 150 \times 0.3 \\ &= 27 \text{ m} \end{aligned}$$

$$n_2 - n_1 = 118 \quad (1)$$

$$\text{এবং } 2\lambda_1 = 3\lambda_2$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{আমরা জানি, } v = n_1\lambda_1$$

$$\text{এবং } v = n_2\lambda_2$$

$$n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$$

$$\text{বা, } \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\text{বা, } \frac{3}{2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_1 = \frac{2n_2}{3}$$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$n_2 - \frac{2n_2}{3} = 118$$

$$\text{বা, } n_2 \left(1 - \frac{2}{3} \right) = 118$$

$$n_2 = \frac{118 \times 3}{1} = 354 \text{ Hz}$$

$$354 - n_1 = 118$$

$$\text{বা, } n_1 = 354 - 118 = 236 \text{ Hz}$$

দেয়া আছে,

$$\lambda_1 = 50 \text{ cm}$$

$$\lambda_2 = 70 \text{ cm}$$

$$n_1 = 350 \text{ Hz}$$

$$n_2 = ?$$

১৭। P ও Q দুটি মাধ্যমে শব্দের বেগ যথাক্রমে 300 ms^{-1} এবং 350 ms^{-1} । মাধ্যম দুটিতে শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্শ্বক্ষণ্য = 0.1 m হলে সূর শলাকার 50 কম্পনে শব্দ Q মাধ্যমে কত দূর যাবে ?

[য. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৬ (মান ডিন্ল) ; ঢা. বো. ২০০০]

যেহেতু 'Q' মাধ্যমে শব্দের বেগ বেশি তাই 'Q' মাধ্যমে সৃষ্টি তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 'P' মাধ্যমে সৃষ্টি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের চেয়ে বড় হবে। অর্থাৎ $\lambda_Q > \lambda_P$

$$\lambda_Q - \lambda_P = 0.1 \quad (1)$$

$$\text{আবার}, v_P = n\lambda_P$$

$$\text{বা}, \quad 300 = n\lambda_P \quad (2)$$

$$\text{আবার}, v_Q = n\lambda_Q$$

$$\text{বা}, \quad 350 = n\lambda_Q \quad \dots \quad (3)$$

(3) নং হতে (2) নং বিয়োগ করলে পাই,

$$n(\lambda_Q - \lambda_P) = 50$$

$$\text{বা}, \quad n = \frac{50}{\lambda_Q - \lambda_P} = \frac{50}{0.1} \\ = 500 \text{ Hz}$$

$$\text{এখানে}, t = \frac{N}{n} = \frac{50}{500} = 0.1 \text{ s}$$

Q মাধ্যমে 50 কম্পনে অতিক্রান্ত দূরত্ব ,

$$\begin{aligned} s &= vt \\ &= 350 \times 0.1 \\ &= 35 \text{ m} \end{aligned}$$

১৮। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $y = 5 \sin(200\pi t - 1.57x)$, এখানে সব করটি রাখি S. I. এককে প্রদত্ত। তরঙ্গাটির বিস্তার, কম্পাক্ষ, বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর।

[ঢা. বো. ২০০৬ (মান ডিন্ল) ; ব. বো. ২০০৪ ; য. বো. ৫০০০]

দেওয়া আছে,

$$y = 5 \sin(200\pi t - 1.57x) \quad (1)$$

আমরা জানি, অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) = A \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} vt - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \quad (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) তুলনা করে পাই,

$$A = 5 \text{ m}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} v = 200\pi$$

$$\text{বা}, \quad 2\pi n = 200\pi \quad [\because \frac{v}{\lambda} = n]$$

$$n = 100 \text{ Hz}$$

$$\text{আবার}, \quad \frac{2\pi}{\lambda} = 1.57$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{1.57} = 4 \text{ m}$$

$$\text{এখন}, \quad \frac{v}{\lambda} = n$$

$$\text{বা}, v = \lambda n = 4 \times 100 = 400 \text{ ms}^{-1}$$

$$T = \frac{1}{n} = \frac{1}{100} = 0.01 \text{ s}$$

উত্তর : বিস্তার 5 m ; কম্পাক্ষ = 100 Hz ; বেগ = 400 ms^{-1} এবং পর্যায়কাল = 0.01 s

১১। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 0.5 \sin(20\pi t - 1.57x)$ । এখানে সবকটি রাশি এস. আই. এককে
প্রদত্ত। তরঙ্গটির বিস্তৃতি, কম্পাঙ্ক, বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। [ৱা. বো. ২০০৫]

দেওয়া আছে,

$$y = 0.5 \sin(20\pi t - 1.57x) \quad (1)$$

আমরা জানি, অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \quad (2)$$

$$\text{বা, } y = A \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} vt - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \quad (3)$$

সমীকরণ (1) ও (3) তুলনা করে পাই,

বিস্তার, $A = 0.5 \text{ m}$

$$\text{এবং } 20\pi = \frac{2\pi}{\lambda} v \quad (4)$$

$$\text{ও } \frac{2\pi}{\lambda} = 1.57 \quad (5)$$

$$\text{বা, } \lambda = \frac{2\pi}{1.57} = \frac{2 \times 3.14}{1.57} = 4 \text{ m}$$

সমীকরণ (4) হতে পাই,

$$20\pi = \frac{2\pi}{\lambda} v$$

$$\text{বা, } v = \frac{4 \times 20\pi}{2\pi} = 40 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{কম্পাঙ্ক, } n = \frac{v}{\lambda} = \frac{40}{4} = 10 \text{ Hz}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = \frac{1}{n} = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ s}$$

উত্তর : বিস্তার 0.5 m ; কম্পাঙ্ক 10 Hz ; বেগ 40 ms^{-1} এবং পর্যায়কাল 0.1 s

১২। $y = 1.15 \sin(2000t + 0.01x)$, যেখানে সকল রাশি SI এককে প্রকাশিত। তরঙ্গের বিস্তার, কম্পাঙ্ক,
তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০৫]

দেওয়া আছে, $y = 1.15 \sin(2000t + 0.01x)$ (1)

আমরা জানি, অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt + x)$$

$$\text{বা, } y = A \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} vt + \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \quad (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) তুলনা করে পাই,

$$A = 1.15 \text{ m}$$

$$\text{এবং } 2000 = \frac{2\pi}{\lambda} v \quad (3)$$

$$\text{ও } \frac{2\pi}{\lambda} = 0.01 \quad (4)$$

$$\text{বা, } \lambda = \frac{2\pi}{0.01} = \frac{2 \times 3.14}{0.01} = 628 \text{ m}$$

সমীকরণ (3)-এ λ -এর মান বসিয়ে পাই,

$$2000 = \frac{2\pi}{628} \times v$$

$$\text{বা, } v = \frac{2000 \times 628}{2 \times 3.14}$$

$$= 200000 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 2 \times 10^5 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{কম্পাঙ্ক, } n = \frac{v}{\lambda} = \frac{200000}{628}$$

$$= 318.5 \text{ Hz}$$

উত্তর : বিস্তার 1.15 m ; কম্পাঙ্ক 318.5 Hz ; তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 628 m ; বেগ $2 \times 10^5 \text{ ms}^{-1}$

প্রশ্নাবলী

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন :

- ১। দশা কাকে বলে ? [চ. বো. ২০০৮ ; কু. বো. ২০০১]
- ২। স্থির তরঙ্গ কাকে বলে ? [কু. বো. ২০০৮ ; রা. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০৩]
- ৩। শব্দের তীব্রতা বলতে কি বুঝ ? [কু. বো. ২০০৮ ; চ. বো. ২০০২ ; রা. বো. ২০০২]
- ৪। তরঙ্গমুখ কি ? [রা. বো. ২০০৫ ; সি. বো. ২০০৮ ; কু. বো. ২০০৩ ; চ. বো. ২০০১ ; য. বো. ২০০৫]
- ৫। স্থির তরঙ্গ অঙ্কন কর এবং এতে লিখিত কর। [য. বো. ২০০৮ ; চ. বো. ২০০৩]
- ৬। তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও বিস্তার কাকে বলে ? [চ. বো. ২০০৮]
- ৭। তরঙ্গের উপরিপাতন কাকে বলে ? [রা. বো. ২০০৫ ; ব. বো. ২০০৮ ; কু. বো. ২০০২]
- ৮। উপরিপাতন নীতি কি ? [সি. বো. ২০০৬ ; ব. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০২]
- ৯। শব্দের প্রাবল্য বলতে কি বুঝ ? [ব. বো. '০৪]
- ১০। শব্দের ব্যতিচার কি ? [চ. বো. ২০০৬, ২০০২ ; ব. বো. ২০০৪ ; সি. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০০ ; চ. বো. ২০০০ ; রা. বো. ২০০০]
- বা, শব্দের ব্যতিচার কাকে বলে ? [কু. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৮]
- ১১। আড় তরঙ্গ ও লম্বিক তরঙ্গ কাকে বলে ? [রা. বো. ২০০৩]
- ১২। শব্দের ব্যতিচার ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০০৫ ; ব. বো. ২০০৩]
- ১৩। অগ্রগামী তরঙ্গ কাকে বলে ? [চ. বো. ২০০৫ ; রা. বো. ২০০২]
- ১৪। শব্দ কি ? কিভাবে উৎপন্ন হয় ? [চ. বো. ২০০০]
- ১৫। সহজ দাও :
 (ক) স্থির তরঙ্গ
 (খ) অগ্রগামী তরঙ্গ
 (গ) তরঙ্গ
 (ঘ) শব্দের তীব্রতা
 (ঙ) তরঙ্গমুখ [কু. বো. ২০০৮]
- (ট) দশা
 (ছ) স্থির তরঙ্গ
 (জ) বিস্তার
 (ঝ) আড় বা অনুপস্থ তরঙ্গ
 (ঝঃ) অনুদৈর্ঘ্য বা লম্বিক তরঙ্গ [কু. বো. ২০০২ ; চ. বো. ২০০২ ; য. বো. ২০০০]
- (ট) সুস্পন্দ বিলু
 (ঠ) নিস্পন্দ বিলু
 (ড) তরঙ্গদৈর্ঘ্য [চ. বো. ২০০৬, ২০০৩ ; চ. বো. ২০০৬, ২০০২ ; সি. বো. ২০০৬, ২০০১ ;
 রা. বো. ২০০০ ; য. বো. ২০০০]
- (চ) তরঙ্গ শীর্ষ বা ছূড়া ;
 (গ) তরঙ্গপাদ বা খাঁজ। [চ. বো. ২০০৩ ; ব. বো. ২০০১]
- ১৬। পরপর দুটি সুস্পন্দ বিলু বা দুটি নিস্পন্দ বিলুর দূরত্ব কত ? [চ. বো. ২০০২ ; সি. বো. ২০০২ ; য. বো. ২০০০]
- ১৭। একটি তরঙ্গের বেগ, তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং কম্পাঙ্কের সম্পর্ক লিখ। [চ. বো. ২০০২ ; কু. বো. ২০০০]
- ১৮। তরঙ্গের দশা পার্থক্য ও পথ পার্থক্যের সম্পর্ক লিখ। [কু. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০১ ; ব. বো. ২০০১ ; রা. বো. ২০০০]

রচনামূলক প্রশ্ন :

- ১। অনুদৈর্ঘ্য ও অনুপস্থ তরঙ্গ কি ? অগ্রগামী তরঙ্গের তিনটি বৈশিষ্ট্য লিখ। [কু. বো. ২০০৫]
- ২। অনুপস্থ ও অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্যগুলো লিখ। [চ. বো. ২০০৫ ; ব. বো. ২০০৩ ; সি. বো. ২০০২ ; চ. বো. ২০০০]
- ৩। অগ্রগামী তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যগুলো লিখ। [রা. বো. ২০০১]
- ৪। অগ্রগামী তরঙ্গের ক্ষেত্রে $y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$ সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা কর। যেখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। [সি. বো. ২০০৪ ; চ. বো. ২০০১]
- অথবা, একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ প্রতিপাদন কর। [চ. বো. ২০০৬, ২০০৩ ; কু. বো. ২০০৫ ;
 সি. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৩ ; রা. বো. ২০০৬, ২০০২ ; য. বো. ২০০২ ; ব. বো. ২০০২]
- ৫। স্থির তরঙ্গ কিভাবে সৃষ্টি হয় ? স্থির তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য লিখ। [ব. বো. ২০০৪]
- ৬। স্থির তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যসমূহ কি কি ? [কু. বো. ২০০৪ ; সি. বো. ২০০৪ ; য. বো. ২০০২ ; চ. বো. ২০০১]
- ৭। গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে স্থির তরঙ্গ কিভাবে সৃষ্টি হয় তা আলোচনা কর (বা ব্যাখ্যা কর)।
 , [ব. বো. ২০০৬, ২০০১ ; চ. বো. ২০০৫, ২০০৮ ; রা. বো. ২০০৫ ; কু. বো. ২০০৩ ; সি. বো. ২০০৩ ;
 চ. বো. ২০০২ ; রা. বো. ২০০৩]
- অথবা, স্থির তরঙ্গের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

- ৮। অগ্রগামী ও স্থির তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য আলোচনা কর। [রা. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৪]
- ৯। দেখাও যে, শব্দ একটি অগ্রগামী অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ। [ব. বো. '০৩]
- ১০। সুস্পন্দ বিলু ও নিস্পন্দ বিলুর শর্তগুলো দেখাও। [রা. বো. ২০০৫ ; সি. বো. ২০০২]
- ১১। স্থির তরঙ্গে সুস্পন্দ বিলু উভয়ের শর্ত আলোচনা কর। [ঘ. বো. ২০০১]
- ১২। স্থির তরঙ্গে নিস্পন্দ বিলু উভয়ের শর্ত আলোচনা কর।
- ১৩। শব্দের উপরিপাতন ব্যাখ্যা কর।
- ১৪। স্থির তরঙ্গের সমীকরণ প্রতিপাদন করে সুস্পন্দ বিলু ও নিস্পন্দ বিলু সূচিত শর্ত আলোচনা কর। [কু. বো. ২০০৬, ২০০১ ; চ. বো. ২০০৫ ; ঘ. বো. ২০০৩]
- ১৫। শব্দের ব্যতিচার সূচিত গাণিতিক বিশ্লেষণ বর্ণনা কর এবং ব্যতিচার হওয়ার শর্ত প্রতিপাদন কর। [সি. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৩ ; কু. বো. ২০০১ ; চ. বো. ২০০১ ; রা. বো. ২০০০]
- ১৬। গাণিতিকভাবে শব্দতরঙ্গের ব্যতিচার ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০০৪ ; রা. বো. ২০০৩ ; ঢ. বো. ২০০২ ; সি. বো. ২০০১]
- ১৭। শব্দের ব্যতিচারের বিশ্লেষণ দাও। ধৰ্মসাত্ত্বক ও গঠনমূলক ব্যতিচারের শর্ত প্রতিপাদন কর। [ঘ. বো. ২০০৬, ২০০৪]
- ১৮। $v = n\lambda$ সমীকরণটি প্রতিপাদন কর। [কু. বো. ২০০২ ; সি. বো. ২০০২ ; ঘ. বো. ২০০১]
- ১৯। গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে গঠনমূলক ও ধৰ্মসাত্ত্বক ব্যতিচার ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০৫]
- গাণিতিক সমস্যাবলি :**
- ১। দুটি সূর শলাকা কর্তৃক বাযুতে উৎপন্ন শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 0.65 m ও 1.95 m । এদের কম্পাঙ্ক তুলনা কর। [উঁ : ৩ : ১]
 - ২। তিনটি সূর শলাকার কম্পনের পর্যায়কাল যথাক্রমে 0.008 , 0.0025 ও 0.00125 s । বাযুতে এদের শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় কর। [উঁ : ৩২ : ১০ : ৫]
 - ৩। তিনটি সূর শলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 123 , 369 এবং 615 Hz । এরা বাযুতে যে তরঙ্গ সূচি করে তাদের দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় কর। [উঁ : ৫ : ৫ : ৩]
 - ৪। একটি সূর শলাকার কম্পাঙ্ক 264 Hz । সূর শলাকা হতে 42.5 m দূরে শব্দ যাওয়ার সময় অবকাশে শলাকাটি কতটি কম্পন সম্পন্ন করবে ? [বাযুতে শব্দের বেগ = 340 ms^{-1}] [উঁ : ৩৩ বার]
 - ৫। তরঙ্গস্থিত একটি কণার 10টি পূর্ণ কম্পনের সময়ে তরঙ্গ কোন মাধ্যমে 7 m দূরত্ব অতিক্রম করে। তরঙ্গ উৎসের কম্পাঙ্ক 480 Hz হলে ঐ মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর। [উঁ : 336 ms^{-1}]
 - ৬। তরঙ্গ উৎস যে সময়ে একটি নির্দিষ্ট সংখ্যক পূর্ণ কম্পন দেয় ঐ সময়ে মাধ্যমের 12 m দূরে অবস্থিত দুটি কণার একটি অপরাটি অপেক্ষা 10টি পূর্ণ কম্পন কর দেয়। তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। মাধ্যমে তরঙ্গের দুর্তি 360 ms^{-1} হলে, তরঙ্গ উৎসের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উঁ : $\lambda = 1.2 \text{ m}$ ও $n = 300 \text{ Hz}$]
 - ৭। 0.65 m ব্যবধানে অবস্থিত তরঙ্গের দুটি কণার মধ্যে দশা পার্থক্য 6.28 rad । মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ 332.8 m^{-1} হলে তরঙ্গ উৎসের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উঁ : ৫১২ Hz]
 - ৮। দুটি সূর শলাকার কম্পাঙ্কের পার্থক্য 32 Hz । বাযুতে শলাকা দুটির একটির শব্দ তরঙ্গ 9টি ও অপরটির শব্দ তরঙ্গ 10টি পূর্ণ কম্পন দিয়ে একই দূরত্ব অতিক্রম করলে কম্পাঙ্কহ্য নির্ণয় কর। [উঁ : 288 Hz ও 320 Hz]
 - ৯। কোন একটি মাধ্যমে 640 Hz এর 480 Hz কম্পাঙ্কের দুটি শব্দ তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 1 m হলে শব্দের বেগ কত ? [চ. বো. ২০০৪] [উত্তর : 1920 m]
 - ১০। একটি সূর শলাকা A মাধ্যমে 0.1 m ও B মাধ্যমে 0.15 m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট তরঙ্গ উৎপন্ন করে। A মাধ্যমে শব্দের বেগ 3 ms^{-1} হলে B মাধ্যমে শব্দ 6 s -এ কতদূর যাবে নির্ণয় কর। [উঁ : ২৭ m]
 - ১১। বাযু ও পানিতে 480 Hz কম্পাঙ্কের একটি শব্দ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 2.4 m । বাযুতে শব্দের বেগ 348 ms^{-1} হলে পানিতে শব্দের বেগ কত ? [উঁ : 1500 ms^{-1}]
 - ১২। বাযুতে শব্দ প্রবাহে সৃষ্টি তরঙ্গের পরপর দুটি বিপরীত দশাগ্রস্ত কণার মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.6 m । তরঙ্গ উৎসের কম্পাঙ্ক 300 Hz হলে বাযুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [উঁ : 360 ms^{-1}]
 - ১৩। একটি শব্দ উৎস হতে সৃষ্টি শব্দ তরঙ্গ উৎসটির 30 বার কম্পনের সময়ে বাযুতে 24 m দূরত্ব অতিক্রম করে। উৎসটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [বাযুতে শব্দের বেগ = 332 ms^{-1}] [উঁ : 415 Hz]
 - ১৪। 500 s^{-1} কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একটি তরঙ্গের বেগ কোন মাধ্যমে 350 ms^{-1} । তরঙ্গস্থিত 60° দশা পার্থক্যে অবস্থিত দুটি বিস্তৃত মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। কোন বিলুতে 10^{-3} s সময়ের ব্যবধানে দুটি সরণের মাঝে দশা পার্থক্য কত হবে ? [উঁ : 0.116 m ও $\pi \text{ rad}$]
 - ১৫। একই সরলরেখায় গতিশীল দুটি সাইন সদৃশ তরঙ্গের উভয়ের বিস্তার 0.05 m ও কম্পাঙ্ক 80 Hz । এদের দশা পার্থক্য 60° হলে তরঙ্গ দুটির মিলিত ক্রিয়ার কম্পাঙ্ক ও বিস্তার নির্ণয় কর। [উঁ : 80 Hz ও $0.05\sqrt{3} \text{ m}$]
 - ১৬। A মাধ্যমে শব্দের বেগ B মাধ্যমে শব্দের বেগের 5 গুণ। মাধ্যম দুটিতে একটি শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 4 m । B মাধ্যমে শব্দের বেগ 380 ms^{-1} হলে শব্দ উৎসের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উঁ : 380 Hz]

১৭। P ও Q দুটি মাধ্যমে শব্দের বেগ যথাক্রমে 300 ms^{-1} ও 340 ms^{-1} । মাধ্যম দুটিতে শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 0.2m হলে সুরশলাকার 50 কম্পনে শব্দ Q মাধ্যমে কতদূর যাবে? [কু. বো. ২০০৬] [উত্তর: 85m]

১৮। একটি তরঙ্গের দুটি কণা 0.175 m ব্যবধানে অবস্থিত। কণাদুয়ের মধ্যে দশা পার্থক্য 1.57 রেডিয়াম। তরঙ্গ উৎসের কম্পাঙ্ক 470 Hz হলে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর। [উৎ: 329 ms^{-1}]

১৯। গড় হিসাবে শব্দের সর্বনিম্ন উদঘাটিত পিচ হল 20 Hz ও সর্বোচ্চ উদঘাটিত পিচ হল 20000 Hz । বাযুতে উভয় পিচযুক্ত শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [ধর: $v = 320\text{ ms}^{-1}$] [উৎ: 16 m ও 0.016 m]

২০। 512 Hz কম্পাঙ্কের একটি শব্দ দুটি ভিন্ন পথে চলে আবার এক বিন্দুতে মিলিত হয়ে একই দিকে চলতে থাকে। পথদুয়ে তরঙ্গ দুটির অতিক্রান্ত দূরত্বের ব্যবধান ন্যূনতম 35 m হলে ঐ বিন্দুতে আদৌ কোন শব্দ শোনা যায় না। বাযুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [উৎ: 358.4 ms^{-1}]

২১। একটি স্থির তরঙ্গের সমীকরণ $y = 8 \sin \frac{\pi x}{6} \cos 64\pi t$ । এখানে x ও y সেণ্টিমিটারে ও t সেকেন্ডে নির্দিষ্ট। যে দুটি তরঙ্গের মিলিত ক্রিয়ায় স্থির তরঙ্গটি উৎপন্ন হয়েছে তাদের বিস্তার, কম্পাঙ্ক ও বেগ নির্ণয় কর। [উৎ: 0.04 m , 32 Hz ও 3.84 ms^{-1}]

২২। কোন একটি রশিতে সঞ্চারণরত একটি অনুপ্রস্থ তরঙ্গের সমীকরণ, $y = 0.1 \sin(2\pi t - \pi x)$, এখানে y ও x মিটারে ও t সেকেন্ডে প্রকাশিত। তরঙ্গটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক, বেগ ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। কণার সর্বাধিক অনুপ্রস্থ বেগ নির্ণয় কর। [উৎ: (i) 0.1 m , (ii) 1 Hz , (iii) 2 ms^{-1} (iv) 2 m , (v) 0.628 ms^{-1}]

২৩। $y = 10 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0.02} - \frac{x}{15} \right)$. সমীকরণটি একটি অগ্রগামী তরঙ্গ প্রকাশ করছে। এক্ষেত্রে দৈর্ঘ্যের একক সেণ্টিমিটারে এবং সময়ের একক সেকেন্ডে দেয়া হয়েছে। এ তরঙ্গের বিস্তার, কম্পাঙ্ক, তরঙ্গাদৈর্ঘ্য এবং তরঙ্গ বেগ নির্ণয় কর। [উৎ: 10 cm ; 50 Hz ; 15 cm ; 75 cms^{-1}]

২৪। $y = 10 \sin(140\pi t - 0.08\pi x)$, x ও y এর একক সেণ্টিমিটার ও t -এর একক সেকেন্ডে হলে ঐ তরঙ্গের দুটি, বিস্তার ও কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উৎ: 1750 cm s^{-1} , 10 cm , 70 Hz]

২৫। একটি তরঙ্গের পর্যায়কাল $T = 0.03\text{ s}$ এবং বিস্তার $A = 5 \times 10^{-3}\text{ m}$ । তরঙ্গস্থিত কোন কণার গতি সরলচন্দ্রিত গতি হলে 60° দশা পার্থক্যে কণাটির সরণ ও বেগ নির্ণয় কর। [উৎ: $4.3 \times 10^{-3}\text{ m}$; 0.523 ms^{-1}]

২৬। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 0.1 \sin \left(20\pi t - \frac{20\pi}{17}x \right)$ মিটার হলে তরঙ্গটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গ বেগ কত? [য. বো. ২০০৩] [উৎ: 0.1 m ; 100 Hz ; 170 ms^{-1}]

২৭। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 0.5 \sin \pi \left(100t - \frac{x}{3.4} \right)$, এখানে সব ক্যাটি রাশি S. I. এককে প্রদত্ত। তরঙ্গটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক, পর্যায়কাল ও বেগ নির্ণয় কর। [ঢ. বো. ২০০৬] [উৎ: 0.5 ; 50 Hz ; 0.02s ; 340 ms^{-1}]

২৮। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ হচ্ছে, $y = 0.00237 \sin(72.1x - 2.72t)$ । এখানে সবকটি রাশি S. I. এককে প্রদত্ত। তরঙ্গটির বিস্তার, তরঙ্গাদৈর্ঘ্য, কম্পাঙ্ক, পর্যায়কাল এবং বেগ বের কর। [উৎ: -0.00237 m ; 0.0871 m ; 0.43 Hz ; 2.31s ; 0.0375 ms^{-1}]

২৯। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 0.05 \sin(100\pi t - 3.14x)$; এখানে সবকটি রাশি এস. আই. এককে প্রদত্ত। তরঙ্গটির বিস্তার, তরঙ্গাদৈর্ঘ্য, কম্পাঙ্ক, বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। [উৎ: 0.05 m ; 2 m ; 50 Hz ; 100 ms^{-1} ; 0.02s]

৩০। একটি তারের উপর উৎপন্ন একটি অনুপ্রস্থ তরঙ্গের সমীকরণ $y = 0.5 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0.5} - \frac{x}{50} \right)$; এখানে x , y সেণ্টিমিটারে এবং t সেকেন্ডে প্রকাশ করা হয়েছে। তরঙ্গটির বিস্তার, তরঙ্গাদৈর্ঘ্য, কম্পাঙ্ক, বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। [উৎ: 0.5 cm ; 50 cm ; 2 Hz ; 100 cms^{-1} ; 0.5s]

১৮-১ সূচনা

Introduction

আমরা জানি, শব্দ প্রকার শক্তি। এই শক্তি শব্দ উৎস হতে নিঃসৃত হয়ে পারিপার্শ্বিক মাধ্যমের মধ্য দিয়ে তরঙ্গাবৃপ্তি প্রবাহিত হয়। এই তরঙ্গাবৃলো আমাদের কানে শ্রবণানুভূতি জন্মায়। প্রতিদিন আমরা বিভিন্ন ধরনের শব্দ শুনি। এগুলোর কোনটা শুতিমধুর, আবার কতগুলো বিরক্তিকর। বাদ্যযন্ত্রের শব্দ, সুরেলা কঠের গান শুনতে ভাল লাগে, কিন্তু হাট-বাজার, রেল স্টেশনের কোলাহল, গাড়ির হর্ণ ইত্যাদি বিরক্তিকর মনে হয়। এই অধ্যায়ে সুরযুক্ত শব্দ, অপসূর, শব্দের তীব্রতা, স্বরকম্প, টানা তারে কম্পন, বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্র প্রভৃতি আলোচনা করা হবে।

১৮-২ সূর, স্বর, সমমেল বা হারমোনিক

Tone, Note and Harmonics

সূর : একটি মাত্র কম্পাঙ্কবিশিষ্ট শব্দকে সূর বলে। যেমন একটি সুরশলাকা হতে যে শব্দ নিঃসৃত হয় তা সূর কেননা এর একটিই কম্পাঙ্ক থাকে। শব্দ সৃষ্টিকারী উৎসের সরল ছন্দিত স্পন্দনের জন্য সূর সৃষ্টি হয়।

স্বর : একাধিক কম্পাঙ্কবিশিষ্ট শব্দকে স্বর বলে। যেমন বেহালা, ভায়োলিন, হারমোনিয়াম প্রভৃতি বাদ্যযন্ত্র হতে যে শব্দ নিঃসৃত হয় তা স্বর। আমরা যে কথা বুলি তাও স্বর, কেননা তা অনেকগুলো কম্পনের সমষ্টি। উৎসের পর্যাবৃত্ত গতির জন্য স্বর সৃষ্টি হয়।

কোন স্বর যে সব সুরের মিশ্রণে উৎপন্ন হয় তাদের মধ্যকার ন্যূনতম কম্পাঙ্কের সূরকে মূল সূর (Fundamental tone) বলে। সূর ছাড়া অন্য সকল সূর যার কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি তাদের উপসূর (over tone) বলে।

সমমেল বা হারমোনিক : উপসূরগুলোর কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হলে তাদেরকে সমমেল বা হারমোনিক বলে। যেমন কোন উপসূর মূল সুরের দ্বিগুণ হলে তাকে দ্বিতীয় হারমোনিক, তিনগুণ হলে তৃতীয় হারমোনিক ইত্যাদি বলে। প্রথম হারমোনিক বা মূল সূর ছাড়া সকল সমমেলই উপসূর। সূতরাং, সকল হারমোনিক উপসূর ; কিন্তু সকল উপসূর হারমোনিক নয়।

উদাহরণ : কোন বাদ্যযন্ত্র থেকে নিঃসৃত স্বরে 275, 290, 550, 762, 825 কম্পাঙ্কবিশিষ্ট সূর আছে। তাহলে 275 কম্পাঙ্কবিশিষ্ট সূরকে মূল সূর বলা হয়। বাকিগুলো সবই উপসূর। কিন্তু এদের মধ্যে 550, 825 কম্পাঙ্ক-বিশিষ্ট সূর যথাক্রমে দ্বিতীয় ও তৃতীয় সমমেল বা হারমোনিক; 290, 762 কম্পাঙ্কের সূর দুটি উপসূর ; কিন্তু সমমেল বা হারমোনিক নয়।

কোন স্বরের বেশির ভাগ শক্তি মূল সুরে বর্তমান থাকে, বাকি শক্তি উপসূরগুলোর মধ্যে থাকে। শক্তির এই বর্ণনের উপর স্বরের বৈশিষ্ট্য নির্ভর করে। কোন স্বরে সমমেল উপসূরের সংখ্যা যত বেশি হবে এবং অসমমেল উপসূরের সংখ্যা যত কম হবে, শব্দ তত শুতিমধুর হবে।

১৮-৩ সুরযুক্ত ও সুরবর্জিত শব্দ

Musical sound and noise

আমরা যে শব্দ শুনি তাকে প্রধানত দু'ভাগে ভাগ করা যায়। যথা—

(ক) সুরযুক্ত শব্দ বা সুশ্রাব্য শব্দ এবং

(খ) সুরবর্জিত শব্দ বা কোলাহল।

(ক) সুরযুক্ত শব্দ বা সুশ্রাব্য শব্দ : উৎসের কম্পন নিয়মিত বা অপর্যাপ্ত হলে যে শব্দের সৃষ্টি হয় তাকে সুরযুক্ত বা সুশ্রাব্য শব্দ বলে। যেমন পিয়ানো, ভায়োলিন, গীটার, বাঁশি ইত্যাদি হতে নির্গত শব্দ সুশ্রাব্য শব্দ।

সুরযুক্ত বা সুশ্রাব্য শব্দ শুতিমধুর। এটা কানে আনন্দের অনুভূতি জন্মায়।

(খ) সুরবর্জিত শব্দ বা কোলাহল : উৎসের কম্পন অনিয়মিত বা অপর্যাপ্ত হলে নিঃসৃত শব্দকে সুরবর্জিত শব্দ বা কোলাহল বলে। হাট-বাজারের হটগোল, মোটর গাড়ির হর্ণ, কল-কারখানার শব্দ ইত্যাদি সুরবর্জিত শব্দ। সুরবর্জিত শব্দ বা কোলাহল বিরক্তিকর ও পীড়াদায়ক।

তবে সুশ্রাব্য শব্দ ও শুতিকৃট শব্দের মধ্যে কোন সুস্পষ্ট বিভেদ রেখা টানা যায় না। শ্রোতার আপেক্ষিক পছন্দের দ্বারা সাধারণত এই দুই প্রকার শব্দের পার্থক্য করা যায়। অনেক সময় সুশ্রাব্য শব্দের মধ্যে স্বনকের অনিয়মিত কম্পন পরিলক্ষিত হয়, আবার সুরাবাহিত বা শুতিকৃট শব্দের মধ্যেও অনেক সময় স্বনকের নিয়মিত কম্পন লক্ষ, করা যায়। একই শব্দ অবস্থাতে কারও নিকট সুশ্রাব্য আবার কারও নিকট কলরব মনে হয়। বর্ষাকালে তেকের ডাক, বৃষ্টির টাপুর টুপুর শব্দ, ঘৰণার পানির শব্দ কলরব হলেও আমাদের নিকট এরা সুশ্রাব্য মনে হয়।

১৮-৪ শব্দের বৈশিষ্ট্য

Characteristics of Musical sound

শব্দের উৎসের কম্পনের পার্থক্যতে দ্বারা একটি শব্দের উৎপত্তি হয়। সুরযুক্ত শব্দের তিনটি প্রধান বৈশিষ্ট্য রয়েছে। যথা—(১) শব্দোচ্চতা ও তীব্রতা বা প্রাবল্য ; (২) তীক্ষ্ণতা এবং (৩) জাতি বা গুণ।

১। শব্দোচ্চতা ও তীব্রতা বা প্রাবল্য (Loudness and Intensity) :

শব্দোচ্চতা : যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা একটি শব্দ অন্য একটি শব্দ হতে কত বেশি জোরালো তা বুঝা যায় তাকে শব্দের শব্দোচ্চতা বলে।

তীব্রতা বা প্রাবল্য : শব্দের গতিপথে নম্বরভাবে অবস্থিত কোন বিন্দুর চারপাশে একক ক্ষেত্রফলের মধ্যে দিয়ে যে পরিমাণ শক্তি প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত হয় তাকে শব্দের তীব্রতা বা প্রাবল্য বলে।

শব্দোচ্চতা শব্দের তীব্রতার উপর নির্ভরশীল হলেও তা তীব্রতার সমানুপাতিক নয়। শব্দোচ্চতা বাস্তির অনুভূতি নির্ভর। একই তীব্রতার শব্দ ভিন্ন ভিন্ন শব্দোচ্চতার অনুভূতি সৃষ্টি করতে পারে।

শব্দের তীব্রতা বা প্রাবল্যের একক Wm^{-2} ।

পূর্বের অধ্যায়ে আমরা তরঙ্গের তীব্রতা I-এর সমীকরণ পেয়েছি, $I = 2\pi^2 \rho a^2 n^2 v$, এখানে ρ = মাধ্যমের ঘনত্ব, a = তরঙ্গের বিস্তার, n = কম্পাঙ্ক এবং v = মাধ্যমে তরঙ্গের দুর্তি। শব্দ অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ। সুতরাং শব্দের তীব্রতার সমীকরণও একই। উপরের সমীকরণ হতে দেখা যায় যে শব্দের তীব্রতা মাধ্যমের ঘনত্ব, শব্দ তরঙ্গের বিস্তার, কম্পাঙ্ক ও দ্রুতির উপর নির্ভরশীল।

(ক) মাধ্যমের ঘনত্ব : শব্দের তীব্রতা মাধ্যমের ঘনত্বের সমানুপাতিক। শব্দের তীব্রতা I এবং মাধ্যমের ঘনত্ব ρ হলে, $I \propto \rho$ । মাধ্যম যত ঘন হবে শব্দের তীব্রতাও তত বেশি হবে।

(খ) উৎসের কম্পন বিস্তার : শব্দের তীব্রতা শব্দ সৃষ্টিকারী উৎসের কম্পনের বিস্তারের বর্ণের সমানুপাতিক। তীব্রতা I এবং বিস্তার n হলে, $I \propto n^2$ । শব্দ তরঙ্গের বিস্তার বাড়লে শব্দের তীব্রতা বাড়ে। এ কারণে একটি বস্তুকে মৃদু আঘাত করলে ক্ষীণ সুর নির্গত হয়, কিন্তু জোরে আঘাত করলে কম্পনের বিস্তারও সুরের তীব্রতা বৃদ্ধি পায়।

(গ) উৎসের কম্পাঙ্গক : শব্দের তীব্রতা কম্পাঙ্গের বর্ণের সমানুপাতিক। তীব্রতা I এবং কম্পাঙ্গ n হলে, $I \propto n^2$ । কম্পাঙ্গক বাড়লে শব্দের তীব্রতাও বাড়ে।

(ঘ) মাধ্যমের দৃতি : কোন মাধ্যমে শব্দের তীব্রতা ঐ মাধ্যমে শব্দের দ্রুতির সমানুপাতিক। যে মাধ্যমে শব্দের দৃতি বেশি ঐ মাধ্যমে শব্দের তীব্রতাও বেশি হবে। $E \propto V$

উপরের বিষয়গুলো ছাড়াও শব্দের তীব্রতা উৎসের আকার, উৎস হতে শ্রোতার দূরত্ব, অন্যান্য বস্তুর উপস্থিতি এবং মাধ্যমের গতির উপর নির্ভর করে।

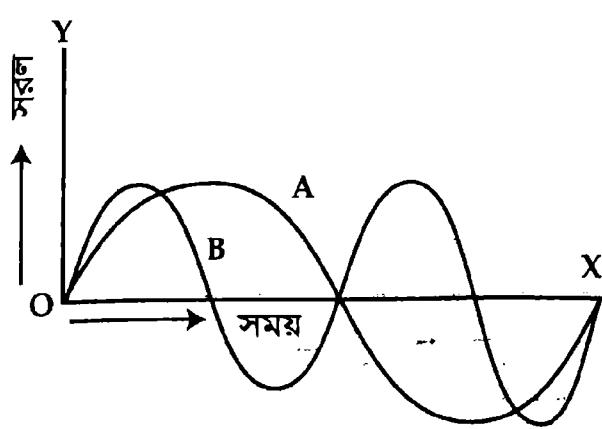
(ঙ) উৎসের আকার : শব্দ সৃষ্টিকারী উৎসের আকার বড় হলে শব্দতরঙ্গ বেশি পরিমাণে শক্তি সঞ্চালিত করতে পারে, ফলে শব্দের তীব্রতাও বৃদ্ধি পায়। এ কারণে বড় বড় ঘণ্টার শব্দ বহুদূর থেকে শোনা যায়।

(চ) উৎস থেকে শ্রোতার দূরত্ব : শব্দ উৎস হতে গ্রোলীয় তরঙ্গাকারে চতুর্দিকে ছড়িয়ে পড়ে। উৎস হতে শব্দশক্তি যত দূরে যায় শব্দ তত বেশি এলাকায় ছড়িয়ে পড়ে, ফলে একক ক্ষেত্রফলের উপর শব্দ প্রবাহের হার কমে যায়। তীব্রতা দূরত্বের বর্ণের ব্যস্তানুপাতিক। তীব্রতা I এবং উৎস হতে শ্রোতার দূরত্ব r হলে, $I \propto \frac{1}{r^2}$ । এ জন্য শব্দের উৎস হতে শ্রোতার দূরত্ব যত বৃদ্ধি পাবে শব্দের তীব্রতা তত হ্রাস পাবে।

(ছ) অন্যান্য বস্তুর উপস্থিতি : উৎসের কাছাকাছি অনুনাদ ও পরবশ কম্পন সৃষ্টিকারী কোন বস্তু থাকলে শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি পায়। এজন্যই তারের বাদ্যযন্ত্রের তারগুলোকে ফাঁকা কাঠের বাক্সের উপর বসানো হয়। উৎসের নিকটে প্রতিফলক থাকলেও শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি পায়।

(জ) মাধ্যমের গতি : মাধ্যমের গতির দিকে শব্দ সঞ্চালিত হলে শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি পায়, বিপরীত দিকে সঞ্চালিত হলে তীব্রতা কমে।

২। তীক্ষ্ণতা (Pitch) : শব্দের যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা কোন সুর চড়া ও কোন সুর মোটা তা বুঝা যায় তাকে তীক্ষ্ণতা বলে। হারমোনিয়ামের বাম দিক হতে ডান দিকের সুর ক্রমশ চড়া হয়।



চিত্র ১৮.১

শব্দের তীক্ষ্ণতা শব্দ সৃষ্টিকারী বস্তুর কম্পাঙ্গের উপর নির্ভর করে। কম্পাঙ্গ যত বেশি হবে শব্দের তীক্ষ্ণতা তত বৃদ্ধি পাবে। কাজেই শুধু তরঙ্গ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট শব্দের তীক্ষ্ণতা বেশি ও বড় তরঙ্গ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট শব্দের তীক্ষ্ণতা কম। পুরুষ অপেক্ষা স্ত্রীগোক ও শিশুর কণ্ঠস্বরের কম্পাঙ্গক বেশি হয় রলে তাদের স্বরও চড়া হয়।

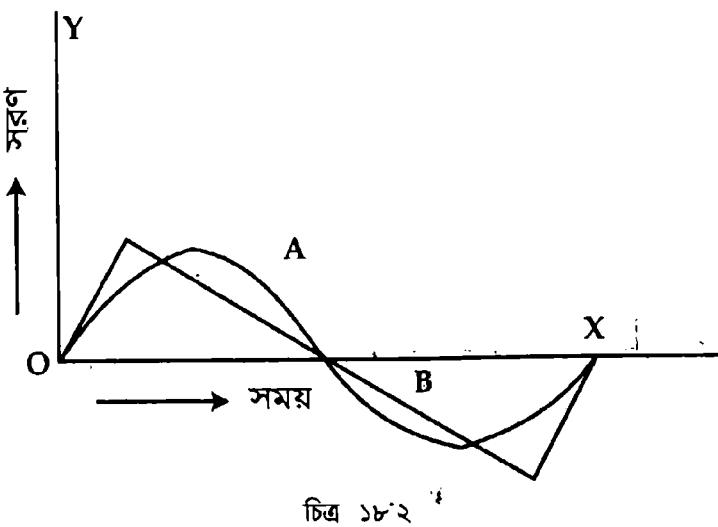
দুটি শব্দের মধ্যে তীক্ষ্ণতা ভিন্ন অন্য কোন পার্থক্য নেই কিন্তু আকার ও বিস্তারের মধ্যে কোন পার্থক্য থাকবে না। ১৮.১ নং চিত্রে তীক্ষ্ণতা ভিন্ন অন্য কোন পার্থক্য নেই এরূপ দুটি শব্দ তরঙ্গের সময়-সরণ রেখা A ও B দেখানো হয়েছে।

বই়হর কম

৩। জাতি বা গুণ (Quality) : যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা দুটি তিনি উৎস হতে নির্গত শব্দের তীব্রতা ও তীক্ষ্ণতা এক হলেও তাদের একটিকে অন্যটি হতে পৃথক করা যায়, তাকে তার জাতি বলে। এ বৈশিষ্ট্য দ্বারা একই গান বাঁশি ও সেতার হতে বাজালে ঐ গানের শব্দগুলো বাঁশির না সেতারের তা শোনামাত্র বুঝা যায়।

