МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (СевГУ)

Кафедра Информационных систем и управления в технических системах

Лабораторная работа №2
дисциплина: «Численные методы»
тема: «Интерполяция функций»
Вариант 1

Выполнил:
студент группы ИС/б-18-3-о
Ящук М.А.
Проверил:
Папков С.О.

Севастополь
2019 г.

2.1 Цель работы

Изучить различные виды интерполяционных полиномов

2.2 Порядок выполнения работы

Решить задание по варианту следующими способами:
2.2.1 Классический интерполяционный многочлен.
2.2.2 Полином Ньютона.
2.2.3 Полином Лагранжа
2.2.4 Сплайн – интерполяция

2.3 Вариант задания

Вариант 1:

Зависимость магнитной индукции B от напряженности внешнего магнитного поля H в образце из серого чугуна описывается кривой намагниченности (таблица 2.1). С помощью интерполяционного полинома найти значения магнитной индукции при H=7кА/м.

H, кА/м	6	8	10
B, Тл	0,75	0,9	1

Таблица 2.1 — Вариант задания

2.4 Ход работы

2.4.1 Классический полином (рисунок 2.1). Пусть h и B – данные из таблицы H и B соответственно, C – напряжённость для искомого значения индукции, a – неизвестные коэффициенты, а F(x) – формула классического интерполяционного многочлена. Первым делом находим неизвестные коэффициенты из системы уравнений:

$$\begin{cases} F(x_0) = y_0, \\ F(x_1) = y_1, \\ \ldots, \\ F(x_{n-1}) = y_{n-1}, \\ F(x_n) = y_n. \end{cases}$$

Затем подставляем в формулу значение C и найденные коэффициенты.

Классический полином

$$h := \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.9 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad C := 7 \qquad a := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Given

$$a_0 + a_1 \cdot h_0 + a_2 \cdot (h_0)^2 = B_0$$

$$a_0 + a_1 \cdot h_1 + a_2 \cdot (h_1)^2 = B_1$$

$$a_0 + a_1 \cdot h_2 + a_2 \cdot (h_2)^2 = B_2$$

$$a := \mathrm{Find}(a) \qquad a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.163 \\ -6.25 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$F(x) := a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2$$

$$F(C) = 0.831$$

Рисунок 2.1 — Нахождение магнитной индукции с помощью классического полинома

2.4.2 Полином Ньютона (рисунок 2.2). Пусть h и B – данные из таблицы H и B соответственно, C – напряжённость для искомого значения индукции, B1 и B2 – неизвестные коэффициенты, а N(x,i1,i2,i3) – формула полином Ньютона. Сперва находим коэффициенты B1 и B2, затем C, B1 и B2 подставляем в формулу и находим значение индукции.

Полином Ньютона

$$h := \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.9 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad C := 7$$

$$B1(i1, i2) := 0 \frac{(B_{i1} - B_{i2})}{(h_{i1} - h_{i2})}$$

$$B2(i1, i2, i3) := 0 \frac{(B1(i1, i2) - B1(i1, i3))}{(h_{i2} - h_{i3})}$$

$$B1(0, 1) = 0.075$$

$$B2(0, 1, 2) = -6.25 \times 10^{-3}$$

$$N(x, i1, i2, i3) := B_{i1} + B1(i1, i2) \cdot (x - h_{i1}) + B2(i1, i2, i3) \cdot (x - h_{i1}) \cdot (x - h_{i2})$$

$$N(C, 0, 1, 2) = 0.831$$

Рисунок 2.2 — Нахождение индукции с помощью полинома Ньютона

2.4.3 Полином Лагранжа (рисунок 2.3). Пусть h и B – данные из таблицы H и B соответственно, C – напряжённость для искомого значения индукции, L(x,i1,i2,i3) – формула полинома Лагранжа.

Полином Лагранжа

$$h := \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.9 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad C := 7$$

$$L(x, i1, i2, i3) := B_{i1} \cdot \frac{\left[(x - h_{i2})(x - h_{i3})\right]}{\left[(h_{i1} - h_{i2})(h_{i1} - h_{i3})\right]} + B_{i2} \cdot \frac{\left[(x - h_{i1})(x - h_{i3})\right]}{\left[(h_{i2} - h_{i1})(h_{i2} - h_{i3})\right]} + B_{i3} \cdot \frac{\left[(x - h_{i1})(x - h_{i2})\right]}{\left[(h_{i3} - h_{i1})(h_{i3} - h_{i2})\right]}$$

$$L(C, 0, 1, 2) = 0.831$$

Рисунок 2.3 — Нахождение индукции с помощью полинома Лагранжа

2.4.4 Сплайн-интерполяция (рисунок 2.4). Пусть h и B – данные из таблицы H и B соответственно, C – напряжённость для искомого значения индукции, i – номер элемента, t, b, c, d – неизвестные коэффициенты, S(C) – формула кубического сплайна. Сперва находим коэффициенты по системе уравнений, затем подставляем коэффициенты и C в формулу.

Сплайн – интерполяция

$$h := \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.9 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad C := 7 \qquad Origin := 0 \qquad i := 0..1$$

$$t_i := h_{i+1} - h_i$$

Given

$$t = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad b := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad c := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad d := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$b_0 \cdot t_0 + c_0 \cdot (t_0)^2 + d_0 \cdot (t_0)^3 = B_1 - B_0$$

$$b_1 \cdot t_1 + c_1 \cdot (t_1)^2 + d_1 \cdot (t_1)^3 = B_2 - B_1$$

$$b_1 - b_0 - 2 \cdot c_0 \cdot t_0 - 3 \cdot d_0 \cdot (t_0)^2 = 0$$

$$c_1 - c_0 - 3 \cdot d_0 \cdot t_0 = 0$$

$$c_1 + 3 \cdot d_1 \cdot t_1 = 0$$

$$c_0 = 0$$

$$\begin{pmatrix} b \\ c \\ d \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(b, c, d)$$

$$b = \begin{pmatrix} 0.081 \\ 0.063 \end{pmatrix} \qquad c = \begin{pmatrix} 0 \\ -9.375 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \qquad d = \begin{pmatrix} -1.563 \times 10^{-3} \\ 1.563 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$S(C) := B_0 + b_0 \cdot (C - h_0) + c_0 \cdot (C - h_0)^2 + d_0 \cdot (C - h_0)^3$$

$$S(C) = 0.83$$

Вывод: В ходе выполнения лабораторной работы изучены понятия интерполяции и полинома. Также изучены следующие виды интреполяционных полиномов: классический полином, полином Лагранжа, полином Ньютона, сплайн-интерполяционный полином. Решена задача с помощью применения этих полиномов.