No.

Date:

Uji kompetensi BAB 4

A.

1. Agar $A(x, 4, 7)$ dan $B(6, y, 14)$ segaris, nilai $x - y$ haruslah ...

= $a = k \cdot b$

$\begin{pmatrix} x \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 6 \\ y \\ 14 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6k \\ yk \\ 14k \end{pmatrix}$

Jadi : $x = 6k$ Cari k : $7 = 14k$ Cari x : $x = 6k$

$4 = yk$ $k = \frac{7}{14}$ $x = 6(\frac{1}{2})$

$7 = 14k$ $k = \frac{1}{2}$ $x = 3$

Cari y : $4 = yk$ Jadi $x - y = 3 - 8 = \underline{\underline{-5}}$ a.

$4 = y(\frac{1}{2})$

$y = 2(4)$

$y = 8$

2. Dik: $A(4, 1, 3)$ dit : $p + q$?

$B(p, 4, 6)$

$C(20, 13, q)$

$\vec{AB}$ dan $\vec{BC}$: Segaris

= $\vec{AB} = \vec{CD}$ dari vektor i : dari vektor k :

$B - A = D - C$ $p - 4 = 20 - p$ $3 = q - 6$

$p - 4, 4 - 1, 6 - 3 = 20 - p, 13 - 4, q - 6$ $p + p = 20 + 4$ $q = 9$

$p - 4, 3, 3 = 20 - p, 9, q - 6$ $2p = 24$

$p = 12$

maka $p + q = 12 + 9 = \underline{\underline{21}}$ b.

No.

Date:

3. Dik: A : (1,2,3) Dit: AB = BC?

B : (3,3,1)

C : (7,5,-3)

A, B, C = segaris

= AB = b - a

= (3,3,1) - (1,2,3)

= (2,1,-2)

BC = c - b

= (7,5,-3) - (3,3,1)

= (4,2,-4)

AB = BC

(2,1,-2) = (4,2,-4)

(2,1,-2) = $\frac{1}{2}$ 2(2,1,-2)

1 : 2 a.

4. Dik: K(3,4,2)

L(2,2,4)

P membagi garis $\bar{KL}$ dgn perbandingan 3 : 1

Dit: koordinat titik P?

= KP : PL = 3 : 1

$P = \frac{(3L + K)}{4}$

$= \frac{(3(2,2,4) + (3,4,2))}{4}$

$= \frac{((6,6,12) + (3,4,2))}{4}$

$= \frac{(9,10,14)}{4} = \left(\frac{9}{4}, \frac{10}{4}, \frac{14}{4}\right) \Rightarrow \left(\frac{9}{4}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$ a.

5. Dik: $\vec{PQ} = (2,0,1)$ Dit: $\vec{RS}$

$\vec{PR} = (1,1,2)$

$\vec{PS} = \frac{1}{2}\vec{PQ}$

$= RS = RP + PS$

$= -PR + PS$

$= -PR + \frac{1}{2}PQ$

$= -(1,1,2) + \frac{1}{2}(2,0,1)$

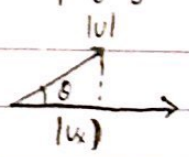
$= (-1,-1,-2) + (1,0,\frac{1}{2})$

$= (-1+1, -1+0, -2+\frac{1}{2})$

$RS = (0, -1, -\frac{3}{2})$ A.

6. Sudut θ adalah sudut antara u dan v. Jika panjang proyeksi u dan v sama dgn empat kali panjang v, maka perbandingan panjang u terhadap panjang v adalah...

$=$



$|u_x| = |u| \cos\theta$

$|u_x| = 4|v|$

$|u|\cos\theta = 4|v|$

$\frac{|u|}{|v|} = \frac{4}{\cos\theta}$

$|u| : |v| = 4 : \cos\theta$ b.

7. Proyeksi vektor $b = (2,0,1)$ pada vektor c yg sejajar tetapi berlawanan arah dgn vektor $(0,2,-2)$ adalah...

$= b = (2,0,1)$

$c = (0,-2,2)$

$b \cdot c = 0+0+2 = 2$

$|c| = \sqrt{0+4+4} = \sqrt{8}$

$b' = \frac{b \cdot c}{|c|^2} \cdot c$

$b' = \frac{2}{\sqrt{8}^2} \cdot (0,-2,2)$

$= \frac{1}{4}(0,-2,2)$

$= (0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ c.

No.

Date:

8. Diketahui $\bar{n} = 3i + 3j + k$ dan $r = 2i + k$. Panjang proyeksi ~~vektor~~ skalar vektor n pada vektor r adalah...

$= |c| = \frac{n \cdot r}{|r|}$

$= \frac{(3,3,1)(2,0,1)}{|\sqrt{2^2+0^2+1^2}|}$

$= \frac{6+0+1}{\sqrt{5}} = \frac{7}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}$

$|c| = \frac{7}{5}\sqrt{5}$ a.

9. Panjang proyeksi $a = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}$ pada $b \begin{pmatrix} 0 \\ p \\ 4 \end{pmatrix}$ adalah 8. Nilai p =

$a \cdot b = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ p \\ 4 \end{pmatrix}$

$= -2(0) + 8p + 4(4)$

$= 8p + 16$

Panjang $\vec{b}$

$|b| = \sqrt{0^2+p^2+4^2}$

$= \sqrt{p^2+16}$

Panjang proyeksi vektor a pada b = 8

$\left| \frac{a \cdot b}{|b|} \right| = 8$

$\left| \frac{8p+16}{\sqrt{p^2+16}} \right| = 8$

$\left| \frac{8(p+2)}{\sqrt{p^2+16}} \right| = 8$

$8(p+2) = 8\sqrt{(p^2+16)}$

$(p+2) = \sqrt{(p^2+16)}$ *kuadratkan

$(p+2)^2 = (p^2+16)$

$p^2+4p+4 = p^2+16$

$4p = 16 - 4$

$4p = 12$

$p = 3$ c.