একটি সুরযুক্ত শব্দ যেসব সুরের মিশ্রণে সৃষ্টি হয় তাদের মধ্যে মূল সুরের কম্পাঙ্গক দ্বারা তার তীব্রতার পরিচয় পাওয়া যায় ; কিন্তু এ শব্দের জাতির পরিচয় পাওয়া যায়, শব্দে উপস্থিত (i) উপসুরগুলোর সংখ্যা দ্বারা, (ii) মূল সুরের কম্পাঙ্গের অনুপাত দ্বারা ও (iii) মূল সুরের তীব্রতা ও উপসুরগুলোর তীব্রতার অনুপাত দ্বারা।

কোন একটি সুরযুক্ত শব্দে উপস্থিত উপসুরের প্রভাবে শব্দ তরঙ্গের সময়-সরণ রেখার আকার ও সাথে সাথে জাতি বদলায়। ১৮.২ নং চিত্রে জাতি তিনি অন্য কোন প্রভেদ নেই এরূপ দুটি সুরযুক্ত শব্দ তরঙ্গের সময়-সরণ রেখা A ও B দেখানো হয়েছে।



১৮.৫ সুরযুক্ত শব্দ ও সুরবর্জিত শব্দ বা কোলাহল-এর মধ্যে পার্থক্য Distinction between musical sound and noise

সুরযুক্ত শব্দ এবং কোলাহলের মধ্যে নিম্নলিখিত পার্থক্য রয়েছে :

সুরযুক্ত শব্দ	কোলাহল
(১) সুরযুক্ত শব্দ শুতিমধুর ও আরামদায়ক।	(১) কোলাহল বা কলরব শুতিকৃত ও বিরক্তিকর।
(২) এটি শব্দ উৎসের নিয়মিত এবং পর্যায় কম্পনের ফলে সৃষ্টি হয়।	(২) এটি শব্দ উৎসের অনিয়মিত কম্পনের ফলে সৃষ্টি হয়।
(৩) এর তিনটি বৈশিষ্ট্য রয়েছে।	(৩) এর এরূপ কোন বৈশিষ্ট্য নেই।

১৮.৬ শব্দোচ্চতা, তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল

Loudness, Intensity and Intensity Level

মানুষের কান একটি স্বাভাবিক শব্দগ্রাহক যন্ত্র। উৎস হতে শব্দ তরঙ্গ মাধ্যমের মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত হয়ে আমাদের কানের পর্দায় কম্পন সৃষ্টি করে। এই কম্পন সংকেতে অনুসারে মস্তিষ্কে অনুভূতি সৃষ্টি করে এবং মস্তিষ্ক শব্দের প্রকৃতি বিশ্লেষণের মাধ্যমে শব্দ জোরালো না ক্ষীণ তা চিহ্নিত করে। মানুষের কান এত সংবেদনশীল (sensitive) যে অতি ক্ষীণ এবং অত্যন্ত জোরালো শব্দ শুনতে পায়। ক্ষীণ এবং জোরালো শব্দের অনুপাত 10^{13} । এই সীমার মধ্যে সৃষ্টি শব্দ আমরা শুনতে পাই।

শব্দোচ্চতা হচ্ছে মূলত কর্ণের অনুভূতি। এটি শারীরবৃত্তীয় বিষয় (physiological phenomenon), তোত বিষয় নয়। শব্দোচ্চতা শব্দগ্রেনের মাত্রা প্রকাশ করে। শব্দোচ্চতা বলতে শব্দ কর্তা জোরে হচ্ছে তা বুঝায়। সুতরাং, শব্দোচ্চতার নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেওয়া যায় :

সংজ্ঞা : যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা একটি শব্দ অন্য একটি শব্দ হতে কত বেশি জোরালো তা বুঝা যায় তাকে শব্দোচ্চতা বলে। লক্ষণীয় যে, শব্দোচ্চতার সংজ্ঞা ব্যক্তি নির্ভর। একই তীব্রতার বিভিন্ন কম্পাঙ্গের শব্দ শ্রোতার কাছে কম-বেশি জোরে মনে হতে পারে। শব্দোচ্চতা শব্দের তীব্রতা দ্বারা নির্ধারিত হয়। তীব্রতা যত বাড়ে শব্দোচ্চতা

তত বেশি জোৱালো হয়। তবে শব্দোচ্চতা শব্দের তীব্রতার সাথে সমানুপাতিক হাবে বাড়ে না। শব্দোচ্চতা ও শব্দের তীব্রতার সম্পর্ক নিচে আলোচনা কৰা হল।

তীব্রতা : শব্দের তীব্রতা একটি সুনির্দিষ্ট তৌত রাশি। তীব্রতার সংজ্ঞা নিম্নরূপ :

সংজ্ঞা : শব্দ সঞ্চালনের অভিযুক্তের সাথে লম্বভাবে স্থাপিত একক ক্ষেত্ৰফলের মধ্য দিয়ে যে পরিমাণ শক্তি প্ৰতি সেকেন্ডে প্ৰবাহিত হয় তাকে তীব্রতা বলে। একে I দ্বাৰা প্ৰকাশ কৰা হয়। তীব্রতার একক $Js^{-1} m^{-2}$ বা Wm^{-2} ।

পূৰ্বে উল্লেখ কৰা হয়েছে যে শব্দোচ্চতা তীব্রতার সাথে বাড়ে তবে সমানুপাতিক হাবে নয়। ওয়েবাৰ ফেচনাৰ (Weber Fechner) সূত্ৰ অনুসৰে শব্দোচ্চতা শব্দের তীব্রতার লগারিদম (Logarithm)-এর সমানুপাতিক। এই সূত্ৰানুসৰে শব্দোচ্চতা S এবং শব্দের তীব্রতা I হলে, এদেৱ মধ্যে সম্পৰ্ক হল,

$$\boxed{S \propto \log_{10} I}$$

$$\text{বা, } S = K \log_{10} I \quad (1)$$

শব্দের তীব্রতার একক Wm^{-2} হলেও ব্যবহাৰিক ক্ষেত্ৰে প্ৰমাণ তীব্রতার সাপেক্ষে একে পরিমাপ কৰা হয়। প্ৰমাণ তীব্রতা কি তা জানা দৱকাৰ।

প্ৰমাণ তীব্রতা (Standard intensity) : 1000 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট শব্দের শ্রাব্যতার সীমা $10^{-12} Wm^{-2}$ তীব্রতার সমানু ধৰা হয় এবং একেই প্ৰমাণ বা আদৰ্শ তীব্রতা বলে। অৰ্থাৎ 1000 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট $10^{-12} Wm^{-2}$ তীব্রতাকে প্ৰমাণ তীব্রতা বলে। একে I_0 দ্বাৰা সূচিত কৰা হয়। I_0 এৱে সাপেক্ষে সকল তীব্রতা পরিমাপ কৰা হয়।

তীব্রতা লেভেল : যে কোন শব্দের তীব্রতা এবং আদৰ্শ বা প্ৰমাণ তীব্রতার শব্দেৱ শব্দোচ্চতার পাৰ্থক্যকে তীব্রতা লেভেল বলে। অন্যভাৱে বলা যায়, কোন শব্দেৱ তীব্রতা ও প্ৰমাণ তীব্রতার অনুপাতেৱ লগারিদমকে ঐ শব্দেৱ তীব্রতা লেভেল বলে। তীব্রতা লেভেলকে ডেসিবেল (dB) এককে প্ৰকাশ কৰা হয়।

ব্যাখ্যা : ধৰা যাক, দুটি নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কেৱ শব্দেৱ তীব্রতা I ও I_0 এবং শব্দোচ্চতা যথাক্রমে S ও S_0 । এখন সমীকৰণ (1) হতে পাই

$$S \propto \log_{10} I$$

$$\text{বা, } S = K \log_{10} I$$

$$\text{আৰাৰ, } S_0 \propto \log_{10} I_0$$

$$\text{বা, } S_0 = K \log_{10} I_0$$

$$\text{শব্দোচ্চতার পাৰ্থক্য, } \beta = S - S_0 = K (\log_{10} I - \log_{10} I_0)$$

$$= K \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad (2)$$

এখানে K হচ্ছে ধ্রুবক। এটি এককেৱ উপৱ নিৰ্ভৰ কৰে। শব্দোচ্চতার পাৰ্থক্য β -কে তীব্রতা লেভেল বলা হয়। এখন I_0 যদি প্ৰমাণ তীব্রতা হয়, তবে যে কোন শব্দেৱ তীব্রতা লেভেল এবং ঐ প্ৰমাণ তীব্রতা লগারিদম অনুপাতে নিৰ্দেশিত হবে এবং একক বিহীন হবে।

এখন $K = 1$ এবং I_0 প্ৰমাণ তীব্রতা হলে শব্দোচ্চতার পাৰ্থক্যকে বেল (bel) বলা হয়। টেলিফোনেৱ আবিষ্কাৰক আলেকজান্ডোৱ গ্ৰাহাম বেলেৱ নামকৰণে এই এককেৱ নামকৰণ কৰা হয়েছে। শব্দোচ্চতার একক বেল খুবই বড় একক, তাই ডেসিবেল ব্যবহাৰ কৰা হয়। 1 বেলেৱ 1 দশমাংশকে 1 ডেসিবেল (dB) বলা হয়। এই ডেসিবেলই শব্দেৱ তীব্রতাৰ আদৰ্শ একক।

সমীকৰণ (2)-কে ডেসিবেলে লেখা যায়,

$$\beta = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) dB \quad (3)$$

বইঘর কম

যদি, $\beta = 1 \text{ dB}$ হয়, তবে

$$1 = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad \text{বা, } \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) = \frac{1}{10}$$

$$\frac{I}{I_0} = 1.26$$

এর অর্থ হল শব্দের তীব্রতার 26% পরিবর্তনের জন্য তীব্রতার লেভেল 1 dB পরিবর্তিত হয়। উল্লেখ্য, মানুষের কান 1 dB এর কম শব্দোচ্চতার পার্থক্য বুঝতে পারে না।

সমীকরণ (3) হতে দেখা যায়—

$$(i) \text{ যখন } I = 100 I_0, \text{ তখন } \beta = 10 \log_{10} (100) = 10 \log_{10} 10^2 = 20 \text{ dB}$$

$$(ii) \text{ যখন } I = 1000 I_0, \text{ তখন } \beta = 10 \log_{10} (1000) = 10 \log_{10} 10^3 = 30 \text{ dB}$$

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে যে দুটি শব্দের শব্দোচ্চতার পার্থক্য 20 dB হলে জোরালো শব্দ ক্ষীণ শব্দের চেয়ে 100 গুণ তীব্র বুঝায়। আবার পার্থক্য 30 dB হলে জোরালো শব্দ 1000 গুণ বেশি তীব্র বুঝায়।

এখন $I = I_0$ হলে, সমীকরণ (3) হতে পাই

$$\beta = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) = 0$$

শব্দোচ্চতার পার্থক্য বা তীব্রতা লেভেল শূন্যকে নিম্নতর প্রাণীয় সীমা বা শ্রাব্যতার সীমা বলে।

শব্দোচ্চতার সর্বোচ্চ সীমা, $L = 10 \log_{10} 10^{12} = 120 \text{ dB}$ । এর চেয়ে বেশি তীব্রতার শব্দ কানে জ্বালা বা অস্ফিল উদ্বেক করে।

উপরের আলোচনা থেকে বেল ও ডেসিবেলের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেওয়া যায়।

বেল : শব্দের তীব্রতা যখন 10 গুণ বৃদ্ধি পায় তখন শব্দোচ্চতা যে পরিমাণ বাড়ে তাকে 1 বেল বলে।

ডেসিবেল : শব্দের তীব্রতা যখন $10^{0.1}$ গুণ বৃদ্ধি পায় তখন শব্দোচ্চতা যতটুকু বাড়ে তাকে 1 ডেসিবেল বলে। অন্যভাবে বলা যায়, 1 বেলের দশভাগের এক ভাগকে 1 ডেসিবেল বলে।

কোন শব্দ উৎসের তীব্রতা I_1 হতে I_2 -তে পরিবর্তিত হলে তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন হবে,—

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 = 10 \log_{10} \left(\frac{I_2}{I_1} \right) \text{ dB} \quad (4)$$

অনুরূপভাবে, শব্দ উৎসের ক্ষমতা P_1 হতে P_2 -তে পরিবর্তিত হলে তীব্রতা লেভেল বা ক্ষমতা লেভেলের পরিবর্তন হবে,

$$\Delta\beta = 10 \log_{10} (P_2 / P_1) \text{ dB} \quad (5)$$

1000 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট প্রমাণ তীব্রতার এক ডেসিবেল-এর একটি বিশুদ্ধ সুর যে প্রাবল্য সৃষ্টি করে তাকে কুন বলে। শব্দ প্রাবল্যের আরও একটি একক আছে। এর নাম সোন (Sone)। শ্রোতার শ্রাব্যতার সীমার 40 ডেসিবেল উক্তি 1000 Hz কম্পাঙ্কের একটি বিশুদ্ধ সুর যে প্রাবল্য সৃষ্টি করে তাকে ‘সোন’ বলে।

কয়েকটি শব্দের তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল

শব্দ	তীব্রতা, I (Wm^{-2})	আপেক্ষিক তীব্রতা, I/I_0	তীব্রতা লেভেল (db)
সর্বনিম্ন শ্রাব্য শব্দ	1×10^{-12}	10^0	0
পাতার মর্মর শব্দ:	1×10^{-11}	10^1	10
✓ ফিস্যুফাসানী	1×10^{-9}	10^3	30
✓ শ্রেণীকক্ষের শব্দ	1×10^{-7}	10^5	50
✓ স্বাভাবিক কথাবার্তা	1×10^{-6}	10^6	60
ব্যস্ততম রাস্তার শব্দ	1×10^{-5}	10^7	70
✓ কারখানার কোলাহল	1×10^{-3}	10^9	90
মাথার উপরের জেট প্রেনের শব্দ	1×10^{-2}	10^{10}	100
তীব্র বঙ্গনির্ধোষের শব্দ	1×10^{-1}	10^{11}	110
কানে বেদনা দানকারী সূচন শব্দ	1×10^0	10^{12}	120

১৮.৭ সিবেক-এর সাইরেনের সাহায্যে তীক্ষ্ণতা নির্ণয় Determination of pitch by Seebeck's siren

গঠন : এতে ধাতব পদাৰ্থ নিৰ্মিত একটি চাকতি থাকে [চিত্ৰ ১৮.৩]। এ চাকতিতে বিভিন্ন ব্যাসযুক্ত বৃত্তের পরিধিৰ উপৰ কতকগুলো ছিদ্ৰ আছে। বৃত্তগুলো চাকতিৰ সাথে সমকেন্দ্ৰিক এবং যে কোন বৃত্তেৰ ছিদ্ৰগুলো পৰস্পৰ হতে সমান দূৰে অবস্থিত। চাকতিটি তাৰ কেন্দ্ৰগামী একটি অনুভূমিক দণ্ডেৰ উপৰ এমনভাৱে বসানো থাকে যে তাকে যে কোন বেগে উন্নৰ্ম সমতলে ঘূৰানো যায়। এ ঘূৰন্নেৰ বেগ পৰিমাপেৰ জন্য চাকতিৰ সাথে একটি গতিমাপক যন্ত্ৰ থাকে। চাকতিটিৰ সম্মুখে একটি সুরু মুখ্যযুক্ত নলও আছে।

কাৰ্যগুলী : চাকতিটিকে একটি নিৰ্দিষ্ট বেগে ঘূৰতে দিয়ে নলেৰ মুখ যে কোন একটি ছিদ্ৰেৰ সম্মুখে ধৰে নলেৰ মধ্য দিয়ে জোৱে বাযু প্ৰবাহিত কৱলে ঐ বাযু পৰ্যায়কৰণে একবাৰ ছিদ্ৰেৰ মধ্য দিয়ে বেৱ হয়ে যায় এবং পৰক্ষণেই ছিদ্ৰ সৱে গেলে বাধা পায়। এভাৱে নলেৰ বাযুপ্ৰবাহ পৰ্যায়কৰণে বাধা প্ৰাপ্ত ও প্ৰবাহিত হৰাৱ ফলে চাকতিৰ অপৰ পাশেৰ বাযু আলোড়িত হয় এবং একটি শব্দেৰ সৃষ্টি হয়। এ শব্দেৰ কম্পাঙ্গ প্ৰতি সেকেন্ডে বাযুতে সৃষ্টি আলোড়নেৰ সংখ্যাৰ সমান। কাজেই চাকতিটিতে m ছিদ্ৰ থাকলে এবং প্ৰতি সেকেন্ডে চাকতিটিকে n বাৰ ঘূৰালে বাযুতে প্ৰতি সেকেন্ডে সৃষ্টি আলোড়নেৰ সংখ্যা, তথা নিৰ্ণত শব্দেৰ কম্পাঙ্গ, $N = m \times n$ । এই সৰীকৰণ অনুসাৱে :

(১) চাকতিটিকে জোৱে ঘূৰালে n এবং সাথে সাথে সৃষ্টি শব্দেৰ কম্পাঙ্গ ও তীক্ষ্ণতা বৃদ্ধি পাবে।

(২) নলেৰ সুৰু মুখ যতই বাইৱেৰ ছিদ্ৰ চক্ৰ হতে ভিতৱ্বেৰ ছিদ্ৰ চক্ৰেৰ দিকে সৱানো যাবে, শব্দেৰ কম্পাঙ্গ তথা তীক্ষ্ণতা তত হ্ৰাস পাবে, কেননা এতে m কম হবে।

সাইৱেনে কোন শব্দেৰ তীক্ষ্ণতা N নিৰ্ণয় কৱতে হলে সাইৱেনটিকে এমন একটি বেগে ঘূৰাতে হবে যাতে সাইৱেন কৰ্তৃক নিঃসৃত শব্দ ও পৱিক্ষাধীন শব্দেৰ তীক্ষ্ণতা সমান হয় অৰ্থাৎ শব্দ দুটি মিশে যায়। এ অবস্থায় ব্যবহৃত মোট ছিদ্ৰেৰ সংখ্যা m এবং গতিমাপক যন্ত্ৰে চাকতিৰ প্ৰতি সেকেন্ডেৰ আবৰ্তন সংখ্যা n হলে পৱিক্ষাধীন শব্দেৰ কম্পাঙ্গ, $N = m \times n$ । অনুৱৃপ্তভাৱে বিভিন্ন শব্দেৰ কম্পাঙ্গ প্ৰাৰম্ভ কৰে তাদেৱ কম্পাঙ্গ বা তীক্ষ্ণতাৰ অনুপাত নিৰ্ণয় কৱা যাবে।

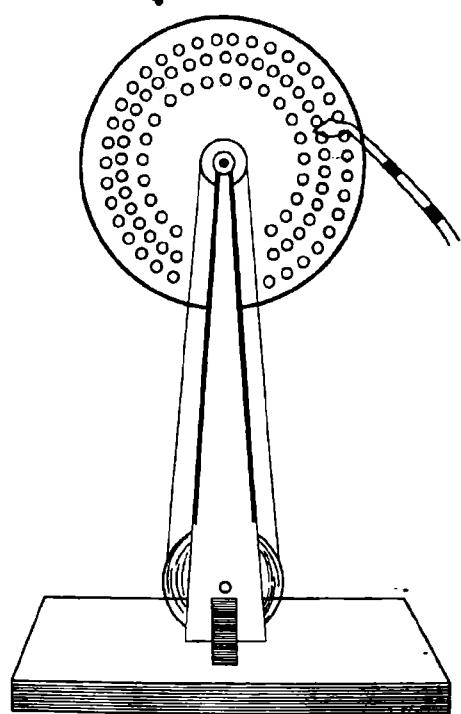
১৮.৮ বীট বা স্বৱকম্প

Beats

সমান বা প্ৰায় সমান তীক্ষ্ণতা ও প্ৰায় সমান কম্পাঙ্গেৰ দুটি শব্দ তৰঙ্গো একসঙ্গে উৎপন্ন কৱলে দেখা যাবে যে, শব্দ একটানা হচ্ছে না—একটি নিৰ্দিষ্ট সময় অন্তৰ/অন্তৰ একবাৰ বাড়ছে ও একবাৰ কমছে। শব্দেৰ তীক্ষ্ণতাৰ এৰূপ পৰ্যায়কৰণিক হ্ৰাস-বৃদ্ধিকে স্বৱকম্প বলে। প্ৰতি সেকেন্ডে শব্দেৰ তীক্ষ্ণতাৰ পৰ্যায়কৰণিক হ্ৰাস বা বৃদ্ধিৰ দ্বাৰা স্বৱকম্পেৰ সংখ্যা (বা কম্পাঙ্গ) নিৰ্ণয় কৱা হয়।

সংজ্ঞা : সমান বা প্ৰায় সমান তীক্ষ্ণতা এবং প্ৰায় সমান কম্পাঙ্গবিশিষ্ট একই দিকে অগ্ৰগামী দুটি শব্দ তৰঙ্গোৱ উপৱিপাতনেৰ ফলে শব্দেৰ লক্ষি প্ৰাৰম্ভেৰ হ্ৰাস-বৃদ্ধিৰ ঘটনাকে স্বৱকম্প বা বীট বলে।

ব্যাখ্যা : সমান কম্পাঙ্গেৰ দুটি সুৱ শলাকা লই এবং তাদেৱকে খাড়াভাৱে একটি ফাঁপা বাজেৰ উপৰ পাশাপাশি স্থাপন কৰি। এখন সুৱ শলাকা দুটিৰ একটিকে একবাৰ এবং অপৱটিকে আৱ একবাৰ একটি রবাৱেৰ প্ৰায়যুক্ত হাতুড়িতে আঘাত কৰি। দেখা যাবে তাৱা প্ৰায় একই রকম একটানা শব্দ উৎপন্ন কৱছে। এবাৱ সুৱ শলাকা



চিত্ৰ ১৮.৩

দুটিকে একই সাথে আঘাত করলে দেখা যাবে এখনও তারা একটানা শব্দ উৎপন্ন করছে ; কিন্তু শব্দের তীব্রতা অনেকখানি বৃদ্ধি পাচ্ছে। এখন একটি সূর শলাকার এক বাহুতে কিছুটা মোম লাগিয়ে একে তারী করি। এর কম্পাঙ্কে কিছুটা কমে যাবে এবং সূর শলাকা দুটির কম্পাঙ্কের মধ্যে কিছুটা পার্থক্য সৃষ্টি হবে। এ অবস্থায় সূর শলাকা দুটিকে একই সাথে আঘাত করে শব্দ উৎপন্ন করলে একটানা শব্দ শোনা যাবে না। শব্দ পর্যায়ক্রমে জোরে এবং ধীরে ধীরে শোনা যাবে। কাছাকাছি ভিন্ন কম্পাঙ্কের দুটি সূর শলাকা হতে উৎপন্ন শব্দ প্রাবল্যের এ রকম হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটবে। শব্দ তীব্রতার এ রকম হ্রাস-বৃদ্ধির নাম বীট বা স্বরকম্প এবং শব্দ তীব্রতার একটি বৃদ্ধি এবং একটি হ্রাস নিয়ে একটি বীট সৃষ্টি হয়।

দুটি শব্দ উৎসের ক্রিয়ায় প্রতি সেকেন্ডে ৫টি বীট উৎপন্ন হয়—এটি বলতে কি বুঝা ?

এটি বলতে নিম্নলিখিত বিষয়গুলো বুঝা যায় :

১। উৎসদ্বয়ের ক্রিয়ায় শব্দের তীব্রতা প্রতি সেকেন্ডে ৫ বার হ্রাস-বৃদ্ধি হয়।

২। উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্য $N = 5 \text{ Hz}$

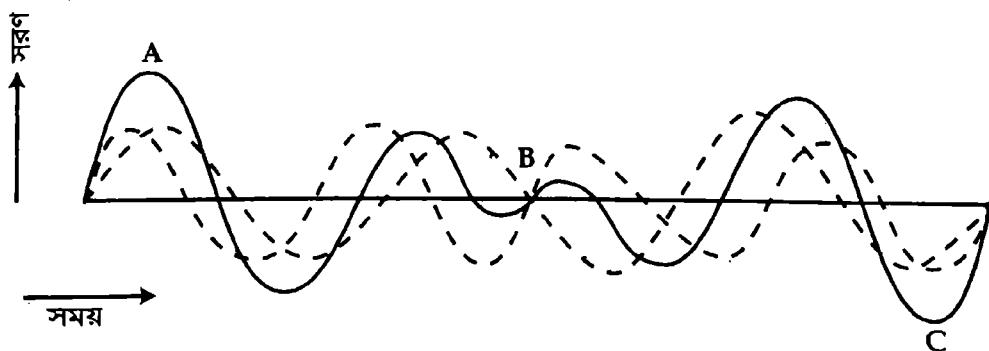
৩। উৎসদ্বয় হতে আগত শব্দ কোন বিন্দুতে বা কানে প্রতি সেকেন্ডে ৫ বার সমদশায় ও ৫ বার বিপরীত দশায় মিলিত হয়।

$$\checkmark \text{পর একটি সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন তীব্রতার মধ্যে সময়ের ব্যবধান} = \frac{1}{2n} = 0.1 \text{ সেকেন্ড।}$$

১৮-৯ বীট বা স্বরকম্প গঠনের কৌশল

Mechanism of formation of beats

প্রায় সমান কম্পাঙ্কবিশিষ্ট দুটি শব্দ তরঙ্গ মাধ্যমের কোন একটি কণার উপর মিলিত হবার পর তাদের মধ্যে দশা বৈশম্য সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয় এবং কোন এক মুহূর্তে কণাটির উপর তরঙ্গ সমদশায় আবার পরবর্তী মুহূর্তে তরঙ্গাদ্বয় বিপরীত দশায় ক্রিয়া করে। এজন্য তরঙ্গাদ্বয়ের মিলিত ক্রিয়ায় একটি নির্দিষ্ট সময় অন্তর অন্তর কণাটির সরণ তথ্য শব্দের তীব্রতা একবার সবচেয়ে বেশি হয় এবং আর একবার সবচেয়ে কম হয়। শব্দের তীব্রতার এই পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধিই স্বরকম্প।



চিত্র ১৮-৪

প্রায় সমান কম্পাঙ্কবিশিষ্ট দুটি সূর শলাকা লই। তাদেরকে আঘাত করে শব্দ তরঙ্গ উৎপন্ন করি। এ তরঙ্গ দুটি মাধ্যমের মধ্য দিয়ে চলতে থাকবে। এতে মাধ্যমের এক বিন্দুতে শব্দ তরঙ্গ দুটি কোন এক সময় সমদশায় এবং পরবর্তী অপর এক সময় বিপরীত দশায় মিলিত হবে। ১৮-৪ নং চিত্রে A বিন্দুতে দুটি শব্দ তরঙ্গ একই দশায় মিলিত, হওয়ায় লক্ষ্য শব্দের বিস্তার তরঙ্গ দুটির বিস্তারের যোগফলের সমান হবে। ফলে লক্ষ্য শব্দের তীব্রতা বেশি হবে। এখানে তরঙ্গ দুটিকে সূর রেখা এবং লক্ষ্য শব্দ তরঙ্গকে অবিচ্ছিন্ন মোটা রেখা দ্বারা সূচিত করা হয়েছে।

যতই সময় অতিবাহিত হবে ততই একটি তরঙ্গ অপরটিকে অতিক্রম করার চেষ্টা করবে। B বিন্দুতে তরঙ্গ দুটি বিপরীত দশায় থাকায় লক্ষ্য শব্দের বিস্তার তরঙ্গ দুটির বিস্তারের বিয়োগফলের সমান হবে। অতএব লক্ষ্য শব্দের তীব্রতা কম হবে। পুনরায় C বিন্দুতে তরঙ্গ দুটি একই দশায় থাকায় লক্ষ্য শব্দের বিস্তার তরঙ্গ দুটির বিস্তারের যোগফলের সমান হবে। ফলে লক্ষ্য শব্দের তীব্রতা অধিক হবে। এভাবে লক্ষ্য শব্দের তীব্রতার পর্যায়ক্রমে হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটবে। প্রতি সেকেন্ডে শব্দের পর্যায়ক্রমে হ্রাস বা বৃদ্ধি দ্বারা স্বরকম্পের সংখ্যা নির্ণীত হবে।

১৮.১০ বীট বা স্বরকম্পের গাণিতিক বিশ্লেষণ Mathematical analysis of beat

ধৰা যাক দুটি শব্দায়িত সূৱ শলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_1 ও n_2 ($n_1 > n_2$) এবং কম্পাঙ্ক দুটির পার্থক্য খুব বেশি নয়। আৱেজ ধৰা যাক শলাকা দুটি হতে আগত শব্দ তরঙ্গ মাধ্যমের কোন একটি কণার উপর সমদশায় আপত্তি হবার t সেকেন্ড পৰে তরঙ্গ দুটির দৱুন কণাটিৰ পৃথক সৱণ যথাক্রমে,

$$y_1 = a \sin 2\pi n_1 t \quad (4)$$

$$\text{ও } y_2 = b \sin 2\pi n_2 t \quad (5)$$

উপরিপাতনেৰ নীতি অনুসাৱে লক্ষি সৱণ,

$$y = y_1 + y_2 = a \sin 2\pi n_1 t + b \sin 2\pi n_2 t \quad (6)$$

যদি তরঙ্গ দুটিৰ বিস্তাৱ সমান অৰ্থাৎ $a = b$ হয়, তবে

$$\begin{aligned} y &= a (\sin 2\pi n_1 t + \sin 2\pi n_2 t) \\ &= 2a \sin \left\{ 2\pi \left(\frac{n_1 + n_2}{2} \right) t \right\} \cos 2\pi \frac{(n_1 - n_2)}{2} t \\ &= \left[2a \cos 2\pi \frac{(n_1 - n_2)t}{2} \right] \sin 2\pi \left(\frac{n_1 + n_2}{2} \right) t \end{aligned}$$

ধৰা যাক, $A = 2a \cos 2\pi \frac{(n_1 - n_2)t}{2}$ এবং $M = (n_1 + n_2)/2$

$$y = A \sin 2\pi M t \quad (7)$$

এটি সমীকৰণ (4) ও (5)-এৰ ন্যায় লক্ষি তরঙ্গেৰ সমীকৰণ। এৱ কম্পাঙ্ক M ও বিস্তাৱ A । এই বিস্তাৱ সময় ভেদে বিভিন্ন হবে। কাৱণ, শব্দ তরঙ্গ দুটি কোন একটি কণার উপৰ মিলিত হলে তাৰে মধ্যে দশা বৈষম্য সময়েৰ সাথে পৱিবৰ্তিত হয়। কোন এক মুহূৰ্তে কণাটিৰ উপৰ তরঙ্গাদ্য সমদশায় আবাৱ পৱিবৰ্তী মুহূৰ্তে বিপৰীত দশায় ক্ৰিয়া কৰে। এতে তরঙ্গাদ্যেৰ মিলিত ক্ৰিয়ায় একটি নিৰ্দিষ্ট সময় অন্তৰ অন্তৰ কণাটিৰ সৱণ তথা শব্দেৰ তীব্ৰতা একবাৱ সবচেয়ে বেশি হয় এবং আৱ একবাৱ সবচেয়ে কম হয়। শব্দেৰ এ পৰ্যায়ক্রমিক হাস-বৃদ্ধিতে স্বৱকম্পেৰ উৎপত্তি হয়। যেমন—

$$t = 0, \left(\frac{1}{n_1 - n_2} \right), \left(\frac{2}{n_1 - n_2} \right), \left(\frac{3}{n_1 - n_2} \right) \text{ ইত্যাদি হলে,}$$

$$A = 2a, -2a, 2a, -2a \text{ ইত্যাদি হবে।}$$

সূতৰাং এসব মুহূৰ্তে বিস্তাৱ সৰ্বাধিক হবে এবং শব্দ সবচেয়ে জোৱে শোনা যেতে পাৱে। কেননা শব্দেৰ তীব্ৰতা বিস্তাৱেৰ বৰ্গেৰ সমানুপাতিক।

আবাৱ, $t = \frac{1}{2(n_1 - n_2)}, \frac{3}{2(n_1 - n_2)}, \frac{5}{2(n_1 - n_2)}$ ইত্যাদি হলে, $A = 0$ হবে। সূতৰাং এসব মুহূৰ্তে কোন শব্দ শোনা যাবে না। অতএব দেখা যাচ্ছে যে, পৱ পৱ দুটি প্ৰবল শব্দ বা নিঃশব্দেৰ মধ্যে সময়েৰ ব্যবধান $T = \frac{1}{(n_1 - n_2)}$ এবং এটিই শব্দেৰ হাস বা বৃদ্ধিৰ তথা স্বৱকম্পেৰ পৰ্যায়কাল।

$$1 \text{ সেকেন্ডে স্বৱকম্পেৰ সংখ্যা বা কম্পাঙ্ক} = \frac{1}{T} = (n_1 - n_2) = \text{শব্দ দুটিৰ কম্পাঙ্কেৰ পার্থক্য।}$$

$$\text{সাধাৱণতাৰে লেখা যায়, } N = (n_1 - n_2)$$

এ সমীকৰণ অনুযায়ী বীটেৰ একক হবে “/ সেকেন্ড” বা “সেকেন্ড-১”

বীট উৎপত্তিৰ শৰ্ত :

১। বীট সৃষ্টিকাৰী শব্দ তরঙ্গ দুটি একই সময়ে উৎপন্ন হতে হবে।

২। তরঙ্গ দুটিৰ কম্পাঙ্ক ও তীব্ৰতা প্ৰায় সমান হতে হবে।

৩। তরঙ্গ দুটিৰ দৱুন মাধ্যমেৰ কোন একটি কণার সৱণ একই রেখায় হতে হবে।

বই়হর কম

৪। মাধ্যমের কোন একটি কণার উপর তরঙ্গ দুটি মিলিত হবার পর তাদের মধ্যে দশা বৈষম্য সময়ের সাথে পরিবর্তিত হবে।

৫। তরঙ্গ দুটির মিলিত ক্রিয়ার বিস্তার সময়ের সাথে পরিবর্তিত হবে।

১৮-১১ বীট বা স্বরকম্পের প্রয়োগ

Applications of beat

স্বরকম্পের তিনটি প্রয়োগ আছে ; যথ—

~~(১) স্বরকম্পের সাহায্যে সূর শলাকার অজ্ঞাত কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায়।~~

~~(২) স্বরকম্পের সাহায্যে খনিতে দৃষ্টিতে বাতাসের অস্তিত্ব নির্ণয় করা যায়।~~

~~(৩) বাদ্যযন্ত্রাদির সূর নির্ণয় করা যায়।~~

(১) অজ্ঞাত কম্পাঙ্ক নির্ণয় : অজ্ঞাত কম্পাঙ্ক নির্ণয়ের জন্য দুটি সূর শলাকা লই। তাদের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_1 এবং n_2 । এদের পার্থক্য সামান্য। n_2 জানা কম্পাঙ্ক। n_1 অজ্ঞাত কম্পাঙ্ক। তা নির্ণয় করতে হবে।

সূর শলাকা দুটিকে একই সঙ্গে আঘাত করে টেবিলের উপর ধরি। স্বরকম্প সৃষ্টি হলে প্রতি সেকেন্ডের স্বরকম্পের সংখ্যা গণনা করি।

মনে করি প্রতি সেকেন্ডে স্বরকম্পের সংখ্যা = N

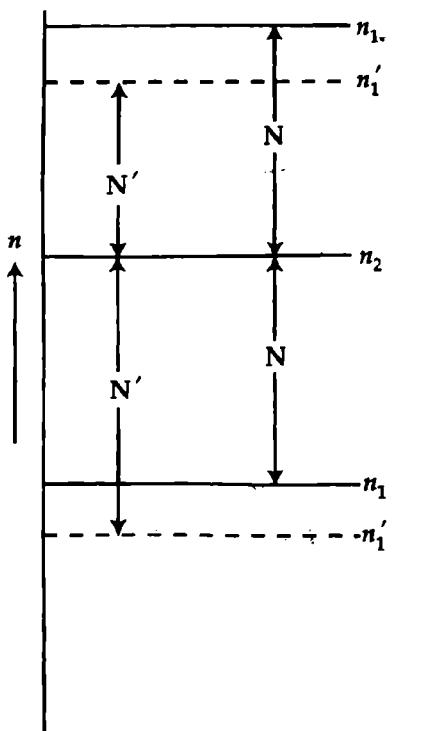
আমরা পাই, $N = n_1 \sim n_2$

এখন অজ্ঞাত কম্পাঙ্ক n_1 জানা কম্পাঙ্ক n_2 অপেক্ষা বড় বা ছোট হতে পারে।

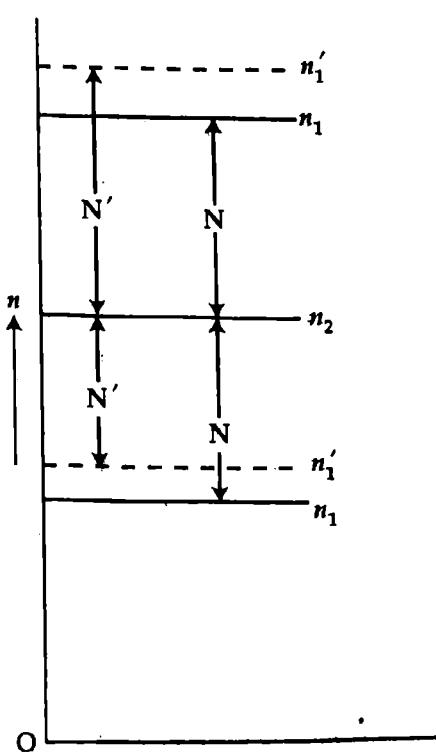
এবার পরীক্ষাধীন সূর শলাকা অর্ধাং অজ্ঞাত কম্পাঙ্কের সূর শলাকার গায়ে মোম লাগিয়ে শলাকা দুটিকে একত্রে শব্দায়িত করি এবং প্রতি সেকেন্ডের স্বরকম্পের সংখ্যা গণনা করি। ধরি বর্তমানে প্রতি সেকেন্ডে, সৃষ্টি স্বরকম্পের সংখ্যা N' [চি. ১৮-৫]। মোম লাগাবার ফলে সূর শলাকাটির ভার বাঢ়বে, ফলে তার স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক কমবে। ধরি তার বর্তমান কম্পাঙ্ক n_1' । এই পরীক্ষায় স্বরকম্পের সংখ্যা বাঢ়লে অর্ধাং $N' > N$ হলে বুঝতে হবে যে, তাদের কম্পাঙ্কের পার্থক্য বৃদ্ধি পেয়েছে। অতএব অজ্ঞাত কম্পাঙ্ক n_1 জানা কম্পাঙ্ক n_2 অপেক্ষা কম হবে।

অর্ধাং, $N = n_2 - n_1$ বা, $n_1 = n_2 - N$

আবার স্বরকম্পের সংখ্যা কমলে অর্ধাং $N' < N$ হলে বা স্বরকম্পের সংখ্যা পূর্বের সমান হলে অজ্ঞাত কম্পাঙ্ক n_1 জানা কম্পাঙ্ক n_2 অপেক্ষা বড় হবে।



(ক)



(খ)

অর্থাৎ, $N = n_1 - n_2$

বা, $n_1 = n_2 + N$

সিদ্ধান্ত : অজ্ঞাত কম্পাঙ্গের সুর শলাকায় ভর যুক্ত করলে যদি স্বরকম্পের সংখ্যা বৃদ্ধি পায় তবে অজ্ঞাত কম্পাঙ্গক জানা কম্পাঙ্গক অপেক্ষা ছোট হবে অর্থাৎ জানা কম্পাঙ্গক বড় ও অজ্ঞাত কম্পাঙ্গক ছোট এবং স্বরকম্পের সংখ্যা হ্রাস পেলে বা পূর্বের সমান হলে অজ্ঞাত কম্পাঙ্গক জানা কম্পাঙ্গক অপেক্ষা বড় হবে।

এভাবে স্বরকম্প গণনা করে অজ্ঞাত কম্পাঙ্গক নির্ণয় কৰা যায়।

পুনরায়, অজ্ঞাত কম্পাঙ্গের সুর শলাকাকে ঘষে ভর কমিয়ে তাদের একত্রে শৃঙ্খায়িত কৰি ও প্রতি সেকেন্ডে স্ফুর্ট স্বরকম্পের সংখ্যা গণনা কৰি। ধৰি বৰ্তমানে স্ফুর্ট স্বরকম্পের সংখ্যা N' [চিত্ৰ ১৪-৫]। সুর শলাকাটিৰ ভর কমালে তাৰ স্বাভাৱিক কম্পাঙ্গক বৃদ্ধি পায়। ধৰি তাৰ বৰ্তমান কম্পাঙ্গক n_1' । ভর কমানোৱ ফলে যদি স্বরকম্পের সংখ্যা বৃদ্ধি পায় অর্থাৎ $N' > N$ হয়, তবে অজ্ঞাত কম্পাঙ্গক n_1 জানা কম্পাঙ্গক n_2 অপেক্ষা বড় হবে,

অর্থাৎ, $N = n_1 - n_2$

বা, $n_1 = n_2 + N$

কিন্তু স্বরকম্পের সংখ্যা কমলে অর্থাৎ, $N' < N$ হলে অজ্ঞাত কম্পাঙ্গক n_1 জানা কম্পাঙ্গক n_2 অপেক্ষা ছোট হবে।

অর্থাৎ, $N = n_2 - n_1$

বা, $n_1 = n_2 - N$

সিদ্ধান্ত : অজ্ঞাত কম্পাঙ্গের সুর শলাকা হালকা কৰলে যদি স্বরকম্পের সংখ্যা বৃদ্ধি পায় তবে অজ্ঞাত কম্পাঙ্গক জানা কম্পাঙ্গক অপেক্ষা বড় হবে এবং স্বরকম্পের সংখ্যা হ্রাস পেলে অথৰা পূৰ্বেৰ সমান থাকলে অজ্ঞাত কম্পাঙ্গক জানা কম্পাঙ্গক অপেক্ষা ছোট হবে।

বিঃ দুটি কম্পমান বস্তুৰ কম্পাঙ্গের পাৰ্থক্য 10-এৰ অধিক হলে স্বরকম্প গণনা কৰা সম্ভব হবে না।]

২। খনিতে দূষিত বাতাসেৰ অস্তিত্ব নিৰ্ণয় : খনিতে দূষিত বাতাসেৰ অস্তিত্ব নিৰ্ণয় কৰতে গিয়ে দুটি অভিন্ন প্ৰকৃতিৰ অৰ্গান নল লই। একটি অৰ্গান নলে খনিৰ বাতাস এবং অপৱটিতে বিশুদ্ধ বাতাস নিয়ে নল দুটিতে একই সঙ্গে শব্দ উৎপন্ন কৰি। খনিৰ বাতাস বিশুদ্ধ না হলে নল দুটিতে স্ফুর্ট শব্দেৰ কম্পাঙ্গেৰ প্ৰভেদ থাকবে। ফলে স্বরকম্পেৰ সৃষ্টি হবে। কিন্তু খনিৰ বাতাস বিশুদ্ধ হলে কম্পাঙ্গেৰ প্ৰভেদ থাকবে না। ফলে স্বরকম্প শোনা যাবে না।

সিদ্ধান্ত : স্বরকম্পেৰ সৃষ্টি হলে বুৰাতে হবে যে, খনিৰ বাতাস দূষিত।

৩। বাদ্যযন্ত্ৰাদিৰ সুৱ নিৰ্ণয় : দুটি বাদ্যযন্ত্ৰকে এক সুৱে আনতে হলে তাদেৱকে একই সঙ্গে বাজিয়ে স্বরকম্পেৰ উপস্থিতি লক্ষ কৰতে হয়। সুৱ মিললে স্বরকম্প আৱ শোনা যাবে না। এমনিভাৱে বীটেৰ সাহায্যে বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্ৰেৰ সুৱ মিলানো এবং নিৰ্ণয় কৰা যায়।

১৮০১২ বীট ও ব্যতিচারেৰ পাৰ্থক্য

বীট	ব্যতিচার
১। সমান বা প্ৰায় সমান তীব্ৰতা এবং প্ৰায় সমান কম্পাঙ্গবিশিষ্ট একই দিকে অগ্ৰগামী দুটি শব্দতৰঙ্গেৰ উপৱিপাতনেৰ ফলে শব্দেৰ লম্বি প্ৰাবল্যেৰ পৰ্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধিৰ ঘটনাকে বীট বলে।	১। সমান কম্পাঙ্গক ও বিস্তাৱেৰ দুটি শব্দ তৰঙ্গেৰ উপৱিপাতনেৰ দৱুণ নীৱৰ বা জোৱালো শব্দেৰ সৃষ্টি হলে ঐ ঘটনাকে ব্যতিচার বলে।
২। বীটেৰ ক্ষেত্ৰে কোন বিলুতে তৰঙ্গ দুটিৰ মধ্যে দশা পাৰ্থক্য সময়েৰ সাথে পৱিবৰ্তিত হয়।	২। ব্যতিচারেৰ ক্ষেত্ৰে কোন বিলুতে তৰঙ্গ দুটিৰ মধ্যে দশা পাৰ্থক্য সৰ্বদা হ্ৰুব থাকে।
৩। শব্দেৰ তীব্ৰতা সময়েৰ সাথে পৱিবৰ্তিত হয়।	৩। শব্দেৰ তীব্ৰতা সময়েৰ সাথে অপৱিবৰ্তিত থাকে।
৪। লম্বি তৰঙ্গেৰ কম্পাঙ্গ বীট উৎপন্নকাৰী তৰঙ্গদয়েৰ গড় কম্পাঙ্গেৰ সমান।	৪। লম্বি তৰঙ্গেৰ কম্পাঙ্গ ব্যতিচার উৎপন্নকাৰী তৰঙ্গদয়েৰ উভয়েই কম্পাঙ্গেৰ সমান।

১৮-১৩ তারের কম্পন

Vibrations of string

শব্দবিজ্ঞানে তারের কম্পন বলতে একটি সুষম, নমনীয় ও সরু তারের কম্পন বুঝায়। এই ধরনের একটি তারে আড় অথবা লম্বিক তরঙ্গ উৎপন্ন করা যায়। একটি টানা তারের দুই প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আবন্ধ করে দৈর্ঘ্যের সমকোণে টেনে ছেড়ে দিলে অথবা দৈর্ঘ্যের আড়াআড়ি আঘাত করলে তারে আড় কম্পন সৃষ্টি হবে। আবার, তারের দৈর্ঘ্য বরাবর ফানেল অথবা রজনমাখা কাপড় দ্বারা ঘর্ষণ করলে তারে লম্বিক তরঙ্গ সৃষ্টি হবে।

একটি টানা তারে আড় কম্পন সৃষ্টি করলে ঐ কম্পন তারের দুই প্রান্তের দিকে একটি নির্দিষ্ট বেগে প্রবাহিত হয় এবং উভয় প্রান্ত হতে প্রতিফলিত হয়ে ফিরে আসে। তারে সৃষ্টি নতুন তরঙ্গ এবং প্রান্ত হতে প্রতিফলিত হয়ে ফিরে আসা তরঙ্গ মিলে তারে আড় স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করে যা তারের মধ্যেই সীমাবদ্ধ থাকে। বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্রে তারের এই ধরনের কম্পন কাজে লাগান হয়। সেতার, এস্তাই, গীটার, পিয়ানো ইত্যাদি বাদ্যযন্ত্রে তারের কম্পন কাজে লাগিয়ে শৃতিমধুর শব্দ উৎপন্ন করা হয়।

১৮-১৪ টানা তারে আড় বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গের বেগের রাশিমালা

Equation of velocity of transverse wave in a stretched string

মনে করি T টানে টান করা একটি তার আছে। তারটির যে কোন বিন্দুতে এর দৈর্ঘ্যের অভিলম্বভাবে টেনে ছেড়ে দিলে তার বরাবর একটি আড় তরঙ্গ সৃষ্টি হবে। এই তরঙ্গ একটি নির্দিষ্ট বেগে তার বেয়ে চলতে থাকে। এই বেগের মান তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর ও তারের উপর প্রযুক্ত টানের উপর নির্ভর করে।

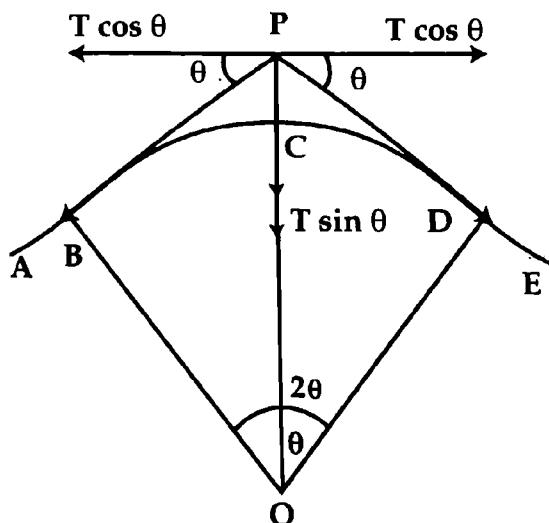
মনে করি আড় তরঙ্গ v বেগে AE তার বেয়ে বাম খেকে ডান দিকে চলছে। AE তারের বিচ্ছুতি অংশের শীর্ষ BCD একটি বৃত্তচাপের আকার ধারণ করবে [চিত্র ১৮-৬]। ধরা যাক, চাপটির মধ্যবিন্দু C , চাপটির ব্যাসার্ধ r , এবং চাপটি বক্রতার কেন্দ্রে 2θ কোণ উৎপন্ন করেছে। তারের শীর্ষবিন্দু C -এ বৃত্তাকার গতির জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল তরঙ্গের দু'প্রান্ত B এবং D -তে বিপরীতমুখী দুটি ক্রিয়াশীল টানা বল T খেকে পাওয়া যায়। এখন B ও D বিন্দুতে দুটি সর্ণক টানা হয় এবং সর্ণকদ্বয়কে বর্ধিত করলে এরা P বিন্দুতে মিলিত হয়। এই বিন্দুতে টান বল T -কে অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশে বিভক্ত করলে দেখা যায় যে অনুভূমিক উপাংশের প্রত্যেকটির মান $T \cos \theta$; কিন্তু এদের দিক পরস্পর বিপরীত মুখী হওয়ায় একে অপরকে নাকচ করবে। PO বরাবর ক্রিয়াশীল প্রত্যেক উল্লম্ব উপাংশের মান $T \sin \theta$ এবং এদের দিক একই হওয়ায় মোট কার্যকর বল হবে $2T \sin \theta$ ।

$$PO \text{ বরাবর মোট কার্যকর বল} = 2T \sin \theta$$

$$\theta\text{-এর মান ক্ষুদ্র বলে} \sin \theta = \theta$$

$$\text{সুতরাং মোট কার্যকর বল} = 2T\theta$$

$$= 2T \frac{\delta l}{2r}$$



চিত্র ১৮-৬

$$\begin{aligned} 2\theta &= \frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}} = \frac{\delta l}{r} \\ \therefore \theta &= \frac{\delta l}{2r} \end{aligned}$$

$$= \frac{T \delta l}{r}$$

(8)

এখানে, $\delta l =$ চাপ BCD-এর দৈর্ঘ্য।

এই বল কেন্দ্ৰমুখী ত্বরণ সূচি কৰিবে এবং কেন্দ্ৰমুখী ত্বরণ $f = \frac{\text{বেগেৰ বৰ্গ}}{\text{ব্যাসাৰ্ধ}} = \frac{v^2}{r}$

$$\text{কেন্দ্ৰমুখী বল} = m \cdot \frac{\delta l v^2}{r} \quad (9)$$

সমীকৰণ (8) ও (9) হতে পাই,

$$\frac{T \delta l}{r} = m \cdot \frac{\delta l v^2}{r}$$

$$\text{বা, } mv^2 = T$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{T}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{m}}$$

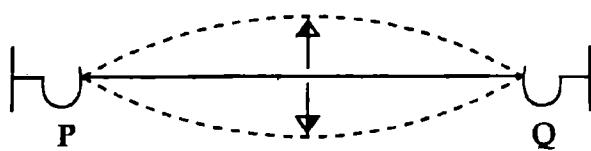
(10)

এটি হল টানা তাৱে আড় তৱজোৱ বেগেৰ রাশিমালা।

১৮.১৫ টানা তাৱে আড় কম্পনেৱ সূত্ৰ প্ৰতিপাদন

Deduction of laws of transverse vibration of a stretched string

টানা অবস্থায় দুই প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আটকানো তাৱকে টানা তাৱ বলে [চিত্ৰ ১৮.৭]। টানা তাৱে আড় কম্পনেৱ সূচি কৰিবলৈ তাৱটি টেউয়েৱ আকাৱ ধাৱণ কৰে। তাৱে আড় তৱজোৱ বেগ দুটি শৰ্তেৱ উপৱ নিৰ্ভৰ কৰে—একটি তাৱেৱ টান এবং অপৱাটি তাৱেৱ একক দৈৰ্ঘ্যেৱ ভৱ। তাৰিকভাৱে' এ পৱীক্ষাৱ সাহায্যে প্ৰমাণিত হয়েছে যে, আড় তৱজোৱ বেগ তাৱে প্ৰযুক্তি টানেৱ বৰ্গমূলেৱ সমানুপাতিক এবং তাৱেৱ একক দৈৰ্ঘ্যেৱ ভৱেৱ বৰ্গমূলেৱ ব্যস্তানুপাতিক অৰ্থাৎ



চিত্ৰ ১৮.৭

আড় তৱজোৱ প্ৰবাহে যখন একটি টানা তাৱেৱ সমগ্ৰ দৈৰ্ঘ্য একযোগে উঠা-নামা কৰে, অৰ্থাৎ তাৱ যখন মূলসুৱে কাপে, তখন $\lambda = 2l$

$$n \times 2l = \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$\text{বা, } n = \frac{1}{2l} \sqrt{T/m} \quad (11)$$

$$\text{বা, } n = \frac{k}{l} \sqrt{T/m} \quad [\text{এখানে, } k = \frac{1}{2} = \text{ধ্ৰুব সংখ্যা}]$$

$$\boxed{\text{বা, } n \propto \frac{1}{l} \sqrt{\frac{T}{m}}}$$

(12)

উক্তি সমীকৰণ হতে আড় তৱজোৱ কম্পাঙ্কেৱ জন্য ডিনটি সূত্ৰ পাওয়া যায়। সূত্ৰগুলোকে টানা তাৱেৱ আড় কম্পনেৱ সূত্ৰ বলে।

যদি তাৱেৱ উপাদানেৱ ঘনত্ব ρ এবং ব্যাসাৰ্ধ r হয়, তবে $m = \pi r^2 \rho$; অতএব সমীকৰণ (11) হতে পাই,

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\pi r^2 \rho}} = \frac{1}{2l r} \sqrt{\frac{T}{\pi \rho}} \quad (13)$$

১৮-১৬ টানা তারের আড় কম্পনের সূত্রাবলি Laws of transverse vibration of a stretched string

আমরা জানি আড় তরঙ্গ প্রবাহের ক্ষেত্রে,

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}} = \frac{1}{2lr} \sqrt{\frac{T}{\pi\rho}} \quad (14)$$

উপরের সমীকরণগুলো হতে দেখা যাচ্ছে যে, তারের আড় কম্পনের কম্পাঙ্ক n মূলত তারের দৈর্ঘ্য l , টান T এবং প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর m -এর উপর নির্ভর করে। অতএব টানা তারের আড় কম্পনের তিনটি সূত্র পাওয়া যায়।

সূত্রগুলো নিম্নে বর্ণিত হল :

(১) দৈর্ঘ্যের সূত্র : T ও m স্থির থাকলে টানা তারে আড় তরঙ্গের কম্পাঙ্ক তার দৈর্ঘ্যের ব্যস্তানুপাতিক।

কম্পাঙ্ক n এবং দৈর্ঘ্য l হলে, $n \propto \frac{1}{l}$ যখন T ও m স্থির থাকে।

(২) টানের সূত্র : l ও m স্থির থাকলে টানা তারে আড় তরঙ্গের কম্পাঙ্ক তার টানের বর্গমূলের সমানুপাতিক।

কম্পাঙ্ক n এবং টান T হলে, $n \propto \sqrt{T}$; যখন l ও m স্থির থাকে।

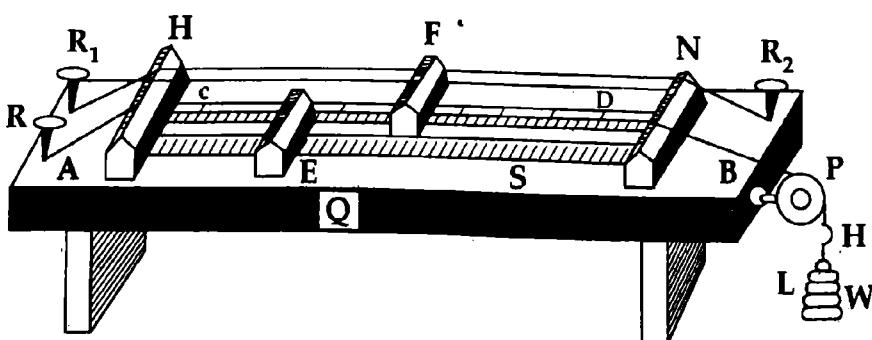
(৩) ভরের সূত্র : T ও l স্থির থাকলে টানা তারে আড় তরঙ্গের কম্পাঙ্ক তারের একক দৈর্ঘ্যের ভরের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক।

কম্পাঙ্ক n এবং তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর m হলে, $n \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$; যখন T ও l স্থির থাকে।

১৮-১৭ সনোমিটার

Sonometer

এ যন্ত্রে প্রায় এক মিটার লম্বা একটি ফাঁপা কাঠের বাঁক Q-এর উপর পাশাপাশি দুটি তার AB ও CD থাকে [চিত্র ১৮-৮]। এখানে AB পরীক্ষামূলক তার এবং CD সাহায্যকারী বা উপমা তার। AB তারের এক প্রান্ত একটি খুঁটি R-এর সাথে আটকানো থাকে এবং অপর প্রান্ত একটি কপিকল P-এর উপর দিয়ে চলে গেছে। তারের এই



চিত্র ১৮-৮

প্রান্তের সাথে একটি ঝুক H যুক্ত আছে। এই ঝুকে ওজন W চাপিয়ে তারটিকে প্রয়োজনীয় টানে রাখা হয়। CD তারের দুই প্রান্ত দুটি খুঁটি R₁ ও R₂-এর সাথে আটকানো আছে। বাঁকের উপর একটি স্কেল এবং দুই প্রান্তের দিকে উভয় তারের নিচে দুটি স্থির সেতু (Bridge) H ও N থাকে। এ স্কেলে তারের কোন অংশের দৈর্ঘ্যের পাঠ

গ্ৰহণ কৰা হয়। AB ও CD তাৰেৱ নিচে আৱে দুটি সঞ্চৰণশীল সেতু যথাক্রমে E ও F আছে। প্ৰয়োজনবোধে E ও F সেতু দুটিৰ অবস্থান পৱিবৰ্তন কৰে তাৰেৱ কম্পাঙ্ক পৱিবৰ্তন কৰা যায়।

সনোমিটাৱেৱ বাল্ক ফাঁপা হওয়ায় তাৰেৱ কম্পনে বাল্কেৱ সংস্পৃষ্টি-ভিতৱ্বেৱ ও বাইৱেৱ বায়ুতে পৱিবশ কম্পনেৱ সৃষ্টি হয়। এভাবে কম্পন বেশি আয়তনেৱ বায়ুতে সঞ্চালিত হওয়ায় তাৰ হতে নিৰ্গত সূৱেৱ তীক্ষ্ণতা বৃদ্ধি পায়।

১৮.১৮ টানা তাৱেৱ আড় কম্পনেৱ সূত্ৰগুলোৱ প্ৰমাণ

Verification of the laws of transverse vibration of a stretched string

দৈৰ্ঘ্যেৱ সূত্ৰেৱ প্ৰমাণ : দৈৰ্ঘ্যেৱ সূত্ৰেৱ প্ৰমাণেৱ জন্য সনোমিটাৱ যন্ত্ৰ হতে সাহায্যকাৰী তাৱ খুলো ফেলা হয়। এখন পৱীক্ষণীয় তাৱেৱ হুকে নিৰ্দিষ্ট ওজন W বুলিয়ে ভাকে টান কৰে রাখা হয়।

অতঃপৰ একটি ছোট কাগজেৱ টুকৱাকে (V আকৃতিৰ) উক্ত তাৱেৱ উপৱে স্থাপন কৰা হয় এবং একটি সুৱেলী কাঁটাকে শব্দায়িত কৰে উক্ত তাৱেৱ পাৰ্শ্বে বাল্কেৱ উপৱে স্থাপন কৰা হয়। এখানে একটি বিষয় লক্ষণীয় তা হল কাগজেৱ টুকৱাটিকে সৰ্বদা H ও E-এৱ-মাঝামাঝি স্থানে স্থাপন কৰা। তাৱটিৰ পাৰ্শ্বে কম্পিত সুৱেলী কাঁটা স্থাপন কৰায় তাৱটি কম্পিত হবে। যখন তাৱে অনুনাদেৱ সৃষ্টি হয়, তখন কাগজেৱ টুকৱাটি ছিটকে পড়ে। যদি অনুনাদেৱ সৃষ্টি না হয় তবে H সেতু স্থিৱ রেখে E সেতুটিকে বামে অথবা ডানে সৱানো হয় যতক্ষণ পৰ্যন্ত না কাগজেৱ

টুকৱা ছিটকে পড়ে। পৱীক্ষাকালে কম্পিত সুৱেলী কাঁটাকে উক্ত তাৱেৱ পাৰ্শ্বে স্থাপন কৰা হয়। অবশ্য যখন তাৱে অনুনাদ সৃষ্টি হয়, তখন কাগজেৱ টুকৱাটি ছিটকে পড়ে। এ অবস্থায় মিটাৱ ক্ষেলেৱ সাহায্যে H ও E-এৱ মধ্যবৰ্তী দূৰত্ব মাপা হয়।

মনে কৱি, n_1 কম্পাঙ্কেৱ সুৱেলী কাঁটাৱ জন্য অনুনাদী তাৱেৱ দৈৰ্ঘ্য l_1 এবং n_2 কম্পাঙ্কেৱ সুৱেলী কাঁটাৱ জন্য অনুনাদী তাৱেৱ দৈৰ্ঘ্য l_2 ।

পৱীক্ষালক্ষ্য ফল হতে দেখা যায় যে,

$$n_1 l_1 = n_2 l_2 = \text{ধ্রুক} \quad (15)$$

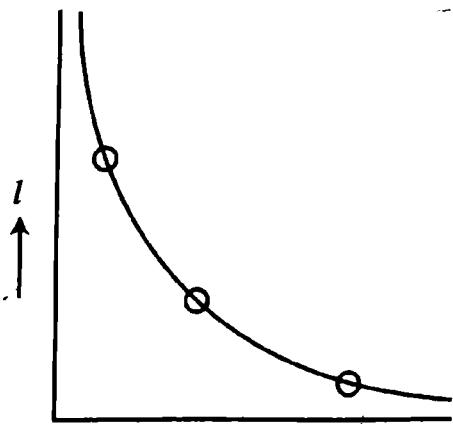
বা, $n l = \text{ধ্রুক}$

$$n \propto \frac{1}{l} \quad (\text{প্ৰমাণিত})$$

n বনাম l লেখচিত্ৰ একটি পৱাৰূপ হবে [চিত্ৰ ১৮.৯]।

চিত্ৰ ১৮.৯

টানেৱ সূত্ৰেৱ প্ৰমাণ : ২য় সূত্ৰেৱ প্ৰমাণেৱ জন্য পৱীক্ষণীয় তাৱেৱ পাৰ্শ্বে সাহায্যকাৰী তাৱ স্থাপন কৰা হয়। এখন পৱীক্ষাধীন তাৱেৱ দৈৰ্ঘ্য স্থিৱ কৰে এৱ হুকে T_1 ওজন চাপানো হয়। এবাৱ সাহায্যকাৰী তাৱটিকে যে কোন একটি টানে রেখে এৱ নিচেৱ সঞ্চৰণশীল সেতু বামে বা ডানে সৱিয়ে এমন একটি দৈৰ্ঘ্য নিৰ্গয় কৰা হয় যা পৱীক্ষাধীন তাৱেৱ নিৰ্দিষ্ট দৈৰ্ঘ্যেৱ সাথে ঐকতানে থাকে। মনে কৱি সাহায্যকাৰী তাৱেৱ এ দৈৰ্ঘ্য $= l_1$ । পুনৰায় পৱীক্ষণীয় তাৱেৱ টান পৱিবৰ্তন কৰে T_2 কৰা হয়, কিন্তু সাহায্যকাৰী তাৱেৱ পূৰ্বেৱ টান স্থিৱ থাকে। পৱীক্ষণীয় তাৱেৱ টান (ওজন) পৱিবৰ্তন কৰাৱ সাথে সাথে এৱ পূৰ্বেৱ কম্পাঙ্কেৱ পৱিবৰ্তন ঘটবে। এবাৱ পূৰ্বেৱ মত



বৃহৎকর্ম

সাহায্যকারী তারের নিচের সঞ্চরণশীল সেতুর স্থান পরিবর্তন করে এমন একটি দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা হয় যা পরীক্ষণীয় তারের সাথে ঐক্যতানে থাকে। ধরি এ দৈর্ঘ্য $= l_2$ । পরীক্ষালক্ষ ফল হতে পাওয়া যায়,

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{l_2^2}{l_1^2}$$

কিন্তু প্রথম সূত্রানুযায়ী, $n_1 l_1 = n_2 l_2$

$$\text{বা, } \frac{l_1}{l_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\text{বা, } \frac{l_1^2}{l_2^2} = \frac{n_2^2}{n_1^2}$$

$$\text{বা, } \frac{n_1^2}{n_2^2} = \frac{l_2^2}{l_1^2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (16)$$

$$\text{বা, } n^2 \propto T$$

$$n \propto \sqrt{T} \text{ (প্রমাণিত)}$$

n^2 বনাম T লেখচিত্র অঙ্কন করলে একটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা পাওয়া যাবে [চিত্র ১৮.১০]।

ভরের সূত্রের প্রমাণ : ওয় সূত্রের প্রমাণের জন্য m_1 ও m_2 একক দৈর্ঘ্যের ভরের দুটি পরীক্ষণীয় তার নেয়া হয়। এ সূত্র প্রমাণের জন্য সনোমিটার যদ্বন্দ্বে সাহায্যকারী তারের প্রয়োজন হয়। পরীক্ষার সময় সাহায্যকারী তারের পার্শ্বে m_1 একক দৈর্ঘ্যের ভরের তার স্থাপন করা হয় এবং উভয় তারেই টান সমান রাখা হয়। এবার পরীক্ষণীয় তারের (HE-এর মধ্যবর্তী) দৈর্ঘ্য স্থির করে সাহায্যকারী তারের (HF-এর মধ্যবর্তী) এমন একটি দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা হয়, যাতে উভয় তারেই ঐক্যতানে থাকে। ধরি সাহায্যকারী তারের এই দৈর্ঘ্য l_1 । এখন m_1 একক দৈর্ঘ্যের ভরের তার পরিবর্তন করে এর পরিবর্তে m_2 একক দৈর্ঘ্যের ভরের তার স্থাপন করা হয়। পরীক্ষণীয় তারের টান পূর্বের সমান করা হয় এবং পূর্বের দৈর্ঘ্যও স্থির রাখা হয়। এবার সাহায্যকারী তারের নিচের সঞ্চরণশীল F সেতু এদিক-ওদিক সরিয়ে এমন একটি দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা হয়, যাতে উভয় তারেই ঐক্যতানে থাকে। ধরি, এই দৈর্ঘ্য l_2 ।

$$\text{পরীক্ষালক্ষ ফলাফল হতে পাওয়া যায়, } \frac{m_1}{m_2} = \frac{l_1^2}{l_2^2}$$

$$\text{কিন্তু প্রথম সূত্র হতে আমরা জানি, } \frac{l_1^2}{l_2^2} = \frac{n_2^2}{n_1^2}$$

(17)

$$\frac{n_2^2}{n_1^2} = \frac{m_1}{m_2}$$

$$\text{বা, } n^2 \propto \frac{1}{m}$$

$$n \propto \frac{1}{\sqrt{m}} \text{ (প্রমাণিত)}$$

১৮.১৯ সনোমিটারের সাহায্যে একটি সুর শলাকার অজ্ঞান কম্পাঙ্গক নির্ণয়

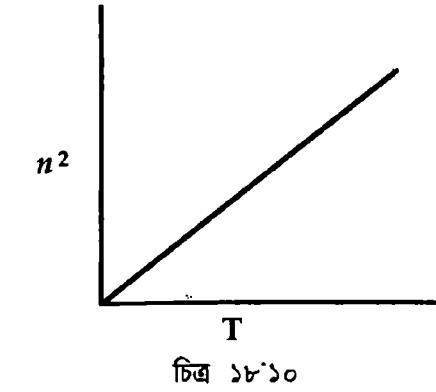
Determination of unknown frequency of a tuning fork by sonometer

তত্ত্ব : সনোমিটারের সাহায্যে কোন একটি সুর শলাকার কম্পাঙ্গক নির্ণয়ের জন্য আমরা যে সমীকরণ ব্যবহার করব তা হল

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

(11)

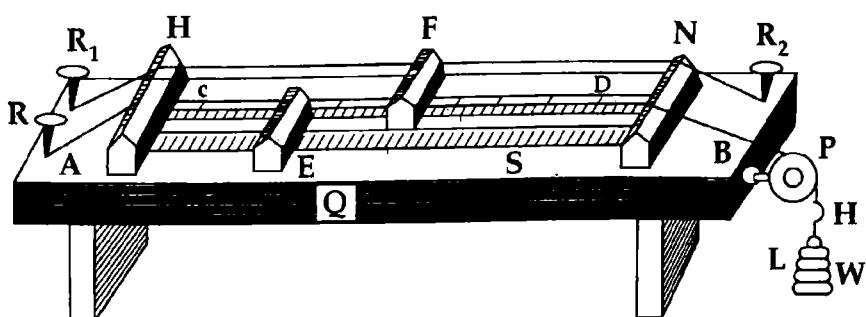
খালে, n = কম্পাঙ্গক, l = তারের কম্পমান দৈর্ঘ্য, $T = Mg$ = তারে প্রযুক্ত টান এবং m = তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর।



চিত্র ১৮.১০

কার্যপদ্ধতি :

একটি সূর শলাকা লই যাব কম্পাঙ্ক নির্ণয় কৰতে হবে। পৱীক্ষার শুৰুতেই পৱীক্ষাধীন তাৰেৱ একক দৈৰ্ঘ্যেৱ ভৱ নিৰ্ণয় কৰি। এৱ জন্য পৱীক্ষাধীন তাৰেৱ দৈৰ্ঘ্য ও মোট ভৱ বেৱ কৰি। মোট ভৱকে মোট দৈৰ্ঘ্য দ্বাৱা ভাগ কৰে তাৰেৱ একক দৈৰ্ঘ্যেৱ ভৱ নিৰ্ণয় কৰি। এৱপৰ সূৱ শলাকাকে একটি রাবাৱ প্যাডে আঘাত কৰি এবং সনোমিটাৱেৱ বাঙ্গেৱ উপৰ স্থাপন কৰি। তাৱপৰ সেতুকে এদিক সেদিক সৱিয়ে তাৱেৱ কম্পমান দৈৰ্ঘ্যকে এমনভাৱে উপযোজন কৰি যাতে তাৱেৱ উপৰ স্থাপিত কাগজেৱ টুকুৱা ছিটকে পড়ে। অৰ্ধাং তাৱ এবং সূৱ শলাকা ঐকতানে আসে। এমতাবস্থায় দুই সেতুৱ মধ্যবৰ্তী তাৱেৱ দৈৰ্ঘ্য বেৱ কৰি, এৱ পৰ তাৱে প্ৰযুক্ত টান বেৱ কৰি।



চিত্ৰ ১৮.১১

হিসাৰ ও গণনা :

মনে কৰি, টান = $T = Mg$ ডাইন, তাৱেৱ কম্পমান দৈৰ্ঘ্য = l সেমি.,

তাৱেৱ একক দৈৰ্ঘ্যেৱ ভৱ = m গ্ৰাম।

$$\text{কম্পাঙ্ক, } n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$= \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{Mg}{m}} \quad (18)$$

এখন M , g , l এবং m -ৰ মান জেনে n নিৰ্ণয় কৱা যায়।

১৮.২০ মুক্ত ও পৱৰণ কম্পন

Free and forced vibration

একটি সূৱ শলাকাকে আঘাত কৱলে এটি নিৰ্দিষ্ট কম্পাঙ্ক ও পৰ্যায়কালে কাপতে থাকে। এ কম্পন সূৱ শলাকার মুক্ত কম্পন। আবাৱ একটি সৱল দোলককে সাম্যাবস্থা থেকে টেনে ছেড়ে দিলে দোলকটি নিৰ্দিষ্ট কম্পাঙ্ক ও পৰ্যায়কালে দুলতে থাকে। এটিও মুক্ত কম্পন। সুতৰাং মুক্ত কম্পনেৱ নিমোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায়।

সংজ্ঞা : স্পন্দনক্ষম যে কোন বস্তুকে আন্দোলিত কৱলে বস্তুটি একটি নিৰ্দিষ্ট কম্পাঙ্ক ও পৰ্যায়কালে স্পন্দিত হয়। এই স্পন্দনকে মুক্ত কম্পন বা স্বাভাৱিক (natural) কম্পন বলে। মুক্ত কম্পাঙ্ক বস্তুৱ ঘনত্ব, আকৃতি ও স্থিতিস্থাপকতাৱ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে। যেমন সৱল দোলকেৱ দৈৰ্ঘ্য পৱিবৰ্তন কৱলে এৱ কম্পাঙ্ক ভিন্নতা হয়।

পৱৰণ কম্পন : কোন পৱিবৰ্তনশীল বলেৱ মান ও দিক যদি নিৰ্দিষ্ট সময় অন্তৰ একই হয়, তবে ঐ বলকে পৰ্যাবৃত্ত বল এবং এ ধৰনেৱ স্পন্দনকে পৰ্যাবৃত্ত স্পন্দন বলে। এৱুপ কোন পৰ্যাবৃত্ত বল দ্বাৱা স্পন্দনক্ষম কোন বস্তুকে কম্পিত কৱলে বস্তুটি প্ৰথমে তাৱ মুক্ত বা স্বাভাৱিক কম্পাঙ্কে স্পন্দিত হওয়ায় চৰ্ষ্ণা কৰে, কিন্তু আস্তে আস্তে বস্তুটি পৰ্যাবৃত্ত বলেৱ কম্পাঙ্কে স্পন্দিত হতে থাকে। এ ধৰনেৱ কম্পন বস্তুটিৱ মধ্যে বাইৱে থেকে আৱোপ কৱা হয়েছে। একে আৱোপিত বা পৱৰণ কম্পন বলে।

সুতৰাং, পৱৰণ কম্পন নিমোক্তভাৱে সংজ্ঞায়িত কৱা যায়।

সংজ্ঞা : স্পন্দনক্ষম বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্তি স্পন্দনের জন্য বস্তুটি তার স্বাভাবিক কম্পাঙ্গেক কম্পিত হওয়ার পরিবর্তে যখন আরোপিত কম্পনের কম্পাঙ্গেক স্পন্দিত হতে থাকে তখন এ কম্পনকে আরোপিত বা পরবশ কম্পন বলে।

ব্যাখ্যা : একটি সুর শলাকাকে আঘাত করে বায়ু মাধ্যমে রাখলে খুব ক্ষীণ শব্দ শোনা যাবে। কিন্তু ঐ স্পন্দিত সুর শলাকাকে একটি টেবিলের উপরে চেপে ধরলে বেশ জোরে শব্দ শোনা যাবে। এক্ষেত্রে সুর শলাকার কম্পনে টেবিলটি পরবশ কম্পনে কম্পিত হয়। এর ফলে টেবিল সংলগ্ন সমস্ত বায়ুই কম্পিত হয়। এতে অধিক পরিমাণে বায়ু কম্পিত হওয়ার ফলে শব্দের তীব্রতা বা প্রাবল্য বেড়ে যায়।

১৮-২১ অনুনাদ

Resonance

একটি কম্পমান বস্তুকে অন্য একটি বস্তুর নিকট ধরলে দ্বিতীয় বস্তুটি কাপতে শুরু করে একে পরবশ বলে। যদি বস্তুর স্বাভাবিক পর্যায়কাল ও প্রযুক্তি বলের পর্যায়কাল ডিন্ন হয় তবে বস্তু ক্ষুদ্র বিস্তারে কাপবে। কিন্তু বস্তুর স্বাভাবিক পর্যায়কাল ও তার উপর প্রযুক্তি বলের পর্যায়কাল সমান হলে বস্তুটি বৃহত্তর বিস্তারে কাপতে বাধ্য হয় এবং শব্দের প্রাবল্য বৃদ্ধি পায়। এ প্রক্রিয়াকে অনুনাদ বলে। সুতরাং, অনুনাদ পরবশ কম্পনের একটি বিশেষ অবস্থা।

সংজ্ঞা : কোন বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্তি স্পন্দনের কম্পাঙ্গেক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্গেকের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

১৮-২২ বাযুস্তম্ভের কম্পন

Vibration of air column

বাঁশের বাশি, মাউথ অর্গান প্রভৃতি নলাকৃতি বাদ্যযন্ত্রে ফুঁ দিঙ্গে শুতিমধুর শব্দ উৎপন্ন করা যায়। এটি হতে প্রমাণিত হয় যে, নলের মধ্যে আলোড়ন সৃষ্টি করলে, নলের আবন্ধ বাযুস্তম্ভ সুর সৃষ্টি করে থাকে। নলের বাযুস্তম্ভের কম্পনকে কাজে লাগিয়ে যে সব সুরবন্ধ সৃষ্টি হয়েছে তাদেরকে দুই শ্রেণীতে বিভক্ত করা যায় ; যথা— একমুখ বন্ধ নল ও দুই মুখ খোলা নল। সংক্ষেপে একমুখ বন্ধ নলকে ‘বন্ধ নল’ এবং দুইমুখ খোলা নলকে ‘খোলা নল’ বলে।

১৮-২৩ একমুখ বন্ধ নলে বাযুস্তম্ভের কম্পন

Vibration of air column Pipe closed at one end

এরূপ একটি নলের একমুখ খোলা ও অপর মুখ বন্ধ থাকে। এই নলের খোলা মুখে ফুঁ দিলে (অথবা একটি কম্পনরত সুর শলাকা ধরলে) নলের তিতরের বাযুস্তম্ভের মধ্য দিয়ে শব্দ লম্বিক তরঙ্গাকারে বন্ধ মুখের দিকে সঞ্চালিত হবে এবং বন্ধ মুখ হতে (সজেকাচন স্পন্দন সজেকাচন স্পন্দনরূপে, প্রসারণ স্পন্দন প্রসারণ স্পন্দনরূপেই) প্রতিফলিত হয়ে খোলা মুখের দিকে অগ্রসর হবে। এই প্রতিফলিত তরঙ্গ ফুঁ (বা সুর শলাকা) হতে সৃষ্টি আর একটি তরঙ্গের সাথে সুরের উৎপন্নি হবে। ফুঁ (বা সুর শলাকা)-এর মূল স্পন্দন ও বাযুস্তম্ভের কম্পনের মধ্যে অনুনাদ হলে বাযুস্তম্ভ সর্বাপেক্ষা বেশি আলোড়িত হবে এবং সুর জোরালো হবে।

নলের খোলা মুখের বাযুকণাগুলো মুক্তভাবে নড়াচড়া করতে পারে। এজন্যে খোলা মুখে সর্বদাই একটি সুস্পন্দন বিন্দুর (A) সৃষ্টি হবে [চিত্র ১৮-১২]। পক্ষান্তরে নলের বন্ধ মুখ সংলগ্ন বাযুকণার বিচলনের সুবিধা খুবই কম হেতু ঐ স্থানে একটি নিস্পন্দ বিন্দুর (N) উৎপন্নি হবে। বাযুস্তম্ভের কম্পনভোগে নলের ভিতর কতকগুলো সুস্পন্দন ও নিস্পন্দ বিন্দুর (A ও N) সৃষ্টি হতে পারে।

বাযুস্তম্ভের সহজতর কম্পনে [চিত্র ১৮-১২ (ক)] বা ন্যূনতম কম্পাঙ্গেকের সুরে শুধুমাত্র বন্ধ মুখে একটি নিস্পন্দ বিন্দু এবং খোলা মুখে একটি সুস্পন্দন বিন্দু উৎপন্নি হবে। কিন্তু পরিস্পর সংলগ্ন একটি নিস্পন্দ ও একটি সুস্পন্দন বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের এক-চতুর্থাংশের সমান। সুতরাং নলের দৈর্ঘ্য। এবং এই কম্পনে সৃষ্টি শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_0 ও কম্পাঙ্গেক N₀ হলে, $\frac{\lambda_0}{4} = 1$

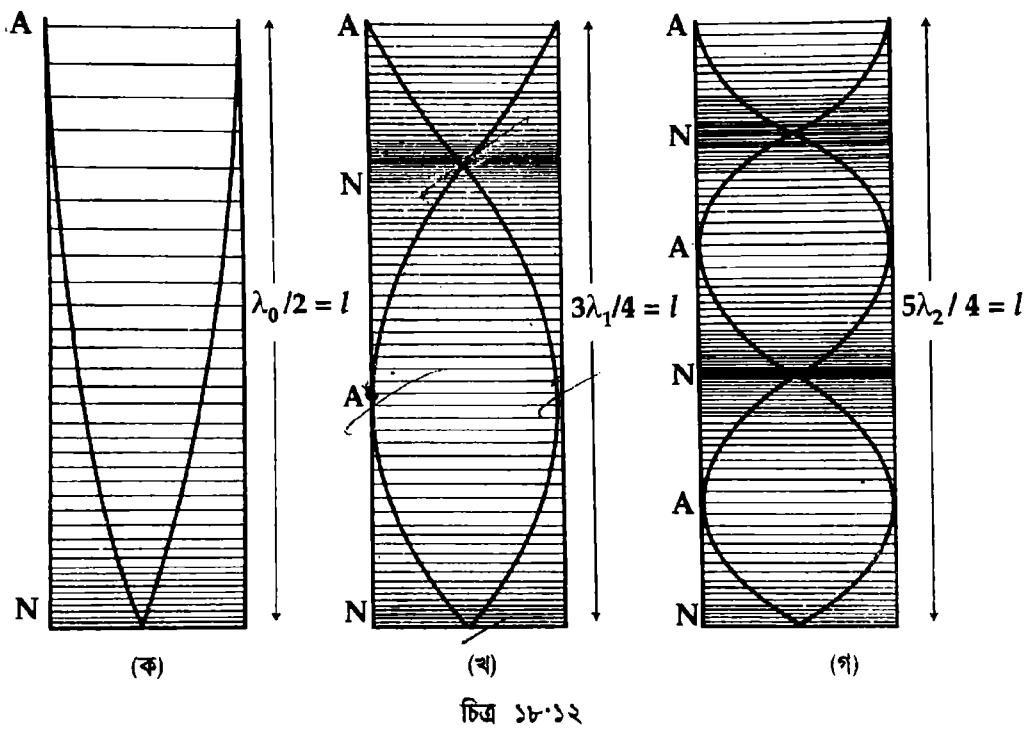
$$\lambda_0 = 4l$$

$$\text{এবং } N_0 = \frac{v}{\lambda_0} = \frac{v}{4l} \quad (20)$$

এখানে, v = শব্দের বেগ ও $v = n\lambda$ ।

নলের এই সুরই মূল সুর বা প্রথম হারমোনিক।

এই নলে পরবর্তী হারমোনিকের সুর উৎপন্ন বা আরও জোরে ফুঁ দিলে নলের বাযুস্তম্ভে স্কট লম্বিক তরঙ্গের দৈর্ঘ্য ত্রাস পাবে এবং বাযুস্তম্ভের কম্পাঙ্ক বৃদ্ধি পাবে অর্থাৎ চড়া সুর উৎপন্ন হবে। বাযুস্তম্ভের পরবর্তী উচ্চ কম্পাঙ্কের সুরে বা দ্বিতীয় সমতাব্য কম্পনে [চিত্র ১৮.১২(খ)] খোলা মুখের সুস্পন্দ বিন্দু ও বক্ষ মুখের নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে একটি সুস্পন্দ বিন্দু ও একটি নিস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হবে। ধরা যাক বাযুস্তম্ভের এই কম্পনে স্কট সুরের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $= \lambda_1$ এবং কম্পাঙ্ক N_1 । তা হলে, $\frac{3\lambda_1}{4} = l$.



$$\lambda_1 = \frac{4l}{3} = \frac{\lambda_0}{3} \quad (21)$$

$$\text{এবং } N_1 = \frac{v}{\lambda_1} = 3 \left(\frac{v}{4l} \right) = 3N_0 \dots \quad (22)$$

এই সুরকে প্রথম উপসুর বলে। এই সুর মূল সুরের কম্পাঙ্কের তিন গুণ বলে একে তৃতীয় হারমোনিক বলা হয়।

নলের তৃতীয় সমতাব্য কম্পনে [চিত্র ১৮.১২ (গ)] বা পরবর্তী হারমোনিকে বক্ষ প্রান্তের নিস্পন্দ বিন্দু এবং খোলা প্রান্তের সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে দুটি সুস্পন্দ বিন্দু ও দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর উৎপন্ন হবে। কাজে কাজেই এই কম্পনে স্কট সুরের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $= \lambda_2$ এবং কম্পাঙ্ক $= N_2$ হলে, $\frac{5\lambda_2}{4} = l$

$$\lambda_2 = \frac{4l}{5} = \frac{\lambda_0}{5} \quad (23)$$

$$\text{এবং } N_2 = \frac{v}{\lambda_2} = 5 \times \frac{v}{4l} = 5N_0 \quad (24)$$

এই সুরকে দ্বিতীয় উপসুর বা পঞ্চম হারমোনিক বলে।

উপরের সমীকরণগুলো সক্ষ করে সাধারণভাবে বলা যায় যে, একমুখ বক্ষ নলে যে সব সুর স্কট হতে পারে তাদের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য,

$$\lambda_n = \frac{4l}{(2n+1)} = \frac{\lambda_0}{(2n+1)} \quad (25)$$

$$\text{এবং কম্পাঙ্ক}, N_n = \frac{v}{\lambda_n} = (2n+1) \frac{v}{4l} = (2n+1)N_0 \quad (26)$$