10. Diketahui $u = 6i + 3j - 7k$ dan $v = 2i + 3j - k$. vektor proyeksi ortogonal u pada v adalah...

$= \left(\frac{u \cdot v}{|v|^2} \right) \cdot v$

dgn

$|v| = \sqrt{2^2+3^2+(-1)^2}$

$= \sqrt{4+9+1}$

$= \sqrt{14}$

$|v|^2 = 14$

$u \cdot v = (6,3,-7) \cdot (2,3,-1)$

$= 6 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + (-7)(-1)$

$= 12 + 9 + 7$

$= 28$

$= \left(\frac{u \cdot v}{|v|^2} \right) \cdot v$

$= \left(\frac{28}{14} \right) \cdot (2,3,-1)$

$= 2(2,3,-1)$

$= (4,6,-2)$ d.

No.

Date:

11. Jika vektor z merupakan proyeksi dari vektor $x = \sqrt{-\sqrt{3}, 3, 1}$ pada $y = (\sqrt{3}, 2, 3)$ maka $|z| = \ldots$

$= |x| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 3^2 + 1^2}$

$= \sqrt{3 + 9 + 1}$

$= \sqrt{13}$

$|y| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2^2 + 3^2}$

$= \sqrt{3 + 4 + 9}$

$= \sqrt{16} = 4$

Proyeksi vektor x pada vektor y, namakan z.

$|z| = \frac{x \cdot y}{|y|}$

$= \frac{(-\sqrt{3}\,i + 3j + k)(\sqrt{3}i + 2j + 3k)}{4}$

$= \frac{-3 + 6 + 3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ e.

12. Vektor x dgn panjang $\sqrt{5}$ membuat sudut lancip dgn vektor $y = (3, 4)$. Jika vektor x diproyeksikan ke vektor y, panjang proyeksinya 2. vektor x tersebut adalah ...

= misal vektor $x = ai + bj$ dan $y = 3i + 4j$

maka $\Rightarrow |x| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5}$

$a^2 + b^2 = 5$

$b = \sqrt{5 - a^2} \ldots (1)$

Panjang proyeksi x pada y adalah 2 maka:

$\Rightarrow |c| = \frac{x \cdot y}{|y|}$

$2 = \frac{\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$

$2 = \frac{3a + 4b}{5}$

$10 = 3a + 4b \ldots (2)$

Sub Pers 1 dgn 2

$10 = 3a + 4b$

$10 = 3a + 4\sqrt{5 - a^2}$

$10 - 3a = 4\sqrt{5 - a^2}$

$(10 - 3a)^2 = 16(5 - a^2)$

$9a^2 - 60a + 100 = 80 - 16a^2$

$25a^2 - 60a + 20 = 0$

$5a^2 - 12a + 4 = 0$

$(5a - 2)(a - 2) = 0$

$a = 2$ atau $a = 2/5$

Untuk $a = 2 \rightarrow b = \sqrt{5 - 2^2} = 1$

Untuk $a = 2/5 \rightarrow b = \sqrt{5 - 4/25}$

$= \sqrt{\frac{121}{25}} = \frac{11}{5}$

Jadi vektor x adalah

$\Rightarrow x = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 2i + j$

atau

$\Rightarrow x = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{2}{5}i + \frac{11}{5}j$

b.

No.

Date:

13. Z adalah koordinat titik berat segitiga PQR. Jika P(1,2,6), Q(4,5,3), dan R(4,2,3) maka koordinat titik berat segitiga PQR adalah...

: $Z = \frac{1}{3}(P+Q+R)$

$= \frac{1}{3}(9+9+12)$

$Z = (3,3,4)$ a.

14. Jika Z merupakan titik berat segitiga ABC dgn A(2,3,5), B(3,6,4) dan C(2,2,4) maka koordinat titik Z adalah...

: $\bar{AD} : \bar{DC}$

$D = \frac{A+C}{2} = \frac{(2,3,5)+(2,2,4)}{2}$

$D = (2, 5/2, 9/2)$

$BZ : ZD = 2 : 1$

$Z = \frac{2d+b}{2+1} = \frac{2d+b}{3}$

$= \frac{1}{2}\left[2\begin{pmatrix}2\\5/2\\9/2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}3\\6\\4\end{pmatrix}\right]$

$= \frac{1}{3}\left[\begin{pmatrix}4\\5\\9\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}3\\6\\4\end{pmatrix}\right] = \frac{1}{3}\begin{pmatrix}7\\11\\13\end{pmatrix}$

* Koordinat Z adalah $\left(\frac{7}{3}, \frac{11}{3}, \frac{13}{3}\right)$ E.

15. Diketahui segitiga ABC dgn A(4,-1,2), B(1,3,-2) dan C(1,4,6). Koordinat titik berat $\triangle$ ABC adalah...

: $X_2 = \frac{1}{3}(x_1+x_2+x_3) = \frac{1}{3}(4+1+1) = 2$

$Y_2 = \frac{1}{3}(y_1+y_2+y_3) = \frac{1}{3}(-1+3+4) = 2$

$Z_2 = \frac{1}{3}(z_1+z_2+z_3) = \frac{1}{3}(2-2+6) = 2$

Koordinat titik berat = (2,2,2) a.