এখানে, $n = 0, 1, 2, 3$ ইত্যাদি যে কোন একটি পূর্ণ সংখ্যা।

এই সমীকরণগুলো হতে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা যায় যে, একমুখ বন্ধ নলে শুধুমাত্র অযুগ্ম হারমোনিকগুলো উৎপন্ন হতে পারে অর্থাৎ দ্বিতীয়, চতুর্থ, ষষ্ঠ ইত্যাদি হারমোনিকগুলো অনুপস্থিত থাকে। অবশ্য নলের ব্যাসার্ধ, হলে র্যালের প্রাপ্ত সংশোধন অনুসারে একমুখ বন্ধ নলের সুরগুলোর প্রকৃত তরঙ্গ দৈর্ঘ্য,

$$\lambda_n = \frac{4(l + 0.6r)}{(2n+1)} \quad \text{এবং কম্পাঙ্ক}, N_n = (2n+1) \frac{v}{4(l + 0.6r)} \quad (27)$$

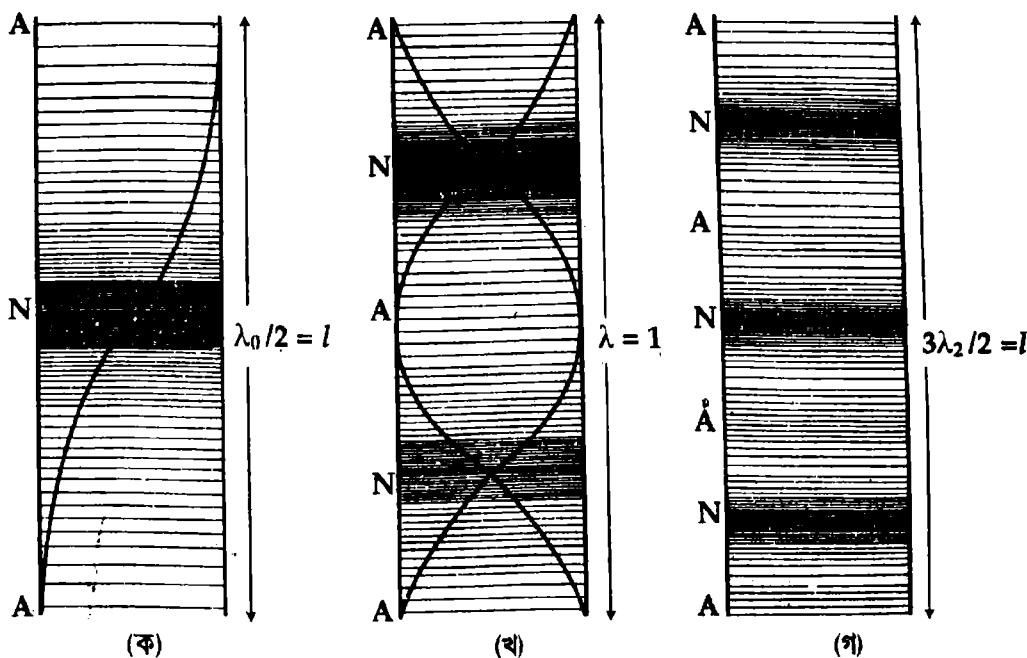
যে যে কারণে শব্দের বেগ পরিবর্তিত হবে সে সব কারণে মূল সূর এবং সাথে সাথে উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক পরিবর্তিত হবে। আবার নলের দৈর্ঘ্য যত ছোট হবে মূল সূর এবং সাথে সাথে উপসুরগুলোর কম্পাঙ্কও তত বৃদ্ধি পাবে।

১৮-২৪ দুই মুখ খোলা নলে বায়ুস্তম্ভের কম্পন Pipe opened at both ends

এরূপ একটি নলের দুইমুখ খোলা থাকে। এই নলের একমুখে ফুঁ দিলে (অথবা একটি কম্পনরত সূর শলাকা ধরলে) নলের ভিতরের বায়ুস্তম্ভের মধ্য দিয়ে একটি লম্বিক তরঙ্গ নলের অপর প্রান্তের দিকে সঞ্চালিত হবে। নলের ভিতরের বায়ু অপেক্ষা বাইরের বায়ুর বিচলনের সুবিধা বেশি থাকায় মূল তরঙ্গের কিছু অংশ নলের অপর প্রান্ত হতে ফিরে আসবে। ফলে মূল তরঙ্গ ও প্রতিফলিত তরঙ্গ মিলে নলের বায়ুতে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করবে এবং সূরের উৎপন্নি হবে। বায়ুস্তম্ভের কম্পাঙ্ক ফুঁ-এর (বা সূর শলাকার) কম্পাঙ্কের সমান হলে বায়ুস্তম্ভের কম্পনে অনুনাদ হবে।

নলের দুই মুখ খোলা থাকায় ঐ দুই স্থানের বায়ুকণাগুলো সবচাইতে বেশি নড়াচড়া করার সুবিধা পায়। এই কারণে নলের দুই প্রান্তে সর্বদাই দুটি সুস্পন্দ বিলু (A, A) সৃষ্টি হবে [চিত্র ১৮-১৩]। বায়ুস্তম্ভের কম্পনভোগে নলে এক বা একাধিক নিস্পন্দ বিলু (N) সৃষ্টি হতে পারে।

বায়ুস্তম্ভের সহজতম কম্পনে [চিত্র ১৮-১৩ (ক)] বা ন্যূনতম কম্পাঙ্কে কম্পনের ক্ষেত্রে নলের দুই মুখের দুটি সুস্পন্দ বিলু (A, A) মাঝে একটি নিস্পন্দ বিলু (N) থাকবে। কাজেই নলের দৈর্ঘ্য। হলে এই দৈর্ঘ্য স্কে



শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের সমান হবে। সৃষ্টি শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_0 এবং কম্পাঙ্ক N₀ হলে, $\frac{\lambda_0}{2} = l$

$$\lambda_0 = 2l \quad (28)$$

$$\text{এবং } N_0 = \frac{v}{\lambda_0} = \frac{v}{2l} \quad (29)$$

নলে উৎপন্ন এই সুর মূল সুর বা প্রথম হারমোনিক।

দ্বিতীয় সম্ভাব্য কম্পনে অর্থাৎ ফুঁ পূর্বাপেক্ষা সুবিধামত জোরালো বা তীক্ষ্ণতা সম্পন্ন হলে মোট তিনটি সুস্পন্দন বিলু এবং দুটি নিস্পন্দ বিলু দেখা দিবে [চিত্র ১৮-১৩ (খ)]। এ স্থলে সৃষ্টি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_1 , এবং কম্পাঙ্ক N₁ হলে,

$$\lambda_1 = l = \frac{1}{2}(2l) = \frac{\lambda_0}{2} \quad (30)$$

$$\text{এবং } N_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{l} = 2 \left(\frac{v}{2l} \right) = 2N_0 \quad (31)$$

এই সুর দ্বিতীয় হারমোনিক বা প্রথম উপসুর।

তৃতীয় সম্ভাব্য কম্পনে [চিত্র ১৮-১৩ (গ)] বা পরবর্তী হারমোনিকে নলে মোট চারিটি সুস্পন্দন বিলু এবং তিনটি নিস্পন্দন বিলু থাকবে। এক্ষেত্রে বায়ুস্তম্ভ হতে নিঃসৃত সুরের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_2 এবং কম্পাঙ্ক N₂ হলে, $3 \frac{\lambda_2}{2} = l$

$$\therefore \lambda_2 = \frac{2l}{3} = \frac{\lambda_0}{3} \quad (32)$$

$$\text{এবং } N_2 = \frac{v}{\lambda_2} = 3 \left(\frac{v}{2l} \right) = 3N_0 \quad (33)$$

এই সুর তৃতীয় হারমোনিক বা দ্বিতীয় উপসুর।

সাধারণভাবে উল্লেখ করা যায় যে, দুইমুখ খোলা নলে যে সব সুর উৎপন্ন হতে পারে তাদের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য,

$$\lambda_n = \frac{2l}{(n+1)} = \frac{\lambda_0}{(n+1)} \quad (34)$$

$$\text{এবং কম্পাঙ্ক, } N_n = \frac{v}{\lambda_n} = (n+1) \frac{v}{2l} = (n+1)N_0 \quad (35)$$

$n = 0, 1, 2, 3$ ইত্যাদি যে কোন একটি পূর্ণ সংখ্যা।

সুতরাং, দুইমুখ খোলা নলে যুগ্ম ও অযুগ্ম সকল প্রকার হারমোনিক পাওয়া যেতে পারে।

নলের ব্যাসার্ধ r হলে র্যালের প্রাপ্ত সংশোধন অনুসারে

$$\lambda_n = \frac{2(l+1 \cdot 2r)}{(n+1)} \text{ এবং } N_n = \frac{(n+1)v}{2(l+1 \cdot 2r)}, \text{ কেননা নলের উভয় মুখের সুস্পন্দন বিলু খোলামুখে না হয়ে } 0.6r \text{ দূরত্বে}$$

বাইরে হবে।

১৮-২৫ কয়েকটি বাদ্যযন্ত্র

Some musical instruments

সুমধুর সুর সৃষ্টির উদ্দেশ্যে আমরা কতকগুলো যন্ত্র ব্যবহার করে থাকি। এদের নাম বাদ্যযন্ত্র। বাদ্যযন্ত্রগুলোকে মোট চার ভাগে ভাগ করা হয়েছে।

- | | |
|----|--|
| ১. | তারের যন্ত্র, যেমন একতারা, দোতারা, সেতার, গিটার, সারিন্দা ইত্যাদি। |
| ২. | বায়ুচালিত যন্ত্র, যেমন বাঁশি, হারমোনিয়াম ইত্যাদি। |
| ৩. | পদাৰ্থ সংযুক্ত যন্ত্র, যেমন তবলা, চোল ইত্যাদি। |
| ৪. | বিদ্যুৎচালিত যন্ত্র, যেমন টেপেরেকোর্ডার। |

গিটার : এটি কাঠের তৈরি একটি ফঁপা বাঙ্গা বাঙ্গের নিচের প্রান্তে কয়েকটি ঝুকের সাথে কয়েকটি সরু ধাতব তারের এক প্রান্ত যুক্ত থাকে। তারের অপর প্রান্তগুলো কাঠের বাঙ্গের উপরের প্রান্তে ছিদ্রপথে স্থাপিত কতকগুলো কিল্ক বা খিল-এর সাথে আটকানো থাকে। যন্ত্রের নিচের অংশের তারগুলোর নিচে কতকগুলো সেতু থাকে যাতে তারগুলো যন্ত্রের গা স্পর্শ না করে।

গিটার বাদক কিল্ক বা খিলগুলোর সাহায্যে তারগুলোকে টানা অবস্থায় রাখে। গিটার বাদক আঙ্গুলের মাথায় কয়েকটি ধাতব টুপি পরিধান করে তারগুলোতে কম্পন সৃষ্টি করে এবং অপর হাতের আঙ্গুল দ্বারা তারগুলো পর্যায়ক্রমে বাঙ্গের গায়ে চেপে ধরে সুমধুর সুর উৎপন্ন করে।

বাঁশি : এটি বাঁশের তৈরি দুই মুখ খোলা নল। বাঁশির গায়ে গোলাকার কতকগুলো ছিদ্র থাকে। কোন বাঁশির এক প্রান্তে কাঠের তৈরি একটি ছিপি এমনভাবে সাগানো হয় যাতে ছিপি এবং বাঁশির গায়ের মধ্যে যৎসামান্য বায়ু সঞ্চালনের পথ থাকে। আবার এক প্রকারের বাঁশি আছে যার দু মুখই খোলা। শুধু বাঁশির গায়ে কয়েকটি গোলাকার ছিদ্র থাকে।

বংশীবাদক বাঁশিতে ফু দেয় এবং তার হাতের আঙ্গুলগুলোর দ্বারা ছিদ্রপথে নিষ্কাশিত বাতাসের প্রবাহকে নিয়ন্ত্রণ করে মনোমুগ্ধকর সুর সৃষ্টি করে। বাঁশের বাঁশি ছাড়াও ধাতব নির্মিত কতকগুলো বাঁশির সাহায্যেও সুমধুর সুর সৃষ্টি করা হয়।

তবলা : তবলা কাঠের বা মাটির তৈরি একমুখ খোলা একটি ফঁপা পাত্র। খোলা মুখ ট্যানিং করা চামড়া দ্বারা বন্ধ থাকে। তবলা বাদক আঙ্গুল এবং হাতের কজি দ্বারা চামড়া পর্দায় আঘাত করে সুমধুর সুর উৎপন্ন করে।

চোল : চোল কাঠের তৈরি দুই মুখ খোলা একটি মোটা চোঙাকৃতি আধার। এর খোলা মুখ দুটি ট্যানিং করা চামড়া দ্বারা বন্ধ করা থাকে।

চোল বাদক এক হাতে একটি শক্ত স্টিক নিয়ে চোলের এক প্রান্তের পর্দায় আঘাতে শব্দ উৎপন্ন করে এবং অপর হাতে আঙ্গুলগুলো দিয়ে চোলের অপর প্রান্তের চামড়ার পর্দায় নিয়ন্ত্রিতভাবে আঘাত করে সুমধুর সুর উৎপন্ন করে।

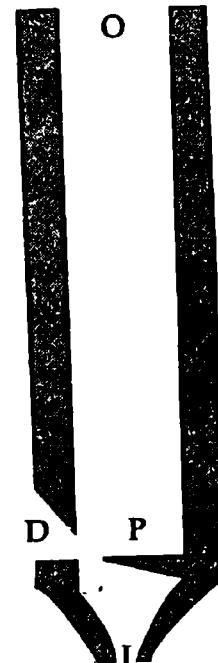
অর্গান নল (Organ Pipe) : নলাকৃতি বাদ্যযন্ত্রের মধ্যে অর্গান নল অন্যতম। এই নলে সুর উৎপাদনের ক্ষেত্রে দুই মুখ খোলা ও একমুখ বন্ধ নলের সুর উৎপাদনের নীতি অনুসরণ করা হয়। ১৮-১৪ নং চিত্রে একটি অর্গান নলের বিভিন্ন অংশ দেখান হয়েছে।

এই নলের I O একটি কাঠ বা ধাতু নির্মিত গোল বা চতুরঙ্গাকৃতি নল, P একটি ফলক এবং D একটি ধারাল পাত। পাত D-কে ‘লিপ’ (Lip) বলা হয়। এই নলের একমুখ I খুবই সরু এবং অপরমুখ O খোলা বা বন্ধ থাকে। মুখ O খোলা থাকলে তা দুই মুখ খোলা নলের ন্যায় এবং বন্ধ থাকলে একমুখ বন্ধ নলের ন্যায় ক্রিয়া করে।

নলের I মুখ দিয়ে বায়ু প্রবাহিত করলে ঐ প্রবাহ P ফলক দ্বারা বাধাপ্রাপ্ত হয় এবং P-এর পাশ ঘেষে সরুপথ দিয়ে যাবার সময় D-এর দুই পাশে পর্যায়ক্রমে আঘাত করে। এভাবে বায়ু প্রবাহে একটি আবর্তের সৃষ্টি হয় অর্ধেক নলের বায়ু স্তম্ভে একটি কম্পনের সৃষ্টি করে। নলের বায়ুস্তম্ভের মুক্ত বা স্বাধীন কম্পাঙ্গ (যা তার দৈর্ঘ্য ও শব্দের বেগের উপর নির্ভর করে) প্রতি সেকেন্ডে সৃষ্টি আবর্তের সংখ্যার সমান হলে, বায়ুস্তম্ভের কম্পন সবচেয়ে জ্বরালো হয় এবং এতে একটি সুর উৎপন্ন হয়।

একটি অর্গান নলে এরূপ অনেকগুলো নল যুক্ত থাকে। এই নলগুলো হতে বিভিন্ন সুর ও উপসুর নিঃসৃত হয়।

টেপ রেকর্ডার (Tape recorder) : এটি একটি বৈদ্যুতিক যন্ত্র। এর সাহায্যে গোল-বাঙ্গলা, মানুষের বক্তৃতা ইত্যাদি রেকর্ড করে রাখা হয় এবং প্রয়োজন অনুসারে পুনরুৎপাদন করা যায়। টেপ রেকর্ডারে চৌম্বক পদার্থের প্রলেপ দেওয়া এক ধরনের প্লাস্টিকের ফিল্ম থাকে। টেপ রেকর্ডারে যন্ত্রে দুটি স্পুল থাকে এবং স্পুলের মাঝখানে দুটি রিং আকৃতির তড়িৎ চুম্বক থাকে। তড়িৎ চুম্বকের মেরুদণ্ডের ফাঁক দিয়ে চৌম্বক ফিল্ম, একটি বৈদ্যুতিক মোটরের



চিত্র ১৮-১৪।

সাহায্যে এক স্মূল থেকে অন্য স্মূলে অন্যায়ে যাতায়াত কৰতে পাবে। চুম্বক দুটির একটিকে রেকর্ডিং হেড (Recording head) এবং আরেকটিকে প্লে ব্যাক হেড (Playback head) বলে। মাইক্রোফোনের সামনে শব্দ উচ্চারিত হলে শব্দের প্রকৃতি অনুসারে পরিবর্তনশীল তড়িৎ প্রবাহের সৃষ্টি হয়। এই পরিবর্তনশীল তড়িৎ প্রবাহ তড়িৎ চুম্বকের কুণ্ডলীতে প্রেরণ কৰা হয়। পরিবর্তনশীল তড়িৎ প্রবাহের কারণে চৌম্বক ক্ষেত্ৰে ক্ষেত্ৰেখাৰ পরিবৰ্তন ঘটে। এখন চৌম্বক ফিল্টা ঐ রেকর্ডিং হেডের ফাঁক দিয়ে যাওয়াৰ সময় ক্ষেত্ৰেখাৰ পরিবৰ্তন অনুযায়ী চুম্বকিত হয়। ফলে ফিল্টাৰ উপৰ শব্দের চৌম্বক প্রতিলিপি মুদ্রিত হয়। এই শব্দ পুনৰুৎপাদনেৰ জন্য প্লেব্যাক হেড ব্যবহৃত হয়। প্লেব্যাক হেডেৰ মধ্য দিয়ে চৌম্বক ফিল্টা যাওয়াৰ সময় ফিল্টাৰ চৌম্বক ক্ষেত্ৰে পরিবৰ্তনেৰ প্ৰভাৱে হেডেৰ কুণ্ডলীতে পরিবৰ্তনশীল তড়িৎ প্রবাহ সৃষ্টি কৰে। এই তড়িৎ প্রবাহ আ্যামপ্লিফায়াৰেৰ সাহায্যে বহুগুণে বিবৰ্ধিত কৰে লাউড স্পীকাৰ পরিবৰ্তনশীল তড়িৎ প্রবাহ শব্দ তৰঙ্গে রূপান্তৰিত কৰে এবং আমৱা সেই শব্দ শুনতে পাই।

১৮-২৬ সুরবিৱাম বা সুৱানুপাত

Musical interval

দুটি সুৱেৱ কম্পাঙ্গেৰ অনুপাত একটি পূৰ্ণসংখ্যা হলে এদেৱ মিলিত প্ৰভাৱে শুতিমধুৱ শব্দেৰ উৎপত্তি হয় এবং এদেৱ ভীকৃতাবে পাৰ্থক্য তালভাৱে বুৰো যায়। এই কারণে দুটি সুৱেৱ কম্পাঙ্গেৰ অনুপাতকে সুৱবিৱাম বা সুৱানুপাত বলে। উদাহৰণস্বৰূপ ধৰা যাক n_1 , n_2 ও n_3 তিনটি সুৱেৱ কম্পাঙ্গক। তাহলে দ্বিতীয় সুৱেৱ সাপেক্ষে প্ৰথম সুৱেৱ সুৱবিৱাম = $\frac{n_1}{n_2}$ । আবাৱ তৃতীয়টিৰ সাপেক্ষে দ্বিতীয় সুৱেৱ সুৱবিৱাম = $\frac{n_2}{n_3}$ ।

$$\text{সুতৰাং, } \text{তৃতীয়টিৰ সাপেক্ষে প্ৰথমটিৰ সুৱবিৱাম} = \frac{n_1}{n_3} = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{n_2}{n_3}$$

অতএব দেখা যাচ্ছে যে, যে কোন দুটি শব্দেৰ সুৱেৱ সুৱবিৱাম এদেৱ অধ্যবৰ্তী সুৱবিৱামগুলোৱ গুণকলেৰ সমান।

হাৰমোনিয়াম বা পিয়ানোতে কতগুলো চাবি আছে, যাদেৱ প্ৰত্যেকেৰ একটি কৰে নিৰ্দিষ্ট কম্পাঙ্গক থাকে। এই কম্পাঙ্গগুলোৱ সুৱবিৱামেৰ মধ্যে এমন একটা সামঞ্জস্য থাকে যে এদেৱকে বাজালে কতগুলো নিৰ্দিষ্ট কম্পাঙ্গেৰ সুৱ বেৱ হয় এবং সুৱগুলো মিলে ঘৱেৱ উৎপত্তি হয় যা কষ্টঘৱেৱ উপযোগী হয়।

বিভিন্ন সুৱবিৱামেৰ বিভিন্ন নামকৱণ কৰা হয়। নিচেৱ সারণিতে এদেৱ নাম উল্লেখ কৰা হল :

সুৱবিৱাম	নাম	সুৱবিৱাম	নাম
<u>1 : 1</u>	<u>সমায়ন (Unision)</u>	<u>5 : 3</u>	<u>গ্ৰ ষষ্ঠক (Major sixth)</u>
<u>2 : 1</u>	<u>অষ্টক (Octave)</u>	<u>8 : 5</u>	<u>লঘু ষষ্ঠক (Minor sixth)</u>
<u>3 : 2</u>	<u>পঞ্চক (Fifth)</u>	<u>9 : 8</u>	<u>গ্ৰ সুৱ (Major tone)</u>
<u>4 : 3</u>	<u>চতুৰ্থক (Fourth)</u>	<u>10 : 9</u>	<u>লঘু সুৱ (Minor tone)</u>
<u>5 : 4</u>	<u>গ্ৰু তিস্তক (Major third)</u>	<u>16 : 15</u>	<u>অৰ্ধ সুৱ (Semi-tone)</u>
<u>6 : 5</u>	<u>লঘু তিস্তক (Minor third)</u>		

সম-সজ্ঞতি ও বিষম-সজ্ঞতি (Concord or consonance and discord or desonance) : দুই বা ততোধিক সুৱেৱ মিলিত ক্ৰিয়ায় তৃতীয় একটি সুৱযুক্ত শব্দ উৎপত্তি হলে এৰূপ সমবয়কে সম-সজ্ঞতি বলে। দুই বা ততোধিক সুৱেৱ ক্ৰিয়ায় একটি সুৱবৰ্জিত শব্দ উৎপন্ন হলে এই সমবয়কে বিষম-সজ্ঞতি বলে।

বইঘর কম

দুটি সুরের কম্পাঙ্গের অনুপাত একটি পূর্ণ সংখ্যা 1, 2, 3 ইত্যাদি হলে এবং সুর দুটি একই সময় ধ্রনিত হলে একটি সুরযুক্ত শব্দের উৎপত্তি হবে। সুতরাং, এরূপ দুটি সুরের সমন্বয়ই সম-সঙ্গতি।

এক-অষ্টক (One-octave) : কোন একটি সুরের কম্পাঙ্গক অপর একটি সুরের কম্পাঙ্গের দ্বিগুণ হলে প্রথমটির কম্পাঙ্গক দ্বিতীয়টির এক-অষ্টক বলা হয়। বিপরীতক্রমে দ্বিতীয়টির কম্পাঙ্গক প্রথমটির এক-অষ্টক নিচে বলা হয়। কোন একটি অষ্টকের অন্তর্গত আটটি সম-সঙ্গতিপূর্ণ সুরকে সুরাষ্টক বলে।

১৮-২৭ স্বর-গ্রাম

Musical scale

স্বর-গ্রাম বলতে নির্দিষ্ট কম্পাঙ্গের কতকগুলো সাজানো সুর বুঝায়। যে সব সুর আমাদের কানে সহজে সাড়া দেয় এবং কষ্টস্বরের উপযোগী হয় স্বর-গ্রামে ঐ সব সুরকে ঢেলে সাজানো হয়। পরীক্ষায় দেখা যায় যে, কোন নির্দিষ্ট সুর ও তার দ্বিগুণ কম্পাঙ্গবিশিষ্ট অপর একটি সুরের মধ্যে প্রথম সুরের কম্পাঙ্গক অনুযায়ী, বিভিন্ন কম্পাঙ্গের কতকগুলো সুর সন্নিবেশ করলে সমসংগতি বজায় থাকে। এরূপ সমসঙ্গতিপূর্ণ কতকগুলো সুরের সমষ্টিকে স্বর-গ্রাম বলে। সর্বাপেক্ষা কম কম্পাঙ্গের সূচনা সুরকে টোনিক (tonic or key tone) বলে।

হারমোনিয়াম ও পিয়ানোতে কতকগুলো চাবি এবং বাঁশিতে কতকগুলো ছিদ্র আছে। এ চাবি বা ছিদ্রগুলো একটি নির্দিষ্ট স্বরগ্রামে সাজানো থাকে। বেহালায় হাতের কায়দায় তারের বিভিন্ন স্থানে আঙ্গুল চেপে সুরযুক্ত শব্দ সৃষ্টি করা হয়। সেতার ও এস্বাজে কতকগুলো ঘাট থাকে যাদের সাহায্যে ইচ্ছেমত স্বর-গ্রামের সুরগুলোর সুরবিভেদ পরিবর্তন করা যায়।

১৮-২৮ ডায়াটোনিক স্বরগ্রাম

Diatonic scale

একটি বিশেষ সুর ও এর এক অষ্টক উপরের সুরের মধ্যে সম-সঙ্গতিপূর্ণ বিভিন্ন কম্পাঙ্গের আরও ছয়টি সুর সন্নিবেশ করে যে স্বর গ্রাম প্রস্তুত করা হয় তাকে ডায়াটোনিক স্বরগ্রাম বলে। সাধারণত সূচনা সুরের কম্পাঙ্গক 256 গণ্য করা হয়। সুরগুলোর বাংলাদেশী ও পাঞ্চাত্য নাম, প্রতীক, সুরবিরাম, আপেক্ষিক কম্পাঙ্গক প্রভৃতি নিচে দেয়া হল।

সুর	টোনিক	উপসুর							অষ্টক
		সা	রে	গা	মা	পা	ধা	নি	
বাংলাদেশী	সা	রে	গা	মা	পা	ধা	নি	সা	do
পাঞ্চাত্য (ইংরেজি) নাম	do	re	mi	fa	sol	la	Ti		
পাঞ্চাত্য (ইংরেজি) প্রতীক	C	D	E	F	G	A	B	c	
সুরের কম্পাঙ্গক (Hz)	256	288	320	341.33	384	426.66	480	512	
আপেক্ষিক কম্পাঙ্গক (পূর্ণ সংখ্যায়)	24	27	30	32	36	40	45	48	
টোনিকের সাপেক্ষে (সুরবিরাম)	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2	
পর পর দুটি সুরের সুর বিরাম		$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	

ডায়াটোনিক স্বরগ্রামের সুরগুলোর বাংলাদেশী নাম অনুসারে ‘সা’-ই এই সুরাষ্টকের টোনিক। সুরবিরাম অনুসারে সা : পা : মা : নি : ধা : গা : রে : ধা : পা : মায় এবং সা : নি : মা : গা : অর্ধসুর। গুরু সুরগুলোকে কোন কোন ক্ষেত্রে প্রধান ডায়াটোনিক স্বরগ্রাম বলে।

১৮-২৯ সংগীতে কয়েকটি ব্যবহারিক শব্দ Some words used in music

সঙ্গীতে নিম্নলিখিত শব্দগুলোর বহুল প্রচলন দেখা যায় :

~~(১) ত্রয়ী (Triad)~~ : তিনটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত $4:5:6$ হলে তাদের সমন্বয়ে যে সুরযুক্ত শব্দের উৎপন্নি হয় তাকে ত্রয়ী বলে। $S:G:P = 256:320:384 = 4:5:6$ এবং $M:D:A = 341.33:426.66:512$ কম্পাঙ্কবিশিষ্ট সুরের সমন্বয়ে উৎপন্ন শব্দ ত্রয়ী।

~~(২) স্বর-সংজ্ঞাতি (Chord)~~ : চারটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত $4:5:6:8$ হলে তাদের সমন্বয়ে এক প্রকার শৃতিমধুর শব্দের উৎপন্নি হয়। এরূপ সমন্বয়কে স্বর-সংজ্ঞাতি বা সমসংজ্ঞাতি বলে। সুতরাং ত্রয়ী ও ত্রয়ীর নিম্নতম কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ কম্পাঙ্কবিশিষ্ট শব্দের সমন্বয় স্বর-সংজ্ঞাতি। কিন্তু সমন্বয় যদি শৃতিমধুর না হয় অর্থাৎ শৃতিকু হয় তবে ঐ সমন্বয়কে বিষম সংজ্ঞাতি বলে।

(৩) সমতান বা হারমোনি (Harmony) : একই সময় কতকগুলো শব্দ উৎপন্ন হলে যদি তাদের মধ্যে একটি একতানের সৃষ্টি হয় তবে তাকে সমতান বলে।

(৪) স্বরমাধুর বা মেলডি (Melody) : কতকগুলো শব্দ একের পর এক উৎপন্ন হয়ে যদি একটি সুরযুক্ত শব্দের সৃষ্টি করে তবে তাকে মেলডি বলে।

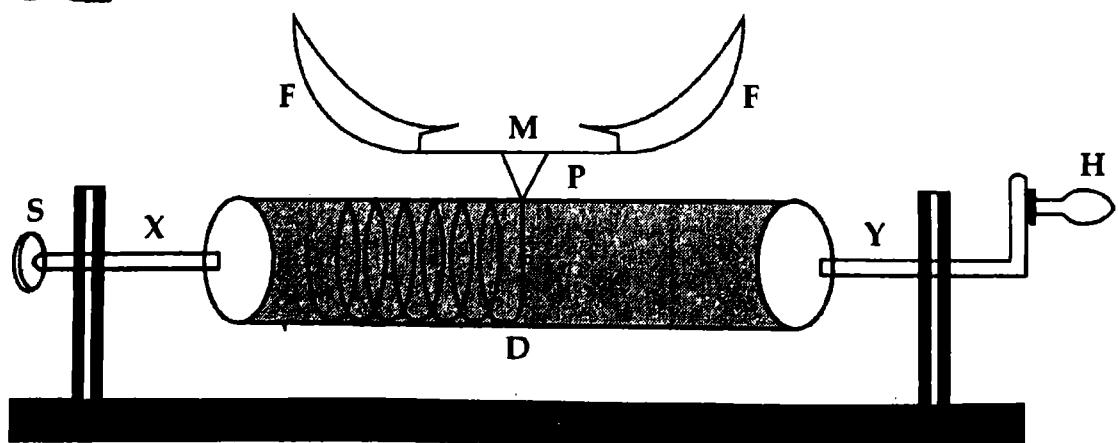
~~(৫) সলো (Solo)~~ : একটি মাত্র বাদ্যযন্ত্র হতে যে স্বর সৃষ্টি হয় তাকে সলো বা একক সঙ্গীত বলে। একটি বেহালা বা পিয়ানো হতে উৎপন্ন স্বরই সলো।

~~(৬) অর্কেস্ট্রা (Orchestra)~~ : যখন একাধিক বাদ্যযন্ত্র একত্রে বাজিয়ে একটি সমতান অথবা মেলডি অথবা সমতান মেলডি উভয়ই উৎপন্ন করে তখন তাকে অর্কেস্ট্রা বলে।

১৮-৩০ ফনোগ্রাফ

Phonograph

টমাস আলভা এডিসন (Thomas Alva Edison) 1878 খ্রিস্টাব্দে শব্দ গ্রহণ ও পুনরুৎপাদনের জন্য এই যন্ত্রটি উজ্জ্বাল করেন। এর বর্ণনা নিচে দেওয়া হল।



চিত্র ১৮-১৫

এই যন্ত্রে একটি হৰ্ণ (F, F) কাচ বা অন্ত্রের পাতলা পর্দা M দ্বারা বন্ধ থাকে [চিত্র ১৮-১৬]। পর্দাটির সাথে একটি পিল অভিসম্ভাবে লাগান আছে। শব্দ গ্রহণের সময় মোমের প্রলেপযুক্ত একটি ড্রাম D-এর উপর এই পিলটি স্থাপন করা হয়। এই ড্রামটিকে এর অক্ষ XY-এর চতুর্দিকে একটি হাতল H-এর সাহায্যে সুরান যায়। ঘূর্ণনকালে একটি স্ক্রু S-এর সাহায্যে এটাকে পার্শ্বের দিকে সরান হয়। এতে ক্রমে ক্রমে ড্রামের বিভিন্ন অংশ পিলের নিচে আসে।

বইঘর কম

হর্ণের মুখে কথা বললে অথবা যে শব্দের রেকর্ড নিতে হবে তা উচ্চারিত হলে পর্দা M-এ কম্পন সৃষ্টি হয় এবং এতে পিনটি উঠা-নামা করে। এই অবস্থায় ড্রামটিকে অনবরত ঘূরিয়ে স্ক্রু-এর সাহায্যে পার্শ্বের দিকে সরাতে থাকলে পিনটি ড্রামের উপরকার মোমের পর্দায়, কম্পনের তারতম্য অনুসারে বিভিন্ন গভীরতায় দাগ কেটে চলে এবং শব্দের ছবহু ছাপ তৈরি করে। একে রেকর্ড বলে।

শব্দের পুনরুৎপাদনের ক্ষেত্রে গৃহীত রেকর্ডের উপরকার দাগের গোড়ায় একটি পিন বসিয়ে ড্রামটিকে ঠিক আগের মত ঘূরাতে হয়। এতে পিনটি দাগের উপর দিয়ে চলার সময় দাগের গভীরতা অনুসারে উঠা-নামা করতে থাকে এবং পর্দায় গৃহীত শব্দের অনুরূপ কম্পন সৃষ্টি করে। পর্দার এই কম্পনে রেকর্ডের সময় যেরূপ শব্দ হয়েছিল মোটামুটি তারই পুনরুৎপাদন ঘটে।

ব্যবহার অসুবিধা : ১। মোমের উপর শব্দের রেকর্ড আপনা-আপনি ও পিনের ক্রিয়ায় ধীরে ধীরে নষ্ট হয়ে যায়। (২) রেকর্ড হতে যে শব্দ পাওয়া যায় তা মূল শব্দ হতে খানিকটা বিকৃত হয়।

১৮-৩১ গ্রামোফোন

Gramophone

এটি এক প্রকার উন্নত ধরনের ফনোগ্রাফ। ফনোগ্রাফের ড্রামের পরিবর্তে গ্রামোফোনের শেলাক, তেপাল প্রভৃতি শক্ত পদার্থের চাকতি ব্যবহৃত হয়। ফনোগ্রাফ ড্রামটিকে হাত বা বৈদ্যুতিক মোটরের সাহায্যে ঘূরানো হয়, কিন্তু গ্রামোফোনে চাকতিটিকে স্প্রিং-এর সাহায্যে ঘূরানো হয়। শেলাক, তেপাল প্রভৃতি ফনোগ্রাফের ড্রামের উপরকার মোমের মত সহজে নষ্ট হয় না। এ ছাড়া শব্দের রেকর্ড চাকতির কিনারা হতে কেন্দ্র পর্যন্ত বিস্তৃত হয় এবং পিন সমান গভীরতায় আঁকা-বাঁকা দাগ কেটে যায়। দাগের গভীরতা সমান থাকায় শব্দের পুনরুৎপাদনে পিন রেকর্ডের আঁকা-বাঁকা রেখার উপর দিয়ে উপরে-নিচে উঠা-নামা করে অতি সহজে ইততস্ত কাপে এবং এতে রেকর্ড ভাল থাকে।

স্মরণিকা

সূর : একটি মাত্র কম্পাঙ্গবিশিষ্ট শব্দকে সূর বলে।

স্বর : একাধিক কম্পাঙ্গবিশিষ্ট শব্দকে স্বর বলে।

মূল সূর ও উপসূর : কোন স্বর যে সব সূরের মিশ্রণে উৎপন্ন হয় তাদের মধ্যকার ন্যূনতম কম্পাঙ্গের সূরকে মূল সূর বলে। মূল সূর ছাড়া অন্য সকল সূর যার কম্পাঙ্গ মূল সূরের কম্পাঙ্গের চেয়ে বেশি তাদেরকে উপসূর বলে।

সমমেল বা হারমোনিক : উপসূরগুলোর কম্পাঙ্গ মূল সূরের কম্পাঙ্গের সরল গুণিতক হলে তাদেরকে সমমেল বা হারমোনিক বলে।

সুরযুক্ত বা সুশ্রাব্য শব্দ ও সুরবর্জিত শব্দ বা কোলাহল : উৎসের কম্পন নিয়মিত বা পর্যাপ্ত হলে যে শব্দের সৃষ্টি হয় তাকে সুরযুক্ত বা সুশ্রাব্য শব্দ বলে। উৎসের কম্পন অনিয়মিত বা অপর্যাপ্ত হলে নিঃসৃত শব্দকে সুরবর্জিত শব্দ বা কোলাহল বলে।

শব্দোচ্ছতা : যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা একটি শব্দ অন্য একটি শব্দ হতে কত বেশি জ্বরাগো তা বুঝা যায় তাকে শব্দের শব্দোচ্ছতা বলে।

শব্দের তীব্রতা বা প্রাবল্য : শব্দের গতিপথে লম্বভাবে অবস্থিত কোন বিন্দুর চারপাশে একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে যে পরিমাণ শক্তি প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত হয় তাকে শব্দের তীব্রতা বা প্রাবল্য বলে।

তীক্ষ্ণতা : শব্দের যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা কোন সূর চড়া ও কোন সূর মোটা তা বুঝা যায় তাকে তীক্ষ্ণতা বলে।

আতি বা গুণ : যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা দুটি ভিন্ন উৎস হতে নির্গত শব্দের তীব্রতা ও তীক্ষ্ণতা এক হলেও তাদের একটিকে অন্যটি হতে পৃথক করা যায়, তাকে তার জাতি বা গুণ বলে।

প্রমাণ তীব্রতা : 1000 Hz কম্পাঙ্গবিশিষ্ট 10^{-12} Wm^{-2} তীব্রতাকে প্রমাণ তীব্রতা বলে।

তীব্রতা লেভেল : যে কোন শব্দের তীব্রতা এবং প্রমাণ তীব্রতার শব্দের শব্দোচ্ছতার পার্থক্যকে তীব্রতা লেভেল বলে। অথবা, কোন শব্দের তীব্রতা ও প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমকে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল বলে।

ডেসিবেল: শব্দের তীব্রতা যখন 10^0 বা 1.259 গুণ বৃদ্ধি পায় তখন শব্দের তীব্রতা যতটুকু বাঢ়ে তাকে 1 ডেসিবেল বলে।

বীট বা স্বরকম্প : প্রায় সমান কম্পাক্ষকবিশিষ্ট একই দিকে অগ্রগামী দুটি শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শব্দের লাখি প্রাবল্যের যে হাস-বৃদ্ধি ঘটে তাকে বীট বা স্বরকম্প বলে।

মুক্ত বা স্বাভাবিক কম্পন : স্পন্দনক্ষম যে কোন বস্তুকে আলোচিত করলে বস্তুটি একটি নির্দিষ্ট কম্পাক্ষ ও পর্যায়কালে স্পন্দিত হয়। এই স্পন্দনকে মুক্ত কম্পন বা স্বাভাবিক কম্পন বলে।

পরবশ বা আরোপিত কম্পন : স্পন্দনক্ষম বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের জন্য বস্তুটি তার স্বাভাবিক কম্পাক্ষে কম্পিত হওয়ার পরিবর্তে যখন আরোপিত কম্পনের কম্পাক্ষে স্পন্দিত হতে থাকে তখন এ কম্পনকে আরোপিত বা পরবশ কম্পন বলে।

অনুনাদ : কোন বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাক্ষ বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাক্ষের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

সূরবিহার : দুটি সূরের কম্পাক্ষের অনুপাতকে সূর বিহার বলে।

অষ্টক : কোন একটি সূরের কম্পাক্ষক অপর একটি সূরের কম্পাক্ষের হিগুণ হলে প্রথমটির কম্পাক্ষকে হিতীয়টির এক অষ্টক বলে।

স্বরগ্রাম : স্বর-গ্রাম বলতে নির্দিষ্ট কম্পাক্ষের কতকগুলো সাজানো সূর বুঝায়।

ডায়াটোনিক স্বরগ্রাম : একটি বিশেষ সূর ও এর এক অষ্টক উপরের সূরের মধ্যে সম-সজ্ঞাতিপূর্ণ বিত্তিলু কম্পাক্ষের আরও ছয়টি সূর সন্নিবেশ করে যে স্বরগ্রাম প্রস্তুত করা হয় তাকে ডায়াটোনিক স্বরগ্রাম বলে।

সমতান বা হারমোনি : একই সময়ে কতকগুলো শব্দ উৎপন্ন হলে যদি তাদের মধ্যে একটি ঐক্যতানের সৃষ্টি হয় তবে তাকে সমতান বা হারমোনি বলে।

মেলডি : কতকগুলো শব্দ একের পর এক উৎপন্ন হয়ে যদি একটি সূরযুক্ত শব্দের সৃষ্টি করে তবে তাকে মেলডি বলে।

সলো : একটি মাত্র বাদ্যযন্ত্র হতে যে স্বর সৃষ্টি হয় তাকে সলো বলে।

টানা তারের আড় কম্পনের সূত্র : টানা তারের আড় কম্পনের তিনটি সূত্র রয়েছে, যথা :

(১) দৈর্ঘ্যের সূত্র, (২) টানের সূত্র এবং (৩) তারের সূত্র।

ফনেগ্রাফ : এটি শব্দ গ্রহণ ও পুনরুৎপাদন যন্ত্র।

প্রয়োজনীয় সমীকরণ

$$S = K \log_{10} I \quad (1)$$

$$\beta = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) dB \quad (2)$$

$$\Delta \beta = \beta_1 - \beta_2 = 10 \log_{10} \left(\frac{I_2}{I_1} \right) dB \quad (3)$$

$$\Delta \beta = 10 \log_{10} (P_2 / P_1) dB \quad (4)$$

$$n_2 = n_1 \pm N \quad (5)$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{m}} \quad (6)$$

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}} \quad (7)$$

$$n = \frac{1}{2lr} \sqrt{\frac{T}{\pi\rho}} \quad (8)$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{l_2^2}{l_1^2} \quad (9)$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (10)$$

$$\frac{n_2^2}{n_1^2} = \frac{m_1}{m_2} \quad (11)$$

$$\checkmark \text{ বালা নলে, } n = \frac{v}{2l} \quad (12)$$

$$\checkmark \text{ অৰ্ব নলে, } n = \frac{v}{4l} \quad (13)$$

বইয়র কম

সমাধানকৃত উদাহরণ

১। কোন শব্দের তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার 100 গুণ হলে ঐ শব্দের তীব্রতার লেভেল কত ডিসিবেল ?

[য. বো. ২০০৫ ; ব. বো. ২০০৪]

আমরা জানি,

$$\beta = \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) \text{ কেব}$$

প্রান্তিয়ী $I = 100 I_0$

$$\beta = \log_{10} (100)$$

$$= \log_{10} (10)^2$$

$$= 2 \text{ কেব}$$

$$= 20 \text{ ডিসিবেল}$$

২। কোন জনসত্তার শব্দের তীব্রতা $10^{-8} \text{ watt m}^{-2}$ । শব্দের তীব্রতা লেভেল ডিসিবেলে নির্ণয় কর। শব্দের তীব্রতা তিনগুণ হলে নতুন তীব্রতা লেভেল কত হবে ?

[কু. বো. ২০০৪ ; রা. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$= 10 \log \frac{10^{-8}}{10^{-12}}$$

$$= 10 \log (10^4)$$

$$= 40 \text{ dB}$$

এখানে,

$$\text{প্রমাণ তীব্রতা}, I_0 = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$$

$$\text{জনসত্তায় শব্দের তীব্রতা}, I = 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}$$

$$\text{তীব্রতা লেভেল}, \beta = ?$$

$$\text{আবার}, I' = 3I$$

$$= 3 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}$$

$$\beta' = ?$$

$$\text{আবার}, \beta' = 10 \log \frac{I'}{I_0} = 10 \log \frac{3 \times 10^{-8}}{1 \times 10^{-12}}$$

$$= 10 \log 3 \times 10^4$$

$$= 44.77 \text{ dB}$$

৩। কোন শ্রেণীকক্ষের শব্দের তীব্রতা $1 \times 10^{-6} \text{ Wm}^{-2}$ হলে শব্দের তীব্রতা লেভেল ডিসিবেলে নির্ণয় কর।

[ঢ. বো. ২০০৬, ২০০১; য. বো. ২০০৮, '০২ ; চ. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$= 10 \log \frac{10^{-6}}{10^{-12}} = 10 \log 10^6$$

$$= 60 \text{ dB}$$

এখানে,

$$\text{প্রমাণ তীব্রতা}, I_0 = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$$

$$\text{শ্রেণীকক্ষের শব্দ তীব্রতা}, I = 10^{-6} \text{ Wm}^{-2}$$

$$\text{তীব্রতা লেভেল}, \beta = ?$$

৪। একটি ক্যাসেট প্রেমাই হতে মিস্ত শব্দের ক্ষমতা 30 mW হতে 60 mW -এ পরিবর্তিত হলে শব্দের তীব্রতা লেভেলের কত পরিবর্তন হবে ?মনে করি, শব্দের তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন = $\Delta\beta$

আমরা জানি,

$$\Delta\beta = 10 \log_{10} \left(\frac{\beta_2}{\beta_1} \right)$$

$$= 10 \log_{10} \left(\frac{60 \times 10^{-3} \text{ W}}{30 \times 10^{-3} \text{ W}} \right)$$

$$= 10 \log_{10} (2)$$

$$= 3 \text{ dB}$$

এখানে,

মিস্ত শব্দের প্রাথমিক ক্ষমতা,

$$\beta_1 = 30 \text{ mW} = 30 \times 10^{-3} \text{ W}$$

মিস্ত শব্দের পরিবর্তিত ক্ষমতা,

$$\beta_2 = 60 \text{ mW} = 60 \times 10^{-3} \text{ W}$$

$$\Delta\beta = ?$$

BG & JEWEL

৫। দুটি সুরশলাকাকে একই সময়ে কম্পিত কৱলে প্ৰতি সেকেন্ডে ৫টি বীট সৃষ্টি হয়। একটি শলাকা কোন টানা তাৰের 1.18 m দৈৰ্ঘ্যের সাথে এবং অপৰটি ঐ তাৰের 1.20 m দৈৰ্ঘ্যের সাথে কম্পজন হয়। সুৱশলাকা দুটিৰ কম্পাঙ্গক নিৰ্ণয় কৰ।
[ঢ. বো. ২০০৬ (মান ভিন্ন) ; ব. বো. ২০০৩]

আমৱা জানি,

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$n_1 = \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$= \frac{1}{2 \times 1.18} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$\text{এবং } n_2 = \frac{1}{2 \times 1.20} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{1.20}{1.18}$$

$$\text{পুনঃ } n_1 - n_2 = 5$$

উভয়পক্ষ n_2 দিয়ে ভাগ কৰে পাই,

$$\frac{n_1}{n_2} - 1 = \frac{5}{n_2}$$

$$\text{বা, } \frac{1.20}{1.18} - 1 = \frac{5}{n_2}$$

$$\text{বা, } \frac{1.20 - 1.18}{1.18} = \frac{5}{n_2}$$

$$\text{বা, } n_2 = \frac{5 \times 1.18}{0.02} = 295 \text{ Hz}$$

$$\therefore n_1 = \frac{1.20}{1.18} \times 295$$

$$= 300 \text{ Hz}$$

৬। কোন শ্ৰেণীকক্ষে শব্দেৱ তীব্ৰতা 10^{-7} W m^{-2} । শব্দেৱ তীব্ৰতা হিঁগুণ হলে নতুন তীব্ৰতা লেবেল কত হবে ?
[ব. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০৫]

আমৱা জানি,

$$\alpha = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{10^{-7}}{10^{-12}}$$

$$= 10 \log 10^5$$

$$= 50 \text{ dB}$$

আবাৱ, আমৱা জানি,

$$\begin{aligned} \alpha' &= 10 \log \frac{I'}{I_0} = 10 \log \frac{2I}{I_0} \\ &= 10 \log \frac{2 \times 10^{-7}}{10^{-12}} = 10 \log 2 \times 10^5 \\ &= 53.01 \text{ dB} \end{aligned}$$

৭। A ও B দুটি সুৱেলী কঁটা একত্ৰে শব্দায়িত কৱলে প্ৰতি সেকেন্ডে ৫টি বীট শোনা যায়। A-এৱে বাতুৱ ভৱ কিছু কমালে বীট উৎপন্নিৰ হার বৃদ্ধি পায়। B-এৱে কম্পাঙ্গক 512 Hz হলে A-এৱে প্ৰকৃত কম্পাঙ্গক কত ?

আমৱা পাই, $N = n_1 \sim n_2$

প্ৰশ্নানুসাৱে ভৱ ত্ৰাসে A-এৱে কম্পাঙ্গক বৃদ্ধি পায়। এতে বীট উৎপন্নিৰ হার বৃদ্ধি পায় হেতু তাৰেৱ কম্পাঙ্গকেৱ পাৰ্থক্যও বৃদ্ধি পায়।

A-এৱে কম্পাঙ্গক, $n_1 > B$ -এৱে কম্পাঙ্গক, n_2 সুতৰাং, $n_1 - n_2 = N$ এখানে, $N = 5$ বীট/সে. ও $n_2 = 512 \text{ Hz}$

$$n_1 = N + n_2 = (512 + 5) \text{ Hz} = 517 \text{ Hz}$$

এখানে,

$$l_1 = 1.18 \text{ m}$$

$$l_2 = 1.20 \text{ m}$$

$$N = n_1 - n_2 = 5$$

$$n_1 = ?$$

$$n_2 = ?$$

এখানে,

$$\text{তীব্ৰতা, } I = 10^{-7} \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{প্ৰমাণ তীব্ৰতা, } I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{তীব্ৰতা লেবেল, } \alpha = ?$$

আবাৱ,

$$I' = 2I = 2 \times 10^{-7} \text{ W m}^{-2}$$

$$\alpha = ?$$

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

ড্রে ও বীট:

বাম বাজ / মেল্লি গো

ফাল্ল গোল্লি / মেল্লি বাম

৮। দুটি সূর শলাকা A ও B একই সময় শব্দায়িত ইউয়ায় প্রতি সেকেন্ডে ৬টি বীট উৎপন্ন হয়। কিন্তু A-তে ধানিকটা গোম জাগালে বীটের সংখ্যা হ্রাস পায়। B-এর কম্পাঙ্ক 320 Hz হলে, A-এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

$$\text{আমরা পাই}, N = n_1 - n_2$$

প্রশ্নানুসারে তরের বৃদ্ধিতে A-এর কম্পাঙ্ক হ্রাস পায়।

কাজেই A-এর কম্পাঙ্ক,

$$n_1 > B\text{-এর কম্পাঙ্ক}, n_2$$

$$\text{কাজেই}, N = n_1 - n_2$$

$$\text{এখানে}, N = 6 \text{ বীট/সে. ও } n_2 = 320 \text{ Hz}$$

$$n_1 = n_2 + N = (320 + 6) \text{ Hz}$$

$$= 326 \text{ Hz}$$

৯। 64টি সূর শলাকা ক্রমবর্ধমান কম্পাঙ্কে সাজানো আছে। তাদের শেষটির কম্পাঙ্ক প্রথমটির টিগুণ এবং পর পর যে কোন দুটি শলাকা প্রতি সেকেন্ডে ৫টি বীট উৎপন্ন করে। প্রথম সূর শলাকার কম্পাঙ্ক কত?

$$\text{ধরি প্রথমটির কম্পাঙ্ক} = n_1$$

$$\text{তা হলে শেষটির কম্পাঙ্ক} = 2n_1$$

$$\text{আবার পর্যায়ক্রমিক দুটি সূর-শলাকার কম্পাঙ্কের পার্দক্ষ} = 4 \text{ Hz}$$

$$\text{দ্বিতীয় সূর শলাকার কম্পাঙ্ক} = n_1 + 4$$

$$= n_1 + (2 - 1)4$$

$$\text{তৃতীয় সূর শলাকার কম্পাঙ্ক} = n_1 + 4 + 4 = n_1 + (3 - 1)4$$

$$\text{চতুর্থ সূর শলাকার কম্পাঙ্ক} = n_1 + (4 - 1)4$$

$$64\text{-তম সূর শলাকার কম্পাঙ্ক} = n_1 + (64 - 1)4$$

$$\text{কিন্তু}, n_1 + (64 - 1)4 = 2n_1$$

$$n_1 = (64 - 1)4 = 252 \text{ Hz}$$

১০। দুটি সূর শলাকা একটি গ্যাসে 0.50 m এবং 0.505 m দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ উৎপন্ন করে। যদি প্রতি সেকেন্ডে ৬টি বীট উৎপন্ন হয় তবে উক্ত গ্যাসে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

[রা. বো. ২০০৬ ; ঢা. বো. ২০০৫ ; য. বো. ২০০৪ ; কু. বো. ২০০৫ ; ব. বো. ২০০২]

মনে করি গ্যাসে শব্দের বেগ = v

আমরা জানি,

$$v = n_1 \lambda_1 \quad (1)$$

এবং

$$v = n_2 \lambda_2 \quad (2)$$

সমীকরণ (1) এবং (2) হতে পাই

$$n_1 = \frac{v}{\lambda_1} \quad (3)$$

$$\text{এবং} \quad n_2 = \frac{v}{\lambda_2} \quad (4)$$

$$\text{কিন্তু} \quad N = n_1 - n_2 \quad (5) \quad [\lambda_1 < \lambda_2]$$

এখন সমীকরণ (5) হতে পাই

$$N = \frac{v}{\lambda_1} - \frac{v}{\lambda_2}$$

$$\text{বা, } 6 = v \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)$$

$$\text{বা, } 6 = v \left(\frac{1}{0.50} - \frac{1}{0.505} \right)$$

$$\text{বা, } v = \frac{0.50 \times 0.505 \times 6}{0.005} = 303 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

$$N = 6$$

$$\lambda_2 = 0.50 \text{ m}$$

$$\lambda_1 = 0.505 \text{ m}$$

১১। দুটি সূরশলাকা A ও B একই সাথে শব্দায়িত হওয়ায় প্রতি সেকেন্ডে ৫টি বীট উৎপন্ন হয়। কিন্তু A-তে খানিকটা মোম লাগিয়ে ওজন বাঢ়ালে বীট সংখ্যা কমে যায়। B-এর কম্পাঙ্ক 256 Hz হলে A-এর কম্পাঙ্ক কত?

[ব. বো. ২০০৫]

আমরা জানি,

$$n_A = n_B \pm N$$

যেহেতু A সূরশলাকার বাঢ়তে মোম লাগানোৱ ফলে বীট সংখ্যা বৃদ্ধি পায় ; কাজেই $n_A > n_B$ হবে। অতএব,

$$n_A = n_B + N$$

$$= 256 + 5$$

$$= 261$$

$$n_A = 261 \text{ Hz}$$

এখানে,

$$N = 5$$

$$n_B = 256 \text{ Hz}$$

$$n_A = ?$$

১২। ৭.৮N বলে টানা একটি তারের কম্পাঙ্ক 320 Hz। তারের টান কত হলে কম্পাঙ্ক 256 Hz হবে।

আমরা পাই, $n \propto \sqrt{T}$

$$n = \text{ধ্রুব} \times \sqrt{T}$$

কাজেই, T_1 ও T_2 টানে কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_1 ও n_2 হলে,

$$\frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

ধরি নির্ণয় টান = T_2 প্রশ্নানুযায়ী, $n_1 = 320 \text{ Hz}$, $T_1 = 7.8 \text{ N}$ ও

$$n_2 = 256 \text{ Hz}$$

$$T_2 = \frac{n_2^2}{n_1^2} \times T_1 = \frac{256^2}{320^2} \times 7.8 \text{ N}$$

$$= 6.27 \text{ N}$$

১৩। একটি টানা তারের দৈর্ঘ্য 0.5 m এবং টান 3 kg তরের ওজনের সমান। তারটির আড় কম্পনের মূল সূরের সাথে কত কম্পাঙ্কের একটি সুরেলী কাঁটার সূর একতানিক হবে? [তারের এক মিটার দৈর্ঘ্যের ভর = $3.27 \times 10^{-4} \text{ kg}$ ও $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$]।

$$\text{আমরা পাই, } n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } l &= 0.5 \text{ m} \\ T &= Mg = 3 \times 9.81 \text{ N} \\ m &= 3.27 \times 10^{-4} \text{ kg m}^{-1} \\ n &=? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{নির্ণয় কম্পাঙ্ক } n &= \frac{1}{2 \times 0.5 \text{ m}} \sqrt{\frac{3 \times 9.81 \text{ N}}{3.27 \times 10^{-4} \text{ kg m}^{-1}}} \\ &= 300 \text{ Hz} \end{aligned}$$

১৪। 60 cm দীর্ঘ একটি টানা তার একটি সুরেলী কাঁটার সাথে ঐক্যতানে আছে। টান অর্ধেক করে ঐক্যতানে আনতে কত দৈর্ঘ্যের প্রয়োজন?

[ব. বো. ২০০৫]

যেহেতু সুরেলী কাঁটা টানা তারের সাথে ঐক্যতানে আছে, সূতরাং উভয়ের কম্পাঙ্ক একই।

ধরি, কম্পাঙ্ক = n

$$\text{আমরা পাই, } n = \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T_1}{m}}$$

$$\text{বা, } n = \frac{1}{2 \times 0.6} \sqrt{\frac{T_1}{m}}$$

এখানে,

$$l_1 = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}$$

$$\text{প্রাথমিক টান} = T_1$$

$$\text{চূড়ান্ত টান}, T_2 = \frac{T_1}{2}$$

$$l_2 = ?.$$

(i)

বইঘর কম

$$\text{আবার}, n = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{T_2}{m}}$$

$$\text{বা}, n = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{T_1}{2m}} \quad (\text{ii})$$

$$(\text{i}) \text{ ও } (\text{ii}) \text{ থেকে পাই}, \frac{1}{2 \times 0.6} \sqrt{\frac{T_1}{m}} = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{T_1}{2m}}$$

$$\text{বা}, \frac{1}{2 \times 0.6} \sqrt{\frac{T_1}{m}} = \frac{1}{2\sqrt{2} l_2} \sqrt{\frac{T_1}{m}}$$

$$\text{বা}, 2\sqrt{2} l_2 = 2 \times 0.6$$

$$\text{বা}, l_2 = \frac{2 \times 0.6}{2\sqrt{2}} = \frac{0.6}{\sqrt{2}}$$

$$l_2 = 0.42 \text{ m}$$

১৫। 50 cm দৈর্ঘ্যের একটি টানা তার একটি সুরেলী কাঁটার সাথে ঐক্যভাবে আছে। টান চার্গণ করলে ঐক্যভাবে আনতে তারটির দৈর্ঘ্য কত করতে হবে ? [য. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$n_1 = \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T}{m}} \quad (1)$$

$$\text{আবার}, n_2 = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{4T}{m}} \quad (2)$$

প্রশ্নমতে, $n_1 = n_2$

$$\frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T}{m}} = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{4T}{m}}$$

$$\text{বা}, \sqrt{\frac{T}{m}} = \frac{l_1}{l_2} \sqrt{\frac{4T}{m}} \quad \text{বা}, \frac{T}{m} = \frac{l_1^2}{l_2^2} \frac{4T}{m}$$

$$\text{বা}, 1 = \frac{l_1^2}{l_2^2} \times 4$$

$$\text{বা}, \frac{l_2^2}{l_1^2} = 4$$

$$\text{বা}, \frac{l_2}{l_1} = 2$$

$$\text{বা}, l_2 = 2 \times l_1$$

$$l_2 = 2 \times 0.50 \text{ m} = 1 \text{ m} ,$$

১৬। 40 cm দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি টানা তার কোন একটি সূর খলাকার সাথে ঐক্যভাবে আছে। টান বিশুণ করলে ঐক্যভাবে আনতে কত দৈর্ঘ্যের প্রয়োজন হবে ? [চ. বো. ২০০৬ ; সি. বো. ২০০৮]

আমরা জানি,

$$n_1 = \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T}{m}} \quad (1)$$

$$n_2 = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{2T}{m}} \quad (2)$$

$$\text{প্রশ্নমতে}, n_1 = n_2$$

$$\frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T}{m}} = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{2T}{m}}$$

$$\text{বা}, \sqrt{\frac{T}{m}} = \frac{l_1}{l_2} \sqrt{\frac{2T}{m}}$$

$$\text{বা}, \frac{T}{m} = \frac{l_1^2}{l_2^2} \frac{2T}{m}$$

এখানে,

$$l_1 = 40 \text{ cm} = 0.40 \text{ m}$$

$$= 0.50 \text{ m}$$

$$l_2 = ?$$

এখানে,

$$l_1 = 40 \text{ cm} = 0.40 \text{ m}$$

$$l_2 = ?$$

বা, $1 = \frac{l_1^2}{l_2^2} \times 2$

বা, $\frac{l_2^2}{l_1^2} = 2$

বা, $\frac{l_2}{l_1} = \sqrt{2}$

বা, $l_2 = \sqrt{2} \times l_1$

বা, $l_2 = \sqrt{2} \times 0.40$

$l_2 = 0.57 \text{ m}$

১৭। একটি সনোমিটারের তার 200 কম্পাঙ্কযুক্ত একটি টিউবিং কর্কের সাথে ঐক্যতানে থাকে। তারের টান ঠিক রেখে সনোমিটার তারের দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধি করলে প্রতি সেকেন্ডে কয়টি বীট শুনা যাবে? [য. বো. ২০০৬ ;
কু. বো. ২০০৬ (মান ডিন্ড) ; সি. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{l_2}{l_1}$$

বা, $\frac{200}{n_2} = \frac{1.01l}{l}$

বা, $\frac{200}{n_2} = 1.01$

বা, $n_2 = \frac{200}{1.01}$
 $= 198 \text{ Hz}$

প্রতি সেকেন্ডে বিটের সংখ্যা $= n_1 - n_2 = 200 - 198$
 $= 2$

১৮। একটি দুই মুখ খোলা নলের প্রথম উপসূরের কম্পাঙ্ক 512 Hz। বায়ুতে শব্দের বেগ $= 345.6 \text{ ms}^{-1}$ হলে, নলের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

ধরি নলের দৈর্ঘ্য $= l$ ও নলের মূল সূরের কম্পাঙ্ক $= n$

তাহলে, $2n = 512 \text{ Hz}$ ও

$$n = \frac{v}{2l}$$

কাজেই, $l = \frac{v}{2n} = \frac{345.6 \text{ ms}^{-1}}{512 \text{ Hz}} = 0.675 \text{ m}$

১৯। একটি সূর 512 Hz কম্পাঙ্কের একটি সূরশলাকার সাথে প্রতি সেকেন্ডে ৪টি বীট এবং 514 Hz কম্পাঙ্কের অপর একটি সূরশলাকার সাথে প্রতি সেকেন্ডে ৬টি বীট উৎপন্ন করে। সূরটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০৫]

নির্ণয় অজানা কম্পাঙ্ক $= n_1$

যেহেতু জানা কম্পাঙ্কে বৃদ্ধিতে বীট বৃদ্ধি পায় কাজেই
জানা কম্পাঙ্ক অজানা কম্পাঙ্কের চেয়ে বড় হবে।

অর্থাৎ $n_2 > n_1$

সূতরাং, $N = n_2 - n_1$

বা, $n_1 = n_2 - N$
 $= 512 - 4$
 $= 508$
 $n_1 = 508 \text{ Hz}$

এখানে,

$$n_1 = 200 \text{ Hz}$$

$$T = T_1 = T_2$$

$$l_1 = l$$

$$l_2 = l + \frac{l}{100} = l \left(1 + \frac{1}{100}\right)$$

$$= l (1 + 0.01) = 1.01 l$$

$$n_2 = ?$$

$$n_1 \sim n_2 = ?$$

এখানে,

$$\text{কম্পাঙ্ক}, n_2 = 512 \text{ Hz}$$

$$\text{বীট সংখ্যা}, N = n_2 - n_1 = 4$$

$$n_1 = ?$$

২০। দুটি সুরেলী কাঁটায় প্রতি সেকেন্ডে ৫টি বীট উৎপন্ন হয়। কোন একটি টানা তারের 1.28 m দৈর্ঘ্যের সাথে
একটি কাঁটা ও 1.30 m দৈর্ঘ্যের সাথে অপর কাঁটাটি ধৰি সমবয় করে। সুরেলী কাঁটাটয়ের কম্পাঙ্গ নির্ণয় কর।

[চ. বো. ২০০৬]

ধৰা যাক কাঁটা দুটির কম্পাঙ্গ যথাক্রমে n_1 ও n_2

$$\text{আমরা জানি, } n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$\text{তাহলে, } n_1 = \frac{1}{2 \times 1.28} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$\text{ও } n_2 = \frac{1}{2 \times 1.30} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{1.30}{1.28} > 1 \quad (1)$$

কাজেই, $n_1 > n_2$

$$\text{আবার } n_1 - n_2 = 5 \quad (2)$$

$$\frac{1.30}{1.28} n_2 - n_2 = 5$$

$$\text{বা, } n_2 = \frac{5 \times 1.28}{0.02} = 320\text{ Hz ও}$$

$$n_1 = 5 + n_2 = (5 + 320)\text{ Hz} = 325\text{ Hz}$$

২১। একটি সনেমিটারের তার কোন একটি বল দ্বারা টানা আছে। যদি টানা বল ৫ গুণ বাঢ়ানো হয় এবং একই
সাথে তারের দৈর্ঘ্য দিগ্ধি করা হয় তবে পূর্বের ওপরের কম্পাঙ্গের অনুগাম কত হবে ?

[চ. বো. ২০০২]

মনে করি কম্পাঙ্গ n_1 ও n_2 , টান T_1 ও T_2 এবং দৈর্ঘ্য l_1 ও l_2

$$\text{তা হলে তারের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের তর } m \text{ হলে, } n_1 = \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T_1}{m}} \quad (1)$$

$$\text{এবং } n_2 = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{T_2}{m}} \quad (2)$$

এখন (1)-কে (2) দিয়ে ভাগ করে পাই,

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{l_2}{l_1} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad (3)$$

শর্তানুসারে $l_2 = 2l_1$ এবং $T_2 = 4T_1$

$$(3) \text{ হতে পাই, } \frac{n_1}{n_2} = \frac{2l_1}{l_1} \sqrt{\frac{T_1}{4T_1}}$$

$$\text{বা, } \frac{n_1}{n_2} = 2 \times \sqrt{\frac{1}{4}} = 1 \quad \text{বা, } \frac{n_1}{n_2} = 1$$

$$n_1 : n_2 = 1 : 1$$

২২। একটি একমুখ বন্ধ নলের বায়ুস্তম্ভের মৌলিক সুরের কম্পাঙ্গ 256 Hz হলে নলের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
[বাহুতে শব্দের বেগ 332.8 ms^{-1}]

ধরি, নলের নির্গেয় দৈর্ঘ্য = l

$$\text{আমরা পাই, } n = \frac{v}{4l}$$

$$l = \frac{v}{4n} = \frac{332.8\text{ ms}^{-1}}{4 \times 256\text{ Hz}} = 0.325\text{ m}$$

এখানে,

$$l_1 = 1.28\text{ m}$$

$$l_2 = 1.30\text{ m}$$

$$N = n_1 - n_2 = 5$$

$$n_2 = ?$$

$$\text{এখানে, } n = 256\text{ Hz}$$

$$v = 332.8\text{ ms}^{-1}$$

২৩। দুটি অভিন্ন একত্তান্তিক তারের একটির দৈর্ঘ্য 0.36m এবং টান 100N । অপৰটির টান 225N হলে এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

$$\text{মনে কৰি দৈর্ঘ্য} = l_2$$

শর্তানুসারে,

$$n = \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T_1}{m}} = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{T_2}{m}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T_1}{m}} = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{T_2}{m}}$$

$$\text{বা, } \frac{l_2}{l_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad (1)$$

$$\text{সমীকৰণ (1) হতে পাই, } l_2 = 0.36 \times \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 0.36 \sqrt{\frac{225}{100}}$$

$$\text{বা, } l_2 = 0.54\text{ m}$$

২৪। একটি সমোমিটার তারের দৈর্ঘ্য পরিবর্তন না করে এর উপর প্রযুক্তি টান 4 গুণ বাড়িয়ে দেয়া হল। তারের কম্পাঙ্কের কত পরিবর্তন হবে ? [ৱা. বো. ২০০২]

$$\text{আমরা জানি, } n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

মনে কৰি, ১ম ও ২য় ক্ষেত্ৰে তারটির কম্পাঙ্কক যথাক্রমে n_1 ও n_2

$$n_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T_1}{m}} \quad (1)$$

$$\text{এবং } n_2 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T_2}{m}} \quad (2)$$

এখন সমীকৰণ (1)-কে (2) দিয়ে ভাগ করে পাই,

$$\frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{\frac{T_1}{4T_1}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \quad [T_2 = 4T_1]$$

$$n_2 = 2n_1 \quad \text{এবং} \quad n_2 - n_1 = n_1$$

সূতরাং পরের কম্পাঙ্ক পূর্বের কম্পাঙ্কের দিগুণ হবে এবং কম্পাঙ্কের পরিবর্তন প্রাথমিক কম্পাঙ্কের সমান হবে।

২৫। একটি সাইরেনের চাকতি প্রতি সেকেন্ডে 10 বার ঘূরছে। চাকতিতে কতটি ছিদ্র থাকলে তা 480 কম্পাঙ্কের একটি সূর শলাকার সাথে ঐক্যতান্তিক হবে ?

মনে কৰি, ছিদ্রের সংখ্যা = m

আমরা পাই, $N = m \times n$

$$\text{বা, } m = \frac{N}{n}$$

(1) হতে পাই,

$$m = \frac{480}{10} = 48$$

ছিদ্রের সংখ্যা 48টি।

২৬। A ও B দুটি সুরেলী কাঁটা একত্রে খনিত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট উৎপন্ন হয়। A-কে একটু ঘৰে পুনৰায় খনিত করলে একই সংখ্যক বীট উৎপন্ন। B-এর কম্পাঙ্ক 510 Hz । ঘৰার পূর্বে ও পরে A-এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর এবং ঘটনাটি ব্যাখ্যা কর। [ৱা. বো. ২০০০]

মনে কৰি A ও B সুর শলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_A ও n_B ।

এখানে n_A অজ্ঞান কম্পাঙ্ক, $n_B = 510\text{ Hz}$ এবং বীট সংখ্যা, $N = 5$

$$n_A = n_B \pm N$$

ঘৰার পর A-এর কম্পাঙ্ক

$$n_A = 510 + 5$$

$$= 515\text{ Hz}$$

$$\text{এখানে: } T_1 = 100\text{N}$$

$$T_2 = 225\text{N}$$

$$l_1 = 0.36\text{ m}$$

ঘনার পূর্বে A-এর কম্পাঙ্ক

$$\text{এবং } n_A = 510 - 5$$

$$= 505 \text{ Hz}$$

যেহেতু A সূর শলাকাকে ঘনা হয়েছে তাই ঘনার পর এর কম্পাঙ্ক পূর্বের তুলনায় বেড়ে যাবে। কাজেই ঘনার পূর্বে A-এর সম্ভাব্য কম্পাঙ্ক, $n_A = 515 \text{ Hz}$ বিবেচনা করলে ঘনার পর বীট সংখ্যা একই হবার সম্ভাবনা নেই। তাই ঘনার পূর্বে A-এর কম্পাঙ্ক = 505 Hz হবে এবং ঘনার পর A-এর কম্পাঙ্ক $n_A = 515 \text{ Hz}$.

২৭। দুটি একই রকমের টানা তার সম কম্পাঙ্কের আড় কম্পনে কম্পিত হচ্ছে। একটি তারের টান 2%, বৃদ্ধি করে কম্পিত করলে প্রতি সেকেন্ডে 3টি বীট উৎপন্ন হয়। তার দুটির প্রারম্ভিক কম্পাঙ্ক কত? [য. বো. ২০০০]

মনে করি,

তার দুটির প্রারম্ভিক কম্পাঙ্ক = n_1

টান বৃদ্ধির পর সংশ্লিষ্ট তারের কম্পাঙ্ক = n_2

শর্ত মতে,

$$n_2 - n_1 = 3$$

$$\text{বা, } n_2 = n_1 + 3 \quad (1)$$

$$\text{এখানে, } n_1 = \frac{1}{2I} \sqrt{\frac{T_1}{m}} \quad (2)$$

$$\text{এবং } n_2 = \frac{1}{2I} \sqrt{\frac{T_2}{m}} \quad \dots \quad (3)$$

(3) নং-কে (2) নং দ্বারা ভাগ করে,

$$\frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad (4)$$

$$\text{প্রশ্নানুযায়ী, } \frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{2}{100}$$

$$\text{বা, } \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \sqrt{1 + \frac{2}{100}}$$

$$\text{বা, } \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{1 + \frac{2}{100}} \quad \text{বা, } \frac{n_1 + 3}{n_1} = \sqrt{1.02}$$

$$\text{বা, } \frac{n_1 + 3}{n_1} = 1.00995 \quad \text{বা, } n_1 + 3 = 1.00995 \times n_1$$

$$\text{বা, } 0.00995 n_1 = 3$$

$$\text{বা, } n_1 = \frac{3}{0.00995} = 301.5 \text{ Hz}$$

২৮। 1 m ও 1.01 m তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের দুটি শব্দ তরঙ্গ কোন গ্যাসীয় মাধ্যমে 6 সেকেন্ডে 20টি বীট উৎপন্ন করে।
উক্ত গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [সি. বো. ২০০৬; ব. বো. ২০০৬; ঢ. বো. ২০০৩, ২০০১]

মনে করি, শব্দের বেগ $v \text{ ms}^{-1}$ এবং প্রথম ও দ্বিতীয় শব্দের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_1 ও n_2 ।

আমরা জানি, $v = n\lambda$

$$\text{এবং } N = n_1 - n_2$$

$$\text{এখানে, } n_1 = \frac{v}{\lambda_1}$$

$$\text{বা, } n_1 = \frac{v}{1}$$

$$\text{এবং } n_2 = \frac{v}{\lambda_2} \quad \text{বা, } n_2 = \frac{v}{1.01}$$

$$\frac{v}{1} - \frac{v}{1.01} = \frac{20}{6}$$

এখানে,

$$\lambda_1 = 1 \text{ m}$$

$$\lambda_2 = 1.01 \text{ m}$$

$$N = \frac{20}{6} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{বা, } v \left(1 - \frac{1}{1.01} \right) = \frac{20}{6}$$

$$\text{বা, } v \left(\frac{1.01 - 1}{1.01} \right) = \frac{20}{6}$$

$$\text{বা, } v \times \frac{0.01}{1.01} = \frac{20}{6}$$

$$v = \frac{20}{6} \times \frac{1.01}{0.01} = 336.67 \text{ ms}^{-1}$$

২৯। দুটি সদৃশ তার এক্যুতানে আছে। 0.36 m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি তার 100 kg ওজন হারা টানা দেওয়া আছে। অপর তারটি 230 kg ওজন হারা টানা দেওয়া থাকলে এর দৈর্ঘ্য বের কর।

[সি. বো. ২০০৬ (মান ভিন্ন); ঢা. বো. ২০০২]

আমরা জানি,

$$\frac{l_2}{l_1} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$$\text{বা, } l_2 = l_1 \times \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$$= 0.36 \times \sqrt{\frac{100 \times 9.8}{230 \times 9.8}}$$

$$= 0.237 \text{ m}$$

৩০। 25 cm দৈর্ঘ্যের একটি তার 5 kg-wt বলের হারা টানা হল। তারটি থেকে উৎপন্ন মূল সূরের কম্পাঙ্গ বের কর। [তারটির 1 m দৈর্ঘ্যের ভর = 4.9 g এবং $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$] [কু. বো. ২০০০; ব. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$= \frac{1}{2 \times 0.25} \sqrt{\frac{49}{4.9 \times 10^{-3}}}$$

$$= \frac{\sqrt{10000}}{0.5}$$

$$= \frac{100}{0.5} = 200 \text{ Hz}$$

Ans
154

এখানে,

$$l_1 = 0.36 \text{ m}$$

$$T_1 = 100 \text{ kg} \times 9.8 \text{ N}$$

$$T_2 = 230 \text{ kg} \times 9.8 \text{ N}$$

$$l_2 = ?$$

৩১। 0.5 m লম্বা একটি তারকে 50 N বল হারা টানা হল। যদি তারের ভর 0.01 kg হয় তবে এর মৌলিক কম্পাঙ্গ নির্ণয় কর।

[ব. বো. ২০০৬ (মান ভিন্ন); রা. বো. ২০০১; ঢা. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$n = \frac{1}{2 \times 0.5} \sqrt{\frac{50}{0.02}}$$

$$= 50 \text{ Hz}$$

এখানে,

$$\text{তারের দৈর্ঘ্য, } l = 0.5 \text{ m}$$

$$\text{তারের ভর, } m = 0.01 \text{ kg}$$

$$\text{একক দৈর্ঘ্যের ভর, } m = \frac{0.01}{0.5} = 0.02 \text{ kg}$$

$$\text{টান, } T = 50 \text{ N}$$

$$\text{কম্পাঙ্গ, } n = ?$$

৩২। একটি তারের দৈর্ঘ্য 0.25 m এবং ভর 4.5 g । এটিকে 6 kg ওজন হারা টানা আছে। তারটি থেকে উৎপন্ন
সুরের কম্পাঙ্ক কত ? [ক. বো. ২০০৪]

আমরা জানি,

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$n = \frac{1}{2 \times 0.25} \sqrt{\frac{58.8}{18 \times 10^{-3}}} \text{ Hz}$$

$$= 114.3 \text{ Hz}$$

এখানে,

$$\text{তারের দৈর্ঘ্য}, l = 0.25 \text{ m}$$

$$\text{তারের ভর}, M = 4.5 \text{ g} = 4.5 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$m = \frac{M}{l} = \frac{4.5 \times 10^{-3}}{0.25} = 18 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$\text{টান}, T = m \cdot g = 6 \times 9.8 \text{ N} = 58.8 \text{ N}$$

$$\text{কম্পাঙ্ক}, n = ?$$

Q. V
৩৩। সুচি সদৃশ তার এক্ষতানে আছে। 0.50 m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি তার 10 kg ওজন হারা টানা দেওয়া আছে।
অপর তারটি 20 kg ওজন হারা টানা দেওয়া হলে তারটির দৈর্ঘ্য কত ? [সি. বো. ২০০৩]

$$\text{আমরা জানি}, \frac{l_1}{l_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$$\text{বা}, l_2 = l_1 \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

$$= 0.5 \sqrt{\frac{20 \times 9.8}{10 \times 9.8}}$$

$$= 0.5 \sqrt{2}$$

$$= 0.71 \text{ m}$$

এখানে,

$$l_1 = 0.50 \text{ m}$$

$$T_1 = 10 \times 9.8 \text{ N}$$

$$T_2 = 20 \times 9.8 \text{ N}$$

$$l_2 = ?$$

প্রশ্নমালা

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন :

১। অনুনাদ বলতে কি বুঝায় ?

[চ. বো. ২০০৪]

অথবা, অনুনাদ কাকে বলে ?

চ. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৪ ; সি. বো. ২০০৪]

২। সময়েল কাকে বলে ?

[চ. বো. ২০০৪ ; রা. বো. ২০০৩ ; সি. বো. ২০০৩]

৩। মেলডি বলতে কি বুঝ ?

[কু. বো. ২০০৬ ; ব. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৪]

৪। বীট কি ?

[চ. বো. ২০০৫, ২০০০ ; কু. বো. ২০০৪ ; য. বো. ২০০৩ ; ব. বো. ২০০৩, '০১ ;

রা. বো. ২০০২, ২০০০ ; চ. বো. ২০০১, ২০০০]

অথবা, বীট বলতে কি বুঝ ?

[সি. বো. ২০০৬, ২০০২ ; চ. বো. ২০০২ ; চ. বো. ২০০২ ; কু. বো. ২০০০]

৫। শব্দের তীব্রতা ও তীক্ষ্ণতা বলতে কি বুঝ ?

[সি. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৪]

৬। ডেসিবেল কি ?

[রা. বো. ২০০৫ ; য. বো. ২০০৪, ২০০২ ; চ. বো. ২০০১]

৭। পরবর্শ কম্পন ও আরোগ্যিত কম্পন বলতে কি বুঝ ?

[ব. বো. ২০০৪]

৮। শব্দের প্রাবল্য বলতে কি বুঝ ?

[য. বো. ২০০৫ ; ব. বো. ২০০৪]

৯। মূল সূর কি ?

[চ. বো. ২০০৩]

১০। এক অষ্টক বলতে কি বুঝ ?

[কু. বো. ২০০৬, ২০০৩, ২০০১ ; ব. বো. ২০০৫ ; চ. বো. ২০০৫]

১১। সুরবিরাম বলতে কি বুঝ ?

[ব. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৩]

১২। সুর ও স্বরের মধ্যে পার্থক্য কি ?

[য. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০৩ ; চ. বো. ২০০১]

অথবা, সুর ও স্বর কি ?

[রা. বো. ২০০২]

১৩। শব্দের তীব্রতা বলতে কি বুঝ ? [চ. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০৬, ২০০২ ; ব. বো. ২০০৫]

[চ. বো. ২০০২]

১৪। সুরযুক্ত শব্দ ও সুরবর্জিত শব্দ বলতে কি বুঝ ?

[চ. বো. ২০০২]

১৫। প্রমাণ তীব্রতা কাকে বলে ?

[কু. বো. ২০০১]

১৬। সকল হারমোনিক উপসূর ; কিন্তু সকল উপসূর হারমোনিক নয়—ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০০৬, ২০০৩ ;

চ. বো. ২০০৪ ; ব. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০২ ; চ. বো. ২০০০]

১৭। সংজ্ঞা লিখ :

- (ক) শব্দের তীব্রতা
 (খ) অনুনাদ
 (গ) পরবশ কম্পন
 (ঘ) শব্দের প্রাবল্য

[চ. বো. ২০০৪ ; ঢা. বো. ২০০৩]
 [চ. বো. ২০০৪ ; ব. বো. ২০০৩ ; ব. বো. ২০০১ ; রা. বো. ২০০০]
 [রা. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০৬ ; চ. বো. ২০০৪]
 [ব. বো. ২০০৩]

রচনামূলক প্রশ্ন :

- ১। ডেসিবেল কি ? তীব্রতা লেভেলের সমীকরণটি প্রতিপাদন কর। [য. বো. ২০০৪ ; কু. বো. ২০০৩]
 ২। শব্দ কখন রায়েজ এবং কখন সজ্জীত গুণ সৃষ্টি করে তা বর্ণনা কর। [চ. বো. ২০০০]
 ৩। বীট কি ? বীট কিভাবে উৎপন্ন হয় ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০০১ ; ঢা. বো. ২০০০]
 ৪। গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে বীট সৃষ্টি ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০০৫ ; রা. বো. ২০০৪ ; চ. বো. ২০০০]
 ৫। প্রমাণ কর যে, প্রতি সেকেন্ডে সৃষ্টি বীট সংখ্যা বীট সৃষ্টিকারী উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্যের সমান। [ব. বো. ২০০৬, ২০০৪, '০১ ; য. বো. ২০০৬, ২০০৩, '০১ ; রা. বো. ২০০৬, ২০০২, ২০০০ ;
 সি. বো. ২০০৪ ; ঢা. বো. ২০০৪ ; কু. বো. ২০০২, ২০০০ ; চ. বো. ২০০২ ; সি. বো. ২০০২]
 ৬। বীট গণনা করে কিভাবে একটি সুরেলী কাটার অজ্ঞান কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায় বর্ণনা কর। [কু. বো. ২০০৬, ২০০৩ ; সি. বো. ২০০৬, ২০০৩ ; ঢা. বো. ২০০৫, ২০০৩ ; রা. বো. ২০০৩ ;
 ব. বো. ২০০৫, ২০০৩, ২০০১ ; চ. বো. ২০০৩, ২০০১ ; য. বো. ২০০৫, ২০০২]
 ৭। বীট ও ব্যতিচারের মধ্যে পার্থক্য লিখ। [চ. বো. ২০০৫ ; কু. বো. ২০০৩]
 ৮। টানা তারে আড় কম্পনের সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০১]
 ৯। দেখাও যে, একটি টানা তারে আড় তরঙ্গের বেগ তারের টান ও একক দৈর্ঘ্যের ভরের অনুপাতের বর্গমূলের সমান। [য. বো. ২০০৩]
 ১০। টানা তারের দৈর্ঘ্যের সূত্র প্রমাণের পরীক্ষা বর্ণনা কর। [কু. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০১]
 ১১। টানা তারে আড় তরঙ্গের কম্পনের সূত্রগুলো বিবৃত কর। [সি. বো. ২০০৫, ২০০৪, ২০০১]
 [ব. বো. ২০০৩, '০১ ; কু. বো. ২০০১ ; য. বো. ২০০১ ; ঢা. বো. ২০০১ ; চ. বো. ২০০১]
 ১২। একটি টানা তারে আড় কম্পনের কম্পাঙ্ক কোন্ কোন্ বিষয়ের উপর নির্ভর করে ? [ব. বো. ২০০৪]
 ১৩। একটি টানা তারে আড় কম্পনের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$ । যখন রাশিগুলো প্রচলিত অর্থবহন করে।
 [চ. বো. ২০০৬, ২০০০ ; য. বো. ২০০৪ ; ব. বো. ২০০৪ ; কু. বো. ২০০২ ; য. বো. ২০০১ ; সি. বো. ২০০১]
 অথবা, প্রমাণ কর, $n = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{T}{m}}$ । এখানে সংকেতগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। [চা. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০৩ ;
 সি. বো. ২০০৩]
 ১৪। টানা তারে আড় তরঙ্গের বেগের রাশিমালা প্রতিপাদন কর। [সি. বো. ২০০৫ ; চ. বো. ২০০৪ ; ব. বো. ২০০২]
 অথবা, টানা তারে আড় তরঙ্গ প্রবাহের বেগ $v = \sqrt{\frac{T}{m}}$ সমীকরণ প্রতিষ্ঠা কর। সংকেতগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে।
 [ব. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৫ ; ঢা. বো. ২০০৪ ; চ. বো. ২০০২ ; সি. বো. ২০০২ ; রা. বো. ২০০১]
 ১৫। সনোমিটারের সাহায্যে টানা তারের আড় কম্পনের দৈর্ঘ্য সূত্র প্রমাণ কর। [ব. বো. ২০০৪]
 ১৬। তুমি কিরূপে সনোমিটারের সাহায্যে একটি সূরশলাকার অজ্ঞাত কম্পাঙ্ক নির্ণয় করবে ? [কু. বো. ২০০৪]
 অথবা, সনোমিটারের সাহায্যে অজ্ঞান কম্পাঙ্ক নির্ণয়ের পদ্ধতি বর্ণনা কর। [চ. বো. ২০০৫]
 ১৭। দেখাও যে, এক মুখ বন্ধ নল কেবল মূলসূরের অ্যুগ্ম হারমোনিক উৎপন্ন করে। [রা. বো. ২০০৬ ; ঢা. বো. ২০০৩]
 ১৮। দেখাও যে, দুই মুখ খোলা নলে মূল সুরের যুগ্ম ও অ্যুগ্ম উপসূর পাওয়া যায়। [য. বো. ২০০৬]

গাণিতিক সমস্যাবলি :

- ১। কোন শব্দের তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার 1000 গুণ। তাদের তীব্রতার পার্থক্য নির্ণয় কর। [উত্তর : 30dB]
 ২। এমন দুটি শব্দের তীব্রতার অনুপাত নির্ণয় কর যার একটি অপরটি অপেক্ষা 6 db বড়। [উৎ : 3.98]

- ৩। কত তীব্রতার শব্দ $1 \times 10^{-9} \text{ Wm}^{-2}$ তীব্রতার শব্দ অপেক্ষা 17 db বড় হবে ? [উৎস : $5 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}$]
- ৪। একটি কঙ্কের শব্দের তীব্রতা $10^{-7} \text{ watt m}^{-2}$ । শব্দের তীব্রতা তিনগুণ হলে নতুন তীব্রতা লেভেল নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০৬। উৎসুর : 54.77 dB]
- ৫। একটি আয়মপ্রিফায়ারের নিঃসৃত শব্দের ক্ষমতা 40 mW হতে 80 mW এ পরিবর্তিত হলে শব্দের তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন কত ? [উৎসুর : 3 dB]
- ৬। 0.50 m একটি তারকে 50 N বল ধারা টান করে রাখা হল। তারের ভর $5 \times 10^{-3} \text{ kg}$ হলে এর মৌলিক কম্পাঙ্গক কত হবে ? [উৎসুর : 100 Hz]
- ৭। দুটি সুরশলাকা একত্রে শব্দায়িত করলে 3 সেকেন্ডে 12টি বীটের সূচি হয়। একটি সুরশলাকা নির্দিষ্ট টানে টান সনেমিটারের তারের 50 cm দৈর্ঘ্যের সাথে ঐক্যতানিক হয়। টান অপরিবর্তিত রেখে তারটির দৈর্ঘ্য 2 cm কমালে ছিটীয় সুরশলাকার সাথে ঐক্যতানিক হয়। সুরশলাকাদ্বয়ের কম্পাঙ্গক কত ? [উৎসুর : 96 Hz ; 100 Hz]
- ৮। 50 cm ও 51 cm দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট এক মুখ বন্ধ নলে প্রতি সেকেন্ডে 3টি বীট সূচি করে। বায়ুতে শব্দের বেগ বের কর। [সি. বো. ২০০৮। উৎসুর : 306 ms^{-1}]
- ৯। কোন গ্যাসে 0.70 cm এবং 0.71 cm তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি শব্দতরঙ্গ প্রতি সেকেন্ডে 7টি বীট উৎপন্ন করে। গ্যাসটিতে শব্দের বেগ বের কর। [উৎসুর : 348 ms^{-1}]
- ১০। 20 cm দীর্ঘ একটি তার কোন একটি সুরশলাকার সাথে ঐক্যতানে আছে। টান দ্বিগুণ করলে, ঐক্যতানে আসতে কত দৈর্ঘ্যের প্রয়োজন হবে ? [উৎসুর : 35.4 cm]
- ১১। দুটি সুরেলী কাঁটাকে একত্রে শব্দায়িত করলে 0.2 s অন্তর অন্তর একবার প্রবল ও একবার দূর্বল শব্দ শোনা যায়। একটি সুরেলী কাঁটার কম্পাঙ্গক 256 Hz হলে অপরটির কম্পাঙ্গক কত ? [উৎসুর : 261 Hz বা 251 Hz]
- ১২। দুটি সুর শলাকা A ও B একত্রে শব্দায়িত হলে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বীট উৎপন্ন হয়। কিন্তু A-এর বাহুর ভর কিছু কমালে বীটের সংখ্যা হ্রাস পায়। B-এর কম্পাঙ্গক 288 Hz হলে A-এর কম্পাঙ্গক কত ছিল ? [উৎসুর : 282 Hz]
- ১৩। দুটি সুর শলাকা বায়ুতে 0.80 m ও 0.804 m তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ উৎপন্ন করে। শলাকাদ্বয় একত্রে কাঁপালে প্রতি সেকেন্ডে 2টি বীট উৎপন্ন হয়। বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [উৎসুর : 312.54 Hz]
- ১৪। একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের তারকে 19.6 N বল ধারা টানলে এর কম্পাঙ্গক 250 Hz হয়। তারটির দৈর্ঘ্য একই রেখে কত বল ধারা টানলে এর কম্পাঙ্গক 512 Hz হবে ? [উৎসুর : 78.4 N]
- ১৫। 24 টি সুর শলাকা ক্রমবর্ধমান কম্পাঙ্গকে সাজানো আছে। যে কোন একটি সুর শলাকা এর পূর্ববর্তী শলাকার সাথে সেকেন্ডে 4টি বীট উৎপন্ন করে এবং শেষ সুর শলাকা যদি প্রথমটির অষ্টক হয়, তাহলে প্রথম ও শেষ শলাকা দুটির কম্পাঙ্গক নির্ণয় কর। [উৎসুর : 92 Hz ; 184 Hz]
- ১৬। একটি তারকে 3 kg ওজনের বল ধারা টান দেয়া হলে এর থেকে 50 Hz কম্পাঙ্গকের মৌলিক সুর নির্গত হয়। তারটির একক দৈর্ঘ্যের ভর 0.009 kgm^{-1} হলে তারটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [উৎসুর : 0.57 m]
- ১৭। 80 cm লম্বা একটি তারকে 80 N বল ধারা টানা হল। যদি তারের ভর 8 g হয় তবে মৌলিক কম্পাঙ্গক কত ? [উৎসুর : 55.9 Hz]
- ১৮। দুটি সুর শলাকা A ও B প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট উৎপন্ন করে। B-কে খানিকটা ঘৰা হলে পুনরায় প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট উৎপন্ন হবে। A-এর কম্পাঙ্গক 512 Hz হলে ঘৰার পূর্বে ও পরে B-এর কম্পাঙ্গক নির্ণয় কর। [উৎসুর : 507 Hz ও 517 Hz]
- ১৯। 50 cm লম্বা একটি তারকে 50 N বল ধারা টানা হল। যদি তারের ভর 5 g হয় তবে এর মৌলিক কম্পাঙ্গক নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০১; সি. বো. ২০০২। উৎসুর : 71 Hz]
- ২০। একটি তারের ভর 4 g এবং দৈর্ঘ্য 80 cm । তারটিকে কত বল ধারা টানা দিলে এর আড় কম্পনে সূচি প্রথম উপসুরের কম্পাঙ্গক 256 Hz হবে ? [উৎসুর : 209.7 N]
- ২১। দুটি একই ধরনের তার সমকম্পাঙ্গকে আড় কম্পনে কম্পিত হচ্ছে। যখন একটি তারের টান 2.01% বৃদ্ধি করা হয় এবং তার দুটিকে একত্রে কম্পিত করা হয়, তখন প্রতি সেকেন্ডে 3টি বীট উৎপন্ন হয়। তার দুটির প্রারম্ভিক কম্পাঙ্গক নির্ণয় কর। [উৎসুর : 300 Hz]

২২। $4 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ ঘনত্ব বিশিষ্ট এবং 100 cm দীর্ঘ একটি টানা তারকে 30N বল দ্বারা টানা হল। এর কম্পাঙ্গক বের কর। [তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1 mm^2] [উত্তর : 43.3 Hz]

২৩। দুটি সুর শলাকা একই সাথে ধ্বনিত হলে প্রতি সেকেন্ডে ৫টি বীট দেয়। একটি সুর শলাকা নির্দিষ্ট টানে টানা দেয়া তারের 1.30m দৈর্ঘ্যের সাথে এবং অপরটি উক্ত তারের 1.28m দৈর্ঘ্যের সাথে ঐক্যতানে থাকে। সুর শলাকা দুটির কম্পাঙ্গক কত?

[চা. বো. ২০০৬] [উত্তর : 320 Hz , 325 Hz]

২৪। দুটি শব্দ তরঙ্গের দৈর্ঘ্য 1 m এবং 1.01 m । তরঙ্গ দুটি একটি গ্যাসে 3 s -এ 10টি বীট উৎপন্ন করে। শব্দের বেগ কত? [উৎ : 336.66 ms^{-1}]

২৫। দুটি সুর শলাকা A ও B একসাথে শব্দায়িত হলে প্রতি সেকেন্ডে ৫ বার প্রবল ও ৫ বার দুর্বল শব্দ শোনা যায়। A-এর এক বাহুতে এক খড় তার জড়ায়ে দিলে বীট উৎপন্নির হার বৃদ্ধি পায়। B-এর কম্পাঙ্গক 320 Hz হলে A-এর প্রকৃত কম্পাঙ্গক নির্ণয় কর। [উৎ : 315 Hz]

২৬। A সুর শলাকার কম্পাঙ্গক 320 Hz । A ও B সুর শলাকাদ্বয়কে একসাথে বাজালে প্রতি সেকেন্ডে ৫টি বীট শোনা যায়। A-কে কিছু ঘনে A ও B-কে পুনরায় এক সাথে বাজালে প্রতি সেকেন্ডে ৫টি বীট শোনা যায়। B সুর শলাকার কম্পাঙ্গক নির্ণয় কর। [উৎ : 316 Hz]

২৭। এক মিটার দীর্ঘ একটি টানা কম্পনরত তারের মূল সুরের কম্পাঙ্গক 250 Hz । তারে প্রবহমান তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ও তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর। [উৎ : 2 m ও 500 ms^{-1}]

২৮। একটি তারের দৈর্ঘ্য 1 m , ব্যাস 0.001 m ও টান 107.8 N । তারের উপাদানের আপেক্ষিক গুরুত্ব ৭ হলে তারের মূল সুরের কম্পাঙ্গক নির্ণয় কর। [উৎ : 70 Hz]

২৯। একটি সনোমিটারের তারটিকে কোন বল দ্বারা টানা হল। যদি টানা বল ৯ গুণ এবং একই সাথে তারের দৈর্ঘ্য দিয়ে করা হয় তবে পরিবর্তনের পূর্বের ও পরের কম্পাঙ্গের অনুপাত নির্ণয় কর। [উৎ : 2.83]

৩০। একটি সনোমিটারের তার 350 Hz কম্পাঙ্গের একটি টিউনিং ফর্কের সাথে ঐক্যতানে থাকে। তাদের টান ঠিক রেখে সনোমিটারের তারের দৈর্ঘ্য 1.5% বৃদ্ধি করলে প্রতি সেকেন্ডে কয়টি বীট শোনা যাবে? [কু. বো. ২০০৬] [উত্তর : 5]

৩১। আড় কম্পনে কম্পনরত একটি টানা তারের কম্পাঙ্গক 180 Hz । তারটির টান 9.825 অনুপাতে এবং দৈর্ঘ্য 2.83 অনুপাতে বাড়ালে তারের কম্পাঙ্গক কত হবে? [উৎ : 200 Hz]

৩২। 0.40 m দৈর্ঘ্যের একটি তার 2 kg ভরের ওজনের সমান বল দ্বারা টানলে তারটি সুর শলাকার সাথে সমসূরে থাকে। যদি টান বাড়িয়ে 2.5 kg ভরের ওজনের সমান করা হয় তবে তারটির দৈর্ঘ্য কত পরিবর্তন করলে তা পুনরায় শলাকাটির সাথে সম-সুরে থাকবে নির্ণয় কর। [উৎ : 0.0472 m বৃদ্ধি করতে হবে]

৩৩। টানা দেওয়া একটি তারের সুরের সাথে একটি টিউনিং ফর্কের সাথে একমিল দেখা যায়। তারটির টান চারগুণ বৃদ্ধি করলে তার কত দৈর্ঘ্য পুনরায় টিউনিং ফর্কের সাথে একমিল হবে? [উৎ : দিগুণ]

৩৪। ইস্পাত ও রূপার তৈরি দুটি সমান ব্যাস ও দৈর্ঘ্যের তার একই টানে টানা আছে। ইস্পাতের তারটির মূল সুরের কম্পাঙ্গক 200 Hz হলে রূপার তারটির ঐ সুরের কম্পাঙ্গক নির্ণয় কর। [রূপা ও ইস্পাতের ঘনত্ব যথাক্রমে $10.4 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ও $7.8 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$] [উৎ : 173 Hz]

৩৫। 0.88 m দৈর্ঘ্য ও 0.001 kg ভরের একটি তারের টান 55 N । তারটি ৫টি শূল্পে বা বৃত্তাকার অংশে বিভক্ত হয়ে কম্পিত হলে তারের কম্পাঙ্গক নির্ণয় কর। [উৎ : 625 Hz]

৩৬। একটি দুই মুখ খোলা নলের মূল সুরের কম্পাঙ্গক 300 Hz । এ নলের প্রথম উপসুরের কম্পাঙ্গক একটি একমুখ বন্ধ নলের প্রথম উপসুরের কম্পাঙ্গের সমান। নল দুটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[বায়ুতে শব্দের বেগ = 247.5 ms^{-1}] [উৎ : 0.41 m ও 0.309 m]

৩৭। কোন একটি সীমাবদ্ধ মাধ্যমে সৃষ্টি দুটি খিল তরঙ্গের কম্পাঙ্গক 320 Hz । তরঙ্গের গর গর দুটি নিশেষ বিন্দুর দূরত্ব 0.50 m । মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর। [উৎ : 320 ms^{-1}]

১৯

শব্দের গতিবেগ

VELOCITY OF SOUND

১৯.১ সূচনা

Introduction

পূর্বেই আমরা জেনেছি যে কোন কম্পমান বস্তু দ্বারা সৃষ্টি অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গাই শব্দ। জড় মাধ্যমের মধ্য দিয়ে শব্দ তরঙ্গ আকারে নির্দিষ্ট বেগে গমন করে। শব্দ সঞ্চালনের জন্য মাধ্যম অত্যাবশ্যক। শূন্য মাধ্যমে শব্দ উৎপন্ন হয় না এবং শব্দ চলাচল করতে পারে না। বিভিন্ন মাধ্যমে শব্দের বেগ বিভিন্ন হয়। বায়ু বা শূন্য মাধ্যম অপেক্ষা কঠিন ও তরল মাধ্যমে শব্দের বেগ বেশি হয়। শব্দ যেহেতু তরঙ্গ, তাই এর কম্পাঙ্গ রয়েছে। শব্দের উৎস এবং শ্রোতার মধ্যে আপেক্ষিক গতি থাকলে শ্রোতার কাছে শব্দ তরঙ্গের আপাত কম্পাঙ্গ এর প্রকৃত কম্পাঙ্গ হতে ভিন্নতর মনে হয়। কম্পাঙ্গের এ আপাত পরিবর্তন ডপলার ক্রিয়া বা প্রভাব (Doppler effect) নামে পরিচিত।

এ অধ্যায়ে আমরা শব্দের বেগ সম্পর্কীয় নিউটনের সূত্র, এ সূত্রের সংশোধন, শব্দের বেগের উপর তাপমাত্রা, আন্দৃতা ও চাপের প্রভাব, শব্দের বেগ নির্ণয় পদ্ধতি, ডপলার ক্রিয়া ইত্যাদি আলোচনা করব।

১৯.২ শব্দের বেগ

Velocity of sound

শব্দ তরঙ্গ আকারে মাধ্যমের মধ্য দিয়ে একস্থান থেকে অন্যস্থানে গমন করে। শব্দ এক সেকেন্ডে যতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করে তাই শব্দের বেগ। স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় শব্দের বেগ প্রায় 332 ms^{-1} । এ বেগ আলোর বেগের তুলনায় খুবই কম। তাই আকাশে মেঘের ঘর্ষণে বজ্রনিনাদ এবং বিদ্যুৎ চমক একই সময়ে সৃষ্টি হলেও বজ্রপাতার শব্দ বিদ্যুৎ ঝলকানি দেখার বেশ কিছু সময় পরে আমাদের কানে এসে পৌছায়। আলোকের বেগ শব্দের বেগ অপেক্ষা বহুগুণ বেশি বলেই এ ঘটনা ঘটে।

শব্দের বেগ নির্ণয়ের বিভিন্ন পদ্ধতিকে দু'ভাবে ভাগ করা হয়েছে। যথা—(১) তত্ত্বীয় পদ্ধতি এবং (২) পরীক্ষাগার পদ্ধতি। বিখ্যাত বিজ্ঞানী নিউটন তত্ত্বীয় পদ্ধতি প্রদান করেন। একে শব্দের বেগের জন্য নিউটনের সূত্র বলা হয়। তিনটি পরীক্ষাগার পদ্ধতি রয়েছে। এখানে আমরা অনুনাদ বায়ুস্তম্ভ পদ্ধতি আলোচনা করব।

১৯.৩ শব্দের বেগ সম্পর্কিত নিউটনের সূত্র

Newton's law for the velocity of sound

আমরা জানি, শব্দ সঞ্চালনের জন্য স্থিতিস্থাপক ও অবিচ্ছিন্ন (continuous) মাধ্যমের প্রয়োজন। তরঙ্গ প্রবাহে মাধ্যমের কণাগুলো পর্যায় গতিতে দুলতে থাকে এবং যে কোন কণার বিচলন পরবর্তী মুহূর্তে পার্শ্ববর্তী কণায় সঞ্চালিত হয়। কোন মাধ্যমে এ তরঙ্গ গতির বেগ বা দ্রুতি মাধ্যমের ঘনত্ব ও স্থিতিস্থাপকতার উপর নির্ভর করে। বিখ্যাত বিজ্ঞানী স্যার আইজ্যাক নিউটন গাণিতিকভাবে দেখান যে, শব্দের বেগ মাধ্যমের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের

বৰ্গমূলেৱ সমানুপাতিক এবং ঘনত্বেৱ বৰ্গমূলেৱ ^{SCOTT KEULENS} সমানুপাতিক। তিনি প্ৰমাণ কৰেন যে, E স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক এবং ρ ঘনত্ববিশিষ্ট কোন মাধ্যমে লম্বিক তরঙ্গোৱ সৃষ্টি হলে ঐ তরঙ্গোৱ বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{E'}{\rho}} = \sqrt{\text{মাধ্যমেৰ } \frac{\text{স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক}}{\text{ঘনত্ব}}} \quad (1)$$

লম্বিক শব্দ তরঙ্গ প্ৰবাহে কঠিন পদাৰ্থেৰ অস্থায়ী দৈৰ্ঘ্য পৱিবৰ্তন হয়। এজন্য কঠিন পদাৰ্থেৰ ক্ষেত্ৰে স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক E-কে ইয়ং-এৱ গুণাঙ্ক Y দ্বাৰা নিৰ্দেশ কৰা হয়। সুতৰাং কঠিন পদাৰ্থে লম্বিক শব্দ তরঙ্গোৱ বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (2)$$

লোহার ইয়ং-এৱ গুণাঙ্ক, $Y = 2.205 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ ও ঘনত্ব, $\rho = 7.85 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ । কাজেই লোহার ভিতৰ শব্দেৱ বেগ

$$v = \sqrt{\frac{2.205 \times 10^{11}}{7.85 \times 10^3}} \text{ মিটাৰ /সে.} = 5300 \text{ ms}^{-1}$$

তৱল অথবা গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দ তরঙ্গ প্ৰবাহেৰ দৰুন মাধ্যমেৰ অস্থায়ী আয়তনেৰ পৱিবৰ্তন ঘটবে এবং মাধ্যমেৰ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক E আয়তনেৰ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক K দ্বাৰা নিৰ্দেশ কৰতে হবে। সুতৰাং তৱল অথবা গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দেৱ বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (3)$$

পানিৱ আয়তনেৰ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক K = $2.23 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$ এবং ঘনত্ব $\rho = 1 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ কাজেই পানিৱ মধ্যে শব্দেৱ বেগ

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{2.23 \times 10^9}{10^3}} = 1493 \text{ ms}^{-1}$$

১৯.৪ বায়ু বা গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দেৱ বেগ সম্পর্কীয় নিউটনেৱ সূত্ৰ প্ৰতিপাদন

Derivation of Newton's formula for the velocity of sound in air or gases

বায়ু বা গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দেৱ বেগ সম্পৰ্কিত সূত্ৰ নিয়ুপণে নিউটন ধাৰণা কৰেছিলেন যে গ্যাসেৰ মধ্য দিয়ে তরঙ্গোৱ সঞ্চালনকালে মাধ্যমেৰ প্ৰসাৱণ ও সঞ্জোচন খুব ধীৱে ধীৱে ঘটে। ফলে মাধ্যমেৰ তাপমাত্ৰাৰ কোন পৱিবৰ্তন হয় না। অৰ্থাৎ শব্দ তরঙ্গ সঞ্চালনেৰ সময় মাধ্যমেৰ চাপ ও আয়তনেৰ পৱিবৰ্তন সমোৰূপ অবস্থায় ঘটে। সুতৰাং মাধ্যমেৰ চাপ ও আয়তন পৱিবৰ্তনেৰ জন্য একেত্ৰে বয়েলেৱ সূত্ৰ প্ৰযোজ্য।

ধৰা যাক সমোৰূপ প্ৰক্ৰিয়াৰ জন্য কোন নিৰ্দিষ্ট ভৱেৱ গ্যাসেৰ চাপ P এবং আয়তন V হলে, বয়েলেৱ সূত্ৰানুযায়ী,

$$PV = \text{কন্টেন্সি}$$

V-এৱ সাপেক্ষে ব্যৱকলন কৰে আমৱা পাই,

$$\frac{d}{dV} (PV) = 0$$

বইঘর কম

$$\text{বা, } P + V \frac{dP}{dV} = 0$$

$$\text{বা, } P = -V \frac{dP}{dV} = -\frac{dP}{dV/V} \quad (\text{এখানে ঝণত্বক চিহ্ন দ্বারা চাপ বৃদ্ধি পেলে আয়তন হ্রাস অথবা চাপ হ্রাস পেলে আয়তন বৃদ্ধি বুঝায়)।$$

চাপের পরিবর্তন

$$= \frac{\text{আয়তনের পরিবর্তন}/\text{আদি আয়তন}}{\text{আয়তন পীড়ন}}$$

$$= \frac{\text{আয়তন বিকৃতি}}{\text{আয়তন}} = \text{গ্যাসের আয়তন গুণাংক, } K$$

অর্থাৎ আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাংক, $K = \text{প্রকৃত চাপ, } P$

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{P}{\rho}}$$

তরঙ্গ সঞ্চালনকালে মাধ্যমের প্রসারণের জন্য অনুরূপভাবে প্রকাশ করা যায়,

$$K = P$$

$$\text{অর্থাৎ, } v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{P}{\rho}}$$

∴ বায়ু বা গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের বেগে

$$v = \sqrt{\frac{P}{\rho}}$$

(4)

বায়ু বা গ্যাসীয় মাধ্যমে এটিই শব্দের বেগের জন্য নিউটনের সূত্র।

এই সূত্র হতে স্বাভাবিক তাপমাত্রায় এবং চাপে বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় করা যায়। স্বাভাবিক তাপমাত্রায় অর্থাৎ 0°C তাপমাত্রায় বায়ু চাপ, $P_0 = 0.76 \times (13.6 \times 10^3) \times 9.81 \text{ Nm}^{-2}$ এবং বায়ুর ঘনত্ব $\rho_0 = 0.001293 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ । যদি স্বাভাবিক তাপমাত্রায় এবং চাপে বায়ুতে শব্দের বেগ v_0 হয়, তবে সমীকরণ (4) অনুসারে

$$v_0 = \sqrt{\frac{P_0}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{0.76 \times 13.6 \times 10^3 \times 9.81}{0.001293 \times 10^3}} \text{ ms}^{-1} = 280 \text{ ms}^{-1} \text{ (প্রায়)}.$$

52.52

16

কিন্তু এই মান পরীক্ষালব্ধ মান অপেক্ষা অনেক কম। স্বাভাবিক চাপ এবং তাপমাত্রায় বায়ুতে শব্দের বেগের পরীক্ষালব্ধ মান 332 ms^{-1} । এই গরমিল হতে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা যায় যে, নিউটনের ধারণাকে ত্রুটি রয়েছে।

১৯.৫ ল্যাপ্লাস কর্তৃক নিউটনের সূত্র সংশোধন

Laplace's correction of Newton's formula

নিউটনের সূত্রানুসারে গ্যাসে শব্দের বেগের তাত্ত্বিক মান ও পরীক্ষালব্ধ মানের মধ্যে একটি বিরাট গরমিল পরিস্কৃত হয়। বিজ্ঞানী নিউটন এর কোন ব্যাখ্যাও প্রদান করেননি। প্রায় 120 বছর পর 1817 খ্রিস্টাব্দে ফরাসি গণিতবিদ ল্যাপ্লাস যথাযথ ব্যাখ্যাসহ গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের বেগ সম্পর্কিত নিউটন-এর সূত্রের প্রয়োজনীয় সংশোধন প্রদান করেন। এ সংশোধন ল্যাপ্লাসের সংশোধন নামে পরিচিত।

নিউটনের মতে গ্যাসীয় মাধ্যমের মধ্য দিয়ে শব্দ সঞ্চালনের সময় মাধ্যম অতীব ধীরে ধীরে সজ্জুচিত ও প্রসারিত হয়। ফলে মাধ্যমের তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন ঘটে না। অতএব গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের বিস্তার সমূক্ত তাপীয় (Isothermal) প্রক্রিয়ায় হয় এবং এই প্রক্রিয়া বয়েলের সূত্র মেনে চলে। নিউটনের ধারণার ত্রুটি হিসেবে ল্যাপ্লাস উল্লেখ করেন যে, গ্যাসীয় মাধ্যমের মধ্য দিয়ে শব্দ সঞ্চালনের সময় মাধ্যমের সংকোচন ও প্রসারণ অত্যন্ত দ্রুত সংঘটিত হয় এবং এতে মাধ্যমের তাপমাত্রার পরিবর্তন ঘটে। যেহেতু গ্যাসের তাপ পরিবর্হণ ও বিকিরণ ক্ষমতা নিতান্তই কম, সেহেতু সংকোচনের সময় সৃষ্টি তাপ মাধ্যমের ঐ অংশেই আবশ্য থাকে প্রবর্তী প্রসারণ শুরু হবার পূর্বেই পার্শ্ববর্তী স্তরে সংশ্লিষ্ট হবার অবকাশ পায় না। অনুরূপভাবে প্রসারণের সময় মাধ্যমের প্রসারিত স্তরের তাপমাত্রা হ্রাস পেয়ে শৈত্যের উজ্জ্বল হয় এবং প্রবর্তী সংকোচন শুরু হবার পূর্বে পার্শ্ববর্তী স্তর হতে তাপ দ্রুত প্রবাহিত

হয়ে তাপমাত্রার সমতা বজায় রাখতে পারে না। ফলে গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের বিস্তারকালে মাধ্যমের চাপ ও আয়তনের পরিবর্তন বয়েসের সূত্রানুযায়ী না হয়ে **বৃদ্ধতাপ** (Adiabatic) প্রক্রিয়ায় সংষ্টিত হয়। এ পরিবর্তন একটি নির্দিষ্ট ভৱের কোন গ্যাসের চাপ P ও আয়তন V -এর মধ্যে সম্পর্ক হবে,

$$PV^{\gamma} = K = \text{একটি ধ্রুব সংখ্যা}$$

$$\frac{\text{স্থির চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ, } c_p}{\text{এখানে, } \gamma = \frac{\text{স্থির আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ, } c_v}$$

এক পরমাণুবিশিষ্ট গ্যাসের (আর্গন, নিয়ন ইত্যাদি) ক্ষেত্রে, $\gamma = 1.66$ এবং দ্বি-পরমাণুবিশিষ্ট গ্যাসের (হাইড্রোজেন, অক্সিজেন ইত্যাদি) ক্ষেত্রে, $\gamma = 1.41$.

বৃদ্ধতাপ প্রক্রিয়ার ক্ষেত্রে,

$$PV^{\gamma} = \text{ধ্রুক}$$

এখন V -এর সাপেক্ষে অবকলন করে পাই,

$$V^{\gamma} \cdot \frac{dP}{dV} + P \cdot \gamma V^{\gamma-1} = 0$$

$V^{\gamma-1}$ দিয়ে ভাগ করে পাই,

$$V \cdot \frac{dP}{dV} + \gamma \cdot P = 0$$

$$\text{বা, } \frac{\frac{dP}{dV}}{V} = \gamma \cdot P$$

কিন্তু আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাংক

$$K = \frac{dP}{-dV}$$

$$K = \gamma \cdot P$$

সূতরাং গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের বেগ।

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

বায়ুর ক্ষেত্রে $\gamma = 1.41$ । কাজেই স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় $P = 0.76 \times 13.6 \times 10^3 \times 9.81 \text{ Nm}^{-2}$ ও $\rho = 0.001293 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ।

$$v = \sqrt{\frac{1.41 \times 0.76 \times 13.6 \times 10^3 \times 9.81}{0.001293 \times 10^3}} = 332.52 \text{ ms}^{-1}$$

এটি শব্দের বেগের পরীক্ষালক্ষ্য মানের প্রায় সমান যা ল্যাপ্লাসের শুন্দি বা সংশোধনের সত্যতা প্রমাণ করে।

শব্দের বেগের উপর চাপ, তাপমাত্রা, মাধ্যমের ঘনত্ব, আর্দ্রতা এবং বায়ুপ্রবাহের প্রভাব আছে কিনা তা জানা আবশ্যিক। এখানে শব্দের বেগের উপর আমরা তাপমাত্রা, আর্দ্রতা ও চাপের প্রভাব আলোচনা করব।

১৯.৬ শব্দের বেগের উপর তাপমাত্রা, আর্দ্রতা ও চাপের প্রভাব

‘Effect of temperature, humidity and pressure on the velocity of sound

তাপমাত্রার প্রভাব (Effect of temperature) : তাপমাত্রার পরিবর্তনে বায়ুর ঘনত্ব এবং সাথে সাথে বায়ুতে শব্দের বেগ পরিবর্তিত হবে। বায়ুর তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে ঘনত্ব হ্রাস পাবে এবং সাথে সাথে শব্দের বেগ বৃদ্ধি পাবে। আবার বায়ুর তাপমাত্রা হ্রাস পেলে ঘনত্ব বৃদ্ধি পাবে এবং শব্দের বেগ কমে যাবে।

মনে করি একটি নির্দিষ্ট চাপ P -এ 0°C ও $t^{\circ}\text{C}$ তাপমাত্রায় বায়ুর (বা কোন একটি গ্যাসের) ঘনত্ব যথাক্রমে ρ_0 ও ρ_t এবং বায়ু মাধ্যমে শব্দের বেগ যথাক্রমে v_0 ও v_t সূতরাং,

$$v_0 = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_0}} \quad (5)$$

$$\text{এবং} \quad v_t = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_t}} \quad (6)$$

$$\text{সমীকরণ (6)-কে সমীকরণ (5) দ্বারা ভাগ করে পাই}, \quad \frac{v_t}{v_0} = \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_t}}$$

$$\text{যেহেতু}, \rho_0 = \rho_t (1 + \alpha t) = \rho_t \left(1 + \frac{t}{273}\right)$$

$$\alpha = \text{গ্যাসের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক} = \frac{1}{273}/^{\circ}\text{C}$$

$$\text{সূতরাং}, \quad \frac{v_t}{v_0} = \sqrt{\frac{\rho_t(1 + \alpha t)}{\rho_t}} = \sqrt{1 + \alpha t}$$

$$\text{বা}, \quad v_t = v_0 \sqrt{1 + \alpha t} \quad (7)$$

$$= \sqrt{1 + \frac{t}{273}} \quad (8)$$

$$= \sqrt{\frac{273 + t}{273}} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

$$\text{অর্থাৎ}, \quad \frac{v_t}{v_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0}} \quad (9)$$

এখানে, T ও T_0 হচ্ছে $t^{\circ}\text{C}$ ও 0°C তাপমাত্রার আনুষঙ্গিক পরম তাপমাত্রা।

$$\text{সূতরাং} \boxed{v \propto \sqrt{T}}$$

সিদ্ধান্ত : বায়ু বা গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের বেগ পরম তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতিক, অর্থাৎ তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে শব্দের বেগ বৃদ্ধি পায়।

এখন দেখা যাক, প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে কোন গ্যাসে শব্দের বেগ বৃদ্ধির পরিমাণ কত।

সমীকরণ (14)-হতে পাই,

$$v_t = v_0 \left(1 + \frac{t}{273}\right)^{\frac{1}{2}} \quad [\text{বায়ুর ক্ষেত্রে}, \alpha = \frac{1}{273}/^{\circ}\text{C} \text{ বা}, \alpha = 0.00366/^{\circ}\text{C}]$$

সাধারণ তাপমাত্রায় $\frac{t}{273}$ -এর উচ্চ ঘাতগুলো উপেক্ষা করে লেখা যায়,

$$v_t = v_0 \left(1 + \frac{1}{2} \times \frac{t}{273}\right)^{\frac{1}{2}} = v_0 \left(1 + \frac{1}{2} \alpha t\right)$$

$$\text{বা}, \quad v_t = v_0 \left(1 + \frac{t}{546}\right)$$

$$\text{বা}, \boxed{v_t = v_0 (1 + 0.00183t)} \quad (10)$$

বায়ু মাধ্যমে 0°C -এ, $v_0 = 332 \text{ ms}^{-1}$

$$\begin{aligned} v_t &= 332(1 + 0.00183t) \\ &= (332 + 332 \times 0.00183t) \\ &= (332 + 0.61t) \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

সমীকৰণ 10(a) হতে দেখা যাচ্ছে যে, বাতাসের ক্ষেত্ৰে প্ৰতি ডিগ্ৰী তাপমাত্ৰা বৃদ্ধিৰ জন্য শব্দেৱ বেগ 0.61m বৃদ্ধি পায়।

উল্লেখ্য : সাধাৰণ তাপমাত্ৰার ক্ষেত্ৰে সমীকৰণ (10) প্ৰযোজ্য। অজ্ঞাত বা যে কোন তাপমাত্ৰার ক্ষেত্ৰে সমীকৰণ (7), (8) অথবা (9) প্ৰযোজ্য।

আৰ্দ্ধতাৰ প্ৰভাৱ (Effect of humidity) : শব্দেৱ বেগেৰ উপৰ আৰ্দ্ধতাৰ প্ৰভাৱ আলোচনা কৰতে গিয়ে ধৰি P পাৰদ চাপে ও ${}^{\circ}\text{C}$ তাপমাত্ৰায় শুক্ৰ ও আৰ্দ্ধ বায়ুতে শব্দেৱ বেগ যথাক্রমে v_d ও v_m এবং বায়ুৰ ঘনত্ব যথাক্রমে ρ_d ও ρ_m । অতএব আমৰা পাই,

$$v_d = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_d}} \quad (11)$$

$$v_m = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_m}} \quad (12)$$

$$\text{সূতৰাং, } \frac{v_d}{v_m} = \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_d}}$$

$$\text{বা, } v_d = v_m \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_d}} \quad (13)$$

আমৰা জানি জলীয় বাষ্প বায়ু অপেক্ষা হালকা। বায়ুতে জলীয় বাষ্পেৱ পৱিমাণ অধিক হওয়া অৰ্থ বায়ু আৰ্দ্ধ হওয়া। বায়ু আৰ্দ্ধ হওয়া অৰ্থ বায়ুৰ ঘনত্ব হ্ৰাস পাওয়া।

$$\rho_d > \rho_m \quad \frac{\rho_m}{\rho_d} < 1$$

$$\text{কাজেই, } \frac{v_d}{v_m} = \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_d}} < 1$$

$$v_d < v_m$$

আবাৰ গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দেৱ বেগ তাৰ ঘনত্বেৱ বৰ্গমূলেৱ ব্যস্তানুপাতিক সূতৰাং সমীকৰণ (13) হতে অতি সহজে বলা যায় যে, শুক্ৰ বায়ু অপেক্ষা আৰ্দ্ধ বায়ুতে শব্দেৱ বেগ বেশি।

সিদ্ধান্ত : বায়ুৰ আৰ্দ্ধতা বৃদ্ধি পেলে শব্দেৱ বেগ বৃদ্ধি পায়। অৰ্থাৎ আৰ্দ্ধ বায়ুতে শব্দেৱ বেগ বেশি, শুক্ৰ বায়ুতে শব্দেৱ বেগ কম।

চাপেৱ প্ৰভাৱ : ধৰা যাক, m তরেৱ কোন গ্যাসেৱ উপৰ চাপ P_1 এবং গ্যাসেৱ আয়তন V_1 । স্থিৰ তাপমাত্ৰায় চাপ P_1 হতে P_2 -তে পৱিবৰ্তিত হলে আয়তন V_2 হয়। তাহলে বয়েলেৱ সূত্ৰানুযায়ী,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\text{আবাৰ আমৰা জানি, ঘনত্ব, } \rho = \frac{m}{V} \quad \text{বা, } V = \frac{m}{\rho}$$

$$V_1 = \frac{m}{\rho_1} \quad \text{এবং} \quad V_2 = \frac{m}{\rho_2} \quad [\because m \text{ অপৱিবৰ্তিত}]$$

$$\text{সূতৰাং } \frac{P_1 m}{\rho_1} = \frac{P_2 m}{\rho_2}$$

$$\text{বা, } \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{P_2}{\rho_2} = \text{ধৰক।}$$

আবাৰ নিৰ্দিষ্ট গ্যাসেৱ ক্ষেত্ৰে γ -এৱ মান নিৰ্দিষ্ট।

এখন শব্দেৱ বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \quad \text{সূত্ৰে সেহেতু } \frac{P}{\rho} \text{ অনুপাতটি ধৰ থাকে এবং } \gamma \text{-এৱ মান কোন গ্যাসেৱ জন্য নিৰ্দিষ্ট। কাজেই আমৰা বলতে পাৰি যে, স্থিৰ তাপমাত্ৰায় চাপেৱ পৱিবৰ্তনেৱ জন্য শব্দেৱ বেগেৰ কোন পৱিবৰ্তন হয় না।}$$

অৰ্থাৎ, স্থিৰ তাপমাত্ৰায় শব্দেৱ বেগেৰ উপৰ গ্যাসেৱ চাপেৱ কোন প্ৰভাৱ নেই।

১৯.৭ অনুনাদ বায়ুস্তম্ভে শব্দের বেগ নির্ণয়

Determination of velocity of sound by resonance air column method

এই পদ্ধতি আলোচনা করার পূর্বে অনুনাদ ও অনুনাদ বায়ু স্তম্ভ কি জানা দরকার।
অনুনাদ (Resonance)

একটি কম্পনান বস্তুকে অন্য একটি বস্তুর নিকট ধরলে থিতীয় বস্তুটি কাঁপতে শুনু করে। যদি বস্তুর স্বাভাবিক পর্যায়কাল ও প্রযুক্তি কম্পন বা বলের পর্যায়কাল তিনি হয়, তবে বস্তু ক্ষুদ্র বিস্তারে কাঁপবে। কিন্তু যদি বস্তুর স্বাভাবিক পর্যায়কাল ও তার উপর প্রযুক্তি বলের পর্যায়কাল সমান হয়, তবে বস্তুটি বৃহত্তর বিস্তারে কাঁপতে বাধ্য হয় এবং শব্দের প্রাবল্য বৃদ্ধি পায়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে। সুতরাং অনুনাদ পরবর্তী কম্পনের একটি বিশেষ অবস্থা। এ ক্ষেত্রে বাহ্যিক বলের দোলন কাল বাধিত বস্তুর দোলন কালের সমান হওয়ায় বাধিত বস্তু সজোরে কম্পিত হয় এবং শব্দের প্রাবল্য বৃদ্ধি পায়। একে সমবেদী কম্পনও বলা হয়। মনে রাখতে হবে অনুনাদে উভয়ের পর্যায়কাল একই হতে হবে।

অনুনাদ বায়ুস্তম্ভ : কোন বায়ুস্তম্ভের স্বাভাবিক কম্পনের পর্যায়কাল তার উপর আরোপিত পর্যায় বলের পর্যায়কালের সমান হলে ঐ বায়ুস্তম্ভ সর্বাপেক্ষা বৃহৎ বিস্তারে কেঁপে প্রবল শব্দের সৃষ্টি করে। বায়ুস্তম্ভে এ অবস্থায় অনুনাদের সৃষ্টি হয়। এই বায়ুস্তম্ভকে অনুনাদ বায়ুস্তম্ভ বলে।

অনুনাদ বায়ুস্তম্ভ পদ্ধতিতে শব্দের বেগ নির্ণয় (Determination of velocity of sound by resonance air column method)

যন্ত্রের বর্ণনা : অনুনাদ বায়ুস্তম্ভে পদ্ধতিতে দুই মুখ খোলা আগা-গোড়া সমান প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট একটি ঝাঁপা ধাতব বা কাচনল T থাকে [চিত্র ১৯.১] এর নাম অনুনাদ নল। এর নিম্ন প্রান্তকে $\frac{2}{3}$ অংশ পানিতে ভর্তি একটি লম্বা কাচ পাত্র P-এ ডুবিয়ে একটি দণ্ড C-এর সাহায্যে নলটিকে খাড়াভাবে স্থাপন করি।

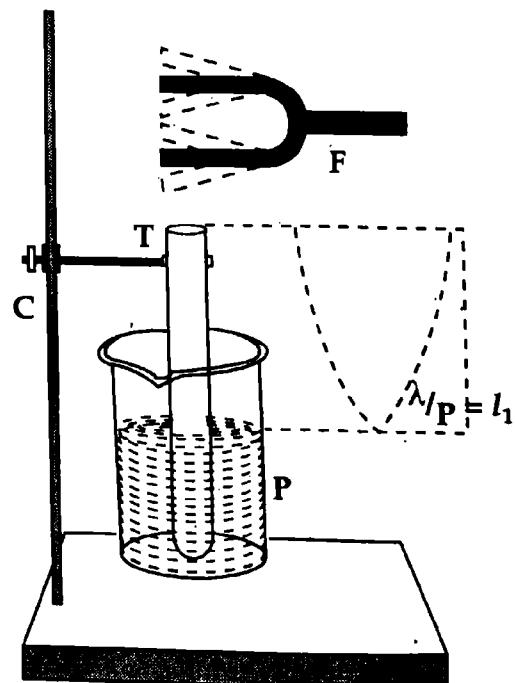
কার্যপদ্ধতি : নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একটি সূর শলাকা F লাই। একে রবার প্যাডে আঘাত করে অনুনাদী নলের উন্মুক্ত প্রান্তের নিকটে ধরি। এতে নলের মধ্যস্থিত বায়ুতে পরবর্তী কম্পনের সৃষ্টি হবে। এ কম্পন নিচের দিকে সঞ্চালিত হবে এবং পানির উপরিতল হতে প্রতিফলিত হয়ে পুনরায় উপর দিকে উঠবে। এই তরঙ্গ সূর শলাকা হতে আগত তরঙ্গের সাথে মিলিত হয়ে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করবে। এখন নলটিকে উঠা-নামা করিয়ে নলের বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্যকে এমনভাবে উপযোজন করি যাতে বায়ুস্তম্ভের সবচেয়ে কম দৈর্ঘ্যে শব্দের প্রাবল্য সর্বাপেক্ষা বেশি হয় অর্থাৎ অনুনাদ সংঘটিত হয়। এমতাবস্থায় পানির উপরিতল হতে নলের উন্মুক্ত প্রান্ত পর্যন্ত অনুনাদী বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।

হিসাব : বায়ুস্তম্ভের এই অনুনাদে পানির উপরিতলে একটি নিস্পন্দ বিলু এবং মোটামুটি নলের খোলামুখে একটি সুস্পন্দ বিলুর উৎপত্তি হয়। অবশ্যই এই অবস্থায় বায়ুস্তম্ভের কম্পাঙ্ক সূর শলাকার কম্পাঙ্কের সমান।

মনে করি, অনুনাদী বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য, l। যদি বায়ুতে শব্দের বেগ v হয় এবং বায়ুস্তম্ভের কম্পাঙ্ক n হয়, তবে

$$v = n\lambda$$

$$\text{এবং } l = \frac{1}{4}\lambda \text{ বা, } \lambda = 4l$$



চিত্র ১৯.১

(15)

কেননা নলের বন্ধ মুখে নিস্পন্দ বিন্দু এবং খোলা মুখে সুস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হয় এবং এদের মধ্যে দূৰত্ব $= \lambda/4$
উপরের সমীকরণ হতে আমরা পাই, $v = n \times 4l$

$$\text{অর্থাৎ, } v = 4nl \quad (16)$$

এখন, n এবং l -এর মান জেনে v বের করা হয়। কিন্তু এভাবে প্রাপ্ত v -এর মান অন্যান্য পদ্ধতিতে প্রাপ্ত v -এর মান হতে অনেক কম হয়। এ কারণে উপযুক্ত সংশোধন প্রয়োজন।

প্রাপ্ত সংশোধন (End correction)

উপরে ২নং সমীকরণ প্রতিপাদনে ধরে নেয়া হয় যে, সুস্পন্দ বিন্দু নলের উন্তুক্ত প্রাপ্তে সৃষ্টি হয়। কিন্তু বিখ্যাত বিজ্ঞানী লড় র্যালে গণিতের সাহায্যে প্রমাণ করেন যে, সুস্পন্দ বিন্দু নলের উন্তুক্ত প্রাপ্তে না হয়ে কিছু উপরে হয়। সূতরাং এর জন্য একটি সংশোধনের প্রয়োজন। এর নাম প্রাপ্ত সংশোধন। কাজেই একটি অনুনাদী বায়ুস্তম্ভের বাইরে মুক্ত প্রাপ্ত হতে ন্যূনতম যে দূৰত্বে সুস্পন্দ বিন্দু দেখা যায় তাকে প্রাপ্ত সংশোধন বলে।

$$\text{ধরি প্রাপ্ত সংশোধন} = x$$

$$\text{অনুনাদী বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য} = (l + x)$$

$$\text{নলের আন্তব্যাস } d \text{ হলে, } x = 0.3d \text{ এবং নলের আন্তব্যাসার্ধ } r \text{ হলে } d = 2r$$

$$\text{কাজেই } v = n\lambda \text{ সমীকরণ হতে আমরা পাই,}$$

$$v = 4n(l + x) \quad (17)$$

$$\text{বা, } v = 4n(l + 0.3d) \quad (18)$$

$$\text{বা, } v = 4n(l + 0.6r) \quad (19)$$

প্রাপ্ত সংশোধন পরিহার (To avoid end correction)

প্রাপ্ত সংশোধন বাদ দিয়েও শব্দের বেগ নির্ভুলভাবে বের করা যায়। এ স্থলে নলের দুই অবস্থানে অনুনাদ নিতে হবে। প্রথম অনুনাদ বের করার পর নলটিকে উপরে উঠিয়ে বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য পূর্বের প্রায় তিন গুণ করলে দ্বিতীয় অনুনাদ পাওয়া যাবে। দ্বিতীয় অনুনাদের ক্ষেত্রে নলে দুটি নিস্পন্দ বিন্দু এবং দুটি সুস্পন্দ বিন্দুর সৃষ্টি হবে।

মনে করি, নলের প্রথম অবস্থানে অনুনাদী বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য l_1 [চিত্র ১৯.২] এবং দ্বিতীয় অবস্থানে অনুনাদী বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য l_2 । যদি প্রাপ্ত সংশোধন x হয়, তবে

$$l_1 + x = \frac{1}{4}\lambda$$

$$\text{এবং } l_2 + x = \frac{3}{4}\lambda$$

সমীকরণদ্বয়ের দ্বিতীয়টি হতে প্রথমটি বিয়োগ করে আমরা পাই,

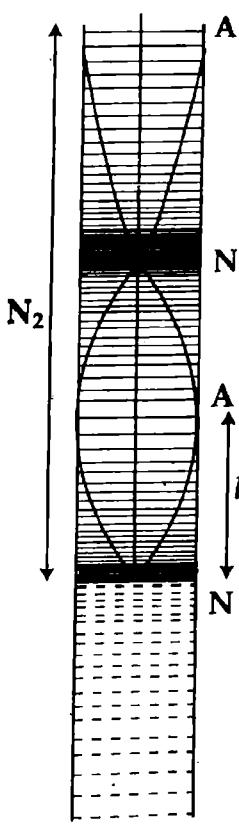
$$l_2 - l_1 = \frac{1}{2}\lambda$$

$$\lambda = 2(l_2 - l_1)$$

এখন সমীকরণ (17) হতে আমরা পাই, $v = n\lambda = n \times 2(l_2 - l_1)$

$$v = 2n(l_2 - l_1) \quad (20)$$

l_1, l_2 এবং n -এর মান জেনে v বের করা যায়। উক্ত (20) সমীকরণে প্রাপ্ত সংশোধন নেই। কাজেই এভাবে প্রাপ্ত সংশোধন পরিহার করা যায়।



চিত্র ১৯.২

১৯.৮ ডপলার ক্রিয়া বা প্রভাব

Doppler effect

পূর্বের অনুচ্ছেদগুলোতে তরঙ্গাগতি সংক্রান্ত আলোচনায় উৎস এবং পর্যবেক্ষক বা শ্রোতার গতি বিবেচনা করা হয় নি। উভয়ই স্থির ধরা হয়েছিল। কিন্তু উৎস এবং পর্যবেক্ষক বা শ্রোতার মধ্যে আপেক্ষিক গতি থাকলে পর্যবেক্ষক বা শ্রোতার নিকট তরঙ্গের আপাত কম্পাঙ্ক এর প্রকৃত কম্পাঙ্ক অপেক্ষা ভিন্নতর মনে হয়। সকল ধরনের তরঙ্গের ক্ষেত্রে এই ঘটনা ঘটে। উৎস এবং শ্রোতা পরস্পর হতে দূরে সরে গেলে আপাত কম্পাঙ্ক প্রকৃত কম্পাঙ্ক অপেক্ষা কম হয়; আবার উৎস এবং শ্রোতা পরস্পরের দিকে অগ্রসর হলে আপাত কম্পাঙ্ক প্রকৃত কম্পাঙ্ক অপেক্ষা বেশি হয়। এই ঘটনাকে ডপলার ক্রিয়া বা প্রভাব বলে। সুতরাং, শব্দের ক্ষেত্রে ডপলার ক্রিয়ার নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায় :

সংজ্ঞা : শব্দের উৎস এবং শ্রোতার মধ্যে আপেক্ষিক গতি বিদ্যমান থাকলে শ্রোতার নিকট উৎস হতে নিঃসৃত শব্দের তীক্ষ্ণতা বা কম্পাঙ্কের যে আপাত পরিবর্তন পরিলক্ষিত হয় তাকে ডপলার ক্রিয়া বা প্রভাব বলে। যে নীতির সাহায্যে ডপলার এই আপাত পরিবর্তন ব্যাখ্যা করেছিলেন তাকে ডপলার নীতি বলে (Doppler principle) বলে।

1842 খ্রিস্টাব্দে একজন অস্ট্রিয়ান পদার্থবিদ ডপলার এই সূত্র আবিষ্কার করেন। তার নাম অনুসারে এই নীতিকে ডপলার-এর নীতি বলা হয়।

ডপলার প্রমাণ করেছেন যে,

(ক) উৎস স্থির শ্রোতার দিকে অগ্রসর হলে উৎস হতে নির্গত তরঙ্গগুলোর দৈর্ঘ্য ছোট হয়ে যায়। ফলে তীক্ষ্ণতা আরও বৃদ্ধি পায়।

(খ) উৎস স্থির শ্রোতা হতে দূরে সরে গেলে উৎস হতে নির্গত তরঙ্গগুলোর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়। ফলে তীক্ষ্ণতা হ্রাস পায়।

(গ) শ্রোতা যদি উৎসের দিকে অগ্রসর হয়, তবে শব্দের তীক্ষ্ণতা বৃদ্ধি পায়।

(ঘ) শ্রোতা যদি উৎস হতে দূরে সরে যায়, তবে শব্দের তীক্ষ্ণতা হ্রাস পায়।

(ঙ) মাধ্যমের গতিবেগও শব্দের তীক্ষ্ণতাকে প্রভাবিত করে। তবে উৎস ও শ্রোতা উভয়েই স্থির থাকলে মাধ্যমের গতির জন্য শব্দের তীক্ষ্ণতার পরিবর্তন ঘটে না।

উদাহরণস্বরূপ বলা যেতে পারে—একটি দ্রুতগামী ট্রেন বাঁশি বাজাতে বাজাতে স্টেশনের দিকে আসতে থাকলে স্টেশনে দণ্ডায়মান একজন শ্রোতার নিকট বাঁশির শব্দের তীক্ষ্ণতা ক্রমশ বৃদ্ধি পেতে থাকে। আবার ট্রেনটি বাঁশি বাজাতে বাজাতে স্টেশন ত্যাগ করে চলে গেলে ঐ শ্রোতার নিকট শব্দের তীক্ষ্ণতা ক্রমশ কমে যাচ্ছে মনে হবে। তা হলে দেখা যাচ্ছে, শব্দের উৎস এবং শ্রোতার মধ্যে আপেক্ষিক গতি বিদ্যমান থাকার ফলে শ্রোতার নিকট শুত শব্দের তীক্ষ্ণতার আপাত পরিবর্তন ঘটে। এর নাম ডপলার ক্রিয়া।

উল্লেখ্য, এটি কোন স্থায়ী পরিবর্তন নয়। উৎস, শ্রোতা এবং মাধ্যমের আপেক্ষিক গতির জন্যে এরূপ ঘটে। এ ক্রিয়া শুধুমাত্র শব্দের জন্যই প্রযোজ্য নয়। আলোক বা যে-কোন তরঙ্গ গতির ক্ষেত্রে এটি প্রযোজ্য।

১৯.৯ ডপলার ক্রিয়ার জন্য শব্দের কম্পাঙ্ক বা তীক্ষ্ণতা পরিবর্তনের রাশিমালা

Expressions for the change of frequency or pitch due to Doppler effect

কম্পাঙ্ক বা তীক্ষ্ণতা পরিবর্তনের রাশিমালা প্রতিপাদনের জন্য আলোচনার সুবিধার্থে ধরে নেয়া হবে উৎস অথবা শ্রোতা এদের সংযোজনকারী সরলরেখা বরাবর চলছে। ডপলারের ক্রিয়া আলোচনার ক্ষেত্রে নিম্নের তিনটি বিষয় বিবেচনা করা যায় :

- (ক) শ্রোতা স্থির কিন্তু উৎস গতিশীল,
- (খ) উৎস স্থির কিন্তু শ্রোতা গতিশীল এবং
- (গ) উৎস এবং শ্রোতা উভয়েই গতিশীল।

(ক) শ্রোতা স্থির কিন্তু উৎস গতিশীল

Observer at rest, but the source in motion

ধৰা যাক, v_s বেগে একটি তরঙ্গ উৎস কোন স্থির শ্রোতার দিকে অগ্রসর হচ্ছে। বুঝাব সুবিধার জন্য আমরা তরঙ্গাটিকে পরপর তরঙ্গমুখের সমবায়ে গঠিত এবং পাশাপাশি দুটি তরঙ্গমুখের মধ্যবর্তী দূৰত্ব একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমান বিবেচনা কৰিব।

ধৰা যাক, উৎসটি যখন P অবস্থানে রয়েছে তখন এটি একটি তরঙ্গমুখ নিঃসরণ কৰে। নিঃস্তু হওয়ার পৰই তরঙ্গমুখটি সম্মুখে অগ্রসর হয়। উৎসটি যখন দ্বিতীয় তরঙ্গমুখ নিঃসরণ কৰে তখন তরঙ্গমুখটি R অবস্থানে পৌছেছে [চিত্ৰ ১৯.৪]। যদি উৎসটি স্থির থাকত তবে দ্বিতীয় তরঙ্গমুখও P অবস্থানে নিঃস্তু হত। সেক্ষেত্ৰে PR হত অপৰিবৰ্তিত তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ । কিন্তু উৎস গতিশীল বলে দ্বিতীয় তরঙ্গমুখ নিঃসরণ কালে উৎস Q অবস্থানে এগিয়ে যাবে। এক্ষেত্ৰে উৎস তরঙ্গমুখের অন্তৰ্বর্তী দূৰত্ব QR। অতএব, QR-ই হবে পরিবৰ্তিত তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ' ।

$$\text{সূতৰাঙঁ, } PR = \lambda \text{ এবং } QR = \lambda'.$$

এখন, যে সময়ে প্ৰথম তরঙ্গমুখ P হতে R-এ পৌছায়, ঠিক একই সময়ে উৎস P হতে Q-তে পৌছায়। তরঙ্গমুখের বা শব্দের বেগ v এবং উৎসের বেগ v_s হলে, আমৰা পাই,

$$\frac{PR}{v} = \frac{PQ}{v_s} \quad (21)$$

$$\text{বা, } \frac{\lambda}{v} = \frac{PR - QR}{v_s} = \frac{\lambda - \lambda'}{v_s} = \frac{\lambda'}{(v - v_s)} \quad \left[\text{গাণিতিক নিয়ম অনুসারে } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d} \right]$$

$$\text{বা, } \lambda' = \lambda \left(\frac{v - v_s}{v} \right) \quad (22)$$

কিন্তু যে কোন মাধ্যমে দুটি শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্ৰে,

$$n\lambda = n'\lambda'$$

এখানে n , λ ও n' , λ' যথাক্রমে প্ৰকৃত ও আপাত বা পরিবৰ্তিত তরঙ্গের কম্পাক্ষ ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।

$$\text{কজেই, } \frac{n'}{n} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{v}{(v - v_s)}$$

$$n' = n \frac{v}{(v - v_s)} \quad (23)$$

সমীকৰণ (23) হতে দেখা যায়

~~(১) উৎস শব্দের বেগে শ্রোতার দিকে অগ্রসর হলে শব্দের আপাত কম্পাক্ষ প্ৰকৃত কম্পাক্ষের চেয়ে বেশি হয়।~~

~~(২) উৎস শব্দের বেগে শ্রোতার দিকে অগ্রসর হলে আপাত কম্পাক্ষ অসীম হবে।~~

উৎসটি শ্রোতার দিকে অগ্রসর না হয়ে যদি শ্রোতা হতে দূৰে সৱে যায়, তবে উৎসের বেগ খণ্ডাক ধৰা হয়। সেক্ষেত্ৰে সমীকৰণ (22) ও (23) নিম্নলিখিত লেখা যায়,

$$\lambda' = \lambda \frac{(v + v_s)}{v} \quad (24)$$

$$\text{এবং } n' = n \frac{v}{(v + v_s)} \quad (25)$$

সমীকরণ (25) হতে দেখা যায়

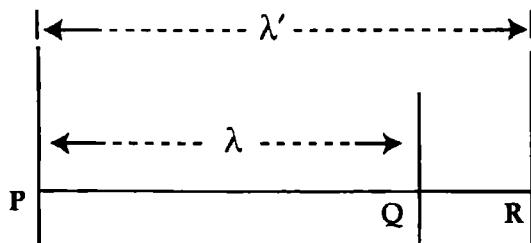
- (i) উৎস শ্রোতা হতে দূরে সরে গেলে শব্দের আপাত কম্পাক্ষ প্রকৃত কম্পাক্ষের চেয়ে কম হয়।
 (ii) উৎস শব্দের বেগে শ্রোতা হতে দূরে সরে গেলে শব্দের আপাত কম্পাক্ষ প্রকৃত কম্পাক্ষের অর্ধেক হবে।

(x) **উৎস স্থির কিন্তু শ্রোতা গতিশীল**

Source at rest, but the observer in motion

ধরা যাক, শ্রোতা v_0 বেগে স্থির শব্দের উৎস হতে দূরে সরে যাচ্ছে। অর্থাৎ শ্রোতা তরঙ্গের গতির দিকে অগ্রসর হচ্ছে। পূর্বের মত আমরা তরঙ্গকে তরঙ্গমুখের সমবায়ে গঠিত এবং পাশাপাশি পর পর দুটি তরঙ্গমুখের মধ্যবর্তী দূরত্ব একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমান বিচেনা করব।

ধরা যাক, শ্রোতা যখন Q অবস্থানে তখন উৎস হতে নিঃস্ত প্রথম তরঙ্গমুখ তার নিকট পৌছায়। ঐ সময়ে দ্বিতীয় তরঙ্গমুখ P অবস্থানে রয়েছে [চিত্র ১৯.৫]। সূতরাং PQ হচ্ছে তরঙ্গের অপরিবর্তিত তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ । এখন শ্রোতা তরঙ্গের অভিমুখে গতিশীল বলে ধরা যাক দ্বিতীয় তরঙ্গদৈর্ঘ্য তার নিকট যখন পৌছায় তখন সে R অবস্থানে পৌছেছে। অতএব, শ্রোতার নিকট PR দূরত্ব হল পরিবর্তিত তরঙ্গদৈর্ঘ্য।



চিত্র ১৯.৪

সূতরাং, $PQ = \lambda$ এবং $PR = \lambda'$ । আবার, যে সময়ে তরঙ্গমুখ P হতে R-এ পৌছায়, ঐ একই সময়ে শ্রোতা Q হতে R অবস্থানে পৌছায়। কাজেই, শ্রোতার বেগ v_0 এবং তরঙ্গের বেগ v বলে আমরা লিখতে পারি

$$\frac{PR}{v} = \frac{QR}{v_0}$$

$$\text{বা, } \frac{\lambda'}{v} = \frac{PR - QR}{v_0} = \frac{\lambda' - \lambda}{v_0}$$

$$\text{বা, } \frac{\lambda'}{v} = \frac{\lambda}{v - v_0} \quad [\because \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}]$$

$$\text{বা, } \lambda' = \lambda \left(\frac{v}{v - v_0} \right) \quad (26)$$

কিন্তু একই মাধ্যমে দুটি শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রে

$n\lambda = n'\lambda'$, এখানে n, λ ও n', λ' যথাক্রমে প্রকৃত (বা অপরিবর্তিত) তরঙ্গ ও আপাত (বা পরিবর্তিত) তরঙ্গের কম্পাক্ষ ও তরঙ্গদৈর্ঘ্য।

$$\frac{n'}{n} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{v - v_0}{v}$$

$$\text{বা, } n' = n \left(\frac{v - v_0}{v} \right) \quad (27)$$

সমীকরণ (27) হতে দেখা যায়

- (i) শ্রোতা উৎস হতে দূরে সরে গেলে শব্দের আপাত কম্পাক্ষ প্রকৃত কম্পাক্ষের চেয়ে কম হয়।

শ্রোতা শব্দের বেগে উৎস হতে সরে গেলে আপাত কম্পাক্ষ শূন্য হবে।

যদি শ্রোতা উৎসের দিকে গতিশীল হয় তবে উৎস হতে সরে যাওয়াৰ বেগ — v_0 হবে এবং সমীকৰণ (26) ও (27) নিম্নরূপ হবে,

$$\lambda' = \lambda \left(\frac{v}{v + v_0} \right) \quad (28)$$

$$\text{এবং } n' = n \left(\frac{v + v_0}{v} \right) \quad (29)$$

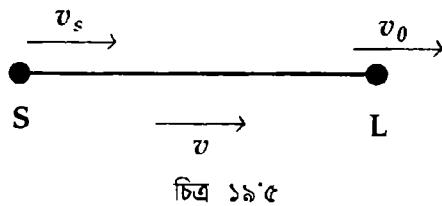
সমীকৰণ (29) হতে দেখা যায়

- (i) শ্রোতা উৎসের দিকে অগ্রসর হলে শব্দের আপাত কম্পাঙ্ক প্রকৃত কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি হবে।
- (ii) শ্রোতা শব্দের বেগে উৎসের দিকে অগ্রসর হলে শব্দের আপাত কম্পাঙ্ক প্রকৃত কম্পাঙ্কের দ্রিগুণ হবে।

(গ) উৎস এবং শ্রোতা উভয়ই গতিশীল

Source and observer both in motion

ধৰা যাক, উৎস S ও শ্রোতা L উভয়ই একই দিকে যথাক্রমে v_s এবং v_0 বেগ গতিশীল শব্দের বেগ v [চিত্র ১৯.৬]।



চিত্র ১৯.৫

উৎসের গতির জন্য আপাত কম্পাঙ্ক হবে,

$$n' = n \frac{v}{(v - v_s)} \quad [\text{সমীকৰণ (23) অনুসারে}] \quad (30)$$

শ্রোতার গতির জন্য এই কম্পাঙ্কও পুনরায় পরিবর্তিত হয়। কাজেই, চূড়ান্ত আপাত বা পরিবর্তিত কম্পাঙ্ক n'' হবে,

$$n'' = n' \frac{v - v_0}{v} \quad [\text{সমীকৰণ (27) ব্যবহার করে}]$$

সমীকৰণ (30) বসিয়ে পাই,

$$\begin{aligned} n'' &= n \frac{v}{(v - v_s)} \times \frac{v - v_0}{v} \\ &= n \left(\frac{v - v_0}{v - v_s} \right) \end{aligned} \quad (31)$$

সমীকৰণ (31) হতে দেখা যায় যে, যদি শ্রোতা ও উৎস একই বেগে একই দিকে অগ্রসর হলে আপাত কম্পাঙ্ক ও প্রকৃত কম্পাঙ্ক সমান হয় অর্থাৎ উৎস এবং শ্রোতার কোন আপেক্ষিক বেগ না থাকে তবে কম্পাঙ্কের কোন পরিবর্তন হয় না।

যদি উৎস বা শ্রোতা যে কোন একটির অথবা উভয়েরই বেগের অভিযুক্ত বিপরীত দিকে হয়, তবে সংশ্লিষ্ট প্রতিটি ক্ষেত্রে বেগের চিহ্ন পরিবর্তিত হবে।

বায়ু প্রবাহের প্রভাব (Effect of wind) : উপরের সমীকৰণগুলো প্রতিপাদনের সময় বায়ুর বেগ বিবেচনা করা হয় নি। যদি বায়ুর বেগ v_w হয় এবং উৎস হতে শ্রোতার দিকে বায়ু প্রবাহিত হলে শব্দের বেগ v -এর সাথে v_w

যোগ করতে হবে। আপাত কম্পাঙ্কের প্রত্যেক সমীকরণে $v - v_w$ ক্ষেত্রে স্থলে $v + v_w$ হবে। আবার শ্রোতা হতে উৎসের দিকে বায়ু প্রবাহিত হলে শব্দের কার্যকর বেগ হবে $v - v_w$ এবং আপাত কম্পাঙ্কের সমীকরণে v এর স্থলে $v - v_w$ বসাতে হবে।

$$\text{বায়ুর গতি বিবেচনা করলে } n' = n \left(\frac{v - v_0 + v_w}{v - v_s + v_w} \right)$$

১৯.১০ আলোর ক্ষেত্রে ডপলার ক্রিয়া Doppler effect in light

ডপলার ক্রিয়া শুধুমাত্র শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রে পরিলক্ষিত হয় তা কিন্তু নয়। আলোকের উৎস এবং পর্যবেক্ষকের মধ্যে আপেক্ষিক বেগ থাকলে আলোক তরঙ্গের ক্ষেত্রেও ডপলার ক্রিয়া লক্ষ্য করা যায়।

আলোক উৎসের কম্পাঙ্ক f_s , পর্যবেক্ষক কর্তৃক পরিমাপকৃত কম্পাঙ্ক f_L আলোকের বেগ c এবং আলোকের উৎস ও পর্যবেক্ষকের মধ্যে আপেক্ষিক বেগ v হলে এদের মধ্যে নিম্নরূপ সম্পর্ক রয়েছে,

$$f_L = \left(\sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \right) f_s \quad (28)$$

এখানে আলোক উৎস পর্যবেক্ষক থেকে দূরে সরে গেলে v ধনাত্মক এবং উৎস পর্যবেক্ষকের দিকে অগ্রসর হলে সেক্ষেত্রে v ঋণাত্মক ধরা হয়েছে।

এখন আলোক উৎস পর্যবেক্ষক থেকে দূরে সরে গেলে উপরোক্ত সমীকরণ থেকে দেখা যায় f_s অপেক্ষা f_L ক্ষুদ্রতর হবে এবং উৎস পর্যবেক্ষকের দিকে অগ্রসর হলে f_s অপেক্ষা f_L বড় হবে। আমরা জানি আলোক বর্ণালীর বেগনী রং-এর কম্পাঙ্ক বেশি এবং লাল রং-এর কম্পাঙ্ক কম। এখন স্পেকট্রোস্কোপ (spectroscope) যন্ত্রের সাহায্যে দূরবর্তী নক্ষত্র থেকে নিঃসৃত বর্ণালী রেখা পর্যবেক্ষণ করলে এবং আর্ক বাতি (arc lamp) নিঃসৃত একই ধরনের বর্ণালী রেখা পর্যবেক্ষণ করলে দেখা যায় যে নক্ষত্র নিঃসৃত বর্ণালী রেখা ধীরে ধীরে লাল প্রান্তের দিকে সরে যাচ্ছে। এর অর্থ হল কম্পাঙ্ক কমে যাচ্ছে বা তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাচ্ছে। এখন সমীকরণ (28) হতে বোঝা যাচ্ছে যে f_s কম হওয়ার অর্থ v ধনাত্মক অর্থাৎ উৎস (এক্ষেত্রে নক্ষত্র) পৃথিবী থেকে দূরে সরে যাচ্ছে। নক্ষত্রের নিঃসৃত বর্ণালী রেখার ধীরে ধীরে লাল প্রান্তের দিকে সরে যাওয়াকে লাল অপসরণ (red shift) বলে। বিভিন্ন গ্যালাক্সীর লাল অপসরণ পরিমাপ করে বিখ্যাত বিজ্ঞানী হাবল প্রমাণ করেন যে গ্যালাক্সীগুলোর দূরে সরে যাওয়ার বেগ পৃথিবী থেকে গ্যালাক্সীগুলোর দূরত্বের বর্গের সমানুপাতিক। এটি হাবল-এর সূত্র (Hubble's law) নামে পরিচিত। গ্যালাক্সীগুলো শুধুমাত্র পৃথিবী থেকে দূরে সরে যাচ্ছে তাই নয় এরাও পরস্পর থেকে দূরে সরে যাচ্ছে। এ পর্যবেক্ষণের অর্থ হল আমাদের এ মহাবিশ্ব ক্রমশ প্রসারিত হচ্ছে।

স্মরণিকা

শব্দের গতিবেগ : শব্দ এক সেকেন্ডে যাঁতুকু দূরত্ব অতিক্রম করে, তাকে শব্দের বেগ বা গতিবেগ বলে।

নিউটনের সূত্র : কোন মাধ্যমে শব্দের বেগ মাধ্যমের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের বর্গমূলের সমানুপাতিক এবং ঘনত্বের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক।

শব্দের বেগের উপর চাপের প্রভাব : স্থির তাপমাত্রায় শব্দের বেগের উপরে গ্যাসের চাপের কোন প্রভাব নেই।

অনুনাদ : একটি কম্পমান বস্তুকে অপর একটি বস্তুর নিকট ধরলে দ্বিতীয় বস্তুটি কাপতে শুরু করে। যদি বস্তুর স্বাভাবিক পর্যায়কাল ও এর উপর প্রযুক্ত বলের পর্যায়কাল সমান হয় তবে বস্তুটি বৃহত্তর বিস্তারে কাপতে বাধ্য হয় এবং শব্দের প্রাবল্য বৃদ্ধি পায়। এ প্রক্রিয়াকে অনুনাদ বলে।

অনুনাদ স্তম্ভ : কোন বায়ুস্তম্ভের স্বাভাবিক কম্পনের পর্যায়কাল তাৰ উপৰ আৱেগিত পৰ্যায় বলেৱ পৰ্যায়কালেৱ সমান হলে ঐ বায়ুস্তম্ভে অনুনাদেৱ সৃষ্টি হয়। এই বায়ুস্তম্ভকে অনুনাদ বায়ুস্তম্ভ বলে।

শব্দেৱ বেগেৱ উপৰ তাপমাত্ৰাৰ প্ৰভাৱ : তাপমাত্ৰা বৃদ্ধি পেলে শব্দেৱ বেগ বৃদ্ধি পায়।

শব্দেৱ বেগেৱ উপৰ আৰ্দ্রতাৰ প্ৰভাৱ : বাতাসেৱ আৰ্দ্রতা বৃদ্ধি পেলে শব্দেৱ বেগ বৃদ্ধি পায়।

ডপ্লার ক্ৰিয়া ও সূত্র : শব্দেৱ উৎস ও শ্ৰোতাৰ মধ্যে আপেক্ষিক গতি বিদ্যমান থাকলে শ্ৰোতাৰ নিকট শব্দেৱ উৎস হতে নিঃসৃত শব্দেৱ কম্পাঙ্গক তথা তীক্ষ্ণতাৰ আপাত পৱিবৰ্তন ঘটে। শ্ৰোতা এবং উৎসেৱ আপেক্ষিক গতিৰ জন্যে কম্পাঙ্গক বা তীক্ষ্ণতাৰ এ আপাত পৱিবৰ্তনকে ডপ্লার ক্ৰিয়া বলে এবং যে নীতি বা তত্ত্বেৱ সাহায্যে ডপ্লার-এৱ ক্ৰিয়া ব্যাখ্যা কৱা যায় তাকে ডপ্লারেৱ সূত্র বলে।

প্ৰযোজনীয় সমীকৰণ

কঠিনে শব্দেৱ বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

তৱল বা গ্যাসে শব্দেৱ বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

গ্যাসে শব্দেৱ বেগেৱ উপৰ নিউটনেৱ সমীকৰণ

$$v = \sqrt{\frac{P}{\rho}}$$

গ্যাসে শব্দেৱ বেগেৱ উপৰ ল্যাপ্ল্যাসেৱ সমীকৰণ,

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

গ্যাসে তাপমাত্ৰাৰ সাথে বেগেৱ পৱিবৰ্তন :

$$v_t = v_0 \sqrt{1 + \alpha t} \quad (5)$$

$$v_t = v_0 \left(1 + \frac{1}{2} \alpha t\right) \quad (6)$$

$$= v_0 \left(1 + 0.00183t\right) \quad (7)$$

$$v \propto \sqrt{T} \quad (8)$$

অনুনাদী বায়ুস্তম্ভ :

$$v = 4nl_1 = 4nl \quad (9)$$

$$v = 4n(l_1 + x) = 4n(l + x) \quad (10)$$

$$v = 4n(l_1 + 0.6r) = 4n(l + 0.3d) \quad (11)$$

$$v = 4n(l + 0.6r) \quad (12)$$

$$v = 2n(l_2 - l_1) \quad (13)$$

ডপ্লারেৱ ক্ৰিয়া :

$$n' = \frac{v}{v - v_s} \times n \quad (14)$$

$$n' = \frac{v - v_0}{v} \times n \quad (15)$$

$$n' = \frac{v - v_0}{v - v_s} \times n \quad (16)$$

$$n' = \frac{v \pm v_w - v_0}{v \pm v_w - v_s} \times n \quad (17)$$

উল্লেখ : নিম্ন, উচ্চ, অজ্ঞাত যে কোন তাপমাত্ৰাৰ ক্ষেত্ৰে সমীকৰণ (5) প্ৰযোজ্য। তবে সাধাৰণ তাপমাত্ৰাৰ ক্ষেত্ৰে সমীকৰণ (6) বা (7) প্ৰযোজ্য।

সমাধানকৃত উদাহরণ

১। একমুখ খোলা একটি নলের তেতরে আবশ্যিক বায়ুস্তম্ভকে 356 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট সূর শলাকা দ্বারা শব্দায়িত করলে যদি অনুনাদ সংষ্টিত হয় তবে ঐ বায়ুস্তম্ভের সম্ভাব্য ন্যূনতম দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [বায়ুতে শব্দের বেগ 340 ms^{-1}]

মনে করি বায়ুস্তম্ভের সম্ভাব্য ন্যূনতম দৈর্ঘ্য = ?

আমরা পাই, $v = 4nl$

$$\text{সমীকরণ (1) হতে পাই, } l = \frac{v}{4n} = \frac{340 \text{ ms}^{-1}}{4 \times 356 \text{ Hz}} = 0.2388 \text{ m}$$

২। আলো দেখার 10 sec পরে বজ্র নির্ধারের শব্দ শোনা গেল। মেঘের দূরত্ব যদি 1650 m এবং 0°C তাপমাত্রায় শব্দের দুর্তি 332 ms^{-1} হয়, তবে ঐ সময়কার তাপমাত্রা নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০৮]

আমরা জানি,

$s = v_t \times \text{ব্যয়িত সময়}$

আবার, $v_t = v_0 (1 + 0.00183t)$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$s = v_0 (1 + 0.00183t) \times \text{ব্যয়িত সময়}$

বা, $1650 = 332 \times (1 + 0.00183t) \times 10$

$$\text{বা, } 1 + 0.00183t = \frac{165}{332}$$

$$\text{বা, } 0.00183t = \frac{165}{332} - 1 = -0.503$$

$$t = -\frac{0.503}{0.00183} = -274.9^\circ\text{C}$$

৩। 261 Hz কম্পাঙ্কের একটি সূরশলাকাকে আঘাত করে অনুনাদী নলের উন্নত প্রান্তের নিকটে ধরলে বাতাসের 0.30 m এবং 0.94 m দৈর্ঘ্যের অনুনাদ পাওয়া গেল। শব্দের দুর্তি ও প্রান্ত সংশোধন বের কর। [রা. বো. ২০০৬, ২০০৩ ; কু. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v &= 2n(l_2 - l_1) \\ &= 2 \times 261 \times (0.94 - 0.30) \\ &= 334.08 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

আবার, $v = 4n(l_1 + x)$

$$334.08 = 4 \times 261 (0.30 + x)$$

$$0.30 + x = \frac{334.08}{4 \times 261}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } x &= 0.32 - 0.30 \\ &= 0.02 \end{aligned}$$

৪। 512 Hz কম্পনাঙ্কের একটি সূরশলাকাকে আঘাত করে একটি অনুনাদী নলের উন্নত প্রান্তের নিকট ধারায় বাতাসের 0.15 m দৈর্ঘ্যের প্রথম অনুনাদ পাওয়া গেল। বাতাসে শব্দের দুর্তি 350 ms^{-1} হলে নলের ব্যাস কত ? [চ. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v &= 4n(l + x) \\ \text{বা, } v &= 4n(l + 0.3d) \\ 350 &= 4 \times 512 (0.15 + 0.3 \times d) \\ \text{বা, } \frac{350}{2048} &= (0.15 + 0.3d) \\ \text{বা, } 0.1709 &= 0.15 + 0.3d \\ \text{বা, } 0.3d &= 0.1709 - 0.15 = 0.0209 \\ \text{বা, } d &= 0.07 \text{ m} \end{aligned}$$

এখানে,

$$n = 512 \text{ Hz}$$

$$v = 350 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

$$\text{শব্দের দুর্তি, } v_0 = 332 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{মেঘের দূরত্ব, } s = 1650 \text{ m}$$

$$\text{ব্যয়িত সময়} = 10 \text{ sec}$$

$$\text{তাপমাত্রা, } t = ?$$

এখানে,

$$l_1 = 0.30 \text{ m.}$$

$$l_2 = 0.94 \text{ m}$$

$$n = 261 \text{ Hz}$$

$$[\text{চ. বো. ২০০১ }]$$

এখানে,

$$n = 512 \text{ Hz}$$

$$l_1 = 0.15 \text{ m}$$

$$v = 350 \text{ ms}^{-1}$$

$$d = ?$$

৫। 272 Hz কল্পাঙ্গের একটি সুর শলাকাকে কল্পিত করে অনুনাদী নলের খোলা মুখের নিকটে ধৰলে বায়ুস্তরে 0.31 m এবং 0.95 m দৈর্ঘ্যে অনুনাদ পাওয়া যায়, বাতাসে শব্দের বেগ এবং প্রাপ্ত শুণ্ডি নির্ণয় কর।

[চ. বো. ২০০৬ ; য. বো. ২০০৫, ২০০৮ ; ব. বো. ২০০৩]

$$\text{মনে কৰি, শব্দের বেগ} = v$$

$$\text{এবং প্রাপ্ত শুণ্ডি} = x$$

$$\text{আমরা জানি, } v = 2n(l_2 - l_1) \text{ এবং } v = 4n(l_1 + x)$$

$$x = \frac{v}{4n} - l_1$$

$$\text{এখন, } v = 2n(l_2 - l_1)$$

$$= 2 \times 272 \times (0.95 - 0.31)$$

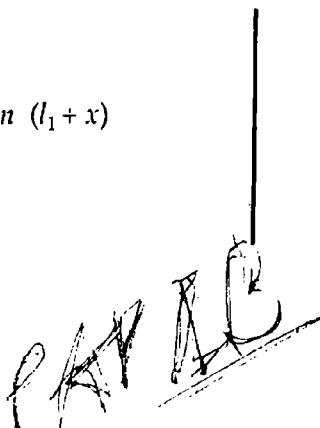
$$= 2 \times 272 \times 0.64 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 348.16 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{আবার, } x = \frac{v}{4n} - l_1 = \frac{348.16 \text{ ms}^{-1}}{4 \times 272 \text{ s}^{-1}} - 0.31 \text{ m}$$

$$= (0.32 - 0.31) \text{ m}$$

$$= 0.01 \text{ m}$$



এখানে,

$$n = 272 \text{ Hz}$$

$$l_1 = 0.31 \text{ m}$$

$$l_2 = 0.95 \text{ m}$$

$$v = ?$$

$$x = ?$$

৬। একটি কল্পমান সূরেলী কাটাকে একটি অনুনাদী নলের উন্নত প্রাপ্তের নিকট ধৰায় বায়ুস্তরে 16 cm ও 48.5 cm দৈর্ঘ্যে যথাক্রমে ১ম ও ২য় অনুনাদ পাওয়া গেল। প্রাপ্ত সংশোধন বের কর।

[সি. বো. ২০০৬]

আমরা জানি,

$$v = 2n(l_2 - l_1) \quad (1)$$

$$\text{এবং } v = 4n(l_1 + x) \quad (2)$$

এখানে,

$$l_1 = 16 \text{ cm}$$

$$l_2 = 48.5 \text{ cm}$$

$$x = ?$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$2n(l_2 - l_1) = 4n(l_1 + x)$$

$$\text{বা, } l_2 - l_1 = 2(l_1 + x)$$

$$\text{বা, } 2l_1 + 2x = l_2 - l_1$$

$$\text{বা, } 2x = l_2 - l_1 - 2l_1 = l_2 - 3l_1$$

$$\text{বা, } x = \frac{l_2 - 3l_1}{2} = \frac{48.5 - 3 \times 16}{2}$$

$$= \frac{0.5}{2}$$

$$= 0.25 \text{ cm}$$

৭। 512Hz কল্পাঙ্গের কোন সুর শলাকাকে একটি অনুনাদী নলের খোলা মুখের কাছে কঁপালে বায়ুস্তরে 0.16m ও 0.485m দৈর্ঘ্যে প্রথম ও দ্বিতীয় অনুনাদ পাওয়া যায়। বায়ুতে শব্দের বেগ এবং প্রাপ্ত সংশোধন নির্ণয় কর।

[ঢ. বো. ২০০৫]

আমরা জানি,

$$v = 2n(l_2 - l_1)$$

$$= 2 \times 512 (0.485 - 0.16)$$

$$= 332.8 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{আবার, } v = 4n(l_1 + x)$$

$$l_1 = 0.16 \text{ m}$$

$$l_2 = 0.485 \text{ m}$$

$$n = 512 \text{ Hz}$$

$$x = ?$$

$$\Rightarrow l_1 + x = \frac{v}{4n}$$

$$x = \frac{v}{4n} - l_1$$

$$= \frac{332.8}{4 \times 512} - 0.16$$

$$= \frac{332.8}{2048} - 0.16$$

$$= 0.1625 - 0.16$$

$$= 0.0025$$

১। ৮। ইস্পাতের ঘনত্ব $7.8 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ এবং ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাত্মক $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ । ইস্পাতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

মনে করি ইস্পাতে শব্দের বেগ = v

$$\text{আমরা পাই, } v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (1)$$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}}{7.8 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}}} = 5064 \text{ ms}^{-1}$$

৯। কোন এক দিন বায়ুতে শব্দের বেগ 340 ms^{-1} এবং বায়ুর ঘনত্ব 1.22 kg m^{-3} । যদি $\gamma = 1.41$ হয় তবে এই দিনে বায়ুমণ্ডলের চাপ নির্ণয় কর। [পারদের ঘনত্ব = $13.6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ও $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$]।

মনে করি বায়ুমণ্ডলের চাপ = P এবং পারদ উচ্চতায় এই চাপ h -এর সমান।

$$\text{তাহলে } P = h\rho_m g$$

$$\text{আমরা পাই, } v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \times h \rho_m g}{\rho}} \quad (1)$$

$$h = \frac{v^2 \times \rho}{\gamma \rho_m g}$$

$$= \frac{(340 \text{ ms}^{-1})^2 \times 1.22 \text{ kg m}^{-3}}{1.41 \times 13.6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}} = \frac{340 \times 340 \times 1.22}{1.41 \times 13.6 \times 10^3 \times 9.8} \text{ m} = 0.75 \text{ m}$$

১০। কত তাপমাত্রায় বায়ুতে শব্দের বেগ 0°C তাপমাত্রার বেগের দ্রিশ্য হবে? [কু. বো. ২০০৫; ব. বো. ২০০১]

মনে করি নির্ণেয় তাপমাত্রা = $t^\circ\text{C}$

$$\text{আমরা পাই, } v_t = v_0 \sqrt{(1 + \alpha t)}$$

$$\text{বা, } 4 = 1 + \alpha t$$

$$t = \frac{3}{\alpha} = \frac{3}{\frac{1}{273} / {}^\circ\text{C}} = 3 \times 273 {}^\circ\text{C}$$

$$= 819 {}^\circ\text{C}$$

১। কত তাপমাত্রায় বাতাসে শব্দের বেগ 0°C তাপমাত্রায় শব্দের বেগের 3 গুণ হবে? $\left[\alpha = \frac{1}{273} / {}^\circ\text{C} \right]$

[চা. বো. ২০০৫]

মনে করি, নির্ণেয় তাপমাত্রা = $t^\circ\text{C}$

আমরা পাই,

$$v_t = v_0 \sqrt{(1 + \alpha t)}$$

$$\text{বা, } 3v_0 = v_0 \sqrt{(1 + \alpha t)}$$

$$\text{বা, } 3 = \sqrt{1 + \alpha t}$$

$$\text{বা, } 9 = 1 + \alpha t$$

$$\text{বা, } 8 = \alpha t$$

$$t = \frac{8}{\alpha} = \frac{8}{\frac{1}{273} / {}^\circ\text{C}}$$

$$= 8 \times 273$$

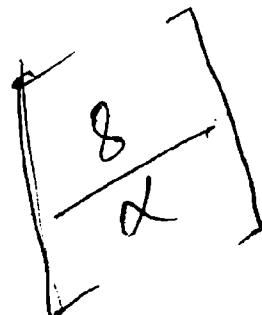
$$= 2184 {}^\circ\text{C}$$

এখানে,

$$v_t = 3v_0$$

$$\alpha = \frac{1}{273} / \text{K}$$

$$= \frac{1}{273} / {}^\circ\text{C}$$



৫২

উচ্চ মাধ্যমিক পদাৰ্থবিজ্ঞান
BG & JEWEL

১২। একটি সূর শলাকার কম্পাঙ্ক 700 Hz। বায়ুর তাপমাত্রা 30°C হলে 100 কম্পনে শব্দ কত দূর অতিক্রম কৰিবে ? 0°C তাপমাত্রায় বায়ুতে শব্দের বেগ 332 ms^{-1} । [সি. বো. ২০০৫]

মনে কৰি, 30°C তাপমাত্রায় শব্দের বেগ v_t ।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v_t &= v_0 (1 + 0.00183t) \\ &= 332 \times (1 + 0.00183 \times 30) \\ &= 350.22 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

আবার, অতিক্রান্ত দূৰত্ব $s = N\lambda$

$$\text{বা, } s = N \frac{v_t}{n} \quad [n\lambda = v] \\ s = 100 \times \frac{350.22}{700} \\ = 50.03 \text{ m}$$

১৩। NTP-তে শব্দের বেগ 332 ms^{-1} হলে 50°C ও 70 cm পারদ চাপে শব্দের বেগ নির্ণয় কৰ।

[য. বো. ২০০৫ ; রা. বো. ২০০৮]

আমরা জানি,

$$v_t = v_0 \left(1 + \frac{t}{273} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{বা, } v_t = 332 \times \left(1 + \frac{323}{273} \right)^{\frac{1}{2}} \\ = 490.55 \text{ ms}^{-1}$$

শব্দের বেগের উপর চাপের প্রভাবে নেই।

সূতরাং শব্দের বেগ = 490.55 ms^{-1}

১৪। আলো দেখার 5.5 s পরে বজ্রনির্দোষের শব্দ শোনা গেল। বায়ুর তাপমাত্রা 20°C হলে মেঘের দূৰত্ব বেৱ কৰ। [0°C -এ বায়ুতে শব্দের বেগ 332 ms^{-1} এবং প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে বায়ুতে শব্দের বেগ বৃদ্ধি $= 0.61 \text{ ms}^{-1}$]

মনে কৰি মেঘের দূৰত্ব = s

আমরা পাই, $s = v_t \times$ ব্যয়িত সময়

$$\begin{aligned} s &= v_t \times \text{ব্যয়িত সময়} \\ &= 344 \text{ ms}^{-1} \times 5.5 \text{ s} \\ &= 1892 \text{ m} \end{aligned}$$

১৫। আভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় বায়ুতে শব্দের বেগ 330 ms^{-1} ধৰে হাইড্রোজেনে শব্দের বেগ নির্ণয় কৰ।

[1 লিটার হাইড্রোজেনের ভৰ = $0.0896 \times 10^{-3} \text{ kg}$ ও বায়ুর ভৰ = $1.293 \times 10^{-3} \text{ kg}$]

ধৰি বায়ুতে ও হাইড্রোজেনে শব্দের বেগ যথাক্রমে v_a ও v_h ,

তা হলে $v = \sqrt{\frac{Y_P}{\rho}}$ সমীকৰণ অনুসৰণে লেখা যায়,

$$v_a = \sqrt{\frac{Y_P}{\rho_a}} \text{ ও } v_h = \sqrt{\frac{Y_P}{\rho_h}}$$

$$\frac{v_h}{v_a} = \sqrt{\frac{\rho_a}{\rho_h}} \quad (1)$$

সমীকৰণ (1) অনুযায়ী,

$$\begin{aligned} v_h &= v_a \times \sqrt{\frac{\rho_a}{\rho_h}} \\ &= 330 \text{ ms}^{-1} \times \sqrt{\frac{1.293 \text{ kg m}^{-3}}{0.0896 \text{ kg m}^{-3}}} \end{aligned}$$

$$= 330 \text{ ms}^{-1} \times 3.7988 = 1253 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

0°C তাপমাত্রায় শব্দের বেগ, $v_0 = 332 \text{ ms}^{-1}$

তাপমাত্রা, $t = 30^{\circ}\text{C}$

$$v_t = ?$$

এখানে,

কম্পাঙ্ক, $n = 700 \text{ Hz}$

$$v_t = 350.22 \text{ ms}^{-1}$$

কম্পন সংখ্যা, $N = 100$

অতিক্রান্ত দূৰত্ব, $s = ?$

এখানে, $n = 700 \text{ Hz}$

$$t = (50 + 273) \text{ K} = 323 \text{ K}$$

$$v_0 = 332 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_t = ?$$

এখানে, ব্যয়িত সময় = 5.5 s

$v_t = 20^{\circ}\text{C}$ তাপমাত্রায় শব্দের বেগ

$$= (v_0 + 0.61 \times t)$$

$$= 332 \text{ ms}^{-1} + 0.61 \text{ ms}^{-1} \cdot 5.5 \text{ s} = 344 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 344 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে, $v_a = 330 \text{ ms}^{-1}$,

হাইড্রোজেনের ঘনত্ব,

$$\rho_h = \frac{\text{ভৰ}}{\text{আয়তন}} = \frac{0.0896 \times 10^{-3} \text{ kg}}{1 \times 10^{-3} \text{ m}^3}$$

$$= 0.0896 \text{ kg m}^{-3}$$

বায়ুর ঘনত্ব,

$$\rho_a = \frac{1.293 \times 10^{-3} \text{ kg}}{1 \times 10^{-3} \text{ m}^3} = 1.293 \text{ kg m}^{-3}$$

১৬। 78.4m গভীর কৃপে একখন্দ পাথর ফেলা হল এবং 4.23s পর পানিতে এর আঘাতের শব্দ শোনা গেল। যদি অতিকর্ষীয় ভূরণ $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ হয় তবে বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

ধরি t সেকেন্ডে পাথরটি $h = 78.4\text{ m}$ পথ অতিক্রম করে কৃপের পানিতে পড়ে। অতএব পড়স্তুর সমীকৃতণ হতে আমরা পাই, $h = \frac{1}{2} g t^2$

$$78.4 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$$

$$\text{বা, } t = \sqrt{\frac{2 \times 78.4}{9.8}} = 4\text{ s}$$

সুতরাং কৃপের নিচ হতে শব্দের কৃপের মুখে আসতে ব্যয়িত সময় $= (4.23 - 4)\text{s} = 0.23\text{s}$

$$\text{কাজেই বায়ুতে শব্দের বেগ, } v = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \frac{78.4\text{ m}}{0.23\text{ s}} = 340.87 \text{ ms}^{-1}$$

১৭। দেখাও যে, উৎস যদি স্থির শ্রোতা থেকে শব্দের দ্রুতিতে সরে যায়, তবে শুত শব্দের কম্পাঙ্ক অর্ধেক হয়।

[রা. বো. ২০০৫ ; য. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$n' = \frac{v - v_0}{v - v_s} n$$

$$n' = \frac{v}{v + v_s} n \quad [\text{উৎস শ্রোতা থেকে দূরে যায় তাই } v_s = -v] \\ = \frac{1}{2} n \quad (\text{প্রমাণিত})$$

১৮। যদি শ্রোতা স্থির উৎসের দিকে শব্দের বেগে অগ্রসর হয় তবে দেখাও যে, শুত শব্দের কম্পাঙ্ক দিগুণ হবে।

মনে করি শব্দের বেগ $= v$, শ্রোতার বেগ $= v_0$ ও

উৎস হতে উৎপন্ন শব্দের কম্পাঙ্ক $= n$

আমরা পাই, শ্রোতা স্থির উৎসের দিকে অগ্রসর হলে শুত শব্দের কম্পাঙ্ক,

$$n' = \frac{v + v_0}{v} \times n \quad (1)$$

$$\text{সমীকরণ (1) হতে পাই, } n' = \frac{v + v_0}{v} \times n = 2n$$

অর্থাৎ শ্রোতা স্থির উৎসের দিকে শব্দের বেগে অগ্রসর হলে, শুত শব্দের কম্পাঙ্ক দিগুণ হয় (প্রমাণিত)।

১৯। এক ব্যক্তি বাঁশি বাজিয়ে 600Hz কম্পাঙ্কের ধ্বনি উৎপন্ন করছে। ঘটায় 16km বেগে একজন সাইকেল আরোহী তাকে অতিক্রম করে গেল। অতিক্রম করার পূর্বে ও পরে ঐ ধ্বনির আপাত কম্পাঙ্ক তার নিকট কিরূপ মনে হবে? [শব্দের দ্রুতি $= 300 \text{ ms}^{-1}$]

আমরা জানি,

যখন শ্রোতা উৎসের দিকে অগ্রসর হয় তখন আপাত

কম্পাঙ্ক

$$n' = n \frac{(v + v_0)}{v}$$

$$n' = 600 \times \frac{(300 + 4.44)}{300}$$

$$= 609 \text{ Hz}$$

আবার, যখন শ্রোতা উৎস অতিক্রম করে দূরে সরে যায় তখন আপাত কম্পাঙ্ক

$$n' = n \left(\frac{v - v_0}{v} \right)$$

$$n' = 600 \times \left(\frac{300 - 4.44}{300} \right) = 600 \times 0.985 = 591 \text{ Hz}$$

উত্তর : 609 Hz 591 Hz

এখানে,

$$\text{কম্পাঙ্ক, } n = 600 \text{ Hz}$$

$$\text{সাইকেলের দ্রুতি, } v_0 = 16 \text{ kmh}^{-1}$$

$$= \frac{16 \times 1000}{60 \times 60} \\ = 4.44 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{শব্দের দ্রুতি, } v = 300 \text{ ms}^{-1}$$

Q. ২০। একটি ট্রেন বাষি বাজাতে বাজাতে একটি প্লাটফর্মের দিকে 90 km h^{-1} বেগে অগ্রসর হচ্ছে। বাষিৰ কম্পাঙ্ক 600 Hz এবং শব্দের দ্রুতি 325 ms^{-1} হলে প্লাটফর্মে দাঁড়ানো কোন শ্রোতার কানে এ শব্দের আপাত কম্পাঙ্ক কত মনে হবে ? [ব. বো. ২০০৬ ; ঢা. বো. ২০০৬ (মান ডিল) ; চ. বো. ২০০০]

মনে করি, আপাত কম্পাঙ্ক = n'

$$\text{আমরা পাই}, n' = \frac{v}{v - v_s} \times n \quad (1)$$

সমীকরণ (1) হতে আমরা পাই,

$$n' = \frac{325}{325 - 25} \times 600 \text{ Hz} \\ = 650 \text{ Hz}$$

দেয়া আছে,

$$v = 325 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_s = 90 \text{ kmh}^{-1} = \frac{90 \times 1000}{60 \times 60}$$

$$= 25 \text{ ms}^{-1}$$

$$n = 600 \text{ Hz}$$

$$n' = ?$$

Q. ২১। 90 kmh^{-1} বেগে প্লাটফর্মের দিকে গতিশীল একটি ট্রেন 500 Hz কম্পাঙ্কের হুইসেল বাজাল। শব্দের দ্রুতি 325 ms^{-1} হলে প্লাটফর্ম থেকে ঐ হুইসেলের কম্পাঙ্ক কত মনে হবে ? [সি. বো. ২০০৫]

মনে করি কম্পাঙ্ক = n'

আমরা পাই,

$$n' = \frac{v}{v - v_s} \times n \quad (1)$$

এখন (1) হতে পাই,

$$n' = \frac{325}{325 - 25} \times 500 \\ = 541.6 \text{ Hz}$$

নির্ণেয় কম্পাঙ্ক = 541.6 Hz

এখনে,

$$v = 325 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_s = 90 \text{ kmh}^{-1} = \frac{90 \times 1000}{60 \times 60}$$

$$= 25 \text{ ms}^{-1}$$

$$n = 500 \text{ Hz.}$$

২২। একটি ট্রেন 81 km/hr বেগে একজন সড়ায়মান পর্যবেক্ষককে অতিক্রম করে চলে গেল। ট্রেনটি ক্রমাগত 200 Hz কম্পাঙ্কের হুইসেল বাজাতে থাকলে, ট্রেনটি পর্যবেক্ষককে অতিক্রম করে চলে যাবার সময় শুত হুইসেলের কম্পাঙ্ক কত হবে ? [সি. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$n' = \frac{v}{v + v_s} n$$

$$\text{বা, } n' = \frac{330}{330 + 22.5} \times 200$$

$$n' = 187 \text{ Hz}$$

এখনে,

$$v = 330 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_s = 81 \text{ km/hr}$$

$$= \frac{81 \times 1000}{1 \times 60 \times 60}$$

$$= 22.5 \text{ ms}^{-1}$$

$$n = 200 \text{ Hz}$$

$$n' = ?$$

২৩। দুটি ট্রেন যথাক্রমে 50 km/hr এবং 40 km/hr বেগে পরস্পরের দিকে অগ্রসর হচ্ছে। প্রথম ট্রেনটির ভ্রাইভার 600 Hz কম্পাঙ্কের হুইসেল বাজাল। ট্রেন দুটি পরস্পরকে অতিক্রম করার পূর্বে ও পরে দ্বিতীয় ট্রেনটির কোন যাত্রীর নিকট ঐ হুইসেলের কম্পাঙ্ক কত মনে হবে ? [শব্দের বেগ = 332 ms^{-1}]

(ক) ট্রেন দুটি পরস্পরকে অতিক্রম করার পূর্বে শব্দের উৎস শ্রোতার দিকে অগ্রসর হচ্ছে বলে আপাত কম্পাঙ্ক

$$n' = n \frac{v}{v - v_s}$$

আবার, শ্রোতা উৎসের দিকে v_0 বেগে অগ্রসর হচ্ছে বলে চূড়ান্ত আপাত কম্পাঙ্ক

$$n'' = n' \times \frac{v + v_0}{v} = n \frac{v}{v - v_s} \times \frac{v + v_0}{v} = n \frac{v + v_0}{v - v_s}$$

$$n'' = 600 \times \left[\frac{(332 + 11.11)}{332 - 13.89} \right] \text{ Hz} = 647 \text{ Hz}$$

১ম ট্রেনটির বেগ, $v_s = 50 \text{ km/hr} = 13.89 \text{ ms}^{-1}$

২য় ট্রেনটির বেগ, $v_0 = 40 \text{ km/hr} = 11.11 \text{ ms}^{-1}$

শব্দের বেগ, $v = 332 \text{ ms}^{-1}$

হুইসেলের কম্পাঙ্ক, $n = 600 \text{ Hz}$

(খ) ট্রেন দুটি পরস্পরকে অতিক্রম করার পর শব্দের উৎস শ্রোতা হতে দূরে সরে যাচ্ছে এবং শ্রোতাও উৎস হতে বেগে দূরে সরে যাচ্ছে, অতএব চূড়ান্ত আপাত কম্পাঙ্ক

$$n'' = n \frac{v - v_s}{v + v_s}$$

$$n'' = 600 \times \left(\frac{332 - 11.11}{332 + 13.89} \right) \text{Hz} = 557 \text{Hz}$$

উত্তর : 647Hz : 557Hz

২৪। পানির নিচে একটি সাবমেরিন স্থির অবস্থানে রয়েছে। একটি চলন্ত জাহাজ হতে আগত শব্দ চিহ্নিত করল। জাহাজ হতে নির্ণয় শব্দের কম্পাঙ্ক অপেক্ষা 1.0032 গুণ বেশি কম্পাঙ্কের শব্দ সাবমেরিনে ধরা পড়লে জাহাজের বেগ নির্ণয় কর। [পানিতে শব্দের বেগ 1470 ms^{-1}]

যেহেতু সাবমেরিন বেশি কম্পাঙ্কের শব্দ চিহ্নিত করছে ; সুতরাং জাহাজটি সাবমেরিনের দিকে এগিয়ে আসছে। অর্থাৎ উৎস শ্রোতার দিকে আসছে। অতএব, আপাত কম্পাঙ্ক, $n' = n \frac{v}{v - v_s}$

$$\text{বা, } \frac{n'}{n} = \frac{v}{v - v_s}$$

$$1.0032 = \frac{1470}{1470 - v_s}$$

$$\text{বা, } 1470 - v_s = \frac{1470}{1.0032}$$

$$\text{বা, } v_s = 1470 - \frac{1470}{1.0032} = 1470 - 1465 = 5 \text{ ms}^{-1}$$

উত্তর : 5 ms^{-1}

২৫। একটি ইঞ্জিন স্থির দর্শক অতিক্রমকালে এর আপাত প্রতীয়মান কম্পাঙ্ক 6.5 অনুপাতে পরিবর্তন হয়। যদি বাতাসে শব্দের বেগ 332 ms^{-1} হয় তবে ইঞ্জিনটির বেগ নির্ণয় কর। [ব. বো. ২০০৫ ; চ. বো. ২০০৮]

শ্রোতা ও উৎস উভয়ই গতিশীল হলে আমরা পাই,

$$n' = \left(\frac{v - v_0}{v - v_s} \right) n \quad \dots \quad (1)$$

উৎস যখন শ্রোতার দিকে গতিশীল তখন আপাত কম্পাঙ্ক,

$$n'_1 = \left(\frac{v}{v - v_s} \right) n \quad (2)$$

আবার, উৎস শ্রোতা হতে সরে গেলে

$$\text{আপাত কম্পাঙ্ক, } n'_2 = \left(\frac{v}{v + v_s} \right) n \quad (3)$$

$$\text{সমীকরণ (2) ও (3) হতে পাই, } \frac{n'_1}{n'_2} = \frac{v + v_s}{v - v_s}$$

$$\frac{6}{5} = \frac{332 + v_s}{332 - v_s}$$

$$\text{বা, } 332 \times 5 + 5v_s = 332 \times 6 - 6v_s$$

$$\text{বা, } 11v_s = 1992 - 1660 = 332$$

পানিতে শব্দের বেগ, $v = 1470 \text{ ms}^{-1}$

জাহাজের বেগ, $v_s = ?$

$$\frac{n'}{n} = 1.0032$$

এখানে,

$$\frac{n'_1}{n'_2} = 6.5$$

$$v = 332 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_s = ?$$

$$\text{বা, } 6v_s + 5v_s = 332 \times 6 - 332 \times 5$$

$$\text{বা, } v_s = \frac{332}{11} = 30.18 \text{ ms}^{-1}$$

২৬। দুটি হর্ণ বহন করে একটি মোটর গাড়ী 36 kmhr^{-1} বেগে দক্ষায়মান একজন পর্যবেক্ষকের দিকে ধাবিত হচ্ছে। হর্ণ দুটির শব্দের কম্পাঙ্কের পার্থক্য 320 Hz হলে পর্যবেক্ষক কর্তৃক শুত দুটি শব্দের কম্পাঙ্কের পার্থক্য কত হবে? বাতাসে শব্দের বেগ 350 ms^{-1} । [ক. বো. ২০০৬]

আমরা জানি,

$$n' = \frac{v}{v - v_s} \times n$$

$$n' = \frac{350 \times 320}{350 - 10}$$

$$= \frac{350 \times 320}{340}$$

$$= 329.4 \text{ Hz}$$

এখানে,

শব্দের বেগ, $v = 350 \text{ ms}^{-1}$

উৎসের বেগ, $v_s = 36 \text{ kmhr}^{-1}$

$$= \frac{36 \times 1000}{60 \times 60} = 10 \text{ ms}^{-1}$$

কম্পাঙ্কের পার্থক্য, $n = 320 \text{ Hz}$

শুত কম্পাঙ্কের পার্থক্য, $n' = ?$

১। ১৭। প্রতি সেকেন্ডে 200 চক্রের উপলার পরিবর্তন উৎপন্ন কৰতে হলে, 1050 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট শব্দ উৎসকে
কোন স্থিৰ দৰ্শকেৱু দিকে যে বেগে আগমন কৰতে হবে, তাৰ হিসাব দাও। [বাতাসে শব্দেৱ বেগ = 330 ms^{-1}]
এখানে দৰ্শক স্থিৰ এবং উৎস দৰ্শকেৱু সাপেক্ষে গতিশীল।

[ঢ. বো. ২০০৮]

$$n' = n \left(\frac{v}{v - v_s} \right)$$

বা, $1250 = 1050 \times \left[\frac{330}{330 - v_s} \right]$

বা, $25 = 21 \times \frac{330}{330 - v_s}$

বা, $25 \times 330 - 25 \times v_s = 330 \times 21$

বা, $25 v_s = 8250 - 6930$

বা, $25 v_s = 1320$

বা, $v_s = \frac{1320}{25}$

$\therefore v_s = 52.8 \text{ ms}^{-1}$

এখানে,

$n = 1050 \text{ Hz}$

$n' = n + 200$

$= 1050 + 200$

$= 1250 \text{ Hz}$

$v = 330 \text{ ms}^{-1}$

$v_s = ?$

২। একটি ইঞ্জিন স্থিৰ দৰ্শক অতিক্ৰমকালৈ এৱ তুইসেলেৱ আপাত প্ৰতীয়মান কম্পাঙ্ক 6 : 5 অনুপাতে
পৰিবৰ্তন হয়। যদি বাতাসে শব্দেৱ বেগ 352 ms^{-1} হয়, তবে ইঞ্জিনেৱ বেগ নিৰ্ণয় কৰ।

[য. বো. ২০০৬ (মান ভিন্ন) ; রা. বো. ২০০৩]

আমৰা পাই,

$$n' = \left(\frac{v}{v - v_s} \right) n$$

$$n'' = \left(\frac{v}{v + v_s} \right) n$$

$$\frac{n'}{n''} = \frac{v + v_s}{v - v_s}$$

বা, $v_s = \frac{352(6-5)}{6+5}$

$v_s = 32 \text{ ms}^{-1}$

এখানে,

$\frac{n'}{n''} = 6 : 5$

$v = 352 \text{ ms}^{-1}$

$v_s = ?$

বা, $\frac{6}{5} = \frac{352 + v_s}{352 - v_s}$

বা, $v_s = \frac{352}{11}$

প্ৰশ্নামালা

৫৭

সংক্ষিপ্ত-উত্তৰ প্ৰশ্ন :

১। অনুনাদ বায়ু স্তম্ভ বলতে কি বুঝ ?

[রা. বো. ২০০০ ; কু. বো. ২০০০]

২। প্ৰান্ত সংশোধন কি ?

[ঢ. বো. ২০০৫ ; রা. বো. ২০০৩ ; সি. বো. ২০০৩]

৩। প্ৰান্ত শুন্ধি কিসেৱ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে ?

[য. বো. ২০০৮]

৪। অনুনাদ বায়ু স্তম্ভ পদ্ধতিতে বেগ নিৰ্ণয় পদ্ধতিতে প্ৰান্তীয় সংশোধন কৰতে হয় কেন ?

[ঢ. বো. ২০০৮ ; য. বো. ২০০৮ ; সি. বো. ২০০৮ ; রা. বো. ২০০৩]

৫। অনুনাদ কাকে বলে ?

[রা. বো. ২০০৮]

৬। উপলার প্ৰতাব কি ?

বা উপলার ক্রিয়া কি ?

[রা. বো. ২০০৬, ২০০২ ; ঢ. বো. ২০০৫ ; সি. বো. ২০০৪, ২০০১ ;
কু. বো. ২০০১ ; য. বো. ২০০৫, ২০০০]

[রা. বো. ২০০৩]

৭। উপলার সুত্ৰটি বিবৃত কৰ।

৮। উপলার ক্রিয়া ব্যাখ্যা কৰ।

[কু. বো. ২০০৩ ; ব. বো. ২০০৩, ২০০২ ; রা. বো. ২০০০ ; য. বো. ২০০২]

[ঢ. বো. ২০০০ ; চ. বো. ২০০০]

৯। বাযুতে শব্দ সংক্রান্ত নিউটনেৱ সূত্ৰটি লিখ। [কু. বো. ২০০৬, ২০০২, ২০০০ ; চ. বো. ২০০৪, ২০০২, ২০০০ ;
সি. বো. ২০০৪, ২০০২ ; ঢ. বো. ২০০১ ; ব. বো. ২০০৪, ২০০২ ; রা. বো. ২০০২ ;
য. বো. ২০০০ ; রা. বো. ২০০১]

১০। হাৰল-এৱ সূত্ৰ বিবৃত কৰ।

১১। মহাবিশ্ব ক্ৰমশ সম্প্ৰসাৰিত হচ্ছে কিভাৱে বুঝা গেল ?

ৱচনামূলক প্ৰশ্ন :

১। বাযুতে শব্দেৱ বেগ সম্পর্কিত নিউটনেৱ সূত্ৰটি লিখ। ল্যাপ্লাস কেন এবং কিভাৱে নিউটনেৱ সূত্ৰ সংশোধন কৰেন ?
[সি. বো. ২০০৬ ; ব. বো. ২০০৬, ২০০৪, ২০০২ ; রা. বো. ২০০৬, ২০০২ ; চ. বো. ২০০৬, ২০০৪, ২০০০ ;
য. বো. ২০০৫, ২০০৩, ২০০০ ; ঢ. বো. ২০০৪ ; কু. বো. ২০০৪, ২০০০]

বাইয়ার কম

- ২। শব্দের বেগ সংক্রান্ত নিউটনের সূত্র কিভাবে ল্যাপ্লাস সংশোধন করেছেন বর্ণনা কর। [রা. বো. ২০০৮; সি. বো. ২০০৮]
- ৩। শব্দের বেগের উপর তাপমাত্রার প্রভাব আলোচনা কর। [রা. বো. ২০০৫; চ. বো. ২০০৮, '০১; ব. বো. ২০০৮ ;
সি. বো. ২০০৫ ; কু. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০৩, ২০০০]
- ৪। দেখাও যে, কোন গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের বেগ তার পরম তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতিক।
[ব. বো. ২০০৬; কু. বো. ২০০২, ২০০০ ; ঢ. বো. ২০০০, ২০০১, য. বো. ২০০১ ; রা. বো. ২০০০]
- ৫। দেখাও যে, প্রতি ডিহী সেলসিয়াস তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য বাতাসে শব্দের বেগ 0.61m s^{-1} বৃদ্ধি পায়।
[কু. বো. ২০০৩ ; ব. বো. ২০০১]
- ৬। শব্দের দ্রুতির উপর আর্দ্রতার প্রভাব ব্যাখ্যা কর।
[ঢ. বো. ২০০২]
- ৭। শব্দের বেগের উপর তাপমাত্রা ও আর্দ্রতার প্রভাব নির্ণয় কর।
[ঢ. বো. ২০০২]
- ৮। অনুনাদী বায়ু স্তম্ভ পদ্ধতিতে শব্দের বেগ নির্ণয়ের পরীক্ষা বর্ণনা কর।
[ঢ. বো. ২০০৫, ২০০০ ; রা. বো. ২০০৪ ; চ. বো. ২০০৩ ; য. বো. ২০০২ ; সি. বো. ২০০১]
- ৯। বায়ুস্তম্ভের অনুনাদ পদ্ধতিতে কিভাবে শব্দের বেগ নির্ণয় করা যায় বর্ণনা কর।
[ব. বো. ২০০২ ; য. বো. ২০০০ ; চ. বো. ২০০০ ; কু. বো. ২০০১ ; রা. বো. ২০০০]
- ১০। প্রান্তীয় সংশোধন পরিহার করে কিরূপে অনুনাদ বায়ুস্তম্ভ পদ্ধতিতে শব্দের বেগ নির্ণয় করা যায়?
[কু. বো. ২০০৬, ২০০৪ ; য. বো. ২০০৬]
- ১১। প্রথম ও দ্বিতীয় অনুনাদের ক্ষেত্রে একমুখ বন্ধ নলের বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে l_1 ও l_2 হলে দেখাও যে, নিঃসৃত শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda = 2(l_2 - l_1)$
।
- ১২। দেখাও যে, পর পর দুটি অনুনাদী বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্যের পার্থক্য সূচ্য শব্দ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের সমান।
।
- ১৩। শ্রোতা যদি গতিশীল উৎসের দিকে অগ্রসর হয় তাহলে শুত কম্পাঙ্কের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।
[রা. বো. ২০০২ ; কু. বো. ২০০২ ; ঢ. বো. ২০০৪]
- ১৪। একটি শব্দের উৎস কোন স্থির শ্রোতার দিকে অগ্রসর হলে শ্রোতা কর্তৃক শুত কম্পাঙ্কের রাশিমালা প্রতিপাদন
কর।
বা, স্থির শ্রোতার দিকে শব্দের উৎস গতিশীল থাকলে শ্রোতা কর্তৃক শুত শব্দের আপাত কম্পাঙ্কের রাশিমালা প্রতিপাদন
কর।
[রা. বো. ২০০০ ; চ. বো. ২০০৩, '০১ ; ব. বো. ২০০৩]
- ১৫। একটি শব্দের উৎস কোন স্থির শ্রোতা থেকে দূরে যেতে থাকলে দেখাও যে শুত শব্দের কম্পাঙ্ক প্রকৃত কম্পাঙ্কের
চেয়ে কম হয়।
বা স্থির শ্রোতা হতে একটি শব্দের উৎস দূরে যেতে থাকলে শ্রোতা কর্তৃক শুত আপাত কম্পাঙ্কের রাশিমালা প্রতিপাদন
কর।
[কু. বো. ২০০১]
- ১৬। আলোক তরঙ্গের ক্ষেত্রে উপলার ক্রিয়া আলোচনা কর। উৎসের কম্পাঙ্ক এবং পরিমাণকৃত কম্পাঙ্কের সম্পর্ক
নিখ।
- গাণিতিক সমস্যাবলি :**
- ১। 256 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একটি সূর শলাকাকে আঘাত করে অনুনাদী নলের উন্নত প্রান্তের নিকটে ধরা হল। বায়ুতে
শব্দের বেগ 332 ms^{-1} হলে, বায়ুস্তম্ভের কত দৈর্ঘ্যে প্রথম অনুনাদ ঘটবে বের কর।
[উঁ : 0.3242 m]
- ২। 250 Hz কম্পাঙ্কের একটি কম্পমান সুরেলী কাঁটা কোন কাচের নলে 0.33 m বায়ুস্তম্ভের সাথে প্রথম অনুনাদ
সৃষ্টি করে। এই একই নলে বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য 1.005 m হলে সুরেলী কাঁটাটি পুনরায় অনুনাদ সৃষ্টি করে। নলের প্রান্ত সংশোধন
নির্ণয় কর।
[উঁ : $7.5 \times 10^{-3}\text{ m}$]
- ৩। 332 Hz কম্পাঙ্কের একটি কম্পমান সুরেলী কাঁটাকে অনুনাদ বায়ুস্তম্ভ নলের মুখে ধরলে 0.238 m দৈর্ঘ্যে প্রথম
অনুনাদ সৃষ্টি হয়। নলের ভেতরের ব্যাসার্ধ 0.02 m হলে বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।
[উঁ : 332 ms^{-1}]
- ৪। 256 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একটি সূর শলাকাকে আঘাত করে 0.05 m ব্যাসবিশিষ্ট একটি অনুনাদী নলের উন্নত
প্রান্তের নিকটে ধরলে বায়ুস্তম্ভের 0.31 m দৈর্ঘ্যে প্রথম অনুনাদ পাওয়া গেল। বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য
কত হলে দ্বিতীয় অনুনাদ পাওয়া যাবে ?
[উঁ : 332.8 ms^{-1} ও 0.96 m]
- ৫। 250Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি সূর শলাকাকে আঘাত করে অনুনাদী নলের উন্নত প্রান্তের নিকট ধরায় বায়ুতে
 0.31 m দৈর্ঘ্যে প্রথম অনুনাদ পাওয়া গেল। যদি বায়ুতে শব্দের বেগ 330ms^{-1} হয় তবে (ক) প্রান্ত সংশোধন নির্ণয় কর ; (খ)
নলের খোলামুখ হতে কত উপরে সুস্পন্দ বিন্দু পাওয়া যাবে ? (গ) নলের ব্যাস কত ?
- উত্তর : 0.02 m , এই প্রান্ত সংশোধনই নলের খোলা মুখ হতে সুস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব ; 0.067m
- ৬। 612Hz কম্পাঙ্কে কোন সূর শলাকাকে একটি অনুনাদী নলের খোলা মুখের কাছে কাঁপালে বায়ু স্তম্ভের 0.36m
এবং 0.525 m দৈর্ঘ্যে প্রথম ও দ্বিতীয় অনুনাদ পাওয়া যায়। বায়ুতে শব্দের বেগ ও প্রান্ত সংশোধন নির্ণয় কর।
[ঢ. বো. ২০০৮]
- ৭। এক মুখ খোলা 1m লম্বা একটি খাড়া কাচনল পানি দ্বারা 660 Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি সূর শলাকাকে নলের
খোলা মুখের উপর ধরলে ও নলের তলদেশ হতে ধীরে ধীরে পানি নির্গত হলে নলের মধ্যে পানির তলের কোন কোন অবস্থানের
জন্য অনুনাদ ঘটবে ? (বায়ুতে শব্দের বেগ = 330ms^{-1})
[উত্তর : 0.125m ; 0.375m ; 0.625m ; 0.875m]
- ৮। 384 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একটি সূর শলাকাকে আঘাত করে একটি অনুনাদী নলের উন্নত প্রান্তের উপরে ধরায় নলের
 0.21 m দীর্ঘ বায়ুস্তম্ভের জন্য প্রথম অনুনাদ পাওয়া যায়। বায়ুতে শব্দের বেগ 345.6 ms^{-1} হলে নলের খোলামুখ হতে কত উপরে
সুস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হবে ?
[উঁ : $15 \times 10^{-3}\text{ m}$]

৯। একটি দুই মুখ নল আণ্টিকভাবে পানিতে খাড়াভাবে ডুবান আছে। নলের উপরের খোলা মুখের নিকটে 360 Hz কম্পাঙ্গের একটি কম্পমান সুরেলী কাটা ধরলে প্রথম অনুনাদ সৃষ্টি হয়। বায়ুতে শব্দের বেগ 332 ms^{-1} হলে পানির উপর নলের দৈর্ঘ্য কত? [নলটির অস্তব্যাস 0.04 m]

[উৎ : 0.219 m]

~~১০।~~ একমুখ খোলা 1 m লম্বা একটি কাচনল পানিতে পূর্ণ আছে। 360 Hz কম্পাঙ্গকবিশিষ্ট একটি সূর শলাকাকে নলের খোলা মুখের উপরে ধরলে এবং নলের তলদেশ হতে ধীরে ধীরে পানি নির্গত হতে দিলে নলের মধ্যে পানির তলের কোন্ কোন্ অবস্থানের জন্য অনুনাদ ঘটবে? [বায়ুতে শব্দের বেগ 330 ms^{-1}]

১১। একটি কম্পমান সুরেলী কাটা প্রথমে কোন্ কাচনলের 0.31 m বায়ুস্তম্ভের সাথে অনুনাদ সৃষ্টি করে। প্রাপ্ত সংশোধন নির্ণয় কর।

[উৎ : 0.0275 m]

১২। কোন্ কেল্লা হতে নির্দিষ্ট সময়ে তোপধনি করা হয়। কেল্লা হতে 10.2 km দূরে দাঁড়ানো একজন পর্যবেক্ষক তোপধনি শুনে নিজের ঘড়ি মিলিয়ে নেয়। কিন্তু প্ররে কেল্লার ঘড়ির সাথে মিলিয়ে দেখেন যে ঘড়ি অর্ধ মিনিট মোহো হয়েছে। বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

[উৎ : 340 ms^{-1}]

১৩। একটি তামার নলাকার দঙ্গের দৈর্ঘ্য 760 m , প্রস্তুত-ক্ষেত্রফল $15 \times 10^{-4}\text{ m}^2$ ও তর 10260 kg । তামার ডেঙ্গের শব্দের বেগ নির্ণয় কর। এই দঙ্গের এক মুখ হতে অগর মুখে যেতে শব্দের কত সময় লাগবে? [তামার ক্ষেত্রে $Y = 1.2996 \times 10^{11}\text{ Nm}^{-2}$]

[উৎ : 3800 ms^{-1} ও 0.2 s]

১৪। 1050 m দীর্ঘ একটি ফাঁপা লোহার চোঙের এক মুখে শব্দ করে অগর মুখে 2.8 s সময়ের ব্যবধানে দূরি শব্দ শোনা গেল। বায়ুতে শব্দের বেগ 350 ms^{-1} হলে লোহার মধ্যে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

[উৎ : 5250 ms^{-1}]

১৫। একটি নির্দিষ্ট আয়তনের পানির প্রতি বর্গ সেমি. ক্ষেত্রে 8.41 N চাপ বৃদ্ধিতে তার আয়তন $4 \times 10^{-5}\text{ গুণ হ্রাস পায়।}$ পানিতে শব্দের বেগ এবং 480 Hz কম্পাঙ্গের কোন্ সুরের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[উৎ : 1450 ms^{-1} ; 3.02 m]

১৬। পানির আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $2.25 \times 10^9\text{ Nm}^{-2}$ । পানিতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

[উৎ : 1500 ms^{-1}]

১৭। পানিতে শব্দের বেগ 4°C -এ 1350 ms^{-1} ধরে পানির আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

[উৎ : $1.8 \times 10^6\text{ Nm}^{-2}$]

~~১৮।~~ কোন্ কৃপের মুখে একখন্ড পাথর ছেড়ে দেওয়ায় খণ্ডটি কৃপের পানির উপরিতলাকে 39.2 ms^{-1} বেগে আঘাত করে। যদি আঘাতের শব্দ পাথর ফেলে দেয়ার 4.23 s পরে শোনা যায় তবে বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

[উৎ : 340.86 ms^{-1}]

১৯। বায়ুতে শব্দের বেগ 0°C -এ 330 ms^{-1} ও 27°C -এ তাপ 346.3 ms^{-1} হলে বায়ুর আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

[উৎ : $\frac{1}{273}/^\circ\text{C}$]

২০। কত ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রায় বায়ুতে শব্দের বেগ 0°C তাপমাত্রার বেগের 1.5 গুণ হবে? [উত্তর : 341.25°C]

২১। কত তাপমাত্রায় বাতাসে শব্দের বেগ 0°C তাপমাত্রায় শব্দের বেগের 2.5 গুণ হবে? [$\alpha = \frac{1}{273}/^\circ\text{C}$]

$T_2 = (n-1)T_1$

[উত্তর : 1433.25°C]

২২। 27°C তাপমাত্রায় বায়ুতে শব্দের বেগ 346 ms^{-1} হলে 0°C তাপমাত্রায় বায়ুতে শব্দের বেগ বের কর।

[$\alpha = 0.003665/\text{K}$]

[উৎ : 330 ms^{-1}]

২৩। 774°C তাপমাত্রায় ও 2 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে ইলিয়াম গ্যাসে শব্দের বেগ 1900 ms^{-1} , ইলিয়ামের ক্ষেত্রে γ -এর মান নির্ণয় কর। [ইলিয়ামের গ্রাম-আণবিক ভর = 4]

[উৎ : 1.66]

২৪। একটি সাইরেন হতে উদ্ভৃত কম্পাঙ্গ 100 Hz । তোমার নিকট হতে সাইরেনটি 10 ms^{-1} বেগে সরে যেতে থাকলে তুমি যে শব্দ শুনবে তার কম্পাঙ্গক কত হবে?

[উৎ : 97 Hz]

২৫। প্রতি সেকেন্ডে 40 ডিপলার পরিবর্তন উৎপন্ন করতে 1000 Hz কম্পাঙ্গকবিশিষ্ট কোন স্থির শব্দ উৎসের দিকে একজন শ্রোতাকে কত বেগে অগ্রসর হতে হবে?

[উৎ : 13.2 ms^{-1}]

২৬। প্রমাণ কর যে, যদি কোন স্থির পর্যবেক্ষক হতে শব্দের উৎস শব্দের বেগে দূরে সরে যেতে থাকে তবে শুন্ত শব্দের কম্পাঙ্গক অর্ধেক হয়।

২৭। একটি সাইরেন 100 Hz কম্পাঙ্গের শব্দ উৎপন্ন করতে করতে 10 ms^{-1} বেগে একজন পর্যবেক্ষক হতে দূরে সরে গেল। পর্যবেক্ষক কত কম্পাঙ্গের শব্দ শুনতে পাবে? [বায়ুতে শব্দের বেগ = 332 ms^{-1}] [উত্তর : 97.07 Hz]

২৮। একটি মোটর গাড়ি 40 km/hr বেগে চলতে চলতে একটি সাইরেনকে অতিক্রম করল। সাইরেনটি 500 Hz কম্পাঙ্গক বাঁজছে। একে অতিক্রম করার পূর্বে এবং পরে গাড়ির চালক কর্তৃক শুন্ত আপাত কম্পাঙ্গক কত হবে? (শব্দের বেগ 332 ms^{-1})

[উত্তর : 516 Hz ; 483 Hz]

২৯। একটি ইঞ্জিন স্থির দর্শক অতিক্রমকালে এর হুইসেলের আপাত প্রতীয়মান কম্পাঙ্গক $6:5$ অনুপাতে পরিবর্তন হয়। যদি বাতাসে শব্দের বেগ 352 ms^{-1} হয়। তবে ইঞ্জিনের বেগ নির্ণয় কর। [রা. বো. ২০০৩] [উত্তর : 32 ms^{-1}]

৩০। একটি ইঞ্জিন স্থির দর্শক অতিক্রমকালে এর হুইসেলের আপাত প্রতীয়মান কম্পাঙ্গক $6:5$ অনুপাতে পরিবর্তন হয়। যদি ইঞ্জিনের বেগ 32 ms^{-1} হয়। তবে শব্দের বেগ কত? [রা. বো. ২০০৬] [উত্তর : 352 ms^{-1}]

৩১। একটি ট্রেন হুইসেল বাজাতে বাজাতে 80 km/hr বেগে একটি রেলস্টেশন পার হয়ে গেল। হুইসেলের কম্পাঙ্গক 450 Hz । ট্রেনটি (ক) স্টেশনের দিকে আসার সময় এবং (খ) স্টেশন পার হয়ে যাওয়ার পর প্লাটফর্মে দাঁড়ানো কোন ব্যক্তির নিকট হুইসেলের আপাত কম্পাঙ্গক কত হবে? [শব্দের বেগ 332 ms^{-1}]

[উত্তর : 482 Hz ; 422 Hz]

৩২। একটি ট্রেন 450 Hz কম্পাঙ্গের হুইসেল দিতে দিতে একটি প্লাটফরম থেকে 144 km/hr বেগে দূরে সরে যাচ্ছে। বায়ুতে শব্দের বেগ 332 ms^{-1} হলে প্লাটফরমে দাঁড়ানো কোন গ্রোতার নিকট শুন্ত কম্পাঙ্গক কত হবে?

[রা. বো. ২০০৬] [উত্তর : 401.6 Hz]